KRITERION
Nr. 19 (2005), pp. 34-43

Eine komparative Theorie der Stärke von Argumenten

Georg J. W. Dorn
Universität Salzburg,
Österreich

Abstract

This article presents a comparative theory of subjective argument strength simple enough for application. Using the axioms and corollaries of the theory, anyone with an elementary knowledge of logic and probability theory can produce an - at least minimally rational - ranking of any set of arguments according to their subjective strength, provided that the arguments in question are descriptive ones in standard form. The basic idea is that the strength of argument A as seen by person x is a function of three values: x's degree of belief in the premisses of A; x's degree of belief in the conclusion of A under the assumption that all premisses of A are true; and x's belief in the conclusion of A under the assumption that not all premisses of A are true.

1 Vorbemerkungen

1.1 Intuitive Vorüberlegungen

1.1.1 Erstes intuitives Kriterium für starke Argumente

Betrachten wir das folgende sehr einfache Argument:

(a) Toni Sailer ist Tiroler oder Kärntner. Er ist aber kein Tiroler. Daher ist er Kärntner.

Wir halten (a) intuitiv für schwach, weil wir seine zweite Prämisse für falsch halten. Da nützt es auch nichts, dass (a) logisch gültig ist. Logische Gültigkeit ist zwar eine hoch willkommene Eigenschaft (siehe 2.1), aber sie allein reicht nicht aus, ein Argument als stark zu beurteilen. Was wir von einem Argument, das uns als stark erscheinen soll, fordern, ist, dass wir die Gesamtheit seiner Prämissen für wahr halten können. So verhält es sich zum Beispiel mit dem folgenden Argument:

(b) Toni Sailer ist Tiroler oder Kärntner. Er ist aber kein Kärntner. Daher ist er Tiroler.

Das Argument (b) ist allerdings deshalb nicht schon aus unserer Sicht ein starkes Argument; um das zu sein, muss es noch zwei weitere Bedingungen erfüllen. Doch den ersten Test hat es bestanden: wir halten die Gesamtheit seiner Prämissen für wahr.

1.1.2 Zweites intuitives Kriterium für starke Argumente

Betrachten wir nun das folgende etwas weniger einfache Argument:

(c) Je weniger Vitamin C eine Person zu sich nimmt, desto weniger Carnitin produziert sie. Je weniger Carnitin sie produziert, desto weniger Fett verbrennt sie. Je weniger Fett sie verbrennt, desto mehr davon legt sie an. Je mehr davon sie anlegt, desto mehr nimmt sie zu. Fritz Froh nahm im Jahr 2003 mehr Vitamin C zu sich als im Jahr 2004. Daher nahm Fritz Froh 2003 mehr zu als 2004.

Wir halten (c) intuitiv für schwach, weil wir seine Konklusion im Lichte seiner Prämissen für eher falsch als wahr halten: wir hätten in Anbetracht der Prämissen eher erwartet, dass Fritz Froh nicht 2003 mehr zunahm als 2004, sondern 2004 mehr zunahm als 2003. Was wir von einem Argument, das uns als stark erscheinen soll, fordern, ist, dass wir seine Konklusion im Lichte seiner Prämissen für wahr halten können. So verhält es sich zum Beispiel wieder mit dem Argument (b): Dass Toni Sailer Tiroler ist, erscheint uns als sicher unter der Annahme, dass die beiden Prämissen 'Toni Sailer ist Tiroler oder Kärntner.' und 'Er ist aber kein Kärntner.' wahr sind.[1] Das Argument (b) ist allerdings deshalb nicht schon aus unserer Sicht ein starkes Argument; um das zu sein, muss es noch eine dritte Bedingung erfüllen. Doch den zweiten

[1]Die hochgestellten einfachen Anführungszeichen werden in dieser Abhandlung ausschließlich zur Bildung von Anführungsnamen verwendet.

Test hat es bestanden: wir halten seine Konklusion im Lichte seiner Prämissen für wahr.

1.1.3 Drittes intuitives Kriterium für starke Argumente

Drittens fordern wir von einem Argument, das uns als stark erscheinen soll, dass wir eher glauben können, seine Konklusion sei wahr, wenn wir annehmen, dass alle seine Prämissen wahr sind, als wenn wir annehmen, dass mindestens eine davon falsch ist. Diese Forderung leuchtet im Falle von Argumenten, die nur eine einzige Prämisse haben, am leichtesten ein: ein solches Argument ist aus unserer Sicht nicht stark, wenn wir seine Konklusion im Lichte seiner Prämisse für genauso wahr halten wie im Lichte seiner negierten Prämisse oder wenn wir seine Konklusion im Lichte seiner Prämisse sogar für weniger wahr halten als im Lichte seiner negierten Prämisse; im ersteren Fall ist aus unserer Sicht seine Prämisse irrelevant für die Konklusion, im letzteren schwächt sie sogar die Konklusion. Aber Argumente mit Prämissen, welche für die Konklusion irrelevant sind oder sie sogar schwächen, erscheinen uns als schwach, gleichgültig welche Vorzüge sie neben diesem schweren Nachteil noch haben mögen. Unser Beispielsargument (b) erfüllt diese dritte Bedingung, wie folgende Überlegungen zeigen.

Wenn wir im Argument (b) die beiden Prämissen mit ‘und’ verbinden und den so gewonnenen Konjunktionssatz verneinen, dann erhalten wir das folgende Argument:

(d) Folgendes ist nicht der Fall: Toni Sailer ist Tiroler oder Kärntner und ist aber kein Kärntner. Daher ist er Tiroler.

