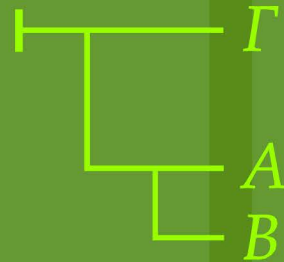


Gabriela Besler

Gottloba Fregego

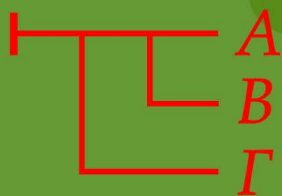
koncepcja analizy filozoficznej

„— a — $f(a)$ ”



Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
Katowice 2010

a



b

d

**Gottloba Fregego
koncepcja analizy filozoficznej**



NR 2768

Gabriela Besler

**Gottloba Fregego
koncepcja analizy filozoficznej**



Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
Katowice 2010

Redaktor serii: Filozofia
Andrzej Kiepas

Recenzent

Krzysztof Rotter

Publikacja będzie dostępna – po wyczerpaniu nakładu – w wersji internetowej:

Śląska Biblioteka Cyfrowa
www.sbc.org.pl

Redaktor: Małgorzata Pogłódek

Projekt okładki: Paulina Tomaszewska-Ciepły

Redaktor techniczny: Barbara Arenhövel

Korektor: Lidia Szumigała

Copyright © 2010 by
Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
Wszelkie prawa zastrzeżone

ISSN 0208-6336

ISBN 978-83-226-1902-5

Wydawca
Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
ul. Bankowa 12B, 40-007 Katowice
www.wydawnictwo.us.edu.pl
e-mail: wydawus@us.edu.pl

Wydanie I. Ark. druk. 15,5. Ark. wyd. 19,0. Papier
offset. kl. III, 90 g Cena 28 zł

Łamanie: Pracownia Składu Komputerowego
Wydawnictwa Uniwersytetu Śląskiego
Druk i oprawa: SOWA Sp. z o.o.
ul. Hrubieszowska 6a, 01-209 Warszawa

Spis treści

Wstęp	7
Zadania	14
Tezy	14
Metoda	15
Stan badań	17
Ustalenia terminologiczne	17
Rozdział pierwszy	
Zagadnienia wstępne	19
Frege jako spadkobierca i kontynuator filozofii niemieckiej oraz prekursor filozofii analitycznej	19
Analiza jako metoda filozoficzna	32
Rozdział drugi	
Rodzaje analizy	47
Analiza za pomocą rozróżnienia: funkcja i jej argument	47
Analiza językowa.	61
Rola języka naturalnego.	62
Semantyka Fregego	66
Semantyka a koncepcja myśli	87
Analiza logiczna	94
Logicyzm i antypsychologizm jako podstawy filozofii logiki Fregego	95
Logika Fregego	105
Pismo pojęciowe a królestwo myśli	127
Rozdział trzeci	
Analizowanie a inne czynności poznawcze	131
Definiowanie	132

Rodzaje definicji	135
Warunki poprawności definicji	140
Rozjaśnianie	148
To, co nieanalizowalne i niedefiniowalne	150
Rozjaśnianie a niektóre rodzaje definicji	153
Definiowanie a analityczność	154
Wnioskowanie przez analogię	156
Definiowanie, rozjaśnianie, wnioskowanie przez analogię a królestwo myśli	160
Rozdział czwarty	
Badanie problemów filozoficznych	161
Schemat postępowania Fregego	161
Liczba	163
Prawda	189
Zakończenie	203
Appendix	
Biografia intelektualna Gottloba Fregego	205
Stosowane skróty	211
Bibliografia	213
Bibliografia podmiotowa	213
Publikacje książkowe wydane za życia Fregego	213
Pośmiertne wydania tekstów Fregego	214
Teksty opublikowane za życia Fregego	215
Recenzje napisane przez Fregego	216
Teksty nieopublikowane za życia Fregego	217
Teksty niepublikowane za życia, ale przygotowane do druku przez Fregego	218
Listy	218
Polskie tłumaczenia tekstów Fregego	222
Bibliografia przedmiotowa	223
Indeks rzeczowy	233
Indeks osobowy	241
Summary	245
Zusammenfassung	247

Jak wszechogarniająca, odzwierciedlająca świat logika może uciekać się do tak specjalnych zabiegów i kruczków? Tylko tak, że wszystkie one splatają się w jedną nieskończenie drobną sieć – w wielkie zwierciadło.

L. Wittgenstein: *Tractatus logico-philosophicus*, 5.511

Wstęp

Chociaż Gottlob Frege miał wykształcenie matematyczne, dziś powszechnie jest uznawany za filozofa¹. Historycy logiki twierdzą, że Frege położył podwaliny pod współczesną logikę. W 1879 roku opublikował pierwszą książkę – *BS*², która jest uważana za najważniejszy tekst logiczny napisany od czasu *Analitik wtórych Arystotelesa*³. Sformułował tam syntaktykę i semantykę dla rachunku zdań oraz rachunku predykatów pierwszego i drugiego stopnia. Żadna z dotąd napisanych prac logicznych nie była napisana tak precyzyjnie. Ten filozof i logik z Jeny jest uważany za autora pierwszego aksjomatycznego systemu logiki zdań, pierwszy też zbudował system logiki predykatów⁴.

Ale to nie wszystkie osiągnięcia naukowe Fregego. Jest on również uważany za jednego z pierwszych przedstawicieli dwudziestowiecznej filozofii analitycznej (obok Bertranda Russella, Geoga Edwarda Moore'a, Ludwiga Wittgensteina), która to zdominowała kraje anglojęzyczne (i nie

¹ Ch. Thiel: „*This Galaxy of Paradox and Obscurity*” – system Fregego w świetle badań współczesnych. Tłum. K. Rotter. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1, s. 117–119.

² G. Frege: *Begriffsschrift und andere Aufsätze*. Hrsg. I. Angelelli. Hildesheim, Zürich, New York 1998, s. XI. (*Ideografia. Język formalny czystego myślenia wzorowany na języku arytmetyki*. [Przedmowa, §§ 1–13]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997). Stosowane skróty – zob. *Wykaz skrótów*.

³ J.M. Bocheński: *A History of Formal Logic*. Transl. I. Thomas. Notre Dame 1962, s. 268. Podaję za: G. Frege: *Conceptual Notation and Related Articles*. Transl. and ed. with a biogr. and introd. T.W. Bynum. Oxford 1972, s. 237.

⁴ M. Beane: *Introduction*. In: *The Frege Reader*. Ed. M. Beane. Oxford 1997, s. 380.

tylko)⁵. Michael Dummett pisze, że Frege był pierwszym, który zadał nie-lingwistyczne pytanie i dał lingwistyczną odpowiedź⁶, a jego GL nazywa pierwszą pracą z zakresu filozofii analitycznej⁷. Z kolei Krzysztof Rotter uważa, że

We wszystkich nowoczesnych postaciach gramatyki filozoficznej [...] logiczne idee Fregego stanowią rzeczywisty punkt wyjścia. [...] Wiele z nich zrobiło też swoistą karierę we współczesnej lingwistyce⁸.

Wprowadzone rozróżnienie na „sens” i „korelat semantyczny” (*Bedeutung*) wyrażenia językowego stało się podstawą współczesnej semantyki. Ponadto Dummett uważa go za najjaśniej piszącego autora⁹. Beaney pisze, że pomimo odkrytej antynomii w systemie Fregego do dziś jest on uważany za jednego z największych filozofów matematyki¹⁰. Fregego uznaje się także za prekursora logicznych tabelk prawdziwościowych¹¹.

Był matematykiem. Studiował matematykę, a jego prace doktorska i habilitacyjna dotyczyły zagadnień z zakresu matematyki. Jako matematyk, interesował się filozoficznymi podstawami matematyki. O filozofii Fregego można mówić chociażby z tej racji, że przy okazji szukania odpowiedzi na pytanie *czym jest liczba?* podejmował szereg klasycznych problemów filozoficznych. Do filozofii doszedł przez matematykę. Pisał:

Filozof, który nie ma nic wspólnego z geometrią, jest tylko do połowy filozofem, a matematyk, który nie ma w sobie żadnej żyłki filozoficznej, jest tylko do połowy matematykiem. Te dwie nauki oddzieliły się od siebie ze szkodą dla obydwu¹².

⁵ T. B u r g e: *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford 2005, s. 69; M. B e a n e y: *Introduction...*, s. 1. Dummett pisze, że Frege jest dziadkiem filozofii analitycznej. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, Massachusetts, 1981, s. 60–61.

⁶ M. D u m m e t t: *Frege: Philosophy of Mathematics*. London 1995, s. 112.

⁷ Ibidem, s. 110.

⁸ K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki*. Wrocław 1999, s. 175.

⁹ M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. XI.

¹⁰ M. B e a n e y: *Introduction...*, s. 13. Na następnej stronie autor dodaje, że o wielkości Fregego świadczy to, iż dziś niektóre jego tezy są obecne w literaturze filozoficznej bez informacji, że pochodzą od Fregego. Zob. ibidem, s. 14. Więcej na temat zasług Fregego zob. ibidem, s. 13–14.

¹¹ I. M a r e k: *Matrycowa semantyka rachunków zdaniowych*. Katowice 1988. Praca doktorska napisana pod kierunkiem M. T o k a r z a. Maszynopis dostępny w Zbiorach Specjalnych Biblioteki Głównej Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach, s. 15–16, 20.

¹² G. F r e g e: *Erkenntnisquellen der Mathematik und Naturwissenschaften* [1924/1925]. NS, s. 293. Tłumaczenie własne.

Filozofia Fregego jest niejako „produktem ubocznym” jego badań nad podstawami matematyki. Można zatem powiedzieć, że Frege był filozofującym matematykiem. W swych listach skarżył się, że dla filozofów jego pisma są zbyt matematyczne, a dla matematyków – zbyt filozoficzne¹³. W liście do Antona Marty’ego pisał, że trudno jest mu znaleźć możliwość publikowania w czasopismach filozoficznych¹⁴.

Michael Dummett uważa, że Frege przeobraził się z matematyka w filozofa, a niebanalne tezy filozoficzne (na przykład z zakresu filozofii języka) są obecne w jego pismach¹⁵. Píše również, że Frege nazywał wiele z interesujących go zagadnień logicznymi, przyjmując szerokie rozumienie logiki, nie tylko jako nauki zajmującej się wynikaniem¹⁶.

Gottlob Frege opublikował około 40 prac, w tym trzy książki (jedną dwutomową). Wiele tekstów pozostało niepublikowanych za jego życia, nie wszystkie przetrwały zawieruchę drugiej wojny światowej. Uważa się, że wśród ocalałych, a niepublikowanych tekstów są trzy próby napisania podręcznika z logiki¹⁷.

Oto najważniejsze tematy filozoficzne, jakie przewijały się w filozofii Fregego: definicja liczby, koncepcja prawdy, koncepcja obiektywności, tak zwane trzy królestwa, filozoficzna koncepcja języka, obrona racjonalizmu epistemologicznego.

Wprawdzie publikacje Fregego za jego życia czytali tylko nieliczni, ale byli to nietuzinkowi czytelnicy. Czterech z nich wyznaczyło bieg dwudziestowiecznej filozofii: Edmund Husserl, Russell, Wittgenstein, Rudolf Carnap. Inny czytelnik, mianowicie Giuseppe Peano, istotnie wpłynął na kształt współczesnej logiki¹⁸.

¹³ Zob. H. Sluga: *Gottlob Frege. The Arguments of the Philosophers*. London and New York 1980, s. 162.

¹⁴ Frege an Marty, 29.08.1882. GFB, s. 118.

¹⁵ M. Dummett: *The Interpretation of Frege’s Philosophy...*, s. 36.

¹⁶ Ibidem, s. 37.

¹⁷ G. Frege: *Logik* [1879–1891]. NS, s. 1–8; I d e m: *Logik* [1897]. NS, s. 137–163; I d e m: *Einleitung in die Logik* [August 1906]. NS, s. 201–212. W pierwszym z wymienionych tekstów Frege charakteryzował logikę przed napisaniem pierwszego tomu GG, drugi tekst został napisany po ukazaniu się pierwszego tomu GG, a trzeci – po opublikowaniu drugiego tomu GG i po sformułowaniu antynomii na podstawie jednego z aksjomatów tam przedstawionego w nim systemu. Warto byłoby prześledzić, jak zmieniało się Fregego rozumienie logiki po przejściu tak ważnych etapów jego życia naukowego. Beaney uważa, że *Logische Untersuchungen* można potraktować jako ostatnią próbę napisania książki z zakresu logiki. Tam Frege przedstawiał swe tezy na temat prawdy, myśli, sensu i korelatu semantycznego, natury logiki, negacji oraz ogólności. Zob. M. Beaney: *Introduction...*, s. 9.

¹⁸ Peano zmodyfikował swą notację logiczną po zapoznaniu się z pracami Fregego i korespondencji z nim. Notację Peana przyjął Russell. Tym sposobem Russell dowiedział się o pracach Fregego. Por. M. Beaney: *Introduction...*, s. 6–7.

Gottlob Frege twierdził, iż matematyka z filozofią ściąga się co do czystości oraz niezależności od „wpływów psychologicznych i zewnętrznych środków wspomagających myślenie, jak język, znaki liczbowe”, a także pod względem doskonałości konstrukcji pojęć¹⁹. Zarzut niedoskonałości metody odnosi się więc nie tylko do filozofii, dziewiętnastowiecznej matematyce też nie był obcy. Dla przykładu, Frege zwracał uwagę na to, że „wielu matematyków wydaje się mieć małe poczucie czystości i dokładności logicznej”²⁰.

Christian Thiel utrzymuje, że Frege wyznaczył dwudziestowieczny paradygmat analizy filozoficznej²¹. Filozofowie analityczni, uprawiając filozofię, wzorowali się na Fregem. Mimo że Frege nie zajmował się zagadnieniem analizy filozoficznej *expressis verbis*, należał do tych naukowców, którzy przywiązywali wagę do zagadnień metodologicznych. Przywołał stanowisko Francisa Bacona, który „za doskonalsze uznaje wynalezienie środka, dzięki któremu z łatwością wszystko może zostać odkryte, niż odkrywanie szczegółów [...]”²².

W tytule książki użyłam słowa „analiza”, opatrując je przymiotnikiem „filozoficzna”. Przymiotnik ten dodałam z tego względu, by odróżnić interesujące mnie postępowanie Fregego od analizy matematycznej (o której filozof wspominał) i analizy będącej opisem zamierzonego dowodzenia (zob. GG), wtedy gdy Frege formułował tautologie potrzebne mu w wyprawadzeniu arytmetyki²³ liczb naturalnych z logiki i przyjętych definicji. Analizę filozoficzną rozumiem tu jako specyficzne (na czym ta specyfika polega, wyjaśnię dalej) badanie zagadnień filozoficznych. Frege wprawdzie nigdzie nie przedstawił charakterystyki tej czynności poznawczej, ale uważam, że da się ją zrekonstruować na podstawie jego pism. Określenie „analiza w filozofii” byłoby precyzyjniejsze, wszak chodzi mi o zbadanie czynności poznawczych odniesionych do zagadnień filozoficznych. Wydaje mi się jednak zasadne posłużenie się już od lat funkcjonującym sformułowaniem, popularnym szczególnie w filozofii analitycznej. Wyrażeniem „analiza filozoficzna” posługuję się na oznaczenie badania czynności analizowania w odniesieniu do zagadnień filozoficznych, takich jak

¹⁹ GL, III–IV. (*Podstawy arytmetyki*. Tłum. K. Rotter. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej...*, s. 88).

²⁰ GG II, § 60, s. 73–74. Tłumaczenie własne.

²¹ Tak powiedział Thiel w wykładzie inauguracyjnym, który wygłosił na Uniwersytecie Warszawskim w październiku 2000 roku. Zob. Ch. Thiel: „*This Galaxy of Paradox and Obscurity*” – *system Fregego w świetle badań współczesnych...*, s. 117.

²² BS, s. XI. (*Ideografia...*, s. 47).

²³ Frege używał słowa „arytmetyka” w bardzo szerokim sensie. Zaliczał do niej na przykład algebrę, rachunek całkowity i różniczkowy, analizę funkcyjną. Zob. T.W. Bynum: *On the Life and Work of Gottlob Frege*. In: G. Frege: *Conceptual Notation...*, s. 56.

liczba i prawda. Analizę czyni filozoficzną jej używanie do zagadnień filozoficznych. Tematem następnym są narzędzia, jakich wymaga ta analiza. Uważam, że Frege posługuje się następującymi narzędziami:

1) rozróżnieniem funkcja – jej argument (jest ono tak podstawowe w filozofii Fregego, jak para akt i możliwość w filozofii Arystotelesa);

2) semantyką (w takim rozumieniu tego słowa, jakie przyjął Bogusław Wolniewicz, tłumacz Fregego, we wstępie do jego *Pism semantycznych*);

3) logiką Fregego, określaną przezeń jako „pismo pojęciowe”, współcześnie nazywane logiką predykatów pierwszego i drugiego stopnia.

Rozpoczął od zbudowania swej *Begriffsschrift*, pisma pojęciowego, nazywanego także językiem czystej myśli. Jako uzupełnienie tego narzędzia powstała semantyka, podstawa analizy językowej. Analiza nie jest jedyną czynnością poznawczą, jaką podejmował Frege; posługiwał się także definiowaniem (w szczególności definiowaniem przez abstrakcję), rozjaśnianiem i wnioskowaniem przez analogię. Te czynności także omówię, by na ich tle uwypuklić rozumienie, cel i specyfikę analizy filozoficznej.

Gottloba Fregego metodę analizy filozoficznej można scharakteryzować jako rozumowe badanie przedmiotów obiektywnych, niezmiennych, wiecznych, takich jak liczby, myśli i prawda. W tym badaniu Frege posługiwał się – jeśli tylko było to możliwe – narzędziami semantycznymi oraz narzędziami logicznymi.

Pierwszy rozdział ma charakter wprowadzający. Przedstawiam w nim filozoficzny dorobek Fregego na tle filozofii niemieckiej dziewiętnastego wieku, z której przejął niektóre pomysły i rozwinął na użytek swojej filozofii. Pokazuję także Fregego jako filozofa, który istotnie wpłynął na kształt współczesnej filozofii angielskiej, dając teoretyczne podstawy filozofii analitycznej. Wyjaśniam także, jakie rozumienie filozofii analitycznej pozwala Fregego uważać za jej przedstawiciela. W tym rozdziale prezentuję też analizę jako metodę filozoficzną.

W rozdziale drugim przedstawiam trzy rodzaje analizy, jakie pojawiają się w tekstach Fregego. Podstawą jest analiza dokonywana za pomocą rozróżnienia na funkcję i jej argument. Tu analizowanie polega na rozszczepianiu treści nadającej się do osądu na element odgrywający rolę funkcji i element będący argumentem tej funkcji. Odgrywa ono nadrzędną rolę w całej filozofii Fregego. Ponadto rozróżniam dwa rodzaje analizy: analizę językową i analizę logiczną.

Analiza językowa czerpie z wypracowanej przez Fregego semantyki i opiera się na jego koncepcji języka. W szczególności ważna jest tu koncepcja języka naturalnego. Frege z jednej strony podkreślał jego niedoskonałość, z drugiej – traktował język naturalny jak rezerwar niepodważalnych intuicji, miejsce, w którym odbijają się beczasowe prawa prawdziwych myśli (odróżniał myśli prawdziwe od fałszywych).

Analiza logiczna polega na użyciu narzędzia, jakim jest Fregego *Be-griffsschrift*, czyli pismo pojęciowe. Rekonstruuje to narzędzie, uwzględniając fakt, że Frege rozwijał swe pismo pojęciowe. Po raz pierwszy zostało ono zaprezentowane w 1879 roku, kiedy opublikował książkę o takim tytule²⁴. W latach 1893 i 1903 wydał dwa tomy GG, w których zaproponowanego pisma pojęciowego użył do pokazania, jak na logice można oprzeć arytmetykę liczb naturalnych. Niestety, kiedy drugi tom był w druku, Russell w BS znalazł nieścisłość, która prowadziła do antynomii. Z notatek Carnapa, uczestnika wykładów Fregego, znamy jeszcze jedno sformułowanie pisma pojęciowego, pochodzące z lat 1910–1911 i 1913. Frege uważał, że pismo pojęciowe może być narzędziem użytecznym we wszystkich naukach. Jego koncepcja logiki była istotnie związana z nadaniem prawdzie statusu wartości logicznej. Z kolei wypracowaną w logice koncepcją tożsamości Frege posłużył się, formułując ogólnometodologiczne warunki poprawnej definicji. Jego logiczno-semantyczne analizy owocowały także dyskusjami nad strukturą zdania.

W rozdziale zatytułowanym *Analizowanie a inne czynności poznawcze* przedstawiam Fregego koncepcje definicji i rozjaśniania, jakie formułował na potrzeby oparcia arytmetyki liczb naturalnych na logice. Chociaż najczęściej utożsamia się metodę, z jakiej korzystał Frege, z metodą analizy, to uważam jednak za wskazane odróżnić analizę od rozjaśniania oraz definiowania.

Gottlob Frege miał krytyczny stosunek do definicji cząstkowych, kontekstowych oraz definicji przez podanie przykładu. Zastanawiał się, jak określić zakres obowiązywania danej definicji, na przykład czy dodawanie różni się w zależności od tego, czy jest operacją przeprowadzaną na liczbach dodatnich, rzeczywistych, urojonych lub wektorach. Te badania doprowadziły go do odkrycia innego sposobu definiowania liczby, jakim były definicje przez abstrakcję. Warunki poprawnej definicji, jakie proponował, są obowiązujące nie tylko dla matematyki i logiki. Frege uważał, że definicji wymagają terminy logicznie proste, które są nieanalizowalne. Jednak jego zdaniem, nie wszystko z tego, co logicznie proste, da się zdefiniować, wobec czego przestrzegał przed pokusą definiowania wszystkiego.

Czynność, którą Frege nazywał rozjaśnianiem (*Erläuterung*), zajmuje się tym, co nieanalizowalne i niedefiniowalne. Za takie terminy uważał na przykład: prawdę, funkcję, przedmiot czy sąd. Rozjaśnianie polega na przybliżeniu rozumienia pewnego terminu w odwołaniu do języka naturalnego, przednaukowego. Dlatego uważał, że czynność ta należy do prope-

²⁴ Dotąd książka ta nie została w całości przetłumaczona na język polski. Zob. BS. (*Ideografia...*).

deutyki nauki. Nadmienię, że definiowanie i rozjaśnianie ten filozof opracował na potrzeby zagadnień matematycznych (dokładniej: na potrzeby oparcia arytmetyki na logice), a stosował także w odniesieniu do problemów filozoficznych. I w tym właśnie kontekście staram się je badać.

Kolejną czynnością poznawczą jest wnioskowanie przez analogię. Zbieram z pism Fregego przykłady takich wnioskowań i staram się przedstawić strukturę wnioskowania przez analogię.

W rozdziale ostatnim pokazuję, jak Frege posługiwał się czynnościami analizowania, definiowania przez abstrakcję i czynnością rozjaśniania, na przykładzie badania dwóch wielkich problemów filozoficznych: liczby oraz prawdy.

Zaproponował kilka odmiennych sposobów definiowania liczby. W swych wczesnych pismach liczbę definiował jako wykładnik funkcji konstytuującej ciąg. Natomiast począwszy od GL (1884), odróżniał liczbę (*Zahl*) od liczebności (*Anzahl*)²⁵. Liczbę uważał za bezczasowy, nieprze-strzenny i obiektywny przedmiot (*Gegenstand*), którego badanie sprowadzało się do rozjaśniania jego natury. Z kolei dla liczebności podał (słownie) definicję przez abstrakcję, opartą na równoliczności pojęć. Można mówić jeszcze o trzeciej definicji liczby z GG, którą sformułował na podstawie definicji z GL, ale przedstawił za pomocą zbudowanego w tym celu systemu logiki predykatów drugiego rzędu. Kolejna wersja definiowania liczby była związana z zastosowanymi sposobami uniknięcia antynomii, a u podstaw ostatniej legła próba oparcia arytmetyki na geometrii.

Nie można mówić o jednej koncepcji prawdy w filozofii Fregego. Niemiecki filozof wyszedł od prawdy widzianej w tle sądu, a zamiast „prawdziwy” i „fałszywy” posługiwał się określeniami: „uznany” – „zaprzeczony”, „poprawny” – „niepoprawny”. W szczytowym okresie swych badań doszedł do tezy o obiektywności prawdy oraz do koncepcji prawdy i fałszu jako wartości logicznych. Badanie zagadnienia prawdy zakończył tezą o niedefiniowalności prawdy i jej związku z trzecim królestwem.

W bibliografii zostały zebrane wszystkie dotąd opublikowane pisma Fregego (książki, opublikowane i nieopublikowane artykuły, wykłady, listy, dziennik), które zachowały się pomimo zniszczeń wojennych.

²⁵ W polskich tłumaczeniach tekstów Fregego nie zawsze jest zasygnalizowane posługiwanie się przezeń dwoma słowami: *Zahl* i *Anzahl*, oba niekiedy tłumaczy się jako „liczba”. Tam gdzie to konieczne, w kwadratowym nawiasie zostanie podane słowo niemieckie, jakiego użył Frege.

Zadania

Podstawowe zadanie rozprawy, to znaczy rekonstrukcja koncepcji analizy filozoficznej przedstawionej w pismach Fregego, realizuję, podejmując zadania pośrednie, polegające na rekonstrukcji semantyki oraz logiki. Za Fregem przyjmuję odróżnienie czynności analizowania od czynności definiowania i rozjaśniania. W rozumowaniach, jakie przeprowadzał Frege, wyodrębniam także przypadki wnioskowania przez analogię. Zwracam szczególną uwagę na uporządkowanie czynności wyznaczających Fregego tok badania zagadnień filozoficznych, by następnie skupić się na jego nowatorskim, logicznym definiowaniu liczby oraz na badaniu (niedefiniowalnego) pojęcia prawdy. Pozostałe rozdziały pełnią funkcję przygotowawczą. Semantykę i logikę Fregego przedstawiam z uwzględnieniem rozwoju jego stanowiska. Moim zadaniem badawczym nie było przedstawienie trudności, jakie rodzi koncepcja Fregego, ani dokonanie syntezy różnych interpretacji jego filozofii.

Tezy

Gottloba Fregego należy postrzegać jako spadkobiercę i kontynuatora filozofii niemieckiej dziewiętnastego wieku oraz tego, który zapoczątkował nowy styl badań filozoficznych, jaki następnie rozwijano w ramach filozofii analitycznej. Zmieniał niektóre swe tezy filozoficzne, toteż jego dorobek filozoficzny należy traktować jako ciągłe poszukiwanie lepszych rozwiązań nurtujących go problemów filozoficznych, z których najważniejszym było poszukiwanie pewnego ugruntowania matematyki, a które doprowadziło go do pytania o definicję liczby i o określenie prawdy.

Podejmując się badania problematyki liczby i prawdy, Frege musiał uprawiać filozofię, dlatego też z jego pism wyłania się koncepcja analizy filozoficznej, określająca metodę postępowania, która pozwala efektywnie zbadać problem filozoficzny. Za narzędzia uprawiania filozofii posłużyły mu semantyka i logika.

Należy odróżnić metodę analizy w szerokim rozumieniu (wtedy analiza stanowi synonim metody, jaką w filozofii posługiwał się Frege) od analizy w wąskim rozumieniu (wówczas analiza jest odróżniona od rozjaśniania i definiowania). Czynności analizowania, definiowania i rozjaśniania różnią się w zależności od przedmiotu, jakiego dotyczą: przedmiotem analizowania są terminy złożone, przedmiotem definiowania są terminy

proste, ale definiowalne, a przedmiotem rozjaśniania są terminy proste i niedefiniowalne. Tu na szczególną uwagę zasługują podane przez Fregego definicje przez abstrakcję, w szczególności liczby.

Można wypunktować następujący schemat postępowania Fregego: sformułowanie zdania, w którym występuje badany termin; analizowanie przez rozbicie i uzmiennianie treści zdania, w wyniku czego otrzymuje się część zdania odgrywającą rolę funkcji propozycjonalnej i część zdania będącą argumentem tej funkcji; budowanie poprawnej struktury logicznej zdania; ewentualne definiowanie lub rozjaśnianie badanego terminu; dopełnienie wymienionych badań rozstrzygnięciami ontologicznymi.

Metoda analizy, jaką opracował Frege, została zastosowana do wielkich problemów filozoficznych, takich jak liczba i prawda. Punktem dojścia badania liczby okazała się definicja przez abstrakcję, oparta na relacji równoliczności pojęć. Z kolei badanie prawdy Frege zakończył tezą o jej niedefiniowalności i związku z trzecim królestwem.

