Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Dirección General de Estudios de Posgrado

Facultad de Letras y Ciencias Humanas

Unidad de Posgrado

La contrastación de teorías inconsistentes no triviales

TESIS

Para optar el Grado Académico de Magíster en Filosofía con mención en Epistemología

AUTOR

Luis Felipe BARTOLO ALEGRE

ASESOR

Luis Adolfo PISCOYA HERMOZA

Lima, Perú

2020

Referencia bibliográfica

Bartolo, L. (2020). *La contrastación de teorías inconsistentes no triviales*. Tesis para optar grado de Magíster en Filosofía con mención en Epistemología. Unidad de Posgrado, Facultad de Letras y Ciencias Humanas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América

Vicerrectorado de Investigación y Posgrado

Dirección General de Biblioteca y Publicaciones
Dirección del Sistema de Bibliotecas y Biblioteca Central

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

Hoja de metadatos complementarios

1. **Código ORCID del autor**

   0000-0002-3312-6297

2. **Código ORCID del asesor**

   0000-0002-8875-4573

3. **DNI del autor**

   45150467

4. **Grupo de investigación**

   No pertenece

5. **Institución que financia parcial o totalmente la investigación**

   Autofinanciado

6. **Ubicación geográfica donde se desarrolló la investigación. Debe incluir localidades y coordenadas geográficas.**

   Universidad Nacional Mayor de San Marcos

   Av. Universitaria S/N, Avenida Venezuela cdr. 34, Cercado de Lima, Lima, Perú

   12°03’21.6’’S 77°05’03.9’’W

7. **Año o rango de años que la investigación abarcó**

   2019

UNIDAD DE POSGRADO
ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS DE
GRADO ACADÉMICO DE MAGISTER

A los treintaiún días del mes de enero de dos mil veinte, siendo las 11:00 horas, en el local de la Facultad de Letras y Ciencias Humanas, se reunió el Jurado de Grado integrado por los profesores: Dr. Óscar García Zárate (Presidente), Dr. Luis Piscoya Hermoza (Asesor), Dr. Marino Llanos Villajuán (Informante) y Mg. Miguel Angel Merma Mora (Informante) para calificar la sustentación de la tesis titulada **La contrastación de teorías inconsistentes no triviales**, presentada por el señor **Luis Felipe Bartolo Alegre**, Bachiller en Ciencias Sociales con Especialidad en Antropología, para optar el Grado de Magíster en Filosofía con mención en Epistemología.

Hecha la exposición y absueltas las preguntas formuladas por el Jurado, éste acordó la siguiente calificación de acuerdo a lo establecido por el Reglamento General de Estudios de Posgrado.

Excelente (20)

Habiendo sido aprobada la sustentación de la tesis, el Jurado recomendó que la Facultad proponga que se le otorgue el grado académico de Magíster en Filosofía con mención en Epistemología al bachiller **Luis Felipe Bartolo Alegre**.

El acto académico de sustentación concluyó a las 12:45 horas.

Dr. Óscar García Zárate
Presidente
Profesor Principal T.C.

Dr. Luis Piscoya Hermoza
Asesor
Profesor Emérito

Dr. Marino Llanos Villajuán
Informante
Profesor Principal T.C.

Mg. Miguel Angel Merma Mora
Informante
Profesor Invitado

A mis abuelitos Juana y Silvestre

Agradecimientos

Quiero agradecer primero a Fabiola Cárdenas Maldonado; compañera de estudios y de vida sin cuyo aliento esta tesis quizá no habría siquiera empezado a hacerse. Su observaciones fueron fundamentales para hacer el contenido de mi tesis más claro e interesante.

Agradezco a Luis Piscoya Hermoza por su asesoría y recomendaciones que me ayudaron a afinar los conceptos e hipótesis de esta tesis. Una de sus más valiosas lecciones fue que "aprendemos del fracaso y no del éxito" —lo cual, por cierto, es muy popperiano. También agradezco a Jorge Bravo el haberme ayudado a comprender algunos de los ejemplos de la física que utilizo en el apéndice E.

Varias ideas de esta tesis las expuse en un taller de lógica y epistemología organizado por algunos estudiantes y egresados de la especialidad de filosofía. Entre ellos agradezco por su comentarios y críticas a Adrian Quesada, Julio Silva, Adán Ochoa y, muy especialmente, Miguel Ángel Merma. Miguel ha sido fundamental para el avance de esta tesis por sus observaciones y por su motivación.

Algunas ideas desarrolladas en los apéndices (especialmente el B) surgieron en un evento filosófico sui generis titulado *El roast a Tailor Schneider*. El concepto que mejor representan tanto a este evento como al apéndice B es aquel de términos sin referente. También quiero agradecer a Joseph Mejía Guevara por ofrecerme un auditorio para exponer las ideas de la sección 4.2. Asimismo, sus originales aunque controversiales ideas sobre el tercer Reichenbach me han motivado indirectamente algunas reflexiones que preferí incluir en los apéndices.

Conversar con amigos como Diana Mogrovejo, Patricio Bazán, Johel Pozo, Edwin González, Emil Beraún, Víctor Sánchez y, nuevamente, Fabiola Cárdenas, me impulso en varias etapas de mi formación a pulir mis ideas y evitar el conformismo intelectual.

Mi padre Dante, mi madre Angélica, mis tíos Aldo, Marco, Lucho y Mario, mis tías Ana, Fanny y Anny, mi hermano Rodrigo, mi prima Juanita y mi difunto abuelito Silvestre incentivaron, queriendo y sin querer, la actividad intelectual en diversas etapas de mi vida. Gracias a ellos, y también por su culpa, es que me interesé por la filosofía. Tal interés jamás se habría desarrollado sin el apoyo material de mi padre y mi abuelita Juana, a quienes debo mucho más que la posibilidad de hacer esta tesis.

Buena parte del mérito que pueda tener esta tesis se debe a todos ellos, siendo yo el único responsable de mis errores.

Índice general

Resumen

En esta tesis estudio la posibilidad lógica de contrastar teorías fácticas que son inconsistentes, pero no triviales. En particular, indago si tales teorías pueden satisfacer o no el principio de refutabilidad de Popper. Una teoría **T** satisface dicho principio syss es posible dividir la clase de todos los enunciados observacionales entre dos conjuntos disjuntos:

1. *Conjunto de corroboradores potenciales de* **T***:* Esto es, enunciados observacionales que corroborarían instancias de las leyes implicadas por **T**.

2. *Conjunto de refutadores potenciales de* **T***:* O sea, enunciados observacionales que describen contra-ejemplos de las leyes implicadas por **T**, y que se pueden expresar como negaciones de sus corroboradores potenciales.

Cuando aplicamos la lógica clásica para formalizar una teoría inconsistente, esta implica cualquier enunciado pues en esta lógica las definiciones de consistencia (simple) y consistencia absoluta son compatibles. Una teoría **T** es (simplemente) consistente syss no existe una α tal que $\mathbf{T} \vdash \alpha \wedge \neg\alpha$, sino **T** es (simplemente) inconsistente. Decimos, en cambio, que **T** es absolutamente consistente syss hay por lo menos una α tal que $\mathbf{T} \nvdash \alpha$, sino **T** es absolutamente inconsistente o trivial. Esto sucede porque la lógica clásica satisface la regla de deducción de Pseudo-Scotus, según la cual de una contradicción se implica cualquier información.

En estas condiciones las teorías clásicas inconsistentes serían compatibles con cualquier fórmula bien formada, lo cual las hace inútiles para la ciencia. Existen, sin embargo, lógicas denominadas paraconsistentes en las que no se cumple de manera

general la ley de Pseudo Scotus y en las que una teoría puede ser (simplemente) inconsistente, pero también absolutamente consistente.

Para da Costa se abre la posibilidad de probar la “tesis de Hegel” según la cual existen contradicciones verdaderas sobre el mundo real. De hecho, él afirma que es más fácil probar la existencia de tales contradicciones que refutarla, pues bastaría confirmar apenas un enunciado empírico contradictorio para confirmar esta tesis, mientras que su negación requeriría de infinitos enunciados. En contra de esta tesis, se puede objetar que la actitud de los científicos ante las inconsistencias siempre ha sido tratar de resolverlas con miras a pulir nuestro futuro conocimiento, por lo que la propuesta de da Costa reprobaría muchas de las decisiones más importantes de la historia de la ciencia.

Finalmente, Priest propone que si una teoría $\mathbf{T}$ implica una contradicción $\alpha \wedge \neg\alpha$, donde ambas α y $\neg\alpha$ describen situaciones observables, pero lo descrito por tal contradicción no es observado, entonces debemos rechazar $\mathbf{T}$. Esta propuesta es inviable pues las teorías científicas no son rechazadas por falta de evidencia positiva, sino por evidencia negativa. De hecho, si $\alpha \wedge \neg\alpha$ fuera un corroborador potencial de $\mathbf{T}$, entonces $\neg\alpha \vee \alpha$ sería un refutador potencial de $\mathbf{T}$. Pero puesto que $\neg\alpha \vee \alpha$ es una tautología —incluso en el sistema de Priest—, la teoría $\mathbf{T}$ sería automáticamente refutada. En consecuencia $\neg\alpha \vee \alpha$ sería mejor caracterizado como un refutador actual de $\mathbf{T}$, por lo que $\mathbf{T}$ quedaría inutilizable. Este argumento vale para cualquier teoría inconsistente solo en virtud de sus propiedades lógicas.

Sin embargo, es posible definir el concepto de *refutador potencial* de modo que un enunciado α sea un refutador potencial de $\mathbf{T}$ syss $\mathbf{T} \vdash \neg\alpha$, pero $\mathbf{T} \nvdash \alpha$. La manera simplificada de definir *refutabilidad* es requiriendo que la clase de refutadores potenciales de una teoría no sea vacía. Esto requiere que la clase de refutadores potenciales sea necesariamente consistente, lo cual se sigue del mismo concepto de refutador potencial.

Introducción

> *Pues bien, te diré, escucha con atención mi palabra, cuáles son los únicos caminos de investigación que se puede pensar; uno: que es y no es posible no ser ...; el otro: que no es y que es necesario no ser.*
>
> —Parmenides, *Frag. 928*, trad. de Eggers Lan y Juliá (2003)

La lógica estudia la transmisión de la verdad de un conjunto de enunciados a otro enunciado y la retrotransmisión de la falsedad de este a aquellos; ambos aspectos, empero, no tienen la misma función. En ciencias formales, Karl Popper (1979, pág. 317) decía, usamos la lógica para hacer demostraciones, esto es, para transmitir la verdad. Por esta razón intentamos demostrar un teorema con el menor número de premisas posible, o por medio de una lógica débil, pues una conclusión es más segura cuanto menos premisas la sustenten. En ciencias fácticas, sin embargo, pesa mucho más la retrotransmisión de la falsedad pues para contrastar exhaustivamente una teoría es preciso conocer tantas de sus consecuencias como nos sea posible.

> Si queremos usar la lógica en un contexto crítico, entonces debemos usar una lógica muy fuerte, la lógica más fuerte, por así decirlo, que esté a nuestra disposición; pues queremos que nuestra crítica sea *severa.* [...] Por eso debemos (en las ciencias empíricas) usar la lógica completa, i.e. clásica o bivalente. Si en lugar de eso nos conformamos con usar una lógica más débil —como la lógica intuicionista o alguna lógica trivalente (como Reichenbach sugirió en conexión con la teoría cuántica)— entonces afirmo que no somos lo suficientemente críticos. (ibíd., pág. 305)

Esto se aprecia bastante bien en la física, pues de sus teorías se deducen consecuencias lógicas, varias de las cuales son contrastables. Por ejemplo, a partir del *principio de conservación de la energía* es posible demostrar la inexistencia de las *máquinas de movimiento perpetuo*. A continuación la demostración que hace Richard Feynman, limitándose al caso de las máquinas de levantamiento de pesas.

> Podemos dividir las máquinas de levantamiento de pesas en dos clases excluyentes: las *reversibles* y las *no reversibles*. Sea a una máquina reversible que baja una unidad de peso en una unidad de distancia y, al mismo tiempo, levanta un peso de tres unidades. Supongamos que a levanta el peso de tres unidades en una distancia x. Sea b a otra máquina (que no sabemos si es reversible o no) que también baja una unidad de peso en una unidad de distancia, pero que levanta el peso tres unidades en una distancia y. Podemos demostrar que y no es más alta que x; en otras palabras, no es posible construir una máquina (b) que pueda levantar un peso por encima de lo que una máquina reversible (a) podría levantarlo. Para esto supongamos que y fuera más alta que x. Tomamos un peso de una unidad y lo bajamos una unidad de altura con la máquina b; esto eleva el peso de tres unidades en una distancia y. Se sigue que podemos bajar el peso desde y hasta x, obteniendo así energía gratis, y usar nuestra máquina reversible a a la inversa para bajar el peso de tres unidades en una distancia x y levantar el peso de una unidad en una unidad de altura. ¡Esto retornaría el peso de una unidad a donde estaba antes, dejando las máquinas x e y listas para ser usada de nuevo! Por lo tanto, tendríamos movimiento perpetuo si y fuera más alta que x, *lo cual asumimos imposible*. De todo esto concluimos que y no es más alta que x, por lo que toda máquina que pueda ser diseñada es reversible. (adapt. de Feynman, Leighton y Sands 2010, págs. 4-5)

Feynman clasifica las máquinas entre *no reversibles* o *reversibles*, que son clases excluyentes. Esto es una aplicación de la ley de *tertium non datur*, o *tercio excluido*, pues no se considera la posibilidad de que una máquina pueda estar en una *tercera* clase diferente de estas. Para probar que solo existen máquinas de la primera clase, Feynman asume que existen máquinas de la segunda. Esto le lleva a una contradicción, por lo que descarta esta segunda clase. Esto es una demostración por *reductio ad absurdum*, la cual se basa en la *ley de no contradicción* pues, al no ser posible afirmar algo y su negación, descartamos la premisa que nos llevó tal circunstancia. Finalmente, por el principio *modus tollendo ponens*, podemos inferir de la clasificación inicial y de la eliminación de la segunda clase que solo la primera existe.

Esta argumentación, empero, no demuestra que el principio de conservación de energía sea verdadero. Tampoco partimos de una certeza en este principio que transmitimos a sus consecuencias. El argumento tiene más bien la función de demostrar que de ser falso que no existen máquinas de movimiento perpetuo, tal falsedad se retrotransmite al principio de conservación de energía. Es así que si encontráramos una máquina de movimiento perpetuo podríamos descartar la universalidad del principio de conservación de energía. Por lo tanto, si fuera falso que no existen máquinas de movimiento perpetuo, también sería falso el principio de conservación de energía y la falsedad de su consecuencia lógica le sería retro-transmitida.

Sin embargo, ¿qué pasaría si hubiera una máquina de movimiento perpetuo pero la ley de conservación de energía aún explique satisfactoriamente los demás fenómenos naturales? ¿Qué sucedería si no lográramos ensamblar una teoría consistente para explicar esta circunstancia? La lógica clásica prohíbe las contradicciones pues estas son siempre falsas y *ex falso sequitur quodlibet*. Esto hace en principio *impensable* aceptar una teoría inconsistente tanto en ciencias formales como fácticas. *Pace* Parménides, esta condición cambió con la aparición de las llamadas lógicas *paraconsistentes*, pues en ellas de las contradicciones no se sigue cualquier cosa.

Esto podría, en principio, ser aprovechado por la ciencia pues algunas teorías interesantes, como el cálculo infinitesimal de Leibniz y Newton, o la primera versión de la teoría cuántica, implican contradicciones. Sin embargo, una cosa es que de una teoría inconsistente no se siga lo que sea, y otra muy distinta es que tal teoría sea científicamente aceptable.

Surge entonces la pregunta de si es posible ser crítico, *à la* Popper, con las teorías inconsistentes. En particular, tenemos el problema de si es posible *especificar cuáles serían los refutadores potenciales de una teoría inconsistente.* Un refutador potencial tiene la propiedad de ser la negación de una consecuencia lógica de una teoría, por lo que es incompatible con ella. De esto se sigue que algunos enunciados implicados por una teoría inconsistente serían incompatibles con su propia teoría. En particular, si $\neg\alpha$ es un refutador potencial de $\mathbf{T}$, pero $\mathbf{T}$ implica α y $\neg\alpha$, entonces $\mathbf{T}$ es incompatible con $\neg\alpha$, que es su propio enunciado. *Propongo entonces que* α *sea un refutador potencial de* $\mathbf{T}$ *si y solo si* $\mathbf{T}$ *implica* $\neg\alpha$*, pero no así* α*.* Siendo así, una teoría inconsistente será evaluada solo por aquellas de sus consecuencias lógicas cuyas negaciones no sean también consecuencias de la teoría.

La utilidad de las teorías inconsistentes en las ciencias fácticas no implica la aceptabilidad de la tesis dialeteista, según la cual una proposición puede ser al mismo tiempo verdadera y falsa, o que puede haber contradicciones verdaderas. A la versión antigua de esta concepción Parménides la calificó de *bicéfala* o *bifronte* (*δίκρανοι*). Mi disertación no presupone un compromiso a favor o en contra del dialeteismo pues podemos encontrar en esta pesquisa objetivos relevantes para bicéfalos y parmenídeos. A los bicéfalos diremos que si existieran contradicciones verdaderas, estas deben aparecer en teorías que prohíban algunos enunciados. Una teoría sobre un mundo (consistente o inconsistente) que nada prohíbe es inútil para la ciencia pues sigue sin ser informativa. A los parmenídeos diremos que es importante tener nociones epistemológicas más generales que puedan adaptarse a las necesidades de varias lógicas y no únicamente a la clásica; lo cual es siempre bienvenido.

El parmenídeo Jesús Mosterín (2011) sostuvp que las teorías inconsistentes son indeseables para la ciencia empírica pues *la idea reguladora de la consistencia* nos urge a no conformarnos con teorías inconsistentes y a buscar teorías que describan mejor y más generalmente los sistemas que estudiamos. Hay quienes sin ser bicéfalos discuerdan de él y consideran que las teorías inconsistentes podrían tener un valor práctico —o incluso epistémico (Brown 1990; Lipton 2007)— en la ciencias fácticas si careciéramos de un substituto consistente. En otras palabras, estos parmenídeos son tolerantes a la bicefalia en situaciones donde esta sea inevitable. Por mi parte diré que dialogar con un bicéfalo es más grato y productivo cuando se discute con una cabeza a la vez.

En el capítulo 1 presento el aparato lógico-formal que permitirá entender los conceptos de esta tesis. En especial, la distinción entre lógicas explosivas y lógicas paraconsistentes (sec. 1.2). En el capítulo 2 expongo y discuto el programa refutacionista, que servirá de marco epistemológico para entender qué es una teoría científica. De este modo, caracterizo la relación entre las teorías fácticas y la experiencia (sec. 2.1), así como las definiciones formales de corroborador potencial (sec. 2.2.1) y refutador potencial clásico, o falsador potencial (sec. 2.2.2). Como veremos, el principal problema de aplicar el programa refutacionista a las teorías inconsistentes es encontrar una definición de refutador potencial apropiada para ellas. Finalizo el capítulo discutiendo algunas objeciones al refutacionismo (sec. 2.3).

En el capítulo 3 expongo un estado de la cuestión del estudio epistemológico de las teorías fácticas inconsistentes. En particular, discuto las actitudes de lo que Davey (2014) llama la tradición epistemológica y su respectiva contra-tradición. Mi estado de la cuestión se extiende hasta la sección 4.1, donde analizo las dos únicas propuestas (Piscoya 1995; Priest 2006a) que adelantan una solución al problema de esta tesis. En un interludio quijotesco (sec. 4.2) narro la manera en que Sancho Panza ya había adelantado una solución al problema de encontrar refutadores potenciales para teorías inconsistentes, y que adapto en la sección 4.3. Ahí presento mi propia definición de refutador potencial, evalúo su fertilidad y expongo de qué manera podríamos contrastar una teoría inconsistente. Cierro esta sección con una reflexión acerca del dialeteismo empírico, que sería una extensión del dialeteismo que afirma que algunos enunciados observacionales pueden ser a la vez verdaderos y falsos.

Algunos apéndices acompañan esta disertación. En el apéndice A presento una teoría formal de la contradicción que permitiría un tratamiento más general de los conceptos de esta tesis. Prescindí de esta teoría porque hacía los teoremas mucho más largos y complicados de entender, lo cual preferí obviar para esta primera exposición.

Los siguientes dos apéndices profundizan algunos aspectos del tratamiento formal de las teorías científicas pues expongo las concepción semántica de las teorías (ap. C) y algunas consideraciones sobre la sintáctica (ap. D). En el apéndice E presento un estado de la cuestión del problema de la alegada inconsistencia de la mecánica newtoniana. Esta discusión debe tomarse solo como una primera exploración.

Finalmente, a partir del apéndice F presento algunos sistemas lógicos proposicionales. En la mayoría de casos me limito a presentar sus axiomas y reglas de inferencia. En los casos de la lógicas clásica y trivalente de Łuskasiewicz también presento semánticas, álgebras e interpretaciones aritméticas.

Notación

Los conceptos proposición y enunciado son usados de manera indistinta. Las letras minúsculas griegas $\alpha, \beta, ...$ son variables proposicionales de nuestro meta-lenguaje cuyo dominio es el conjunto de fórmulas del lenguaje objeto definido en (1.1). Los signos que comienzan con $\mathbf{A}, \mathbf{B}, ...$ denotan conjuntos de fórmulas o funciones que devuelven conjuntos de fórmulas. Todo signo que comience con $\mathcal{A}, \mathcal{B}, ...$ denota algún conjunto de otro tipo.

Capítulo 1

Lógica

1.1. Lenguaje y consecuencia lógica

El análisis formal de teorías científicas presupone representar sus enunciados con un lenguaje formal de, al menos, primer orden. Definiré inductivamente el conjunto **Le** de fórmulas bien formadas partiendo de repertorios de signos agrupados en un conjunto de constantes individuales $\mathcal{C}$, un conjunto de variables de individuo $\mathcal{V}$, un conjunto de predicados $\mathcal{P}$, el conjunto de functores proposicionales $\{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$, y el conjunto cuantificadores $\{\exists, \forall\}$.

Definición 1.1: Lenguaje L

$$t_1, ..., t_n \in \mathcal{V} \ \ \& \ \ \mathrm{P} \in \mathcal{P} \Rightarrow \mathrm{P}t_1...t_n \in \mathbf{A}, \ \text{para P de aridad } n \tag{L1}$$

$$t_1, ..., t_n \in \mathcal{C} \ \ \& \ \ \mathrm{P} \in \mathcal{P} \Rightarrow \mathrm{P}t_1...t_n \in \mathbf{A}, \ \text{para P de aridad } n \tag{L2}$$

$$\alpha \in \mathbf{A} \Rightarrow \neg\alpha \in \mathbf{A} \tag{L3}$$

$$\alpha \in \mathbf{A} \Rightarrow (\alpha \vee \beta), (\alpha \wedge \beta), (\alpha \rightarrow \beta), (\alpha \leftrightarrow \beta) \in \mathbf{A} \tag{L4}$$

$$\alpha \in \mathbf{A} \ \ \& \ \ t \in \mathcal{V} \Rightarrow \exists t \ \alpha, \forall t \ \alpha \in \mathbf{A} \tag{L5}$$

Si es la intersección de todos los conjuntos **A** que satisfacen (L2–4) (L6)

Le es la intersección de todos los conjuntos **A** que satisfacen (L1–5) (L7)

Prescindiré informalmente de los paréntesis cuando no resulte en una fórmula ambigua o de acuerdo con las convenciones usuales. El conjunto $\mathbf{S\scriptstyle I}$ es el conjunto de enunciados singulares de $\mathbf{L\scriptstyle E}$, que será usado para caracterizar los enunciados observacionales en la sección 2.2.

Una consecuencia de la definición (1.1) es que las fórmulas abiertas también son fórmulas bien formadas. Una fórmula abierta es una fórmula tal que tiene variables no cuantificadas o variables libres. Decir que x está libre en una fórmula α equivale a decir que no sabemos de qué o de cuántos x estamos hablando en α. En síntesis, una fórmula abierta no es una proposición pues no puede ser ni verdadera ni falsa.[1] Esto implica que fórmula bien formada no es sinónimo de proposición o enunciado, lo que podemos definir como sigue.

$$Def. \qquad \alpha \text{ es una } \textit{proposición} \Leftrightarrow \text{no tiene variables libres.} \tag{1.2}$$

En adelante, usaré α_x para indicar que la variable x está libre en α.

Para extraer consecuencias lógicas de un conjunto de enunciados necesitamos una relación de consecuencia lógica. Usualmente esto se representa con la notación $\mathbf{A} \vDash \alpha$ o $\mathbf{A} \vdash \alpha$, donde $\vDash$ y $\vdash$ denotan las relaciones de consecuencia lógica semántica y sintáctica, respectivamente. Cuando una fórmula β se siga de un conjunto finito de fórmulas $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\}$, abreviaremos $\{\alpha_1, ..., \alpha_n\} \vdash \beta$ con $\alpha_1, ..., \alpha_n \vdash \beta$. Ahora, cuando una fórmula α se siga de un conjunto vacío de premisas decimos que es una verdad lógica. En este caso, podemos abreviar $\{\} \vdash \alpha$ con $\vdash \alpha$.

Como existen varias concepciones de la verdad y consecuencia lógica, especificaré la lógica que define la relación de consecuencia con un sufijo a los relatores. De este modo, $\mathbf{A} \vdash_{\mathsf{L}} \alpha$ se lee "α es una consecuencia L-lógica de $\mathbf{A}$". Asimismo, $\vdash_{\mathsf{L}} \alpha$ se lee "α es una verdad L-lógica" o "α es un teorema L-lógico". Así, definiré $\wp\mathbf{C}ons$ como un conjunto de relaciones de consecuencia lógica $\vdash_{\mathsf{i}}$: $\wp\mathbf{L\scriptstyle E} \times \mathbf{L\scriptstyle E}$ que expresan que una fórmula $\alpha \in \mathbf{L\scriptstyle E}$ se sigue lógicamente de un conjunto de fórmulas $\mathbf{A} \in \wp\mathbf{L}$.

El conjunto de consecuencias lógicas de un conjunto $\mathbf{A}$ se representa con la

[1]En otras palabras, esto significa que Ax carece de valor lógico. Jan Łukasiewicz (1913), sin embargo, propuso otorgar "valores lógicos" fraccionarios a este tipo de enunciados, a los que denominó *enunciados indeterminados* (*umbestimmte Aussagen*).

notación $\mathbf{A}^{\vdash}$, que se lee "**A** clausurado con respecto a $\vdash$".

$$Def. \qquad \mathbf{A}^{\vdash} = \{\alpha | \mathbf{A} \vdash \alpha\} \tag{1.3}$$

Esta operación satisface los principios de *extensión* e *idempotencia*.

$$Ax. \qquad \mathbf{A} \subseteq \mathbf{A}^{\vdash} \tag{Ex}$$

$$Ax. \qquad \mathbf{A}^{\vdash} = \mathbf{A}^{\vdash\vdash} \tag{Id}$$

La operación de substitución permite reemplazar, en una fórmula, ciertos términos o fórmulas por otros términos o fórmulas respectivamente. La notación de esta operación se puede definir como sigue.

Definición 1.4 : Substitución

- α^t_u es la fórmula resultante de reemplazar en α cada aparición no cuantificada de u por t, donde $t, u \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$.
- $\alpha(\gamma/\beta)$ es la fórmula resultante de reemplazar en α cada aparición de β por γ, donde $\beta, \gamma \in$ **Le**.

Los siguientes postulados lógicos son válidos en casi todas las lógicas. Por esto no los anclaré en mis teoremas, aunque a menudo los citaré en las demostraciones.

Axiomas 1.5: Postulados lógicos

$$\mathbf{A} \vdash \alpha \to \beta \;\;\&\;\; \mathbf{B} \vdash \alpha \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \vdash \beta \tag{A1}$$

$$\mathbf{A} \vdash \alpha \wedge \beta \Rightarrow \mathbf{A} \vdash \beta \wedge \alpha \tag{A2}$$

$$\mathbf{A} \vdash \alpha \wedge \beta \Rightarrow \mathbf{A} \vdash \alpha \;\;\&\;\; \mathbf{A} \vdash \beta \tag{A3}$$

$$\alpha \leftrightarrow \beta \stackrel{\text{def}}{=} (\alpha \to \beta) \wedge (\beta \to \alpha) \tag{A4}$$

$$\mathbf{A} \vdash \alpha \leftrightarrow \alpha \tag{A5}$$

$$\mathbf{A} \vdash \alpha \to \beta \;\;\&\;\; \mathbf{B} \vdash \beta \to \alpha \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \vdash \alpha \leftrightarrow \beta \tag{A6}$$

$$\mathbf{A} \vdash \alpha \leftrightarrow \beta \;\;\&\;\; \mathbf{B} \vdash \gamma \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \vdash \gamma(\alpha/\beta) \tag{A7}$$

Los que ahora siguen, en cambio, no son reconocidos por algunas lógicas intuicionistas o mínimas, por lo que sí los anclaré en mis teoremas. Estos principios, sin embargo, son rara vez excluidos de las lógicas paraconsistentes.

Axiomas 1.6: Postulados lógicos

$$\mathbf{A} \vdash \alpha \rightarrow \neg\neg\alpha \tag{N1}$$

$$\mathbf{A} \vdash \neg\neg\alpha \rightarrow \alpha \tag{N2}$$

1.2. Lógicas explosivas y paraconsistentes

Nobody panics when things go *according to plan*.
Even if the plan is horrifying!

—The Joker, *The Dark Knight* (Hnos. Nolan, 2008)

En la epistemología contemporánea coexisten tres maneras de caracterizar las teorías científicas. Según la *concepción sintáctica*, (ver ap. D) una teoría es un conjunto de enunciados clausurado con respecto a una relación de consecuencia. En la *concepción semántica*, (ver ap. C) representamos una teoría como una estructura compleja de *sistemas* o *modelos*. La *concepción pragmática* las concibe como compresoras de información. Según varios autores, estas tres concepciones son en lo esencial equivalentes y difieren sobre todo en su notación.[1] Las convenciones de la anterior sección me permiten especificar formalmente una propiedad de las teorías propuesta por la concepción sintáctica.

Ax. $\quad \mathbf{T}$ es una *teoría* $\Rightarrow \mathbf{T} = \mathbf{A}^{\vdash}$, para algún $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{L}\textsc{e}$ $\quad$ (*Te*)

$\mathbf{T}^{\vdash}$ indica informalmente que los axiomas de $\mathbf{T}$ están clausurados con respecto a $\vdash$. Una propiedad considerada deseable de las teorías es la *consistencia*. Decimos que una teoría es consistente si está libre de contradicciones. Los lógicos definen la contradicción como una relación existente entre un enunciado α y su negación $\neg\alpha$, o como una propiedad de un enunciado $\alpha \wedge \neg\alpha$. No obstante, a menudo se asume que también son contradictorios: α y $\neg\neg\neg\alpha$, $\forall x \mathrm{P}x$ y $\exists x \neg \mathrm{P}x$, "esta silla es roja" y "esta silla es verde", etc. Así también, a menudo se asume que $\neg\alpha$ expresa un enunciado que contradice α en alguno de estos sentidos, en lugar de simplemente expresar la fórmula $\neg\alpha$.

[1] Véase p.e. Vickers (2013, §2.3) y el intercambio entre Mosterín (1999, págs. 169-79) y Piscoya.

Estas variedades de la negación a menudo coexisten implícitamente en el uso pragmático del concepto. Es posible resolver esta polisemia introduciendo la notación $\overline{\alpha}$ para denotar una fórmula arbitraria que se contradice con α, independientemente de su forma lógica (ver ap. A). Sin embargo, los detalles formales de tal notación harían esta exposición más complicada de lo necesario. Por esto, caracterizaré de consistente a los conjuntos, y por extensión a las teorías, que no contenga dos fórmulas contradictorias α y $\neg\alpha$. Esto, por cierto, significa que mientras la contradicción y la no contradicción se definen como una relación entre fórmulas, la consistencia e inconsistencia son propiedades de conjuntos.[1]

Def. $$\mathbf{A} \text{ es } \textit{consistente} \Leftrightarrow \alpha \notin \mathbf{A} \text{ o } \neg\alpha \notin \mathbf{A} \qquad (\textit{Con})$$

Si $\mathbf{A}$ no es consistente, entonces es *inconsistente*, lo cual significa que $\alpha, \neg\alpha \in \mathbf{A}$ para algún α. De las definiciones (1.3) y (*Con*) se sigue que una teoría inconsistente será cualquier teoría que implique dos enunciados contradictorios.

{} $$\mathbf{T}^{\vdash} \text{ es } \textit{inconsistente} \Leftrightarrow \mathbf{T} \vdash \alpha \ \ \& \ \ \mathbf{T} \vdash \neg\alpha, \text{ para algún } \alpha \qquad (1.7)$$

Como estamos por ver, en lógica clásica los conjuntos inconsistentes implican todas las fórmulas del lenguaje. Otra manera de decirlo es que el conjunto de consecuencias (lógicas) de un conjunto inconsistente es un *conjunto trivial*. Si un conjunto no es trivial, es *absolutamente consistente*.