Argument (d) ist mit dem folgenden Argument inhaltsgleich, das sich leichter liest:

(d*) Toni Sailer ist kein Tiroler, oder Toni Sailer ist Kärntner. Daher ist er Tiroler.

Während wir beim Argument (b) sicher waren, dass seine Konklusion unter Annahme der Wahrheit seiner Prämissen wahr ist, zweifeln wir bei (d*) und somit bei (d), dass seine Konklusion unter Annahme der Wahrheit seiner Prämisse wahr ist. Mit anderen Worten, der Grad unseres Glaubens an die Wahrheit der Konklusion von (b) im Lichte der Prämissen von (b) ist bei weitem größer als der Grad unseres Glaubens an die Wahrheit der Konklusion von (d) im Lichte der Prämisse von (d). Damit hat (b) den dritten und letzten Test bestanden; es ist aus unsrer Sicht ein starkes Argument. Jedes Argument, das einen dieser Tests nicht besteht, ist aus unserer Sicht ein schwaches Argument.

1.1.4 Vergleich von Argumenten in Bezug auf Stärke

Wir haben nun eine Idee, wie wir eine vorgegebene Menge von Argumenten in aus unserer Sicht starke und schwache Argumente einteilen können. Doch wie können wir eine Menge von Argumenten gemäß ihrer Stärke vergleichen und in eine Rangordnung bringen? In dieser Abhandlung soll hauptsächlich zwei Intuitionen gefolgt werden.

Erste Intuition: Wenn ein starkes Argument mit einem schwachen zu vergleichen ist, dann soll gelten: Jedes starke Argument ist stärker als jedes schwache Argument.

Zweite Intuition: Wenn ein starkes Argument mit einem starken zu vergleichen ist oder wenn ein schwaches Argument mit einem schwachen zu vergleichen ist, dann soll gelten: jenes Argument ist das stärkere, das die drei Tests insgesamt besser besteht als das andere. Dabei heißt ‘insgesamt’ fürs Erste ungefähr soviel wie: ‘das stärkere Argument muss nicht bei jedem einzelnen Test besser abschneiden als das schwächere, es muss aber in Summe besser abschneiden als das schwächere Argument’.

Um alle diese Intuitionen zu praktisch brauchbaren Definitionen ausformulieren zu können, bedarf es zunächst der Präzisierung einiger weniger wichtiger Termini und dann der Entwicklung einer klassifikatorischen und einer komparativen Theorie der Argumentstärke im Rahmen einer subjektiven Wahrscheinlichkeitstheorie. Die erste Aufgabe wird im folgenden Abschnitt 1.2 erledigt, die zweite in den Kapiteln 2 und 3.

1.2 Erläuterungen[2]

Unter 'deskriptives Argument in Standardform' sei jede endliche, zumindest zweigliedrige Abfolge von deskriptiven Sätzen verstanden, deren letzter mit 'Daher' eingeleitet wird. Dabei sei unter 'deskriptiver Satz' jeder Satz verstanden, von dem es sinnvoll erscheint, auf ihn 'wahr' oder 'falsch' anzuwenden. Die obigen Beispielsargumente (a) bis (d*) sind deskriptive Argumente in Standardform. Keine deskriptiven Argumente in Standardform sind insbesondere präskriptive Argumente, Beweise, Argumenthierarchien, sowie Abfolgen von Argumenten und Gegenargumenten.

Sei A ein deskriptives Argument in Standardform. Der letzte Satz in A sei 'die Konklusion von A', jeder Satz, welcher der Konklusion von A vorhergeht, 'eine Prämisse von A' genannt. Der Konjunktionssatz, der sich aus den Prämissen von A in der Reihenfolge ihres Auftretens in A bilden lässt, sei 'die Prämissenkonjunktion von A' genannt. Hat A nur eine Prämisse, dann gelte diese als Prämissenkonjunktion von A.

Im folgenden sei B Daher C ein deskriptives Argument mit der Prämissenkonjunktion B und der Konklusion C;[3] p sei eine Glaubensgradverteilung einer beliebigen Person x auf alle Sätze, die notwendig sind, um folgende drei für die Beurteilung von Argumenten nötigen Werte zu bilden: $p(B)$, das ist der Grad des Glaubens von x an die Prämissenkonjunktion B; $p(C, B)$, das ist der Grad des Glaubens von x an die Konklusion C unter der Annahme der Wahrheit der Prämissenkonjunktion B; und schließlich $p(C,$ nicht-$B)$[4], das ist der Grad des Glaubens von x an die Konklusion C unter der Annahme der Falschheit der Prämissenkonjunktion B.