Metoda

Wprawdzie Frege badał zagadnienia, które dziś zalicza się do zakresu filozofii matematyki, uważam jednak, że należy je traktować jako wyznaczające trzon całej jego filozofii. Moje badania mają charakter diachroniczny, czyli uwzględniający rozwój poglądów filozofa. Frege nie zmieniał ich radykalnie, ale w ciągu swej prawie pięćdziesięcioletniej aktywności naukowej precyzował i rozbudowywał pierwotne intuicje. Rozpocznę więc od wczesnych określeń przyjmowanych przez Fregego, by następnie przejść do rozszerzeń wprowadzonych później²⁶.

Opierając się na powszechnej praktyce stosowanej w literaturze dotyczącej Fregego, będę odwoływać się do całej jego spuścizny naukowej, a nie tylko do tych tekstów, które przygotował do druku za swego życia i dla których znalazł wydawcę. Wybrałam taką drogę postępowania między innymi ze względu na stanowisko Dummetta, który uważa, że niektóre ważne tezy Frege sformułował tylko w tekstach niepublikowanych za życia²⁷. Tam gdzie jest to możliwe, przedstawię stanowisko Fregego wynikające z jego tekstów, często posiłkując się cytatami. W innych miejscach dokonam rekonstrukcji poglądów filozofa i logika z Jeny. Wyniki

²⁶ Taką metodykę postępowania Frege przyjął, pisząc artykuł *Funkcja i pojęcie*, zob. PS, s. 18.

²⁷ M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 7.

moich badań będą czasami porównywała głównie z pracami: Michaela Beaneya, Tylera Burge'a i Michaela Dummetta.

W czasie swej twórczości naukowej Frege miał ciągle problemy z publikowaniem własnych tekstów. Dlatego często pisał „do szuflady”. Po śmierci filozofa cała jego spuścizna miała zostać opublikowana, ale plany te pokrzyżowała wojna.

Przyjmuję następujące rozstrzygnięcia dotyczące opracowania dorobku naukowego Fregego²⁸:

1. *Grundgesetze der Arithmetik* to Fregego *opus magnum*, dzieło matematyczne, zawierające rozbudowane wyprowadzenie arytmetyki liczb naturalnych z logiki.

2. Najważniejsza pozycja filozoficzna autorstwa Fregego to *Die Grundlagen der Arithmetik*. Jako filozof, będę się odwoływała głównie do tej pozycji. W niej liczba jest traktowana jako „figura metafizyczna”, a nie jako termin sformalizowanej teorii. Ten tekst jest nadal traktowany jako przykład paradygmatycznej analizy semantycznej.

3. Najważniejsze tezy, które Frege powtarzał w tekstach napisanych w różnych okresach i z różnymi zamiarami, to.

- a) rozróżnienie na funkcję i jej argument;
- b) odróżnienie pojęć od przedmiotów;
- c) liczba definiowana przez równoliczność pojęć;
- d) odróżnienie sensu od korelatu semantycznego wyrażenia językowego;

e) oparcie arytmetyki liczb naturalnych na terminologii, definicjach i regułach logicznych;

f) myśli mają charakter obiektywny, a podmiot poznający może je ujmować, ale nie tworzyć czy zmieniać.

4. Tezy zawarte w listach Fregego należy traktować z ostrożnością, są bowiem wśród nich:

- a) tezy dojrzałe i doprecyzowane;
- b) pierwsze sformułowania stanowiska, które z czasem zostały doprecyzowane;
- c) tezy, z których się wycofał.

5. Co do tekstów niepublikowanych za życia Fregego należy pamiętać, że autor mógł je traktować jako niedoprecyzowane lub robocze sformułowania, szkice i projekty.

Gottloba Fregego rozwój naukowy przebiegał na styku matematyki, logiki i filozofii. Prowadził liczne wykłady uniwersyteckie, pisał książki i artykuły oraz recenzje. Zachowała się jego bogata korespondencja naukowa. Nic dziwnego, że jego koncepcje filozoficzne ewoluowały, nawiasem

²⁸ Por. ibidem, s. 8–9.

mówiąc, o wiele bardziej niż jego wizja poprawnie ugruntowanej matematyki, jej związku z logiką, czy też jego pismo pojęciowe. Uważam, że właściwie ów filozoficzny rozwój poglądów jest bardzo istotny dla zrozumienia wkładu w rozwój nauki, który stał się udziałem Fregego. Dlatego niekiedy przytaczając konkretne tezy, będę informowała Czytelnika, w jakim okresie zostały sformułowane.

Stan badań

Dorobek naukowy, jaki pozostawił Frege, jest tak bogaty, że pomimo wielu prac, które mu poświęcono, znalazłam tematy jeszcze nieopracowane, a niewątpliwie warte tego, by się nimi zająć. Do nich z pewnością należy problem przyjętej metody analizy, która (krok po kroku) doprowadziła Fregego do definicji liczby, opartej na relacji równoliczności pojęć, i uzasadniała analityczny charakter arytmetyki (dzięki wyprowadzeniu jej z pojęć, definicji i praw logiki). Dotąd nie została szczegółowo zbadana analiza jako metoda, która doprowadziła Fregego do wymienionego typu definicji liczby.

Ustalenia terminologiczne

Terminologia, której używał Frege, wiąże się z trudnymi decyzjami translatorskimi. Na użytek niniejszej rozprawy *Bedeutung* tłumaczę jako „korelat semantyczny”²⁹, *Sinn* – jako „sens”, *Satz* – jako „zdanie”, *Urteil* – jako „sąd”, *Begriffsschrift* – jako „pismo pojęciowe”.

Chciałabym wyrazić moje serdeczne podziękowanie wszystkim, którzy dyskutowali ze mną na temat filozofii Fregego i zadali sobie trud czytania wczesnych fragmentów tej książki. Zgłosili oni wiele przydatnych sugestii

²⁹ Słowo *Bedeutung* Wolniewicz w PS przetłumaczył jako „znaczenie”. W *Ontologii sytuacji* używał wyrażenia „korelat semantyczny” w odniesieniu do zdania i rozumiał je jako „ten najmniejszy fragment rzeczywistości, dzięki któremu zagwarantowana jest prawdziwość owego zdania”. B. Wolniewicz: *Ontologia sytuacji*. Warszawa 1985, s. 14. Por. E. Grodzicki: *Terminologia semiotyczna Gottloba Fregego. Analiza krytyczna*. „Studia Semiotyczne” 1994, t. 19–20, s. 95–111.

dotyczących potrzebnych poprawek. Dzięki ich pomocy książka ta przybrała ostateczny kształt. W szczególności dziękuję Księdzu Profesorowi Andrzejowi Bronkowi i Księdzu Profesorowi Józefowi Herbutowi, na których seminarium zrodziła się koncepcja tej rozprawy. Jestem wdzięczna Panu Profesorowi Krzysztofowi Rotterowi za wprowadzenie mnie w zawile zagadnienia pisma pojęciowego, którego autorem był Frege. Moje podziękowania wyrażam również Panu Profesorowi Janowi Woleńskiemu, między innymi za zwrócenie mi uwagi na związki filozofii Fregego z filozofią niemiecką. Dziękuję Panu Profesorowi Romanowi Murawskiemu za udzielone mi konsultacje. Mam także wielki dług wdzięczności wobec Księdza dr. hab. Jerzego Dadaczyńskiego oraz Koleżanek i Kolegów: Katarzyny Niebrój, Katarzyny Kijanii-Placek, Anny Wojciechowskiej, Dariusza Bębna. Rodzinie dziękuję za życzliwość, cierpliwość i zachęcanie mnie do pracy nad podjętym tematem.

Rozdział pierwszy

Zagadnienia wstępne

Zadaniem tego rozdziału jest przedstawienie filozoficznych uwarunkowań, w jakich powstała filozofia Fregego. W realizacji tak wyznaczonego zadania kieruję się następującą wskazówką Dummetta:

[...] czytając pisma jakiegoś filozofa, należy zadać sobie pytanie: „Jak ten problem przedstawiał się w jego czasach, biorąc pod uwagę to, co wówczas twierdzili inni filozofowie”¹.

Frege jako spadkobierca i kontynuator filozofii niemieckiej oraz prekursor filozofii analitycznej

Wśród interpretatorów Fregego ukształtowały się dwa nurty. Przedstawiciele pierwszego, związanego z Dummettem, przyjmują, że Frege zapoczątkował nowy okres w historii filozofii i dlatego nie da się jego filozofii porównywać z filozofią jego poprzedników. Filozofię Fregego należy porównywać z systemami filozoficznymi jego następców, to znaczy z przedstawicielami nurtu filozofii analitycznej, której był prekursorem².

¹ M. Dummett: *Antyrealistyczne spojrzenie na język, myśl, logikę i historię filozofii analitycznej*. Tłum. A. Grobler. „Kwartalnik Filozoficzny” 1998, t. 26, z. 1, s. 164.

² M. Dummett: *Frege: Philosophy of Language*. Cambridge, Massachusetts, 1981; Idem: *Frege and Other Philosophers*. Oxford 1991, s. VII.

Bezasadność takiego podejścia wykazuje H. Sluga³, uzasadniając, że Frege wiele zaczerpnął z filozofii niemieckiej drugiej połowy dziewiętnastego wieku. Pokazuje, że jego filozofia wyrosła z tradycji niemieckiego idealizmu, szczególnie z odniesienia do filozofii Kanta, neokantystów, ale także filozofii B. Bolzana, A. Trendelenburga, H. Lotzega. Do wymienionych myślicieli dodam także L. Wittgensteina, wprawdzie młodszego od Fregego o jedno pokolenie i działającego już w dwudziestym wieku, ale dyskusje pomiędzy tymi uczonymi wywarły istotny wpływ na rozwój poglądów zarówno Fregego, jak i Wittgensteina. Po zapoznaniu się z argumentami Slugi Dummett nadal uważa wpływ filozofii niemieckiej na Fregego za drugorzędny i nieburzący tezy o jego oryginalności w czasach jemu współczesnych⁴.

Przedstawię teraz punkty styeczne filozofii Fregego z myślą filozoficzną przedstawicieli dziewiętnastowiecznej filozofii niemieckiej.

Frege wielokrotnie odnosił się w swych pismach (w szczególności w GL) do filozofii Immanuela **Kanta** (1724–1804), przy czym interesowały go głównie trzy tematy:

1. Natura sądów matematycznych (syntetyczne czy analityczne).
2. Rozumienie analityczności i syntetyczności (a co za tym idzie, analizy i syntezy).
3. Kanta stanowisko teoriopoznawcze.

Ad 1. Frege ciągle powracał do pytania, czy prawa dotyczące liczb są sędami analitycznymi, za Kantem pytał o aprioryczny, aposterioryczny, syntetyczny czy analityczny charakter prawd arytmetyki⁵. Kant uważał sądy matematyczne (arytmetyczne i geometryczne) za syntetyczne *a priori*⁶. Filozof z Jeny widział różnicę między sędami arytmetycznymi a sędami geometrycznymi:

Pomiędzy arytmetyką a geometrią jest godna uwagi różnica dotycząca tego, jak one [geometria i arytmetyka – G.B.] uzasadniają swoje zasady. Elementy wszystkich geometrycznych konstrukcji są naoczno-

³ H. S l u g a: *Gottlob Frege. The Arguments of the Philosophers*. London and New York 1980.

⁴ M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, Massachusetts, 1981, s. XVII–XVIII; I d e m: *Antyrealistyczne spojrzenie na język, myśl, logikę...*, s. 161–195. Stanowisko pośrednie między Dummettem a Slugą zajmuje Gabriel; zob. G. G a b r i e l: *Frege, Lotze, and the Continental Roots of Early Analytic Philosophy*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E. H. R e c k. Oxford 2002, s. 39–40.

⁵ GL, § 17, s. 23. (*Podstawy arytmetyki*. W: F. B r e n t a n o, G. F r e g e, Ch. T h i e l: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. R o t t e r. Wrocław 1997, s. 112); GL, § 3, s. 3. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 95).

⁶ I. K a n t: *Krytyka czystego rozumu*. T. 1. Tłum., wstęp, przypisy R. I n g a r d e n. Warszawa 1986, s. 77.

ściami i geometria wskazuje na naoczność jako źródło swoich aksjomatów. Skoro żadnej naoczności nie zawiera obiekt arytmetyki, to także jej zasady nie mogą pochodzić z naoczności⁷.

Za dużą zasługę Kanta uważam to, że uznał sądy geometrii za syntetyczne, ale nie mogą powiedzieć tego samego o sądach arytmetyki. Te dwa przypadki są zupełnie różne. Dziedziną geometrii jest to, co dane przestrzennie, arytmetyka nie zna takiego ograniczenia. Policzalne (*zählbar*) jest wszystko, nie tylko to, co dane w przestrzeni, nie tylko to, co następuje w czasie po sobie, nie tylko to, co zewnątrz, ale także to, co przebiega w duszy i jest jej wynikiem, pojęcia, które nie są ani czasowe, ani przestrzenne, ale pozostające do innych w stosunkach logicznych⁸.

Dla Fregego sądy arytmetyki miały charakter analityczny, bo dawały się wyprowadzić z logiki; matematyka miała naturę logiczną⁹. Natomiast sądom geometrii przypisywał – podobnie jak Kant – cechy syntetyczności i aprioryczności.

Ad 2. Frege najczęściej przywoływał Kantowski podział sądów na analityczne, syntetyczne oraz *a priori* i *a posteriori*. Zastanawiał się nad jego zasadnością w odniesieniu do sądów arytmetycznych i geometrycznych¹⁰. Krytykował Kanta za niedoceniecie wartości sądów analitycznych. Uważał, że wprowadzone rozróżnienia sądów nie są – w myśl koncepcji Kanta – oparte na ich treści, ale na uprawnieniu do ich wydania¹¹. Dalej Frege dodał następujące wyjaśnienie:

Gdy w podanym przeze mnie sensie określa się jakieś zdanie jako analityczne czy *a posteriori*, nie osądza się przy tym psychologicznych, fizjologicznych czy fizykalnych warunków umożliwiających utworzenie jego treści, nie osądza się też, jak ktoś inny, w sposób może błędny, doszedł do tego, by uznać je za prawdziwe, osądza się jedynie to, na czym ostatecznie polega uzasadnienie uznania go za prawdę¹².

Frege uważał, że niedoceniecie przez Kanta wartości sądów analitycznych było konsekwencją jego wąskiej definicji pojęcia – jako sumy cech charak-

⁷ *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössenbegriffes gründen*. KS, s. 50. Tłumaczenie własne. Por. H. S l u g a: *Gottlob Frege...*, s. 50.

⁸ Frege an Marty, 29.08.1882. GFB, s. 117. Tłumaczenie własne.

⁹ Zob. A. L u b o m i r s k i: *Frege i Kant*. „Archiwum Historii i Myśli Społecznej” 1988, t. 23, s. 108.

¹⁰ GL, § 89, s. 101–102. (*O pojęciu liczby*. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*. Red. R. M u r a w s k i. Poznań 1986, s. 199).

¹¹ GL, § 3, s. 3. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 95–96).

¹² Ibidem. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 96).

terystycznych. Ponadto Kant dzielił sądy na analityczne i syntetyczne, mając na uwadze tylko uniwersalne sądy oznajmujące¹³. Podsumowując swe badania w GL, pisał:

[...] w pracy tej uczyniłem prawdopodobnym to, iż prawa arytmetyczne są sądami analitycznymi, a stąd *a priori*. Zgodnie z tym arytmetyka byłaby tylko rozwiniętą logiką, każde twierdzenie arytmetyczne – prawem logicznym, ale prawem wydedukowanym¹⁴.

Ad 3. Lubomirski uważa, że Frege akceptował Kantowską tezę o wszechobecności rozumu w naszym poznaniu¹⁵. Faktycznie, Frege dystansował się wobec odwoływania się do poznania zmysłowego w matematyce (co przenosił potem na filozofię). Formułował tezy niezakładające żadnego faktu obserwacyjnego¹⁶, rozszerzał rzeczywistość poza to, co poznawalne zmysłowo i przestrzenne¹⁷, pisał, że prawa logiczne nie potrzebują praktycznego potwierdzenia¹⁸. Ale twierdził także:

Muszę sprzeciwić się ogólności [następującego – R.M.] stwierdzenia Kanta: bez pomocy zmysłów nie byłby nam dany żaden przedmiot. Zero, jedynka są przedmiotami, które nie mogą być nam dane za pomocą zmysłów¹⁹.

Niedorzecznością jest, by w rzeczach niezmysłowych występowało coś, co z natury swej jest zmysłowe. Gdy widzimy niebieską powierzchnię, wówczas mamy szczególne wrażenie odpowiadające słowu „niebieski”; właśnie to wrażenie rozpoznajemy, gdy postrzegamy inną niebieską powierzchnię. Gdybyśmy chcieli przyjąć, że w ten sposób w postrzeganiu trójkąta słowu „trzy” odpowiada coś zmysłowego, musielibyśmy to coś rozpoznać także w trzech pojęciach; coś niezmysłowego zawierałoby w sobie coś zmysłowego²⁰.

Poza trzema wymienionymi głównymi tematami Frege odnosił się do koncepcji Kanta w następujących kwestiach:

- 1) koncepcji jedności sądu²¹;

¹³ GL, § 88, s. 99–100. (*O pojęciu liczby...*, s. 198).

¹⁴ GL, § 88, s. 99. (*O pojęciu liczby...*, s. 198).

¹⁵ A. L u b o m i r s k i: *Frege i Kant...*, s. 136–137.

¹⁶ GL, § 77, s. 90. (*O pojęciu liczby...*, s. 192).

¹⁷ GL, § 61, s. 72. (*O pojęciu liczby...*, s. 180).

¹⁸ GL, § 87, s. 99. (*O pojęciu liczby...*, s. 198).

¹⁹ GL, § 89, s. 101. (*O pojęciu liczby...*, s. 199).

²⁰ GL, § 24, s. 31. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 118).

²¹ A. G u t: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej*. Lublin 2005, s. 224.

- 2) pierwszeństwa sądu przed pojęciem i otrzymywaniem pojęć w drodze rozbioru sądu;
- 3) koncepcji istnienia²²;
- 4) rozumienia pojęcia, określanego za pomocą cech charakterystycznych²³.

Uważam, że Fregego rozumienie obiektywności także pokazuje Kantowski „cień” w filozofii:

Przez obiektywność rozumiem więc niezależność od naszego odczuwania, oglądania i przedstawiania, od rzutowania wewnętrznych obrazów płynących z przypominania wcześniejszych wrażeń, lecz nie niezależność od rozumu; ponieważ odpowiedzieć na pytanie, jakie są rzeczy niezależne od rozumu, to sądzić, nie sądząc, prać kożuch, nie mocząc go²⁴.

Frege pisał, że fakt pomyłki Kanta w odniesieniu do natury sądów arytmetyki nie podważa jeszcze jego zasług²⁵. Lubomirski uważa, że w filozofii Fregego są elementy pochodzące z tradycji kantowskiej, ale one dają się odnaleźć w dorobku każdego filozofa piszącego po Kancie²⁶.

Ontologię Fregego można porównać z ontologią Bernarda **Bolzana** (1781–1848). Odpowiednikami Fregego myśli (należących do trzeciego królestwa) są „zdania same w sobie” (*Satz an sich*), które mogą być prawdziwe lub fałszywe:

Zdaniem samym w sobie nazywam tylko jakąkolwiek taką wypowiedź, że coś jest lub że coś nie jest; obojętnie, czy ta wypowiedź jest prawdziwa czy fałszywa, bądź została przez kogokolwiek ujęta w słowa lub nie, a nawet [czy – P.N.] została pomyślana przez umysł bądź nie²⁷.

²² G. Frege: [Dialog mit Pünjer über Existenz; vor 1884]. NS, s. 75 (przypis).

²³ GL, § 88, s. 99–100. (*O pojęciu liczby...*, s. 198).

²⁴ GL, § 26, s. 36. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 122). Frege odróżnia *objektiv* (tłumacząc jako „obiektywny”) od *wirklich* (tłumacząc jako „rzeczywisty”). Dla przykładu, liczby są obiektywne, ale nie są rzeczywiste. Koj i Gut uważają, że Frege „obiektywny” rozumiał jako „intersubiektywny”. L. Koj, A. Gut: *Uwagi o antypsychologizmie Fregego i Husserla*. W: *Psychologizm i antypsychologizm*. Red. A. Olech. Kraków 2001, s. 39.

²⁵ GL, § 89, s. 102. (*O pojęciu liczby...*, s. 199).

²⁶ A. Lubomirski: *Frege i Kant...*, s. 113. Por. A. Gut: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 36.

²⁷ B. Bolzano: *Wissenschaftslehre*. Bd. 1. Stuttgart–Bad Cannstatt 1987, s. 104. Podają za: P. Nowara: *Bolzanowska koncepcja przedstawień bezprzedmiotowych a jej interpretacja w rozprawie „O treści i przedmiocie przedstawień Kazimierza Twardowskiego”*. „Diametros” 2006, nr 8, s. 69. O podobieństwie między koncepcją zdania w sobie i myśli piszą: G. Gabriel i W. Kienzler w *Gottlob Freges politisches Tagebuch*. Einl., Kom-

Pisał także o „prawdach samych w sobie” (*Wahrheiten an sich*)²⁸. Podobnie jak Frege, opowiadał się za obiektywnością prawdy (w sensie niezależności od podmiotu poznającego) i umieszczaniem jej w dziedzinie przedmiotów idealnych²⁹. Warto także zwrócić uwagę na podobieństwa w rozumieniu logiki. Dla Bolzana była ona nauką normatywną, różniącą się od psychologii, traktującą o „regułach, którymi należy się kierować we wszelkim naukowym myśleniu”³⁰. Łukasiewicz pisał, że Bolzano znał już pojęcie wartości logicznej, które określał jako „ważność sądu” (*Gültigkeit eines Satzes*)³¹.

Z racji wielu podobieństw łączących koncepcję Fregego z koncepcją Bolzana rodzi się pytanie, czy Frege znał pisma Bolzana. W jednym z niepublikowanych, ale przygotowywanych do druku tekstów Frege cytował w przypisie książkę Bolzana *Wissenschaftslehre*, podając jego definicję *Menge*³². Ponadto Edgar Morscher, badacz pism Bolzana, zwraca uwagę na dyskusję, jaką Frege prowadził z A. Korseltem na łamach *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, poczynawszy od 1903 roku³³. Korselt odwoływał się do *Wissenschaftslehre*³⁴. Może dlatego Frege zainteresował się wspomnianą książką Bolzana i w 1906 roku mógł ją zacytować.

Friedrich Adolf **Trendelenburg** (1802–1872) to logik i filozof „niezmiernie opiniotwórczy w okresie bezpośrednio poprzedzającym działalność pisarską Fregego”³⁵. Frege znał historię filozofii z jego *Historische*

mentar G. Gabriel, W. Kienzler. „Deutsche Zeitschrift für Philosophie” 1994, Bd. 42, s. 1060; E. Morscher: *Od Bolzana do Meinonga. Z dziejów logicznego realizmu*. Tłum. D. Bęben, T. Kubalica. „Kwartalnik Filozoficzny” 2005, t. 33, z. 1, s. 141–178; U.M. Żegleń: *Koncepcja sądu na tle poglądów logiczno-filozoficznych G. Fregego*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1993, t. 21, z. 4, s. 58–59.

²⁸ P. Nowara: *Bolzanowska koncepcja przedstawięi bezprzedmiotowych...*, s. 71. Nowara zwraca także uwagę na podobieństwo *Sinn* do *Stoff*, rozumianego jako „materia w sensie logicznym, jaką dla każdego subiektywnego przedstawienia jest odpowiadający jej obiektywny sens, czyli pewne przedstawienie same w sobie”. Ibidem, s. 72, przypis.

²⁹ Morscher koncepcje Bolzana i Fregego zalicza do realizmu logicznego. E. Morscher: *Od Bolzana do Meinonga...*, s. 141–178.

³⁰ Podaję za K. Rotter: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki*. Wrocław 1999, s. 106, 110.

³¹ J. Łukasiewicz: *Logiczne podstawy rachunku prawdopodobieństwa (1913)*. W: Ibidem: *Logika i metafizyka. Miscellanea*. Red. J.J. Jadacki. Warszawa 1998, s. 235.

³² G. Frege: *Über Schoenflies: Die logischen Paradoxien der Mengenlehre (1906)*. NS, s. 197, przypis. Pierwsze wydanie *Wissenschaftslehre* ukazało się w 1841 roku.

³³ Fregego głos w tej dyskusji jest przedrukowany w KS: *Über die Grundlagen der Geometrie* [1903]. KS, s. 262–266; *Über die Grundlagen der Geometrie II* [1903]. KS, s. 267–272; *Über die Grundlagen der Geometrie* [1906]. KS, s. 281–323.

³⁴ E. Morscher: *Od Bolzana do Meinonga...*, s. 155. Tam też znajduje się więcej informacji bibliograficznych na temat związków między Fregem i Bolzanem. Fregego teksty z tej dyskusji znajdują się w KS.

³⁵ A. Gut: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 36.

Beitraege zur Philosophie (na przykład poglądy Leibniza). Jest wielce prawdopodobne, że czytał także (przynajmniej fragmenty) jego *Logische Untersuchungen*³⁶. Zacerpnął od niego pomysł zbudowania języka logicznego, na wzór Leibnizjańskiej charakterystyki uniwersalnej³⁷. Za Trendelenburgiem Frege określił swój symbolizm logiczny jako *Begriffsschrift*, czyli „pismo pojęciowe”³⁸. Trendelenburg wyczuł Fregego „na filozoficzną doniosłość badań nad językiem oraz nakreślenie idei, że język jest nieodzownym narzędziem badań naukowych”³⁹.

Na filozofię Fregego istotny wpływ miał także Hermann **Lotze** (1817–1881)⁴⁰, jego nauczyciel z Getyngi, uważany za twórcę współczesnej aksjologii. Przyjmował, że byt jest, a wartości obowiązują⁴¹. Wprowadził język wartości do filozofii⁴². Pisał o pięknie i dobru jako wartościach obiektywnych. Posługiwał się słowem „ważność” (*Geltung*)⁴³, które występuje także w pismach Fregego. Prawdopodobnie z filozofii Lotzego Frege zacerpnął pomysł uznania prawdy i fałszu za wartości logiczne. Poglądy Lotzego nie zawierały jednak tezy o obiektywności prawdy.

W tym czasie, gdy Frege pisał BS, czytał pisma Lotzego (prawdopodobnie jego *Logik*, wydaną po raz pierwszy w roku 1843, a wznowioną w 1874 roku). Frege jednak nie był zainteresowany metafizyką, estetyką ani filozofią logiki Lotzego. W jego tekstach szukał raczej połączenia idei Leibniza i Kanta⁴⁴.

Od Lotzego Frege przejął też koncepcję rozróżnienia na subiektywne, mentalne reprezentacje i obiektywne myśli (należące do trzeciego królestwa) oraz rozumienie myśli jako treści nadającej się do osądu, wyrażonej

³⁶ Stąd podobieństwa pomiędzy sformułowaniami Trendelenburga i Fregego. Zob. ibidem, s. 36–37.

³⁷ Frege czytał esej A. Trendelenburga *Über Leibnizes Entwurf einer allgemeinen Charakteristik*. „Historische Beiträge zur Philosophie” 1867, Bd. 3, s. 1–47. Por. H. Sluga: *Gottlob Frege...*, s. 49.

³⁸ H. Sluga: *Gottlob Frege...*, s. 49.

³⁹ A. Gut: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 36.

⁴⁰ Zob. R.A. Makreel: *Problem wartości pod koniec wieku dziewiętnastego*. Tłum. M. Sosnowski. W: *Historia filozofii zachodniej*. Red. R.H. Popkin. Poznań 2003, s. 566–577.

⁴¹ W czasie pracy w Jenie Frege mógł się spotkać z innym, młodszym od siebie, badaczem wartości, którym był Max Scheler, przebywający w Jenie w latach 1900–1906. Zob. T.W. Bynum: *On the Life and Work of Gottlob Frege*. In: G. Frege: *Conceptual Notation and Related Articles*. Trans., bibliogr., introd. T.W. Bynum. Oxford 1972, s. 6.

⁴² A.J. Norsa: *Kant a neokantyzm badeński i marburski*. Katowice 2000, s. 158.

⁴³ G. Gabriel: *Frege, Lotze, and the Continental Roots of Early Analytic Philosophy*. In: *From Frege to Wittgenstein...*, s. 40–43. Gabriel uważa, że przejętą koncepcję *Geltung* Frege przekazał dalej, do Husserla. Zob. także Idem: *Frege als Neukantianer*. „Kant-Studien” 1986, Bd. 77, s. 84–101.

⁴⁴ H. Sluga: *Gottlob Frege...*, s. 52–53. Por. A. Gut: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 37–39.

w zdaniu. Gabriel uważa, że to Lotze przygotował antypsychologizacyjny sprzeciw w filozofii niemieckiej⁴⁵. W konsekwencji, Fregego rozumienie obiektywności jest podobne do ujęcia Lotzego.