Def. $$\mathbf{A} \text{ es } \textit{trivial} \Leftrightarrow \mathbf{A} = \mathbf{L}\textbf{\textsc{e}} \qquad (\textit{Tr})$$

De lo que se sigue que toda teoría trivial implica cualquier fórmula de $\mathbf{L}\textbf{\textsc{e}}$.

{} $$\mathbf{T}^{\vdash} \text{ es } \textit{trivial} \Leftrightarrow \mathbf{T} \vdash \alpha \qquad (1.8)$$

La propiedad de trivialidad nos permite comprender la clasificación que se puede hacer de todas las lógicas posibles entres las clases mutuamente excluyentes de lógicas *explosivas* y lógicas no explosivas o *paraconsistentes*.[2] En las primeras se cumple el principio *ex contradictione quodlibet* (ECQ), según el cual de una contradicción

[1] En palabras de Perzanowski las "inconsistencias son primariamente locales (la inconsistencia de dos enunciados opuestos) y solo de manera secundaria son globales (de una teoría, etc.)" (2001, p. 6). Aquí uso el concepto de contradicción para las proposiciones o fórmulas y reservo el de consistencia para las teorías y conjuntos de enunciados en general.

[2] Esta última denominación, junto a otras dos, la propuso F. Miró Quesada Cantuarias a Newton da Costa en una carta reimpresa en Gomes y D'Ottaviano (2017, págs. 610-1).

se sigue cualquier fórmula.[1]

Def. $\quad$ E es una lógica *explosiva* $\Leftrightarrow \mathbf{A} \vdash_{\mathsf{E}} \alpha \;\;\&\;\; \mathbf{A} \vdash_{\mathsf{E}} \neg\alpha \Rightarrow \mathbf{A} \vdash_{\mathsf{E}} \beta$ $\quad$ (E)

Miró Quesada C. (1982, pág. 67) propone que los principios de tercio excluido, no contradicción e identidad son los que caracterizan una lógica clásica.[2] Si el principio de no contradicción se expresa también mediante el principio ECQ, debemos decir entonces que las lógicas clásicas son explosivas. Esto significa que el conjunto de consecuencias *explosivas* de un conjunto inconsistente será $\mathbf{L}$**E**. Más aun, para los conjuntos clausurados en relaciones explosivas los conceptos de consistencia y no trivialidad son coextensivos para teorías.

$\{\}$ $\quad$ $\mathbf{A}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$ es *consistente* $\Leftrightarrow$ es *absolutamente consistente* $\quad$ (1.9)

Demostración. ($\Rightarrow$) Si $\mathbf{A}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$ es consistente entonces para cada fórmula $\alpha \in \mathbf{A}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$ tendríamos que $\neg\alpha \notin \mathbf{A}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$, lo cual garantiza que $\mathbf{A}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$ no es trivial. ($\Leftarrow$) Demostramos por contrapositiva asumiendo que $\mathbf{A} \vdash_{\mathsf{E}} \alpha$ y $\mathbf{A} \vdash_{\mathsf{E}} \neg\alpha$. La definición (E) garantiza entonces que para todo β, $\mathbf{A} \vdash_{\mathsf{E}} \beta$. Ergo, $\mathbf{A}$ es trivial.

En estas condiciones, una teoría inconsistente no es indeseable por contradecirse, sino porque no existe un solo enunciado que sea incompatible con ella. Tal teoría no nos da ninguna guía sobre qué esperar o qué no esperar de su dominio. Sí queremos preservar la utilidad de una teoría inconsistente y evitar que sea trivial a pesar de sus contradicciones, debemos usar una lógica no explosiva o paraconsistente. Una lógica *paraconsistente* es simplemente una lógica que no es explosiva, de lo que obtenemos la siguiente definición.[3]

Def. $\quad$ P es *paraconsistente* $\Leftrightarrow \mathbf{A} \vdash_{\mathsf{P}} \alpha \;\;\&\;\; \mathbf{A} \vdash_{\mathsf{P}} \neg\alpha \;\;\&\;\; \mathbf{A} \nvdash_{\mathsf{P}} \alpha,$

para algún α, β y $\mathbf{A}$ $\quad$ (P)

Las lógicas paraconsistentes permitirían, pues, que incluso una teoría inconsistente, por muy indeseable que parezca, sea útil para la ciencia. En referencia a nuestro epígrafe, las lógicas paraconsistentes permiten que una teoría inconsistente, por horrenda que parezca al epistemólogo tradicional (cf. sección 3.1), discrimine

[1]En adelante, $\vdash_{\mathsf{E}}$ designará una relación de consecuencia explosiva cualquiera.
[2]Una propuesta distinta es la de Piscoya (2007, cap. XII).
[3]En adelante, $\vdash_{\mathsf{P}}$ designará una relación de consecuencia paraconsistente cualquiera.

entre enunciados que le son compatibles e incompatibles. De este modo no debería cundir el pánico en la comunidad científica pues de esta teoría inconsistente aun es posible extraer un plan de investigación.

La silogística sería, según Priest, una lógica paraconsistente pues, a pesar de que S_1 y S_2 se contradicen en el argumento (1.10), "Aristóteles nos dice muy explícitamente que este no es un silogismo válido" (2017, cl. 4; cf. Łukasiewicz 1910, §16).

Argumento 1.10

(S_1)	Ningún hombre es mortal.	Premisa
(S_2)	Algunos mortales son hombres.	Premisa
(S)	Todos los hombres son hombres.	De las premisas S_1 y S_2

En otras palabras, si $\vdash$ es la relación de consecuencia silogística, $\{S_1, S_2\}^{\vdash}$ es un conjunto inconsistente no trivial. Esto, sin embargo, no coincide con lo antes dicho por el mismo Priest en el sentido de que "la pobreza de las formas de inferencia silogística y sus formas gramaticales asociadas hace imposible preguntarnos qué es lo que sigue de una contradicción" (Priest y Routley 1984, pág. 5).[1]

Una clase especial de lógicas paraconsistentes muy resistente a la trivialización es el de las lógicas fuertemente paraconsistentes.[2]

Def. P' es *fuertemente paraconsistente* $\Leftrightarrow \{\alpha, \neg\alpha\}^{\vdash_{\mathsf{P}'}} \neq \mathbf{L\textsc{e}}$ (1.11)

El hecho de que una teoría esté clausurada en una relación fuertemente paraconsistente no excluye que sea trivializable en términos más sofisticados. Es así que en el cálculo C_1 de da Costa (1993) cualquier fórmula $\alpha \wedge (\neg\alpha \wedge \neg(\alpha \wedge \neg\alpha))$ trivializa cualquier teoría que la implique (cf. ap. I).

[1] «Though Aristotelians held that a contradiction cannot be true, Aristotelian syllogistic is not explosive. However, like a purely positive logic it is not paraconsistent either. The point is that the poverty of the forms of syllogistic inference and its associated grammatical forms makes it impossible to ask the question of what follows from a contradiction.»

[2] Utilizo la definición de Perzanowski (2001, p. 8) y no la de Weber (2017, def. 1).

1.3. Metalógica

Me, I always tell the truth...
Even when I lie.

—Tony Montana, *Scarface* (Oliver Stone, 1983)

Tras definir las lógicas explosivas y paraconsistentes conviene preguntarse cuáles son los presupuestos lógicos que nos permitirán hablar sobre ellas y, especialmente, derivar sus consecuencias (meta-)lógicas. En otras palabras, queremos saber si la metalógica más apropiada es explosiva o paraconsistente. La *paraconsistencia global* es la tesis que propone que la metalógica más apropiada debe ser paraconsistente. Una razón, propuesta por Priest, es que evitaría la distinción entre teoría y meta-teoría ausente en el lenguaje natural e indeseable a su criterio (Priest 2006b, pág. 70).

Roman Suszko (1977), sin embargo, demostró que toda lógica L que tenga una clase definida de teoremas puede representarse en términos bivalentes. Esto se logra definiendo una función valuativa v, con dominio **Le** y rango $\{0, 1\}$, tal que para todo α, $\mathsf{v}\alpha = 1$ si y solo si $\vdash_{\mathsf{L}} \alpha$, caso contrario, $\mathsf{v}\alpha = 0$. Esta versión debilitada de la tesis de Suszko solo propone que es posible establecer tal semántica. La tesis original, empero, afirma que la *verdadera* semántica de toda lógica es siempre bivalente.

Sin comprometerse con esta tesis fuerte, Diderik Batens (1990), proponente de la lógica paraconsistente de relevancia, defendió que la lógica clásica es una meta-lógica más apropiada que las paraconsistentes con el siguiente argumento. Supongamos que tenemos dos enunciados $\mathsf{w}\alpha = \{\top\}$ y $\mathsf{w}\beta = \{\bot, \top\}$. Está claro que $\mathsf{w}\alpha \neq \mathsf{w}\beta$ pues $\{\top\} \neq \{\bot, \top\}$. Sin embargo, si utilizamos la negación paraconsistente de Priest (véase ap. K) para definir $\neq$, decir $\mathsf{w}\alpha \neq \mathsf{w}\beta$ no bastaría descartar $\mathsf{w}\alpha = \mathsf{w}\beta$. Con un razonamiento similar podríamos conjeturar que para alguna fórmula α puede darse que $\vdash_{\mathsf{L}} \alpha$ y $\nvdash_{\mathsf{L}} \alpha$. Esto es un problema pues tendríamos que α sería y no sería una fórmula L-válida o un teorema L-lógico. Esto justifica mi adopción de la lógica clásica como meta-lógica de los argumentos de esta tesis.

Capítulo 2

Contrastación de teorías

And thus for a time I was occupied by exploded systems, mingling, like an unadept, a thousand contradictory theories, and floundering desperately in a very slough of multifarious knowledge, guided by an ardent imagination and childish reasoning, till an accident again changed the current of my ideas. When I was about fifteen years old we had retired to our house near Belrive, when we witnessed a most violent and terrible thunderstorm. ... On this occasion a man of great research in natural philosophy was with us, and, excited by this catastrophe, he entered on the explanation of a theory which he had formed on the subject of electricity and galvanism, which was at once new and astonishing to me. All that he said threw greatly into the shade Cornelius Agrippa, Albertus Magnus, and Paracelsus, the lords of my imagination.

—Victor Frankenstein, *Frankenstein* (Mary Shelley, 1818)

2.1. La base empírica

We learn from failure, not from success!

—Vlad Țepeș, *Dracula* (Bram Stoker, 1897)

El problema de la *base empírica* es quizá el principal problema de la epistemología de las ciencias fácticas. Este consiste en determinar cuánta y qué experiencia permite justificar o aceptar una teoría fáctica. Este problema se traslada automáticamente al de la aceptación de ciertos enunciados científicos de largo alcance como lo son las leyes científicas. Una ley científica como:

$$\text{Todos los cisnes son blancos.} \tag{2.1}$$

expresa que todos los individuos posibles de un conjunto —en este caso el de los cisnes— debe también pertenecer a otro —el conjunto de las cosas blancas. Este enunciado tiene la forma lógica de un enunciado universal, que es forma típica de las leyes científicas. Si representamos la propiedad de ser cisne con el predicado C, y la de ser blanco con el predicado B, entonces el enunciado (2.1) puede ser representado con la fórmula $\forall x(\mathrm{C}x \to \mathrm{B}x)$ de **Le**.

La respuesta del empirismo lógico fue su *criterio de verificación*, según el cual un enunciado solo tiene sentido en tanto sea verificable. De esto se sigue los enunciados de las ciencias fácticas solo tienen sentido en tanto sea posible conectarlos con experiencias que nos permitan determinar si son verdaderos.

> Una oración significa solo aquello que es verificable por ella. De ahí que una oración, si significa algo en absoluto, solo significa un hecho empírico. Algo que, en principio, esté más allá de lo perceptible (*Erfahrbaren*) no puede ser dicho, ni pensado ni preguntado. (Carnap 1931b, pág. 236)

Lo que no puede ser ni dicho, ni pensado, ni preguntado es la metafísica. Los enunciados metafísicos serían, entonces, pseudoenunciados pues no remiten a *enunciados protocolares*; i.e. enunciados que registran la experiencia sin meter de contrabando presupuestos para interpretar lo observado.[1] Una teoría que no remita a enunciados protocolares es pseudocientífica en esta concepción.

Ningún enunciado científico, sin embargo, denota las experiencias mismas de los científicos, por lo que no hay enunciados propiamente protocolares en ciencias fácticas. Podemos, no obstante, conectar algunos enunciados del lenguaje científico con ciertas experiencias, o incluso con enunciados protocolares, mediante ciertas teorías relativas a instrumentos de observación. Llamaré *enunciados observacionales* a los enunciados científicos de **Le** que pueden ser así ligados con la experiencia. El

[1] «[I]n das Protokoll keine indirekt gewonnenen Sätze aufnehmen würden.» (Carnap 1931a, pág. 437)

siguiente es un enunciado observacional ligado a (2.1).

$$\text{El cisne } a \text{ es blanco.} \tag{2.2}$$

que afirma de un individuo de una clase —la de los cisnes— que también pertenece a otra —la de las cosas blancas. La fórmula de **Le** equivalente a (2.2) sería $\mathrm{C}a \wedge \mathrm{B}a$. ¿Cómo se justifica entonces la creencia en (2.1) a partir de enunciados como (2.2)?

Al respecto Wittgenstein dijo de todo enunciado que, si no es un enunciado observacionales, es una generalización de ellos.[1] Si las leyes científicas científicas satisficieran esto, deberían poder reducirse a enunciados observacionales. Pero como el universo de las teorías científicas más interesantes es infinito, su contenido empírico se reduciría a una cantidad infinita de enunciados observacionales. Como resulta imposible verificar cada uno de ellos, esta versión del criterio de verificación debe ser rechazada, pues tornaría inaceptables las leyes científicas.

La alternativa podría estar en algún mecanismo de inferencia que permita pasar de la verdad de algunos enunciados observacionales —que son directamente verificables— a la de un enunciado teórico —que no es directamente verificable. Tal mecanismo sería la inducción en su sentido anticuado, o *inducción incompleta*, que es aquella inferencia que pasa "de *enunciados singulares*, que describen, p.e. observaciones, experimentos, etc., a *enunciados universales*, tales como hipótesis o teorías" (Popper 1935, §1). Pero como advertía Łukasiewicz, con la inducción *creamos* ciertos juicios que van más allá de lo que realmente conocemos por experiencia.

> La *inducción incompleta* es un tipo de explicación. Es un modo de razonamiento que, para ciertos juicios singulares confiables como "S_1 es P, S_2 es P, S_3 es P, ...", busca una razón en la forma de un juicio general como "todo S es P". [...]
>
> Cuando asumimos que los casos no conocidos se comportan como los casos conocidos *no estamos reproduciendo* los hechos que están empíri-

[1] Más precisamente, Wittgenstein habla de enunciados *elementales* o *primitivos* (*Elementarsätze*), que equivalen, en este contexto, a los enunciados enunciados protocolares de los empiristas lógicos y a mis enunciados observacionales. El pasaje referido es el siguiente: «Die Sätze sind alles, was aus der Gesamtheit aller Elementarsätze folgt (natürlich auch daraus, daß es die *Gesamtheit aller* ist). (So könnte man in gewissem Sinne sagen, daß *alle* Sätze Verallgemeinerungen der Elementarsätze sind.)» (*Tractatus*, 4.52)

camente dados, sino que *creamos* nuevos juicios que se asemejan a los juicios sobre los casos conocidos. (1970, p. 8, orig. 1912)

De esto se sigue la clasificación que Łukasiewicz hace de los juicios de la ciencia entre los que *reproducen hechos experimentados* y los *producidos por la mente humana*. Los primeros son equiparables con los enunciados observacionales y son aceptados por ser verdaderos. Los segundos, en cambio son aceptados en la ciencia en tanto estén conectados "con juicios de la primera categoría, si es que no implican consecuencias que estén en desacuerdo con la realidad." De los juicios de la segunda categoría, empero, no podemos decir que son verdaderos o falsos pues "no sabemos si es que tienen contrapartes en la realidad". (ibíd., pág. 13)

Los empiristas lógicos tampoco fueron ingenuos en esto. Carnap, por ejemplo, advirtió del carácter hipotético que las leyes científicas tienen con respecto a los enunciados singulares, y del de estos con respecto a los enunciados protocolares (1931a, pág. 400). Neurath, por su parte, precisó que la inducción que permite obtener leyes se justifica por una resolución o decisión (*Entschluss*) y que, por tanto, los intentos por justificarla lógicamente están "destinados a fracasar". De ahí que para él no pueda haber otro concepto de verdad científica que no exprese, en el fondo, nuestro fracaso por intentar refutar.[1]

Esto es razonable para Łukasiewicz, pues para él la mente humana, y por lo tanto la ciencia, "no trabaja creativamente para alcanzar la verdad", sino para "construir síntesis que satisfagan las necesidades intelectuales comunes a la humanidad" (1970, pág. 13). Esto no implica un compromiso con la metafísica, pues Łukasiewicz no dice que tales enunciados sean verdaderos o verificables; pero sí nos dice que la actividad científica está irremediablemente colmada de creación poética.[2]

[1] «Die „Induktion", die zu Gesetzen führt, beruht auf „Entschluss", sie ist nicht ableitbar. Die Versuche die „Induktion" logisch zu begründen, müssen daher scheitern. Wenn eine Aussage gemacht wird, wird sie mit der Gesamtheit der vorhandenen Aussagen konfrontiert. Wenn sie mit ihnen übereinstimmt, wird sie ihnen angeschlossen, wenn sie nicht übereinstimmt, wird sie als „unwahr" bezeichnet und fallen gelassen, oder aber der bisherige Aussagenkomplex der Wissenschaft abgeändert, so dass die neue Aussage eingegliedert werden kann; zu letzterem entschließt man sich meist schwer. *Einen anderen „Wahrheitsbegriff" kann es für die Wissenschaft nicht geben.*» (1931, pág. 299)

[2] «Poetic creativity does not differ from scientific creativity by a greater amount of fantasy. Anyone

Que la verdad no sea el *telos* de la ciencia implica una clara renuncia al criterio de verificación. Reichenbach intentó resolver este problema tratando la verdad científica en términos probabilistas, de modo que asignar la verdad a un enunciado científico no sería asignarle una probabilidad muy alta equivalente a la certeza; asimismo, asignarle la falsedad sería a asignarle una probabilidad muy baja equivalente a la imposibilidad (1936, pág. 269). De este modo, el problema se resuelve mediante un principio *inducción probabilista* que permitiría asignar a (2.1) una probabilidad cercana a la certeza de verificarse suficientes enunciados como (2.2).

Popper se opuso a esta tentativa arguyendo que el principio de inducción, incluyendo la probabilista, es imposible de justificar empíricamente, pues requeriría de inferencias inductivas (o probabilistas) que tendrían que justificarse por otras inferencias inductivas (o probabilistas), generándose así una regresión infinita (1935, §1). Argumentó, además, que ninguna teoría interesante se enuncia como una generalización de enunciados observacionales pues estas implican enunciados sobre entidades inobservables, como la gravedad, y solo algunas de sus consecuencias lógicas implican enunciados sobre entidades observables.

Quizá la principal contribución de Popper a la epistemología haya sido su caracterización de las teorías científicas como sistemas de enunciados *parcialmente decidibles*, en el sentido de que son "lógicamente inverificables, pero sí *unilateralmente refutables*" (1932, pág. 426). Esto se debe a la asimetría entre la posibilidad de refutar y verificar un enunciado universal.[1] Así, mientras verificar (2.1) requeriría la verificación de cada una de sus infinitas instancias, refutarlo solo requeriría de

who, like Copernicus, has moved the Earth from its position and sent it revolving around the Sun, or, like Darwin, has perceived in the mists of the past the genetic transformations of species, may vie with the greatest poet. But the scientist differs from the poet in that he *reasons* at all times and places. He need not and cannot justify everything, but whatever he states he must link with ties of logic into a coherent whole. The foundation of that whole consists of judgements about facts, and it supports the theory, which explains, orders and predicts facts.
This is how the *poem of science* is created.» (1970, pág. 14)

[1] «Die Naturgesetze („Theorien") können widerspruchsfrei als „*teilentscheidbare*" (d. h. aus logischen Gründen zwar nicht verifizierbare, wohl aber *einseitig falsifizierbare*) echte Wirklichkeitsaussagen angesehen werden, die durch Falsifikationsversuche methodisch überprüft werden.» (ibíd., pág. 426)

refutar una de sus contra-instancias expresada en un enunciado observacional como:

$$\text{No es el caso que el cisne } a \text{ es blanco.} \tag{2.2'}$$

que indica que un individuo de cierta clase —la de los cisnes— no pertenece a otra clase —la de las cosas blancas—, y cuya fórmula de **Le** sería $\neg(\mathrm{C}a \wedge \mathrm{B}a)$. Todo enunciado observacional que, de ser verdadero, refute una teoría o ley es su *refutador potencial*. En este sentido, (2.2') es un refutador potencial de (2.1) —o cualquier teoría que lo implique— pues si (2.2') *fuera* verdadero, entonces (2.2) y (2.1) *serían* falsas.

También podemos llamar *corroborador potencial* de una teoría o ley a todo enunciado que exprese un caso especial de ellas. Así, (2.2) es un corroborador potencial de (2.1) y de cualquier teoría que la implique. Popper denomina *corroboración* de una teoría al proceso en el que verificamos sus consecuencias empíricamente contrastables. Es en este sentido que las "teorías no se pueden verificar; pero sí se pueden corroborar" (1935, pág. 185).[1]

Sin embargo, Popper no propone aceptar una teoría por haber sido suficientemente corroborada, sino por haber resistido varios intentos por refutarla. En este sentido, una teoría es más científica cuando arriesga hipótesis muy precisas y que a priori son muy probablemente falsas. De poco sirve una teoría que tenga muchas consecuencias contrastables y verdaderas si es que son tan triviales como que mañana saldrá el Sol, o que este año lloverá.

Por otro lado, poco o nada importa quién propone una teoría o hipótesis, ni para qué lo hace, ni cómo llegó a ella. La ciencia es en esta concepción como un mercado abierto al que los científicos llegan con sus teorías, los compradores son los demás científicos que deben decidir si se quedan o no con la teoría. En tal decisión, poco le debe importar al comprador de dónde viene el vendedor. Todo lo que importa

[1]Sobre el término "corroborar", véase la siguiente nota al pie de la edición inglesa: «Carnap translated my term 'degree of corroboration' ('*Grad der Bewährung*') [...] as 'degree of confirmation'. [...] I did not like this term, because some of its associations ('make firm'; 'establish firmly'; 'put beyond doubt'; 'prove'; 'verify': 'to confirm' corresponds more closely to '*erhärten*' or '*bestätigen*' than to '*bewähren*'). [...] I fell within his usage, thinking that words do not matter. [...] Yet it turned out that I was mistaken: the associations of the word 'confirmation' did matter, unfortunately, and made themselves felt: 'degree of confirmation' was soon used —by Carnap himself— as a synonym (or 'explicans') of 'probability'» (Popper 2002, cap. 10, n. $*1$)

es si el producto es bueno o no, y una teoría es buena en tanto se aproxime a la verdad. Algunas de estas teorías pueden incluso parecerse a la mitología o la religión; sin embargo "estas a menudo fantásticamente audaces anticipaciones de la ciencia se *controlan* clara y sobriamente a través de contrastaciones (*Nachprüfungen*) metódicas" (Popper 1935, 207, mi énfasis).

Las ideas de Popper se han hecho un lugar importante en la comunidad científica a través del llamado método hipotético deductivo (cf. Lorenzano 1993). Tal influencia no se limita a las ciencias naturales pues también ha tenido una influencia directa o indirecta entre representantes de las ciencias sociales de varias tradiciones. Por mencionar el caso de la antropología cultural, autores como Llobera (1975) y Kaplan y Manners (1972, cap. 1) criticaron ciertos presupuestos empiristas o inductivistas que ubicaban la validez y objetividad de la disciplina en las observaciones de campo hechas por antropólogos individuales. En lugar de esto, propusieron adoptar la estrategia inversa de partir de conjeturas de largo alcance e incluso teorías axiomáticas que puedan ser después contrastadas en el trabajo de campo.

De manera más indirecta podemos ver similitudes entre la contrastación popperiana de hipótesis por enunciados observacionales, y el proceso contrastación de esquemas por cintas (*strips*) propuesto por Agar (1982) desde la tradición hermenéutica (cf. González Echevarría 2006). También podemos ver algunas similitudes entre la dialéctica popperiana conjetura—refutación—nueva (y mejor) conjetura y el análisis cultural de Geertz que consiste en "adivinar significados, evaluar significados y extraer conclusiones explicativas de las mejores adivinanzas" (1973, pág. 20).

Es en este sentido que podemos caracterizar al refutacionismo, falsacionismo o hipotético-deductivismo, como un *programa epistemológico*. Llamo programa epistemológico a los principios que sirven para que una comunidad, auto-concebida como científica o académica, produzca y valide ideas como conocimiento científico o académico. El programa *inductivista*, entre cuyos defensores podríamos considerar a Reichenbach, propone que una teoría **T** es validada por acumulación de evidencia positiva que permita *confirmarla* en cierto grado; i.e. cuanto más corroboradores potenciales de **T** verifiquemos, más justificados estaremos en creer en **T**. Para los *refutacionistas*, en cambio, **T** es temporalmente aceptada en tanto haya "probado su temple" (Popper 2002, pág. 32) ante varios intentos fallidos de refutación; i.e. estamos justificados en creer en **T** en tanto hayamos fracasado en verificar sus refutadores potenciales. Podríamos agregar aquí el más liberal programa *enciclopedista* de Neurath (cf. sec. 2.3), que solo requiere de las teorías que propongan de antemano sus condiciones de contrastación, sin necesidad de que estas se ajusten a un modelo general como el inductivista o el refutacionista.

En el siguiente capítulo hago una presentación formal de algunos conceptos necesarios para entender el programa refutacionista.

2.2. Corroboradores y refutadores potenciales

2.2.1. Corroboradores potenciales

La razón por la que un lenguaje científico debe contener enunciados observacionales es para que sus teorías los puedan implicar. Como veremos en la sección 2.3, ninguna teoría o ley científica puede predecir por sí misma una situación observable pues es necesario asumir ciertos presupuestos sobre nuestros instrumentos y las condiciones iniciales del caso a ser evaluado. Sin embargo, con el fin de simplificar nuestra discusión, daremos estos presupuestos por descontados. Esto dicho, un enunciado *observacional* puede ser un enunciado *singular*, como (2.2), o uno existencial, como:

$$\text{Existe un cisne que es blanco.} \tag{2.3}$$

según el cual existe un individuo de cierta clase —la de los cisnes— que también pertenece a otra —la de las cosas blancas. La fórmula de **Le** equivalente a (2.3) es $\exists x(\mathrm{C}x \wedge \mathrm{B}x)$. Sin embargo, los enunciados existenciales no indican de qué individuo estamos hablando, cosa que sí hacen los singulares.

Aunque un enunciado observacional debe ser o bien singular o bien existencial, no todos los enunciados existenciales y singulares describen situaciones observables. Esto porque algunos enunciados singulares se pueden también expresar como universales, y viceversa. Considérese por ejemplo el enunciado:

$$\text{Ernesto es puntual.} \tag{2.4}$$

Si representamos la propiedad de ser puntual con P y a Ernesto con la constante e, la fórmula de **Le** correspondiente a (2.4) sería $\mathrm{P}e$: un enunciado singular. Sin embargo, decir de alguien que es puntual equivale a decir que llega temprano en *toda* situación. De ahí que (2.4) sea equivalente a:

$$\text{Para toda circunstancia } y\text{, Ernesto llega temprano en } y. \tag{2.5}$$

Si usamos el predicado diádico T para denotar la relación "x llega temprano en la situación y", la fórmula de **Le** correspondiente a (2.5) sería $\forall y\ \mathrm{T}ey$: un enunciado universal. Por lo tanto, (2.4) no es un enunciado observacional a pesar de ser un enunciado singular. Es posible construir un argumento similar para el caso de los enunciados existenciales.

En síntesis, los enunciados observacionales son simplemente aquellos enunciados (existenciales y singulares) que resultan describir situaciones observables. Tal observabilidad no precisa ser posible en el presente pues en algunos casos los sucesos a los que nos referimos no están a nuestro alcance espacio-temporal —como en los hechos históricos—, o no pueden ser determinados con los instrumentos de que disponemos en el presente.

Popper, sin embargo, propuso que la forma lógica de los enunciados observacionales —sus *enunciados básicos*— sea la de los enunciados existenciales para así representar la asimetría entre los enunciados teóricos y sus *refutadores potenciales*. De esta manera, la negación de todo refutador potencial no podría preservar su forma lógica, pues será una ley científica.[1]

Para nuestros propósitos, empero, es más conveniente la forma lógica de los enunciados singulares. De otro modo, no será posible decir que una fórmula contradictoria $\phi \wedge \neg\phi$, sea tal que tanto ϕ cuanto $\neg\phi$ sean enunciados observacionales. Esto porque, mientras la negación de un enunciado singular es otro enunciado singular

[1] «[W]ir müssen die logische Form der Basissätze so bestimmen, daß die Negation eines Basissatzes seinerseits kein Basissatz sein kann» (Popper 1935, p. 58). "Enunciado básico" (*Basissatz*) es en este contexto sinónimo de "refutador potencial".

—e.g. (2.2) y (2.2')—, la negación de un enunciado existencial, como:

$$\text{No existe un cisne que sea blanco.} \tag{2.3'}$$

es equivalente a un enunciado universal, como:

$$\text{Todos los cisnes no son blancos.} \tag{2.3''}$$

Si ϕ fuera singular, $\neg\phi$ podría ser un enunciado observacional pues también sería singular. En cambio, si ϕ fuera existencial, $\neg\phi$ sería equivalente a un enunciado universal, por lo que sería lógicamente imposible de verificar.

Ahora, hay buenas razones para considerar que la negación de todo enunciado observacional singular es también un enunciado observacional. Para justificar esto solo debemos asumir, como Bobenrieth (cf. sección 3.3), que observar $\neg\phi$ es simplemente observar una situación que sea incompatible con lo descrito por ϕ. De ahí que la única manera de observar $\neg\phi$ es observando lo descrito por otro enunciado observacional ψ, cuyo contenido empírico sea incompatible con el de ϕ. Debemos entonces preguntarnos en qué circunstancias puede haber un enunciado observacional ϕ tal que no exista un ψ que describa una situación incompatible con ϕ. Esto puede darse o bien porque (*i*) ϕ es una verdad analítica, en cuyo caso ϕ no sería observacional, o porque (*ii*) nuestro lenguaje no es lo suficientemente expresivo como para permitir que ϕ exista, lo cual significa que debemos usar otro lenguaje. Por lo tanto, si ϕ es un enunciado observacional singular, también $\neg\phi$ lo es. Los siguientes axiomas caracterizan las propiedades que necesitamos del conjunto **Ob** de enunciados observacionales de **Le**.

Ax. $$\mathbf{Ob} \subseteq \mathbf{Si} \tag{2.6}$$

Ax. $$\mathbf{Ob} \neq \{\} \tag{2.7}$$

Ax. $$\phi \in \mathbf{Ob} \Leftrightarrow \neg\phi \in \mathbf{Ob} \tag{2.8}$$

De lo que se sigue que:

$\{2.7, 2.8\}$ $$\mathbf{Ob} \text{ es } \textit{inconsistente} \tag{2.9}$$

Ahora extenderé el uso del nombre **Ob** para que también denomine una función $\mathbf{Ob} : \wp\mathbf{Le} \longrightarrow \wp\mathbf{Ob}$, donde el **Ob** de la derecha refiere al conjunto de enunciados observacionales recién definido. Así, $\mathbf{Ob}(\mathbf{A})$ devuelve el conjunto de enunciados observacionales singulares de $\mathbf{A}$.

Def. $$\textbf{O}\textsc{\textbf{b}}(\mathbf{A}) = \mathbf{A} \cap \textbf{O}\textsc{\textbf{b}} \tag{2.10}$$

Con lo que podemos enunciar la siguiente propiedad satisfecha por toda teoría científica fáctica.

Ax. $$\textbf{O}\textsc{\textbf{b}}(\mathbf{T}) \neq \{\}, \text{ para toda teoría } \mathbf{T} \tag{2.11}$$

En adelante, el dominio de las variables sentenciales ϕ y ψ estará restringido a $\textbf{O}\textsc{\textbf{b}}$. Así, siempre que digamos que algún ϕ o todo ψ satisfacen algo, se entenderá que estamos hablando de enunciados observacionales; i.e. que $\phi, \psi \in \textbf{O}\textsc{\textbf{b}}$.

Las definiciones y axiomas presentados hasta ahora son obviamente insuficientes para hacer una caracterización adecuada de los enunciados observacionales. Para esto tendríamos que servirnos de lo que Hempel llama *términos observacionales*, que son predicados que denotan "propiedades o relaciones cuya presencia o ausencia en un caso dado puede ser intersubjetivamente determinada, en circunstancias apropiadas, mediante observación directa" (1952, pág. 22). Tal estrategia, sin embargo, sólo haría innecesariamente más larga y complicada esta exposición.