Die Glaubensgradverteilung von x sollte in sich stimmig oder kohärent sein. Diese Forderung läuft darauf hinaus, dass x bei der Verteilung ihrer Glaubensgrade die Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie beachten sollte (vgl. z.B. [3, Kapitel 6]). Gemäß diesen Regeln sollte x etwa jedem logisch wahren Satz, der sich unter den von ihr bewerteten Sätzen befindet, den höchsten Glaubensgrad 1 und jedem logisch falschen Satz den niedrigsten Glaubensgrad 0 zuordnen. Eine weitere (nicht unbedingt nötige, aber sehr plausible) Forderung ist, keinen anderen als den logisch determinierten Sätzen die 0 oder die 1 zuzuordnen. Jede Glaubensgradverteilung, die den Regeln des Wahrscheinlichkeitskalküls gehorcht und in der zusätzlich keinen Sätzen außer den logisch determinierten die 0 oder die 1 zugeordnet ist, bildet eine endliche und somit echte Teilmenge[5] mindestens einer regulären subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung. Von einer Person, die ein Argument auf Stärke beurteilt, sei verlangt, dass ihre einschlägige Glaubensgradverteilung p den Ansprüchen an eine reguläre Wahrscheinlichkeitsverteilung zumindest insofern gerecht wird, als p einen endlichen Ausschnitt mindestens einer regulären subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung bildet. Dies ist die minimale Rationalitätsforderung an potentielle Argumentstärkebeurteilerinnen und –beurteiler. Obwohl diese Rationalitätsforderung minimal ist, so verlangt sie doch neben der Fähigkeit, sich bei der Glaubensgradverteilung an die Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie zu halten, auch die Fähigkeit, logisch wahre und logisch falsche Sätze zu identifizieren und sich darüber klar zu werden, ob ein gegebenes Argument logisch gültig ist.

Eine Person, welche ein Argument A beurteilt, muss sich im Wesentlichen über drei ihrer Glaubensgrade klar werden.

Das ist erstens der Grad, zu dem sie an die Prämissenkonjunktion B glaubt. Das wird, da B ja fast immer logisch undeterminiert ist, in den allermeisten Fällen ein Grad größer 0 und kleiner 1 sein. (Bei Unsicherheit kann sie die Mitte ihres Unsicherheitsintervalls wählen oder sich des Ur-

[2] Für zusätzliche Erläuterungen siehe [1].

[3] 'B Daher C' sowie 'B' und 'C' müssten hier und an vielen weiteren Stellen, an denen sie nicht gebunden vorkommen, unter eckige Anführungszeichen (*Quine's Corners*) gesetzt werden. Es wird jedoch in dieser Abhandlung aus drucktechnischen Gründen auf die Setzung der eckigen Anführungszeichen verzichtet.

[4] 'nicht-B' stehe kurz für 'Folgendes ist nicht der Fall: B'.

[5] Sie bildet eine *endliche* Teilmenge, weil leibhaftige Menschen keine Bayesianischen Subjekte sind und es somit bestenfalls schaffen, endlich vielen Sätzen auf eine kohärente Weise Glaubensgrade zuzuordnen. Sie bildet eine *echte* Teilmenge, weil jede reguläre subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung unendlich ist.

teils enthalten.)

Das ist zweitens der Grad, zu dem sie an (C und B) glaubt. Das ist also der Grad ihres Glaubens an die Konjunktion der Konklusion mit allen Prämissen. Das muss ein Grad kleiner/gleich dem Grad sein, zu dem sie an die Prämissenkonjunktion glaubt.

Das ist drittens der Grad, zu dem sie an (C und nicht-B) glaubt. Das ist also der Grad ihres Glaubens an die Konjunktion der Konklusion mit der negierten Prämissenkonjunktion. Das muss ein Grad kleiner/gleich dem Grad sein, zu dem sie an die negierte Prämissenkonjunktion glaubt.

Wenn diese drei Grade bestimmt sind, dann ist gemäß dem Axiom für die Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten auch der Grad bestimmt, zu dem sie an die Konklusion im Lichte der Prämissenkonjunktion glaubt, sowie der Grad, zu dem sie an die Konklusion im Lichte der negierten Prämissenkonjunktion glaubt. Gelte beispielsweise:

$p(B) = 0{,}2\,;\ p(C \text{ und } B) = 0{,}2\,;$
$p(C \text{ und nicht-}B) = 0{,}4\,,$

dann gilt auch zwingend:

$p(C, B) = 1$ und
$p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}5\,.$

Umgekehrt gilt: Wenn

$p(B) = 0{,}2\,;\ p(C, B) = 1$ und
$p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}5$

gegeben ist, dann steht fest:

$p(C \text{ und } B) = 0{,}2\,;\ p(C \text{ und nicht-}B) = 0{,}4\,.$

Oben wurde bemerkt, dass die Prämissenkonjunktion in fast jedem tatsächlich vorgebrachten Argument logisch undeterminiert ist; dasselbe gilt auch für die Konklusion. Der Grund ist augenscheinlich. Die Menschen brauchen weder Logik noch Wahrscheinlichkeitstheorie, um zu erkennen, dass an Argumenten wie etwa

(e) Stoiber geht nach Berlin und geht nicht nach Berlin. Daher wird er Merkels Wirtschaftsminister.

oder

(f) Merkel schätzt Stoiber. Daher wird Stoiber Merkels Wirtschaftsminister oder auch nicht.

etwas faul ist. Niemand wird – außer er redet im Scherz – solche Argumente vorbringen. Sie erscheinen intuitiv als so schwach, dass sich lächerlich machen würde, wer sie im Ernst vorbrächte. In der Tat können logisch determinierte Sätze keinen einzigen Satz stützen oder schwächen, noch können sie von irgendeinem Satz gestützt oder geschwächt werden. Die folgende klassifikatorische Theorie der Argumentstärke kodifiziert diese Intuitionen. In der darauf folgenden komparativen Theorie soll jedoch zunächst das Hauptaugenmerk nur auf solche Argumente gelegt werden, deren Prämissenkonjunktion und deren Konklusion logisch undeterminiert sind, um die Überlegungen nicht ständig mit Ausnahmeklauseln für solche Argumente zu befrachten, deren Prämissenkonjunktion oder Konklusion logisch determiniert sind.