Frege i Lotze zgadzali się (w opozycji do empirystów) co do tego, że logika nie zajmuje się światem zewnętrznym, ale światem obiektywnych idei i jest podstawą wszelkiego poznania⁴⁶. Od Lotzego Frege mógł także zaczerpnąć pomysł pojęcia jako funkcji⁴⁷, arytmetyki jako części logiki (stanowisko zwane logicyzmem)⁴⁸.

Dodam jeszcze, że w tekstach Lotzego są – o czym Sluga już nie pisze – takie sformułowania, jak: *Gedankenwelt*, *Reich der Ideen*, *Ideenwelt*, *Reich der Inhalte*⁴⁹, kojarzące się z Fregego trzecim królestwem. Ważne dla niemieckiego filozofa sformułowanie „trzecie królestwo” było używane w tradycji niemieckiej już wcześniej. Neokantysta Georg Simmel (1858–1918), socjolog i filozof, wyprzedzał koncepcję Fregego, pisząc: „Treść myślenia jest prawdziwa, niezależnie od tego, czy będzie pomyślana, czy nie”⁵⁰.

Powracając do wątku podobieństwa filozofii Fregego i Lotzego, warto zwrócić uwagę, że Frege (prawdopodobnie) za Lotzem myślą nazywał treść nadającą się do osądu, wyrażaną w zdaniu. Z kolei w *Funkcji i pojęciu* Frege posługiwał się jeszcze innym sformułowaniem Lotzego – „forma i treść”, co potem ewoluowało w kierunku znaku i tego, co on oznacza, a więc sensu i korelatu semantycznego wyrażenia językowego. Gabriel

⁴⁵ G. Gabriel: *Frege, Lotze...*, s. 43. Por. H. Sluga: *Gottlob Frege...*, s. 52–53.

⁴⁶ H. Sluga: *Gottlob Frege...*, s. 54, 56, 57.

⁴⁷ Ibidem, s. 57.

⁴⁸ Ibidem.

⁴⁹ G. Gabriel: *Einleitung*. In: H. Lotze: *Logik*. Drittes Buch: *Erkennen*. (*Methodologie*). Hrsg. G. Gabriel. Hamburg 1989, s. XXIII; *Gottlob Freges politisches Tagebuch...*, s. 1062.

⁵⁰ Cytuję za: G. Gabriel: *Reich, Drittes*. In: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*. Bd. 8. Hrsg. J. Ritter, K. Gründer. Basel 1992, s. 500. Słowo „królestwo” (*Reich*) występuje także w pismach Kanta. Píše on na przykład o dużym królestwie (w tłum. Ingardena – o „państwie”) możliwości, którego tylko małą częścią jest to wszystko, co rzeczywiste (wszelki przedmiot doświadczenia). Zob. I. Kant: *Krytyka czystego rozumu*. T. 1..., s. 410. Zob. także R. Eisler: *Reich der Zwecke*. In: Idem: *Kant-Lexikon. Nachschlagewerk zu Immanuel Kant* (1930). www.textlog.de. Bolzano w *Beytrage zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik* (Prag 1810, s. 39–40) pisał o *Reich der Wahrheit*, które istnieje pozaczasowo, niezmiennie, niezależnie od naszych sądów. Zob. J. Dada-czyński: *Matematyka w oczach filozofa. Jedenaście artykułów z filozofii matematyki*. Tarnów 2002, s. 47. Rickert posługuje się sformułowaniem „irrealne sensy”, w znaczeniu podobnym jak Fregego „trzecie królestwo”; zob. P. Nowara: *Bolzanowska koncepcja przedstawię bezprzedmiotowych...*, s. 71, przypis. Por. S. Schlotter: *Frege's Anonymous Opponent in „Die Verneinung”*. „History and Philosophy of Logic” 2006, vol. 27, s. 47–48.

zwraca uwagę także na podobieństwa między znaczeniami następujących terminów: „identyczność”, „język” oraz „logika”⁵¹. Do wspomnianych już zapożyczeń od Lotzego, Rotter dodaje jeszcze określenie „myśl towarzysząca” (*Nebengedanke*)⁵².

Na połowę dziewiętnastego wieku datowane są narodziny neokantyzmu⁵³. Można wskazać punkty wspólne filozofii Fregego i filozofii neokantystów. W tej filozofii badaną kategorią była „ważność” (*Geltung*), która pojawia się także w filozofii Fregego, a ponadto antypsychologizm, dążenie do intersubiektywizmu i logicznej przejrzystości wywodu⁵⁴.

Wilhelm **Windelband** (1848–1915), neokantysta, studiował razem z Fregem u Kuna Fischera (1824–1957) w Jenie, a potem w Getyndze u Lotzego. Windelband pierwszy pisał o prawdzie jako wartości. Przypisywał prawdzie gwarancje jej obiektywności. Frege prawdopodobnie znał tekst Windelbanda *Beitraege zur Theorie der negativen Urteile* z 1884 roku⁵⁵. W tym tekście Windelband wypowiadał się o konieczności rozróżnienia w każdym sądzie pomiędzy zwykłą kombinacją przedstawień a „aktem sądzenia” (*Beurteilung*), który traktuje o wartości logicznej zdania, a wartość logiczna musi być związana z innymi wartościami⁵⁶. Windelband pisał, że trzeba odróżnić treść sądu od jego prawdziwości lub fałszywości, co później ewoluowało w kierunku tego, co dziś zwiemy wartościami logicznymi. Jak zauważa Gabriel, Windelband przed Fregem użył określenia *Wahrheitswert*⁵⁷. Ponadto początek artykułu *Myśl*, w którym jest mowa o pięknie, dobru i prawdzie, kojarzy się z następującym fragmentem z Windelbanda: „Tak jak etyka, logika także może być nauką normatywną. Jak inaczej byłbym zobowiązany do osiągnięcia prawdy?”⁵⁸. Posługiwał się sformułowaniem *Reich der Wahrheiten*⁵⁹. Filozofię utożsa-

⁵¹ G. Gabriel: *Einleitung...*, s. XIV–XX.

⁵² K. Rotter: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 184. Rotter *Nebengedanken* tłumaczy jako „to, co współpomyślane”.

⁵³ A.J. N o r a s: *Kant a neokantyzm...*, s. 131.

⁵⁴ *Ibidem*, s. 153.

⁵⁵ Ten tekst ukazał się w „Strassburger Abhandlungen zur Philosophie”. Freiburg 1884.

⁵⁶ Podają za: H. S l u g a: *Frege on the Indefinability of Truth*. In: *From Frege to Wittgenstein...*, s. 84.

⁵⁷ G. Gabriel: *Frege, Lotze...*, s. 47. Gabriel powołuje się na piąte wydanie książki W. W i n d e l b a n d a pt. *Präludien* (Bd. 1. Tübingen 1915, s. 32), której wcześniejsze wydania mógł znać Frege. Zauważa także, że Liebmann też traktował prawdę jako wartość, ale w książce wydanej w 1900 roku (G. G a b r i e l: *Frege, Lotze...*, s. 47). Ale to Lotze jako pierwszy pisał o różnicy wartości pomiędzy prawdą a fałszem (*ibidem*).

⁵⁸ W. W i n d e l b a n d: *Präludien*. Bd. 1..., s. 128. Podają za: G. G a b r i e l: *Frege, Lotze...*, s. 48. Por. T. K u b a l i c a: *Prawda a krytyka. W: Pytania i perspektywy transcendentizmu. W dwusetną rocznicę śmierci Immanuela Kanta*. Red. A.J. N o r a s. Katowice 2006, s. 179.

⁵⁹ W. W i n d e l b a n d: *Einleitung in der Philosophie*. Aufl. 2. Tübingen 1920, s. 199.

miał z logiką: miała badać aksjomaty w kontekście ich obowiązywania⁶⁰. Aksjomat był ważnym pojęciem dla Fregego, ale w jego koncepcji funkcjonował tylko jako założenie dla systemu logicznego.

Otto **Liebmann** (1840–1912)⁶¹, inicjator neokantowskiego hasła „z powrotem do Kanta”, był kolegą Fregego z uniwersytetu w Jenie, na którym studiował w latach 1882–1911. W 1900 roku Frege wdał się w korespondencyjną dyskusję z synem Liebmanna – Heinrichem (1874–1939)⁶², który później został profesorem matematyki na uniwersytecie w Heidelbergu. Ta dyskusja dotyczyła książki Davida Hilberta *Grundlagen der Geometrie*⁶³.

Udało się udowodnić, że Frege, pisząc GL, miał wypożyczoną z biblioteki Liebmannia książkę *Zur Analysis der Wirklichkeit*⁶⁴. Gabriel uważa, że można wskazać podobieństwa między koncepcjami *a priori*, indukcji, odróżnieniem praw psychologicznych od „praw poznawczych” (*Erkenntnisgesetze*). Obaj nie zgadzają się z tezą Kanta o syntetycznym charakterze arytmetyki. Poglądy Fregego na geometrię nieeuklidesową wydają się – według Gabriela – inspirowane stanowiskiem Liebmannia. Dlatego Gabriel przyznał rację Dummettowi: poglądy Fregego na geometrię nie są proweniencji Kantowskiej, ale neokantowskiej (w tym przypadku za pośrednictwem neokantysty Liebmannia)⁶⁵.

Bruno **Bauch** (1877–1942)⁶⁶, student Windelbanda i Rickerta, był długoletnim redaktorem „Kant-Studien”. W 1911 roku otrzymał w Jenie katedrę po Liebmannie. Utrzymywał kontakty ze szkołami neokantowskimi w Marburgu i Heidelbergu. W 1923 roku wydał swe najważniejsze dzieło *Wahrheit, Wert, and Wirklichkeit*. To Bauch umożliwił Fregeemu publikację *Logische Untersuchungen* w „Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus”. On pierwszy zwrócił uwagę na podobieństwa między filozofią Lotzego i filozofią Fregego. W swych pracach cytował Fregego.

⁶⁰ A. J. N o r a s: *Kant a neokantyzm...*, s. 156.

⁶¹ G. G a b r i e l: *Frege, Lotze...*, s. 44–47; I d e m: *Frege als Neukantianer...*, s. 84–101; H. S l u g a: *Gottlob Frege...*, s. 37.

⁶² Zob. GFB, s. 25–29.

⁶³ D. H i l b e r t: *Grundlagen der Geometrie*. Leipzig 1899.

⁶⁴ G. G a b r i e l: *Frege, Lotze...*, s. 44.

⁶⁵ Ibidem, s. 46. Gabriel powołuje się na następujący artykuł M. Dummetta: M. D u m m e t t: *Frege and Kant on Geometry*. „Inquiry” 1982, s. 233–254. Dodam, że Frege nigdzie nie cytuje Lotzego, Windelbanda ani Liebmannia, chociaż wiele przejął z ich koncepcji. Wynikało to zapewne nie tyle z niedbalstwa czy nieuczciwości intelektualnej, ile z ówczesnie obowiązujących standardów, nie tak radykalnych jak dziś.

⁶⁶ Zob. Bruno *Bauch*. „Information Philosophie” 2006, Bd. 11704, s. 55–62; H. S l u g a: *Gottlob Frege...*, s. 37; T. K u b a l i c a: *Ważność prawdy w ujęciu Bruno Bauch*. „Kwartalnik Filozoficzny” 2008, t. 36, z. 3, s. 63–81; S. S c h l o t t e r: *Frege's Anonymous Opponent in „Die Verneinung”...*, s. 43–58.

Neokantysta Heinrich **Rickert** (1863–1936), uczeń Windelbanda, uważał, że filozofia jest sądzeniem, dlatego w pierwszym zdaniu swej rozprawy wyjaśniał: „Rozprawa powstała z badań nad sądem”⁶⁷. Pisał także o prawdzie jako wartości.

Paul **Natorp** (1854–1924) to neokantysta, autor tekstu, w którym opowiedział się przeciwko psychologizmowi: *Ueber objective und subjective Begründung der Erkenntnis*⁶⁸. Znał pisma Fregego, cytował go i krytykował jego koncepcję liczby, zera i jedyńki⁶⁹. Uważał dociekania Fregego za ciekawe dla matematyki, ale pozbawione wątku filozoficznego⁷⁰.

Po raz pierwszy spotkał się Frege z Ludwigiem **Wittgensteinem** (1881–1951) w 1911 roku⁷¹, a więc na 14 lat przed swoją śmiercią, mając już napisane wszystkie książki i wiele ważnych artykułów. Obaj interesowali się tymi samymi zagadnieniami.

Frege i Wittgenstein dyskutowali (bezpośrednio, ale także pośrednio, wymieniając korespondencję, w *Traktacie...* i w innych pismach) następujące problemy: zdania jako nazwy, wartości logiczne jako obiekty, „jest prawdziwe” w odniesieniu do treści zdania, użycie znaku asercji, sens zdania, zdania z sensem i bez sensu, definicja liczby i to, co liczba oznacza, koncepcja logiki, koncepcja pojęcia oraz logiczna forma zdania.

Ludwig Wittgenstein od Fregego zaczerpnął pomysł i terminologię przedstawiania tego, co niedefiniowalne, przez odwołanie się do słowa *Erläuterung*⁷². Zarówno w ujęciu Fregego, jak i Wittgensteina owo *Erläuterung* polegało na badaniu zdań, w których badany termin występowałby. Warto tu także przywołać tezę Wittgensteina o braku niższości sylogistyki ze zdaniem kategorycznym nad rachunkiem predykatów ze zdaniem relacyjnym⁷³. Frege był świadomy braków sylogistyki i swą *Begriffsschrift...*

⁶⁷ H. Rickert: *Der Gegenstand der Erkenntnis...*, s. 1. Podają za: A.J. Noras: *Kant a neokantyzm...*, s. 162.

⁶⁸ P. Natorp: *Ueber objective und subjective Begründung der Erkenntnis*. „Philosophische Monatshefte” 1887, Bd. 23, s. 257–286; także – In: *Erkenntnistheorie und Logik im Neukantianismus*. Hrsg., Einl. W. Flach, H. Holzhey. Hildesheim 1979, s. 139–168.

⁶⁹ P. Natorp: *Die Logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*. Leipzig, Berlin 1910; zob. Ch. Thiel: *Natorps Kritik an Freges Zahlbegriff*. In: *Frege in Jena. Beiträge zur Spurensicherung*. Hrsg. G. Gabriel, W. Kienzler. Würzburg 1997, s. 123–128.

⁷⁰ H. Sluga: *Gottlob Frege...*, s. 61.

⁷¹ Spotkali się jeszcze w latach 1912 i 1913. Więcej na temat tych spotkań i ich specyficznej przyjaźni zob. E.H. Reck: *Wittgenstein „Great Debt” to Frege*. In: *From Frege to Wittgenstein...*, s. 3–38; R. Monk: *Ludwig Wittgenstein. Powinność geniusza*. Tłum. A. Lipszyc, Ł. Sommer. Warszawa 2003.

⁷² P.M.S. Hacker: *Frege and Wittgenstein on Elucidations*. „Mind” 1975, vol. 84, s. 601.

⁷³ *Ludwig Wittgenstein and the Wiener Kreis*. Eds. F. Waismann, B. McGinness. Oxford 1967, s. 45 i nast. Podają za: P.M.S. Hacker: *Ludwiga Wittgensteina późna*

stworzył jako alternatywę dla sylogistyki. Obaj opowiadali się za zasadą kontekstową. Frege pisał:

O znaczenie słów należy pytać tylko w ich związkach zdaniowych, nie zaś oddzielnie⁷⁴.

Z kolei według Wittgensteina:

Tylko zdanie ma sens: tylko w kontekście zdania nazwa ma znaczenie⁷⁵.

Wyrażenie ma znaczenie tylko w zdaniu⁷⁶.

Gabriel zwraca także uwagę na podobieństwa między poglądami na indukcję⁷⁷, a Dummett uważa, że

Wittgenstein pokazuje się bodaj z najsłabszej strony wtedy, gdy bezpośrednio krytykuje Fregego. Nie dlatego, że Frege miał zawsze rację, a Wittgenstein zawsze się mylił, lecz dlatego, że krytyki te są mało subtelne⁷⁸.

Na koniec omawiania związków między filozofią Fregego i filozofią niemiecką dodam jeszcze, że Frege był autorem recenzji pracy H. Cohena *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte* (Berlin 1883)⁷⁹, a z R. Höningwaldem wymienili po jednym liście w sprawie publikacji tekstu *Erkenntnisquellen der Mathematik und Naturwissenschaften* w redagowanej przez niego serii rozpraw filozoficznych *Wissenschaftlichen Grundfragen*⁸⁰. Z filozofii niemieckiej Frege przejął także wyrażenie „czyśta logika”.

koncepcja filozofii. W: *Metafizyka jako cień gramatyki*. Red. A. Chmielewski, A. Orzechowski. Wrocław 1996, s. 30.

⁷⁴ GL, s. X. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 93).

⁷⁵ L. Wittgenstein: *Tractatus logico-philosophicus*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1997, teza 3.3, s. 15.

⁷⁶ Ibidem, teza 3.3.14, s. 15. Zob. także L. Wittgenstein: *Dociekania filozoficzne*. Tłum., wstępem poprzedził i przypisami opatrzył B. Wolniewicz. Warszawa 2000, § 49, s. 39.

⁷⁷ Według Windelbanda indukcja jest niemożliwa bez nieempirycznych założeń, które muszą być przyjęte bez dowodu, jako prawa ogólne. G. Gabriel: *Frege, Lotze...*, s. 47.

⁷⁸ M. Dummett: *Antyrealistyczne spojrzenie na język...*, s. 165.

⁷⁹ G. Frege [Rez.]: H. Cohen: *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte*. „Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik” 1885, Bd. 87, s. 324–329; KS, s. 99–102.

⁸⁰ Frege an Höningwald, 26.04–4.05.1925. GFB, s. 107–109.

Czy (a jeśli tak, to w jakim sensie) Frege jest filozofem analitycznym? Wszystko zależy od sposobu zdefiniowania filozofii analitycznej.

Zdaniem Dummetta, filozofia analityczna jest filozofią postfregowską⁸¹. Gdyby jednak przyjąć takie kryterium, które wykluczałoby Fregego (na przykład kryterium czasowe), to bez wątplenia trzeba by go uznać za filozofa języka. W przeciwnym razie cały dorobek naukowy Fregego uczyniłoby się nonsensownym⁸².

Anthony Kenny uważa, że filozofia analityczna rozpoczęła się od zwrotu lingwistycznego, a ten musi być datowany na publikację w 1884 roku GL, w których Frege, w celu badania liczby, zdecydował się na analizowanie zdań, w jakich liczby występowały⁸³.

Filozofii analitycznej Bocheński przypisuje następujące cechy:

1. Położenie nacisku na analizę pojęciową; tym samym odrzuca się każdą wielką, wszystko obejmującą syntezę, która znajduje uzasadnienie w poglądzie, że świat i wiedza są ogromnie złożone.

2. Konieczność wykonywania drobnych prac analitycznych.

3. Konieczność badania języka; reguła analizy języka opiera się na założeniu, że się odrzuca istnienie pojęć „samyh w sobie”, czyli że się uważa je za znaczenia słów.

4. Zalecenie logicznego (czyli racjonalnego) postępowania, co jest jednoznaczne z odrzuceniem irracjonalizmu; to stanowisko opiera się albo na przyjęciu racjonalności świata, albo na twierdzeniu, że granice logiki są jednocześnie granicami naszego świata.

5. Dążenie do obiektywności (którą można osiągnąć także w filozofii), a odrzucenie subiektywizmu.

6. Traktowanie metafizyki jako nauki możliwej (inaczej więc niż Kant), ale bardzo trudnej, która — jeżeli w ogóle ma być budowana, to za pomocą środków racjonalnych⁸⁴.

Jeżeli przyjmuje się taką charakterystykę filozofii analitycznej, to Frege jest filozofem analitycznym. Wydaje się, że ten nurt filozoficzny mógłby swym mottem uczynić następujący fragment z BS:

⁸¹ M. Dummett: *Can Analytical Philosophy be Systematic, and Ought It to Be?* In: Idem: *Truth and Other Enigmas*. London 1978, s. 441. Z kolei Gabriel uważa, że wczesna filozofia analityczna ma korzenie w filozofii kontynentalnej, w szczególności H. Lotzego. Zob. G. Gabriel: *Frege, Lotze...*, s. 39.

⁸² M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 55.

⁸³ A. Kenny: *Frege. An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy*. London 1995.

⁸⁴ Zob. J.M. Bocheński: *O filozofii analitycznej*. W: Idem: *Logika i filozofia. Wybór pism*. Red. J. Parys. Tłum. T. Baszniaak, s. 38–41. Por. P. Gutowski, T. Szubka: *Czym jest filozofia analityczna?* „Przegląd Filozoficzny — Nowa Seria” 2000, t. 34, nr 2, s. 5–15; *The Rise of Analytic Philosophy*. Ed. H.-J. Glock. Oxford 1997.

[...] zadaniem filozofii jest przełamanie panowania słowa nad ludzkim duchem przez odkrycie powstających w sposób nieunikniony złudzeń co do stosunków pomiędzy pojęciami [...] przez to, że uwolni ona myśl od tego, czym ją obarcza sama tylko określoność językowych środków wyrazu [...]⁸⁵.

Dla Guta Frege jest bez wątpienia filozofem analitycznym, bo zajmował się zdaniem (*proposition*), zagadnieniem bardzo ważnym dla tego nurtu⁸⁶. Ponadto jego dzieła zawierają

wiele twierdzeń, które wprost wskazują na wartość posługiwania się precyzyjnym językiem. Frege *expressis verbis* przyznaje, że ogromna część pracy, którą podejmuje filozof, dotyczy badań nad językiem. Stworzona przez niego ideografia jest – w jego własnej opinii – językiem, który może zostać użyty do analizy wielu dziedzin przedmiotowych i ujawnić błędy filozoficzne, którym ulegamy, opierając się bezkrytycznie na języku naturalnym⁸⁷.

Analiza jako metoda filozoficzna

Najczęściej pisze się, że Frege posługiwał się metodą analizy. Tym samym jego metodę filozoficzną utożsamia się z metodą analizy przezeń stosowaną. Opowiadając się za utożsamieniem metody Fregego z analizą, przyjmuje się jednocześnie analizę rozumianą szeroko, jako synonim metody filozoficznej danego autora, w tym przypadku Fregego. Przy wąskim rozumieniu analizy jest ona odróżniona od definiowania, rozjaśniania

⁸⁵ BS, s. XII. (*Ideografia. Język formalny czystego myślenia wzorowany na języku arytmetyki*. [Przedmowa, §§ 1–13]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej...*, s. 48. Niestety, ten fragment nie mógł inspirować filozofów brytyjskich, bo został na angielski przetłumaczony dopiero w 1972 roku, kiedy to wydano *Conceptual Notation and Related Articles*.

⁸⁶ A. Gut: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 76–77. Por. G. Gabriel: *Teoria poznania. Od Kartezjusza do Wittgensteina*. Tłum. T. Kubalica. Kraków 2007, s. 107–113. Podobnie uważa Sluga: „First, philosophers thought about world. Next, they reflected on the way the world is recognized. Finally, they turned their attention to the medium in which such recognition is expressed. There seems to be a natural progression in philosophy from metaphysics, through epistemology, to the philosophy of language. [...] Of all the groups of philosophers who have been concerned with language the largest and most coherent is that of analytic philosophy”. H. Sluga: *Gottlob Frege...*, s. 1.

⁸⁷ A. Gut: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 40.

i wnioskowań przez analogię, które przewijają się w pismach Fregego. Dalej będę używać słowa „analiza” w węższym rozumieniu.

Filozofowie często się posługują metodą analizy, toteż w historii filozofii można wskazać różne doprecyzowania tej czynności. Jednak wszystkie wypracowane rodzaje analizy da się sprowadzić do rozkładania zdań (lub pojęć) na elementy prostsze. Wspomniane przypadki analizowania różnią się nie w przyjmowanej, podstawowej definicji analizy, ale w kwestii tego,

- 1) co uważają za stosowne do rozkładania (pojęcia czy zdania);
- 2) w jakim celu podejmują zadanie analizowania;
- 3) jak rozumieją to, co jest już nieanalizowalne.

Michael Beaney w haśle *Analiza* pisze:

Analiza zawsze była rdzeniem metody filozoficznej, lecz rozumiano ją i realizowano na wiele różnych sposobów. W najszerszym sensie można ją chyba określić jako ujawnianie (*disclosing*) lub cofanie się (*working back*) do tego, co bardziej fundamentalne, za pomocą czego coś można wyjaśnić⁸⁸.

Z posługiwaniem się metodą analizy łączymy nazwiska takich filozofów, jak: Kartezjusz, G. Frege, G.E. Moore, B. Russell, P.F. Strawson i J.L. Austin.

W tej pracy analiza jest traktowana jako metoda filozoficzna. Etymologicznie (jak podaje Giovanni Reale) termin „metoda” „oznacza drogę, jaką trzeba przebyć w badaniu, to znaczy postępowanie, jakie należy podjąć w stawianiu i rozwiązywaniu problemów”⁸⁹. W średniowieczu, gdy tłumaczono greckie *methodos*, posługiwano się między innymi słowami *ars* albo *via*⁹⁰.

Chociaż Frege nie zajmował się zagadnieniem metody, to podejmował się badania zagadnień metodologicznych. Pisał: „[...] postęp w kształtowaniu metody wspiera naukę”⁹¹. By filozofia nie pozostawała w tyle za na-

⁸⁸ M. Beaney: *Analysis*. In: *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2008 Edition. Ed. E.N. Zalta. URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2008/entries/analysis>. Tłumaczenie własne. Zob. także: M. Beaney: *Conception of Analysis in Early Analytic Philosophy*. In: *Frege, Philosophical Analysis*. Ed. D. Šuster. Dettelbach 2000, s. 97–115; T. Szubka: *Odmiany analizy systematycznej*. „Kwartalnik Filozoficzny” 2005, t. 33, z. 3, s. 5–33; G. Besler: *Analysis, Definition and Elucidation. Gottlob Frege's Method of Philosophy*. „Diametros” (przygotowywane do publikacji w Internecie).

⁸⁹ G. Reale: *Historia filozofii starożytnej*. T. 5: *Słownik, indeksy, bibliografia*. Współpr. R. Radice. Tłum. E.I. Zieliński. Lublin 2002, s. 125. Por. *Methodé*. In: *Philosophisches Wörterbuch*. Hrsg. G. Klaus, M. Bühr. Leipzig 1965, s. 352–354; *Methodé*. In: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*. Bd. 5. Hrsg. J. Ritter. Darmstadt 1980, s. 1304.

⁹⁰ *Methodé*. In: *Historisches Wörterbuch der Philosophie...*, s. 1307.

⁹¹ BS, s. XI. (*Ideografia...*, s. 47).

ukami szczegółowymi i formalnymi, warto stale podejmować namysł nad metodą filozoficzną. W *Przedmowie* do swej pierwszej książki, którą była *Begriffsschrift...*, w 1879 roku, pisał, że jej celem jest dostarczenie filozofom użytecznego narzędzia poznawczego w wykrywaniu błędów, jakie powstają na skutek użycia języka naturalnego w określaniu relacji pomiędzy pojęciami⁹².

Badając, czym jest liczba, i odwołując się do „standardów” matematycznych, Frege formułował pewne zasady użyteczne we wszystkich naukach. Nie zajmował się tematem metody jako takiej i dlatego nie będę się ściśle trzymać fragmentów, w których używał słowa „metoda”, bo nie traktował go jako terminu technicznego⁹³. Wiele pokoleń uczyło się od Fregego, jak postępować w nauce. Dlatego wydaje się zasadne, by opisać metodę, którą on zaproponował. Można wskazać następujące warunki poprawnej, według Fregego, metody:

[...] wszędzie ujawnia się dążenie do ścisłego dowodzenia, do dokładnego wytyczania granic prawomocności [*Gültigkeit* – K.R.] i – by móc to zadanie uczynić – także do precyzyjnego ujmowania pojęć. [...] Droga ta prowadzić musi w konsekwencji do pojęcia liczby [*Anzahl* – K.R.] i najprostszych zdań obowiązujących o liczbach naturalnych, stanowiących podstawę całej arytmetyki⁹⁴.

Proponuję przyjąć, że metoda filozoficzna to zespół reguł, jakimi należy się posługiwać, uprawiając filozofię, by zachować określony porządek badawczy. Zastosowanie się do tych reguł ma doprowadzić filozofa do kluczowych tez filozoficznych. Metoda filozoficzna jest przepisem, którego wprowadzenie ma doprowadzić do otrzymania tez filozoficznych. Inaczej mówiąc: zbiorem zaleceń, jak postępować w filozofii⁹⁵.