Para definir formalmente las nociones de corroborador y refutador potencial introduciré los conceptos acontecimiento (*Ereignis*, *occurence*) y evento (*Vorgang*) en su presentación por Popper (1935, §23). Podemos definir un *acontecimiento* como aquello descrito por enunciado observacional, de manera que dos enunciados observacionales lógicamente equivalentes describen el mismo acontecimiento. De ahí que el acontecimiento representado por ϕ sea el conjunto de todos los enunciados observacionales equivalentes a ϕ.[1]

Def. $$\textbf{A}\textsc{\textbf{c}}(\phi)^{\vdash} = \{\psi \mid \vdash \phi \leftrightarrow \psi\} \tag{Ac}$$

De lo que se sigue inmediatamente que:

{} $$\phi \in \textbf{A}\textsc{\textbf{c}}(\phi)^{\vdash} \tag{2.12}$$

De cualquier $\psi \in \textbf{A}\textsc{\textbf{c}}(\phi)^{\vdash}$ decimos que "ψ representa el acontecimiento $\textbf{A}\textsc{\textbf{c}}(\phi)^{\vdash}$", pues decir que "el acontecimiento $\textbf{A}\textsc{\textbf{c}}(\phi)^{\vdash}$ ha ocurrido" equivale a decir que "ϕ y to-

[1] Aquí la definición original: «Ist p_k ein besonderer Satz (der Index k deutet die auftretenden Individualien, bzw. die individuellen Koordinaten an), so nennen wir die Klasse aller mit dem Satz p_k äquivalenten Sätze das „Ereignis P_k".» (Popper 1935, pág. 48)

dos los enunciados equivalentes a ϕ son verdaderos” (Popper 1935, pág. 48). Nótese que un acontecimiento es siempre un conjunto de enunciados observacionales equivalentes entre sí de acuerdo con una relación de consecuencia lógica. Si cambiamos la relación de consecuencia, podríamos alterar el conjunto, pues los criterios de equivalencia lógica podrían cambiar.

Intuitivamente, un acontecimiento refiere a un hecho que puede ser descrito por enunciados observacionales, de lo que se sigue que son verificables. Por lo tanto, si $\mathbf{T} \vdash \phi$, la verificación de ϕ, y por lo tanto la de $\mathbf{Ac}(\phi)^{\vdash}$, sería una corroboración de $\mathbf{T}$. El conjunto de los corroboradores potenciales de una teoría $\mathbf{T}$, o $\mathbf{Co}(\mathbf{T})$, se puede definir entonces como la unión de todos los acontecimientos predichos por $\mathbf{T}$.

Def.
$$\mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \bigcup_{\phi \in \mathbf{T}^{\vdash}} \mathbf{Ac}(\phi)^{\vdash} \tag{Co}$$

Como corolario tenemos que el conjunto de corroboradores potenciales de una teoría es simplemente el conjunto de sus enunciados observacionales.

{}
$$\mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \mathbf{Ob}(\mathbf{T}^{\vdash}) \tag{2.13}$$

Demostración. ($\Rightarrow$) Según la definición (Co) que existe un $\psi \in \mathbf{T}^{\vdash}$ tal que $\phi \in \mathbf{Ac}(\psi)^{\vdash}$, si $\phi \in \mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash})$. Esto, por la definición (Ac) significa que $\vdash \psi \leftrightarrow \phi$, lo cual, por la definición (A4) del bicondicional y el postulado (A3), implica que $\vdash \psi \rightarrow \phi$. Pero como $\mathbf{T} \vdash \psi$ y $\vdash \psi \rightarrow \phi$, se sigue por el postulado (A1) que $\mathbf{T} \vdash \phi$, lo cual implica que $\phi \in \mathbf{Ob}(\mathbf{T}^{\vdash})$. ($\Leftarrow$) Se sigue del teorema (2.12) y la definición (Co).

Asimismo, si una teoría inconsistente está clausurada con respecto a una relación explosiva, se sigue que el conjunto de sus corroboradores potenciales es el conjunto de todos los enunciados observacionales.

{}
$$\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}} \text{ es } \textit{inconsistente} \Rightarrow \mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}) = \mathbf{Ob} \tag{2.14}$$

Demostración. El teorema (1.9) garantiza que $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}} = \mathbf{Le}$, para $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$ inconsistente, por lo que reemplazando en el teorema (2.13) obtenemos $\mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}) = \mathbf{Ob}(\mathbf{Le})$.

{2.7, 2.8}
$$\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}} \text{ es } \textit{inconsistente} \Leftrightarrow \mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}) = \mathbf{Ob} \tag{2.15}$$

Demostración. (⇒) Teorema (2.14). (⇐) Si asumimos $\mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash_E}) = \mathbf{Ob}$, del teorema (2.9) se sigue $\mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash_E})$ es inconsistente, lo cual por el teorema (2.13) implica que $\mathbf{Ob}(\mathbf{T}^{\vdash_E})$ es inconsistente y, por la definición (2.10), que también lo es $\mathbf{T}^{\vdash_E}$.

2.2.2. Falsadores potenciales

A lo largo de su *Logik*, Popper caracteriza los refutadores potenciales de una teoría como enunciados empíricamente contrastables prohibidos por, o inconsistentes con, tal teoría. De ahí que las siguientes expresiones sean empleadas de manera equivalente a lo largo de esta obra.

$$\alpha \text{ se } \textit{contradice} \text{ con } \mathbf{T} \tag{2.16}$$

$$\alpha \text{ es } \textit{inconsistente} \text{ con } \mathbf{T} \tag{2.17}$$

$$\alpha \text{ es } \textit{falso} \text{ según } \mathbf{T} \tag{2.18}$$

$$\alpha \text{ es } \textit{prohibido} \text{ por } \mathbf{T} \tag{2.19}$$

$$\alpha \text{ es } \textit{incompatible} \text{ con } \mathbf{T} \tag{2.20}$$

El sentido intuitivo de todos estos enunciados es similar. Según (2.16) y (2.17), α equivale a la negación de algo afirmado por $\mathbf{T}$. Por su parte, (2.19) y (2.20) estipulan que si aceptamos la teoría $\mathbf{T}$, debemos rechazar α, y viceversa. Finalmente, (2.18) nos dice que si creemos $\mathbf{T}$ es verdadera, se sigue que α es falsa. Las tres ideas pueden ser equiparadas si nos ubicamos en el contexto de una lógica clásica o explosiva. No obstante, es conveniente distinguir estos tres grupos de conceptos pues si $\mathbf{T}$ fuera inconsistente pero no trivial, los tres conceptos podrían no ser equivalentes.

Por ejemplo, es posible que α *se contradiga* (o *sea inconsistente*) con $\mathbf{T}$, pero al mismo tiempo sea *compatible con* (o *no prohibido por*) $\mathbf{T}$; e.g., cuando $\mathbf{T} \vdash \alpha \wedge \neg\alpha$. Asimismo, es posible que un enunciado α sea falso según $\mathbf{T}$, pero al mismo tiempo sea compatible con ella; e.g., cuando la semántica lógica es la de Priest y de los axiomas de $\mathbf{T}$ se sigue que $\mathsf{w}\alpha = \{\bot, \top\}$.

Entre estos tres conceptos, importa más el concepto de incompatibilidad (o prohibición) pues permite explicitar el conjunto de enunciados que $\mathbf{T}$ nos fuerza a rechazar, y que nos forzarían a rechazar $\mathbf{T}$. Esto es importante pues, incluso para un defensor del dialeteismo como Priest no es racional aceptar y rechazar la misma información Priest (2006b, §7.3). Diremos entonces que *todos los enunciados empíricamente contrastables que sean incompatibles con la teoría serán sus refutadores potenciales.* El sentido clásico en que se entiende esta compatibilidad es, por supuesto, el de la contradicción. A los refutadores potenciales definidos en este sentido les llamaré, de acuerdo a la etimología del término original, *falsadores potenciales.* Así, el conjunto de falsadores potenciales de una teoría $\mathbf{T}$, o $\mathbf{Fa}(\mathbf{T})$, es la unión de los acontecimientos de las negaciones de los enunciados de $\mathbf{Ob}(\mathbf{T})$.

Def.
$$\mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \bigcup_{\phi \in \mathbf{T}^{\vdash}} \mathbf{Ac}(\neg\phi)^{\vdash} \qquad (Fa)$$

De lo que tenemos:

{}
$$\mathbf{T} \vdash \phi \Rightarrow \neg\phi \in \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) \qquad (2.21)$$

Demostración. De la definición (Fa) y el teorema (2.12).

{N1}
$$\phi \in \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) \Rightarrow \mathbf{T} \vdash \neg\phi \qquad (2.22)$$

Demostración. Por la definición (Fa), de $\phi \in \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash})$ se sigue que $\phi \in \mathbf{Ac}(\neg\psi)^{\vdash}$, para $\psi \in \mathbf{T}^{\vdash}$. Por el postulado (N1) tenemos que $\vdash \psi \to \neg\neg\psi$, por lo que (A1) garantiza que $\mathbf{T} \vdash \neg\neg\psi$. De definición ($Ac$) y $\phi \in \mathbf{Ac}(\neg\psi)^{\vdash}$ se deduce que $\vdash \neg\psi \leftrightarrow \phi$, lo cual por los postulados (A3), (A5) y (A7) y la definición (A4) del bicondicional implica que $\vdash \neg\neg\psi \to \neg\phi$. De esto y $\mathbf{T} \vdash \neg\neg\psi$ se sigue, por (A1), que $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$.

{N1, N2}
$$\mathbf{T} \vdash \neg\phi \Leftrightarrow \phi \in \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) \qquad (2.23)$$

Demostración. ($\Rightarrow$) Por el teorema (2.21) y los postulados (A6), (N1) y (N2). ($\Leftarrow$) Teorema (2.22).

{N1, N2}
$$\mathbf{T} \vdash \phi \Leftrightarrow \neg\phi \in \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) \qquad (2.24)$$

Demostración. ($\Rightarrow$) Teorema (2.21) ($\Leftarrow$) Del teorema (2.22) y (N2).

Este concepto parece incompatible con las teorías inconsistentes pues si $\phi, \neg\phi \in \mathbf{T}^{\vdash}$, tendremos que tanto ϕ cuanto $\neg\phi$ serán sus refutadores potenciales. Sin embargo, este no sería el caso si la teoría fuera *empíricamente consistente* (EC); i.e. si su subconjunto de enunciados observacionales fuera consistente.

Def. $$\mathbf{A} \text{ es } EC \Leftrightarrow \textbf{O}\textsc{b}(\mathbf{A}) \text{ es } consistente \qquad (EC)$$

Si $\mathbf{A}$ no es empíricamente consistente, entonces es *empíricamente inconsistente.* Es perfectamente posible que una teoría $\mathbf{T}^{\vdash}$ sea (teóricamente) inconsistente, pero empíricamente consistente. Si esto es así, poco importa que $\mathbf{T}^{\vdash}$ implique incluso todos los enunciados teóricos o que sea *teóricamente trivial*, pues no tendremos dos enunciados observacionales contradictorios que sean refutadores potenciales de $\mathbf{T}^{\vdash}$.

{N1, N2} $$\mathbf{T}^{\vdash} \text{es } EC \Leftrightarrow \textbf{F}\textsc{a}(\mathbf{T}^{\vdash}) \text{ es } consistente$$

Demostración. Por las contrapositivas de cada lado y las definiciones (EC) y (Con) debemos demostrar que $\phi, \neg\phi \in \textbf{F}\textsc{a}(\mathbf{T}^{\vdash}) \Leftrightarrow \psi, \neg\psi \in \mathbf{T}^{\vdash}$, para algún ϕ y ψ. Esto se sigue trivialmente de los teoremas (2.23) y (2.24).

No obstante, a menos que consideremos que algunos enunciados observacionales no satisfacen el principio de tercio excluido, la definición (Fa) refuta a priori cualquier que teoría empíricamente inconsistente. Asimismo, si la lógica en que la teoría inconsistente está clausurada es explosiva, toda fórmula empírica será su refutador potencial.

{N1, N2} $$\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}} \text{ es } inconsistente \Rightarrow \textbf{F}\textsc{a}(\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}) = \textbf{O}\textsc{b} \qquad (2.25)$$

Demostración. Por el teorema (2.23), para que $\textbf{F}\textsc{a}(\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}) = \textbf{O}\textsc{b}$ basta que para todo ϕ, $\mathbf{T} \vdash_{\mathsf{E}} \neg\phi$, lo que se sigue de la definición (E).

{N1, 2.7, 2.8} $$\textbf{F}\textsc{a}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \textbf{O}\textsc{b} \Rightarrow \mathbf{T}^{\vdash} \text{ es } inconsistente \qquad (2.26)$$

Demostración. Se sigue trivialmente de los teoremas (2.9) y (2.22).

Es por esto que Popper consideró la consistencia una condición necesaria para la refutabilidad. Esto no solo porque una teoría inconsistente sería falsa, sino porque al implicar todo enunciado, no prohíbe ninguno. Como consecuencia, ningún enunciado o conjunto de enunciados sería incompatible con ella. Esto se encuentra bien expresado en la edición inglesa de su *Logic*.

> Pero la importancia del requisito de consistencia será apreciada si nos damos cuenta de que un sistema contradictorio no es informativo. Esto es así porque podemos derivar cualquier conclusión que nos plazca de este. Así, ningún enunciado es señalado ni como incompatible ni como derivable, pues todos son derivables. (Popper 2002, pág. 72)

El teorema (2.26), sin embargo, sugiere una interpretación distinta: que las teorías inconsistentes/triviales *lo prohíben todo* y son *demasiado informativas*, en lugar de *permitirlo todo* y ser *no informativas*. Considero que ambas interpretaciones son válidas pues ambos casos son igualmente indeseables. Si nos atenemos, empero, a la equivalencia entre los conceptos de incompatibilidad e inconsistencia, creo que mi interpretación es más apropiada. En todo caso, los teoremas (2.15) y (2.26) en conjunción pueden ser interpretados en el sentido de que las teorías inconsistentes lo permiten y prohíben todo, lo cual es aún más indeseable.

Es por todo esto Popper restringe su definición del concepto de refutabilidad solo a las teorías consistentes. Así, una teoría consistente es *lógicamente refutable* divide el conjunto de todos los enunciados observacionales entre dos conjuntos no vacíos: (i) el conjunto de *refutadores potenciales* de la teoría, i.e., enunciados no permitidos por la teoría, o inconsistentes con ella; y (ii) el conjunto de enunciados que la teoría permite, o que no la contradicen. (Popper 1935, §21)

Sin embargo, Popper también estipula un mínimo de contenido empírico que toda teoría debe cumplir para ser refutable; para él no basta que la teoría prohíba algunos cuantos acontecimientos, es necesario que prohíba por lo menos un evento. Un *evento* expresa aquello que es "*típico* o *universal* de un acontecimiento" (ibíd., pág. 48). Por ejemplo, dado el enunciado observacional "Alberto viste un polo azul", que representa el acontecimiento de que *Alberto viste un polo azul*, tenemos el evento *vestir un polo azul*, que es indiferente de Alberto o cualquier persona que lo pueda vestir.

Como ya vimos, los enunciados observacionales son enunciados singulares. Esto significa que, dado un predicado monádico P, un enunciado observacional sobre a será de la forma Pa. Sin embargo, P puede estar definido en función de un predicado diádico R y un objeto c en su dominio, de manera que Pa sea equivalente en definición a Rac. Por ejemplo, si a refiere a Alejandra, c a Carla y Rxy denota que "x juega ajedrez con y", lo típico o o universal del acontecimiento denotado por Pa o Rac podría ser tanto (i) *jugar ajedrez con María* o (ii) *jugar ajedrez con Patricia.* Para evitar esta ambigüedad diremos que un evento representa lo general de un acontecimiento con respecto a cierto x de que trata tal acontecimiento. En su presentación original, Popper representa los eventos como clases de acontecimientos. Para no usar conjuntos de conjuntos, representaré los eventos como conjuntos que incluyen acontecimientos.[1]

Def. $$\mathbf{E\textsc{v}}(\phi, u)^{\vdash} = \bigcup_t \mathbf{A\textsc{c}}(\phi_u^t)^{\vdash}, \text{ donde } \phi_u^t \in \mathbf{O\textsc{b}} \qquad (Ev)$$

En síntesis, si el enunciado observacional Jac se lee "Alejandra juega ajedrez con Carla", entonces Jac representa el acontecimiento de que *Alejandra juega con Carla*, o $\mathbf{A\textsc{c}}(\mathrm{J}ac)^{\vdash}$, que es un subconjunto de los eventos *jugar con Carla* o $\mathbf{E\textsc{v}}(\mathrm{J}ac, a)^{\vdash}$ y *jugar con Alejandra* o $\mathbf{E\textsc{v}}(\mathrm{J}ac, c)^{\vdash}$. En términos similares a estos, Popper define que una teoría es refutable, o en este caso *falsable*, si prohíbe "al menos un evento" (1935, pág. 49). Si restringimos el dominio a las teorías consistentes, la definición (Fa) satisface tal requisito. En adelante, cuando ϕ tenga un solo nombre o sea evidente por el contexto de qué nombre en ϕ se trate, referiremos al evento correspondiente con $\mathbf{E\textsc{v}}(\phi)^{\vdash}$.

Def. $$\mathbf{T}^{\vdash} \text{ es } \textit{falsable} \Leftrightarrow \mathbf{E\textsc{v}}(\phi)^{\vdash} \subseteq \mathbf{F\textsc{a}}(\mathbf{T}^{\vdash}), \text{ para algún } \phi \qquad (F)$$

[1] Aquí la definición original: «Ein „Vorgang (P)" ist *die* Klasse *aller* Ereignisse $P_k, P_l, \ldots$ die sich nur durch die Verschiedenheit der Individualien unterscheiden» (1935, pág. 48). En la edición inglesa, la definición de Popper dice "Let $P_k, P_l, \ldots$ be elements of *a* class *of* occurrences" (2002, pág. 69), no *la* clase *de todos* los acontecimientos. Esto se contrapone con que los eventos "pueden ser descritos con la ayuda de nombres universales" (ibíd., pág. 69). Es curioso que este error esté en la traducción inglesa hecha, aunque en colaboración, por el mismo Popper. He corroborado que la traducción castellana de Víctor Sánchez reproduce el mismo error. (Los énfasis son míos.)

Lo inapropiado de estas definiciones para las teorías inconsistentes es evidente. Siendo la consistencia condición necesaria para la falsabilidad las teorías inconsistentes no pueden ser falsables. La refutabilidad, sin embargo, debe ser una propiedad definida para cualquier teoría si queremos tener a las teorías inconsistentes en su dominio. Tal definición debe evitar modificar el significado que tendría para las teorías clásicas. Queremos que la refutabilidad y la falsabilidad sean, en lo principal, equivalentes si $\mathbf{T}^{\vdash}$ es consistente y $\vdash$ es explosiva. Para esto debemos modificar el concepto de refutador potencial de manera que se adapte a las características de cada lógica. De esta suerte, una teoría inconsistente clausurada en una lógica explosiva no podrá ser refutable, pero sí lo podrá ser si está clausurada en una paraconsistente.

2.3. Críticas al refutacionismo

> *I had retrod the steps of knowledge along the paths of time, and exchanged the discoveries of recent enquirers for the dreams of forgotten alchymists. Besides, I had a contempt for the uses of modern natural philosophy. It was very different, when the masters of the science sought immortality and power; such views, although futile, were grand; but now the scene was changed. The ambition of the enquirer seemed to limit itself to the annihilation of those visions on which my interest in science was chiefly founded.*
>
> —Victor Frankenstein, *Frankenstein* (1818)

El refutacionismo fue criticado Reichenbach alegando que ninguna teoría científica es realmente refutada por un contra-ejemplo (1932, pág. 428)[1]. En su respuesta a *Logik der Forschung*, Reichenbach agrega que siempre podemos explicar la inconsistencia entre teoría y hechos "trasladando el error a la determinación del hecho" en lugar de a la teoría.

> Si, por ejemplo, queremos probar la afirmación teórica de que la corriente eléctrica produce un campo magnético por medio de la desviación de un aguja magnética a través de la corriente, entonces un fracaso (*Versagen*)

[1]«Kein Naturgesetz besitzt nämlich die von Popper vermutete Form, nach der es widerlegt wäre, wenn sich ein Gegenfall aufzeigen läßt.»

> del experimento no debe considerarse una refutación de la teoría; la no rotación de la aguja magnética puede deberse a que la aguja del compás estaba atascada en donde estaba. Y aunque es posible descartar esta posible explicación del fracaso por medio de otro intento, aun quedan muchas otras posibles explicaciones. (Reichenbach 1935, pág. 270)

Los físicos simplifican este procedimiento, según Reichenbach, dando un grado de probabilidad cada vez más bajo a la hipótesis contrastada, hasta considerarla probabilistamente falsa. Considerando esto, Neurath propuso un cambio terminológico similar a uno propuesto por Popper. Mientras este habla de corroboración en lugar de verificación, aquél habla de *sacudida* o *puesta en duda* (*Erschütterung*) en lugar de refutación. De ahí que se oponga tanto a Reichenbach como a Popper en sus intentos de proponer una metodología general de *inducción* o *control*, respectivamente, aplicable a cualquier teoría de cualquier disciplina. De Popper critica más precisamente, su análisis de las teorías científicas como *sistemas* abstractos bien definidos, libres de ambigüedades, y cuyas relaciones lógicas son muy claras. Tal análisis, según Neurath, no es aplicable a todas las teorías científicas pues los enunciados "con los que realmente trabajamos utilizan muchos términos imprecisos, de manera que los 'sistemas' solo pueden destacarse como abstracciones." (1935, pág. 354)

Neurath propuso, en cambio, analizar las teorías científicas como *enciclopedias* escogidas por un investigador de acuerdo a la naturaleza del objeto estudiado, y cuyas relaciones lógicas con la experiencia no pueden ser determinadas de antemano. Esto no implica que no deba existir alguna forma efectiva de conectar tales enciclopedias con los enunciados observacionales. No obstante, ningún método general de inducción o control debe determinar de antemano la naturaleza de esta conexión.

> *Rechazamos que la enciclopedia preferida por un investigador sea lógicamente seleccionada con ayuda de un método esquemático general* (generell skizzierbaren Method). Con esto liberamos a las ciencias fácticas no solamente de que tengan un método general de "inducción", sino también de que tengan un método general de "control". (ibíd., pág. 355)

Neurath propone así un modelo más amplio de la teorización científica, que tiene a los sistemas como caso especial. Aunque critica la pretensión popperiana de representar cualquier teoría científica como un sistema, reconoce que sus propuestas y las de Reichenbach explican con suficiencia ciertos dominios de la teorización científica —contrariamente a Popper, quien desecha la propuesta de Reichenbach por completo.

Décadas más tarde, Thomas Kuhn profundizó estas críticas señalando que toda teoría nace refutada pues aun las más exitosas se topan con observaciones o experimentos incompatibles con sus predicciones, a los que llama *anomalías*. La mayor parte del trabajo científico consiste entonces en explicar estas anomalías a partir de una teoría asumida, en lugar intentar probarla o refutarla. Tal actividad se hace presuponiendo ciertas prácticas, conceptos e instrumentos compartidos por una comunidad científica de un tiempo y lugar dado, que constituyen su *paradigma*. La *ciencia normal* es, en este sentido, la actividad de "digerir" estas anomalías en el contexto de un paradigma. Los descubrimientos no previstos y difíciles de interpretar por el paradigma dominante forman parte de lo que Kuhn llama *ciencia extraordinaria*. Un ejemplo clásico de ciencia extraordinaria fue el descubrimiento del átomo de hidrógeno pues presupuso una nueva teoría e incluso un nuevo lenguaje que exprese el concepto contemporáneo de átomo.

Para Kuhn la justificación de los paradigmas no depende tanto de su verdad como de contar con la adhesión de una comunidad de especialistas. Tal adhesión puede darse por algunas razones objetivas como solucionar problemas importantes que el paradigma vigente no puede. Sin embargo, Kuhn consideró difícil el diálogo entre los defensores de dos paradigmas rivales, ya que ambos suponen concepciones básicas distintas. En sus términos, estos paradigmas no difieren en algunos detalles sino que implican "maneras inconmensurables de percibir el mundo y practicar la ciencia en él" (Kuhn 1996, pág. 4). No es posible desechar ciertas teorías o paradigmas por refutación pues toda teoría tiene siempre predicciones no cumplidas que, por sí solas no pueden descartar un paradigma, sino solamente "ayudar a crear una crisis o, más precisamente, reforzar una que se esté dando" (Kuhn 1996, pág. 79).

El cambio se da cuando otro paradigma atrae una comunidad de *adeptos* lo suficientemente influyente para *convertir* a otros especialistas. De este modo se produciría una revolución científica que, en analogía con la revolución política, cambia radicalmente el paradigma desde el cual se practicará la nueva ciencia normal. En este caso, las razones sociológicas explicarían las revoluciones científicas mejor que las propiedades objetivas de la teoría o la capacidad de los científicos para discernir racionalmente cuándo una teoría es mejor que otra. Los clientes, al fin y al cabo, no se fijan solo en el producto, sino también en dónde se hizo y quién lo vende.

> Ya debería estar claro que la explicación debe ser, en último análisis, psicológica o sociológica. Esto es, debería ser una descripción de un sistema de valores, una ideología, junto con una análisis de las instituciones en las que ese sistema es transmitido y aplicado. (Kuhn 1970, pág. 21)

Las tesis kuhnianas sentaron las bases para el *programa fuerte* de la sociología del conocimiento que pretende explicar la aceptación y cambios de teorías en la comunidad científica en términos puramente sociológicos. Esto, empero, no significa que el mismo Kuhn se haya comprometido con estas propuestas. De hecho, él mismo nunca emprendió de manera sistemática el trabajo de conectar hechos históricos o sociales particulares con el desarrollo de la ciencia.[1]

Popper le reconoció a Kuhn el haberle abierto los ojos con respecto a la existencia de lo que este llama ciencia normal. No obstante, objetó que "el científico 'normal' [...] ha sido mal instruido", pues para Popper "toda enseñanza universitaria (y si es posible la anterior) debe ser el entrenamiento e incitación del pensamiento crítico" (1970, pág. 52). Sobre la tentativa de explicar las revoluciones científicas en términos sociológicos, Popper objeta que:

[1]Al respecto recomiendo leer la semblanza que Clifford Geertz hace de Thomas Kuhn con motivo de su fallecimiento, donde entre otras cosas dice: «Kuhn was far from comfortable with doctrines that questioned either the possibility of genuine knowledge or the reality of genuine advances in it. Nor, for all his emphasis on sociological considerations in understanding of theory change, was he ever anything less than scornful of the notion that such considerations affect the truth value of theories of how light propagates or planets move.» (2000, pág. 166)

> [C]omparadas con la física, la sociología y la psicología están plagadas de modas y dogmas descontrolados. La idea de que podemos encontrar aquí una "descripción objetiva y pura" está claramente errada. (1970, págs. 57-8)

En otras palabras, aun si la explicación de las revoluciones científicas fuera eminentemente sociológica, esta disciplina no está preparada para asumir tal reto. El "regreso a estas, a menudo, espurias ciencias" (ibíd., pág. 58) poco pueden hacer para responder las principales preguntas epistemológicas.

En el contexto de esta discusión, Imre Lakatos reformuló el refutacionismo distinguiendo dos tipos de afirmaciones científicas: (*i*) las leyes generales que conforman el *núcleo* de la teoría y las (*ii*) *hipótesis auxiliares*. El núcleo se limita a leyes científicas pues tales son los principios que forman parte del núcleo duro de una teoría. Las hipótesis auxiliares incluyen enunciados teóricos y observacionales pues algunas de estas hipótesis son teorías sobre instrumentos con su propio núcleo duro, y otras son presupuestos empíricos como la ubicación de los objetos en un sistema dado.

La conjunción de (*i*) y (*ii*) produce predicciones empíricamente contrastables. Sin embargo, el fallo de tales predicciones nunca puede refutar el núcleo de la teoría, pues siempre es posible modificar nuestras hipótesis auxiliares de manera que la teoría sea compatible con nuestras observaciones. Por ejemplo, cuando las observaciones de Alexis Bouvard revelaron que la órbita de Urano tenía ciertas desviaciones que contradecían las predicciones contemporáneas, no solo se ponía a prueba la mecánica clásica, sino también la hipótesis auxiliar de que no existía cerca de Urano algún cuerpo que pueda alterar su órbita. En lugar de dar por refutada la teoría de Newton, Bouvard conjeturó la existencia de un octavo planeta, al que llamó Neptuno. Casos de este tipo demuestran que ningún experimento u observación basta por sí solo para refutar una teoría, pues no es una sola hipótesis lo que ponemos a prueba, sino un conjunto de ellas. De hecho, Lakatos remarca que "precisamente las más admiradas teorías científicas simplemente no pueden prohibir ningún estado de cosas observable" (1978, pág. 16).

Lakatos llama *programas de investigación* a sucesiones de teorías ligeramente distintas entre sí, cada una de las cuales incluye el núcleo de la teoría y un conjunto de hipótesis auxiliares. Cada teoría de esta sucesión produce ciertas hipótesis contrastables cuya eventual refutación lleva a esta comunidad a revisar la teoría, especialmente las hipótesis auxiliares, de manera que podamos explicar estos resultados contrarios con nuevas hipótesis contrastables. La sucesión representa el cambio que ha sufrido la teoría gracias a los esfuerzos de una comunidad científica por defender su núcleo.

En nuestra notación, un programa de investigación $\mathfrak{T}$ sería una sucesión $\mathfrak{T} = \langle \mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, ...\mathbf{T}_n \rangle$, donde cada teoría $\mathbf{T}_{i+1}$ es ligeramente distinto a su antecesora $\mathbf{T}_i$. Cada $\mathbf{T}_i$ es está conformado por un núcleo $\mathbf{N}_i \subset \textbf{L}\textsc{e}$ y un cinturón de hipótesis auxiliares $\mathbf{H}_i$ de manera que $\mathbf{T}_i = (\mathbf{N}_i \cup \mathbf{H}_i)^{\vdash}$. Así, una teoría del movimiento planetario $\mathbf{T} = (\mathbf{N} \cup \mathbf{H})^{\vdash}$ que pretenda predecir el movimiento del Sistema Solar, debe incluir en $\mathbf{H}$ presupuestos empíricos sobre la ubicación de sus planetas en algún momento dado. Cada $\mathbf{T}_i$ de un determinado programa $\mathfrak{T}$ tendrá consecuencias lógicas empíricamente contrastables y prohíbe ciertos estados del mundo. En tanto la mayoría de $\mathbf{T}_i$ prohíban un cierto estado del mundo, tenderemos a creer que todo el programa $\mathfrak{T}$ lo prohíbe, o lo hace menos probable. La refutación de cada $\mathbf{T}_i$ conlleva a una nueva $\mathbf{T}_{i+1}$ donde, normalmente, los núcleos $\mathbf{N}_i$ y $\mathbf{N}_{i+1}$ permanecen aproximada o exactamente iguales, siendo los cinturones de hipótesis los que experimentan cambios más sustanciales. Los cambios en el núcleo se dan, normalmente, cuando la teoría no ha sido aún completamente formulada o implica algunas inconsistencias internas o con respecto a otras teorías bien establecidas.

Los programas de investigación de Lakatos se parecen a los paradigmas de Kuhn. En ambos casos tenemos comunidades científicas defendiendo ciertos postulados básicos y que, ante evidencias negativas, intentan generar nuevas hipótesis que permitan explicar las anomalías. Tanto programas cuanto paradigmas no son evaluados únicamente por sus propios méritos, sino que hay factores externos que determinan su éxito. Pero mientras para Kuhn tales factores externos deben explicarse en buena medida sociológicamente, Lakatos considera que la racionalidad es determinante.

Es así que el éxito de un programa depende, según Lakatos, de su "exceso de contenido empírico corroborado sobre su predecesor (o rival)" (1978, pág. 32). Éste también es un factor externo en la medida que ningún programa decide cuál es su programa rival. Para Lakatos, de hecho, la refutación no se da en el nivel de las teorías, sino de los programas. Un nuevo programa, entonces, no es aceptado solo por un experimento crucial que refutó el anterior, sino porque "lleva al descubrimiento de nuevos hechos" inimaginables en los programas rivales (ibíd., pág. 32).

En general, el proceso de adopción y rechazo de un programa de investigación puede ser *racionalmente reconstruido* como sigue: (*i*) las teorías científicas producen predicciones arriesgadas que, (*ii*) de ser confirmadas, nos permiten aceptar la teoría provisionalmente y, (*iii*) de ser refutadas, nos llevan a buscar hipótesis *ad hoc* produzcan nuevas predicciones; (*iv*) en el contexto de otro programa aparece una nueva teoría que predice los mismos fenómenos que la anterior con igual o mayor precisión, predice acertadamente allí donde la anterior fallaba y además propone nuevas predicciones quizá impensables en el anterior programa; mientras tanto, el antiguo programa solo reinterpreta los nuevos resultados sin contribuir con conocimiento nuevo; finalmente, (*v*) un creciente número de científicos adopta el programa nuevo y abandona el anterior. Este proceso es un tanto más complejo que el supuesto por Popper, pero redime la racionalidad que Kuhn había subestimado en la ciencia. Esto porque, si bien Lakatos acepta que ninguna teoría puede ser definitivamente refutada, evidencia que puede haber buenas razones para abandonar un programa de investigación y adoptar otro más productivo.