2 Eine klassifikatorische Theorie der Stärke von deskriptiven Argumenten in Standardform

2.1 Die beiden spezifischen Axiome und drei Korollare der klassifikatorischen Theorie

Beide klassifikatorischen Axiome und die sich anschließenden Korollare sind mit folgendem Vorspann zu lesen:

Für alle p, A, B und C: Wenn A ein deskriptives Argument in Standardform ist und wenn B identisch mit der Prämissenkonjunktion von A ist und wenn C identisch mit der Konklusion von A ist und wenn p ein endlicher Ausschnitt aus einer regulären subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung ist, dann gilt:

Klassifikatorisches Axiom (1): A ist *stark* bei p genau dann, wenn jede der folgenden drei Bedingungen erfüllt ist:

(1) $p(B) > 0{,}5\,;$
(2) $p(C, B) > 0{,}5\,;$
(3) $p(C, B) > p(C, \text{nicht-}B)\,.$

Klassifikatorisches Axiom (2): A ist *schwach* bei p genau dann, wenn mindestens eine der folgenden drei Bedingungen erfüllt ist:

(1) $p(B) \leq 0{,}5$;

(2) $p(C, B) \leq 0{,}5$;

(3) $p(C, B) \leq p(C, \text{nicht-}B)$.

Drei Korollare:

Korollar (1): A ist genau dann nicht stark bei p, wenn A schwach bei p ist.

Korollar (2): Wenn A stark bei p ist, dann sind sowohl B als auch C logisch undeterminiert.[6]

Korollar (3): Wenn B oder C logisch determiniert ist, dann ist A schwach bei p.

Korollar (3) ist von praktischer Wichtigkeit. Ist erkannt, dass ein deskriptives Argument in Standardform eine logisch determinierte Prämissenkonjunktion oder eine logisch determinierte Konklusion hat, so brauchen die drei Bedingungen in den klassifikatorischen Axiomen nicht mehr durchgegangen zu werden: das Argument ist auf jeden Fall schwach bei p.

Ohne Beweis sei zum Schluss festgehalten, dass unter den im Vorspann genannten Voraussetzungen gilt:

(1) A ist logisch gültig gdw $p(C, B) = 1$.

(2) Wenn A logisch gültig ist, dann $p(C, B) > p(C, \text{nicht-}B)$.

Ist also ein deskriptives Argument in Standardform als logisch gültig erkannt, dann hat es automatisch zwei der drei Bedingungen an starke Argumente erfüllt, und es braucht nur noch untersucht zu werden, ob seine Prämissenkonjunktion es wert ist, geglaubt zu werden. Ist es hingegen als logisch ungültig erkannt, dann steht fest, dass $p(C, B) < 1$, und es erfüllt möglicherweise keine einzige der drei Bedingungen.

[6] Bedingung (3) in Axiom 1 reicht als Ausgangspunkt für den Beweis. Wenn nämlich $p(C, B) > p(C, \text{nicht-}B)$, dann gilt sowohl $0<p(B)<1$ als auch $0<p(C)<1$; somit ist sowohl B weder logisch falsch noch logisch wahr, als auch C weder logisch falsch noch logisch wahr; mit anderen Worten, somit sind sowohl B als auch C logisch undeterminiert.

2.2 Acht Beispiele zu den Axiomen

Sei A ein deskriptives Argument in Standardform, B die Konjunktion der Prämissen von A, C die Konklusion von A, und p Ihre jeweilige einschlägige Glaubensgradverteilung:

(1) $p(B) = 0{,}8$; $p(C, B) = 0{,}7$; $p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}6$;

(2) $p(B) = 0{,}6$; $p(C, B) = 0{,}6$; $p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}2$;

(3) $p(B) = 0{,}2$; $p(C, B) = 1$; $p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}5$;

(4) $p(B) = 0{,}9$; $p(C, B) = 0{,}3$; $p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}2$;

(5) $p(B) = 0{,}6$; $p(C, B) = 0{,}9$; $p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}95$;

(6) $p(B) = 0{,}8$; $p(C, B) = 0{,}5$; $p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}6$;

(7) $p(B) = 1$; $p(C, B) = 1$;

(8) $p(B) = 0{,}5$; $p(C, B) = 0{,}4$; $p(C, \text{nicht-}B) = 0{,}7$.

Dann ist gemäß obiger Theorie das jeweilige Argument A in den Fällen (1) und (2) aus Ihrer Sicht stark, in den Fällen (3) bis (8) hingegen aus Ihrer Sicht schwach, und zwar in den Fällen (3), (4) und (5) aus je einem Grund, in den Fällen (6) und (7) aus je zwei Gründen[7] und im Fall (8) aus drei Gründen.

3 Eine komparative Theorie der Stärke deskriptiver Argumente in Standardform

Wir erweitern die klassifikatorische Theorie zu einer komparativen Theorie der Stärke, indem wir die beiden spezifischen Axiome der klassifikatorischen Theorie um fünf komparative Axiome ergänzen.