Tezy filozoficzne to zdania dla danej koncepcji filozoficznej kluczowe. W przypadku filozofii Fregego tezą filozoficzną jest z pewnością stwierdzenie o istnieniu trzech niezależnych od siebie królestw: królestwa rzeczy zewnętrznych, królestwa przeżyć wewnętrznych oraz królestwa obiektywnej myśli.

Analizę – jako metodę filozoficzną – determinuje badany przedmiot i cel badania. Dla Arystotelesa znaczyło to, że nie wszystko da się badać

⁹² Ch. Thiel: „*This Galaxy of Paradox and Obscurity*” – system Fregego..., s. 124.

⁹³ Ch. Thiel: *Frege als Methodologe*. In: *Gottlob Frege. Werk und Wirkung*. Hrsg. G. Gabriel, U. Dathé. Paderborn 2000, s. 137.

⁹⁴ GL, § 1–2, s. 1–2. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 94).

⁹⁵ Zob. G. Besler: *Problemy związane z określeniem metody filozoficznej*. W: „*Folia Philosophica*”. T. 25. Red. P. Łacjak. Katowice 2007, s. 160–172.

za pomocą metody matematycznej⁹⁶. Natomiast John R. Searle pisze: trzeba

pozwolić naturze problemu podyktować metodę jego rozwiązywania, a nie naturze metody dyktować rodzaj problemów, które należy uważać za godne uwagi⁹⁷.

Wybór metody zależy także od przyjętego punktu wyjścia badań, którym może być: świat czasoprzestrzenny dany w poznaniu zmysłowym; to, co niezmiennie i poznane rozumowo; osoba ludzka lub świat wartości. Kolejne czynniki to: stosowana aparatura pojęciowo-językowa⁹⁸, sposób uporządkowania wyводу, interpretacji danych, wyciągania wniosków, uzasadniania formułowanych tez. Istotne są także rozstrzygnięcia dotyczące wartości władz poznawczych człowieka; ustalenie, którą z władz poznawczych dany filozof uważa za najważniejszą: zmysły, rozum, intuicję, wiarę, przecucie czy instynkt? Warto uwzględnić także przyjmowane rozumienie racjonalności. Oto przykładowe dwie skrajnie różne koncepcje racjonalności: świat jest sam w sobie racjonalny (tak jak pojmowała go starożytna filozofia grecka i filozofia średniowieczna) lub racjonalność to projekcja ludzkiej władzy poznawczej. Metoda filozoficzna determinowana jest także przyjmowaną koncepcją języka. Jeżeli się przyjmuje, że język jest przeźroczysty i izomorficzny z rzeczywistością, do której się odnosi, to jego badanie (lub zaniechanie tego badania) ma swe odzwierciedlenie w przyjmowanej metodzie. W skrajnym przypadku bada się tylko ten język. Niektórzy filozofowie przyjmują, że język jest skarbnicą „mądrości” gatunku ludzkiego, a badanie języka prowadzi do badania świata. Uwzględnić trzeba także przyjmowaną koncepcję prawdy, która może być rozumiana jako zgodność z rzeczywistością, z systemem przyjętych tez, z punktem widzenia podmiotu poznającego.

Wymienione czynniki determinują wewnętrzny porządek badawczy. To, że metoda filozoficzna jest wtórna względem wspomnianych czynników, powoduje, że precyzyjna charakterystyka metody jest niemożliwa, nim się nie określi przedmiotu i celu badania. Ten warunek jednak nie każdy filozof uważał za słuszny. W starożytności i średniowieczu metoda służyła jako sprawny środek uprawiania filozofii (*organon*) i wtedy była wtórna w stosunku do przedmiotu i celu badań. W filozofii nowożytnej metoda stała się jednak oddzielnym przedmiotem zainteresowań filozofa,

⁹⁶ Arystoteles: *Metafizyka*. T. 1. Tłum. T. Żeleźnik. Oprac. M.A. Krąpiec, A. Maryniarczyk. Lublin 1996, s. 95–96 (1995 a).

⁹⁷ J. Searle: *Kilka uwag o metodach w filozofii*. Tłum. A. Lekka-Kowalik, R. Lizut. „Roczniki Filozoficzne” 2005, t. 53, nr 2, s. 19.

⁹⁸ Zob. A.B. Stępień: *Wstęp do filozofii*. Lublin 1995, s. 27.

była przyjmowana, nim określiło się przedmiot i cel badania filozoficznego. Uważano, że przedmiot i cel muszą się więc dostosować do metody filozoficznej; wprawdzie wtedy metoda jest ściśle określona, a jej wybór przemyślany, powstaje jednak niebezpieczeństwo zniekształcenia przedmiotu badań filozoficznych.

Giovanni Reale pisze: „[...] myśl różnych filozofów opiera się na ich własnych metodach, gdyż filozofia ma właściwą sobie inwencję (w pierwotnym sensie tego słowa), której nie da się sprowadzić do metodologicznych schematów”⁹⁹. Radykalizując tę tezę, można powiedzieć, że metod filozoficznych jest tyle, ilu uprawiających filozofię.

Zazwyczaj jedna filozofia korzysta z wielu metod, wśród których zwykle można wskazać jedną wyróżniającą się. Większość metod przydatnych w filozofii charakteryzuje się dużą różnorodnością stosowanych w niej zabiegów. Należy więc odróżnić: metody odkrywania tez filozoficznych, metody ich systematycznego wykładu, metody uzasadniania formułowanych tez.

Tu się przypomina uwaga Stanisława Kamińskiego: w opisach metod trudno uwzględnić metodologiczną etapowość myślenia filozoficznego, na różnych etapach filozofowie posługują się innymi metodami i nie da się chyba rozszerzyć osobliwości sposobów filozofowania na wszystkie elementarne czynności poznawcze¹⁰⁰.

W metodzie filozoficznej są już z góry założone pewne tezy filozoficzne. Mogłoby się wydawać, że przyjęcie metody danej filozofii powinno zostać poprzedzone formułowaniem konkretnych tez filozoficznych. Problem jest jednak bardziej skomplikowany:

1. Metodę filozoficzną wyznacza przedmiot i cel podjętego badania.
2. Metoda filozofii ma związek ze stosowanym językiem.
3. Przyjmowana metoda filozoficzna jest uzależniona także od rozstrzygnięć co do możliwości poznawczych człowieka, pojmowania racjonalności, przyjmowanej roli języka.
4. W różnych dziedzinach filozofii i na różnych etapach procesu poznawczego filozofowie posługują się innymi metodami.

Wymienione powody pokazują, że nie sposób mówić o całkowitej uprzedniości metody względem tez filozoficznych, formułowanych za pomocą tej metody i teoretycznie niezależnych od jakichkolwiek rozstrzygnięć filozoficznych. Można mówić jedynie o względnej uprzedniości metody wobec tez filozoficznych. W przyjmowanej metodzie prezentuje

⁹⁹ G. R e a l e: *Historia filozofii starożytnej*. T. 5..., s. 125–126.

¹⁰⁰ S. K a m i ń s k i: *Próba typologii metod filozofowania*. W: I d e m: *Jak filozofować*. Lublin 1989, s. 69.

się już dana filozofia. Czyli: pokaż mi swą metodę, a powiem ci, jakie tezy filozoficzne już przyjąłeś¹⁰¹. Skłaniam się więc do tezy Jana Woleńskiego: metody filozoficzne nie dadzą się wypreparować z kontekstu filozoficznego¹⁰². Znamienne jest, że kiedy filozof (lub ten, kto omawia jego filozofię) opisuje metodę, którą się posługuje, *de facto* prezentuje wtedy swoją (jego) filozofię¹⁰³. Bronk, powołując się na Kamińskiego, pisze:

Metod się nie udowadnia, lecz przyjmuje lub odrzuca w oparciu o określone założenia teoretyczno-filozoficzne lub względny pragmatyczno-socjologiczne¹⁰⁴.

Z kolei Judycki stwierdza:

[...] metody filozoficzne nie są zespołami reguł niezaangażowanych ontologicznie, lecz czymś, co jest istotnie związane z tezami przedmiotowymi na temat dziedzin, które miałyby być przez nie badane. To, co w nich wydaje się regułą, jest tylko ponownym przyjęciem tych uprzednich tez przedmiotowych¹⁰⁵.

Wynika z tego jeszcze następujący wniosek: faktyczny początek filozofii jest ametodyczny, poznany nie rozumowo, lecz intelektualnie, za pomocą intuicji intelektualnej. Kolejny wniosek: metoda nie ma nic wspólnego z wyborem punktu wyjścia filozofii, przedmiotu badania, celu badania. Ich wybór jest oparty na intuicji, natomiast metodyczność jest rezultatem ich określenia.

¹⁰¹ Nie ja pierwsza zwracam uwagę na wpływ tez filozoficznych na metodę filozoficzną. Zob. J. H e r b u t: *Hipoteza w filozofii bytu*. Lublin 1978, s. 18. Andrzej Maryniarczyk wyjaśnianie charakteryzuje następująco: „[...] metodą wyjaśniania jest przechodzenie od tego, co złożone, do tego, co niezłożone, od tego, co proste, do tego, co skomplikowane, od skutku do przyczyny, czyli jak powie Arystoteles – »oddzielanie bytu od niebytu« (Metaf. 1004a)”. A. M a r y n i a r c z y k: *Tomizm egzystencjalny a dziś filozofii*. W: *Filozofować dziś*. Red. A. B r o n k. Lublin 1995, s. 285. Według Mieczysława Alberta Krąpca „Zasada racji bytu stanowi podstawę wszelkiego redukcyjnego wyjaśniania rzeczywistości. I nie jest ona postulatem, ale właśnie odczytaniem bytu-rzeczy-jedności-odrębności jako prawdy”. M.A. K r a p i e c: *Metafizyczne rozumienie rzeczywistości*. „Zeszyty Naukowe KUL” 1986, t. 29, s. 7.

¹⁰² J. W o l e ń s k i: *Kierunki i metody filozofii analitycznej*. W: *Jak filozofować*. Red. J. P e r z a n o w s k i. Warszawa 1989, s. 32.

¹⁰³ K. W u c h t e r l nie opisuje poszczególnych metod w oderwaniu od danej filozofii. Zob. K. W u c h t e r l: *Methoden der Gegenwartsphilosophie*. Stuttgart 1977, s. 350. Takie odzielenie teoretycznie jest możliwe, pozostaje pytanie, czy opis metody byłby czytelny.

¹⁰⁴ A. B r o n k: *Metoda naukowa*. „Nauka” 2006, nr 1, s. 59. Dodam jeszcze: lub na podstawie intuicji (przednaukowej).

¹⁰⁵ S. J u d y c k i: *Czy istnieją specyficzne metody filozoficzne?* „Kwartalnik Filozoficzny” 1993, t. 21, z. 4, s. 27.

Związek pomiędzy tezami filozoficznymi i przyjętą metodą jest widoczny w tych filozofiach, które swą metodę kształtują na podstawie tezy (filozoficznej), że język naturalny, ze względu na swe ograniczenia, nie jest odpowiednim narzędziem uprawiania nauki i jako takim, filozof nie może się nim posługiwać. Frege skonstruował więc swoją *Begriffsschrift*, język czystej myśli, i dlatego budowa nowego języka jest dla filozofii zadaniem podstawowym.

Nasuwa się tu pytanie: czy jest możliwe sformułowanie tak prostej reguły, będącej częścią metody filozoficznej, która by nie zakładała żadnych tez filozoficznych? Wydaje się, że nie, bo nawet tak proste zalecenie: unikaj dwuznaczności – opiera się na tezie, że świat nie jest chaosem, a prostota jest jego właściwym opisem.

Po ogólnej charakterystyce zagadnienia metody filozoficznej przedstawię analizę jako szczególny przypadek takiej metody.

Dla Eislera analiza była podziałem pojęcia na jego cechy, przedmiotu na właściwości¹⁰⁶. Według Kanta (na którego Eisler także się powołuje) analiza

znajduje swój kres tylko w części, która nie jest już żadną całością, czyli w TYM, CO PROSTE, tak granicą syntezy jest jedynie całość, która nie jest już żadną częścią [...]¹⁰⁷.

Christoph Sigwart z kolei pisał o rozbieraniu pojęć na elementy¹⁰⁸.

Czynność analizowania jest tradycyjnie przeciwstawiana czynności syntetyzowania. Można zapytać, czy Frege posługiwał się syntezą jako czynnością poznawczą, a jeśli tak, to jak ją rozumiał. W okresie działalności naukowej Fregego następująco określano syntezę: połączenie wielości w jedność, połączenie różnorodności części w niezależną całość¹⁰⁹. Eisler wy-

¹⁰⁶ Zob. R. Eisler: *Analyse*. In: Idem: *Wörterbuch der philosophischen Begriffe*. Bd. 1. Aufl. 3. Berlin 1910, s. 41.

¹⁰⁷ I. Kant: *O formie i zasadach świata dostępnego zmysłom oraz świata inteligibilnego. O pierwszej podstawie różnicy kierunków w przestrzeni*. Tłum., oprac. i posłowiem opatrzył A. Banaszkiwicz. Kraków 2004, s. 9. Zob. także I. Kant: *Prolegomena do wszelkiej przyszłej metafizyki, która będzie mogła wystąpić jako nauka*. Tłum. B. Bornstein, na nowo oprac. J. Suchorzewska. Warszawa 1993, s. 28.

¹⁰⁸ Ch. Sigwart: *Logik*. Bd. 1. Aufl. 4. Tübingen 1911, s. 342–356.

¹⁰⁹ Zob. R. Eisler: *Synthese*. In: Idem: *Wörterbuch der philosophischen Begriffe*. Bd. 3. Aufl. 3. Berlin 1910, s. 1473; F. Kirchner: *Synthese*. In: Idem: *Wörterbuch der Philosophischen Grundbegriffe (1907)*. www.textlog.de. Powołuję się na te słowniki nie w nadziei, że Frege je znał, ale w przekonaniu, że są w nich przedstawione typowe dla czasów Fregego rozumienia terminów. Wybrałam najpełniejsze wydanie słownika Eislera, a nie pierwsze, z roku 1804, zmiany polegają jedynie na rozszerzeniu hasła.

różniał między innymi syntezę logiczną, której celem jest połączenie przedstawień, pojęć, sądów i wniosków w system wiedzy, oraz syntezę spekulatywną, filozoficzną, której zadanie polega na zbudowaniu poglądu na świat (*Weltanschauung*)¹¹⁰. Dalej Eisler przywoływał Kanta rozumienie syntezy:

Przez syntezę [...] w najogólniejszym znaczeniu rozumiem czynność dołączania jednych przedstawień do drugich i obejmowania ich różnorodności jednym poznaniami. [...] [Synteza – G.B.] jest tym, co właściwie zbiera składniki w poznaniu i zespała je w pewną treść¹¹¹.

Herman Lotze, który miał wielki wpływ na kształt filozofii Fregego, pisał z kolei:

[...] metoda analityczna jest w istocie takim postępowaniem badawczym, które zmierza do znalezienia prawdy, syntetyczna zaś – postępowaniem prezentacji, które chce oddać prawdy (ustalone w bezpośredni lub pośredni sposób), w ich własnym obiektywnym związku¹¹².

W filozofii Fregego syntetyzowanie polega na tworzeniu całości z wymienionych przeze mnie czynności poznawczych: analizowania językowego, analizowania logicznego, definiowania, rozjaśniania, wnioskowania przez analogię. Można więc powiedzieć, że syntetyzowanie jest zwieńczeniem metody filozoficznej, jaką się posługiwał ten niemiecki filozof i logik. W wyniku posłużenia się tą czynnością powstała koncepcja trzech królestw, jako zwieńczenie działalności matematyczno-logiczno-filozoficznej Fregego. Ta koncepcja stanowi klamrę spinającą w jedną całość wymienione trzy dziedziny jego działalności naukowej.

Gottlob Frege rzadko posługiwał się słowem *die Analyse*, a kiedy już to czynił, miał wtedy najczęściej na uwadze analizę matematyczną, z której zaczerpnął rozróżnienie na funkcję i jej argument¹¹³. Posługiwał się także zwrotem *eigentliche logische Analyse*¹¹⁴. Częściej jednak używał słów: *die*

¹¹⁰ Zob. R. Eisler: *Synthese...*, s. 1474.

¹¹¹ I. Kant: *Krytyka czystego rozumu*. T. 1..., B 109, A 78, s. 168–169.

¹¹² H. Lotze: *Logik*. Drittes Buch: *Erkennen. (Methodologie)*..., s. 479. Tłumaczenie własne.

¹¹³ Zob. G. Frege: *Funkcja i pojęcie*. PS, s. 18; niepublikowany tekst [Ausführungen über Sinn und Bedeutung; 1892–1895]. NS, s. 129; Idem: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]. NS, s. 254. *Die Analysis* w innym rozumieniu występuje w recenzji książki E. Husserla *Philosophie der Arithmetik*. Zob. G. Frege [Rez.]: E.G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik I*. KS, s. 179.

¹¹⁴ Frege an Husserl 30.10.–1.11.1906. GFB, s. 41.

Zerfällung (sądu, pojęcia, przedmiotu)¹¹⁵, *die Zerlegung* (na przykład myśli, sensu, zdania)¹¹⁶, *zerspalten (den Inhalt)*¹¹⁷. Uważam, że w odniesieniu do pism Fregego te trzy słowa powinny być traktowane synonimicznie. Na język angielski są zazwyczaj tłumaczone jako *analysis*¹¹⁸, a na polski – jako „analiza”, „rozszczerzenie” lub „rozłożenie”¹¹⁹. Wydaje mi się, że rozumienie tych trzech operacji poznawczych odpowiada znaczeniu tradycyjnie przypisywanemu słowu „analiza”.

Oto konkretne wypowiedzi Fregego, które można traktować jako ukazujące jego rozumienie analizy. Fragmenty te pochodzą z jego tekstów pisanych w różnych latach.

W BS, w 1878 roku, postulował:

Gdy jakieś zadanie, w całym swym zakresie, wydaje się nierozwiązywalne, należy je wstępnie ograniczyć; być może wówczas przez stopniowe rozszerzanie uda się pokonać napotkane trudności¹²⁰.

W niepublikowanym, ale przygotowanym do druku artykule *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* (1880/1881) pisał:

Zamiast sąd składać z pojedynczych elementów, czyli pewne podmioty łączyć z już utworzonymi pojęciami (jako predykatami), odwróćmy ten proces i treść nadającą się do osądu rozłożmy, a wówczas otrzymamy pojęcie. Jednak by wyrażenie, w którym zawarto treść nadającą się do osądu, mogło zostać rozłożone, musi już być w sobie podzielone. Z tego można wnioskować, że swoje własne proste oznaczenia muszą mieć co najmniej te własności i stosunki, które nie dają się już dalej rozkładać¹²¹.

¹¹⁵ Zob. niepublikowany tekst G. Fregego: *Logik* [1879–1891]. NS, s. 1; inny artykuł, przygotowany do druku, ale odrzucony przez wydawnictwo – I d e m: *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* [1880/1881]. NS, s. 18–19; Frege an Marty, 29.08.1882. GFB, s. 116; I d e m: [Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter]. NS, s. 273. *Szkic dla Darmstaedtera*. PS, s. 134. Dummett *die Zerfällung* tłumaczy na angielski jako *decompose*. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 262.

¹¹⁶ BS, § 19, s. 48; G. Frege [Rez.]: E. G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik...*, s. 183; Frege an Russell 28.07.1902. GFB, s. 72; G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 32; I d e m: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 136–137.

¹¹⁷ GL, § 64, s. 75. (*O pojęciu liczby...*, s. 181).

¹¹⁸ Tak tłumaczy na przykład Dummett. Zob. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 261.

¹¹⁹ Zob. na przykład G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 23, 32, 40.

¹²⁰ BS, s. XII. (*Ideografia...*, s. 48).

¹²¹ „Statt also das Urteil aus einem Einzeldinge als Subjecte mit einem schon vorher gebildeten Begriffe als Praedicate zusammen zu fügen, lassen wir umgekehrt den beurteilbaren Inhalt zerfallen und gewinnen so den Begriff. Allerdings muss der Ausdruck des

Z kolei w liście do A. Marty'ego, który napisał w 1882 roku, stwierdził:

Myślę, że to pojęcie powstaje (*entstanden*) przez rozbiór treści nadającej się do osądu. Nie wierzę, że dla każdej treści nadającej się do osądu jest tylko jeden sposób, w jaki może być rozebrana, lub że jeden z możliwych sposobów mógłby się na zawsze domagać rzeczowego pierwszeństwa¹²².

Choć w GL, wydanym w 1884 roku, nie zajmował się charakterystyką analizy, to właśnie ta książka jest bardzo wartościowym materiałem do określenia jego rozumienia analizy filozoficznej. W tej pracy, badając, czym jest liczba, pośrednio, w sposób niezamierzony, ujawnił swój warsztat analizy filozoficznej¹²³. Pisał:

Wystarczy, jeżeli zdanie jako całość ma sens [*Sinn* – G.B.], dzięki temu także jego części nabierają treści [*Inhalt* – G.B.]¹²⁴.

Trzeba jednak pamiętać, że wtedy Frege słowa *Sinn* nie traktował jeszcze jako słowa technicznego. Tam doprecyzował także:

Rozszczepiamy [*zerspalten* – G.B.] [...] treść inaczej niż zwykle i otrzymujemy w ten sposób nowe pojęcie¹²⁵.

W artykule *Funkcja i pojęcie*, z 1891 roku, analiza, jako rozszczepianie, została wywiedziona z matematyki:

Funkcję rozpoznajemy w wyrażeniu dzięki temu, że ujmujemy je jako rozszczepione; a jego budowa sugeruje już jedno z takich możliwych rozszczepień.

Dwie części, na które rozszczepia się [...] formułę matematyczną – znak argumentu i wyraz funkcji – nie są równorzędne. Argument jest bowiem liczbą, pewną zamkniętą całością, funkcja zaś właśnie nie¹²⁶.

beurteilbaren Inhaltes, um so zerfallen zu können, schon in sich gegliedert sein. Man kann daraus schliessen, dass mindestens die nicht weiter zerlegbaren Eigenschaften und Beziehungen eigne einfache Bezeichnungen haben müssen". G. F r e g e: *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift...*, s. 18–19. Tłumaczenie własne.

¹²² Frege an Marty, 29.08.1882. GFB, s. 118. Tłumaczenie własne.

¹²³ W następnych tekstach ta analiza zostaje jeszcze rozbudowana.

¹²⁴ GL, § 60, s. 71. (*O pojęciu liczby...*, s. 179).

¹²⁵ GL, § 64. (*O pojęciu liczby...*, s. 181).

¹²⁶ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 23.

W tym kontekście „rozszczyć” znaczy tyle, co „rozłożyć”. W 1892 roku w artykule *Pojęcie i przedmiot* twierdził, że efektem pracy badawczej jest dojście do tego, co logicznie proste¹²⁷. Utrzymywał także, że pewna myśl może być rozłożona (*zerlegt*) na różne sposoby¹²⁸. W 1894 roku w recenzji książki Husserla *Philosophie der Arithmetik* Frege pisał, że rozbiór (*Zerlegung*) sensu (*Sinn*) nie wymaga definicji, bo analizowany sens nie jest czymś pierwotnym (*ursprünglich*)¹²⁹. Z kolei w *Szkicu dla Darmstaedtera*, z 1919 roku, konkludował:

Nie wychodzę zatem od pojęć, składając z nich myśli czy sądy, lecz na odwrót: rozszczepiając myśl, dochodzę do jej składników¹³⁰.

Uzyskane przez rozszczepianie myśli składniki nasycone dają się czasem dzielić tak samo dalej. Zdanie „stolica Szwecji leży u wylotu jeziora Mälär” można rozszczepić na część niedopełnioną oraz na składnik nasycony „stolica Szwecji”, rozszczepiany dalej na część niedopełnioną „stolica...” oraz składnik nasycony „Szwecja”. Rozszczepianiu zdań odpowiada rozszczepianie wyrażonych myśli. Funkcje analizy matematycznej odpowiadają niedopełnionym częściom składników myśli, choć nie są z nimi identyczne¹³¹.

Uważam, że koncepcja analizy, jaką przyjął Frege, opierała się na co najmniej czterech wcześniejszych tezach filozoficznych.

Jako pierwszą wymienię tu tezę, że w filozoficznym obrazie świata liczby są podstawowym rodzajem przedmiotów, a dobry matematyk jest zarazem filozofem i dobry filozof – po części matematykiem. Ta uprzywilejowana pozycja liczby wynika z faktu, że prawa dotyczące liczb są dane rozumowi bezpośrednio. Matematyczne korzenie myślenia Fregego mogą sugerować, że jego metoda analizy opiera się na przeniesieniu do filozofii wymogów obowiązujących w matematyce dla metody matematycznej. I tak, zastosował teorię funkcji matematycznej do analizy treści nadającej się do osądu, a predykaty potraktował jako szczególny przypadek wyrażen funkcyjnych.

Zgodnie z drugą tezą arytmetykę liczb naturalnych powinno dać się wyprowadzić z pojęć pierwotnych, definicji i praw logiki (w konsekwencji sądy matematyczne są analityczne). Takie stanowisko jest nazywane logicyzmem. Wydaje się więc, że według Fregego wszystko, co można sen-

¹²⁷ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot*. PS, s. 46. Por. J. Conant: *The Method of „Tractatus”*. In: *From Frege to Wittgenstein...*, s. 374–462.

¹²⁸ Podaję za: M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 261.

¹²⁹ G. Frege [Rez.]: E.G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik...*, s. 183.

¹³⁰ G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 134.

¹³¹ Ibidem, s. 136.

sownie powiedzieć (także w filozofii), opiera się na fundamencie, którym jest logika. W konsekwencji: zagadnienia filozoficzne są wyprowadzane z zagadnień logicznych. Stanowisko takie nazwałabym totalnym logicyzmem, nieograniczonym tylko do podstaw arytmetyki. W 1914 roku w niepublikowanym tekście pisał:

Jeżeli logikę traktuje się jako część filozofii, to matematyka i filozofia są szczególnie ściśle ze sobą związane, a historia tych nauk to potwierdza (Platon, Kartezjusz, Leibniz, Newton, Kant)¹³².

Jako trzecią wymieniłabym następującą tezę: struktura świata powinna być odzwierciedlona w strukturze zdania. Jeżeli tak nie jest, zdanie należy tak poprawić, by to odbicie następowало.

Ostatnia teza traktuje o przyjętym przez Fregego rozumieniu analityczności, które wyznaczyło kierunek jego badań, zwłaszcza analiz logicznych. W jego rozumieniu zdanie było analityczne, gdy dało się je udowodnić na podstawie wcześniejszych definicji i wprowadzonych aksjomatów oraz udowodnionych praw. Zważywszy na to, że według Fregego logika ujmuje prawa, od których zależy wszelkie myślenie, prawdy analityczne są niezależne od języka, w jakim zostały napisane; inaczej niż w ujęciu Carnapa (z okresu *Logicznej składni języka*), który każdą prawdę analityczną relatywizował do języka, w jakim była wypowiedziana.

Wcześniej wskazałam cztery źródła Fregego koncepcji analizy filozoficznej, które są oparte na konkretnych rozstrzygnięciach filozoficznych. Tym samym pokazałam, że analiza, która jest metodą dochodzenia do tez filozoficznych, jednocześnie niektóre z tych tez już z góry zakłada.

Przedmiot analizy stanowi to, co nie jest logicznie proste, bo analiza polega na rozkładaniu na elementy prostsze. W *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* (1880/1881) pisał:

[...] wyrażenie treści nadającej się do osądu musi być w sobie podzielone, żeby mogło być rozłożone. [...] Co najmniej musi zawierać własności i stosunki, które już dalej nie muszą być rozebrane. Z tego jednak nie wynika, że przedstawienia tych własności i stosunków będą oderwane od rzeczy. Lecz one powstają jednocześnie wraz z pierwszymi sądami, przez które one są przypisywane rzeczom. Dlatego ich stosunki nie występują w *Begriffsschrift* pojedynczo, ale w połączeniu, które wyraża treść nadająca się do osądu. Chciałbym je porównać z zachowaniem atomów, co do których się przyjmuje, że

¹³² G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 219.

nie występują pojedynczo, ale w połączeniu z innymi, a jeżeli się rozłączają, to po to, by się połączyć z innymi¹³³.

Przedmiotem analizy są więc elementy logicznie nieproste, czyli złożone. Paragraf 4 GL traktuje o operacji rozkładania pojęć, a paragraf 64 – o rozszczepianiu treści, dzięki czemu otrzymuje się nowe pojęcie¹³⁴. Te fragmenty wyraźnie potwierdzają, że przedmiotem analizy są pojęcia. Jednak trudno takie stanowisko pogodzić z zasadą kontekstową, sformułowaną przez Fregego we wprowadzeniu do GL. Zasada ta prowadzi do tezy, że to zdania (a nie wyrwane z kontekstu nazwy) są przedmiotem analizy. W innych fragmentach Frege łączył czynność *Zerlegung* z sensem lub z myślą. Na tym etapie przyjmuję więc, że według filozofa i logika z Jeny przedmiotem analizy mogą być pojęcia, myśli, sensory lub zdania (traktowane jako językowy wyraz myśli).