Los críticos del refutacionismo a menudo omiten la distinción hecha por Popper entre los sentidos lógico y práctico de la refutabilidad (cf. 1935, §9; 1989). El primero tiene que ver con las propiedades lógicas de las teorías, de manera que una teoría será refutable en tanto sea incompatible con una clase no vacía de enunciados observacionales Popper 1935, §21. El segundo tiene que ver más bien con la posibilidad práctica de refutar la teoría. Al respecto Popper remarcó incluso que "las teorías refutables en el primer sentido nunca son refutables en el segundo" (1989, pág. 84).[1]

Aunque no sea posible rechazar una teoría por algunas cuantas observaciones adversas, sí es importante que algunos enunciados le sean lógicamente incompatibles, pues tales enunciados determinan el potencial éxito comparativo de un programa y la misma posibilidad lógica de que una teoría fáctica sea falsa. Si bien los *planteamientos teóricos* (ver sec. 3.2.1) no tienen conexiones lógicas translúcidas, las teorías acabadas de las ciencias mejor consolidadas sí las tienen. Por esto podemos exigir al menos de tales teorías que establezcan a priori qué hechos podrían refutarlas o *sacudirlas*. Esto aun si fuera en la práctica imposible determinar si tales hechos han acontecido.

Si restringimos el refutacionismo a teorías de este tipo, quedaría por responder la objeción de Neurath según la cual algunas disciplinas, como la sociología, no validas sus teorías de acuerdo con esta estrategia. Ante esto podríamos cuestionar si tales disciplinas realmente logran un estándar mínimo de cientificidad que justifique traerlas a colación. ¿Quién objetaría contra el refutacionismo el que la astrología no satisfaga sus requisitos? Esto porque la propuesta refutacionista es eminentemente *prescriptiva*; no busca dar cuenta de lo que hacen los científicos con sus teorías, como en una propuesta *descriptiva*, sino que propone un criterio para decidir cuándo una teoría es científica o no lo es. El caso de la sociología y otras disciplinas cuyos estándares de cientificidad son dudosos presenta la mejor evidencia en contra de los intentos por reconciliar las dimensiones prescriptiva y descriptiva de la epistemología (cf. Díez y Moulines 1999, sec. I.2). Esto porque no podemos empezar a incluir a la sociología en nuestra descripción a menos que hayamos decidido que es una disciplina científica; sin embargo, no podemos decidir esto arbitrariamente, sino evaluando si tal disciplina satisface los requisitos o prescripciones necesarias para convertirse en

[1] «(1) *Falsifiziebar* als ein technischer Terminus im Sinne des Abgrenzungskriteriums der Falsifizierbarkeit: Das ist ein rein logischer Begriff, der auf einer logischen Relation zwischen der fraglichen Theorie und der Klasse der Basissätze beruht. (2) *Falsifizierbar* in dem Sinne, daß die fragliche Theorie endgültig oder zwingend falsifiziert werden kann: Popper hat immer betont daß auch eine im ersten Sinn falsifizierbare Theorie im zweiten Sinn niemals falsifizierbar ist.»

una ciencia.

Sin embargo, no es necesario acudir a disciplinas como la sociología para cuestionar la validez general del refutacionismo. Como la discusión de tales casos más sofisticados exceden los objetivos de esta tesis, restringiré las propuestas de esta disertación a toda teoría o disciplina que satisfaga los requisitos del refutacionismo.

Para que el modelo refutacionista pueda considerarse aplicable a las teorías científicas debemos asumir una de dos posturas: (*i*) las teorías en cuestión son las teorías que conforman la sucesión de un programa de investigación o (*ii*) existe un conjunto de presupuestos teóricos referente al diseño de experimentos e instrumentos de observación que se asumen como no problemáticos. No tengo espacio para explicar por qué (*i*) y (*ii*) son equivalentes para los propósitos de este trabajo. De cualquier modo, (*ii*) hace el tratamiento más sencillo pues no debemos incluir en la teoría los presupuestos que deberíamos incluir en (*i*). De ahí que mi tratamiento formal de la sección 2.2 sea más compatible con (*ii*).

Capítulo 3

Ciencia e inconsistencia

> Now, when I am fighting with cancer of the colon, I came to the opinion that most (or even any) case of cancer is an inconsistency ocurring in the world, which should be taken as the paradigmatic case by any true dialectical theory. I am therefore preparing myself to become a Hegelian after death.
>
> —Jerzy Perzanowski (2001)

3.1. Inconsistencias factuales

Las inconsistencias son peligrosas aun si no implican cualquier cosa. Por ejemplo, el uso paralelo de dos sistemas de medidas distintos (el métrico y el anglo-americano tradicional) provocó desajuste en la trayectoria del Mars Climate Orbiter que ocasionó su destrucción en el año 1990 (cf. Alder 2003, pág. 11). Nótese que estos sistemas de medida se contradicen solo en un nivel lingüístico, y no presuponen teorías fácticas distintas: lo que decimos en un sistema puede decirse en el otro sin alterar el significado. Las inconsistencias teóricas, en cambio, podrían encerrar incompatibilidades más profundas, lo cual justifica que la mayoría de científicos y filósofos las consideren indeseables. Siguiendo a Gotesky (1968), Bartelborth (1989, págs. 95-6) y Priest (2006a, pág. 144), podemos clasificar las inconsistencias científicas en tres grupos:

Factuales: Inconsistencias entre una teoría y los datos u observaciones; i.e. "creencias, opiniones, teorías que son tenidas por verdaderas incluso cuando existen hechos que las contradicen" (Gotesky 1968, pág. 488).

Externas: Inconsistencias entre teorías que describen el mismo sistema y que "atribuyen naturalezas distintas a las mismas cosas o llegan a diferentes conclusiones acerca de ellas" (ibíd., pág. 484).

Internas: Que caracterizan a las teorías inconsistentes objeto de esta disertación.

La *tradición* epistemológica y científica ha decantado siempre por ver la inconsistencia como un defecto. Podemos resumir la postura tradicional con respecto a cada tipo inconsistencia como sigue:

i) Si una teoría es inconsistente con los datos, entonces es falsa.

ii) Si dos teorías se contradicen, por lo menos una no es verdadera.

iii) Una teoría internamente inconsistente es trivial y, por tanto, inútil.

Davey (2014) llama *contra-tradición* al programa, asociado a la paraconsistencia, que cuestiona de manera moderada o radical alguna de las posturas tradicionales (*i*–*iii*). La mayor parte de publicaciones del programa paraconsistente consiste de: (*a*) propuestas y análisis de sistemas lógicos paraconsistente; (*b*) reflexión filosófica de los fundamentos de la racionalidad; y (*c*) aplicación de lógicas paraconsistentes a problemas matemáticos —e.g. la formulación de una teoría de conjuntos. Un cuarto y minoritario grupo de publicaciones se dedica al análisis epistemológico de las ciencias fácticas, cuyas dos únicas publicaciones colectivas son las de Meheus (2002) y Martínez-Ordaz y Estrada-González (2017).

Con respecto a las inconsistencias factuales, Priest señala que una teoría no se descarta por una observación contraria, pues tal observación puede ser tratada como una anomalía (2006a, pág. 145). En esto, sin embargo, la tradición epistemológica está unánimemente de acuerdo. No es necesario tomar las posturas más heterodoxas de Kuhn (1996), Lakatos (1978) y Feyerabend (1981), pues Reichenbach (1935), Neurath (1931; 1935), Popper (1970; 1989) y Hempel (2000) conocían bien las limitaciones prácticas de la refutación.

Una afirmación más arriesgada fue hecha por da Costa, de acuerdo con quien "la operación de falsificación [...] consiste en la restricción apropiada de los dominios de aplicación de las teorías (incluidas leyes e hipótesis)" (1997, pág. 199). En este sentido, da Costa propone que una teoría que ha gozado de suficiente confirmación nunca es falsada, sino que solo se restringe su campo de aplicación. Esto se opone abiertamente a la tradición epistemológica y científica pues algunas hipótesis refutadas, como el modelo ptolemaico del Sistema Solar, han sido definitivamente abandonadas y son consideradas estrictamente falsas.

Una contribución sobre las inconsistencias factuales fue hecha por Martínez-Ordaz, quien las subdivide entre independiente y auxiliar. Sea **T** una teoría fáctica y **S** una teoría usada para el diseño de un experimento. Decimos que una inconsistencia entre **T** y una observación es *independiente* cuando la intersección entre **S** y los presupuestos relevantes de **T** para este experimento es vacía; de lo contrario, decimos que tal inconsistencia es *auxiliar* (Martínez-Ordaz 2017, pág. 142). De las inconsistencias independientes podemos decir que representan una inconsistencia entre teoría y observación que no depende de la interacción entre los presupuestos **T** y **S**. De las inconsistencias auxiliares, en cambio, no podemos decir esto pues es difícil determinar en qué medida se deben a la interacción entre **S** y **T**.

Otra contribución interesante va en contra de la afirmación de Popper, según quién la lógica clásica es el único marco lógico apropiado para la contrastación (1979, pág. 305). El *marco lógico de la contrastación* no precisa ser clásico; i.e. la lógica con que comparamos los enunciados empíricos de nuestra teoría con los que describen nuestras observaciones no debe ser la clásica. La lógica presupuesta por una teoría no debe confundirse con el marco lógico de su contrastación. Por ejemplo, si una teoría presupone una lógica paraconsistente y resulta empíricamente consistente, podemos usar un marco lógico clásico sin ningún problema.

La afirmación de Popper es bastante razonable pues al ser altamente intolerante a las inconsistencias, la lógica clásica es una excelente retro-transmisora de la falsedad. El que un marco lógico sea adecuado para un proceso de contrastación, y en particular para la refutación, depende precisamente de su capacidad para retro-transmitir la falsedad.[1] Tennant (1985), sin embargo, demostró que las lógicas intuicionista y mínima también son tan adecuadas como la clásica. No parece, empero, ser este el caso de la lógica paraconsistente pues su tolerancia a la inconsistencia le puede impedir la retro-transmisión de la falsedad. Esto no parece haber sido disputado por la contra-tradición, cuyo principal trabajo ha sido el análisis de inconsistencias externas e internas. A esto dedicaré los siguientes dos capítulos.

3.2. Inconsistencias externas

If I'm going to have a past*, I prefer it to be* multiple choice*.*

—The Joker, *The Killing Joke* (Alan Moore, 1988)

Los principales problemas relativos a las inconsistencias externas también conciernen a las internas: ¿qué tipo de compromiso epistémico existe hacia dos teorías inconsistentes entre sí o hacia una teoría internamente consistente?; y ¿es racional un científico que opera con inconsistencias?, ¿puede modelarse esta racionalidad con una lógica paraconsistente? En esta sección trato estos para ambos tipos de inconsistencias, y en el siguiente discuto los problemas exclusivos de las internas.

3.2.1. Compromiso epistémico

This is an imaginary story *—which may never happen, but then again may. ... This is an* imaginary story*...*
Aren't they all?

—Alan Moore, *Whatever Happened to the Man of Tomorrow?* (1986)

Algunos autores consideran que el compromiso epistémico adecuado hacia la información inconsistente debe ser más débil que el de la creencia. Esto porque un cuerpo de conocimiento inconsistente no puede ser verdadero. Si hablamos de inconsistencias externas, por lo menos una de las teorías debe ser falsa.

[1] En esto debería concordar Priest, quien destaca el rol refutativo de la lógica en la ciencia empírica: «[T]he central uses of deductive argument are (i) to stablish new truths from old (as in mathematics) and (ii) to establish old falsehoods from new (as in experimental refutation).» (2006b, pág. 84)

En armonía con eso, Madan propone que "un objetivo científico racional sería encontrar teorías máximamente inconsistentes [entre sí] que sean fácticamente adecuadas" (1983, pág. 453). Este objetivo es razonable pues, siendo las teorías solo aproximaciones, no hay ningún impedimento para tener teorías que se contradigan si ambas tienen apoyo empírico. Esto es especialmente así en disciplinas que no cuentan con una teoría unificada, sino con varias teorías incompatibles entre sí que explican distintos aspectos de un mismo problema. Madan considera por esto que desarrollar una propuesta para maximizar inconsistencias evitaría "la desilusión que afrontan estudiantes de economía educados para creer que su disciplina es una ciencia como la física" (ibíd., pág. 454). Esta propuesta parece ser incompatible con el realismo científico pues asume que, en este caso, la economía solo ofrece "proposiciones falsas en el mundo real, que sin embargo son verdaderas con suficiente frecuencia como para lograr nuestra atención." (ibíd., pág. 454)

Sin embargo, también existen propuestas que defienden el realismo científico a pesar de las inconsistencias. Para este propósito el concepto de *aceptación*, propuesto originalmente por Bas van Fraassen (1980), es un concepto intermedio entre creencia y consideración. Decimos que aceptamos una teoría cuando la tratamos como si creyéramos en ella, en particular, en sus consecuencias observacionales. En palabras de Lipton, van Fraassen busca nuestras creencias de modo que "no vayan mucho más allá de la evidencia" (2007, pág. 121). De ahí que afirmar que una teoría es verdadera sea condición suficiente pero no necesaria para tener un compromiso realista (Brown 1990, pág. 281).

Por esto, Brown propone aceptar un cuerpo de información inconsistente cuando provee "la mejor y más general explicación (*account*) disponible de [su] dominios", pero también establecer "limites contextuales para tal compromiso de manera que evitemos insertar enunciados incompatibles en alguna parte" (ibíd., pág. 285). Lipton propone en cambio debemos reducir nuestra creencia creencia "del total de la teoría debido a la contradicción" (2007, pág. 121). En este sentido, es posible reducir la(s) teoría(s) original(es) a un conjunto de enunciados consistente, ninguno de los cuales haya sido deducido de las contradicciones del sistema original (2007, pág. 128).

Esta línea ha sido criticada por Joel Smith, quien acuña el concepto de *planteamiento* (*proposal*) "para referir simplemente a una colección de enunciados", mientras que *teoría* refiere a una colección de enunciados lógicamente clausurado (1988b, pág. 429). Cuando la cerradura deductiva de un planteamiento resulta en una teoría inconsistente, no es correcto decir que creemos o aceptamos la teoría resultante. En lugar de eso, el científico teórico "usa el planteamiento original junto con las pruebas disponibles que lo confirmen, para darnos una proyección esquemática de cómo será la teoría consistente que lo reemplace (o una parte de ella)" (ibíd., pág. 438). Es por esto que, para Smith, las teorías inconsistentes no pueden ser tratadas como teorías acabadas cuya aceptación deba ser justificada, pues las teorías inconsistentes solo pueden estudiarse dentro del contexto de descubrimiento.[1]

Por su parte, da Costa y French consideran que abandonar la creencia en las consecuencias lógicas de los planteamientos "es una maniobra radical bajo cualquier circunstancia pues pone estos avances científicos, profundamente importantes como son, más allá del alcance de la lógica" (2002, pág. 111). Ellos proponen, en cambio, interpretar la verdad científica como una *cuasi-verdad*. De esta manera, las teorías científicas, incluidas las inconsistentes, son siempre *parcialmente verdaderas*, lo cual implica que tenemos un compromiso epistémico con ellas, pero de distinta naturaleza.[2] Esto simplifica las cosas pues ya no es necesario establecer los límites contextuales propuestos por Brown.[3]

Davey cuestiona que el compromiso epistémico de los científicos hacia sus teorías inconsistentes implique la creencia en sus mismas inconsistencias. Por ejemplo, los líquidos pueden ser tratados como (1) distribuciones continuas de materia (según la propuesta de Navier-Stokes) o como (2) conjuntos muy grandes de partículas

[1] Refiere a la distinción entre contexto de descubrimiento y justificación de Reichenbach (1961, §1).

[2] El concepto de verdad parcial depende del concepto *estructura pragmática simple*, cuyo desarrollo técnico se puede consultar en da Costa (1997, cap. III) y da Costa y French (2002, sec. 4).

[3] «However, one may wonder if it is even possible to effect the clear cut division between different 'contexts' or 'sub-sets' withing a theory that this account requires. Even in the Bohr example it can be questioned whether there was quite the 'systematic division' of contexts that this approeach requires.» (ibíd., pág. 108)

ejecutando movimientos aleatorios (Davey 2014). Ambos tratamientos son inconsistentes entre sí, pero eso no es un problema para Davey pues los científicos no necesariamente creen en la verdad literal de (1) o (2), ni mucho menos en la ambos juntos.

> Por supuesto, el físico *está* comprometido con la afirmación de que para ciertos propósitos es adecuado tratar un líquido como [(1)] y que para otros propósitos es adecuado tratar un líquido como [(2)] —pero no existe inconsistencia lógica en esto; no más que la inconsistencia que hay entre una madre que en circunstancias ordinarias dice que su hijo mide 5 pies y el meticuloso doctor que dice que mide 5.01 pies. (ibíd., pág. 3018)

En síntesis, Davey defiende que la única manera de encontrar una inconsistencia en las creencias de un físico en virtud de (1) y (2) es creer que existe un compromiso con la verdad literal de cada teoría. No queda claro, sin embargo, si la propuesta de conocimiento parcial de da Costa, que viene de la contra-tradición, es compatible con lo propuesto por Davey. Quizá lo que esté de fondo en esta discusión sea la naturaleza del compromiso epistémico con las teorías e hipótesis científicas, problema que es común tanto a la tradición como la contra-tradición.

3.2.2. Racionalidad

Si aceptamos que hay planteamientos o teorías inconsistentes en la ciencia, esto implica que, *de algún modo*, debemos abandonar la generalidad del *ex contradictione sequitur quodlibet*. Sin embargo, no está claro cuál es *ese modo* en que debemos abandonarlo. En el caso de dos teorías inconsistentes $\mathbf{T}_1^{\vdash}$ y $\mathbf{T}_2^{\vdash}$ podría bastarnos con creer en la unión de ellas $\mathbf{T}_1^{\vdash} \cup \mathbf{T}_2^{\vdash}$, pero no en su cerradura lógica $(\mathbf{T}_1^{\vdash} \cup \mathbf{T}_2^{\vdash})^{\vdash}$ —donde $\vdash$ es la relación de consecuencia clásica. De este modo podemos creer en cada enunciado de $\mathbf{T}_1^{\vdash}$ y $\mathbf{T}_2^{\vdash}$, incluyendo los que se contradicen, pero en ninguna consecuencia lógica de la unión de ambas teorías. Esto porque aun cuando $\mathbf{T}_1^{\vdash} \cup \mathbf{T}_2^{\vdash}$ sea inconsistente, no es trivial, como sí lo sería $(\mathbf{T}_1^{\vdash} \cup \mathbf{T}_2^{\vdash})^{\vdash}$. Tenemos entonces que creer en $\alpha \in \mathbf{T}_1^{\vdash}$ y $\neg\alpha \in \mathbf{T}_2^{\vdash}$ no nos lleva a creer en cualquier enunciado pues no aplicamos la relación de consecuencia lógica a la unión de $\mathbf{T}_1^{\vdash}$ y $\mathbf{T}_2^{\vdash}$. Si la no trivialidad es condición necesaria de la racionalidad, entonces creer en dos teorías inconsistentes no necesariamente es irracional.

Caso distinto es el de las teorías internamente inconsistentes. A menos que las tratemos solo como planteamientos en el sentido de Smith, la cerradura lógica clásica las hace triviales y, por tanto, inútiles para la ciencia. Parece que aquí sí necesitamos de una lógica paraconsistente para impedir que las teorías inconsistentes sean triviales. Algo similar sucede cuando queremos usar dos teorías $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$ inconsistentes entre sí para derivar aplicaciones, por ejemplo, tecnológicas. ¿Qué sucede si es que $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$ ofrecen aplicaciones técnicas complementarias pero, al mismo tiempo, son inconsistentes entre sí? Se presenta un problema similar para teorías que tempranamente ofrecen predicciones verificadas, pero luego descubrimos inconsistentes. ¿Cómo justificamos estas predicciones y no sus negaciones? ¿Cómo justificamos la aceptación de las tecnologías aplicadas de $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$ sin perdernos en la inconsistencia entre ambas?

La estrategia *conducida por la lógica* presupuesta por la teoría (*logic driven*) evita la trivialidad asumiendo que $\vdash$ en $\mathbf{T}^{\vdash}$ es una relación paraconsistente. Esto también haría posible creer en la cerradura lógica de $(\mathbf{T}_1^{\vdash} \cup \mathbf{T}_2^{\vdash})^{\vdash_{\mathsf{P}}}$; donde $\vdash$ sigue siendo clásica. Varios trabajos se han dado en esta linea de investigación.

Drago (2002) ha argumentado que la lógica clásica no ha sido el único marco lógico presupuesto por los científicos, sino que también hay ejemplos históricos de razonamiento intuicionista y paraconsistente; ejemplos de esto último serían el tratamiento que Lobachevsky hace de su geometría y el que Carnot hace de la termodinámica.

La principal área de investigación es, sin embargo, la de las reconstrucciones racionales del procedimiento lógico con que ciertas teorías operan. Por ejemplo, la lógica multideductiva fue desarrollada por da Costa, de Souza y otros con el objeto de unificar teorías físicas incompatibles dentro de un solo sistema formal. Es así que la mecánica clásica de partículas, el electromagnetismo clásico de partículas y los postulados de cuantización de Bohr pueden ser unificados en un sistema formal a pesar de sus compatibilidades. Estas teorías estarían clausuradas con respecto a una relación multideductiva $\vdash_{\mathsf{S}_3}$ que, debido a las incompatibilidades entre las teorías de base, debe ser una relación paraconsistente. Esta unificación no es la aspirada por los físicos, pero este podría ser representada con aquel esquema si es que "la misma lógica es mantenida y no hay incompatibilidad entre las teorías" (de Souza 2000, pág. 259).

Por su parte, Brown, Priest y otros han desarrollado una estrategia llamada *Chunk and Permeate*, con la que han analizado el cálculo infinitesimal, el modelo atómico de Bohr y la función δ de Dirac. Continuando esta línea de investigación Friend y Martínez-Ordaz (2018) estudiaron la interacción entre el Modelo de la Gota Líquida (*Liquid Drop Model*) y el Modelo de Capas (*Shell Model*). Ambos modelos, inconsistentes entre sí, son usados en conjunto para extraer predicciones que ninguno por sí solo puede lograr. Los científicos deben, por ende, trabajar con una estrategia de razonamiento paraconsistente que permita la interacción entre ambas evitando la trivialidad. Tal estrategia es denominada *Bundle Chunk and Permeate*, que es una extensión de *Chunk and Permeate* que incorpora el análisis de fibras de Abramsky.

La estrategia conducida por la lógica está quizá guiada por el *principio de sistematización* de da Costa, según el cual "*la razón siempre se expresa por medio de una lógica*" (1994, pág. 45). Tal principio parece tener fundamentos; sin embargo, no está claro si ante la aparición de inconsistencias el proceder del científico o el filósofo será siempre racional.

La otra estrategia es la *conducida por el contenido* de la teoría (*content driven*), en la cual las inconsistencias de una teoría se resuelven en favor del sistema que intentamos describir con esta. De este modo, si tenemos $\mathbf{T} \vdash \alpha$ y $\mathbf{T} \vdash \neg\alpha$, entonces debemos observar con cuidado qué tiene más sentido decir del modelo al que apuntamos. Huelga decir que si no queremos que $\vdash$ sea paraconsistente, entonces debemos concebir $\mathbf{T}$ como un planteamiento en lugar de como una teoría. Dentro de esta propuesta se ubican los estudios de Norton sobre la teoría cuántica de la radiación de cuerpo negro (1987) y sobre la teoría newtoniana de la gravitación (2002), así como los estudios epistemológicos de Smith (1988b; 1988a).

La premisa de esta estrategia es que las inconsistencias son una consecuencia de los axiomas con formalizamos nuestras representaciones teóricas del mundo, y no necesariamente de las mismas representaciones. De este modo es en principio posible resolver estas inconsistencias apelando las mismas representaciones. Si las inconsistencias entre las aplicaciones tecnológicas de dos teorías se dan en términos de precisión, es fácil ver que esta se resuelve en considerando el valor que le damos, en el contexto, a la precisión y simplicidad. El problema es que no hay un método efectivo propuesto para resolver las inconsistencias teóricas pues este presupondría tener lógicamente sistematizada nuestra representación, lo cual es precisamente lo que pretende hacer con los axiomas de una teoría. De cualquier modo, si existiera tal método, la estrategia conducida por el contenido sería reducible a la conducida por la lógica pues podríamos construir un sistema lógico que permite decidir cómo resolver tales inconsistencias.

Según la tradición epistemológica, si dos teorías son inconsistentes por lo menos una de ellas no es verdadera. Esta postura no es necesariamente contraria a la de la contra-tradición. Hemos visto cómo en más de un caso se previene la trivialidad aislando las teorías de manera que las contradicciones no aparezcan simultáneamente o por lo menos buscando manera de que no impliquen cualquier cosa. Sin embargo, hay quienes defienden la posibilidad de que estas inconsistencias no sean un defecto que a evitar. Para estos autores, ciertas teorías inconsistentes (internamente o entre sí) acaso no deban ser aceptadas a pesar de sus inconsistencias, sino precisamente por ellas. Esto es porque tales autores defienden que el mundo es, en cierto sentido, inconsistente. A esta postura podemos denominar como *dialeteismo fáctico*, y es mejor entendida en la discusión sobre las inconsistencias internas.

3.3. Inconsistencias internas

> A contradiction *in terminis* implies no more than an impropriety of speech. Those things which men understand by improper and contradictious phrases may be sometimes really in nature without any contradiction at all.
>
> —Isaac Newton, *Letter III* (1693)

Las teorías internamente inconsistentes, que conforman el área menos atendida de la contra-tradición, sugieren dos problemas no presentes hasta ahora: ¿tiene sentido hablar de contradicciones fácticas verdaderas?; y, de ser así, ¿cómo debemos proceder para aceptarlas o rechazarlas? A continuación discuto estos problemas.

3.3.1. Contradicciones fácticas

Quizá el primero en no descartar la existencia de contradicciones verdaderas con rigor lógico haya sido Jan Łukasiewicz, acaso el padre espiritual de la contra-tradición. Él critica los argumentos con que el estagirita justificó las formulaciones que denomina *lógica*, *ontológica* y *psicológica* del *principio de* (*no*) *contradicción* Łukasiewicz (1910, §1). Łukasiewicz descubre un *ignoratio elenchi* en los argumentos del estagirita, pues este pretende justificar que *ningún enunciado contradictorio puede ser verdadero*, con un argumento que solo establece que *no todos los enunciados contradictorios pueden ser verdaderos* (ibíd., pág. 28).[1] De esto concluye da Costa (1994) que la existencia de contradicciones fácticas verdaderas solo puede establecerse a posteriori. Asimismo argumenta que es más fácil probar la hipótesis de que existen contradicciones verdaderas que refutarla. Mientras confirmarla requeriría de encontrar una sola contradicción real, refutarla requeriría un número infinito de contrastaciones.[2]

Arenhart objeta a esta propuesta que la práctica científica ante las inconsis-

[1]Mignucci (1996) presenta una versión más formalizada de esta crítica.

[2]«O que se pode dizer, no tanto, é que *a priori*, especialmente apelando para a lógica, não se justifica nem se podem banir as contradições. A existência ou não de contradições reais só se establecerá *a posteriori* pela ciência. E, como tudo sugere, afigura-se mais fácil provar a verdade da tese de Hegel, do que sua falsidade; com efeito, uma constatação, apenas, de contradição real, comprovaria a tese de Hegel, ao passo que nenhum número finito de constatações seria suficiente para falsificá-la.» (ibíd., pág. 208)

tencias ha sido siempre intentar eliminarlas; lo cual siempre se ha logrado con las inconsistencias teóricas internas. Asumir que se debe proceder de otro modo implica que los científicos “han tomado algunas decisiones equivocadas al eliminarlas, de manera que tales contradicciones deberían permanecer” (2018, pág. 21). Todo esto resultaría en la especulación de que existen casos en que las teorías internamente inconsistentes no debieron ser corregidas. De este modo “terminaríamos aferrándonos a la ciencia que pudo ser, en lugar de a la ciencia que realmente es” (ibíd., pág. 21).

3.3.2. Contrastación

El dialeteismo fáctico no requiere de un *dialeteismo empírico*. Esto es, el que existan hechos contradictorios no requiere que los podamos experimentar directamente. En la ciencia contrastamos la existencia de entidades inobservables por medio de entidades observables, donde la existencia de estas se sigue de la aquellas. Del mismo modo, enunciados inverificables se contrastan por medio de enunciados verificables, donde la verdad de los primeros implica la verdad de los últimos. Es por esto que una teoría inconsistente podría tener conjuntos consistentes de corroboradores y refutadores potenciales.

No parece, empero, apropiado aceptar una teoría inconsistente si no corroboramos su carácter inconsistente —a menos que su inconsistencia sea considerada un defecto por corregir. Pero en tal caso nos topamos con el problema de si es posible observar o experimentar un estado de cosas inconsistente.

Al respecto Gotesky advirtió que incluso si por una ley natural no pudiera existir algo que tenga propiedades incompatibles, “tal ley no podría informarnos *de antemano* sobre qué propiedades son incompatibles o contradictorias en cualquier caso dado” (1968, pág. 473). Esta idea es precisada por Bobenrieth, para quien la negación “no refleja o representa algo en la realidad, sino algo que hacemos con la realidad” (2007, pág. 508) y, por lo tanto, “no existe percepción de hechos negativos” pues “la negación es una operación que se da en virtud de nuestros esquemas categoriales” (1996, pág. 407).

De esto no se sigue, empero, que no sea posible observar situaciones contradictorias. De hecho, el dialeteismo empírico de Priest asume que “la inferencia puede jugar un rol en la reconstrucción racional de cómo funciona” la visión (2006a, pág. 59). Algo similar se puede argumentar sobre otras formas de experiencia. Es por esto que es, en principio, posible ver algo que no es rojo: solo necesitamos ver que ese algo es verde, lo cual es incompatible con ser rojo de acuerdo con la teoría del color.

Si pudiéramos observar lo descrito por contradicciones, se abre la posibilidad de poder aceptar una teoría inconsistente en tanto inconsistentes. El problema de cómo se debería contrastar tales teorías ha sido, sin embargo, escasamente discutido. En la siguiente sección analizaré las dos únicas con que me he topado en mi investigación.

Capítulo 4

La contrastación redefinida

4.1. Contrastando teorías inconsistentes

> *Yo vi una Rueda altísima, que no estaba delante de mis ojos, ni detrás, ni a los lados, sino en todas partes, a un tiempo. Esa Rueda estaba hecha de agua, pero también de fuego, y era (aunque se veía el borde) infinita.*
>
> —Jorge Luis Borges, *La escritura del Dios* (1949)

En nuestro medio, Luis Piscoya identificó una incompatibilidad entre el principio de refutabilidad y las teorías empíricas inconsistentes. Puesto que una teoría inconsistente implica clásicamente todos los enunciados de su lenguaje, esta sería "compatible con todas las proposiciones [y] no existiría ni siquiera una capaz de refutarla" (1995, pág. 60). Puesto que las lógicas paraconsistentes permiten modificar esta condición, Piscoya redefine el criterio de refutabilidad de manera más general.

> En efecto, la condición de que una teoría científico-empírica sea refutable requiere estrictamente que tal teoría no implique al menos una proposición. Ciertamente la verdad de tal proposición, al no estar implicada por la teoría sería *incompatible* con ella y [...] puede ser interpretada como *refutadora*. [...] Consecuentemente, nosotros reformularemos con mayor precisión el requisito de refutabilidad de las teorías empírico-científicas estableciendo que ellas son refutables si y solo si son absolutamente consistentes. (ibíd., 67, énfasis míos)

Esta propuesta, empero, tiene algunas deficiencias. En primer lugar, y como vimos en la sección 2.2, una teoría puede ser absolutamente consistente pero empíricamente trivial. En tal caso, tiene muy poco sentido decir que la teoría es refutable pues igual “implica cualquier cualquier consecuencia observacional concebible [...] por lo que nada nos dice acerca del mundo” (Hempel 2000, pág. 79).

Sin embargo, aun si la consistencia absoluta se requiriera al nivel de los enunciados observacionales, esta definición no explicita cuáles son los refutadores potenciales de una teoría —a menos que no implique un solo enunciado. Podríamos interpretar que cualquiera o todos juntos son los refutadores, y en ambos casos tendríamos problemas. En el primero puede que $\mathbf{T}$ sea incompleta y, por lo tanto, la verdad o falsedad de un enunciado ϕ tal que ni $\mathbf{T} \vdash \phi$ ni $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$ refutaría $\mathbf{T}$, lo cual es indeseable. En el segundo caso necesitaríamos refutar hasta el último enunciado para refutar la teoría entera, lo cual sería equivalente a decir que nuestra teoría es compatible con casi todo.

La propuesta de Piscoya define la refutabilidad de una teoría no en términos de sus refutadores potenciales, sino de sus propiedades metalógicas. Una definición de refutabilidad debe primero explicitar las relaciones que existen entre la teoría y los enunciados que la puedan refutar, y recién después puede ayudarnos a evaluar sus propiedades metalógicas. La propuesta de Piscoya puede ser precisada con la siguiente definición que me sugirió él mismo en una comunicación personal. En esta, un enunciado será un *refutador* (*potencial*) *absoluto* de una teoría si de ambos se sigue cualquier enunciado. Defino el conjunto de refutadores absolutos de una teoría $\mathbf{T}$, o $\mathbf{A{\scriptstyle B}}(\mathbf{T})$, como sigue.