3.1 Spezifische Axiome

Die folgende Hilfsdefinition, die fünf komparativen Axiome und die sich anschließenden sieben Korollare sind mit dem folgenden Vorspann zu lesen:

Für alle p, A, A^*, B, B^*, C und C^*: Wenn A ein deskriptives Argument in Standardform ist und

[7] Dies ist im Fall (7) vielleicht nicht auf einen Blick ersichtlich. Die beiden Gründe ergeben sich wie folgt. Einerseits ist wegen $p(B) = 1$ und Regularität B logisch wahr und somit logisch determiniert; und anderseits gilt wegen $p(C, B) = 1$ und $p(B) = 1$, dass $p(C) = 1$, und wegen Regularität, dass auch C logisch wahr und somit logisch determiniert ist. Jedes dieser beiden Ergebnisse reicht aus, um via Korollar (3) zu schließen, dass das betreffende Argument schwach bei p ist.

wenn B identisch mit der Prämissenkonjunktion von A ist und wenn C identisch mit der Konklusion von A ist und wenn A^* ein deskriptives Argument in Standardform ist und wenn B^* identisch mit der Prämissenkonjunktion von A^* ist und wenn C^* identisch mit der Konklusion von A^* ist und wenn p ein endlicher Ausschnitt aus einer regulären subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung ist und wenn weder B noch C noch B^* noch C^* logisch determiniert ist, dann gilt:

Hilfsdefinition: die Stärke des Argumentes A bei der Glaubensgradverteilung p:

Stärke(A, p) = $p(B) + p(C, B) + [p(C, B)$ - $p(C$, nicht-$B)]$

3.1.1 Die ersten vier komparativen Axiome

Axiome zur Reihung der bei p *starken Argumente:*

Komparatives Axiom (1): Wenn sowohl A als auch A^* bei p stark ist, dann ist A bei p stärker als A^* genau dann, wenn Stärke(A, p) > Stärke(A^*, p).

Komparatives Axiom (2): Wenn sowohl A als auch A^* bei p stark ist, dann ist A bei p ebenso stark wie A^* genau dann, wenn Stärke(A, p) = Stärke(A^*, p).

Axiome zur Reihung der bei p *schwachen Argumente:*

Komparatives Axiom (3): Wenn sowohl A als auch A^* bei p schwach ist, dann ist A bei p stärker als A^* genau dann, wenn Stärke(A, p) > Stärke(A^*, p).

Komparatives Axiom (4): Wenn sowohl A als auch A^* bei p schwach ist, dann ist A bei p ebenso stark wie A^* genau dann, wenn Stärke(A, p) = Stärke(A^*, p).

Drei Korollare:

Korollar (4): Wenn A bei p stark und A^* bei p stark ist oder wenn A bei p schwach und A^* bei p schwach ist, dann gilt:

(a) wenn A bei p stärker als A^* und wenn A^* bei p stärker als A^{**} ist, dann ist A bei p stärker als A^{**};

(b) wenn A bei p stärker als A^* ist, dann ist A^* bei p nicht stärker als A.

Korollar (5): Wenn A bei p stark und A^* bei p stark ist oder wenn A bei p schwach und A^* bei p schwach ist, dann gilt:

(a) wenn A bei p ebenso stark wie A^* und wenn A^* bei p ebenso stark wie A^{**} ist, dann ist A bei p ebenso stark wie A^{**};

(b) wenn A bei p ebenso stark wie A^* ist, dann ist A^* bei p ebenso stark wie A;

(c) A ist bei p ebenso stark wie A.

Korollar (6): Wenn A bei p stark und A^* bei p stark ist oder wenn A bei p schwach und A^* bei p schwach ist, dann gilt: wenn A bei p nicht ebenso stark wie A^* ist, genau dann ist A bei p stärker als A^* oder A^* ist bei p stärker als A.

Es sei p eine Glaubensgradverteilung und es sei M_{STARK} jene Menge von deskriptiven Argumenten A in Standardform, die bei p stark sind. Sei *STÄRKER-*M_{STARK} jene Relation in M_{STARK}, die alle solche geordneten Paare <A, A^*> umfasst, für die gilt, dass A bei p stärker als A^* ist. Sei schließlich *EBENSO-STARK-*M_{STARK} jene Relation in M_{STARK}, die alle solchen geordneten Paare <A, A^*> umfasst, für die gilt, dass A bei p ebenso stark wie A^* ist. Die Korollare (4) bis (6) stellen sicher, dass *STÄRKER-*M_{STARK} in M_{STARK} transitiv und asymmetrisch ist; dass *EBENSO-STARK-*M_{STARK} eine Äquivalenzrelation in M_{STARK} ist; und dass die Vereinigung von *EBENSO-STARK-*M_{STARK}, *STÄRKER-*M_{STARK} und der Konversen von *STÄRKER-*M_{STARK} eine vollständige und saubere Einteilung von $M_{STARK} \times M_{STARK}$ ist. Somit darf, der wissenschaftstheoretischen Ausdrucksweise folgend, zurecht gesagt werden, dass die beiden Relationen *STÄRKER-*M_{STARK} und *EBENSO-STARK-*M_{STARK} zusammen einen komparativen Begriff in der Grundmenge M_{STARK} bilden [2, Kapitel 11]. Für die Anwendungspraxis bedeutet dies: jede Menge von bei

p starken deskriptiven Argumenten in Standardform lässt sich gemäß den komparativen Axiomen (1) und (2) in eine Rangordnung bringen.