Dodam tu jeszcze, że być złożonym nie znaczy tu składać się z takich części, z jakich słowa składają się na zdanie. Tak nie może być w filozofii Fregego ze względu na jego specyficzne rozumienie nazw własnych. Nazwą własną może być „Gwiazda Poranna”, wyrażenie składające się dwóch słów, ale odnoszące się do jednego obiektu¹³⁵.

Można wskazać dwa cele analizy w ujęciu Fregego. Pierwszym celem jest dotarcie do tego, co logicznie proste, tak jak chemik dociera do pierwiastków chemicznych. Drugi cel analizy – to przedstawienie danego wyrażenia, początkowo wyrażonego w języku naturalnym, zgodnie z zasadami idealnego języka, poprawnie skonstruowanego, w którym zdanie ma swą wartość logiczną i swój sens. Dopiero za pomocą tak skonstruowanego zdania można poprawnie wyrazić myśl.

Doniosłość analizy ma swe źródło także w tym, że myśl musi być wyrażona w języku (naturalnym lub formalnym). Niemniej jednak Frege wielokrotnie podkreślał, że symbolizm logiczny pomaga nam uniknąć niejasności związanych z językiem naturalnym.

Uważam, że Frege w swych pismach posługiwał się dwoma rodzajami analizy: analizą językową i analizą logiczną. Dummett uważa, że logika formalna, jaką przyjął Frege, zdeterminowała późniejszy rozwój jego filozofii, w tym filozofii języka¹³⁶. Skoro tak, to w porządku rzeczowym anali-

¹³³ G. Frege: *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift...*, s. 19. Tłumaczenie własne. Por. M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 40; G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 254.

¹³⁴ GL, § 64, s. 75. (*O pojęciu liczby...*, s. 181).

¹³⁵ Por. M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 40–42.

¹³⁶ Ibidem, s. XVII.

za logiczna poprzedza w przypadku Fregego analizę językową. Rozpoczął on – w sensie pierwszeństwa czasowego – od zbudowania swej *Begriffsschrift*, języka czystej myśli, podstawy swej analizy logicznej. Uzupełnieniem tego była semantyka, podstawa analizy językowej. Jako kolejne uzupełnienie można by potraktować przyjętą ontologię, podstawę analizy ontologicznej. Ale badając konkretne przypadki postępowania Fregego, uważam jednak, że zaczynał badanie danego zagadnienia od analizy językowej – stąd taka kolejność podrozdziałów w niniejszej monografii. Posługiwanie się tymi narzędziami jest szczególnie widoczne na przykładzie Fregeowskiego poszukiwania, czym jest liczba. Wtedy z narzędzi: *Begriffsschrift* oraz semantyki, tworzy się metoda badania filozoficznego.

Dummett pisze o dwóch rodzajach analizy (trzeba by dodać: w szerokim sensie) w koncepcji Fregego. Analizy te są różnicowane w zależności od celu, jakiemu służą. Zauważa, że Frege nie posługiwał się różnymi słowami w odniesieniu do różnych typów analizy. Dummett rozróżnia analizę (w sensie wąskim) i dekompozycję¹³⁷.

Analiza, przeciwstawiona dekompozycji, zajmuje się ujawnieniem sposobów, w jakich sens zdania (*sentence*) zależy od sensu jego części. I tak, sens zdania „Każda liczba jest mniejsza niż pewna liczba pierwsza” jest zależny od sensu „ ζ jest mniejszy niż pewna liczba pierwsza”, ale nie od „Każda liczba pierwsza jest mniejsza niż ζ ”¹³⁸.

Analizowanie – to tyle, co szukanie części konstytutywnych. Dummett podaje przykład z rozkładaniem molekuł na atomy¹³⁹. Bardziej filozoficznie można powiedzieć, że chodzi o wskazanie tych elementów, które są jak greckie *arche*. Tu nie ma dowolności, dlatego każdy problem ma tylko jedną analizę, bo w niechaotycznym świecie jego „skład” jest raz na zawsze ustalony. Ten rodzaj czynności poznawczych sięga do sfery metafizycznej.

Dekompozycja polega na dzieleniu na części, a ta czynność ma wiele możliwych egzemplifikacji. Przeprowadzana dekompozycja nie jest jedną jedyłą, ale jedną z wielu możliwych. Dummett przywołuje przykład dzielenia terytorium na jednostki administracyjne¹⁴⁰.

¹³⁷ Tym słowem posługuje się także Beaney, ale – jak pisze – dekompozycję rozumie tak, jak Dummett rozumiał analizę. Zob. M. B e a n e y: *Analysis...* Etymologicznie „analiza” i „dekompozycja” – to „rozkład”, „rozpad”.

¹³⁸ M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 271. Tłumaczenie własne. Por. I d e m: *Sens i referencja*. Tłum. M. I w a n i c k i, T. S z u b k a. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 2, s. 107–128.

¹³⁹ M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 272.

¹⁴⁰ Ibidem, s. 277. Dummett nie podaje przykładów odnoszących się do konkretnych fragmentów tekstu Fregego. Wydaje mi się, że za przykład analizy w tym rozumieniu może

Pytaniem pozostaje, czy żadna analiza w rozumieniu Fregego nie ma swego pierwowzoru w procesie wyprowadzania arytmetyki z logiki. *Zerlegung* stanowi istotny fragment drugiej części GG, w której autor przedstawił dowody naczelných zdań dotyczących liczebności (*Anzahl*). *Zerlegung* jest częścią dowodzenia zdania. Na początku paragrafu zatytułowanego *Zerlegung* sformułował on jedno z praw naczelných, po czym opisał, za pomocą jakich (wcześniej wprowadzonych) definicji i twierdzeń da się je udowodnić. Po *Zerlegung* następuje *Aufbau*, co można tłumaczyć jako „struktura”, „konstrukcja” lub „budowa”.

posłużyć następujący fragment: „[...] znak prawdy »3 > 2« rozkładamy na »3« i »x > 2«. W tenże sposób część nienasyconą »x > 2« można rozłożyć dalej na »2« oraz »x > y«, gdzie »y« markuje puste miejsce wypełnione przedtem przez »2«”. (G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 40–41). Tu pierwszym etapem analizy byłoby wyodrębnienie wyrażenia nasyconego i odróżnienie go od wyrażenia nienasyconego. Schemat „x > y”, który jest wynikiem tej analizy, spełnia wymóg jedności. Natomiast dekompozycja polegałaby na ponownym ukonkretnieniu podanego schematu „x > y”, dla argumentów „3” i „2” (co Frege robił w dalszej części tekstu). Podany schemat może być uzupełniony różnymi argumentami, dlatego w dekompozycji nie ma warunku jedności. Innym przykładem byłaby analiza wyrażenia „Berlin jest stolicą Rzeszy Niemieckiej”. Wynikiem owej analizy jest schemat: „stolica x-a”. Dekompozycja tego schematu polegałaby na uzupełnieniu tej funkcji nazwą odpowiedniego państwa.

Rozdział drugi

Rodzaje analizy

W tym rozdziale dokonam rekonstrukcji trzech rodzajów analizy, jakimi posługiwał się Frege: analizy za pomocą rozróżnienia funkcji i jej argumentu, analizy językowej oraz analizy logicznej. Ogólnie mówiąc, wszystkie rodzaje analizy, które przeprowadzał, polegają na rozszczepianiu treści, jaka nadaje się do osądu, na element stały i element wymie- nialny. Dokonywał tego za pomocą: odróżnienia funkcji od argumentu, narzędzi semantycznych i aparatu logicznego.

Naczelnym celem wymienionych trzech rodzajów analiz było odkrycie pierwotnych założeń badanej tezy oraz przesłanek, z jakich dana teza wy- nikła, od których zależała jej prawdziwość (zwłaszcza tezy matematycz- nej). Na tej podstawie będzie można stwierdzić, czy badana teza jest zdaniem analitycznym czy zdaniem syntetycznym. Fregego *Begriffsschrift* miała być tak ścisła, by zdołała wykluczyć wprowadzenie ukrytej prze- słanki lub założenia w tok myślenia naukowca¹.

Analiza za pomocą rozróżnienia: funkcja i jej argument

Rozróżnienie na funkcję oraz jej argument zostało zaczerpnięte z anali- zy matematycznej i stało się podstawą logiki i filozofii Fregego. Jak za-

¹ GL, § 91, s. 103. (*O pojęciu liczby*. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów kla- sycznych*. Red. R. M u r a w s k i. Poznań 1986, s. 200).

uważa Beaney, Frege w swej pracy habilitacyjnej *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössenbegriffes gründen* (*Metody rachunkowe oparte na rozszerzonym pojęciu wielkości*), badał związki pomiędzy różnymi typami funkcji matematycznych i uważał, że pojęcie funkcji odgrywa centralną rolę w poszukiwanej teorii wielkości, dzięki czemu możliwe staje się badanie związków między różnymi dziedzinami arytmetyki². Można nawet pokusić się o sformułowanie tezy, że rozróżnienie: funkcja – jej argument, odgrywa rolę zasady nadrzędnej, tak jak para akt i możliwość w filozofii Arystotelesa, i jest podstawą wszelkich dalszych naukowych poczynąń filozofa i logika z Jeny.

Arystotelesowski model zdania podmiotowo-orzecznikowego³, który obowiązywał przez dwadzieścia trzy wieki, opierał się na rozróżnieniu: substancja i przypadłości. Substancja była rozumiana jako niezmienny element w bycie, jej stały podmiot zmian, a przypadłości – jako zmienne właściwości bytu, wśród których należy odróżnić przypadłości istotnie związane z daną substancją od tych, które mogą zostać zastąpione innymi przypadłościami.

Omawiane rozróżnienie zawarł Frege w swej pierwszej książce – BS. Znajduje się tam rozdział zatytułowany *Funkcja*. Do tematu funkcji filozof powracał wielokrotnie, w pismach publikowanych i tych niewydanych za jego życia, a także w listach⁴. Nigdzie nie wyrzekł się tego rozróżnienia, ale je rozwijał⁵. Beaney uważa, że znaczącym krokiem Fregego było zastosowanie rozróżnienia funkcji i jej argumentu w logice matematycznej⁶.

Odróżnienie funkcji od jej argumentu miało związek z próbą znalezienia lepszego rozróżnienia niż Arystotelesa dystynkcja: podmiot i orzecz-

² M. B e a n e y: *Introduction*. In: *The Frege Reader*. Ed. M. B e a n e y. Oxford 1997, s. 2.

³ Rotter zwraca uwagę na to, że co najmniej 30 lat przed zmianami wprowadzonymi przez Fregego trwała dyskusja nad „nieadekwatnością podmiotowo-orzecznikowej koncepcji sądu”. (K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki*. Wrocław 1999, s. 206). Piszze także o zbieżności Fregowskiej i Brentanowskiej koncepcji sądu, która „sprawiła, że jedyna przychylna recenzja *Ideografii...* wyszła spod pióra Antona Marty’ego – znakomitego ucznia i współpracownika Brentana”. (Ibidem, s. 208).

⁴ Do najważniejszych należą: *Funkcja i pojęcie*, GG, *Vorlesungen über Begriffsschrift*. Gut uważa, że przyjęcie rozróżnienia funkcji i jej argumentu było punktem zwrotnym w badaniach nad językiem A. G u t: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej*. Lublin 2005, s. 163.

⁵ Zgodnie więc z zasadą podaną przez Dummetta, rozróżnienie to należy uważać za jedno z najważniejszych w całej filozofii Fregego, bo powtarzane w licznych tekstach, publikowanych i niepublikowanych. Rozróżnienie funkcji – argumentu nie jest samo w sobie doskonałe. Po lekturze wspomnianego paragrafu dziesiętego w BS, zatytułowanego *Funkcja*, Russell zauważył poważną trudność i sformułował swą słynną antynomię klas. Więcej na ten temat zob. w podrozdziale *Logika Fregego*.

⁶ M. B e a n e y: *Introduction...*, s. 10.

nik⁷. Frege zwracał uwagę na wiele niedostatków rozwiązania Arystotelesa, z czym nietrudno się zgodzić. Zauważył, że rozróżnienie podmiot – orzecznik nie pozwala adekwatnie oddać niektórych form sądów formułowanych w naukach szczegółowych i w dyskursie potocznym. Poza tym podmiot gramatyczny nie ma znaczenia logicznego, dlatego jedną myśl można wyrazić w zdaniach z różnymi podmiotami. Można także zamieniać gramatyczną formę strony czynnej na stronę bierną oraz zmieniać wyrażenia kwantytatywne w zdaniu itd. Wyższość rozróżnienia funkcja – argument nad parą podmiot – orzecznik Frege uzasadniał następująco: jedną myśl można ubrać w dwie różne szaty językowe, w których miejscami się zamieniają: podmiot i orzecznik, na przykład: „Janek ma czerwone buty” i „Czerwone buty są w posiadaniu Janka”.

W samej myśli nie jest jeszcze przesądzone, co należy wziąć za podmiot. Słowa „podmiot tego sądu” tylko wtedy oznaczają coś określonego, gdy wskazano zarazem określony sposób analizy. [...] różne zdania mogą wyrażać tę samą myśl. [...] Język dysponuje środkami, by raz ten, raz tamten fragment myśli ujmować jako podmiot⁸.

Ponadto w sylogistyce Arystotelesa nie było miejsca na zdania bezpodmiotowe. Fregego i Arystotelesa różniła, oczywiście, także koncepcja pojęcia i jego ogólna forma⁹. Z tej racji, że pojęcie było obecne we frazach podmiotowej i orzecznikowej, Frege podmiot zdania traktował jako to pojęcie, o którym sąd (zdanie) traktuje przede wszystkim¹⁰. W następnej kolejności zdanie podlegało analizie polegającej na wyróżnieniu w nim elementu odpowiadającego funkcji i elementu odpowiadającego jej argumentowi. Jeszcze inny niedostatek rozwiązania Arystotelesa był związany z orzekaniem pewnej własności o indywiduum, czego nie dało się przedstawić inaczej niż jako SiP i SoP.

Podobnymi trudnościami co sylogistyka Arystotelesa była obciążona algebra Boole’a. Rotter pisze, że Boole przyjmował, jako ogólną formę sądu, formułę „ $x = y$ ”, „wyrażającą tożsamość »funkcji elektrywnych« (*elektive functions*) pojęciowych bądź zdaniowych”¹¹. Według Guta „wzorem sądu,

⁷ Według Slugi nie ma żadnego dowodu na to, że Frege czytał logiczne pisma Arystotelesa czy zajmował się badaniem jego logiki. Zob. H. Sluga: *Gottlob Frege. The Arguments of the Philosophers*. London and New York 1980, s. 52.

⁸ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot*. PS, s. 54.

⁹ Dziękuję Profesorowi K. Rotterowi za te ważne dopowiedzenia.

¹⁰ BS, § 9, s. 3. (*Ideografia. Język formalny czystego myślenia wzorowany na języku arytmetyki*. [Przedmowa, §§ 1–33]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997, s. 52).

¹¹ K. Rotter: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 179.

którym Boole operuje, jest sąd kategoryczny [...] logika w swym zasadniczym znaczeniu jest teorią równań miedzynazwowych”¹².

Co to jest funkcja? W GG Frege funkcję zaliczał do znaków pierwotnych, a w *Logik in der Mathematik* (1914) pisał, że wyraz „funkcja” należy do niedefiniowalnych w jego systemie¹³. Tym niemniej niejednokrotnie dokonywał rozjaśniania przyjętego rozumienia tego słowa¹⁴. Wyraźnie twierdził, że przejął je z analiz funkcji matematycznych.

W BS jest napisane, że funkcja to część stała (wyrażenia), przedstawiająca całokształt stosunków, i nie ma nic wspólnego z treścią pojęciową, lecz jest jedynie kwestią naszego ujęcia¹⁵. Dalej:

Jeśli w jakimś wyrażeniu, którego treść nie musi się nadawać do osądu, jakiś znak prosty lub złożony występuje w jednym lub kilku miejscach i znak ten we wszystkich lub niektórych miejscach jego występowania traktujemy jako wymienny z innymi, zawsze jednak z tymi samymi znakami, to tę część wyrażenia, która okazuje się przy tym niezmienna, nazywamy funkcją, natomiast jego część wymienną [*ersetzbar* – K.R.] argumentem¹⁶.

[...] całość jest rozkładana na funkcję i argument na podstawie przeciwieństwa pomiędzy tym, co określone, i tym, co nieokreślone, lub też pomiędzy tym, co bardziej, i tym, co mniej określone [...]¹⁷.

Funkcja powstaje wskutek rozbicia treści nadającej się do osądu na element stały (będzie odgrywał rolę funkcji) i element dający się uzmienniać, wymienny (z zachowaniem warunku osądzalności powstałego wyrażenia). Podawał następujący przykład funkcji: „Być lżejszym od dwutlenku węgla”, w którym argumentem mógł być wodór¹⁸.

W następnych latach Frege rozbudowywał przyjęte rozumienie funkcji. Opisał różnicę pomiędzy funkcją a obiektami, rozszerzył zakres dziedziny funkcji, rozróżnił poziomy funkcji (funkcje różnych stopni), wprowadził „przebieg wartości funkcji” oraz nazwał pojęcie funkcją jednoargumentową, której wartością jest zawsze wartość logiczna¹⁹.

¹² A. G u t: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 170.

¹³ G. F r e g e: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]. NS, s. 254.

¹⁴ Jak Frege rozumiał czynność rozjaśniania – zob. podrozdział *Rozjaśnienie*.

¹⁵ BS, § 9, s. 15. (*Ideografia...*, s. 63). Por. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, Massachusetts, 1981, s. 282.

¹⁶ BS, § 9, s. 16. (*Ideografia...*, s. 64).

¹⁷ BG, § 9, s. 17. (*Ideografia...*, s. 65).

¹⁸ BG, § 9, s. 15. (*Ideografia...*, s. 62).

¹⁹ GG I, § 3, s. 8.

W tekście *Funkcja i pojęcie* (1891) Frege scharakteryzował inny aspekt funkcji niż w BS i przypisał jej następujące cechy: niekompletna, wymagająca uzupełnienia i nienasycona. Na tym miała polegać różnica między funkcjami a liczbami, które były kompletne, nie wymagały uzupełnienia i były nasycone²⁰. Można zapytać: czy element, który był w BS charakteryzowany jako określony, może być zarazem niekompletny (jak pisał w *Funkcji i pojęciu*)? Tak, bo określona funkcja, która ustala relację pomiędzy swymi argumentami i wartościami, domaga się dopełnienia tym argumentem, by dzięki temu dopełnieniu móc określić swą wartość. Dalej w tym samym artykule rozszerzył rozumienie funkcji i jako przykład podał „podbił Galię”. Tu funkcją nazywał nienasyconą część zdania – „podbił Galię”, występującą w zdaniu „Cezar podbił Galię”, w której to części znajduje się miejsce puste²¹. Tu rozszerzył jeszcze rozumienie funkcji i w ten sposób, że do możliwych jej wartości dołączył wartości logiczne, czyli prawdę i fałsz, rozumiane jako przedmioty. Ponadto uważał, że funkcja powinna spełniać warunek ostrości pojęć, co polegałoby na tym, że w odniesieniu do każdego argumentu byłoby wiadome, jaką wartość przyjmuje funkcja²².

W GG funkcja to „korelat semantyczny wyrażenia” (*Bedeutung eines Ausdrucks*), które jest zbudowane z litery „x”, oznaczającej jakąś nieokreśloną liczbę²³. Dalsza charakterystyka funkcji jest następująca:

Ta litera „x” służy tylko do utrzymania miejsc otwartych dla liczebników, czyli do uzupełnienia wyrażenia [...]. Nazywam je miejscami argumentowymi, a ten znak (nazwę), który występuje w tych miejscach w danym przypadku, nazywam argumentem funkcji dla tego przypadku. Funkcja jest uzupełniona argumentem. [...] argumentu nie zalicza się do części funkcji, lecz służy do dopełnienia tej funkcji, która sama w sobie jest nienasycona²⁴.

Warte podkreślenia są zmiany w rozumieniu argumentu funkcji. W BS – jak pokazują przytoczone cytaty – argument jest charakteryzowany jako wymienna i w tym rozumieniu nieokreślona część wyrażenia. W *Funkcji i pojęciu* pisał, że „argument nie wchodzi w skład samej funkcji, lecz tworzy wraz z nią pewną zamkniętą całość”²⁵, a „wyrażenie funkcyjne musi

²⁰ G. Frege: *Funkcja i pojęcie*. PS, s. 22–23.

²¹ Ibidem, s. 31. W innym przykładzie wyrażenie „stolica x-a” zostaje nazwane wyrazem pewnej funkcji (s. 32).

²² Ibidem, s. 34.

²³ GG I, § 1, s. 5.

²⁴ Ibidem, s. 5–6. Tłumaczenie własne.

²⁵ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 22.

mieć zawsze jedno lub więcej miejsc przeznaczonych do wypełnienia znakiem argumentu²⁶. Szczególnie doniosłe okazało się jednak rozszerzenie zakresu dziedziny (*Umkreis*) funkcji. W tekście *Funkcja i pojęcie* wydanym w 1891 roku twierdził, że w roli argumentu może występować nie tylko liczba, ale wszystkie przedmioty, w tym także osoby²⁷. Takie rozszerzenie było konsekwencją potraktowania wyrażenia typu: „x podbił Galię”, „x jest stolicą Rzeszy Niemieckiej”, jako przypadków funkcji, w której w pierwszym przypadku, w miejscu „x” mogła występować nazwa takiej czy innej osoby, a w drugim – nazwa takiego czy innego miasta. Dwa lata później, w GG I w § 3 podał sformułowanie konsekwentnie sugerujące, że argumentem funkcji „ $\zeta^2 = 4$ ” mogą być nie tylko liczby (*Zahlen*)²⁸. To stanowisko utrzymywał także w 1903 roku, pisząc, że dziedzina funkcji

nie może pozostać ograniczona do liczb [...]. Dziedzina czegoś, co jest dopuszczone jako argument, musi także być w ogóle rozszerzona²⁹.

Oto jakie przesłanki doprowadziły Fregego do takiego wniosku. Utrzymywał, że chodziło mu między innymi o to, by w odniesieniu do pojęć

za swą wartość dla dowolnego argumentu przybierały one wartość logiczną³⁰.

Chciał,

aby dla każdego przedmiotu było jednoznacznie określone, czy podpada on pod dane pojęcie, czy nie³¹,

a, dla przykładu, w historii matematyki raz po raz pojawiał się nowy rodzaj liczb: ułamki, niewymierne, zespolone. Warto przypomnieć tu jeszcze zatroskanie Fregego o precyzyjne określenie zakresu, do jakiego może odnosić się dany znak, przedstawione w GG § 59 i nast. Wydaje się, że mając na uwadze wyrażone tam trudności, w myśl zasady „dmuchania na zimne”, tak szeroko określił zakres możliwych argumentów funkcji. Ale przyjęcie tak szerokiej dziedziny okazało się jedną ze składowych antynomii, do której doszedł.

²⁶ Ibidem, s. 24.

²⁷ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 31.

²⁸ GG I, § 3, s. 7.

²⁹ GG I, § 2, s. 7. Tłumaczenie własne.

³⁰ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 33.

³¹ Ibidem.

Dodać trzeba, że i możliwe wartości funkcji przebiegały zbiór wszelkich przedmiotów (do których Frege zaliczał także prawdę i fałsz, rozumiane jako wartości logiczne). Wszak pisał: „[...] jako argumenty i wartości funkcji dopuszczamy dowolne przedmioty”³². Dla określonych argumentów funkcja przyjmuje odpowiednie wartości. Jako przykład podawał funkcję matematyczną „ $2x^3 + x$ ”, która dla argumentu „1” przyjmuje wartość „3”³³. W innym miejscu wyjaśniał:

Jeżeli wypełnimy miejsce argumentowe w nazwie funkcji nazwą tego argumentu, to otrzymamy nazwę wartości funkcji dla argumentu³⁴.

Zależność pomiędzy argumentem funkcji i jej wartością przedstawiał za pomocą prawdy i własności. Pisał:

Jeżeli [...] dla jakiegoś określonego argumentu, na przykład dla -1 , wartością funkcji jest Prawda, to da się to wyrazić w taki sposób: „liczba -1 ma tę własność, że kwadratem jej jest 1 ”, albo krócej: „ -1 jest pierwiastkiem kwadratowym z 1 ” lub „ -1 podpada pod pojęcie pierwiastka kwadratowego z 1 ”³⁵.

Wprawdzie Frege zaznaczał, że „Obiekty stoją naprzeciwko funkcji”³⁶, jednak dokładniej mówiąc, funkcje przeciwstawiał argumentom i wartościom funkcji, za które mogły z kolei być podstawione obiekty. W latach 1897/1898, w nieopublikowanym tekście pisał:

[...] ze względu na fundamentalną różnicę pomiędzy obiektami i funkcjami konieczne jest oddzielenie liter na oznaczenie funkcji od liter na oznaczenie obiektów³⁷.

Dopuszczanie maksymalnie szerokich zbiorów argumentów było Frege-mu potrzebne nie tylko ze względu na stosowanie rozróżnienia funkcja – argument w odniesieniu do funkcji matematycznych, ale także po to, by móc w zdaniu wskazywać jego frazę nasyconą (taką naturę ma argument) i frazę nienasyconą (taką naturę ma funkcja). Wszak „językowo równanie

³² Ibidem, s. 32. Tak szerokie rozumienie możliwego argumentu i wartości funkcji prowadziło do szerokiego rozumienia przedmiotu, jako tego, co nie jest funkcją.

³³ Ibidem, s. 23.

³⁴ GG I, § 1, s. 6. Tłumaczenie własne.

³⁵ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 29–30.

³⁶ GG I, § 2, s. 7. Tłumaczenie własne. Dlatego czasami się mówi o parze: funkcja i obiekt.

³⁷ G. F r e g e: *Begründung meiner strengerer Grundsätze des Definierens* [1897/1898, oder kurz danach]. NS, s. 166. Tłumaczenie własne.

jest zdaniem oznajmującym”³⁸. Szerokie rozumienie funkcji i szeroka dziedzina funkcji oraz dodany warunek, by w przypadku pojęć wartością dla dowolnego argumentu była zawsze wartość logiczna, miały zapobiec sytuacji, w której by się

niepostrzeżenie liczyło na pustych znakach w mniemaniu, że ma się do czynienia z przedmiotami³⁹.

Badając funkcje, Frege wyróżnił ich szczególne przypadki:

1. Funkcje, które mają takie same przebiegi wartości.
2. Funkcje, których wartością jest jedna z wartości logicznych.
3. Funkcje jednoargumentowe, których szczególny przypadek stanowi pojęcie.
4. Funkcje dwuargumentowe (*Beziehung*).
5. Funkcje wyższego rzędu.

Trzy z pięciu wymienionych rodzajów funkcji okazały się dla Fregego szczególnie ważne: funkcje o takich samych przebiegach, pojęcia jako funkcje jednoargumentowe oraz funkcje wyższych rzędów, dlatego im poświęcę więcej uwagi.

Ad 1. Funkcje, które mają takie same przebiegi wartości

Po raz pierwszy w *Funkcji i pojęciu* (1891), potem w GG I, wprowadził wyrażenie „przebieg wartości funkcji”, potrzebne mu po to, by móc porównywać dwie funkcje i powiedzieć, że na przykład

Funkcja $\Phi(\zeta)$ i funkcja $\Psi(\zeta)$ mają zawsze tę samą wartość dla takiego samego argumentu⁴⁰.

Przyjmował, że zamiast mówić o przebiegu funkcji można mówić o zakresie pojęć, bo

Zakresem pojęcia można [...] nazwać przebieg funkcji, której wartością jest dla każdego argumentu wartość logiczna⁴¹.

Jeżeli prosta a jest równoległa do prostej b , to zakres pojęcia „prosta równoległa do prostej a ” jest równy zakresowi pojęcia „prosta równoległa do prostej b ” i na odwrót: jeżeli zakresy wymienionych pojęć są równe, to a jest równoległa do b ⁴².

³⁸ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 30.

³⁹ Ibidem, s. 33.

⁴⁰ GG I, § 3, s. 7. Tłumaczenie własne.

⁴¹ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 30.

⁴² GL, § 68, s. 79. (*O pojęciu liczby...*, s. 184).