Def. $$\mathbf{A{\scriptstyle B}}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \{\phi \mid \mathbf{O{\scriptstyle B}} \subseteq (\mathbf{T} \cup \{\phi\})^{\vdash}\} \qquad (Ab)$$

Esta definición es ya bastante útil pues permite establecer un criterio lógico suficiente para refutar una teoría. Sin embargo, excluye a teorías formalizadas en lógicas muy resistentes a la trivialización y que, por ende, no admitirían muchos refutadores absolutos; e.g. las lógicas fuertemente paraconsistentes de la definición (1.11). Ciertamente una lógica paraconsistente no descarta la existencia de ciertos enunciados que trivialicen la teoría. Por ejemplo, en el cálculo C_1 de Da Costa (véase I), si tenemos que $\mathbf{T} \vdash_{\mathsf{C}_1} \alpha$ y $\mathbf{T} \vdash_{\mathsf{C}_1} *\alpha$, $\mathbf{T}$ sería trivial. De este modo, si $\mathbf{T} \vdash_{\mathsf{C}_1} *\phi$, ϕ sería un refutador potencial de $\mathbf{T}$, y viceversa. Como contraparte tenemos la lógica no adjuntiva de Jaśkowski (véase H) que impide la regla de introducción de la conjunción. De este modo, si tenemos que $\mathbf{T} \vdash_{\mathsf{J}} \alpha$ y $\mathbf{T} \vdash_{\mathsf{J}} \neg\alpha$, no podremos derivar $\mathbf{T} \vdash_{\mathsf{J}} \alpha \wedge \neg\alpha$, por lo que el teorema $\alpha \wedge \neg\alpha \to \beta$ es inutilizable. Sobre esta premisa también trabaja la estrategia *chunk and permeate*:

> Un procedimiento común para manejar información inconsistente es dividirla en partes inconsistentes y luego operar en cada una de ellas. [...] El procedimiento que describiremos aquí tiene tal característica. También [permite] un cierto tipo de interacción entre los fragmentos (*chunks*). Específicamente, se permite que información fluya entre los fragmentos. Por su puesto, si permitiéramos que *toda* la información de un fragmento fluya hacia otro, esto destruiría el procedimiento; por lo que debe haber un límite. Ergo, debe existir un mecanismo que permita un fluido parcial. Podríamos entonces pensar en los fragmentos como separados por membranas que son semi-permeables: permeables a oraciones de ciertos tipos, pero no de otros. (Brown y Priest 2004, pág. 380)

Parece ser pues que, en estos casos, cualquier contradicción puede ser manejada de tal forma que la teoría no sea trivializada. Por esto, una teoría cuya lógica subyacente sea la de Jaśkowski o que utilice la estrategia *chunk and permeate* no tendrá muchos refutadores absolutos. Esto podría considerarse una evidencia de que ciertas lógicas simplemente no son aptas para la ciencia fáctica. Empero, con el objeto de no descartar una teoría solo por su lógica subyacente, vale la pena redefinir el concepto de refutador potencial de manera que no solo los enunciados trivializadores sean refutadores potenciales.

Priest comienza su propuesta declarando no conocer teorías empíricas con consecuencias observacionales contradictorias. Las contradicciones implicadas de teorías inconsistentes, como la teoría atómica de Bohr, serían de carácter teórico antes que observacional. Sin embargo, con el objeto de justificar la contrastabilidad de una posible teoría de este tipo parte por justificar que es posible *observar* situaciones contradictorias. Puesto que su análisis se centra en la visión, comienza por destacar que es posible ver lo descrito por un enunciado atómico (observacional), como por ejemplo que una flor es roja. De esto se sigue la siguiente tesis.

$$\text{Es posible observar que algo es el caso.} \tag{4.1}$$

¿Podemos observar también que algo no es el caso? Quizá podemos decir que si observamos que una flor es amarilla, de alguna manera observamos que no es roja. A esto podemos objetar que lo que observamos es únicamente que la flor es amarilla y que sabemos que la flor no es roja por deducción. Considérese, empero, una habitación como la de Mary que, en lugar de ser gris, incluye todo el espectro cromático con excepción del amarillo. En esta habitación, Mary ha podido observar flores, todas las cuales han sido roja. Sin embargo, un Mary sale de esta habitación y lo primero que ve es una flor amarilla, por lo que observará que esta *no* es roja. Con un argumento similar, Priest da por justificada la siguiente tesis.[1]

$$\text{Es posible observar que algo no es el caso.} \tag{4.2}$$

El siguiente paso se da al advertir que la visión no solo es hecha por los ojos, sino que también ciertas funciones cognitivas participan. Entre estas, las *categorías del entendimiento*. incluyendo funciones lógicas como la conjunción y la disyunción. Por ejemplo, es posible ver que una cierta fotografía es de Ned o Ted, si son gemelos idénticos y vemos una fotografía de alguno de ellos, sin saber quién es. En otras palabras, es posible ver que "esta fotografía es de Ted, *o* esta fotografía es de Ned." En el caso de la conjunción, al ver la rosa amarilla podemos ver que "la rosa es amarilla *y* la rosa *no* es roja." Por lo dicho, se justifica la siguiente tesis.

$$\text{Es posible observar un hecho expresado por una conjunción.} \tag{4.3}$$

Sin embargo, dar un paso más y decir que una conjunción contradictoria es observable parece absurdo. ¿Cómo sería posible ver a un mismo tiempo que algo es

[1] Su experimento mental es: "[Y]ou enter a room: the whole room is visible from where you stand; there is no one there. You can see that Pierre is not in the room." (Priest 2006a, pág. 143)

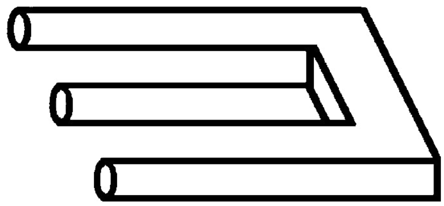

Figura 4.1: *Impossible trident*, by D. H. Schuster (1964).

y no es? Priest trata de convencer incluso a aquellos que consideran que cualquier situación descrita por una inconsistencia es imposible.

> Ver situaciones imposibles es perfectamente posible. Esto es lo que percibimos en varias ilusiones ópticas. [E]xisten varias figuras imposibles bien conocidas (por ejemplo, las retratadas en los dibujos de Escher); existen aparatos de percepción en los que algunas personas reportan haber visto cosas simultáneamente rojas y verdes; existen situaciones donde algunas cosas parecen estar moviéndose y no moviéndose. (Priest 2006a, pág. 121, véase fig. 4.1)

Con este argumento, Priest termina su fundamentación de la principal y más interesante tesis de su ensayo.

La tesis (4.3) también cumple para conjunciones contradictorias. (4.4)

La propuesta de Priest para refutar teorías empíricamente inconsistentes se puede resumir como sigue. Sea $\mathbf{T}$ una teoría tal que $\mathbf{T} \vdash \phi \wedge \neg\phi$, donde ϕ y $\neg\phi$ describen situaciones observables. Si la situación expresada por $\phi \wedge \neg\phi$ no es observada, entonces la teoría debe ser rechazada.[1] Veamos por qué esta tentativa es inadecuada.

Primero, si nos mantenemos en la propuesta refutacionista, cuando una teoría $\mathbf{T}$ implica un enunciado empíricamente contrastable ϕ, su correspondiente refutador potencial sería $\neg\phi$. De ahí que nos interese observar $\neg\phi$ más que ϕ. Si tomamos $\phi \wedge \neg\phi$ como un teorema contrastable de $\mathbf{T}$, tendríamos que su negación $\neg(\phi \wedge \neg\phi)$

[1]«If a theory entails an observable consequence α and α is not perceived, something is wrong, either with our theory or with our perceptions; something needs to be fixed. In particular, then, if a theory entails $\beta \wedge \neg\beta$, where β is some observation statement, then if such contradiction is not observed, something is wrong. As I have already argued, $\beta \wedge \neg\beta$ is a perfectly observable state of affairs.» (Priest 2006a, pág. 148)

sería el refutador potencial de la teoría. En la mayoría de lógicas paraconsistentes, incluyendo la de Priest (2006b, sec. 5), este enunciado es equivalente a $\phi \vee \neg\phi$, por lo que observar lo descrito por cualquiera de ϕ o $\neg\phi$ refutaría la teoría. De esto se sigue que no es posible refutar una teoría inconsistente a partir de sus enunciados contradictorios. Volveré a este punto en la sección 4.3.

Pero aun si aceptamos el paradigma verificacionista, implícito en Priest, tenemos problemas. Como vimos en la sección 2.1, el verificacionismo de Carnap y Neurath no ignoraba la imposibilidad lógica de la inducción. Verificar una teoría depende en parte de una convención pues ninguna cantidad finita de enunciados puede justificar definitivamente una teoría. Tal teoría solo puede ser corroborada más y más o, caso contrario, refutada por la experiencia. Es así que ciertas consecuencias de la teoría no pueden ser contrastadas pues aun no contamos con los instrumentos necesarios para ejecutar tales observaciones. Si una teoría $\mathbf{T}$ tiene dos consecuencias contrastables ϕ y ψ, tenemos entonces que $\mathbf{T} \vdash \phi \wedge \psi$. Sin embargo, puede ser el caso que ϕ haya sido observada, pero no así ψ o $\neg\psi$. De esto tendríamos que $\phi \wedge \psi$ no ha sido observado y, por ende, tendríamos que rechazar $\mathbf{T}$, lo cual es absurdo.

Malgrado tutto, la propuesta de Priest tiene una fortaleza pues, si fuera posible observar $\phi \wedge \neg\phi$, la improbabilidad de tal observación (cf. ibíd., sec. 8.4) daría un respaldo sin precedentes a $\mathbf{T}$. Pero, de cualquier modo, no ofrece una solución para los que solo ven un uso práctico en las teorías inconsistentes. No sirve para quienes creen que el mundo es consistente y las teorías inconsistentes solo deben usarse si carecemos de una teoría consistente. Es principalmente por esto que debemos explorar otras propuestas para justificar o refutar teorías fácticas inconsistentes.

4.2. De las pericias con que el gobernador Sancho Panza solventó la paradoja del suicida

> *Quizá nuestros contemporáneos —siempre— se parecen demasiado a nosotros, y quien busca novedades las hallará con más facilidad en los antiguos.*
>
> —Jorge Luis Borges, *Nathaniel Hawthorne* (1949)

La decisión más apropiada viene inspirada, sorprendentemente, por el noble escudero Sancho Panza, quien encontrándose gobernador de lo que a su entendimiento era una ínsula —pues para él, y como le decía a su esposa Teresa Panza, una ínsula es "algo para gobernar"— y mientras se disponía a desayunar, un forastero que visitaba su gobierno le hizo una consulta.

> Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío (y esté vuestra merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso). Digo, pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo della, una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma: "Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar; y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna". Sabida esta ley y la rigurosa condición della, pasaban muchos, y luego en lo que juraban se echaba de ver que decían verdad, y los jueces los dejaban pasar libremente. Sucedió, pues, que, tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. Repararon los jueces en el juramento y dijeron: "Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y, conforme a la ley, *debe* morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley *debe* ser libre". Pídese a vuesa merced, señor gobernador, qué harán los jueces del tal hombre; que aun hasta agora están dudosos y suspensos. Y, habiendo tenido noticia del agudo y elevado entendimiento de vuestra merced, me enviaron a mí a que suplicase a vuestra merced de su parte diese su parecer en tan intricado y dudoso caso. (II.51.4, todos los énfasis de esta sección son míos.)

Esta paradoja tiene reminiscencias de la paradoja del mentiroso aun cuando hay algunas diferencias fundamentales entrambas. En primer lugar, lo que se está tratando de determinar no es la verdad de un enunciado, sino lo que podríamos llamar su condición deóntica. La interpretación de los jueces sugiere que la condición de los enunciados que tratamos es la de un *deber ser* pues si "este hombre [...] mintió en su juramento [...] *debe* morir; y si [juró] verdad, por la misma ley *debe ser* libre" o, lo que es lo mismo, *debe no morir*. De esta manera, si en la paradoja del mentiroso intentamos determinar si un enunciado es verdadero o falso, en la del suicida tratamos de determinar si una circunstancia debe ser o debe no ser. Atendiendo estas consideraciones, la ley del puente se puede estipular como sigue.

Ley del puente. Todo aquel que quiera pasar por el puente, si jura verdad entonces *debe no morir* en la horca, y si jura falsedad, entonces *debe morir* en la horca.

La ley del puente dice, en síntesis, que si el juramento es verdadero, entonces el jurador debe no morir en la horca y si lo que jura es falso, entonces debe morir en la horca.

Cuadro 4.5 : Ley del puente

Juramento	Destino
Falso	Muere
Verdadero	No muere

En el habla cotidiana suele ser lo mismo decir que algo *deba no ser* y que algo *no deba ser*; un análisis más profundo, empero, muestra significativas diferencias entre ambos. Cuando es debido que una circunstancia no sea, tenemos un nivel de compromiso con impedir su realización. En cambio, cuando solo decimos que la tal circunstancia no es debida, solo decimos que esta no precisa ser, pero no que precisa no ser. De ahí que no estemos comprometidos a impedir la realización de lo que no debe ser, pero sí la de aquello que debe no ser. Por ejemplo, si *se debe no* ir a La Meca, desaprobaremos cualquier tentativa de que alguien intente ir. Si *se debe* ir a La Meca, desaprobaremos a todo aquél que no vaya. Pero si simplemente *no se debe* ir a La Meca, no desaprobamos a aquél que vaya, sino que lo liberamos de la obligación de ir; en principio es libre de ir si así lo quiere. Lo cierto es que si algo debe no ser, entonces se sigue que no debe ser, pero no la conversa, lo que se expresa en el principio de que los deberes no se contradicen.

Principio NCD (Principio de no contradicción de los *deberes*)**.** Si algo *debe no ser*, entonces *no debe ser*.

En este contexto notamos que para cualquier jurador, el morir en la horca solo puede ser resultado de que los jueces hayan determinado que así deba ser. Asimismo, si no muere en la horca, esto es resultado de que los jueces hayan determinado que deba no ser así.

Postulado 4.6. Todo aquel que quiso pasar por el puente, si no murió en la horca, entonces debía no morir en ella, y si murió en ella, entonces así lo debía.

De este postulado y del principio NCD se sigue que morir y no morir son circunstancias que se dan por y solo por el respectivo deber de ellas.

Teorema 4.7. Todo aquel que quiso pasar por el puente, murió si y solo si debió morir, y no murió si y solo si debió no morir.

Demostración. (De NCD y 4.6). Si asumimos que el jurador debió morir, tenemos por el principio NCD que no es cierto que debió no morir, y por el postulado 4.6 que murió. Ahora, si asumimos que el jurador debió no morir tendríamos, otra vez por NCD, que no debió morir, y por el postulado 4.6 concluimos que no murió. Los lados de derecha a izquierda se siguen trivialmente del postulado 4.6.

Lo dicho por el jurador suicida, sin embargo, nos lleva a la contradicción ya señalada.

Paradoja del suicida. El que jurare morir en la horca, morirá y no morirá en la horca.

Demostración. (De NCD, ley del puente y 4.6). Si el jurador muere, entonces juró verdad y por la ley del puente debe no morir en la horca; de lo cual, junto con el principio NCD, se sigue que no debe morir en esta. Pero como el jurador muere, se sigue del postulado 4.6 que debió morir y por el principio NCD que no debió no morir. Como esto es absurdo, debemos concluir que el jurador no muere. Pero de esto se sigue que el jurador juró mentira y, por la ley del puente, tendríamos que debió morir. De esto y del teorema 4.7 se concluye que el jurador muere, con lo que tenemos una contradicción. $\perp$

Esto es un problema pues los jueces no pueden dictaminar al mismo tiempo que el suicida muera y que no muera; y tampoco parece posible que una persona al mismo tiempo esté viva y muerta. Con esto tenemos un tercer caso en el que un juramento puede ser al mismo tiempo verdadero y falso.

Cuadro 4.8 : Ley del puente 2

Juramento	Destino
Falso	Muere
Verdadero	No muere
Falso y Verdadero	¿?

Pero hay otro presupuesto que no hemos hecho explícito en esta historia. Este es que los jueces deben por necesidad determinar para todo jurador bien que debe morir o bien que debe no morir en la horca.

Postulado 4.9. Todo aquel que quiera pasar por el puente, *debe morir* o *debe no morir.*

Lo cual nos lleva al caso especial, en el que se da otra especie de paradoja; aquél en que el jurador jura que no morirá en la horca.

Paradoja del vivaz. El jurador que jurare no morir en la horca tiene destino incierto.

Demostración. Si asumimos que el jurador no muere en la horca, entonces juró verdad y, por el la ley del puente, debe no morir. Pero si asumimos que el jurador muere en la horca, entonces dijo mentira, y por la misma ley debe morir. Ergo, no es posible decidir entrambos, a pesar de que así lo determina el postulado 4.9.[1]

Con lo que tenemos aun otro caso, donde el juramento no es verdadero ni falso.

Cuadro 4.10 : Ley del puente 3

Juramento	Destino
Ni Falso ni Verdadero	¿?
Falso	Muere
Verdadero	No muere
Falso y Verdadero	¿?

La convención tarskiana (Tarski 1944; 1969) sugeriría descartar los enunciados auto-referenciales de nuestro lenguaje; que fueron los que desataron las paradojas arriba expuestas. Esto es, los juramentos de morir en la horca, y no morir en ella, no serían aceptables pues de algún modo predican de sí mismos. Cualquier jurador que rompa esta regla estaría obligado a jurar algo distinto. Sin embargo, el juramento ya se hizo sin que los jueces objetaran a debido tiempo, por lo que deben tomar una decisión en un sentido o el otro. Ante esto, el sutil Sancho interviene interpretando el problema, y la misma ley del puente, en términos más flexibles.

> A mi parecer, este negocio en dos paletas le declararé yo, y es así: el tal hombre jura que va a morir en la horca, y si muere en ella, juró verdad, y por la ley puesta *merece ser* libre y que pase la puente; y si no le ahorcan, juró mentira, y por la misma ley *merece* que le ahorquen. (II.51.8)

El fraseo de Sancho sugiere que mal hicimos en entender la ley del puente como una estipulación definitiva o una obligación ineluctable para los jueces. Más apropiado sería entenderla como la asignación de un mérito a la posibilidad de que el jurador muera o no. Por esto es menester reformular la ley del puente en los siguientes términos:

[1]Esta es solo una demostración intuitiva. La demostración completa requiere formalizar el argumento y encontrar dos interpretaciones en que los postulados y axiomas sean verdaderos: en una de las cuales el jurador muera y deba morir, y en la otra donde no muera y deba no morir.

Ley del puente corregida. Todo aquel que quiera pasar por el puente, si jura verdad entonces *merece no morir* en la horca, y si jura falsedad, entonces *merece morir* en la horca.

Mientras que el deber nos compele a actuar, el merecimiento no necesariamente. Es deseable hacer lo que es merecido, pero solo estamos obligados a hacer lo que es debido. Es por esto que decir que algo merece ser y no ser, no es tan disparatado como decir que debe ser y no ser. Considérese el caso de un niño que habiendo cumplido con sus deberes, pero habiendo hecho travesura, merece ser y no ser premiado. Como consecuencia, no podemos aceptar un principio de no contradicción de los merecimientos pues el que algo merezca no ser no implica que no merezca ser. El postulado 4.6, por su parte, sí puede extrapolado al concepto de merecimiento.

Postulado 4.11. Todo aquel que quiso pasar por el puente, si no murió en la horca, entonces merecía no morir en ella, y si murió en ella, entonces lo merecía.

Sin embargo, de esto se sigue que el jurador suicida tanto merece morir en la horca como merece no morir en ella.

Paradoja deóntica del suicida. El que jurare morir en la horca, tanto merece morir cuanto merece no morir en ella.

Demostración. (Del postulado 4.6 y la ley del puente). Si asumimos que no merecía morir en la horca, se sigue del postulado 4.11 que no murió en ella y, por tanto, que dijo mentira. De esto y la ley del puente corregida se sigue que merecía morir en la horca, lo que se contradice con nuestra suposición. Si suponemos en cambio que no merecía no morir en la horca, entonces murió en ella de acuerdo con el postulado 4.11. Pero esto implica que juró verdad y que merecía no morir. Como ambos supuestos implican contradicciones tenemos que nuestro jurador tanto merece morir como merece no morir en la horca.

Ante la disyuntiva de que la vida y la muerte le son merecidas a nuestro jurador, Sancho anuncia una solución que de salomónica tiene algo.

> Digo yo, pues, agora que deste hombre aquella parte que juró verdad la dejen pasar, y la que dijo mentira la ahorquen, y desta manera se cumplirá al pie de la letra la condición del pasaje. (II.51.10)

A lo que replica el preguntador.

> Pues, señor gobernador, será necesario que el tal hombre se divida en partes, en mentirosa y verdadera; y si se divide, por fuerza ha de morir, y así no se consigue cosa alguna de lo que la ley pide, y es de necesidad espresa que se cumpla con ella. (II.51.11)

La réplica razonable despierta en Sancho una nueva solución, inspirada en un precepto del ilustre Don Quijote.

> Soy de parecer que digáis a esos señores que a mí os enviaron que, pues están en un fil las razones de condenarle o asolverle, que le dejen pasar libremente, *pues siempre es alabado más el hacer bien que mal*, y esto lo diera firmado de mi nombre, si supiera firmar; y yo en este caso no he hablado de mío, sino que se me vino a la memoria un precepto, entre otros muchos que me dio mi amo don Quijote la noche antes que viniese a ser gobernador desta ínsula: que fue que, *cuando la justicia estuviese en duda, me decantase y acogiese a la misericordia*; y ha querido Dios que agora se me acordase, por venir en este caso como de molde. (II.51.12)

Lo que podríamos llamar el *principio de misericordia* de Don Quijote y Sancho Panza puede interpretarse diciendo que si una circunstancia es éticamente preferible a su negación, pero tanto una cuanto la otra *merecen ser*, entonces *debe ser la éticamente preferible*. En otro caso implica que si ninguna *merece ser*, pero al menos una *debe ser*, también *debe ser la éticamente preferible*.

Principio de misericordia (de Don Quijote y Sancho Panza)**.** Si una circunstancia es éticamente preferible a su negación, es deber que sea o que no sea y merece ser tanto como no ser, o no merece ni ser ni no ser, entonces debe ser la tal circunstancia. De lo contrario, será lo que sea merecido ser.

Este intrincado pero profundo precepto puede ser más claro al entendimiento si es explicado en la circunstancia de esta historia en la que sabemos, gracias al noble Sancho, que dejar vivir es éticamente preferible a matar.

Principio de santidad de la vida. Es éticamente preferible dejar vivir a hacer morir.

Lo que nos permite entender las relaciones entre la verdad de un juramento, el merecimiento de morir o no en la horca del jurador y el deber de los jueces de ejecutar una cosa o la otra.

Cuadro 4.12 : Ley del puente 4

Juramento	Merecimiento	Deber
Ni Falso ni Verdadero	No merece no morir ni morir	Debe no morir
Falso	Merece morir	Debe morir
Verdadero	Merece no morir	Debe no morir
Falso y Verdadero	Merece no morir y morir	Debe no morir

Siendo esto así, Sancho muestra su pericia disolviendo por mano propia esta tan interesante paradoja.

Teorema de Sancho. El que jurare morir en la horca, ni debe morir ni morirá en ella.

Demostración. Puesto que el principio de santidad de la vida dictamina que es preferible no hacer morir a hacer morir, y por el postulado 4.9 sabemos que es deber hacer no morir o hacer morir en esta, y por la paradoja deóntica del suicida sabemos que es merecido que el suicida muera y no muera, el principio de misericordia dictamina que el suicida no muera en la horca. Es debido a esto y al principio NCD que el suicida no morirá.

Siendo esto así, y teniendo una semejante solución la paradoja del vivaz, no podemos sino admirar la sapiencia mostrada por el gobernador Sancho, quien tras la hazaña ordenó "denme de comer, y lluevan casos y dudas sobre mí, que yo las despabilaré en el aire" (II.51.14). Ya pudiera este humilde narrador resolver enigmas mientras desayuna. Como epígono de Panza, solo me toca desarrollar lo por él dicho y llevarlo a otros contextos, como el caso en que es merecido aceptar y rechazar una teoría.

4.3. La contrastación bilateral

Nuestro problema guarda muchas similitudes con el resuelto por Panza. Los que pretenden pasar el puente son como las teorías que debemos aceptar; sus juramentos, como los enunciados que debemos evaluar; el otro lado del puente, como el lugar donde están todas las teorías que hemos aceptado. Si el enunciado evaluado es verdadero, aceptamos la teoría provisionalmente y la dejamos pasar junto con las otras; si es falso, la rechazamos como a las demás teorías que perecieron también por falsas. De ahí que no sea del todo descabellada su primera solución, pues podríamos quedarnos con los enunciados verdaderos de cada teoría y rechazar o aniquilar aquellos que sean falsos. Pero esto sería la receta perfecta para no descartar teoría ninguna, pues siempre rescataríamos lo cierto en ellas, aunque lo falso pese más.

Es aquí donde la segunda solución puede presentar una analogía útil entre los casos en que el jurador merece morir y no morir, o ni merece morir ni no morir, y los casos en que la teoría implica ϕ y $\neg\phi$, o no implica ni ϕ ni $\neg\phi$. En caso de que ϕ sea falso, tendríamos que rechazar la teoría solo cuando implique ϕ, pero no $\neg\phi$. Por lo tanto, ϕ solo podría ser un refutador potencial de una teoría $\mathbf{T}$ cuando $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$ pero $\mathbf{T} \nvdash \neg\phi$. Así, el conjunto de refutadores potenciales de una teoría $\mathbf{T}^{\vdash}$, o $\mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$, queda definido como sigue[1]:

Def. $$\mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \{\phi \notin \mathbf{T}^{\vdash} \mid \neg\phi \in \mathbf{T}^{\vdash}\} \tag{\textit{Re}}$$

De lo que obtenemos:

{} $$\mathbf{T} \nvdash \phi \Rightarrow \phi \notin \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash}) \tag{4.13}$$

{N2} $$\neg\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash}) \Rightarrow \mathbf{T} \vdash \phi \tag{4.14}$$

[1] Para una definición alternativa, pero equivalente, véase Bartolo Alegre (2019).

Demostración. De $\neg\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$ se sigue por la definicón (Re) que $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$ y $\mathbf{T} \vdash \neg\neg\phi$, lo cual por el postulado (N2) implica que $\mathbf{T} \vdash \phi$.

$$\{\} \qquad \phi, \neg\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash}), \text{ para ningún } \phi \tag{4.15}$$

Demostración. Por la definición (Fa) de $\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$ se sigue que $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$ y de $\neg\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$ se sigue que $\mathbf{T} \nvdash \neg\phi$, lo cual es absurdo.

Estos teoremas nos permiten resumir las condiciones de refutación de una teoría con el siguiente cuadro.

Cuadro 4.16 : Refutadores potenciales

$\mathbf{T}^{\vdash}$	ϕ	$\neg\phi$
$\mathbf{T} \vdash \phi$, $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$	$\phi \notin \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$	$\neg\phi \notin \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$
$\mathbf{T} \vdash \phi$, $\mathbf{T} \nvdash \neg\phi$	$\phi \notin \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$	$\neg\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$
$\mathbf{T} \nvdash \phi$, $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$	$\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$	$\neg\phi \notin \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$
$\mathbf{T} \nvdash \phi$, $\mathbf{T} \nvdash \neg\phi$	$\phi \notin \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$	$\neg\phi \notin \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$

Veamos las consecuencias de nuestra definición. En primer lugar, veamos la relación entre las clases de corroboradores y refutadores potenciales. En la definición (F) fue necesario limitar informalmente su rango a las teorías consistentes para que estas clases no se puedan intersectar. Con la definición (R) esto no es necesario.

$$\{\} \qquad \mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash}) \cap \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \{\} \tag{4.17}$$

Demostración. Supongamos que ϕ es en $\mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash})$ y $\mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$. De la definición (Co) se sigue que $\mathbf{T} \vdash \phi$, lo cual es prohibido por la definición (Re).

Ahora debemos explorar si la definición (Fa) es un caso especial de la definición (Fa). Por ejemplo, es trivialmente cierto que todo refutador potencial (Re) de una teoría es también su falsador potencial (Fa).

$$\{\text{N1, N2}\} \qquad \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash}) \subseteq \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) \tag{4.18}$$

Demostración. Por la definición (Re), de $\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$ se sigue que $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$, lo cual por el teorema (2.23) implica que $\phi \in \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash})$.

Puesto que en las teorías clásicas el concepto de refutador potencial solo es relevante si es aplicado a teorías consistentes, tenemos que los conjuntos de refutadores y falsadores potenciales de una teoría son iguales en este dominio.

$$\{\text{N1}\} \qquad \textbf{F}\textsc{a}(\mathbf{T}^{\vdash}) \subseteq \textbf{R}\textsc{e}(\mathbf{T}^{\vdash}), \text{ para } \mathbf{T}^{\vdash} EC \tag{4.19}$$

Demostración. Por el teorema (2.22), de $\phi \in \textbf{F}\textsc{a}(\mathbf{T}^{\vdash})$ se sigue que $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$. Pero como $\mathbf{T}$ es consistente, esto significa que $\mathbf{T} \nvdash \phi$, por lo que la definición (*Re*) asegura que $\phi \in \textbf{R}\textsc{e}(\mathbf{T}^{\vdash})$.

$$\{\text{N1, N2}\} \qquad \textbf{F}\textsc{a}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \textbf{R}\textsc{e}(\mathbf{T}^{\vdash}), \text{ para } \mathbf{T}^{\vdash} EC \tag{4.20}$$

Estos resultados implican que la definición (*Re*) no solo es apropiada para las teorías inconsistentes, sino que devuelve todo el poder de la definición (*Fa*) para las teorías empíricamente consistentes.

Con el objeto de definir la propiedad de refutabilidad de una teoría hay que advertir que si requerimos que esta prohíba todo un evento, puede suceder que las inconsistencias pueden darse al nivel de ciertos casos especiales de ese evento. De ser así, podríamos correr el riesgo de descartar teorías inconsistentes con gran contenido empírico, pero que no logran prohibir ningún evento entero. Diré entonces que una teoría es refutable syss prohíbe por lo menos un *pseudoevento*, que es el conjunto complemento de un evento en algunos acontecimientos.

Para definir este concepto considérese el conjunto $\mathcal{C}$ de constantes de nuestro lenguaje y supongamos que $\mathcal{A}$ es un subconjunto de $\mathcal{C}$ tal que la cardinalidad de $\mathcal{A}$ es menor que la de $\mathcal{C}-\mathcal{A}$. Un pseudoevento relativo a un enunciado observacional Pa incluiría los acontecimientos $\textbf{A}\textsc{c}(\text{P}a^x_a)^{\vdash}$, para $x \in \mathcal{C}-\mathcal{A}$, pero excluiría los acontecimientos $\textbf{A}\textsc{c}(\text{P}a^y_a)^{\vdash}$, para $y \in \mathcal{A}$. La cardinalidad de $\mathcal{A}$ debe ser menor que la $\mathcal{C}-\mathcal{A}$ para dar un mínimo de contenido empírico a la teoría. Todo esto está expresado en la siguiente definición.

$$Def. \qquad \textbf{E}\textsc{v}\text{'}(\phi, u, \mathbf{A})^{\vdash} = \textbf{E}\textsc{v}(\phi, u)^{\vdash} - \bigcup_{t \in \mathbf{A}} \textbf{A}\textsc{c}(\phi^t_u)^{\vdash},$$

$$\text{donde } \phi^t_u \in \textbf{O}\textsc{b}, \text{ y } \mathsf{c}\mathbf{A} < \mathsf{c}(\mathbf{C}-\mathbf{A}) \tag{pEv}$$

Si $\mathbf{A}$ es finito —y $\mathbf{C}$ infinito—, podemos decir que $\mathbf{Ev'}(\phi, u, \mathbf{A})^{\vdash}$ es un cuasi evento. Al igual como con los eventos, evitaré abreviaré $\mathbf{Ev'}(\phi, u, \mathbf{A})^{\vdash}$ con $\mathbf{Ev'}(\phi)^{\vdash}$ cuando esto no cause confusiones. Ahora definiré que una teoría es refutable syss prohíbe por lo menos un pseudoevento.

Def. $\quad \mathbf{T}^{\vdash}$ es *refutable* $\Leftrightarrow \mathbf{Ev'}(\phi)^{\vdash} \subseteq \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash}),$ para algún ϕ $\quad (R)$

Todas las teorías están en el dominio de esta definición aplica en general a teorías, y no solo teorías consistentes o absolutamente consistentes pues. Como veremos en los teoremas (4.22) y (4.26), la refutabilidad implica estas propiedades de las teorías en los casos oportunos. Así, de esta definición se sigue la consecuencia deseable —incluida en la definición de Piscoya— de que toda teoría refutable será absolutamente consistente. Sin embargo, podemos formular esta conclusión en términos más fuertes diciendo que toda teoría refutable es empíricamente no trivial. Decimos que una teoría es *empíricamente trivial* si es que implica todos los enunciados observacionales de un lenguaje.