Gleiches gilt für jede Menge von bei p schwachen Argumenten in Standardform, sofern sie keine logisch determinierte Prämissenkonjunktion und keine logisch determinierte Konklusion haben. Es sei $M_{SCHWACH}$ jene Menge von deskriptiven Argumenten A in Standardform, die bei p schwach sind und die weder eine logisch determinierte Prämissenkonjunktion noch eine logisch determinierte Konklusion haben. Sei *STÄRKER*-$M_{SCHWACH}$ jene Relation in $M_{SCHWACH}$, die alle solche geordneten Paare $<A, A^*>$ umfasst, für die gilt, dass A bei p stärker als A^* ist. Sei schließlich *EBENSO-STARK*-$M_{SCHWACH}$ jene Relation in $M_{SCHWACH}$, die alle solche geordneten Paare $<A, A^*>$ umfasst, für die gilt, dass A bei p ebenso stark wie A^* ist. Die Korollare (4) bis (6) stellen wiederum sicher, dass *STÄRKER*-$M_{SCHWACH}$ in $M_{SCHWACH}$ transitiv und asymmetrisch ist; dass *EBENSO-STARK*-$M_{SCHWACH}$ eine Äquivalenzrelation in $M_{SCHWACH}$ ist; und dass die Vereinigung von *EBENSO-STARK*-$M_{SCHWACH}$, *STÄRKER*-$M_{SCHWACH}$ und der Konversen von *STÄRKER*-$M_{SCHWACH}$ eine vollständige und saubere Einteilung von $M_{SCHWACH} \times M_{SCHWACH}$ ist. Somit darf auch zurecht gesagt werden, dass die beiden Relationen *STÄRKER*-$M_{SCHWACH}$ und *EBENSO-STARK*-$M_{SCHWACH}$ in der Grundmenge $M_{SCHWACH}$, einen komparativen Begriff bilden. Für die Anwendungspraxis bedeutet dies: jede Menge von bei p schwachen deskriptiven Argumenten in Standardform lässt sich gemäß den komparativen Axiomen (3) und (4) in eine Rangordnung bringen.

Was noch zu tun bleibt, ist, dafür zu sorgen, dass jede beliebige Menge von mittels einer Glaubensgradverteilung p bewerteter deskriptiver Argumente in Standardform in eine Rangordnung gebracht werden kann, sofern diese Argumente keine logisch determinierte Prämissenkonjunktion und keine logisch determinierte Konklusion haben. Hierfür ist festzulegen, wie die Entscheidung auszufallen hat, wenn ein bei p schwaches Argument mit einem bei p starken Argument bezüglich Stärke zu vergleichen ist. Bei der Gestaltung dieser Festlegung, die im folgenden komparativen Axiom (5) ihren Niederschlag findet, sei der Intuition gefolgt, dass jedes bei p starke Argument stärker ist als jedes bei p schwache Argument.

3.1.2 Das fünfte komparative Axiom

Axiom zur Sicherung des Vorrangs der bei p *starken Argumente vor den bei* p *schwachen Argumenten:*

Komparatives Axiom (5): Wenn A bei p stark und A^* bei p schwach ist, dann ist A bei p stärker als A^*, A^* bei p nicht stärker als A, und A bei p nicht ebenso stark wie A^*.

Drei Korollare:

Korollar (7): Wenn A bei p stark und A^* bei p schwach ist, dann gilt:

(a) wenn A bei p stärker als A^* und A^* bei p stärker als A^{**} ist, dann ist A bei p stärker als A^{**};

(b) wenn A bei p stärker als A^* ist, dann ist A^* bei p nicht stärker als A.[8]

Korollar (8): Wenn A bei p stark und A^* bei p schwach ist, dann gilt:

(d) wenn A bei p ebenso stark wie A^* ist und wenn A^* bei p ebenso stark wie A^{**} ist, dann ist A bei p ebenso stark wie A^{**};

(e) wenn A bei p ebenso stark wie A^* ist, dann ist A^* bei p ebenso stark wie A;

[8] Beweis (Transitivität): Angenommen, A ist bei p stark, A^* bei p schwach, und A bei p stärker als A^*. Dann gilt wegen komparativen Axioms (5), dass A^* bei p nicht stärker als A^{**} ist, wenn A^{**} stark bei p ist. Somit: Wenn A^{**} stark bei p ist, dann: wenn A^* bei p stärker als A^{**} ist, dann ist A bei p stärker als A^{**}. Weiters gilt wegen Korollars (1) (nicht stark gdw schwach) sowie wegen des komparativen Axioms (5): Wenn A^{**} nicht stark bei p ist, dann ist A bei p stärker als A^{**}. Somit: Wenn A^{**} nicht stark bei p ist, dann: wenn A^* bei p stärker als A^{**} ist, dann ist A bei p stärker als A^{**}. Und somit: wenn A^* bei p stärker als A^{**} ist, dann ist A bei p stärker als A^{**}. – Beweis (Asymmetrie): Angenommen, A ist bei p stark, A^* bei p schwach. Dann gilt wegen komparativen Axioms (5), dass A^* bei p nicht stärker als A ist. Somit: wenn A bei p stärker als A^* ist, dann ist A^* bei p nicht stärker als A.

(f) A ist bei p ebenso stark wie A.[9]

Korollar (9): Wenn A bei p stark und A^* bei p schwach ist, dann gilt: wenn A bei p nicht ebenso stark wie A^* ist, genau dann ist A bei p stärker als A^* oder A^* ist bei p stärker als A.[10]

Aus den Korollaren (4) bis (9) ist unmittelbar das folgende wichtige Korollar (10) ableitbar, das nun – wie erwünscht - keine Relativierung auf bei p starke oder schwache Argumente enthält:

Korollar (10): Wenn A bei p stärker als A^* und A^* bei p stärker als A^{**} ist, dann ist A bei p stärker als A^{**}; und
wenn A bei p stärker als A^* ist, dann ist A^* bei p nicht stärker als A; und
wenn A bei p ebenso stark wie A^* ist und wenn A^* bei p ebenso stark wie A^{**} ist, dann ist A bei p ebenso stark wie A^{**}; und
wenn A bei p ebenso stark wie A^* ist, dann ist A^* bei p ebenso stark wie A; und
A ist bei p ebenso stark wie A; und
wenn A bei p nicht ebenso stark wie A^* ist, genau dann ist A bei p stärker als A^* oder A^* ist bei p stärker als A.