W GL został podany jeszcze inny przykład równości zakresów dwóch pojęć: „kształt trójkąta d ” i „podobny do trójkąta d ”⁴³. Przebiegi wartości funkcji, inaczej mówiąc, zakresy pojęć, zaliczył do przedmiotów, ale ani funkcje, ani pojęcia przedmiotami nie są⁴⁴ (będzie jeszcze o tym mowa). Pisał:

[...] możemy także użyć wyrażenia z logiki „pojęcie *pierwiastek kwadratowy z 4* ma taki sam zakres jak pojęcie tego, *czego potrojony kwadrat wynosi 12*”. W przypadku takich funkcji, których wartość jest zawsze wartością logiczną, zamiast „przebieg wartości funkcji”, można powiedzieć „zakres pojęcia” i wydaje się celowe, by po prostu pojęcie nazwać funkcją [...]⁴⁵.

Ad 2. Funkcje, których wartością jest jedna z wartości logicznych

Jako taką funkcję Frege wprowadził

————— A

którą objaśniał następująco:

[...] jeżeli za argument weźmiemy Prawdę, to jej wartością ma być Prawda; w każdym innym przypadku wartością tej funkcji jest Fałsz, tzn. zarówno wtedy, gdy argumentem jest Fałsz, jak i wtedy, gdy nie jest nim wcale wartość logiczna⁴⁶.

Dla argumentu „ $1 + 3 = 4$ ” (i innych zdań prawdziwych), wstawionego w podanym schemacie za A, funkcja ta przyjmuje wartość „Prawda”. Dla argumentów będących zdaniem fałszywym, na przykład „ $1 + 3 = 5$ ”, oraz argumentów niebędących zdaniem, na przykład „4”, „Cezar”, funkcja przyjmuje wartość „Fałsz”.

W zależności od liczby argumentów takie funkcje nazywał pojęciami (funkcje od jednego argumentu) lub stosunkami (funkcje od dwóch argumentów)⁴⁷.

Ad 3. Funkcje jednoargumentowe, których szczególnym przypadkiem jest pojęcie

Po wprowadzeniu rozróżnienia: funkcja i jej argument, Frege doszedł z czasem do traktowania pojęcia jako szczególnego przypadku funkcji jednoargumentowej. W artykule *Funkcja i pojęcie*, z 1891 roku, pisał:

⁴³ Ibidem.

⁴⁴ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 32–33.

⁴⁵ GG I, § 3, s. 7–8. Tłumaczenie własne.

⁴⁶ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 34.

⁴⁷ Ibidem, s. 41.

[...] to, co w logice zwie się pojęciem, wiąże się z tym, co nazywamy funkcją. Można rzec: pojęcie jest to funkcja, której wartością jest zawsze wartość logiczna⁴⁸.

Przy jednym argumencie funkcje takie nazwalibyśmy pojęciami⁴⁹.

Z kolei w GG podawał:

[...] – ζ jest funkcją, której wartość jest zawsze wartością logiczną lub – na mocy naszego ustalenia – pojęciem⁵⁰.

Pojęcie jest zatem taką szczególną funkcją, której wartością może być tylko jeden z dwóch obiektów: prawda albo fałsz, czyli wartości logiczne. Można powiedzieć, że pojęcie jako funkcja odwzorowuje argumenty swej dziedziny na jeden z dwóch przedmiotów swej przeciwdziedziny: prawdę lub fałsz. Tu zakres pojęcia można nazwać przebiegiem wartości funkcji, której wartością dla każdego argumentu jest wartość logiczna⁵¹.

Jeśli ująć pojęcie od innej strony, jest ono korelatem semantycznym predykatu (więcej na ten temat zob. podrozdział *Semantyka Fregego*).

Ad 4. Funkcje dwuargumentowe

Funkcję dwuargumentową Frege nazywał stosunkiem (*Beziehung*). Tego typu funkcjom odpowiadają sytuacje, w których jeden przedmiot pozostaje w relacji do drugiego przedmiotu. Podawał następujące przykłady takich funkcji⁵²:

$$x^2 + y^2 = 9$$

oraz

$$x^2 + y^2 > 9$$

Ad 5. Funkcje wyższego rzędu

Funkcje jednoargumentowe lub dwuargumentowe mogą być pierwszego rzędu i wyższych rzędów (stopni), ich argumentem nie jest obiekt, lecz funkcja niższego rzędu (która może być jedno- lub wieloargumentowa):

⁴⁸ Ibidem, s. 30. Rotter uważa, że Lotze był o krok od „stworzenia koncepcji pojęcia jako funkcji propozycjonalnej”. K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 224. Zob. także I d e m: *Uwagi o Frege i logice filozoficznej. Cz. 2: Ogólna forma pojęcia*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1999, t. 27, z. 2, s. 156–157; I d e m: *Dwa paradygmaty gramatyki filozoficznej: Carl Prantl, Anton Marty*. Opole 2003, s. 142.

⁴⁹ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 41.

⁵⁰ GG I, § 5, s. 9–10. Tłumaczenie własne. Pojęcie jest także nazywane funkcją w tekstach, których Frege nie opublikował. Zob. G. F r e g e: [Ausführungen über Sinn und Bedeutung; 1892–1895]. NS, s. 129; I d e m: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 270. Także w notatkach, jakie zrobił Carnap z wykładów Fregego.

⁵¹ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 30.

⁵² Ibidem, s. 41; GG I, § 4, s. 8. Zob. także G. F r e g e: *Szkielet dla Darmstaedtera*. PS, s. 135.

Jak funkcje różnią się zasadniczo od przedmiotów, tak i funkcje, których argumentami są i muszą być funkcje, różnią się zasadniczo od funkcji, których argumentami są przedmioty i tylko przedmioty. Ostatnie nazywam funkcjami pierwszego stopnia, tamte zaś – drugiego. Tak samo odróżniam pojęcia pierwszego i drugiego stopnia⁵³.

Skoro pojęcia są szczególnego typu funkcjami, to zarówno funkcje, jak i pojęcia mogą być różnych rzędów. Pojęcia wyższego rzędu przypisują prawdę lub fałsz pojęciom niższego rzędu. Frege wyrażenie typu: „każda dodatnia liczba całkowita” i „liczba 20”, nazywa pojęciami nie tego samego rzędu⁵⁴.

Gottlob Frege odkrył schemat, za którego pomocą należy – jego zdaniem – przedstawiać zdanie mające wyrażać myśl. Tym sposobem rozróżnienie przejęte z analizy matematycznej stało się podstawą wygenerowania bazowej struktury zdania wyrażającego myśl. Tym samym można wskazać drogę przejścia od przyjętego rozróżnienia (pierwotnie osadzonego w matematyce) do poziomu ontologicznego (do którego niewątpliwie należy myśl).

W koncepcji Fregego para: funkcja i jej argument, była narzędziem analizy filozoficznej, o czym świadczy fragment, w którym autor nazywa rozszczepieniem na dwie części czynność wyodrębnienia w zdaniu oznajmującym części, która stanowi „zamkniętą całość”, oraz części „wymagającej dopełnienia”⁵⁵.

To, że Frege dostrzegł potrzebę zastąpienia pary: podmiot i orzecznik, parą: funkcja i jej argument, nie przeszkadzało mu korzystać w językowych analizach zdań z krytykowanego rozróżnienia Arystotelesa. W BS na s. 52 podmiot określał autor jako to, co ma całą treść, a orzeczenie – jako ten element sądu, który ma za zadanie przedstawienie treści jako sądu. Uważał, że przy takim rozumieniu podmiotu i orzeczenia

W języku [...] dla wszystkich sądów [*Urteile* – G.B.] istniałoby tylko jedyne orzeczenie, mianowicie „jest faktem”. Widać stąd, że w przypadku takiego języka nie może być mowy o podmiocie i orzeczeniu w zwyczajnym sensie. Takim właśnie językiem jest nasza ideografia logiczna, w której znak



⁵³ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 40. Zob. także ibidem, s. 42; BS, § 9, s. 17–18. (*Ideografia...*, s. 65); GG I, § 26, s. 43–44.

⁵⁴ BS, § 9, s. 17. (*Ideografia...*, s. 64). Por. G. Gabriel: *Teoria poznania. Od Kartezjusza do Wittgensteina*. Tłum. T. Kubalica. Kraków 2007, s. 110–113.

⁵⁵ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 31.

jest wspólnym orzeczeniem wszystkich sądów⁵⁶.

Ponadto przyjmował, że „podmiot zdania jest tym pojęciem, o którym traktuje sąd”⁵⁷, ale to odnosi się także do orzecznika. W praktyce doprowadziło to do uzupełnienia rozróżnienia wprowadzonego przez Arystotelesa, a jak pokazują przytoczone przykłady, użytecznego w pewnych przypadkach, w których rozróżnienie Arystotelesa okazuje się narzędziem za ubogim, czy wręcz nieadekwatnym. W 1884 roku autor w GL wyjaśniał:

Pojęciem jest dla mnie pewien możliwy predykat jednoczłonowy [...], przedmiot zaś jego możliwym podmiotem [...]. Jeżeli w zdaniu: „kierunek osi lunety jest równy kierunkowi osi Ziemi” potraktujemy kierunek lunety jako podmiot, to predykatem jest tu [wyrażenie – R.M.] „równy kierunkowi Ziemi”. To jest pojęcie. Jednak kierunek osi Ziemi jest tylko częścią tego predykatu; jest on przedmiotem, ponieważ może być ujęty jako podmiot⁵⁸.

W artykule *Pojęcie i przedmiot*, z 1892 roku, pisał:

Biorąc „orzeczenie” i „podmiot” w znaczeniu językowym, można rzec krótko: pojęcie jest znaczeniem [*Bedeutung* – G.B.] orzeczenia, natomiast podmiotem jest to, co nie może być nigdy całym znaczeniem orzeczenia, może zaś być znaczeniem podmiotu⁵⁹.

Podane przykłady pokazują, że podmiot i orzecznik to użyteczne narzędzia badania języka i dochodzenia do tez pozajęzykowych, ontologicznych, w szczególności – charakteryzujących pojęcie i przedmiot.

Dzięki swemu pomysłowi wyróżnienia funkcji i argumentu Frege miał możliwość wprowadzenia kwantyfikacji do formalizmu logicznego. Dzięki temu zabiegowi dało się wyrazić podpadanie przedmiotu pod pojęcie, co okazało się bardzo użyteczne w definiowaniu liczby jako *Anzahl* i poszczególnych liczb⁶⁰. Można powiedzieć, że istnienie jest pojęciem drugiego

⁵⁶ BS, § 3, s. 4. (*Ideografia...*, s. 52–53). Więcej na temat znaku sądu zob. w podrozdziale *Logika*.

⁵⁷ BS, § 3, s. 3. (*Ideografia...*, s. 52).

⁵⁸ GL, § 66, s. 74. (*O pojęciu liczby...*, s. 183, przypis). Por. z krytyką Wittgensteina tezy, że pojęcie jest predykatem. L. Wittgenstein: *Uwagi o podstawach matematyki*. Tłum. M. Poręba. Warszawa 2000, s. 248.

⁵⁹ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 52.

⁶⁰ Frege w BS nie pisał o podpadaniu przedmiotu pod pojęcie, ale o posiadaniu przez przedmiot własności. „Podpadanie pod pojęcie” to udoskonalone „posiadanie własności”, o czym świadczy zmiana, jakiej sam dokonał w sformułowanej definicji następowania w pewnym ciągu. Frege sugerował, że cytuje swój własny tekst, cytaty opatrzył cudzy-

stopnia, ponieważ podane rozróżnienie umożliwiało wprowadzenie relacji między pojęciami różnego rzędu⁶¹. Zdanie podmiotowo-orzecznikowe Frege mógł zastąpić zdaniem relacyjnym, w którym występowały dwa kwantyfikatory: ogólny i szczegółowy (definiowany za pomocą kwantyfikatora ogólnego).

Rozróżnienie na funkcję i jej argument doprowadziło tego filozofa i logika z Jeny do traktowania pojęcia jako szczególnego rodzaju funkcji, przedmiotu jako argumentu. Tym sposobem dotarł do tez ontologicznych, z których pierwsza brzmiała: wszystko, co nie ma natury funkcji, ma naturę jej argumentu lub wartości, a następna: wszystko, co możliwe, jest albo pojęciem, albo przedmiotem.

Pojęcie jest czymś obiektywnym, czymś, czego nie tworzymy ani co się w nas nie tworzy, ale czymś, czego ujęcia szukamy i co w końcu z nadzieją prawdopodobnie rzeczywiście ujmujemy⁶².

Był przeciwny tradycyjnej koncepcji pojęcia jako czegoś wyabstrahowanego z przedmiotów poznanych zmysłowo. Pisał, że do pojęcia dochodzi się, zaczynając od cech charakterystycznych, wobec czego można mieć także takie pojęcie, pod które nic nie podpada⁶³. Jako synonim pojęcia podawał „nieokreślony przedmiot”⁶⁴. Był też przeciwny rozumieniu predykatu jako nazwy własności. W GL pokazał, że takie ujęcie prowadzi do traktowania liczby jako właściwości rzeczy⁶⁵.

Przedmioty – na wzór argumentu i wartości – mają charakter nasycony i dlatego są samodzielne i są tym, co oznaczają imiona własne. Natomiast pojęcia – na wzór funkcji – mają charakter nienasycony i są niesamodzielne. W języku fraza predykatywna odnosi się do pojęcia (dlatego pojęcie ma charakter predykatywny), a fraza podmiotowa – do przedmiotu⁶⁶. Dobrą ilustrację nienasyconego charakteru pojęcia stanowi następujący przykład:

słowem, ale zamiast pisać „ma własność”, pisał „podpada pod pojęcie”. Zob. BS, § 26, s. 61; GL, § 79. (*O pojęciu liczby...*, s. 193).

⁶¹ Zob. GL, § 53. (PS, s. 12–13). Por. G. Gabriel: *Teoria poznania...*, s. 110–113, 132–134.

⁶² G. Frege: *Über das Trägheitsgesetz*. KS, s. 122. Tłumaczenie własne. Por. A. Rygalski: *Pojęcie a przedmiot według Fregego*. „Kwartalnik Filozoficzny” 2005, t. 33, z. 1, s. 77–101; Ch. Perelman: *Metafizyka Fregego*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1937, t. 34, z. 1, s. 119–138.

⁶³ GL, § 49, s. 62; § 51, s. 63.

⁶⁴ GL, § 47, s. 60. Tłumaczenie własne.

⁶⁵ GL, § 51, s. 63.

⁶⁶ Na temat trudności związanych z podanym podziałem wszystkiego, co jest, na pojęcia i przedmioty zob. K. Rottler: *Gramatyka filozoficzna w dobie sporu o podstawy matematyki. Eseje o drugiej filozofii Wittgensteina*. Opole 2006, s. 22–23.

[...] marynarka nie może po prostu pionowo utrzymać się sama, lecz potrzebuje do tego kogoś, kto jest okrywany⁶⁷.

Tak jak marynarka wymaga kogoś, kto by ją nosił (lub, ostatecznie, wieszaka, na którym by wisiała), tak i pojęcie wymaga swego nosiciela, a tym jest przedmiot. Pojęcie musi być „uzupełnione” przedmiotem, bez niego jest nienasycone.

Wedle Fregego zdanie jest językowym wyrazem myśli. Stąd analogia: jak w zdaniu mamy frazę nasyconą (wymienialną) i nienasyconą (stałą), tak w myśli jest składnik zamknięty i przynajmniej jeden składnik nienasycony, a więc mający charakter predykatywny. Gdy ma się dwa składniki jednego typu, dla przykładu oba nasycone, to nie utworzy się z nich zdania⁶⁸. Ostatecznym dopełnieniem wszelkich analiz filozoficznych, jakie przeprowadził Frege, było więc odniesienie do koncepcji myśli, którą rozwinął w całej swej twórczości filozoficznej⁶⁹.

Podane rozwiązanie rodzi jednak pewne trudności. Myśl, będąca sensem zdania, stanowi pewną całość, jest zatem kompletna i nie wymaga nasylenia. Trzeba ją więc zaliczyć do przedmiotów, a nie do bytów o naturze funkcji. Dodam, że korelat semantyczny zdania, czyli jedna z dwóch wartości logicznych: prawda lub fałsz, też jest przedmiotem. Rozumowanie to prowadzi tym samym do tezy, że sens i korelat semantyczny zdania należą do przedmiotów⁷⁰. Do przedmiotów należą także liczby, zakresy pojęć (lub szerzej: przebiegi wartości funkcji) oraz przedmioty z pierwszego królestwa, mające (w przeciwieństwie do myśli, prawdy, fałszu oraz liczb) naturę czasoprzestrzenną. Wszystkie wymienione przedmioty spełniały warunki bycia obiektywnymi w znaczeniu, jakie nadał temu słowu (zob. podrozdział *Semantyka Fregego*).

Gottlob Frege, analizując równania matematyczne, sformułował kategorię funkcji i jej argumentu. Jego zdaniem, pojęcie ma ten sam nienasycony charakter, co funkcja, a w roli argumentu może występować wszelki przedmiot, nie tylko liczba (która była punktem wyjścia analiz). Tym sposobem dochodzi się do dualizmu pomiędzy zmiennymi predykatywnymi a stałymi indywidualnymi. To rozróżnienie jest podstawą analizy zdań. Pisał:

⁶⁷ G. Frege: *Die Verneinung. Eine logische Untersuchung*. LU, s. 71. (*Negacja. Badanie logiczne*. Tłum. M. Klementowicz [właśc. Klementowicz]. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1 s. 157). Teza o nienasyconym charakterze pojęcia należy do tych, za którymi Frege opowiadał się całe życie.

⁶⁸ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 58.

⁶⁹ Więcej zob. w: *Semantyka a koncepcja myśli oraz Pismo pojęciowe a myśl*.

⁷⁰ Więcej zob. D. Biedrzyński: *Byt, myśl i prawda w rozważaniach Gottloba Fregego*. Katowice 2007. Praca magisterska. Maszynopis dostępny w Archiwum Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach.

Funkcję rozpoznajemy w wyrażeniu dzięki temu, że ujmujemy je jako rozszczepione; a jego budowa sugeruje już jedno z takich możliwych rozszczepień⁷¹.

Tak samo jak równania i wyrażenia analityczne, można pomyśleć sobie zdania oznajmujące w ogóle jako rozszczepione na dwie części, z których jedna stanowi zamkniętą całość, a druga wymaga dopełnienia, jest czymś nienasyconym⁷².

Wyraz funkcji otrzymaliśmy, rozszczepiając złożony znak jakiegoś przedmiotu na część nasyconą i część nienasyconą⁷³.

Wprowadzone rozróżnienie na funkcję i jej argument stało się dla Fregego narzędziem analizy zagadnień filozoficznych, analizy rozumianej jako rozszczepianie wyrażenia na część zamkniętą, nasyconą (oznaczającą jakiś przedmiot), i część wymagającą dopełnienia, to znaczy nienasyconą (oznaczającą jakieś pojęcie). Rozszczepianie może prowadzić do przyjęcia tez ontologicznych.

Analiza językowa

Analizę językową rozumiem jako proces badania zdań, które zawierają interesujący nas termin, przy użyciu narzędzi semantycznych. W przypadku Fregego funkcję narzędzi pełniły w szczególności:

- 1) odróżnienie sensu od korelatu semantycznego wyrażenia językowego;
- 2) zasada kontekstowa;
- 3) zasada ekstensjonalności.

Dummett pisał:

Wielu filozofów – na przykład Arystoteles – zadawało lingwistyczne pytanie i dawało lingwistyczną odpowiedź. Frege był pierwszym, który zadał nielingwistyczne pytanie, a dał lingwistyczną odpowiedź⁷⁴.

Cel, jaki Fregemu przyświecał w trakcie pisania GL, narzucił mu niejako metodę semantyczną. W punkcie wyjścia poczynił uwagę, że skan-

⁷¹ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 23.

⁷² Ibidem, s. 31. Zob. także s. 32.

⁷³ Ibidem, s. 40. Zob. także G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 136–137.

⁷⁴ M. Dummett: *Frege: Philosophy of Mathematics*. London 1995, s. 112. Tłumaczenie własne.

dalem w matematyce jest brak określenia tego, czym matematycy się zajmują, czyli pojęcia liczby. Odróżniał liczbę (*Zahl*) od liczebności (*Anzahl*), budując przy tym swą ontologię. Pytał, jakiego rodzaju bytem są liczby. Odrzucał wiele znanych mu z filozofii i matematyki rozwiązań. Doszedł do przekonania o konieczności zdefiniowania orzekania liczebności, a do tego było mu potrzebne kryterium równoliczności liczb, które by pozwalało rozstrzygać, czy liczba, która przysługuje pojęciu „F”, jest tą samą, która przysługuje pojęciu „G”. Tak więc celem stało się

zrekonstruowanie treści sądu, który daje się ująć jako równość pomiędzy dwoma liczbami⁷⁵.

Gottlob Frege badał zależności między językiem i rzeczywistością, do której ów język się odnosi. Przyjmował, że myśl znajduje wyraz w języku, a analiza struktury języka jest analizą myśli. Język był dla niego pierwszym przedmiotem zainteresowania, ale tylko jako instrument służący wyrażaniu obiektywnej, niezależnej od języka myśli. Zasady rządzące językiem interesowały go w takim stopniu, w jakim przedstawiały strukturę myśli⁷⁶.

W analizie językowej podstawową czynnością jest rozkład treści propozycjonalnej na funkcję i jej argument za pomocą procedury badania, co da się zmienić w danym wyrażeniu (i na jaki element), przy jednoczesnym zachowaniu cechy osądzalności całego wyrażenia. Te badania mają charakter „czysto logiczny”, bo można je stosować do każdej treści nadającej się do osądu. Analiza za pomocą funkcji i jej argumentu jest uzupełniona, wypełniona i dopełniona semantyką Fregego.

Rola języka naturalnego⁷⁷

Gottlob Frege swe analizy językowe zaczynał zazwyczaj od odwołania się do intuicji zawartych w języku naturalnym. Z jednej strony rozpiął się

⁷⁵ GL, § 63, s. 74. (*O pojęciu liczby...*, s. 181).

⁷⁶ Na temat skomplikowanej zależności między myślą i językiem zob. G. Frege: *Erkenntnisquellen der Mathematik und der mathematischen Naturwissenschaften* [1924/1925]. NS, s. 288. Por. A. G u t: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 317–378.

⁷⁷ Frege nie posługiwał się wprawdzie określeniem „język naturalny” ani „język potoczny”. Pisze tylko *Sprache*, czyli „język”, lub *Sprachgebrauch*, tłumaczone jako „zwyczaj językowy”. Dummett twierdzi, że Frege, pisząc „język”, miał na myśli język naturalny (*natural language*). M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 16. Podawane przykłady jednoznacznie o tym świadczą.

na temat braków języka naturalnego, a z drugiej strony często odwoływał się do niego jako do rezerwuaru godnych uwagi spostrzeżeń. Tak było na przykład wtedy, gdy badał zagadnienie obiektywności i zwracał uwagę na intuicje obecne w języku naturalnym, a związane ze słowem „biały”:

Przy słowie „biały” myśli się zwykle o pewnym wrażeniu, które jest całkowicie subiektywne; wydaje mi się jednak, że już w naturalnym użyciu języka występuje wielorako sens obiektywny. Gdy białym nazywa się śnieg, chce się przez to wyrazić pewien obiektywny stan (*Beschaffenheit*), który przy zwykłym świetle dziennym poznaje się po określonym wrażeniu⁷⁸.

Autor *Begriffsschrift* uważał, że na użytek nauki (ze względu na niedoskonałości języka naturalnego) trzeba zbudować nowy język. Relację między językiem naturalnym a językiem formalnym charakteryzował, odwołując się do przykładu oka i mikroskopu⁷⁹. Oko ma tę wyższość nad mikroskopem, że potrafi się dostosować do różnych okoliczności, a jego ruchliwość zdecydowanie przewyższa możliwości mikroskopu co do przemieszczania się. Niekwestionowanym atutem mikroskopu jest większa ostrość rozróżnień i możliwość różnych powiększeń.

Ten swoisty szacunek do języka naturalnego widać także wtedy, gdy Frege chce przekonać czytelnika do tezy, że liczba nie jest własnością rzeczy, a co za tym idzie, nie jest predykatem pierwszego rzędu. Liczba na przykład „jeden” nie może być predykatem, jak jest nim na przykład „biały”.

Wydaje się, że koncepcja podpadania pod pojęcie swoją inspirację także miała w analizie „możliwości” języka naturalnego. Można powiedzieć: „Wenus ma 0 księżyców”, ale w języku poprawnie zbudowanym nie można wprowadzić owego „0” do wypowiedzi: „księżycy Wenus”. Dlatego dogodnie rozwiązanie w tym języku polega na przyjęciu, że pod pojęcie „księżycy Wenus” nic nie podpada⁸⁰.

Inny przykład Fregego: w języku naturalnym mówi się „liczba piłek”, tak jak mówi się: „ciężar piłek”. Ale tu nas język naturalny myli: mówiąc na przykład słowo „cztery”, mówimy coś o pojęciu, a nie o przedmiocie⁸¹.

⁷⁸ GL, § 26, s. 36. (*Podstawy arytmetyki. Logiczno-matematyczne badania nad pojęciem liczby*. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej...*, s. 122). Najwięcej uwag o języku i przykładów analizy zdań języka naturalnego znajduje się w GL.

⁷⁹ BS, s. XI. (*Ideografia...*, s. 47).

⁸⁰ GL, § 46, s. 59.

⁸¹ GL, § 52, s. 64.

Filozof i logik z Jeny przyjmował, że „używając rodzajnika określonego, traktujemy 1 jako przedmiot”⁸². Te i wiele innych fragmentów pokazują, dlaczego angielscy filozofowie języka naturalnego tak chętnie opierali się na wypracowanym przez Fregego sposobie szukania rozwiązań problemów filozoficznych: był dla filozofów angielskich dwudziestego wieku mistrzem badania języka naturalnego. Frege zachował jednak dystans do języka naturalnego, co pokazuje następujący fragment:

Właściwie należałoby [...] unikać wyrazu „znaczenie”, gdy w niemieckim towarzystwie mu przedimek określony [*bestimmten Artikel* – G.B.]⁸³.

Przydawkowe użycie liczebnika wprowadza w błąd⁸⁴.

Gottlob Frege uważał, że brak precyzji, jaki cechuje język naturalny, wynikał nie tylko z natury tego języka, ale także z „samej rzeczy”⁸⁵. Przypuszczam, że w tym wypadku miał na uwadze ludzkie, ograniczone zdolności poznawcze.

Od analizy języka naturalnego Frege przechodził do analizy logicznej. Pisał tak:

Ponieważ chodzi nam [...] o to, by ująć pojęcie liczby tak, ażeby było ono użyteczne w nauce, nie powinno nam więc przeszkadzać to, że w języku naturalnym [*Sprachgebräuche* – G.B.] pojawia się atrybutywne użycie liczby. Zawsze da się tego unikać. Na przykład zdanie „Jowisz ma cztery księżycy” można przekształcić w zdanie „liczbą księżyców Jowisza jest [liczba – R.M.] cztery”⁸⁶.

Szukał więc poprawnej struktury logicznej zdania i przekraczał intuicję języka naturalnego.

Skąd u Fregego ten szacunek do języka naturalnego? Otóż Frege zdaje się przyjmować, że w języku jest wyrażona nie tylko myśl, ale także mgliście oraz niewyraźnie są przedstawione zależności bezczasowe i niezmiennie.

Pozycji języka naturalnego w filozofii Fregego dużo uwagi poświęca Dummett⁸⁷. Uważa on, że Frege zmieniał swe poglądy na język naturalny.

⁸² GL, § 57, s. 68. (*O pojęciu liczby...*, s. 177).

⁸³ G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 137.

⁸⁴ Ibidem, s. 138.

⁸⁵ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 59.

⁸⁶ GL, § 57, s. 69. (*O pojęciu liczby...*, s. 178). W czasach Fregego znano tylko cztery księżycy Jowisza, odkryte przez Galileusza w 1610 roku. Były to: Io, Europa, Ganymedes i Callisto. Dziś wiadomo, że Jowisz obiegają liczne naturalne satelity.

⁸⁷ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 26–34.

Był okres, w którym utrzymywał, że struktura myśli wyrażona w zdaniach języka naturalnego jest lepiej okazana przez jasną notację logiczną odbiegającą od języka naturalnego. Dummett uważa, że trudności ze znalezieniem rozwiązania antynomii sformułowanej przez Russella doprowadziły Fregego do sceptycyzmu co do wyżej przedstawionej tezy⁸⁸. Dummett uważa, że Frege należał do zwolenników rewizjonistycznej koncepcji języka:

[...] język naturalny ma tyle wad, które osłabiają jego skuteczność jako instrumentu do wyrażania myśli. Te wady wymagają eliminacji, zwłaszcza kiedy używamy języka jako środka dochodzenia do prawdy, w szczególności wtedy, gdy posługujemy się rozumowaniem dedukcyjnym⁸⁹.