Def. $\quad \mathbf{A}$ es *empíricamente trivial* $\Leftrightarrow \mathbf{Ob} \subseteq \mathbf{A}$ $\quad (4.21)$

De lo que tenemos:

$\{\}$ $\quad \mathbf{T}^{\vdash}$ es *refutable* $\Rightarrow \mathbf{T}^{\vdash}$ no es *empíricamente trivial* $\quad (4.22)$

Demostración. Si $\mathbf{T}^{\vdash}$ es refutable, la definición (R) garantiza que hay un $\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$, lo que por la definición (Re) implica que $\mathbf{T} \nvdash \phi$.

La falsabilidad o refutabilidad clásica está definida solo para teorías consistentes, por lo cual es difícil establecer relaciones entre las definiciones (F) y (R). Omitiendo esta restricción, una teoría inconsistente podría ser falsable, pues prohíbe todos los eventos posibles de acuerdo con (F), pero irrefutable, pues no prohíbe un solo pseudoevento de acuerdo con (R). Para proseguir este análisis debemos entonces estudiar el caso especial en que la intersección entre los conjuntos corroboradores y falsadores potenciales de una teoría es vacío.

$\{\}$ $\quad \mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash}) \cap \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \{\} \Rightarrow \mathbf{T}^{\vdash}$ es *EC* $\quad (4.23)$

Demostración por contrapositiva. Por el teorema (2.13), de $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$ se sigue que

$\neg\phi \in \mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash})$, y por el teorema (2.21), de $\mathbf{T} \vdash \phi$ se sigue que $\neg\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$.

{N1} $$\mathbf{T}^{\vdash} \text{ es } EC \Leftrightarrow \mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash}) \cap \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \{\} \tag{4.24}$$

Demostración. ($\Rightarrow$) Por el teorema (2.13), de $\phi \in \mathbf{Co}(\mathbf{T}^{\vdash})$ se sigue $\mathbf{T} \vdash \phi$, y por el teorema (2.22), de $\phi \in \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$ se sigue $\mathbf{T} \vdash \neg\phi$, lo cual demuestra la contrapositiva. ($\Leftarrow$) Teorema (4.23).

De esto se sigue que el caso que nos interesa analizar es el de las teorías empíricamente consistentes. En este dominio tenemos que toda teoría falsable también es refutable.

{N1, N2} $$\mathbf{T}^{\vdash} \text{es } \textit{falsable} \Rightarrow \mathbf{T}^{\vdash} \text{es } \textit{refutable}, \text{ donde } \mathbf{T}^{\vdash} \text{ es } EC \tag{4.25}$$

Demostración. Si $\mathbf{T}^{\vdash}$ es empíricamente consistente, el teorema (4.20) implica que $\mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$. De ahí que si $\mathbf{Ev}(\phi)^{\vdash} \subseteq \mathbf{Fa}(\mathbf{T}^{\vdash})$, que significa que $\mathbf{T}^{\vdash}$ es falsable, se sigue $\mathbf{Ev'}(\phi)^{\vdash} \subseteq \mathbf{Re}(\mathbf{T}^{\vdash})$, que significa que $\mathbf{T}^{\vdash}$ es refutable.

Si la lógica de en que $\mathbf{T}$ está clausurada es explosiva, se sigue que toda teoría refutable debe ser consistente y viceversa.

{} $$\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}} \text{ es } \textit{refutable} \Leftrightarrow \mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}} \text{ es } \textit{consistente} \tag{4.26}$$

Demostración. Puesto que $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$ es refutable, el teorema (4.22) garantiza que no sea trivial, y el teorema (1.9) que es consistente.

Ahora queda por definir cómo se debe aplicar estos conceptos a la contrastación

efectiva de teorías inconsistentes. Supongamos que descubrimos que la teoría fáctica $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$ es inconsistente y, por tanto, trivial. Lo primero que debemos hacer es *destrivializar* $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{E}}}$, reemplazando $\vdash_{\mathsf{E}}$ por una relación de consecuencia paraconsistente $\vdash_{\mathsf{P}}$. No puede ser cualquiera pues no es el caso para todo $\mathbf{A}$ y $\vdash_{\mathsf{P}}$ que $\mathbf{A}^{\vdash_{\mathsf{P}}} \neq \mathbf{Le}$. Necesitamos pues una relación $\vdash_{\mathsf{P}}$ *apropiada* para $\mathbf{T}$; esto es, tal que $\mathbf{A}^{\vdash_{\mathsf{P}}}$ no sea trivial.

Def. $$\vdash \text{ es } \textit{apropiada} \text{ para } \mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{A}^{\vdash} \text{ es } \textit{no trivial} \tag{4.27}$$

Una relación $\vdash_{\mathsf{P}}$ puede ser apropiada para $\mathbf{T}$ y $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{P}}}$ ser empíricamente trivial. En este caso, $\mathbf{T}^{\vdash}$ sería tan inútil para las ciencias fácticas como lo sería cualquier teoría inconsistente clausurada en una lógica explosiva. Por lo tanto, $\vdash$ también debe ser *empíricamente apropiada* (*EA*) para $\mathbf{T}$; es decir, suficiente para impedir que $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{P}}}$ sea empíricamente trivial.

Def. $$\vdash \text{ es } EA \text{ para } \mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{O}\textsc{b}(\mathbf{A}) \subset \mathbf{O}\textsc{b} \tag{4.28}$$

Si encontramos una relación $\vdash_{\mathsf{P}}$ empíricamente apropiada para $\mathbf{T}$ y $\mathbf{R}^{\vdash_{\mathsf{P}}}$ es empíricamente consistente, entonces los refutadores potenciales de $\mathbf{R}^{\vdash_{\mathsf{P}}}$ serán sus falsadores potenciales, como lo establece el teorema (4.20). Caso contrario, debemos demostrar que un enunciado *no es teorema* de $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{P}}}$ antes de considerarlo un refutador potencial; usualmente esto es más difícil que demostrar que un enunciado sí es teorema.

Si tras agotar todas lógicas paraconsistentes inicialmente consideradas seguimos sin obtener un $\mathbf{O}\textsc{b}(\mathbf{A}^{\vdash})$ que no sea vacío o idéntico a $\mathbf{O}\textsc{b}$, debemos o bien reconsiderar nuestros criterios de selección de sistemas lógicos o, de lo contrario, descartar $\mathbf{T}^{\vdash}$ sin necesidad de contrastación empírica.

Ahora, supongamos que tenemos una teoría empíricamente inconsistente $\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{P}}}$ con una clase bien definida de refutadores potenciales $\mathbf{R}\textsc{e}(\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{P}}})$. Si $\mathbf{T}^{\vdash} \vdash_{\mathsf{P}} \phi \wedge \neg\phi$, el teorema (4.15) asegura que ninguno de $\phi \in \mathbf{R}\textsc{e}(\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{P}}})$ o $\neg\phi \in \mathbf{R}\textsc{e}(\mathbf{T}^{\vdash_{\mathsf{P}}})$ será el caso. Esto sucede porque en toda teoría consistente $\mathbf{T}$ existe una relación lógica clara entre sus de corroboradores y refutadores potenciales, la cual no existe en las teorías consistentes: ϕ y $\neg\psi$ son corroboradores potenciales de una teoría syss $\neg\phi$ y ψ son sus refutadores potenciales. Por esto, cada vez que un refutador potencial es empíricamente refutado, estamos automáticamente verificando un corroborador potencial.

Esto se explica por la definición clásica de la negación: ϕ es verdadera syss $\neg\phi$ es falsa (o no verdadera). En las lógicas paraconsistentes, en cambio, aun si la verdad de ϕ se sigue de la de los axiomas de $\mathbf{T}^{\vdash}$, no necesariamente se sigue ni la falsedad ni la no verdad de $\neg\phi$. De ahí que la verificación de ϕ no implica automáticamente la refutación de $\neg\phi$, ni viceversa.

Por lo dicho, si una teoría inconsistente quiere ser validada por sus inconsistencias, y no a pesar de ellas, debe pasar un proceso bilateral de contrastación: debe dar negativo en los tests que intenten refutar sus consecuencias empíricas consistentes, y positivo en los tests que intenten verificar sus consecuencias empíricas inconsistentes. Esto pone a los dialeteistas empíricos en serios aprietos, pues deben aceptar que *las teorías inconsistentes no pueden ser refutadas en tanto inconsistentes.* Solo podrían ser verificadas si aceptamos el argumento de Priest expuesto en la sección 4.1.

Esto haría del dialeteismo empírico una postura eminentemente dogmática; contraria a un espíritu científico que no solo busca corroborar, sino también la oportunidad de refutar sus hipótesis, o al menos remecerlas. No es posible objetar en este caso —al estilo de Reichenbach, Neurath y Kuhn— que el refutacionismo propone un modelo excesivamente simplificado de la práctica científica. El dialeteismo empírico no ha podido satisfacer adecuadamente ni siquiera este modelo; por lo que no se puede esperar que satisfaga uno más sofisticado.

No obstante, las definiciones aquí propuestas pueden servir para salvar teorías inconsistentes, pero sin pretender validarlas como tales. En la siguiente y final sección presento algunas consideraciones al respecto.

Consideraciones finales

> We want our criticism to be severe. ... It doesn't matter if we are over-critical.
>
> —Karl Popper (1979, pág. 305)

> *Si acaso doblares la vara de la justicia, no sea con el peso de la dádiva, sino con el de la misericordia.*
>
> —Don Quijote (II.42.16)

Comencé esta disertación citando a Popper, quien enfatizaba el rol crítico de la lógica en la ciencia empírica, pues aquella permite retro-transmitir la falsedad de las consecuencias lógicas de una teoría. Ahí donde una teoría implique algo falso, debemos ser críticos y rechazarla; asimismo, si la teoría es inconsistente, debemos también rechazarla por ser trivial y no informativa. ¿Pero qué sucede si nuestra mejor aproximación es una teoría inconsistente? Quizá solo corresponda seguir buscando hasta encontrar una teoría consistente que realmente pueda ser contrastable. Sin embargo, nada garantiza que la encontremos una en un plazo razonable, por lo que debemos servirnos, si quiera provisionalmente, la teoría inconsistente.

¿Cómo se debe llevar entonces la empresa crítica popperiana con las teorías inconsistentes? Las lógicas paraconsistentes evitan que algunas teorías inconsistentes sean triviales y de esta manera evitamos que no sean informativas. Sin embargo, al implicar dos enunciados contradictorios, uno de los cuales es verdadero, serían falsadas a priori. Mi solución parece ir en contra del espíritu crítico de Popper pues dada una contradicción de una teoría y su posible disonancia con la realidad, he optado por la misericordia en lugar de por la crítica.

Esta misericordia, empero, no debe confundirse con la dádiva. Si los falsadores potenciales de una teoría fueran solo aquellos enunciados que la pudieren trivializar, habríamos tenido teorías demasiado resistentes a la crítica; habríamos doblado la vara de la justicia con el peso de la dádiva. Por esto he optado por rechazarlas cada vez que aceptemos un enunciado que, contradiciendo la teoría, no esté también implicado por ella. Si tal falsador potencial es verdadero, la teoría tendrá que ser perdonada. Y esto debe ser así pues, con las teorías inconsistentes, no es posible ser críticos sin ser primero misericordiosos.

Conclusiones

A continuación los resultados de este trabajo.

1. *Los conceptos clásicos de falsador potencial y falsabilidad son aplicables a teorías inconsistentes siempre que sean empíricamente consistentes.* Esto sucede porque una teoría empíricamente consistente no implica ningún par $\phi, \neg\phi$ de fórmulas observacionales. Puesto que un falsador potencial debe ser un enunciado observacional, las inconsistencias teóricas son irrelevantes para las definiciones clásicas.

2. *Es posible definir clases de corroboradores y refutadores potenciales excluyentes y no vacías, así como un concepto de refutabilidad adecuado para las teorías inconsistentes no triviales en general.* Esto es posible solo si la teoría está clausurada con respecto a una relación de consecuencia que le sea empíricamente apropiada, o sea, si es que podemos definir una clase de enunciados observacionales que no se sigan de la teoría con respecto a cierta relación de consecuencia paraconsistente.

3. *Las definiciones referidas en la conclusión previa tienen como caso especial las definiciones clásicas.* De ahí que lo propuesto en esta disertación constituya una teoría formal de la contrastación más amplia que la de Popper e igualmente fuerte cuando limitamos su dominio al de las teorías empíricamente consistentes.

4. *La verificación de un corroborador potencial de una teoría inconsistente no implica automáticamente la refutación de uno de sus refutadores potenciales, ni la recíproca.* Esto se debe a que las lógicas paraconsistente no establecen de manera general la incompatibilidad entre una fórmula y su negación. De esto se sigue que toda teoría empíricamente inconsistente debe pasar por un *proceso bilateral de contrastación* en el que verificamos sus consecuencias inconsistentes y refutamos sus consecuencias consistentes. En consecuencia, las teorías inconsistentes son contrastables en un sentido más débil que las teorías consistentes.

5. *Existe un buen argumento según el cual es posible observar lo dicho por un enunciado contradictorio.* Este argumento de Priest parte por aceptar la posibilidad de observar lo expresado por una conjunción y por un enunciado negado. Asimismo, no presupone aceptar que el mundo sea "inconsistente" en ningún sentido. La posibilidad de observar situaciones imposibles, como las expresadas por los dibujos de Escher, parece suficiente prueba empírica de esta posibilidad.

6. *No es posible refutar lo expresado por un enunciado observacional contradictorio si aceptamos la posibilidad de que sea verdadero.* Esto se debe a que si una teoría implicara ϕ y $\neg\phi$, sus refutadores potenciales correspondientes serían también $\neg\phi$ y ϕ. Puesto que estos ya son corroboradores potenciales de tal teoría, debemos excluirlos de su clase de refutadores potenciales.

7. *El dialeteismo empírico es un programa dogmático pues solo admite la corroboración, y no la refutación.* Esto se sigue de las dos últimas conclusiones, pues una teoría inconsistente puede ser contrastada por sus teoremas observacionales consistentes, pero no por las inconsistentes.

Apéndice A

Teoría de la contradicción

No es fácil presentar una definición de negación que sea válida para cualquier lógica. Si bien es posible definir la negación de una manera especial para cada lógica, necesitamos una definición o esquema que los unifique pues queremos aplicar estas lógicas y, en especial, las propiedades de su operación de negación para tratar los enunciados de ciertas teorías científicas. Por esto, definiré directamente qué es una contradicción asumiendo que $\neg$ es el operador de negación de nuestro lenguaje.

En primer lugar, quiero distinguir entre la contradicción en un sentido débil y en uno fuerte. La *contradicción débil* es una relación que existe entre una fórmula α y su negación $\neg\alpha$. La *contradicción fuerte* es una propiedad de una fórmula del tipo $\alpha \wedge \neg\alpha$ —donde $\wedge$ es la conjunción. Caracterizo el primer caso como débil pues algunas lógicas paraconsistentes no incluyen la regla de adjunción, según la cual $\alpha, \beta \vdash \alpha \wedge \beta$. Es así que en tales lógicas podemos obtener α y $\neg\alpha$, pero no $\alpha \wedge \neg\alpha$, por lo que el principio *ex contradictione quodlibet* —i.e., $\alpha \wedge \neg\alpha \vdash \beta$— queda suspendido. Si bien decir que un tipo de contradicción es débil y el otro fuerte no aclara qué es una contradicción, sí sirve para precisar en qué manera la podemos expresar. Expresaré la contradicción como una relación usando el relator $\leftrightharpoons$, donde $\alpha \leftrightharpoons \beta$ se lee "α se contradice con β". Así, toda relación de contradicción debe satisfacer la siguiente definición.

Axiomas A.1: Teoría de la contradicción

Ax.	$\alpha \leftrightharpoons \neg\alpha$	(A.2)
Ax.	$\alpha \leftrightharpoons \beta \Rightarrow \beta \leftrightharpoons \alpha$	(A.3)
Ax.	$\alpha \leftrightharpoons \beta \ \& \ \beta \leftrightharpoons \gamma \ \& \ \gamma \leftrightharpoons \delta \Rightarrow \alpha \leftrightharpoons \delta$	(A.4)

El axioma (A.4) es prescindible si es que no queremos definir como contradicciones a cada par de fórmulas construido a partir de una misma fórmula, donde la una tiene un número par de negaciones por delante, y la otra uno impar. Esto, empero, restaría poder expresivo al concepto. De cualquier modo, el principal corolario de (A.1) se sigue de las axiomas (A.2) y (A.3).

{A.2, A.3} $$\neg\alpha \leftrightharpoons \alpha \tag{A.5}$$

La notación $\overline{\alpha}$ designa una fórmula arbitraria que se contradiga con α; e.g., $\neg\alpha$, $\neg\neg\neg\alpha$, $\neg\neg\neg\neg\neg\alpha$, etc. Así, la expresión "existe un $\overline{\alpha}$ tal que..." es una abreviación de "existe un β que se contradice con α tal que...", y la expresión "para todo $\overline{\alpha}$ se cumple..." es una abreviación de "para todo β que se contradiga con α se cumple...". En notación lógica esto se vería así:

Def. $$\bigwedge_{\overline{\alpha}} \mathrm{P}\overline{\alpha} \Leftrightarrow \bigwedge_{\beta}(\beta \leftrightharpoons \alpha \Rightarrow \mathrm{P}\overline{\alpha}) \tag{A.6}$$

Def. $$\bigvee_{\overline{\alpha}} \mathrm{P}\overline{\alpha} \Leftrightarrow \bigvee_{\beta}(\beta \leftrightharpoons \alpha \ \& \ \mathrm{P}\overline{\alpha}) \tag{A.7}$$

Para diferencias dos o más fórmulas arbitrarias que se contradigan con α podemos utilizar subíndices numéricos como $\overline{\alpha}_1$, $\overline{\alpha}_2$, etc. Ahora podemos redefinir la clase de refutadores potenciales como sigue:

Def. $$\textbf{R}\textsc{e}(\mathbf{T}^{\vdash}) = \{\phi \notin \mathbf{T}^{\vdash} \mid \overline{\phi} \in \mathbf{T}^{\vdash}\} \tag{Re}$$

El lector puede comprobar que todos los teoremas de la sección 4.3 se siguen sin necesidad de los postulados (N1) y (N2), aunque las demostraciones son un tanto más engorrosas.

Apéndice C

Concepción semántica de las teorías

La distinción entre teorías matemáticas y fácticas no consiste en que las segundas sean teorías interpretadas y las primeras no, pues podemos interpretar una teoría con un sistema numérico. Tal distinción es más fácil de explicar con la notación de la concepción semántica y el concepto de *núcleo estructural*.

> El núcleo estructural de una teoría física en sentido de Sneed consta de diversas clases: la clase de todos los modelos posibles parciales de la teoría, es decir, de todos los sistemas observables y describibles con independencia de la teoría y que eventualmente podrían ser explicados por ella; en segundo lugar, la clase de todos los modelos posibles, especificada por los dos primeros axiomas; en tercer lugar, la clase de los modelos, especificada por los últimos axiomas; en cuarto lugar, una función que a cada modelo posible le asigna un modelo posible parcial, a saber, el sistema que consta de su mismo dominio y sus mismas funciones no teóricas; y finalmente, la clase de todos los conjuntos de modelos posibles ligados entre sí por las condiciones de ligadura. (Mosterín 2000, pág. 269)

Aunque la noción de modelo aparece en cada punto de la definición, esta solo sirve para caracterizar lo común que hay entre ellos. El núcleo estructural es lo que caracteriza a una estructura matemática la cual puede, en principio, servir para describir cualquier sistema o ser objeto de estudio puramente abstracto. La adecuación de tal núcleo a la descripción de tal o cual sistema es lo que corresponde a una ciencia fáctica. En particular, si tenemos un núcleo estructural $\mathfrak{N}$ podemos decir que un sistema $\mathfrak{S}$ le es adecuado o no y definir que $ad(\mathfrak{N})$ es el conjunto de los sistemas adecuados a $\mathfrak{N}$. Dejando a la intuición la noción de adecuación, podemos decir que una estructura $\mathfrak{T} = \langle \mathfrak{N}, \mathfrak{I} \rangle$ syss $\mathfrak{N}$ es un núcleo estructural y $\mathfrak{I} \subseteq ad(\mathfrak{N})$.

Intuitivamente $\mathfrak{I}$ es un conjunto de sistemas o interpretaciones *propuestas* de la teoría que puede cambiar en el tiempo. Por ejemplo, la mecánica clásica newtoniana tenía entre sus modelos propuestos los fenómenos terrestres, el sistema planetario, los sistemas satelitales e incluso el movimiento atómico y el universo. Sin embargo, aunque los cuatro últimos ya no sean modelos adecuados, sí lo sigue siendo el primero. De este modo, la teoría newtoniana aún es científicamente relevante pues cuenta con interpretaciones adecuadas a su núcleo estructural. El lenguaje de la concepción semántica es compatible con la idea de que las teorías en la ciencia no son estáticas y a menudo adquieren nuevos modelos o pierden antiguos.

Está claro que una teoría matemática no requiere de interpretaciones propuestas para su caracterización pues su objeto de estudio es las estructuras mismas. Esto es así en la concepción contemporánea de teoría matemática. La mayor parte de la historia, sin embargo, la geometría euclidiana fue considerada una teoría sobre el espacio real. Es por eso que antes, y no ahora, tenía sentido decir que la geometría euclidiana es verdadera o falsa.[1] Nada de esto impide asociar una interpretación destacada por motivos intuitivos una teoría matemática, pero esto ya no tiene que ver con su caracterización formal.

[1]Putnam (1975, cap. 4) tiene un contra-argumento que no tengo espacio par rebatir.

Apéndice D

Consideraciones sobre la concepción sintáctica

En la concepción sintáctica, una teoría $\mathbf{T}$ es un subconjunto de $\mathbf{L\scriptstyle{E}}$ que contiene las proposiciones que postula verdaderas del sistema que pretende explicar. También nos dice indirectamente qué enunciados son falsos: la negación de cada enunciado de $\mathbf{T}$. Si cualquier subconjunto de $\mathbf{L\scriptstyle{E}}$ fuera una teoría, $\wp\mathbf{L\scriptstyle{E}}$ sería el conjunto de todas las teorías expresables en $\mathbf{L\scriptstyle{E}}$, lo que nos lleva a las siguientes consideraciones.

En primer lugar, algunas teorías serían poco interesantes. Por ejemplo, la teoría $\mathbf{T}_0 = \mathbf{L\scriptstyle{E}}$ es idéntica a su lenguaje, por lo cual todo se sigue de ella. Como dijo Popper de las teorías inconsistentes, el problema de $\mathbf{T}_0$ no radica en que sea falsa sino en que no es informativa. No podemos esperar predicciones interesantes o arriesgadas de $\mathbf{T}_0$ pues además de predecir todo lo que sucede, también predice todo lo que no sucede. Por su parte, $\mathbf{T}_1 = \{\}$, siendo opuesta a $\mathbf{T}_0$, es igual de inútil pues al no afirmar ni negar enunciado alguno, tampoco nos provee predicciones.

Tampoco es muy útil $\mathbf{T}_2 = \mathbf{L\scriptstyle{E}} - \{\alpha\}$ pues esto no significa, en sentido estricto, que $\mathbf{T}_2$ prohíba α. En la mayoría de lógicas, α es equivalente a alguna de la fórmulas $\neg\neg\alpha, \neg\neg\neg\neg\alpha, ...$, las cuales aún pertenecen a $\mathbf{T}_2$. Una observación similar puede hacerse para cualquier teoría que excluya solo una cantidad finita de enunciados de su lenguaje y también para teorías que solo impliquen una cantidad finita de ellos.

Un caso menos obvio es el de $\mathbf{T}_3 = \textbf{L}\textsc{e} - \mathbf{A}$, donde $\mathbf{A}$ y $\textbf{L}\textsc{e} - \mathbf{A}$ son equipotentes; de lo que se sigue que **Le** también es equipontente con ellos. Una teoría así debería ser interesante pues parece que prohíbe tanto como predice. Sin embargo, si los enunciados atómicos de **Le** son $P, Q, R, ...$, podemos establecer una función biyectiva f entre el conjunto de fórmulas $\{P, \neg P, \neg\neg P, ...\}$ al conjunto de todas las fórmulas de **Le**. Si limitamos **Le** solo a fórmulas literales, podemos usar la técnica cantoreana para establecer una biyección entre $\{P, \neg P, \neg\neg P, ...\}$ y **Le** en el cuadro D.1.

Cuadro D.1 : Fórmulas de Le

$$\begin{array}{rrrrc l l}
P & Q & R & S & \cdots & \mathsf{f}P & = P \\
\neg P & \neg Q & \neg R & \neg S & \cdots & \mathsf{f}\neg P & = \neg P \\
\neg\neg P & \neg\neg Q & \neg\neg R & \neg\neg S & \cdots & \mathsf{f}\neg\neg P & = Q \\
\neg\neg\neg P & \neg\neg\neg Q & \neg\neg\neg R & \neg\neg\neg S & \cdots & \mathsf{f}\neg\neg\neg P & = R \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots
\end{array}$$

La cardinalidad del conjunto de enunciados prohibidos o predichos por $\mathbf{T}$ no basta para establecer si una teoría tiene suficiente contenido empírico. Ya Popper había advertido, por razones distintas, que el concepto de cardinalidad no es de mucha ayuda para comparar las clases de refutadores potenciales pues estas clases "tienen el mismo número cardinal para todas las teorías" (2002, pág. 97).

Nuestro criterio debe basarse en las relaciones lógicas que queremos que rijan entre los enunciados de la teoría, como se hace en la definición (Te). Esta definición excluye directamente teorías del tipo $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$, además de facilitar la identificación teorías del tipo $\mathbf{T}_0$ —esto especialmente cuando la lógica es explosiva. Esto porque toda vez que una teoría no implique un enunciado $\alpha \in \textbf{L}\textsc{e}$ tampoco implicará un conjunto infinitos de enunciados —según la lógica presupuesta.

En cuanto a $\mathbf{T}_1$, el hecho de que la teoría esté clausurada con respecto a una relación de consecuencia asegura que por lo menos los teoremas de tal lógica sean parte de la teoría, por lo cual siempre tendremos que $\mathbf{T} \neq \{\}$, incluso si el conjunto de sus axiomas es vacío. Asimismo, podríamos identificar teorías del tipo $\mathbf{T}_0$ si demostramos que es trivial de acuerdo con la relación con respecto a la que esté clausurada. Si tal relación es explosiva, bastará con demostrar una contradicción. No quise excluir $\mathbf{T} = \mathbf{L}\textbf{\textsc{e}}$ de la definición (Te) pues no siempre es fácil determinar si una teoría es trivial solo a partir de sus axiomas. De hecho, algunos conjuntos de axiomas pueden producir teorías triviales en una lógica pero no en otra.

El que una teoría solo incluya enunciados de $\mathbf{L}\textbf{\textsc{e}}$ impide que afirme algo que carezca de sentido afirmar del sistema que pretende describir. Esto parece no ser siempre así pues a menudo una teoría nueva construye un lenguaje nuevo para lo que pretende ser el mismo sistema estudiado la teoría precedente. En estos casos, sin embargo, la nueva teoría extiende el lenguaje de la original; especialmente si es que, como suele pasar, podemos derivar la teoría original como caso especial la nueva.

Apéndice E

¿Es inconsistente la cosmología de Newton?

> The generality of mankind consider infinites no other ways than indefinitely; and in this sense they say all infinites are equal; though they would speak more truly if they should say, they are neither equal nor unequal, nor have any certain difference or proportion one to another.
>
> —Isaac Newton, *Segunda carta a Bentley* (1693)

La cosmología de Newton, o la teoría newtoniana de la gravitación, es señalada a menudo como un ejemplo históricamente relevante de teoría fáctica inconsistente. Tal teoría comprende los siguientes presupuestos mecánicos:

a) Sistema de referencia inercial que satisface las tres leyes de movimiento: (*i*) la velocidad de x es constante a menos que se le ejerza una fuerza; (*ii*) la suma de fuerzas F ejercidas sobre x es igual a su masa multiplicada por su aceleración; (*iii*) la fuerza que x ejerce sobre y es igual a la fuerza que y ejerce sobre x.

b) Ley de la gravitación universal de Newton (de la inversa del cuadrado): La fuerza que x ejerce sobre y es igual al producto de sus masas y la constante gravitatoria, dividida entre el cuadrado de la distancia entre ambos.

Y los siguientes presupuestos cosmológicos:

c) Espacio euclidiano tridimensional infinito.

d) Distribución de materia homogénea e isotrópica a escalas macroscópicas.

Decimos que un material es *homogéneo* si tiene las mismas propiedades y composición en cualquiera de sus partes; decimos, en cambio, que es *isotrópico* si sus propiedades son las mismas en cualquier dirección. Un material homogéneo, pero no isotrópico es el cuero pues, si bien cualquier plancha de cuero es igual en cualquier parte, no es igualmente flexible en toda dirección. En síntesis, el presupuesto (d) postula que "a escalas lo suficientemente grandes el universo es esencialmente igual en todas partes" (Koberlein 2014).

Estos presupuestos parecen implicar una serie de paradojas.[1] La que aquí nos interesa postula que la fuerza gravitatoria neta ejercida sobre una partícula de prueba "en cualquier punto del espacio es igual a F, donde F es una fuerza de *cualquier magnitud o dirección nominada*" (Norton 2002, pág. 186).

> Sea p una partícula de prueba arbitraria y c un cúmulo arbitrario de partículas que ejerce una fuerza F sobre p. Consideremos todas las partículas del espacio con excepción de p y c. De (b) se sigue que cuanto más lejos esté una partícula, menor será la fuerza que ejerza sobre p. Pero como el espacio es homogéneo, isotrópico e infinito, la fuerza ejercida sobre p en cualquier dirección será infinita; por lo tanto, la fuerza neta ejercida sobre p menos la fuerza que ejerce c es igual a 0.
>
> Ergo, la fuerza gravitatoria neta ejercida sobre p es igual a la fuerza que c ejerce sobre p: es decir F. Puesto que F es arbitraria, tenemos entonces tanto que $F = x$, para cualquier fuerza nominada x. Así, dadas dos fuerzas m y n tales que $m \neq n$, tendríamos que $F = m = n$, lo cual se contradice con $m \neq n$. (adapt. ibíd., §3)[2]

Esta paradoja ha sido discutida en por autores como Norton (2002, orig. 1992), Malament (1995), Vickers (2013, cap. 5) y Davey (2014, §3.3.1). Según Norton

[1] Koberlein (2016) hace una interesante presentación informal algunas de estas.

[2] Publicada por primera vez en: Hugo von Seeliger (1895). «Ueber das Newton'sche Gravitationsgesetz». En: *Astronomische Nachrichten* 137.9, págs. 129-36. DOI: `10.1002/asna.18951370902`.

(2002), esta paradoja revela la inconsistencia de la cosmología de Newton y, por ende, prueba la existencia de al menos una teoría inconsistente en la historia de la ciencia. Los demás, empero, cuestionan esta aseveración y debaten si su reconstrucción es apropiada. Malament, por ejemplo, señala que esta contradicción solo puede aparecer en una formulación primitiva de la teoría, anterior a su geometrización por Cartan[1] y Friedrichs[2] (1995, pág. 489). En otras palabras, la inconsistencia se origina en la formalización y no en la teoría misma.

Para explicar este argumento representaré nuestra fuerza F con la sumatoria:

$$F = \sum_{i \in U} F_i \tag{E.1}$$

donde U es el conjunto de las (infinitas) partículas del universo y, para todo $i \in U$, F_i es la fuerza que i ejerce sobre p. Malament señala que el argumento de Norton asume que podemos separar de la suma (E.1) la fuerza de cualquier partícula para reincorporarla después y obtener el resultado que queramos. La inconsistencia sería entonces producto de una manipulación incorrecta de las sumatorias infinitas y el argumento de Norton, similar a aquél "usado para 'demostrar' que, para todo entero n, la suma infinita $1 - 1 + 1 - 1 + ...$ es igual a n." Luego, lo que "Norton presenta como una demostración de inconsistencia es mejor entendido como una vívida demostración de no-convergencia." (ibíd., pág. 491)

Con un criterio similar, Davey considera errado decir que "la magnitud de la fuerza neta depende del orden en que sumamos la contribuciones de cada partícula", pues tal suma "no está bien definida matemáticamente." De ahí que esta inconsistencia no le parezca epistemológicamente relevante pues lo que tenemos es "un conjunto inconsistente de afirmaciones matemáticas que han sido insertadas en una física por lo demás consistente." (2014, pág. 3021)

Ciertos presupuestos matemáticos de la teoría no contaron pues con bases sólidas hasta mucho después de formulada. El cálculo infinitesimal formulado por New-

[1] Élie Cartan (1923/1924). «Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (première partie)». En: *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure.* 3.ª ép. 40–1, págs. 325-412, 1-25. DOI: 10.24033/asens.751, 10.24033/asens.753.