Es sei M eine durch p bewertete Menge von solchen deskriptiven Argumenten A in Standardform, die weder eine logisch determinierte Prämissenkonjunktion noch eine logisch determinierte Konklusion haben. Sei *STÄRKER* jene Relation in M, die alle solchen geordneten Paare <A, A^*> umfasst, für die gilt, dass A bei p stärker als A^* ist. Sei *EBENSO-STARK* jene Relation in M, die alle solche geordneten Paare <A, A^*> umfasst, für die gilt, dass A bei p ebenso stark wie A^* ist. Das Korollar (10) stellt sicher, dass *STÄRKER* in M transitiv und asymmetrisch ist; dass *EBENSO-STARK* eine Äquivalenzrelation in M ist; und dass die Vereinigung von *EBENSO-STARK*, *STÄRKER* und der Konversen von *STÄRKER* eine vollständige und saubere Einteilung von $M \times M$ ist. Somit bilden die beiden Relationen *STÄRKER* und *EBENSO-STARK* einen komparativen Begriff in M. Für die Anwendungspraxis bedeutet dies: jede durch p bewertete Menge von deskriptiven Argumenten in Standardform, die weder eine logisch determinierte Prämissenkonjunktion noch eine logisch determinierte Konklusion haben, lässt sich gemäß den komparativen Axiomen (1) bis (5) in eine Rangordnung bringen.

3.2 Ein Beispiel

Es seien 15 deskriptive Argumente in Standardform, A1 bis A15, bezüglich Stärke in eine Rangordnung zu bringen, und es sei p Ihre einschlägige Glaubensgradverteilung mit den folgenden 45 unmittelbar relevanten Werten:

A1: $p(B_1) = 0,8$; $p(C_1, B_1) = 0,7$; $p(C_1, \text{nicht-}B_1) = 0{,}6$; stark bei p; Stärke bei p: 1,6

A2: $p(B_2) = 0,6$; $p(C_2, B_2) = 0,7$; $p(C_2, \text{nicht-}B_2) = 0{,}5$; stark bei p; Stärke bei p: 1,5

A3: $p(B_3) = 0,6$; $p(C_3, B_3) = 0,9$; $p(C_3, \text{nicht-}B_3) = 0{,}6$; stark bei p; Stärke bei p: 1,8

A4: $p(B_4) = 0,5$; $p(C_4, B_4) = 0,9$; $p(C_4, \text{nicht-}B_4) = 0{,}5$; schwach bei p; Stärke bei p: 1,8

A5: $p(B_5) = 0,7$; $p(C_5, B_5) = 0,3$; $p(C_5, \text{nicht-}B_5) = 0{,}3$; schwach bei p; Stärke bei p: 1

A6: $p(B_6) = 0,7$; $p(C_6, B_6) = 1$; $p(C_6, \text{nicht-}B_6) = 0{,}8$; stark bei p; Stärke bei p: 1,9

A7: $p(B_7) = 0,1$; $p(C_7, B_7) = 0,2$; $p(C_7, \text{nicht-}B_7) = 0{,}9$; schwach bei p; Stärke bei p: –0,4

A8: $p(B_8) = 0,2$; $p(C_8, B_8) = 0,3$; $p(C_8, \text{nicht-}B_8) = 0{,}8$; schwach bei p; Stärke bei p: 0,0

A9: $p(B_9) = 0,6$; $p(C_9, B_9) = 0,7$; $p(C_9, \text{nicht-}B_9) = 0{,}9$; schwach bei p; Stärke bei p: 1,1

A10: $p(B_{10}) = 0,9$; $p(C_{10}, B_{10}) = 0,1$; $p(C_{10}, \text{nicht-}B_{10}) = 0{,}1$; schwach bei p; Stärke bei p: 1

A11: $p(B_{11}) = 0,7$; $p(C_{11}, B_{11}) = 0{,}8$; $p(C_{11}, \text{nicht-}B_{11}) = 0{,}6$;

[9] Beweis (Transitivität): Angenommen, A ist bei p stark, A^* bei p schwach. Dann gilt wegen komparativen Axioms (5), dass A bei p nicht ebenso stark wie A^* ist. Somit: Wenn A bei p ebenso stark wie A^* ist und wenn A^* bei p ebenso stark wie A^{**} ist, dann ist A ebenso stark wie A^{**}. – Beweis (Symmetrie): Angenommen, A ist bei p stark, A^* bei p schwach. Dann gilt wegen komparativen Axioms (5), dass A nicht ebenso stark wie A^* ist. Somit: Wenn A bei p ebenso stark wie A^* ist, dann ist A^* ebenso stark wie A. – Beweis (Reflexivität): Angenommen, A ist bei p stark, A bei p schwach. Nun ist aber A bei p wegen Korollars (1) nicht stark. Somit: A ist bei p ebenso stark wie A.