Jak pisze Dummett, Frege akcentował trzy różnice pomiędzy językiem naturalnym a językiem symbolizmu logicznego. Po pierwsze, językowi naturalnemu brak jasności i precyzji języka logicznego. Po drugie, język naturalny nie służy tylko wyrażaniu myśli i przekazywaniu prawdy, ale często służy jeszcze do wyrażania stanów psychicznych, na przykład emocji. Po trzecie, jako narzędzie wyrażania myśli jest obciążony także licznymi innymi niedoskonałościami⁹⁰.

Dummett wymienia następujące wady języka naturalnego, na jakie zwraca uwagę Frege⁹¹:

- 1) występowanie niejednoznacznych słów lub struktur, których znaczenie kontekst nie zawsze precyzuje;
- 2) posługiwanie się predykatami i funktorami nie zawsze i nie wszędzie zdefiniowanymi;
- 3) występowanie nazw pustych;
- 4) gramatyczna forma zdań tego języka niepokazująca jego prawdziwej struktury⁹².

Dalej Dummett pisze, że zdania zawierające takie defekty nie mają swych odpowiedników w notacji symbolicznej, ponieważ ta jest wolna od dwuznaczności, niejasności (*vagueness*) i innych niedoskonałości języka naturalnego⁹³.

⁸⁸ Ibidem, s. 27. Dalej w tym tekście Dummett przedstawia dwa podstawowe stanowiska w lingwistyce: rewizjonistyczne (wśród nich najważniejszą grupą są intuicjoniści) i konserwatywne (s. 28–29).

⁸⁹ Ibidem, s. 30. Tłumaczenie własne.

⁹⁰ Ibidem, s. 31–32.

⁹¹ Ibidem, s. 32.

⁹² Ibidem, s. 48.

⁹³ Ibidem.

Semantyka Fregego⁹⁴

Punktem wyjścia semantyki Fregego, jako nauki badającej relację między znakiem i tym, do czego znak się odnosi, było przekonanie, że język naturalny stanowi niedoskonałe narzędzie, jeżeli chodzi o wyrażenie myśli. Myśl jest, dla podmiotu poznającego, „ubrana” w język, częściowo przezeń „zakryta” i ukryta ze względu na jego niedoskonałości. Pisząc o semantyce Fregego, trzeba pamiętać o jego priorytetach:

1) walce z empiryzmem i psychologizmem w logice oraz matematyce;
 2) opowiadaniem się za obiektywnością, rozumianą jako niezależność od naszego odczuwania, oglądania i przedstawiania, ale nie jako niezależność od rozumu⁹⁵; ponadto „Nie każdy przedmiot obiektywny zajmuje jakieś miejsce”⁹⁶.

3) przyjmowaniem stanowiska logicystycznego (więcej na ten temat w podrozdziale *Logicyzm i antypsychologizm*).

Na celowość podejmowania analizy językowej za pomocą semantyki wskazuje chociażby takie zdanie Fregego: „[...] różne zdania mogą wyrażać tę samą myśl”⁹⁷. Pisał także:

[...] języki przy logicznych problemach są niepewne. Ważnym zadaniem logiczków jest właśnie wskazanie takich językowych pułapek⁹⁸.

Dummett uważa, że analiza struktury zdań daje bezpośredni wgląd (*insight*) w strukturę myśli⁹⁹. W *Szkicu dla Darmstaedtera* (1919) Frege utrzymywał:

Zdanie można traktować jako odwzorowanie myśli, przy którym stosunek części do całości między myślą i jej składnikami odpowiada z grubsza podobnemu stosunkowi między zdaniem i jego składnikami¹⁰⁰.

⁹⁴ Carnap, pisząc o analizie semantycznej w ujęciu Fregego, określał ją jako „konkretną formę tego, co nazywamy metodą nazwy-relacji, a trzecia zasada nazwy-relacji pozwala zastąpić nazwę inną nazwą o tej samej istocie. Chociaż ta zasada wydaje się całkiem prawdopodobna, to nie zawsze jest ważna”. R. Carnap: *Meaning and Necessity*. Chicago 1956, §§ 28, 31. (Podaję za: I. Angellelli: *Studies on Frege and Traditional Philosophy*. Dordrecht 1967, s. 50–51).

⁹⁵ GL, § 26, s. 36. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 122).

⁹⁶ GL, § 61, s. 72. (*O pojęciu liczby...*, s. 180).

⁹⁷ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 54.

⁹⁸ G. Frege: *Die Verneinung...*, s. 62. (*Negacja...*, s. 148).

⁹⁹ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 48.

¹⁰⁰ G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 137.

Dodam tutaj, że źródłem badań semantycznych, które prowadził Frege, były badania nad znakami, jakimi są cyfry, i nad tym, do czego cyfry się odnoszą (liczby).

Moje ujęcie semantyki Fregego będzie miało charakter diachroniczny, czyli będzie uwzględniało rozwój jego poglądów. Oto najważniejsze teksty, w których Frege prezentuje swą semantykę:

- 1) BS (1879);
- 2) GL (1884);
- 3) artykuły publikowane w latach 1891–1892;
- 4) GG (1893, 1903);
- 5) notatki z wykładów Fregego, w których uczestniczył Carnap (1911–1913);
- 6) późne artykuły Fregego (1918–1923).

Ad 1. Semantyka przedstawiona w BS

Pierwszych też semantycznych Fregego można się doszukać w jego pierwszej książce BS, w której przedstawiał swój system logiczny. Najważniejszy i najciekawszy punkt tej semantyki stanowi odróżnienie treści zdania od jego asercji (w której wyniku powstaje sąd). Treść zdania jest oznaczana kreską poziomą, nazywaną kreską treści. Asercja zdania, czytana jako „jest faktem, że”, jest oznaczana pogrubioną kreską pionową (nazywaną kreską sądu)¹⁰¹. Sąd przeciwstawia się nie zdaniu, lecz powiązaniu przedstawień¹⁰². Dalej pisał: „To, co następuje po kresce treści, musi zawsze mieć treść nadającą się do osądu”¹⁰³. Takiego warunku nie spełniało na przykład przedstawienie „dom”, stanowiące część treści nadającej się do osądu, a spełniało wyrażenie: „Dom Priama zbudowany był z drewna”¹⁰⁴. „Treść nadająca się do osądu” ustanowiła pierwowzór późniejszej „myśli”, ostateczny punkt odniesienia semantyki i logiki Fregego.

Jak Frege rozumiał negację? W BS pisał, że negacja wiąże się z treścią, obojętnie, czy treść występuje jako sąd, czy też nie, i dlatego negacja jest cechą (*Merkmal*) treści nadającej się do osądu. Negacja miała swój znak w jego piśmie pojęciowym, znaczył ją, umieszczając pionową małą kreskę u dołu kreski treści. Należy ją czytać jako: „okoliczność, że treść ta nie zachodzi”¹⁰⁵. Znak

— A
└

¹⁰¹ BS, § 3, s. 4. (*Ideografia...*, s. 53). Więcej na temat sądu zob. w podrozdziale *Logika*.

¹⁰² BS, § 2, s. 2. (*Ideografia...*, s. 51).

¹⁰³ Ibidem.

¹⁰⁴ Ibidem.

¹⁰⁵ BS, § 7, s. 10. (*Ideografia...*, s. 59). Rotter porównuje podane przez Fregego rozumienie negacji z koncepcjami Brentana i Marty’ego. (K. Rotter: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 211). Frege wydaje się traktować synonimicznie następujące wyrażenia: *verneinen* i *es gibt nicht* (tłumaczone jako „nie zachodzi”), przeciwstawia je wyrażeniom: *bejahen*, *gelten*, *Tatsache*, *es gibt*.

należało czytać jako „przedstawienie sobie, że »A« nie zachodzi, bez wypowiedzenia się na temat prawdziwości wyrażenia „A”. Natomiast znak



oznaczał: „jest prawdą, że »A« nie zachodzi”. W ten sposób rozpoczął swe długoletnie badania nad ogólną formą sądu.

W BS Frege podejmował również problem tożsamości między treściami nazw (*Inhaltsgleichheit*).

Ad 2. Semantyka przedstawiona w GL (1884)

Za początek badań semantycznych Fregego uważa się sformułowanie zasady kontekstowej w wydanych w 1884 roku GL. W tej książce posługiwał się także słowami: *Sinn*, *Bedeutung*, które z czasem staną się kategoriami jego semantyki. Wtedy jednak – jak napisał w późniejszym tekście – nie odróżniał jeszcze sensu (*Sinn*) od korelatu semantycznego (*Bedeutung*).

W filozofii analitycznej za ważne osiągnięcie Fregego uważa się sformułowanie zasady kontekstowej. Cztery wersje tej zasady (dyskutuje się, czy są one synonimiczne¹⁰⁶) znajdują się tylko w jednym tekście Fregego, mianowicie w GL¹⁰⁷:

1. Po raz pierwszy zasada kontekstowa występuje jako druga z trzech zasad, które wymienia Frege na początku swych badań, we *Wprowadzeniu*:

O znaczenie słów należy pytać tylko w ich związkach zdaniowych, nie zaś oddzielnie¹⁰⁸.

2. Po raz drugi zasada kontekstowa jest przywołana podczas omawiania pojęcia liczebności (*Anzahl*) i brzmi następująco:

Trzeba [...] rozpatrywać zawsze pełne zdanie. Właściwie tylko w nim słowa mają znaczenie. [...] Wystarczy, jeżeli zdanie jako całość ma sens; dzięki temu także jego części nabierają treści¹⁰⁹.

¹⁰⁶ Dla przykładu, Burge uważa, że te różne sformułowania zasady kontekstowej nie są z sobą zamienne. T. B u r g e: *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford, 2005, s. 70. Na temat tej zasady zob. J. W o l e Ń s k i: *Referencja i desygnacja*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1996, t. 24, z. 1, s. 72–73.

¹⁰⁷ Dummett uważa, że Frege już w BS posługiwał się zasadą, zgodnie z którą wyrażenie predykatywne może być zrozumiane jedynie w zdaniu, w którym występuje. Zob. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 277. Gabriel zauważa, że ta zasada pojawia się w tekstach Fregego jako wersja heglowskiej, metafizycznej zasady o holizmie. Za zasadą kontekstową miał się opowiadać także Lotze, którego nauczyciel był w kontakcie z heglistami. Zob. G. G a b r i e l: *Frege, Lotze, and the Continental Roots of Early Analytic Philosophy*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E.H. R e c k. Oxford 2002, s. 49.

¹⁰⁸ GL, s. X. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 93).

¹⁰⁹ GL, § 60, s. 71. (*O pojęciu liczby...*, s. 179). Już w *Ideografii...* Frege pisał: „Wyrażenie »każda dodatnia liczba całkowita« nie dostarcza jak »liczba 20« samo przez się samodziel-

3. Trzecie sformułowanie następuje dwa paragrafy dalej: „Tylko w kontekście zdania słowa coś oznaczają [*bedeuten* – G.B.]”¹¹⁰.

4. Po raz ostatni Frege przywoływał zasadę kontekstową w podsumowaniu, to znaczy w ostatnim paragrafie książki:

[...] znaczenie słowa nie może być zdefiniowane w oderwaniu, a jedynie w kontekście zdania¹¹¹.

Dummett uważa, że poza GL Frege już nigdy ani nie powtarza tej zasady, ani jej nie odrzuca, ale przyjmuje stanowisko niezgodne z nią w jej oryginalnym brzmieniu¹¹². W publikowanym artykule *Co to jest funkcja?* (1904) czytamy:

Jak [...] można mówić o „liczbie n ”? Wyrażenie to trzeba rozpatrywać w kontekście. Weźmy przykład! „Jeżeli liczba n jest parzysta, to $\cos n\pi = 1$ ”. Tylko całość ma tutaj sens, a nie jej poprzednik lub następnik z osobna¹¹³.

Zasada kontekstowa przyjmuje pierwszeństwo zdania przed nazwą, sądu przed pojęciem. Została sformułowana wtedy, gdy ten filozof szukał definicji liczby i doszedł do wniosku, że należy badać liczbę, badając zdania, w których ona występuje¹¹⁴, a chodziło w niej o to, by rozważyć wypowiedzi o liczbach zawierających znaki liczbowe jako całości i nie analizować poszczególnych znaków liczbowych.

Konsekwencją przyjmowania zasady kontekstowej było posługiwanie się definicjami kontekstowymi, w których termin jest zdefiniowany w kontekście zdania, w którym został użyty¹¹⁵.

Na temat pierwszeństwa sądu przed nazwą wypowiadali się także inni filozofowie dziewiętnastego i dwudziestego wieku: Kant, Siegwart, Trendelenburg, Brentano, Prantl oraz Wittgenstein. Przypomina się także na-

nego, niezależnego przedstawienia, lecz zyskuje ono sens dopiero w związku zdaniowym (*Zusammenhang des Satzes*)”. BS, § 9, s. 17. (*Ideografia...*, s. 64).

¹¹⁰ GL, § 62, s. 73. (*O pojęciu liczby...*, s. 180).

¹¹¹ GL, § 106, s. 116. (*O pojęciu liczby...*, s. 201).

¹¹² Zob. M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. X. W dalszej części książki Dummett także zauważa, że w GG (§§ 10 i 31) pojawia się uogólniona, skromna wersja tej zasady (s. 408). Wśród interpretatorów semantyki Fregego stanowiska co do tego, czy Frege wycofał się z tej zasady, są podzielone, na przykład zob. I. Angeli: *Studies on Frege and Traditional Philosophy...*, s. 73.

¹¹³ G. Frege: *Co to jest funkcja?...*, s. 92.

¹¹⁴ Więcej na ten temat zob. rozdział pt. *Badanie problemów filozoficznych*.

¹¹⁵ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 11. Więcej na ten temat zob. *Analizowanie a inne czynności poznawcze*.

stępujące sformułowanie przedstawiciela tomizmu egzystencjalnego M.A. Krapca: „W porządku natury to całość jest racją części”¹¹⁶. Wyraźnie zasadę kontekstową formułował Wittgenstein w *Traktacie...* Z kolei Russell w *Moim rozwoju filozoficznym* twierdził, że niektóre słowa zyskują znaczenie dopiero wtedy, gdy wchodzą w skład zdań¹¹⁷.

Christian Thiel pisze, że dziś ujmuje się zasadę kontekstową jako prymat sensu zdania nad sensem jego poszczególnych części, czy nawet jako zasadę konstytuowania sensu części na podstawie ich użycia (i ze względu na ich użycie) w zdaniu. Słowa mają sens – może z wyjątkiem ich użycia apelatywnego – tylko ze względu na ich użycie w zdaniach jako całościach¹¹⁸.

Max Black uważa, że Frege rezygnuje z tej zasady wtedy, gdy wprowadza w artykule *Sens i znaczenie* rozróżnienie sensu i korelatu semantycznego wyrażenia językowego. Rozróżnienie to ma pokazywać, że termin ma znaczenie (*meaning*) także poza zdaniem¹¹⁹.

Michael Dummett sądzi, że zasada kontekstowa została zniesiona wskutek tego, że Frege zdania potraktował jak nazwy własne. Odtąd zdania nie mogły grać już takiej szczególnej roli w języku, bo różnica pomiędzy zdaniem a nazwą nie była już tak istotna¹²⁰. Dummett uważa także, że ta zasada jest adekwatna tylko do terminów abstrakcyjnych, jak na przykład „liczba”¹²¹.

Z kolei Beaney twierdzi, że Frege mógł, po przyjęciu rozróżnienia na sens i korelat semantyczny wyrażenia językowego, utrzymać tę zasadę (oddzielnie) dla sensu oraz (oddzielnie) dla korelatu semantycznego. Dwie nowe zasady brzmiałyby wtedy następująco:

Korelaty semantyczne części zdania są determinowane przez korelat semantyczny całości.

Sensy części zdania są determinowane przez sens całości¹²².

Może ze względu na tę zasadę filozofia analityczna w szczególności była zainteresowana zdaniem, a nie pojęciem? Jak pisze Gut:

¹¹⁶ M.A. Krapiec: *Analogia*. W: *Powszechna encyklopedia filozofii*. T. 1. Red. A. Maryniarczyk. Lublin 2000, s. 210.

¹¹⁷ B. Russell: *Mój rozwój filozoficzny*. Tłum. H. Kraheńska, C. Znamierowski. Przedm. L. Koj. Warszawa 1971, s. 167.

¹¹⁸ Ch. Thiel: „*This Galaxy of Paradox and Obscurity*” – system Fregego w świetle badań współczesnych. Tłum. K. Rotter. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1, s. 126.

¹¹⁹ M. Black: *A Companion to Wittgenstein's „Tractatus”*. Cambridge 1964, s. 117.

¹²⁰ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 11. Więcej na temat tej zasady zob. ibidem, s. 360–427.

¹²¹ Ibidem, s. 140–141.

¹²² M. Beaney: *Introduction...*, s. 17. Tłumaczenie własne.

[...] kategoria *proposition*; jest ona tą kategorią, którą w swoim projekcie filozoficznym wyeksponował nie kto inny, jak właśnie Frege. [...] Ze względu właśnie na uczynienie z *proposition* kategorii naczelnej zrodził się, niezmiernie ważki dla filozofii analitycznej, problem ustalenia relacji między znaczeniem a prawdą. Z kolei opis natury oraz struktury *proposition* uważa się za centralny punkt w dyskusji nad ustaleniem samej korespondencji między światem a poznawczymi reprezentacjami¹²³.

W GL Frege powracał do zagadnienia tożsamości treści¹²⁴. Szukając definicji liczby, badał przypadki definicji przez abstrakcję i dochodził do zagadnienia warunków zastosowania równości. Odróżniał: obiekt, jego własność, symbol wprowadzany przez definicję oraz sąd, który traktuje o rozważanym przedmiocie¹²⁵. W tym kontekście wprowadził bardzo ważny dla jego dalszych badań środek (należący według niego do języka logiki), jakim był „zakres pojęcia” (więcej na ten temat w podrozdziale *Analiza za pomocą rozróżnienia: funkcja i jej argument*). Następnym krokiem było wprowadzenie równoliczności między zakresami pojęć. Dummett uważa, że

identyczność jest relacją pomiędzy przedmiotami; zamiast tego można by powiedzieć, że dokładnie te same przedmioty podpadają pod pojęcie, do którego odnosi się jedno wyrażenie, co pod to, do którego odnosi się inne wyrażenie. Równozakresowość jest tym dla pojęć, czym identyczność dla przedmiotów¹²⁶.

W semantyce Fregego trzeba uwzględnić pojęcie z kilku powodów. Ten filozof i logik z Jeny odróżniał treść pojęcia od jego zakresu i zauważał, że wraz z „odchudzaniem” treści pojęcia rozszerza się jego zakres. Tę zależność wykorzystywał w swych badaniach językowych. Czasami „przeskakiwał” z mówienia o pojęciu do mówienia o właściwości lub predykcje.

Koncepcja nazwy własnej (nazywanej także imieniem własnym lub nazwą) jest jednym ze środków semantycznych, które pozwalają Fregemu przedstawić czytelnikowi koncepcję liczby. W GL napisał: nazwą rzeczy jest jej imię własne¹²⁷, a liczebnik to imię własne liczby¹²⁸.

¹²³ A. G u t: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 71.

¹²⁴ Zainteresowanie tym zagadnieniem może wynikać z ekstrapolacji matematycznego punktu widzenia, bo jak Frege zauważył, „w arytmetyce panują równości”. GL, § 57, s. 69. (*O pojęciu liczby...*, s. 178). W GL Frege nie posługiwał się słowem *Gleichheit*, które występowało w BS, ale *Identität*.

¹²⁵ GL, § 64–67, s. 74–79. (*O pojęciu liczby...*, s. 181–184).

¹²⁶ M. D u m m e t t: *Sens i referencja*. Tłum. M. I w a n i c k i, T. S z u b k a. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 2, s. 122.

¹²⁷ GL, § 51, s. 63.

¹²⁸ GL, § 62, s. 73. (*O pojęciu liczby...*, s. 180).

Ad 3. Semantyka przedstawiona w artykułach pisanych w latach 1891–1892

W artykule *Sens i znaczenie*¹²⁹ Frege bardziej rozbudował swą semantykę.

Znak utożsamiał z nazwą:

[...] przez „znak” i „nazwę” rozumiem wszelki symbol, który występuje jako imię własne i ma tym samym za znaczenie jakiś określony przedmiot (w najszerszym rozumieniu tego słowa), nie zaś pojęcie lub stosunek. [...] Symbole takie określam dla krótkości mianem nazw [*Eigennamen* – B.W.]¹³⁰.

Podstawą semantyki z tego okresu jest jednak następujące sformułowanie:

Słowa, wyrażenia i całe zdania mogą się różnić na trzech poziomach: przedstawień, sensu, znaczenia [*Bedeutung* – G.B.]¹³¹.

Ustalmy teraz zwięzłą terminologię: nazwa (wyraz, układ znaków, wyrażenie) wyraża swój sens, oznacza zaś swe znaczenie. Przez znak wyrażamy jego sens, oznaczamy zaś jego znaczenie¹³².

Uważał, że wprowadzone rozróżnienie na sens i korelat semantyczny może być odniesione do nazwy i predykatu lub do zdania¹³³.

Przedmiot, do którego odnosi się nazwa, to jej „korelat semantyczny” (*Bedeutung*). Frege synonimicznie traktował wyrażenia „nazwa własna”, „imię własne” i „nazwa”: miały one swój sens i korelat semantyczny, były przeciwstawiane predykatom, orzekającym ogólne własności. Dla przykładu, John Stuart Mill (1806–1873) imionom własnym odmawiał konotacji¹³⁴. Dla Fregego korelat semantyczny nazwy mógł być z zakresu pierwszego królestwa lub trzeciego, ale nie drugiego.

Sens nazwy to sposób ujęcia przedmiotu¹³⁵. Sens jest czymś innym od treści łączonej z danym znakiem, którą cechuje konwencjonalność

¹²⁹ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 60–88. Tekst ten ukazał się w „Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik” z 1892 roku.

¹³⁰ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 62. Por. M. Łagosz: *Znaczenie i prawda. Rozważania o Fregeowskiej semantyce zdań*. Wrocław 2000.

¹³¹ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 62.

¹³² Ibidem, s. 67. Rozróżnieniem na sens i korelat semantyczny Frege posługiwał się już w artykule *Funkcja i pojęcie*, wydanym rok wcześniej (s. 28–29).

¹³³ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 68. Por. schemat 1, s. 75.

¹³⁴ J.S. Mill: *System logiki*. T. 1. Tłum. C. Znamierowski. Wstęp K. Szaniawski. Warszawa 1962, s. 52.

¹³⁵ Ibidem, s. 62. Dummett pisze tak: „[...] sens wyrażenia to sposób, w jaki jest nam dany jego korelat semantyczny”. M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 272. Tłumaczenie własne.

i zmienność w czasie, podczas gdy sens się nie zmienia. Frege sens przyrównywał do obrazu Księżyca na szkle obiektywu we wnętrzu lunety i przeciwstawiał sens przedstawieniu, któremu odpowiadałby obraz na siatkówce oka obserwatora¹³⁶. Sens ma charakter obiektywny i niezależny od podmiotu poznającego, jak trzecie królestwo. Sens i korelat semantyczny są ściśle związane z prawdą, jako wartością logiczną, chociaż każdy na inny sposób¹³⁷. Sensem zdania jest myśl, która – wedle Fregego – na ogół jest prawdziwa lub fałszywa¹³⁸.

Od sensu i korelatu semantycznego Frege odróżniał przedstawienie, które jest zrelatywizowane do konkretnego podmiotu poznającego. „Moje przedstawienie Księżyca” z natury jest subiektywne, należy do drugiego królestwa i dlatego filozofa nie interesuje¹³⁹. W GL uznał, że „Obrazy wewnętrzne [...] mogą nie odpowiadać logicznym składnikom sądu”¹⁴⁰. Można powiedzieć, że sens jest związany z trzecim królestwem, przedstawienie wiąże się z drugim, a korelat semantyczny – z pierwszym (więcej na ten temat w podrozdziale *Semantyka a koncepcja myśli*).

Sensem zdania jest myśl; korelatem semantycznym zdania – jedna z dwóch wartości logicznych: prawda lub fałsz¹⁴¹. Jeżeli korelatem semantycznym zdania jest jego wartość logiczna¹⁴², to wszystkie zdania prawdziwe (i odpowiednio fałszywe) mają ten sam korelat semantyczny: prawdę (i odpowiednio fałsz). Zdania sprzeczne („p” i „~ p”) mają różne korelaty semantyczne¹⁴³. Korelatem semantycznym zdania nie jest fakt, który zdanie opisuje, ani sytuacja, do której zdanie się odnosi.

¹³⁶ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 66.

¹³⁷ Ibidem, s. 69, 70.

¹³⁸ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 31. Zwracam tu uwagę na wyrażenie „na ogół”, co w tym kontekście prowadzi do wniosku, że nie wszystkie myśli podlegają kwalifikacji prawdziwościowej.

¹³⁹ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 67.

¹⁴⁰ GL, § 60, s. 71. (*O pojęciu liczby...*, s. 179).

¹⁴¹ Oto wyjątki: zdania poboczne, których korelatem semantycznym jest nie wartość logiczna, lecz myśl (zob. G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 75); szczególnym przypadkiem zdań pobocznych są zdania poboczne zależne od „nakazać”, „poprosić” – korelatem semantycznym takich zdań nie są wartości logiczne, ale prośby, rozkazy itp. Podobnie jest z pytaniami zależnymi, w zwrotach takich jak „wątpię, czy”, „nie wiem, co” (zob. ibidem, s. 76). Frege pisał: „Zdania poboczne można tu było traktować jak rzeczownik, a nawet wręcz jako nazwę owej myśli czy rozkazu, występującą w kontekście zdania złożonego”. Ibidem, s. 77. Więcej zob. na s. 79 i nast. w tej monografii.

¹⁴² Ibidem, s. 70. Por. J. Łukasiewicz: *Logika dwuwartościowa* [1920]. W: Ibidem: *Logika i metafizyka. Miscellanea*. Red. J.J. Jadacki. Warszawa 1998, s. 111; J. Łukasiewicz: *O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej (1929)*. W: Ibidem: *Logika i metafizyka...*, s. 426, przypis.

¹⁴³ Roman Suszko za aksjomat Fregego uznał tezę: „[...] wszystkie prawdziwe (podobnie, wszystkie fałszywe) zdania opisują to samo, tzn. mają takie samo odniesienie przed-

Oto najważniejsze sformułowania Fregego w kolejności publikacji:

Językowo równanie jest zdaniem oznajmującym. Zdanie takie zawiera jako sens pewną myśl – lub przynajmniej pretenduje do tego, by ją zawierać – która na ogół jest prawdziwa lub fałszywa. Myśl ta ma na ogół wartość logiczną, którą powinniśmy traktować jako stanowiącą znaczenie zdania¹⁴⁴.

[...] przedmiotem jest wszystko, co nie jest funkcją, i co w swym wyrazie nie zawiera wobec tego miejsc pustych. [...] Zatem obie wartości logiczne są przedmiotami¹⁴⁵.

Przez wartość logiczną zdania rozumiem okoliczność, że jest ono prawdziwe, lub że jest fałszywe. Innych wartości logicznych nie ma. Jedną z nich nazywam krótko Prawdą, a drugą Fałszem¹⁴⁶.

Zastosowanie rozróżnienia sensu i korelatu semantycznego do zdań pozwoliło Fregemu przyjmować, że zdania pozbawione korelatu semantycznego mają sens, a więc wyrażają myśl.

Gottlob Frege traktował wprowadzone rozróżnienie jako użyteczne narzędzie i często się nim posługiwał. Powraca do określenia sensu i korelatu semantycznego w GG I, a także w listach i tekstach niepublikowanych. Jeżeli słowa „sens” i „korelat semantyczny” pojawiają się we wcześniejszych tekstach, sprzed 1891 roku, nie należy traktować ich jako rozróżnień technicznych. W takim przypadku *Sinn* i *Bedeutung* to synonimiczne słowa języka naturalnego.

W liście do Husserla z 1891 roku, interesująco zestawiał zależności pomiędzy sensem i korelatem semantycznym, w odniesieniu do nazwy, predykatu i zdania¹⁴⁷ (schemat 1).

Z przedstawionego schematu oraz z innych wypowiedzi Fregego wynika następująca trudność: wartości logiczne są korelatami semantycznymi

miotowe”. R. S u s z k o: *Odrzucenie aksjomatu Fregego i reifikacja sytuacji*. Lublin 2000, s. 16; inne sformułowanie: „[...] istnieją nie więcej niż dwie sytuacje opisywane przez zdania”. (Ibidem, s. 19). W niepublikowanym tekście Frege pisał: „[...] zdania mają ten sam korelat semantyczny, kiedy oba są prawdziwe lub kiedy oba są fałszywe”. G. F r e g e: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 251.