[2] Kurt Friedrichs (mar. de 1928). «Eine invariante Formulierung des Newtonschen Gravitationsgesetzes und des Grenzüberganges vom Einsteinschen zum Newtonschen Gesetz». En: *Mathematische Annalen* 98 (1), págs. 566-75. ISSN: 1432-1807. DOI: 10.1007/BF01451608.

ton y Leibniz, necesario para operar sumas de series infinitas no convergentes, fue muy criticado por su “carácter vago y poco riguroso”. Recién en el siglo XIX fue adecuadamente formulado gracias a la introducción de “la noción de límite y de la reducción de esa noción a otras puramente aritméticas, eliminando así cantidades infinitesimales y métodos aparentemente poco rigurosos de aproximación.” (da Silva 2007, pág. 82)

Del mismo modo sucede con el concepto de infinito, a cuya manipulación matemática Newton hizo contribuciones invaluables. Su comprensión del concepto no fue ingenua; esto lo demuestra en su análisis de la paradoja según la cual una pulgada debe ser igual a un pie porque si dividimos ambas en partes infinitas, las sumas de tales partes deben ser iguales. El problema no reside, según Newton, en el presupuesto de divisibilidad infinita de las magnitudes, como señalaron quienes descubrieron la paradoja, sino en la concepción errónea de que todos los infinitos son iguales.

> Existe, luego, otra forma de considerar los infinitos que es usada por los matemáticos, y que es por lo cual, dentro de ciertas restricciones y limitaciones determinadas, podemos determinar que *los infinitos tienen ciertas diferencias o proporciones entre sí.* (Newton 1838, pág. 209, mi énfasis)

Con todo, su concepto de infinito es insuficiente para la comprensión cabal de la inconsistencia señalada por Norton. Esto porque tal inconsistencia no se obtiene de la manipulación de magnitudes infinitamente divididas, sino de conjuntos de cardinalidad infinita: el conjunto de partículas que existen en un espacio infinito. Las proporciones y diferencias de las que Newton habla no son expresables en términos de cardinales transfinitos pues su noción de infinito es pre-cantoriana. Newton imagina el espacio infinito como un espacio euclidiano tridimensional que se extiende indefinidamente hacia todos lados; no como un conjunto de coordenadas equipotente con uno de sus subconjuntos propios. Tal limitación bien podría haber jugado un papel relevante en la formulación de su teoría cosmológica.

Vickers comparte las inquietudes antes expuestas sobre la correcta formulación de la teoría y da un paso más al proponer que el "concepto de *Cosmología Newtoniana* no está bien definido en absoluto" (2013, pág. 111); solo tenemos diferentes formulaciones o propuestas para sistematizar la concepción cosmológica que ni siquiera el mismo Newton llegó a formular adecuadamente. A pesar de esto, usamos tal concepto para denotar una teoría supuestamente no ambigua "para la que la respuesta a la pregunta '¿es consistente?' será 'sí' o 'no'" (ibíd., pág. 133). Por esto, Vickers adopta una estrategia *eliminista* en la que no analizamos *teorías* sino directamente los *enunciados* que nos interesan de estas (cf. ibíd., cap. 1). Así, Vickers discute formulaciones alternativas de la "teoría", de las que deriva cuatro inconsistencias distintas (ibíd., §5.3), de las que solo una le parece históricamente relevante.

> [L]as inconsistencias (I1), (I3) y (I4) no hacen justicia a cómo se desarrolló la historia de la ciencia. Para cada una, y para ambos siglos en cuestión, al menos un presupuesto no tuvo ninguna relevancia en la historia real de la ciencia, sea porque [(*i*)] la matemáticas pertinentes no existían (más o menos antes de 1800), o porque [(*ii*)] no se hacía preguntas cosmológicas en absoluto (después de 1800). (ibíd., pág. 135)

Para el caso (*i*), Vickers señala una serie errores formales:

- La confusión entre *divergencia* e *indeterminación* debida a la ausencia de las herramientas formales antes señaladas. (ibíd., §5.3.1.1)
- La contradicción se da en términos de conceptos sin significación empírica inmediata como *fuerza promedio* o *potencial gravitatorio*. (ibíd., §5.3.1.3)
- La indeterminación de la fuerza F puede implicar tanto que *la solución no ha sido alcanzada*, cuanto que *no existe tal solución*. (ibíd., §5.3.2.1)

En cuanto a (*ii*), Vickers se apoya en las investigaciones de Merleau-Ponty y otros[1] para afirmar que en el siglo XIX los científicos "no planteaban problemas

[1]Especialmente: Jacques Merleau-Ponty y Bruno Morando (1971). *Les trois étapes de la cosmologie*. Collection Science nouvelle. Paris: Robert Laffont.

cosmológicos *en absoluto*” (2013, pág. 134).

Finalmente, Vickers reconoce que los presupuestos que hacen posible la inconsistencia (I2) sí fueron sostenidos por varios de los actores relevantes de los siglos XVII y XVIII. Por esto se pregunta por qué fue identificada recién a fines del siglo XIX. Para responder distingue dos maneras en que podemos formular la pregunta que desencadena la inconsistencia.

¿Cuál es la *fuerza gravitatoria neta* ejercida sobre p
en un lugar arbitrario del universo? (ibíd., pág. 112) (Q)

¿Cuál es la fuerza gravitatoria neta *promedio* que p experimentaría en
todos los puntos de una región arbitraria lo suficientemente grande
como para que el universo sea homogéneo a esa escala? (ibíd., pág. 136) (Q')

En ambas presentaciones, arguye Vickers, no estamos ante una pregunta obvia. Responder (Q) implicaría “conocer las posiciones y masas de un número infinito de cuerpos, lo que es absurdo”. Por su parte, (Q') “no parece ser una pregunta interesante, *excepto* porque responderla de dos maneras distintas nos lleva a una inconsistencia” (ibíd., pág. 136). Ciertamente, esto no parece ser relevante para cosmología o la física, pero sí muestra a los “científicos una de las cosas más importantes que pueden aprender: que uno de sus presupuestos es falso”. (ibíd., pág. 144)

Vickers acepta entonces que una de las formulaciones históricas de la cosmología newtoniana es inconsistente —y esto a pesar de que dedica su libro a refutar caso por caso que haya existido teorías científicas inconsistentes históricamente relevantes. Resulta que tales enunciados, como los reconoce Vickers, son precisamente (a–d); por lo que, descartando las consideraciones formales antes señaladas, vale la pena preguntarnos cuál de estos presupuestos sería el menos confiable en aquél contexto. Podemos descartar que (a) o (b) sean el problema, pues están en el corazón de la física de Newton —y además son satisfechos con suficiente precisión por objetos que se mueven a velocidades que no se aproximan a la de la luz.

Parece que Newton creía en (c) pues en un espacio finito, aun si la masa estuviera homogéneamente distribuida, toda esta “caería atraída hacia el centro de todo el espacio y formaría ahí una gran masa esférica" (Newton 1838, pág. 203). Harrison (1986), sin embargo, sugiere que quizá Newton haya admitido la finitud del universo e incluso calculado en cuánto tiempo se podría contraer: cien millones de años. En favor de esta hipótesis señala que tales cálculos fueron hechos por Lord Kelvin con conceptos matemáticos que Newton conocía. Asimismo, la siguiente cita enigmática le sugiere que Newton pudo ver aquí un argumento en favor de la existencia de Dios:

> Pero hay aún otro argumento de la existencia de Dios, que considero muy fuerte; pero hasta que los principios en que se funda sean mejor recibidos, creo que lo más aconsejable es dejarlo dormir. (Newton 1838, pág. 207)

Ésta, que no pasa de ser una audaz especulación, establece empero que de haber advertido Newton la inconsistencia, quizá habría descartado el presupuesto (c) antes que el (d). En cuanto a este, Bentley advirtió a Newton de una especie de paradoja, que según Norton es básicamente la misma de la que estamos discutiendo.

> Y es mucho más difícil concebir que todas las partículas en un espacio infinito estén tan precisamente posicionadas una entre otra, como para permanecer quietas en perfecto equilibrio. [...] Con todo, concedo la posibilidad, al menos por poder divino; y si estuvieran alguna vez así ubicadas, concuerdo con usted en que continuarían en tal posición sin movimiento por siempre, a menos que vuelvan a ser puestas en movimiento por el mismo poder. (ibíd., pág. 208)

De tal universo, que sería homogéneo e isotrópico en el nivel de las partículas, Newton reconoció que no podría ser puesto en movimiento sino por una fuerza divina. No advirtió, empero, que tal debía ser el caso del nuestro a escalas macroscópicas. De ahí que no sea justo decir que "Newton simplemente negó que hubiera un problema" (Norton 2002, pág. 191), pues no advirtió que el universo satisface (d) a ciertas escalas.

Pero si esta teoría era realmente inconsistente, ¿cómo es que los físicos de la época pudieron sostenerla racionalmente sin tenerla por trivial o inútil? ¿Es acaso porque el razonamiento científico es paraconsistente en lugar de explosivo o clásico? Si así fuera, tendríamos que concluir que la mejor manera de representar la cosmología newtoniana sería como un cierto conjunto de axiomas clausurado con respecto a una relación paraconsistente. A pesar de su explícita oposición a esta hipótesis, Vickers la sugiere cuando dice que "está muy claro que [los científicos del siglo XVIII] no inferían ni algo ni todo por ECQ." (2013, pág. 145)

Sin embargo, quizá la racionalidad científica no deba evaluarse en el contexto de todas las afirmaciones y preguntas que según el lógico o el filósofo sean expresables por una teoría, sino acaso solo de aquellas que lo sean según la comunidad de expertos en el tema. Si una pregunta no es hecha por un científico, puede deberse a que aún no ha sido descubierta, o a que simplemente no es una pregunta científica. Así, de toparnos con preguntas capaces de dinamitar la racionalidad o la consistencia de una teoría, debemos antes preguntarnos si no estamos obviando ciertos principios racionales, o incluso lógicos, según los cuales lo irracional e ilógico sea plantearse tales preguntas.

Apéndice F

Lógica proposicional clásica (LPC)

A partir de este apéndice presento brevemente algunos sistemas lógicos que pueden servir de referencia para el lector de la tesis. Una clasificación bastante más completa se puede hallar en Bobenrieth Miserda (1996, ap. A).

F.1. Semántica

La lógica proposicional clásica es una parte de la lógica de primer orden que solo se ocupa de las fórmulas proposicionales; i.e. sin predicados, términos singulares ni cuantificadores. Es posible definir todas sus funciones lógicas a partir cualquiera de sus dos operadores funcionalmente completos. En esta sección definiré uno de ellos, conocido como *el trazo de Sheffer*, y a partir de este definiré las demás funciones. El símbolo $\bot$ refiere la falsedad y $\top$ a la verdad.

Definición F.1 : Funciones de la LPC

α	β	$\alpha \uparrow \beta$
$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$

$$\begin{aligned}
\neg\alpha &\stackrel{\text{def}}{=} \alpha \uparrow \alpha \\
\alpha \vee \beta &\stackrel{\text{def}}{=} (\alpha \uparrow \beta) \uparrow (\alpha \uparrow \beta) \\
\alpha \wedge \beta &\stackrel{\text{def}}{=} (\alpha \uparrow \alpha) \uparrow (\beta \uparrow \beta) \\
\alpha \rightarrow \beta &\stackrel{\text{def}}{=} \alpha \uparrow (\beta \uparrow \beta) \\
\alpha \leftrightarrow \beta &\stackrel{\text{def}}{=} (\alpha \uparrow \beta) \uparrow ((\alpha \uparrow \alpha) \uparrow (\beta \uparrow \beta))
\end{aligned}$$

F.2. Axiomatización

La axiomatización propuesta por Jan Łukasiewicz (1963, sec. 4) que se puede presentar con tres esquemas axiomáticos y una regla de inferencia.[1]

Axiomas F.2: Axiomas de la LPC

Ax.	$\alpha, \alpha \to \beta \vdash_{\mathsf{T}} \beta$	(T1)
Ax.	$\vdash_{\mathsf{T}} (\alpha \to \beta) \to ((\beta \to \gamma) \to (\alpha \to \gamma))$	(T2)
Ax.	$\vdash_{\mathsf{T}} (\neg\alpha \to \alpha) \to \alpha$	(T3)
Ax.	$\vdash_{\mathsf{T}} \alpha \to (\neg\alpha \to \beta)$	(T4)

F.3. Álgebras

Un álgebra es una estructura $\mathfrak{A} = \langle \mathcal{A}, f_1, f_2, ..., f_n \rangle$, donde $\mathcal{A}$ es dominio de la estructura y f_1, ... f_n son funciones. Es importante que aclarar que si $\mathfrak{A}$ también tuviera relaciones ya no sería una estructura algebraica. La algebraización de la LPC fue propuesta por George Boole en su libro *The Mathematical Analysis of Logic*. Contemporáneamente, definimos un álgebra de Boole como una estructura $\mathfrak{B} = \langle \{0, 1\}, \sqcup, \sqcap, - \rangle$ que satisface los siguientes pares de axiomas:

[1] La presentación original se hace con consistantes proposicionales y dos reglas de inferencia adicionales: *regla de substitución* y *regla del reemplazo*.

AXIOMAS F.3: ÁLGEBRA DE BOOLE

Ax.	$a \sqcup b = b \sqcup a, \quad a \sqcap b = b \sqcap a$	(B1)
Ax.	$a \sqcup (b \sqcup c) = (a \sqcup b) \sqcup c, \quad a \sqcap (b \sqcap c) = (a \sqcap b) \sqcap c$	(B2)
Ax.	$a \sqcup a = a, \quad a \sqcap a = a$	(B3)
Ax.	$a \sqcup (a \sqcap b) = a, \quad a \sqcap (a \sqcup b) = a$	(B4)
Ax.	$a \sqcup (b \sqcap c) = (a \sqcup b) \sqcap (a \sqcup c), \quad a \sqcap (b \sqcup c) = (a \sqcap b) \sqcup (a \sqcap c)$	(B5)
Ax.	$a \sqcup 0 = a, \quad a \sqcap 1 = a$	(B6)
Ax.	$a \sqcup -a = 1, \quad a \sqcap -a = 0$	(B7)

Es usual interpretar $-$ como la negación, $\sqcup$ como la disyunción y $\sqcap$ como la conjunción. De ser así, 0 corresponde a la falsedad y 1 a la verdad. Los axiomas (B1–B4) definen el sistema como un retículo y los axiomas (B6) y (B7) señalan 0 y 1 como los extremos inferior y superior, respectivamente, de todo el sistema. Ahora, si invertimos la interpretación de $\sqcup$ y $\sqcap$, también se debe invertir la de 0 y 1. Si nos atenemos a la interpretación tradicional, es posible definir nuevas funciones correspondientes al condicional y bicondicional del siguiente modo.

Def. $$a \sqsupset b \stackrel{\text{def}}{=} -a \sqcup b \tag{B8}$$

Def. $$a \,\square\, b \stackrel{\text{def}}{=} (-a \sqcup b) \sqcap (-b \sqcup a) \tag{B9}$$

Las álgebras de Boole son isomorfas con otras estructuras que podríamos denominar álgebras de Sheffer–Wolfram. Un *álgebra de Sheffer–Wolfram* es una estructura $\mathfrak{S} = \langle \{0, 1\}, \triangle \rangle$ que satisface el *axioma de Wolfram*:

Ax. $$((a \triangle b) \triangle c) \triangle (a \triangle ((a \triangle c) \triangle a)) = c \tag{F.4}$$

El operador $\triangle$ se corresponde con el operador funcionalmente completo $\uparrow$.

F.4. Aritmetización

Contaré la verdad.

—Kukín Florez

Es posible representar la LPC interpretando sus valores lógicos como valores numéricos y sus funciones como operaciones aritméticas. Miguel Merma (2016; 2017) realizó una propuesta en este sentido interpretando 0 como la verdad y 1 como la falsedad. A continuación haré algo similar, pero manteniendo las interpretaciones tradicionales de 0 y 1. Para esto basta con asignar una operación aritmética a algún operador funcionalmente completo de la LPC; v.g. el trazo de Scheffer.

Definición F.5 : Equivalente aritmético de $\uparrow$

α	β	$\alpha \uparrow \beta$	$1 - a \cdot b$
0	0	1	$1 - 0 \cdot 0 = 1$
0	1	1	$1 - 0 \cdot 1 = 1$
1	0	1	$1 - 1 \cdot 0 = 1$
1	1	0	$1 - 1 \cdot 1 = 0$

Para simplificar la notación definiré la operación aritmética $\blacktriangle$ de manera que $a \blacktriangle b \overset{\text{def}}{=} 1 - ab$, para todo $a, b \in \mathbb{Z}$. De este modo, podemos interpretar toda la lógica proposicional en una sección de la aritmética con la siguiente función z.

Definición F.6 (Función z). Dadas las estructuras algebraicas $\mathfrak{S} = \langle \{0, 1\}, \triangle \rangle$ y $\mathfrak{A} = \langle \{0, 1\}, \blacktriangle \rangle$, la función $\mathsf{z} : \mathfrak{S} \longrightarrow \mathfrak{A}$ es tal que (i) z asigna $0 \in \mathbb{Z}$ a $0 \in \{0, 1\}$, (ii) z asigna $1 \in \mathbb{Z}$ a $1 \in \{0, 1\}$, y (iii) z asigna la función $\triangle$ de $\mathfrak{S}$ a la función $\blacktriangle$ de $\mathfrak{A}$.

Es un corolario de F.6 que existe la función inversa z^{-1} y que esta es inyectiva. Se sigue, pues, que z es una biyección entre $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{S}$, por lo que tenemos que son isomorfas. De ahí que $\mathfrak{A}$ satisface el axioma de Wolfram cuando interpretada de acuerdo con z. (Repárese en que para el dominio $\{0, 1\}$ rige $aa = a$.)

$$
\begin{aligned}
((a \blacktriangle b) \blacktriangle c) \blacktriangle (a \blacktriangle ((a \blacktriangle c) \blacktriangle a)) &= ((1 - ab) \blacktriangle c) \blacktriangle (a \blacktriangle ((1 - ac) \blacktriangle a)) \\
&= (1 - (1 - ab)c) \blacktriangle (a \blacktriangle (1 - (1 - ac)a)) \\
&= (1 - (c - abc)) \blacktriangle (a \blacktriangle (1 - (a - \cancel{a}ac)) \\
&= (1 - (c - abc)) \blacktriangle (a \blacktriangle (1 - (a - ac)) \\
&= (1 - c + abc) \blacktriangle (a \blacktriangle (1 - a + ac) \\
&= (1 - c + abc) \blacktriangle (1 - a(1 - a + ac) \\
&= (1 - c + abc) \blacktriangle (1 - (a - \cancel{a}a + \cancel{a}ac)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= (1 - c + abc) \blacktriangle (1 - (\cancel{a} - \cancel{a} + ac) \\
&= (1 - c + abc) \blacktriangle (1 - ac) \\
&= 1 - (1 - c + abc)(1 - ac) \\
&= 1 - (1 - ac - c + ac\cancel{c} + abc - a\cancel{a}bc\cancel{c}) \\
&= 1 - (1 - \cancel{ac} - c + \cancel{ac} + \cancel{abc} - \cancel{abc}) \\
&= 1 - (1 - c) \\
&= \cancel{1} - \cancel{1} + c \\
&= c
\end{aligned}
$$

Las siguientes equivalencias aritméticas de las funciones proposicionales usuales pueden derivarse fácilmente.

Cuadro F.7: Equivalencias aritméticas de la LPC

$\neg\alpha$	$\mapsto$	$a \blacktriangle a$	$=$	$1 - a$
$\alpha \vee \beta$	$\mapsto$	$(a \blacktriangle b) \blacktriangle (a \blacktriangle b)$	$=$	$a + b - ab$
$\alpha \wedge \beta$	$\mapsto$	$(a \blacktriangle a) \blacktriangle (b \blacktriangle b)$	$=$	ab
$\alpha \to \beta$	$\mapsto$	$a \blacktriangle (b \blacktriangle b)$	$=$	$1 + ab - a$
$\alpha \leftrightarrow \beta$	$\mapsto$	$(a \blacktriangle b) \blacktriangle ((a \blacktriangle a) \blacktriangle (b \blacktriangle b))$	$=$	$1 + 2ab - a - b$

Apéndice G

La lógica trivalente Ł$_3$

La lógica trivalente Ł$_3$ fue presentada por Jan Łukasiewicz (1970, págs. 87-8) como una alternativa a la lógica clásica bivalente. Es la primera lógica proposicional que considera tres valores lógicos, el tercero de los cuales es interpretable como la *posibilidad* o *indeterminación*.

G.1. Lenguaje y semántica

El lenguaje de Ł$_3$ se contruye a partir del de la LPC e incorpora nuevos functores: los functores unarios $\triangledown, \vartriangle, \circ$ y el binario $|$. Su semántica consta de tres valores que representaré con -1 para *falso*, 1 para *verdadero* y 0 para el *tercer valor*.

DEFINICIÓN G.1 : SEMÁNTICA DE Ł$_3$

La lógica proposicional trivalente de Łukasiewicz se define por la estructura Ł$_3$ $= \langle\{-1, 0, 1\}, \mathcal{C}\rangle$, donde $\mathcal{C} = \{f_\neg, f_\Diamond, f_\Box, f_\vartriangle, f_\circ, f_\to, f_\vee, f_\wedge, f_\leftrightarrow, f_|\}$, cuyas funciones se definen por las matrices:

	$f_\neg$	$f_\Diamond$	$f_\Box$	$f_\vartriangle$	$f_\circ$
-1	1	-1	-1	-1	0
0	0	1	1	1	0
1	-1	1	1	-1	0

$f_\to$	-1	0	1
-1	1	1	1
0	0	1	1
1	-1	0	1

$f_\vee$	-1	0	1
-1	-1	0	1
0	0	0	1
1	1	1	1

$f_\wedge$	-1	0	1
-1	-1	-1	-1
0	-1	0	0
1	-1	0	1

$f_\leftrightarrow$	-1	0	1
-1	1	0	-1
0	0	1	0
1	-1	0	1

$f_|$	-1	0	1
-1	0	-1	-1
0	-1	1	-1
1	-1	-1	-1

Las funciones $f_\circ$ y $f_|$ no son originales de Ł$_3$. Incluyo $f_\circ$ porque el conjunto $\{f_\circ, f_\neg, f_\to\}$ es funcionalmente completo para la lógica trivalente, y $f_|$ porque es la versión trivalente del operador funcionalmente completo de Webb (1935).

G.2. Axiomatización

En el año 1931, en un artículo escrito en polaco, Mordchaj Wajsberg presentó una axiomatización para Ł$_3$ cuya única regla de inferencia es el MPP.[1]

AXIOMAS G.2: AXIOMAS DE Ł$_3$

Ax. $\alpha, \alpha \to \beta \vdash_{Ł_3} \beta$ (Ł1)

Ax. $\vdash_{Ł_3} \alpha \to (\beta \to \alpha)$ (Ł2)

Ax. $\vdash_{Ł_3} (\alpha \to \beta) \to ((\beta \to \gamma) \to (\alpha \to \gamma))$ (Ł3)

Ax. $\vdash_{Ł_3} (\neg\alpha \to \neg\beta) \to (\beta \to \alpha)$ (Ł4)

Ax. $\vdash_{Ł_3} ((\alpha \to \neg\alpha) \to \alpha) \to \alpha$ (Ł5)

[1] Tomo la referencia de Surma (1987, sec. ix). El artículo original se llama *Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku zdań*. En castellano: *Axiomatización del cálculo proposicional trivalente*. Fue publicado en el año 1931 en las *Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, vol. 23, pp. 126–45.

G.3. Álgebraización

La primera algebraización de $Ł_3$ fue propuesta por el matemático rumano Grigore Moisil. Una algebraización equivalente y simplificada ha sido presentada por Antonio Monteiro (1963) y Luíz Monteiro (1963; 1974). La estructura $\mathcal{M} = \langle \{1\}, \sqcup, \sqcap, \blacklozenge, - \rangle$ es una *álgebra de Łukasiewicz–Mosil–Monteiro* si satisface los siguientes axiomas:

AXIOMAS G.3: ÁLGEBRA DE ŁUKASIEWICZ–MOSIL–MONTEIRO

Ax. $$--a = a \tag{M1}$$

Ax. $$-a \sqcup \blacklozenge a = 1 \tag{M2}$$

Ax. $$a \sqcap (a \sqcup b) = a \tag{M3}$$

Ax. $$a \sqcap -a = -a \sqcap \blacklozenge a \tag{M4}$$

Ax. $$\blacklozenge(a \sqcap b) = \blacklozenge a \sqcap b \tag{M5}$$

Ax. $$-(a \sqcap b) = -a \sqcup -b \tag{M6}$$

Ax. $$a \sqcap (b \sqcup c) = (c \sqcap a) \sqcup (b \sqcup a) \tag{M7}$$

G.4. El problema de la aritmetización

$Ł_3$ es aritmetizable con las operaciones tradicionales; sin embargo, salvo por una función, las fórmulas que conseguimos están muy lejos de la simpleza lograda para la LPC. De hecho, para utilizar las operaciones tradicionales y usar los números -1, 0 y 1, esta aritmetización se debe dar en una teoría de números que incluya los números racionales —p.e. la de Suppes (1957, pág. 129). Por otro lado, no podemos simplificar a^2 pues la propiedad $aa = a$ no se cumple para -1; tenemos, empero, que sí se cumple la equivalencia $a^3 = a$. Interpretando los operadores del sistema $Ł_3$ con las siguientes equivalencias podemos igualar a 1 todos los teoremas de $Ł_3$.

Cuadro G.4: Equivalencias aritméticas de Ł$_3$

$$
\begin{array}{rcl}
\neg\alpha & \mapsto & -a \\
\Diamond\alpha & \mapsto & \frac{1}{2}(2 - a^2 - a) \\
\Box\alpha & \mapsto & \frac{1}{2}(a^2 - a) \\
\triangle\,\alpha & \mapsto & \frac{1}{2}(a^2 - a) \\
\circ\alpha & \mapsto & 0 \\
\alpha \to \beta & \mapsto & \frac{1}{2}(a^2b^2 - a^2 - b^2 + ab - a + b + 2) \\
\alpha \vee \beta & \mapsto & -\frac{1}{2}(a^2b^2 - a^2 - b^2 + ab - a - b) \\
\alpha \wedge \beta & \mapsto & -\frac{1}{2}(a^2b^2 - a^2 - b^2 + ab + a + b) \\
\alpha \leftrightarrow \beta & \mapsto & \frac{1}{2}(a^2b^2 - 2a^2 - 2b^2 + 3ab + 2) \\
\alpha \mid \beta & \mapsto & \frac{1}{4}(9a^2b^2 - a^2b - ab^2 + ab - 8a^2 - 8b^2 + 4)
\end{array}
$$

En principio, es posible aritmetizar cualquier lógica n-valente; sin embargo, las fórmulas se vuelven cada vez más complicadas y la aritmetización, carente de interés. Mientras la aritmetización de la lógica bivalente es atractiva por su simpleza y el uso de operaciones tradicionales, aquí la insistencia en usar solo las operaciones aritméticas tradicionales resulta en una gran complicación de las fórmulas. Esta complicación será argüiblemente mayor cuando la lógica en cuestión tiene más valores de verdad.

Apéndice H

Lógica discusiva J de Jaśkowski

La lógica *discusiva* (*dyskusyjnej*) de Jaśkowski Jaśkowski (1999, orig. 1948) es considerada la primera lógica paraconsistente. La mayoría de sus axiomatizaciones se basan en la lógica modal S5, aunque el mismo Jaśkowski no propuso una axiomatización. A continuación presento la axiomatización de Vasyukov (2001, págs. 43-4).

Axiomas H.1: Axiomas de la lógica discusiva

Def.	$\alpha^+ \stackrel{\text{def}}{=} \neg(\neg\alpha \wedge \alpha) \wedge \alpha$	(J0)
Ax.	$\vdash_{\mathsf{A}} \alpha \Rightarrow \vdash_{\mathsf{J}} \alpha^+$	(J1)
Ax.	$\vdash_{\mathsf{J}} (\alpha^+ \supset \alpha)^+$	(J2)
Ax.	$\vdash_{\mathsf{J}} ((\alpha \supset \beta)^+ \supset (\alpha^+ \supset \beta^+))^+$	(J3)
Ax.	$\vdash_{\mathsf{J}} ((\alpha \to \alpha) \to \alpha) \supset ((\alpha \to \alpha) \to \alpha)^+$	(J4)
Ax.	$\alpha^+, (\alpha \supset \beta)^+ \vdash_{\mathsf{J}} \beta^+$	(J5)
Ax.	$\alpha^+ \vdash_{\mathsf{J}} \alpha$	(J6)
Ax.	$(\alpha \to \alpha) \to \alpha \vdash_{\mathsf{J}} \alpha$	(J7)
Ax.	$\alpha^+ \vdash_{\mathsf{J}} \alpha^{++}$	(J8)
Ax.	$\alpha \supset \beta \vdash_{\mathsf{J}} \alpha \to \beta$	(J9)

Apéndice I

Lógicas paraconsistentes $\mathsf{C_n}$ de da Costa

Las lógicas $\mathsf{C_n}$ de da Costa (1963), da Costa (1974) y da Costa (1993)[1] parten de los axiomas de la lógica positiva de Hilbert-Bernays, que son los siguientes:

Ax. $\alpha, \alpha \to \beta \vdash_{\mathsf{C_n}} \beta$ (C0)

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha \to (\beta \to \alpha)$ (C1)

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} (\alpha \to \beta) \to ((\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \to \gamma))$ (C2)

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha \to (\beta \to \alpha \wedge \beta)$ (C3)

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha \wedge \beta \to \alpha$ (C4)

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha \wedge \beta \to \beta$ (C5)

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha \to \alpha \vee \beta$ (C6)

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} \beta \to \alpha \vee \beta$ (C7)

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} (\alpha \to \gamma) \to ((\beta \to \gamma) \to (\alpha \vee \beta \to \gamma))$ (C8)

A estos agregamos los axiomas correspondientes al principio de *tertium non datur* y de eliminación de doble negación; por lo que los sistemas $\mathsf{C_n}$ no son intuicionistas.

Ax. $\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha \vee \neg\alpha$ (C9)

[1]En castellano véase Piscoya (2009, sec. V.1).

Ax. $$\vdash_{\mathsf{C_n}} \neg\neg\alpha \rightarrow \alpha \tag{C10}$$

Dos definiciones introduciendo nuevos operadores unarios que permitan completar la axiomatización. Estos operadores expresan la noción de fórmula *bem comportada*, que indica para cierta fórmula aplica el principio de no contradicción. Estos operadores se definen inductivamente con las cláusulas (C11) y (C12).

Def. $$\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha^{(1)} \stackrel{\text{def}}{=} \neg(\alpha \wedge \neg\alpha) \tag{C11}$$

Def. $$\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha^{(n)} \stackrel{\text{def}}{=} \alpha^{(n-1)} \wedge (\alpha^{(n-1)})^{(1)} \tag{C12}$$

Los axiomas de un cálculo $\mathsf{C_n}$ se obtienen agregando los siguientes esquemas.

Ax. $$\vdash_{\mathsf{C_n}} \beta^{(n)} \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow \neg\alpha)) \tag{C13^n}$$

Ax. $$\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha^{(n)} \wedge \beta^{(n)} \rightarrow (\alpha \wedge \beta)^{(n)} \tag{C14^n}$$

Ax. $$\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha^{(n)} \wedge \beta^{(n)} \rightarrow (\alpha \vee \beta)^{(n)} \tag{C15^n}$$

Ax. $$\vdash_{\mathsf{C_n}} \alpha^{(n)} \wedge \beta^{(n)} \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)^{(n)} \tag{C16^n}$$

La negación de los sistemas $\mathsf{C_n}$ comparte muchas características con la de la lógica clásica. Sin embargo, no se cumple el principio de explosión, por lo son cálculos paraconsistente. A pesar de esto, es posible definir un operador con las propiedades de la negación clásica para todos estos cálculos con excepción de C_ω.

Def. $$*\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \neg\alpha \wedge \alpha^{(n)} \tag{C17}$$

De esto se sigue que la LPC es reducible a los sistemas $\mathsf{C_n}$, para $n < \omega$.

Apéndice J

Lógicas dialécticas de Routley y Meyer

Los siguientes son los axiomas y reglas de inferencia del la *lógica dialéctica débil* DL de Routley y Meyer (1976).