[10] Beweis: Angenommen, A ist bei p stark, A^* bei p schwach. Dann gilt wegen komparativen Axioms (5), dass A bei p stärker als A^* ist und dass A bei p nicht ebenso stark wie A^* ist. Somit: Wenn A bei p nicht ebenso stark wie A^* ist, genau dann ist A bei p stärker als A^* oder A^* ist bei p stärker als A.

stark bei p; Stärke bei p: 1,7

A12: $p(B_{12}) = 0{,}9$; $p(C_{12}, B_{12}) = 0{,}9$; $p(C_{12}, \text{nicht-}B_{12}) = 0{,}9$; schwach bei p; Stärke bei p: 1,8

A13: $p(B_{13}) = 0{,}8$; $p(C_{13}, B_{13}) = 0{,}9$; $p(C_{13}, \text{nicht-}B_{13}) = 0{,}8$; stark bei p; Stärke bei p: 1,8

A14: $p(B_{14}) = 0{,}6$; $p(C_{14}, B_{14}) = 0{,}9$; $p(C_{14}, \text{nicht-}B_{14}) = 0{,}6$; stark bei p; Stärke bei p: 1,8

A15: $p(B_{15}) = 0{,}1$; $p(C_{15}, B_{15}) = 0{,}7$; $p(C_{15}, \text{nicht-}B_{15}) = 0{,}5$; schwach bei p; Stärke bei p: 1

Dann ergibt sich gemäß den 5 komparativen Axiomen zwingend folgende Reihung der 15 Argumente in 10 Ränge:

A6		
A3	A13	A14
A11		
A1		
A2		
A4	A12	
A9		
A5	A10	A15
A8		
A7		

A6 ist aus Ihrer Sicht stärker als jedes der 14 übrigen Argumente, kurz: es ist aus Ihrer Sicht das stärkste Argument; jedes der 15 Argumente außer A7 ist aus Ihrer Sicht stärker als A7, kurz: A7 ist aus Ihrer Sicht das schwächste Argument in dieser Rangordnung. A3, A13 und A14 sind aus Ihrer Sicht gleichstark, ebenso A4 und A12, sowie A5, A10 und A15. Der von A6 bis A2 reichende Teil der Rangordnung ist eine Ordnung der aus Ihrer Sicht starken Argumente, der von A4 bis A7 reichende Teil der Rangordnung ist eine Ordnung der aus Ihrer Sicht schwachen Argumente.

3.3 Logische Determiniertheit

Man mag zustimmen, dass fast keine in publizistischen und wissenschaftlichen Texten vorkommenden deskriptiven Argumente, die sich auf Standardform bringen lassen, eine logisch determinierte Prämissenkonjunktion oder eine logisch determinierte Konklusion haben, und trotzdem bedauern, dass die hier entwickelte komparative Theorie es nicht erlaubt, diesen Rest von Argumenten mit anderen Argumenten bezüglich Stärke zu vergleichen. Insbesondere ist in der Praxis des Argumentvergleichs der Fall nicht auszuschließen, dass, nachdem ein deskriptives Argument auf Standardform gebracht worden ist, man bei näherer logischer Untersuchung feststellt, dass seine Prämissenkonjunktion logisch falsch ist. Da hat man nun ein Argument vor sich, das einerseits gemäß klassischer Logik gültig und anderseits gemäß der hier entwickelten klassifikatorischen Theorie der Argumentstärke schwach ist, dem sich aber kein Rang in irgendeiner einschlägigen Rangordnung zuordnen lässt. Eine plausible Möglichkeit, dieses Problem anzugehen, ist, die komparative Theorie durch ein sechstes Axiom zu erweitern, das die Intuition ausformuliert, ein Argument mit logisch determinierter Prämissenkonjunktion oder logisch determinierter Konklusion solle in jeder Rangordnung den untersten Rang einnehmen, also zu den schwächsten Argumenten in dieser Rangordnung gehören.

Man erhält diese erweiterte Theorie, indem man im Vorspann zu den komparativen Axiomen die Klausel 'und wenn weder B noch C noch B^* noch C^* logisch determiniert ist' ersatzlos streicht und die fünf komparativen Axiome um das folgende sechste ergänzt:

Axiom zur Sicherung des untersten Ranges für Argumente mit logisch determinierter Prämissenkonjunktion oder logisch determinierter Konklusion:

Komparatives Axiom (6): Wenn A weder eine logisch determinierte Prämissenkonjunktion noch eine logisch determinierte Konklusion hat und wenn A^* eine logisch determinierte Prämissenkonjunktion oder eine logisch determinierte Konklusion hat, dann ist A bei p stärker als A^*, A^* bei p nicht stärker als A, und A bei p nicht ebenso stark wie A^*.

4 Schlussbemerkung

Man kann einiges für die hier entwickelte komparative Theorie der Stärke von Argumenten sagen, vieles dagegen. Ein Einwand ist, sie verlange zu viel, ein anderer, sie verlange zu wenig Rationalität von der ein Argument beurteilenden Person. Dass man der Theorie beide Vorwürfe macht, könnte ein Zeichen dafür sein, dass sie richtig liegt.

Literatur

[1] G. J. W. Dorn. Argumente und Argumenthierarchien. In G. Kreuzbauer and G. J. W. Dorn, Hg., *Argumentation in Theorie und Praxis: Philosophie und Didaktik des Argumentierens*, S. 167–202. LIT, Wien, 2006.

[2] C. G. Hempel. *Fundamentals of concept formation*. University of Chicago Press, Chicago, 1952.

[3] B. Skyrms. *Einführung in die induktive Logik*. Peter Lang, Frankfurt am Main, 1989.