Def.	$\alpha \vee \beta \stackrel{\text{def}}{=} \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$	(D0)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} \alpha \to \alpha$	(D1)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} (\alpha \to \beta) \wedge (\beta \to \gamma) \to (\alpha \to \gamma)$	(D2)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} \alpha \wedge \beta \to \alpha$	(D3)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} \alpha \wedge \beta \to \beta$	(D4)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} (\alpha \to \beta) \wedge (\alpha \to \gamma) \to (\alpha \to (\beta \wedge \gamma))$	(D5)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} \alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \to (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$	(D6)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} \neg\neg\alpha \to \alpha$	(D7)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} (\alpha \to \neg\beta) \to (\beta \to \neg\alpha)$	(D8)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} (\alpha \to \beta) \to \neg(\alpha \wedge \neg\beta)$	(D9)
Ax	$\vdash_{\mathsf{D}} A \wedge \neg A$	(D10)
Ax	$\alpha, \alpha \to \beta \vdash_{\mathsf{D}} \beta$	(D11)
Ax	$\alpha, \beta \vdash_{\mathsf{D}} \alpha \wedge \beta$	(D12)
Ax	$\alpha \to \beta, \gamma \to \delta \vdash_{\mathsf{D}} (\beta \to \gamma) \to (\alpha \to \delta)$	(D13)

El axioma (D10) simplemente asegura que el cálculo "contiene contradicciones reales" (Routley y Meyer 1976, pág. 6). En la *lógica dialéctica fuerte* DM, de los mismos autores, la disyunción ya no es definible en términos clásicos. Es por ello necesario eliminar el axioma (D8) y agregar los siguientes.

$$Ax \qquad \vdash_{\mathsf{D}} \alpha \to \alpha \vee \beta \tag{D14}$$

$$Ax \qquad \vdash_{\mathsf{D}} \beta \to \alpha \vee \beta \tag{D15}$$

$$Ax \qquad \vdash_{\mathsf{D}} (\alpha \to \gamma) \wedge (\beta \to \gamma) \to ((\alpha \vee \beta) \to \gamma) \tag{D16}$$

$$Ax \qquad \vdash_{\mathsf{D}} \neg\alpha \wedge \neg\beta \to \neg(\alpha \vee \beta) \tag{D17}$$

$$Ax \qquad \vdash_{\mathsf{D}} \neg(\alpha \wedge \beta) \to \neg\alpha \vee \neg\beta \tag{D18}$$

$$Ax \qquad \alpha \to \beta \vdash_{\mathsf{D}} \neg\beta \to \neg\alpha \tag{D19}$$

Apéndice K

Semántica $\triangle$ de Priest

La semántica paraconsistente de Priest (2006b, sec. 5.2) tiene varios paralelos con la semántica de la lógica clásica. Sin embargo, puesto que un enunciado puede ser a la vez verdadero y falso, las condiciones de verdad son independientes a las de falsedad; ergo, es necesario definirlas por separado. Para esto necesitamos un tipo de función valuativa $\mathsf{w} : \textbf{L}\textsc{e} \longrightarrow \wp\{\bot, \top\}$. De esta suerte, el conjunto $\{\bot\}$ representaría lo *solamente falso*, $\{\top\}$ lo *solamente verdadero* y $\{\bot, \top\}$ lo *a la vez verdadero y falso*. Puesto que la verdad y la falsedad no son mutuamente excluyentes, las condiciones de verdad y falsedad deben ser establecidas de manera independiente. A continuación la semántica de las operaciones de negación, conjunción y disyunción.

Axiomas K.1: Semántica de Priest

Ax.	$\bot \in \mathsf{w}(\neg\alpha) \Leftrightarrow \top \in \mathsf{w}\alpha$	(G1)
Ax.	$\top \in \mathsf{w}(\neg\alpha) \Leftrightarrow \bot \in \mathsf{w}\alpha$	(G2)
Ax.	$\bot \in \mathsf{w}(\alpha \vee \beta) \Leftrightarrow \bot \in \mathsf{w}\alpha \;\;\&\;\; \bot \in \mathsf{w}\beta$	(G3)
Ax.	$\top \in \mathsf{w}(\alpha \vee \beta) \Leftrightarrow \top \in \mathsf{w}\alpha \text{ o } \top \in \mathsf{w}\beta$	(G4)
Ax.	$\bot \in \mathsf{w}(\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \bot \in \mathsf{w}\alpha \text{ o } \bot \in \mathsf{w}\beta$	(G5)
Ax.	$\top \in \mathsf{k}(\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \top \in \mathsf{k}\alpha \;\;\&\;\; \top \in \mathsf{k}\beta$	(G6)

En su concepción *clásica* de la lógica paraconsistente, Priest admite la validez general del principio de tercio excluido, por lo que excluye el valor *ni verdadero ni falso* (Priest 2006b, sec. 4.7). Una concepción *intuicionista* de la lógica paraconsistente no admitiría la generalidad de este principio, por lo que su semántica asignaría $\{\}$ a lo *ni verdadero ni falso*. La relación de consecuencia $\vDash_{\Delta}$ se define de manera distinta a $\vDash_{\mathsf{A}}$, pero no deja de tener consecuencias similares.

Ax. $$\mathcal{A} \vDash_{\Delta} \alpha \Leftrightarrow (\top \in \mathsf{w}\beta,\ \text{para todo } \beta \in \mathcal{A}, \Rightarrow \top \in \mathsf{w}\alpha) \tag{G7}$$

Finalmente, la noción de verdad lógica se define de manera bastante intuitiva. De este modo, será verdadera toda fórmula cuyo valor lógico incluya la verdad.

Ax. $$\vDash_{\Delta} \alpha \Leftrightarrow \top \in \mathsf{w}\alpha \tag{G8}$$

Bibliografía

Agar, Michael H. (dic. de 1982). «Toward an Ethnographic Language». En: *American Anthropologist* 84.4, págs. 779-95. ISSN: 0002-7294. URL: `jstor.org/stable/676490` (vid. pág. 23).

Alder, Ken (2003). *The Measure of The World.* In Commemoration of the Thirteenth Annual Dibner Library Lecture Series. Washington DC: Smithsonian Institution Libraries. URL: `sil.si.edu/silpublications/dibner-library-lectures/2003-alder/2003-dibner-alder.pdf` (vid. pág. 43).

Arenhart, Jonas R. Becker (2018). «The Price of True Contradictions About the World». En: *Contradictions, from Consistency to Inconsistency.* Ed. por Walter Carnielli y Jacek Malinowski. Trends in Logic 47. Cham: Springer, págs. 11-31. ISBN: 9783319987972. DOI: `10.1007/978-3-319-98797-2_2` (vid. pág. 54).

Bartelborth, Thomas (1989). «Kann es rational sein, eine inkonsistente Theorie zu akzeptieren?» En: *Philosophia Naturalis* 26, págs. 91-120. ISSN: 0031-8027 (vid. pág. 43).

Bartolo Alegre, Luis Felipe (2019). «Über Poppers Forderung nach Widerspruchlosigkeit». En: *Felsefe Arkivi* (51): *Young Logicians and Tendency of Logic.* Ed. por Vedat Kamer. ISSN: 0378-2816. DOI: `10.26650/arcp2019-5103` (vid. pág. 70).

Batens, Diderik (1990). «Against global paraconsistency». En: *Studies in Soviet Thought* 39.3-4, págs. 209-29 (vid. pág. 16).

Bobenrieth Miserda, Andrés (1996). *Inconsistencias, ¿Por qué no? Un Estudio Filosófico Sobre la Lógica Paraconsistente*. Premios Nacionales de Cultura 1995. Bogotá: Colcultura. ISBN: 9789586122573 (vid. págs. 54, 96).

— (2007). «Paraconsistency and the Consistency or Inconsistency of the World». En: *Handbook of Paraconsistency*. Proceedings of the 4th World Congress on Paraconsistency (IRIT, Toulouse, 28-31 de jul. de 2003). Ed. por Jean-Yves Béziau, Walter Alexandre Carnielli y Dov M. Gabbay. Logic and Cognitive Systems 9. London: College Publications, págs. 493-512. ISBN: 9781904987734 (vid. pág. 54).

Brown, Bryson (1990). «How to be realistic about inconsistency in science». En: *Studies in History and Philosophy of Science: Part A* 21.2, págs. 281-94. DOI: 10.1016/0039-3681(90)90027-6 (vid. págs. 6, 47).

Brown, Bryson y Graham Priest (2004). «Chunk and permeate, a paraconsistent inference strategy. Part I: The infinitesimal calculus». En: *Journal of Philosophical Logic* 33.4, págs. 379-88 (vid. pág. 58).

Carnap, Rudolf (1931a). «Die physikalische Sprache als Universalsprache der Wissenschaft». En: *Erkenntnis* 2.1, págs. 432-65 (vid. págs. 18, 20).

— (1931b). «Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache». En: *Erkenntnis* 2.1, págs. 219-41 (vid. pág. 18).

Carnielli, Walter y Jacek Malinowski, eds. (2018). *Contradictions, from Consistency to Inconsistency*. Trends in Logic 47. Cham: Springer. ISBN: 9783319987972. DOI: 10.1007/978-3-319-98797-2.

da Costa, Newton Carneiro Affonso (1963). «Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants». En: *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* 257, págs. 3790-2. URL: gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k4009k/f1058 (vid. pág. 106).

— (1974). «On the Theory of Inconsistent Formal Systems». En: *Notre Dame Journal of Formal Logic* 15.4, págs. 497-510. URL: projecteuclid.org/euclid.ndjfl/1093891487 (vid. pág. 106).

da Costa, Newton Carneiro Affonso (1993). *Sistemas formais inconsistentes.* Curitiba: UFPR. ISBN: 8585132752 (vid. págs. 15, 106).

— (1994). *Ensaio sobre os fundamentos da lógica.* 2.ª ed. São Paulo: Hucitec (vid. págs. 51, 53).

— (1997). *O conhecimento científico.* São Paulo: Discurso. ISBN: 8586590010 (vid. págs. 45, 48).

da Costa, Newton Carneiro Affonso y Steven French (2002). «Inconsistency in Science. A Partial Perspective». En: *Inconsistency in Science.* Ed. por Joke Meheus. Origins: Studies in the Sources of Scientific Creativity 2. Dordrecht: Springer, págs. 105-18. ISBN: 9789401700856. DOI: 10.1007/978-94-017-0085-6_6 (vid. pág. 48).

da Silva, Jairo José (2007). *Filosofias da matemática.* São Paulo: UNESP/FAPESP. ISBN: 9788571397514 (vid. pág. 91).

Davey, Kevin (sep. de 2014). «Can good science be logically inconsistent?» En: *Synthese* 191.13, págs. 3009-26. ISSN: 1573-0964. DOI: 10.1007/s11229-014-0470-x (vid. págs. 7, 44, 49, 89, 90).

de Souza, Edelcio G. (ene. de 2000). «Multideductive Logic and The Theoretic-Formal Unification of Physical Theories». En: *Synthese* 125.1, págs. 253-62. ISSN: 1573-0964. DOI: 10.1023/A:1005254826656 (vid. pág. 51).

Díez, José A. y Carlos Ulises Moulines (1999). *Fundamentos de Filosofía de la Ciencia.* 2.ª ed. Ariel Filosofía. Barcelona: Ariel. ISBN: 9788434487802 (vid. pág. 41).

Drago, Antonino (2002). «Classical, Intuitionistic and Paraconsistent Logic in Scientific Theories». En: *CLE e-Prints* 2.7: *Proceedings of the WoPaLo. WoPaLo as part of the 14th European Summer School in Logic, Language and Information.* Orgs. João Marcos, Diderik Batens y Walter Alexandre Carnielli. (Trento, Italia, 5 de ago.-9 de sep. de 2002), págs. 187-95. ISSN: 1519-9614. URL: cle.unicamp.br/eprints/index.php/CLE_e-Prints/issue/view/130 (vid. pág. 50).

Eggers Lan, Conrado y Victoria E. Juliá, trads. y anots. (2003). *Los filósofos presocráticos. Fragmentos*. Con intr. de Francisco Lisi. Vol. I. Biblioteca de los Grandes Pensadores 103. Barcelona: Gredos. ISBN: 844732978X (vid. pág. 3).

Feyerabend, Paul Karl (1981). «Explanation, reduction and empiricism». En: *Philosophical Papers*. Vol. 1: *Realism, rationalism and scientific method*. Cambridge: Cambridge University Press. Cap. 4, págs. 44-96. ISBN: 0521228972 (vid. pág. 44).

Feynman, Richard Phillips, Robert Benjamin Leighton y Matthew Linzee Sands (2010). «Conservation of Energy». En: *The Feynman Lectures on Physics*. The New Millennium Edition. Vol. I: *Mainly Mechanics, Radiation, and Heat*. 3 vols. New York: Basic Books. Cap. 4. ISBN: 9780465025626 (vid. pág. 4).

Friend, Michèle y María del Rosario Martínez-Ordaz (2018). «Keeping Globally Inconsistent Scientific Theories Locally Consistent». En: *Contradictions, from Consistency to Inconsistency*. Ed. por Walter Carnielli y Jacek Malinowski. Trends in Logic 47. Cham: Springer, págs. 53-88. ISBN: 9783319987972. DOI: 10.1007/978-3-319-98797-2_4 (vid. pág. 51).

Geertz, Clifford (1973). *The Interpretation of Cultures. Selected Essays*. New York: Basic Books (vid. pág. 23).

— (2000). «The Legacy of Thomas Kuhn: The Right Text at the Right Time». En: *Available Light. Anthropological Reflections on Philosophical Topics*. Princeton: Princeton University Press. Cap. VII, págs. 160-7. ISBN: 0691049742 (vid. pág. 37).

Gomes, Evandro Luís e Itala Maria Loffredo D'Ottaviano (2017). *Para além das Colunas de Hércules. Uma história da paraconsistência: de Heráclito a Newton da Costa*. Campinas: UNICAMP. ISBN: 9788526813830 (vid. pág. 13).

González Echevarría, Aurora (dic. de 2006). «Epistemología y métodos en Antropología. Integración de métodos científicos y hermenéuticos y crítica epistemológica». En: *Revista de Antropología*. 4.ª ép. 4, págs. 11-40. ISSN: 1811-380X (vid. pág. 23).

Gotesky, Rubin (1968). «The uses of Inconsistency». En: *Philosophy and Phenomenological Research* 28.4, págs. 471-500. DOI: 10.2307/2105687 (vid. págs. 43, 44, 54).

Harrison, Edward (feb. de 1986). «Newton and the Infinite Universe». En: *Physics Today* 39.2, págs. 24-32. DOI: 10.1063/1.881049 (vid. pág. 94).

Hempel, Carl Gustav (1952). *Fundamentals of Concept Formation in Empirical Science*. International Encyclopedia of Unified Science II.7. Chicago: University of Chicago Press (vid. pág. 27).

— (2000). «The Irrelevance of the Concept of Truth for the Critical Appraisal of Scientific Theories». En: *Selected Philosophical Essays*. Ed. por Richard Jeffrey. Cambridge: Cambridge University Press, págs. 75-84. ISBN: 9780521624756 (vid. págs. 44, 57).

Jaśkowski, Stanisław (1999). «A propositional calculus for inconsistent deductive systems». Trad. por Olgierd Wojtasiewicz y A. Pietruszczak. En: *Logic and Logical Philosophy* 7: *Paraconsistency: Part I.* Proceedings of the Simposium of Parainconsistent Logic, Logical Philosophy, Informatics and Mathematics. On the occasion of the 50th anniversary of Stanisław Jaśkowski's seminal talk. Ed. por Jerzy Perzanowski y Andrzej Pietruszczak. (Toruń University, 15-18 de jul. de 1998), págs. 35-56. ISSN: 1425-3305. DOI: 10.12775/LLP.1999.003. Original: *Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnch sprzecznych* (1948) (vid. pág. 105).

Kaplan, David y Robert A. Manners (1972). *Culture Theory*. New Jersey: Prentice-Hall. ISBN: 013195511X (vid. pág. 23).

Koberlein, Brian (ene. de 2014). «Even Steven». En: *Brian Koberlein Website*. URL: briankoberlein.com/2014/01/06/even-steven/ (visitado 25-12-2018) (vid. pág. 89).

— (ago. de 2016). «The Infinity Paradox». En: *Brian Koberlein Website*. URL: briankoberlein.com/2016/08/11/the-infinity-paradox/ (visitado 25-12-2018) (vid. pág. 89).

Kuhn, Thomas Samuel (1970). «Logic of Discovery or Psychology of Research?» En: *Proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science*. Vol. 4: *Criticism and the Growth of Knowledge* (Bedford College, Regent's Park, London, 13 de jul. de 1965). Ed. por Imre Lakatos y Alan Musgrave. Cambridge: Cambridge University Press, págs. 1-23. ISBN: 521078261 (vid. pág. 37).

— (1996). *The Structure of Scientific Revolutions*. 3.ª ed. Chicago: University of Chicago Press. ISBN: 0226458083 (vid. págs. 36, 37, 44).

Lakatos, Imre (1978). *Philosophical Papers*. Vol. 1: *The Methodology of Scientific Research Programmes*. Ed. por John Worrall y Currie Gregory. London: Cambridge University Press. ISBN: 0521280311 (vid. págs. 38, 40, 44).

Lakatos, Imre y Alan Musgrave, eds. (1970). *Proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science*. Vol. 4: *Criticism and the Growth of Knowledge* (Bedford College, Regent's Park, London, 13 de jul. de 1965). Cambridge: Cambridge University Press. ISBN: 521078261.

Lipton, Peter (2007). «Accepting Contradictions». En: *Images of Empiricism. Essays on Science and Stances, with a Reply from Bas C. van Fraassen*. Ed. por Bradley Monton. Mind Association Occasional Series. Oxford: Oxford University Press. Cap. 7, págs. 117-33. ISBN: 9780191607660 (vid. págs. 6, 47, 48).

Llobera, Josep R. (1975). Postcriptum: «Algunas tesis provisionales sobre la naturaleza de la antropología». En: *La antropología como ciencia*. Ed. y pról. por Josep R. Llobera. Barcelona: Anagrama, págs. 373-87. ISBN: 843390602X (vid. pág. 23).

Lorenzano, César (1993). «Hipotético-deductivismo». En: *La ciencia. Estructura y desarrollo*. Ed. por Carlos Ulises Moulines. Enciclopedia iberoamericana de filosofía 4. Madrid: Trotta, págs. 31-55. ISBN: 9788487699481 (vid. pág. 23).

Łukasiewicz, Jan Leopold (1910). «Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles». En: *Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie* 1, págs. 15-38 (vid. págs. 15, 53).

Łukasiewicz, Jan Leopold (1913). *Die Logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Krakau: Akademie der Wissenschaften / Viktor Osławski'scher fonds. URL: catalog.hathitrust.org/Record/100668426. Traducido al inglés en Łukasiewicz (1970, págs. 16-63). (Vid. pág. 10).

— (1963). *Elements of Mathematical Logic.* Trad.del polaco por Olgierd Wojtasiewicz. International series of monographs in pure and applied mathematics. Warszawa: Pergamon Press. Original: *Elementy logiki matematycznej* (1929) (vid. pág. 97).

— (1970). *Selected Works.* Ed. por L. Borkowski. Trad.del polaco por Olgierd Wojtasiewicz. Studies in Logic and the Foundations of Mathematics. Warszawa: North-Holland Publishing Company. ISBN: 720422523 (vid. págs. 20, 21, 101, 118).

Madan, Dilip B. (1983). «Inconsistent theories as scientific objectives». En: *Philosophy of Science* 50.3, págs. 453-70. DOI: 10.1086/289129 (vid. pág. 47).

Malament, David B. (1995). «Is Newtonian Cosmology Really Inconsistent?» En: *Philosophy of Science* 62.4, págs. 489-510. DOI: 10.1086/289882 (vid. págs. 89, 90).

Martínez-Ordaz, María del Rosario (ago. de 2017). «Holism, Inconsistency Toleration and Inconsistencies between Theory and Observation». En: *Humana.Mente. Journal of Philosophical Studies* 10.32: *Beyond Toleration? Inconsistency and Pluralism in the Empirical Sciences.* Ed. por María del Rosario Martínez-Ordaz y Luis Estrada-González, págs. 117-47. ISSN: 1972-1293. URL: humanamente.eu/index.php/HM/article/view/35 (vid. pág. 45).

Martínez-Ordaz, María del Rosario y Luis Estrada-González, eds. (ago. de 2017). *Humana.Mente. Journal of Philosophical Studies* 10.32: *Beyond Toleration? Inconsistency and Pluralism in the Empirical Sciences.* ISSN: 1972-1293. URL: humanamente.eu/index.php/HM/issue/view/22 (vid. pág. 44).

Meheus, Joke, ed. (2002). *Inconsistency in Science*. Origins: Studies in the Sources of Scientific Creativity 2. Dordrecht: Springer. ISBN: 9789401700856. DOI: `10.1007/978-94-017-0085-6` (vid. pág. 44).

Merma Mora, Miguel (2016). «Una interpretación algebraica de la lógica proposicional y de sus implicancias en fórmulas predicativas cerradas con cuantificadores». Tesis de Bachiller. Lima: UNMSM. URL: `cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/4831` (vid. pág. 99).

— (2017). «Una interpretación algebraica de la lógica de primer orden». Tesis de Maestría. Lima: UNMSM. URL: `cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/7436` (vid. pág. 99).

Mignucci, Mario (1996). «Consistenza e contraddizione in Aristotele». En: *Identità, coerenza, contraddizione*. Ed. por Giulio Severino. Università 37. Genova: Il Melangolo, págs. 21-41. ISBN: 9788870183092 (vid. pág. 53).

Miró Quesada C., Francisco (1982). «La filosofía de la lógica de N.C.A. da Costa». En: *Crítica* 14.42, págs. 65-85. ISSN: 0011-1503. URL: `jstor.org/stable/40104294` (vid. pág. 14).

Monteiro, Antonio (1963). «Sur la définition des algèbres de Łukasiewicz trivalentes». En: *Bulletin mathématique de la Société des Sciences Mathématiques et Physiques de la République Populaire Roumaine* 55.1–2, págs. 3-12. ISSN: 00074691. URL: `jstor.org/stable/43677106` (vid. pág. 103).

Monteiro, Luiz (1963). «Axiomes indépendants pour les algèbres de Łukasiewicz trivalentes». En: *Bulletin mathématique de la Société des Sciences Mathématiques et Physiques de la République Populaire Roumaine* 55.3–4, págs. 199-202. ISSN: 00074691. URL: `jstor.org/stable/43676857` (vid. pág. 103).

— (1974). *Álgebras de Łukasiewicz trivalentes monádicas*. Notas de lógica matemática 32. Bahía Blanca: Instituto de Matemática de la Universidad Nacional del Sur. URL: `inmabb-conicet.gov.ar/static/publicaciones/nlm/nlm-32.pdf` (vid. pág. 103).

Mosterín, Jesús (1999). *Epistemología y racionalidad.* 1.ª ed. Lima: UIGV (vid. pág. 12).

— (2000). *Conceptos y teorías en la ciencia.* Filosofía y pensamiento. Madrid: Alianza. ISBN: 84-206-6741-2 (vid. pág. 83).

— (2011). «The role of consistency in empirical science». En: *Manuscrito* 34.1, págs. 293-305. ISSN: 0100-6045. DOI: 10.1590/S0100-60452011000100013 (vid. pág. 6).

Neurath, Otto (1931). «Physikalismus». En: *Scientia. Rivista di Scienza* 50, págs. 297-303 (vid. págs. 20, 44).

— (dic. de 1935). «Pseudorationalismus der Falsifikation». En: *Erkenntnis* 5.1, págs. 353-65. ISSN: 1572-8420. DOI: 10.1007/BF00172326 (vid. págs. 35, 44).

Newton, Isaac (1838). «Four Letters from Sir Isaac Newton to Doctor Bentley. Containing Some Arguments in Proof of a Deity». En: Bentley, Richard. *Sermons Preached at Boyle's Lecture.* Ed. y anot. por Alexander Dyce. The Works of Richard Bentley III. London: Francis MacPherson, págs. 201-15 (vid. págs. 91, 94).

Norton, John D. (1987). «The Logical Inconsistency of the Old Quantum Theory of Black Body Radiation». En: *Philosophy of Science* 54.3, págs. 327-50. DOI: 10.1086/289387 (vid. pág. 52).

— (2002). «A Paradox in Newtonian Gravitation Theory II». En: *Inconsistency in Science.* Ed. por Joke Meheus. Origins: Studies in the Sources of Scientific Creativity 2. Dordrecht: Springer, págs. 185-95. ISBN: 9789401700856. DOI: 10.1007/978-94-017-0085-6_11 (vid. págs. 52, 89, 94).

Perzanowski, Jerzy (2001). «Parainconsistency, or inconsistency tamed, investigated and exploited». En: *Logic and Logical Philosophy* 9: *Paraconsistency: Part III.* Proceedings of the Simposium of Parainconsistent Logic, Logical Philosophy, Informatics and Mathematics. On the occasion of the 50th anniversary of Stanisław Jaśkowski's seminal talk. Ed. por Jerzy Perzanowski y Andrzej Pietruszczak. (Toruń University, 15-18 de jul. de 1998), págs. 5-24. ISSN: 1425-3305. DOI: `10.12775/LLP.2001.001` (vid. págs. 13, 15, 43).

Perzanowski, Jerzy y Andrzej Pietruszczak, eds. (2001). *Logic and Logical Philosophy* 9: *Paraconsistency: Part III.* Proceedings of the Simposium of Parainconsistent Logic, Logical Philosophy, Informatics and Mathematics. On the occasion of the 50th anniversary of Stanisław Jaśkowski's seminal talk. (Toruń University, 15-18 de jul. de 1998). ISSN: 1425-3305.

Piscoya, Luis Adolfo (1995). *Investigación científica y educacional. Un enfoque epistemológico.* 2.ª ed. Lima: Amaru Editores (vid. págs. 7, 56).

— (2007). *Lógica general.* Lima: UNMSM. ISBN: 9972463747 (vid. pág. 14).

— (2009). *Tópicos de Epistemología.* Lima: UIGV. ISBN: 9786124050077 (vid. pág. 106).

Popper, Karl Raimund (1932). «Ein Kriterium des empirischen Charakters theoretischer Systeme». En: *Erkenntnis* 3, págs. 426-7. ISSN: 18762514. DOI: `10.2307/20011690` (vid. pág. 21).

— (1935). *Logik der Forschung. Zur Erkenntnistheorie der modernen Naturwissenschaft.* Wien: Springer. ISBN: 9783709120217. DOI: `10.1007/978-3-7091-4177-9` (vid. págs. 19, 21-23, 25, 27, 28, 32, 33, 40).

— (1970). «Normal Science and its Dangers». En: *Proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science.* Vol. 4: *Criticism and the Growth of Knowledge* (Bedford College, Regent's Park, London, 13 de jul. de 1965). Ed. por Imre Lakatos y Alan Musgrave. Cambridge: Cambridge University Press, págs. 51-8. ISBN: 521078261 (vid. págs. 37, 38, 44).

— (1979). *Objective Knowledge. An Evolutionary Approach.* Oxford: Clarendon Press. ISBN: 0198750242 (vid. págs. 3, 45, 77).

— (1989). *Falsifizierbarkeit, zwei Bedeutungen von.* En: *Handlexikon zur Wissenschaftstheorie.* Ed. por Helmut Seiffert y Gerard Radnitzky. DTV Wissenschaft. München: Ehrenwirth, págs. 82-5. ISBN: 9783431026160 (vid. págs. 40, 41, 44).

Popper, Karl Raimund (2002). *The Logic of Scientific Discovery*. Trad. por Karl Raimund Popper, Julius Freed y Lan Freed. New York: Science Editions. ISBN: 0203994620 (vid. págs. 22, 24, 32, 33, 86).

Priest, Graham (2006a). *Doubt Truth to be a Liar*. Oxford: Clarendon Press. ISBN: 9780199263288 (vid. págs. 7, 43, 44, 55, 59, 60).

— (2006b). *In Contradiction. A Study of the Transconsistent*. Second, expanded edition. Oxford: Clarendon Press. ISBN: 9780199263295 (vid. págs. 16, 30, 46, 61, 110, 111).

— (2017). *Logic. A short introduction*. YouTube: Romanae Disputationes. URL: `youtube.com/playlist?list=PLGHOoWaxtcjgHQ2FZp77yr3xwHSm3eYqt` (vid. pág. 15).

Priest, Graham y Richard Routley (mar. de 1984). «Introduction: Paraconsistent logics». En: *Studia Logica* 43 (1–2): *Paraconsistent Logics.* Publication dedicated to Ayda I. Arruda. Ed. por Graham Priest y Richard Routley, págs. 3-16. ISSN: 0039-3215. DOI: `10.1007/BF00935736` (vid. pág. 15).

Putnam, Hilary (1975). *Philosophical Papers*. Vol. 1: *Mathematics, Matter and Method*. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN: 9780521295505 (vid. pág. 84).

Reichenbach, Hans (1932). «Bemerkung zu „Ein Kriterium des empirischen Charakters theoretischer Systeme“». En: *Erkenntnis* 3, págs. 426-7. ISSN: 18762514. DOI: `10.2307/20011690` (vid. pág. 34).

— (1935). «Über Induktion und Wahrscheinlichkeit. Bemerkungen zu Karl Poppers „Logik der Forschung“». En: *Erkenntnis* 5 (1). ISSN: 0165-0106. DOI: `10.1007/BF00172315` (vid. págs. 35, 44).

— (1936). «Die Induktion als Methode der wissenschaftlichen Erkenntnis». En: *Congrès international de Philosophie Scientifique*. Vol. IV: *Induction et Probabilité*. Actes (Sorbonne, Paris, 1935). Actualités Scientifiques et Industrielles 391. Paris: Hermann & Cie, págs. 1-7. URL: `gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k38367m/f5` (vid. pág. 21).

Reichenbach, Hans (1961). *Experience and Prediction. An Analysis of the Foundations and the Structure of Knowledge*. Chicago: The Chicago University Press (vid. pág. 48).

Routley, Richard y Robert K. Meyer (jun. de 1976). «Dialectical logic, classical logic, and the consistency of the world». En: *Studies in Soviet Thought* 16.1, págs. 1-25. ISSN: 1573-0948. DOI: 10.1007/BF00832085 (vid. págs. 108, 109).

Schuster, D. H. (1964). «A New Ambiguous Figure. A Three-Stick Clevis». En: *The American Journal of Psychology* 77.4, pág. 673. ISSN: 00029556. DOI: 10.2307/1420787 (vid. pág. 60).

Smith, Joel M. (1988a). «Scientific reasoning or damage control. Alternative proposals for reasoning with inconsistent representations of the world». En: *Proceedings of the Biennial Meeting of the PSA*. Vol. 1: *Contributed Papers* (Evanston, Illinois, 28-30 de oct. de 1988). Ed. por Arthur Fine y Jarrett Leplin. Philosophy of Science Association, págs. 241-8. DOI: 10.1086/psaprocbienmeetp.1988.1.192991 (vid. pág. 52).

— (1988b). «Inconsistency and scientific reasoning». En: *Studies in History and Philosophy of Science: Part A* 19.4, págs. 429-45. DOI: 10.1016/0039-3681(88)90010-6 (vid. págs. 48, 52).

Suppes, Patrick (1957). *Introduction to Logic*. The University Series in Undergraduate Mathematics. New York: Van Nostrand Rheinhold (vid. pág. 103).

Surma, Stanisław J. (1987). «The Logical Work of Mordchaj Wajsberg». En: *Initiatives in Logic*. Ed. por Jan Srzednicki. Dordrecht: Springer Netherlands, págs. 101-15. ISBN: 978-94-009-3673-7. DOI: 10.1007/978-94-009-3673-7_7 (vid. pág. 102).

Suszko, Roman (dic. de 1977). «The Fregean Axiom and Polish mathematical logic in the 1920s». En: *Studia Logica* 36.4, págs. 377-80. ISSN: 1572-8730. DOI: 10.1007/BF02120672 (vid. pág. 16).

Tarski, Alfred (1944). «The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics». En: *Philosophy and Phenomenological Research* 4.3, págs. 341-76. DOI: `10.2307/2102968` (vid. pág. 66).

— (jun. de 1969). «Truth and Proof». En: *Scientific American* 220, págs. 63-77. DOI: `10.1038/scientificamerican0669-63` (vid. pág. 66).

Tennant, Neil (1985). «Minimal Logic is Adequate for Popperian Science». En: *The British Journal for the Philosophy of Science* 36.3, págs. 325-9. DOI: `10.1093/bjps/36.3.325` (vid. pág. 46).

van Fraassen, Bas Cornelis (1980). *The Scientific Image.* Clarendon Library of Logic and Philosophy. Oxford: Oxford University Press. ISBN: 9780198244271 (vid. pág. 47).

Vasyukov, Vladimir L. (2001). «A new axiomatization of Jaśkowski's discussive logic». En: *Logic and Logical Philosophy* 9: *Paraconsistency: Part III.* Proceedings of the Simposium of Parainconsistent Logic, Logical Philosophy, Informatics and Mathematics. On the occasion of the 50th anniversary of Stanisław Jaśkowski's seminal talk. Ed. por Jerzy Perzanowski y Andrzej Pietruszczak. (Toruń University, 15-18 de jul. de 1998), págs. 35-46. ISSN: 1425-3305. DOI: `10.12775/LLP.2001.003` (vid. pág. 105).

Vickers, Peter (2013). *Understanding Inconsistent Science.* Dordrecht: Oxford University Press. ISBN: 9780199692026 (vid. págs. 12, 89, 92, 93, 95).

Webb, Donald L. (1935). «Generation of any N-Valued Logic by One Binary Operation». En: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 21.5, págs. 252-54. ISSN: 00278424. DOI: `10.2307/86669` (vid. pág. 102).

Weber, Zach (2017). *Paraconsistent Logic.* En: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy.* Ed. por Edward N. Zalta. Metaphysics Research Lab, Stanford University. URL: `iep.utm.edu/para-log` (visitado 24-05-2017) (vid. pág. 15).

Wittgenstein, Ludwig (1963). *Tractatus Logico-Philosophicus. Logisch-philosophische Abhandlung.* Trad.del alemán por D. F. Pears y B. F. McGuinness. Con intr. de Bertrand Russell. London: Taylor & Francis.