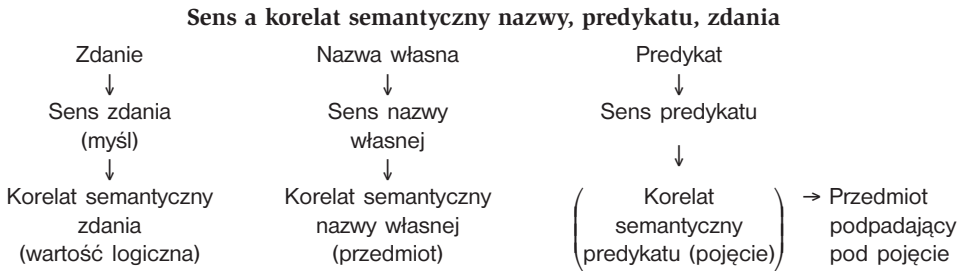
¹⁴⁴ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 30–31.

¹⁴⁵ Ibidem, s. 32.

¹⁴⁶ G. F r e g e: *Sens i znaczenie...*, s. 70. Burge uważa, że Frege przyjął wartości logiczne za obiekty ze względu na swój logycyzm. Po upadku tej koncepcji nie wycofał się jednak z tezy o wartościach logicznych jako obiektach. T. B u r g e: *Truth, Thought, Reason...*, s. 107.

¹⁴⁷ Frege an Husserl 30.10.–1.11.1906. GFB, s. 35. Tłumaczenie własne.

Schemat 1



zdań (odpowiednio: prawdziwych lub fałszywych) oraz nazw: prawda i fałsz.

W artykule *Sens i znaczenie* odróżnienie sensu nazwy od korelatu semantycznego nazwy zostało wprowadzone na podstawie dalszych badań tożsamości nazw w odniesieniu do zdania następującej formy:

$$a = b$$

gdzie „a” i „b” wskazują na ten sam obiekt, czyli mają ten sam korelat semantyczny. Są takie nazwy, które mają różne sensy (na przykład „Gwiazda Poranna” i „Gwiazda Wieczorna”), ale odnoszą się do tego samego przedmiotu; czyli zdanie „a = b” na poziomie korelatów semantycznych dwóch nazw „a” i „b” ma formę zdania „a = a”. Mimo to nazwy te różnią się istotnie, bo mają różne sensy. Już w swej pierwszej książce Frege miał bliżej nieokreśloną intuicję tego rozróżnienia, gdy wyjaśniał: „[...] w pewnym szczególnym przypadku na dwa różne sposoby dane jest rzeczywiście to samo [...]”¹⁴⁸. Aby określić „to samo dane na różne sposoby”, Frege wprowadził dwie różne nazwy „a”, „b” i połączył je znakiem tożsamości. Całość nazwał sądem syntetycznym w sensie Kantowskim¹⁴⁹.

Wprowadzone rozróżnienia na sens i korelat semantyczny wydają się jasne i czytelne. Przy głębszym badaniu okazuje się jednak, że wypowiedzi Fregego dopuszczają bardzo różne interpretacje jego koncepcji sensu i korelatu semantycznego, szczególnie wtedy kiedy zapomina się o tym, że filozof nad tymi zagadnieniami pracował prawie 50 lat! Koncepcja sensu i korelatu semantycznego rozwijała się w czasie.

Jeden z wyłaniających się tu problemów sprowadza się do pytania, czy sens i korelat semantyczny przypisują nazwie dwa elementy składowe, czy

¹⁴⁸ BS, § 8, s. 14. (*Ideografia...*, s. 62).

¹⁴⁹ BS, § 8, s. 15. (*Ideografia...*, s. 62). Także BS, § 24, s. 56; I. Kant: *Krytyka czystego rozumu*. T. 1. Tłum., wstęp, przypisy R. Ingarden. Warszawa 1986, A 6, 7–B 10, 11; s. 70. Zwracam uwagę na to, że tu „pojęcia” nie są rozumiane w ujęciu Fregowskim, ale Kantowskim. Więcej na temat rozumienia pary terminów „analityczne” – „syntetyczne” zob. w podrozdziale *Definiowanie a analityczność*.

też „treść nadającą się do osądu”, która była prototypem myśli. W 1892 roku, w publikowanym tekście *Pojęcie i przedmiot*, jest napisane:

[...] przez „treść nadającą się do osądu” rozumiałem łącznie to, co teraz odróżniając, nazywam „myślą” i „wartością logiczną”¹⁵⁰.

O tym, jak Frege rozumiał sens i korelat semantyczny, napisano wiele. Według Dummetta sens zdania określa warunki jego prawdziwości:

[...] zdaniem Fregego, sens zdania jest wyjaśniany w terminach warunku, który musi być spełniony, by zdanie było prawdziwe; innymi słowy: to, co zdanie czyni prawdziwym, jeżeli jest ono prawdziwe. Sens determinuje korelat semantyczny (*reference*)¹⁵¹.

Powołując się na § 32 GG I, pisze (specyficznie interpretując ten paragraf):

[...] ująć myśl – to ująć warunek, pod którym jest ona prawdziwa, a ująć sens wyrażenia – to ująć jego wkład w określenie warunków prawdziwości myśli wyrażonej w zdaniu, w którym myśl występuje, której sens jest częścią składową¹⁵².

Michael Dummett nie ma wątpliwości, że wedle Fregego sens jest tym, co ujmujemy, gdy rozumiemy wyrażenie. Stanowi on zasadniczy składnik treści – to, co ten, kto zna język, ujmuje jako obiektywnie skorelowane z tym wyrażeniem; i to ujęcie jest sednem wiedzy (*knowledge*)¹⁵³.

Tyler Burge uważa, że sformułowana przez Fregego koncepcja *Sinn* jest prowokująca, nowatorska i płodna. Problem w tym, że wielu filozofów (tu wymienia: Searle’a, Wittgensteina, Kripkego i Donnellana) źle ją zrozumiało. Podstawowy błąd polega na tym, że identyfikuje się niemieckie, Fregeowskie *Sinn* z angielskim *meaning*. To ostatnie zaś odnosi się do konwencjonalnego, lingwistycznego znaczenia. Burge pisze, że identyfikacja *Sinn* z naturalnym *meaning* wywodzi się między innymi od Russella, wczesnego komentatora Fregego, który *Sinn* przetłumaczył jako *meaning*,

¹⁵⁰ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 52.

¹⁵¹ M. Dummett: *The Interpretation of Frege’s Philosophy...*, s. 157. Tłumaczenie własne. Por. ibidem, s. 71. Dodam tutaj, że w pismach Fregego nie natrafiłam na sformułowanie „warunki prawdziwości” (*Wahrheitsbedingungen*), ale w *Traktacie...* Wittgensteina występuje sformułowanie „możliwości prawdziwości” (*Wahrheitsmöglichkeiten*), na przykład w tezie 4.41.

¹⁵² M. Dummett: *The Interpretation of Frege’s Philosophy...*, s. 80. Tłumaczenie własne.

¹⁵³ Ibidem, s. 82.

rozumiane jako „lingwistycznie” pojęte znaczenie wyrażenia językowego¹⁵⁴.

Skoro nazwa i zdanie mają sens i korelat semantyczny, nasuwa się pytanie: czym nazwa różni się od zdania? Mimo zauważonego podobieństwa między nazwą i zdaniem można wskazać co najmniej dwie istotne podstawy asymetrii pomiędzy nimi. Zgodnie z zasadami obowiązującymi dla pisma pojęciowego, tylko zdanie może być poprzedzone znakiem asercji, nazwa – nie¹⁵⁵. Ponadto tylko zdanie może być prawdziwe lub fałszywe, nazwa – nie (nie ma nazw „prawdziwych” bądź „fałszywych”).

Rozróżnienie na sens i korelat semantyczny oraz ich związek z prawdą doprowadziły Fregego do badania ekstensjonalności wyrażen i sformułowania tak zwanej zasady ekstensjonalności. Zasada ta traktuje o zastępowalności wyrażen występujących w zdaniu *salva veritate* (z zachowaniem wcześniejszej wartości logicznej zdania). Pisał tak:

Jeżeli w zdaniu zastąpimy jeden wyraz innym o tym samym znaczeniu, choć o innym sensie, to nie może to wpłynąć na znaczenie [*Bedeutung* – G.B.] zdania. Jest natomiast jasne, że zmieni się myśl¹⁵⁶.

Można dokonać także prób wymieniania w zdaniu jego elementów tak, by zdanie ciągle było treścią nadającą się do osądu – wtedy mówi się o zastępowalności wyrażen *salva congruitate*¹⁵⁷.

Da się sformułować następującą prawidłowość: warunkiem koniecznym posiadania korelatu semantycznego przez zdanie jest posiadanie korelatu semantycznego przez jego składowe. Prowadzi to do wniosku, że wartość logiczna zdania (korelat semantyczny) zależy od korelatów semantycznych składowych zdania, co z kolei świadczy o związku zasady ekstensjonalności z szerszą zasadą, zwaną dziś zasadą kompozycjonalności (lub składalności). Zasada kompozycjonalności jest formułowana odnośnie do:

¹⁵⁴ T. Burge: *Truth, Thought, Reason...*, s. 220–221.

¹⁵⁵ Burge zwraca jednak uwagę, że w GG I, § 2 Frege pisze: „Sens nazwy wartości logicznej nazywam myślą”, co według Burge’a mogłoby sugerować, że terminy denotują wartości logiczne. Ibidem, s. 112.

¹⁵⁶ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 68. Zob. także ibidem, s. 72, 73; I d e m: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 138. Biłat następująco określa zasadę ekstensjonalności: „[...] denotacja dowolnego zdania jest jednoznacznie wyznaczona przez denotacje jego składników”. A. Biłat: *Przedmowa*. W: R. Sużko: *Odrzucenie aksjomatu Fregego i reifikacja sytuacji...*, s. 8. Zob. także *Mała encyklopedia logiki*. Red. W. Marciszewski. Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk–Łódź 1988, s. 53–54, 225.

¹⁵⁷ Frege nie posługiwał się określeniami *salva veritate* i *salva congruitate*. To ostatnie do filozofii współczesnej wprowadził Geach i Quine. Zob. W.V.O. Quine: *Filozofia logiki*. Tłum. H. Mortimer. Warszawa 1977, s. 31.

1) korelatu semantycznego (korelat semantyczny całego wyrażenia jest funkcją korelatów semantycznych jego logicznie istotnych komponentów);

2) sensu (sens całego wyrażenia jest funkcją sensu jego logicznie istotnych komponentów)¹⁵⁸.

Po przedyskutowaniu rozróżnienia na sens i korelat semantyczny w odniesieniu do niektórych rodzajów zdań złożonych – Frege stwierdził, że nie zawsze można wymieniać zdania o tej samej wartości logicznej, bo „zdanie w połączeniu z drugim [zdaniem – G.B.] wyraża więcej niż z osobna”¹⁵⁹, co licznymi przykładami zobrazował w artykule *Sens i znaczenie*.

Tu warto wspomnieć o późniejszym sporze na temat wartości logicznej zdań z terminem bez korelatu semantycznego, jaki toczył się między Russellem a Strawsonem. Początki tej dyskusji sięgają semantyki Fregego¹⁶⁰.

Artykuł *Sens i znaczenie* jest ciekawym tekstem do badania, sformułowanej przez autora, koncepcji nazw bez korelatu semantycznego i zdań bez wartości logicznej¹⁶¹. Utrzymywał, że zdanie, które nie ma korelatu semantycznego, ma jednak sens, z czym zgadzał się także Russell. Ich stanowiska różniły się natomiast co do wartości logicznej zdania z terminami pozbawionymi korelatu semantycznego. Według Fregego zdanie takie nie ma wartości logicznej, a Russell przyjmował, że takie zdania są fałszy-

¹⁵⁸ T. B u r g e: *Truth, Thought, Reason...*, s. 85. Beaney powołuje się na następujący fragment z pism Fregego: „Erstaunlich ist es, was die Sprache leistet, indem sie mit wenigen Silben unübersehbar viele Gedanken ausdrückt, dass sie sogar für einen Gedanken, den nun zum ersten Male ein Erdbürger gefasst hat eine Einkleidung findet, in der ihn ein anderer erkennen kann, dem er ganz neu ist... Dies wäre nicht möglich, wenn wir in dem Gedanken nicht Teile unterscheiden könnten, denen Satzteile entsprechen [...]”. G. F r e g e: *Logische Untersuchungen*. Dritter Teil: *Gedankengefüge*. FBB, s. 72. Dziękuję A. Gutowi za zwrócenie uwagi na ten *passus*. Z zasadą kompozycjonalności można wiązać następujący fragment notatek Carnapa „When an »empty sign« in a sentence has no sense, the whole sentence also has no sense; it does not express a thought, only a task: to find a sense for the empty sign in such a way that whole sentence acquires a sense and becomes true”. G. F r e g e: *Logic in Mathematics*. (Summer Semester 1914). In: *Frege's Lectures on Logic. Carnap's Student Notes, 1910–1914*. Transl., ed. with introd. E.H. R e c k, S. A w o d e y. Based on the German text, ed., introd. annot. G. G a b r i e l. Chicago 2004, s. 141.

¹⁵⁹ G. F r e g e: *Sens i znaczenie...*, s. 86.

¹⁶⁰ Zob. M. B e a n e y: *Introduction...*, s. 20; M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 30, 46. Burge uważa, że Frege przyczynił się do ukształtowania Russella poglądów na deskrypcje. Faktem jest, że w latach 1902–1904 korespondencja między Fregem a Russellem liczy aż 19 listów. Burge uważa, że Russell w tej korespondencji przekonywał Fregego, iż przyjęcie takiej zasady czyni kompozycjonalność zdania cechą ważniejszą (z punktu semantyki) niż jego wartość logiczna. Zob. GFB, s. 53–100; T. B u r g e: *Truth, Thought, Reason...*, s. 91.

¹⁶¹ Na ten temat Frege pisał także w liście do Russella. *Frege an Russell*, 28.12.1902. GFB, s. 83.

we¹⁶². Można formułować zdania, które wyrażają myśl, a nie mają korelatu semantycznego. Na przykład „Odyszeusz został w głębokim śnie wysadzony na łąd Itaki”; kto zdanie to uznaje serio za prawdę lub fałsz, ten przyznaje nazwie „Odyszeusz” nie tylko sens, ale i korelat semantyczny¹⁶³. Nauka traktuje jedynie o tym, co ma swój korelat semantyczny. Co nie ma swego korelatu semantycznego, może być traktowane tylko jako wyrażenie z zakresu poezji (fikcja)¹⁶⁴. Dlatego „Czy nazwa »Odyszeusz« ma znaczenie, czy nie, myśl się od tego nie zmieni”, ale „myśl traci dla nas na wartości, gdy widzimy, że jakiś jej składnik nie ma znaczenia”¹⁶⁵. Kto zdanie to uznaje serio za prawdę lub fałsz, ten przyznaje nazwie „Odyszeusz” nie tylko sens, ale i znaczenie (korelat semantyczny). „Orzeczenie bowiem przypisuje się – albo się go odmawia – właśnie znaczeniu”¹⁶⁶.

Jako przykład zdania pozbawionego wartości logicznej Frege podał: „istnieje Juliusz Cezar”. O zdaniu tym przyjmował, że nie jest ani prawdą, ani fałszem, lecz nonsensem, choć zdanie „istnieje człowiek, który zwie się Juliusz Cezar” ma sens¹⁶⁷. Frege uważał, że zdania należące do literatury, lub szerzej: sfery sztuki, nie są ani prawdziwe, ani fałszywe.

W wycyszczonym języku naukowym nie powinny występować wyrażenia mające sens, ale pozbawione korelatu semantycznego¹⁶⁸. Dummett pisze, że Frege, po wprowadzeniu rozróżnienia sensu i korelatu semantycznego mógł zdania zawierające nazwy bez korelatu semantycznego traktować jako wyrażające myśl, bo nazwy te (nie mając korelatu semantycznego) miały sens¹⁶⁹.

Powracam do wartości logicznej jako korelatu semantycznego zdania. Do wyjątków należą tak zwane konteksty intensjonalne, sytuacje, w których występują zdania poboczne, na przykład zdania w mowie zależnej.

¹⁶² B. Russell: *Denotowanie*. W: *Logika i język. Studia z semiotyki logicznej*. Wybór, przekład, wstęp, przypisy J. Pełc. Warszawa 1967, s. 254–275. Por. J. Woleński: *Kierunki i metody filozofii analitycznej*. W: *Jak filozofować*. Red. J. Perzanowski. Warszawa 1989, s. 60–63.

¹⁶³ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 68–69. Wydaje się, że podane zdanie należy postraktować jako elipsę zdania: „W »Iliadzie« jest napisane, że »Odyszeusz został w głębokim śnie wysadzony na łąd Itaki«”. Podane zdanie jest przypadkiem mowy zależnej, a skoro tak, to korelatem semantycznym zdania „Odyszeusz został w głębokim śnie wysadzony na łąd Itaki” jest myśl wyrażona w tym zdaniu.

¹⁶⁴ G. Frege: *Begriffsschrift II (Sommersemester 1913)*. In: I d e m: *Vorlesungen über Begriffsschrift*. Nach dem Mitschrift von R. Carnap. „History and Philosophy of Logic” 1996, vol. 17, s. 20.

¹⁶⁵ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 69.

¹⁶⁶ Ibidem, s. 68–69.

¹⁶⁷ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 55. Mimo że podane wyrażenia Frege nazywał zdaniami, nie rozpoczynał ich z wielkiej litery.

¹⁶⁸ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 102.

¹⁶⁹ Ibidem, s. 46.

Korelatem semantycznym zdania pobocznego jest nie wartość logiczna, lecz myśl. Z kolei sensem takiego zdania jest nie myśl, lecz sens słów „myśl, że...” (część myśli odpowiadającej całemu zdaniu). Frege podał następujący przykład: „Kopernik sądził (1), że tory planet są kołami (2)”. Zdaniem pobocznym jest zdanie (2), jego korelatem semantycznym jest nie jedna z wartości logicznych, lecz myśl¹⁷⁰. Na wartość logiczną zdania złożonego z (1) i (2) nie ma wpływu wartość logiczna zdania pobocznego (2). Wartość logiczna zdania złożonego się nie zmieni, jeżeli w miejsce zdania pobocznego wstawimy „pozorny ruch Słońca jest wynikiem rzeczywistego ruchu Ziemi” (3), bo „[...] prawdziwość całości nie obejmuje ani prawdziwości, ani nieprawdziwości zdania pobocznego”¹⁷¹.

Na podstawie semantyki Fregego można sformułować następującą trudność: o myślach twierdził, że są prawdziwe lub fałszywe. Jak tę tezę pogodzić z jego wcześniejszą tezą, że myśl może być wyrażona w zdaniu pozbawionym korelatu semantycznego, a więc w zdaniu bez wartości logicznej, czyli w zadaniu niebędącym ani prawdziwym, ani fałszywym? Odpowiedź jest następująca: myśli wyrażone w nauce są prawdziwe lub fałszywe, ale nie muszą być takimi poza nauką!

W niepublikowanym dialogu z protestanckim teologiem, profesorem uniwersytetu w Jenie, napisanym w 1884 roku, a więc przed artykułem *Sens i znaczenie*, wyjaśniał:

Reguły logiki zakładają zawsze, że użyte w nich słowa nie są puste, że zdania są wyrazami sądów oraz że nikt nie prowadzi tylko gry tymi słowami. Skoro *Sachse jest człowiekiem* jest rzeczywistym sądem, to słowo *Sachse* coś oznacza i wtedy także nie potrzeba żadnej dodatkowej przesłanki, ażeby móc wnioskować, że *Istnieją ludzie*. Przesłanka *Sachse istnieje* jest wówczas zbędna¹⁷².

Zdanie nie ma korelatu semantycznego, jeżeli występująca w nim nazwa nie ma korelatu semantycznego, ale zdanie takie (jak i nazwa) ma sens¹⁷³. Pytaniem pozostaje, czy Frege jest w tym przypadku konsekwentny: tu wszak część zdania byłaby przed zdaniem, ponieważ wpieryw bada się znaczenie nazwy, a potem zdania. Pisał:

¹⁷⁰ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 75.

¹⁷¹ Ibidem, s. 74. Por. A. Kozanecka: *Zagadnienie tak zwanego aksjomatu Fregego*. „Roczniki Filozoficzne” 2005, t. 53, nr 2, s. 129.

¹⁷² G. Frege: *Dialog mit Pünjer über Existenz*. NS, s. 67. Podają za: A. Gut: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 241.

¹⁷³ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 68.

Fakt, że troszczymy się o znaczenie jakiejś części zdania, wskazuje jednak, że uznajemy i postulujemy znaczenie dla zdania jako całości¹⁷⁴.

W artykule *Sens i znaczenie* Frege powracał do swej koncepcji sądu z BS i utrzymywał:

[...] w każdym sądzie – nawet najbanalniejszym – robi się krok z poziomu myśli na poziom znaczeń, a więc do sfery obiektywnej¹⁷⁵.

Akt sądu można ująć jako przejście od myśli do jej wartości logicznej. Nie jest to żadna definicja. Sąd jest czymś jedynym w swym rodzaju i do niczego nie daje się porównywać¹⁷⁶.

Dalszą charakterystykę sądu przedstawię w podrozdziale *Analiza logiczna*.

Przyjęte przez Fregego odróżnienie sensu od korelatu semantycznego wyrażenia językowego jest fundamentalne dla zrozumienia źródeł filozofii analitycznej, chociaż dziś tę dystynkcję rozważa się z pominięciem Fregeowskiego kontekstu, w jakim powstała, i wskazuje się liczne trudności z jej doprecyzowaniem.

Gottlob Frege szeroko i specyficznie rozumiał nazwy własne, co szczególnie często podkreślają filozofowie analityczni. Korelatem semantycznym nazwy własnej jest obiekt, który ta nazwa nazywa. Najważniejsze przykłady nazw, jakie podawał Frege, to: „Gwiazda Poranna”, „Gwiazda Wieczorna”¹⁷⁷. Zdania z kolei uznawał za nazwy odnoszące się do prawdy lub fałszu¹⁷⁸. Traktował więc zdania jako (pewnego rodzaju) nazwy. Wszak denotacją nazwy, jej korelatem semantycznym jest to, do czego nazwa się odnosi, przedmiot przez nazwę oznaczany. Zgodnie z koncepcją Fregego denotacją zdania, czyli korelatem semantycznym zdania, nie jest sytuacja przez to zdanie nazywana ani fakt, ale prawda albo fałsz. Dummett zauważa, że w GG za nazwę uważał Frege to wszystko, co ma sens i korelat semantyczny, a zatem: nazwy własne, znaki funkcyjne (*function-signs*) i zdania¹⁷⁹.

¹⁷⁴ Ibidem, s. 69.

¹⁷⁵ Ibidem, s. 70.

¹⁷⁶ Ibidem, s. 72.

¹⁷⁷ Dummett daje następujące przykłady nazw własnych: zasada podwójnego skutku, prawo Boole’a, hipoteza Riemanna. Zob. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege’s Philosophy...*, s. 41. W świetle filozofii Fregego takie stanowisko jest zrozumiałe: te wyrażenia odnoszą się do idealnych obiektów z trzeciego królestwa.

¹⁷⁸ G. F r e g e: *Sens i znaczenie...*, s. 70.

¹⁷⁹ M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege’s Philosophy...*, s. 337.

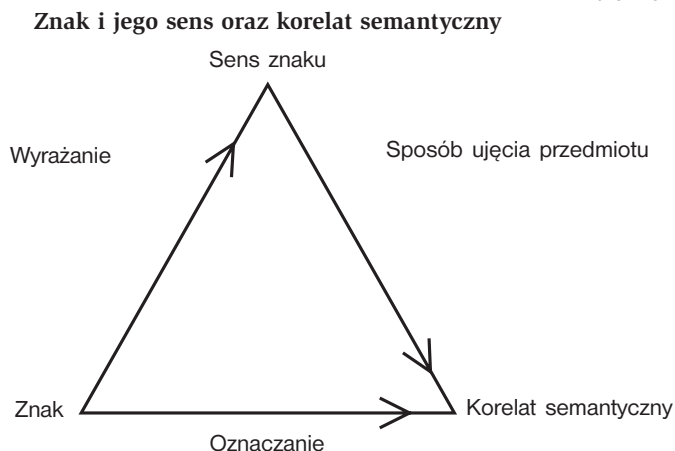
W *Funkcji i pojęciu* (1891) kreskę negacji odnosił do funkcji, której wartością jest fałsz dla tych argumentów, dla których „ $\neg x$ ” ma za wartość prawdę, i prawdę dla tych, dla których „ $\neg x$ ” ma wartość fałszu¹⁸⁰. I tak, na przykład

$$\perp \quad 2^2 = 5$$

oznacza prawdę i dlatego taki zapis mógł być uzupełniony kreską sądu¹⁸¹.

Podsumowanie semantyki z lat 1891–1892 można przedstawić w postaci schematu 2.

Schemat 2



Ad 4. Semantyka przedstawiona w GG

Gottlob Frege używał swej semantyki jako narzędzia w obu tomach GG (1893, 1903). We wstępie napisał, że w tej książce zamierza pokazać, iż przy użyciu środków tylko logicznych, nazywanych pismem pojęciowym, można przedstawić arytmetykę jako gałąź logiki¹⁸². Semantyczne kategorie sensu i korelatu semantycznego (w odniesieniu do nazwy i zdania) uzupełniają pismo pojęciowe w realizacji tego zadania. Uważał je za znaki pierwotne i lakonicznie omówił (nie zmieniając ich rozumienia w odniesieniu do wcześniejszych tekstów) w części GG zatytułowanej *Przedstawienie pisma pojęciowego*¹⁸³.

Gottlob Frege potrzebował semantyki z tego względu, że jego koncepcja wyprowadzenia praw arytmetyki liczb naturalnych z praw i definicji

¹⁸⁰ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 35.

¹⁸¹ Ibidem, s. 36.

¹⁸² GG I, s. 1.

¹⁸³ Do znaków pierwotnych są także zaliczone: funkcja, pojęcie, stosunek, myśl, przedmiot, zakres. GG I, s. XVII.

logiki opierała się na rozumieniu równości. Tam jako synonimiczne traktował: „równy” (*gleich*), „zbiegający się z” (*zusammenfallend mit*), „identyczny z” (*identisch mit*)¹⁸⁴. Pisał:

[...] w równości $2^2 = 4$ znaki stojące po lewej stronie różnią się od znaków stojących po prawej, ale obie strony oznaczają [*bezeichnen*] lub odnoszą się [*bedeuten*] do tej samej liczby¹⁸⁵.

2^2 i $2 + 2$ nie mają tego samego sensu, ale $2^2 = 4$ i $2 + 2 = 4$ mają ten sam sens¹⁸⁶.

W GG I twierdził, że nazwy bez denotacji nie mogą występować w piśmie pojęciowym¹⁸⁷. „Nazwą oznaczam (*bezeichne*) to, do czego nazwa się odnosi (*bedeutet*)”¹⁸⁸. Tu także używał nazwy własnej, rozumianej jako znak (prosty lub złożony) odnoszący się do pewnego przedmiotu¹⁸⁹. Wartości logiczne i przebiegi wartości logicznych nadal uważał za obiekty¹⁹⁰. Opowiadał się także za zasadą kompozycjonalności:

Kiedy nazwa jest częścią nazwy wartości logicznej, wtedy sens nazwy jest częścią sensu nazwy wartości logicznej¹⁹¹.

Ad 5. Semantyka przedstawiona w notatkach Carnapa

Ze względu na semantykę Fregego ciekawym tekstem są niedawno wydane notatki z wykładów Fregego, na jakie uczył R. Carnap¹⁹².

¹⁸⁴ GG I, s. IX. Warto tu dodać, że identycznością zajmował się także Lotze. W jego filozofii identyczność odgrywała jeszcze większą rolę niż w filozofii Fregego. Zob. G. Gabriel: *Einleitung*. In: H. Lotze: *Logik*. Drittes Buch: *Erkennen*. (*Methodologie*). Hrsg. G. Gabriel. Hamburg 1989, s. XIV.

¹⁸⁵ Ibidem. Tłumaczenie własne.

¹⁸⁶ GG I, s. 7. Tłumaczenie własne. W PS Frege inaczej pisał o sensie dwóch równości. „ 2^2 ” i „ $2 + 2$ ” są traktowane jako nazwy tej samej liczby (a więc jako nazwy mające ten sam korelat semantyczny), mające jednak różny sens. Jednak „ $2^4 = 4^2$ ” i „ $4 \times 4 = 4^2$ ” to zdania, które są prawdziwe (a więc mają ten sam korelat semantyczny, prawdę), ale dlatego że nie wyrażają tej samej myśli, nie mają tego samego sensu. Zob. także G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 28–29.

¹⁸⁷ GG I, § 5, s. 9, przypis.

¹⁸⁸ GG I, § 2, s. 7. Tłumaczenie własne.

¹⁸⁹ Więcej zob. GG I, § 26, s. 43–44.

¹⁹⁰ GG I, § 10, s. 17.

¹⁹¹ GG I, § 32, s. 51. Tłumaczenie własne.

¹⁹² Odnalezione zostały notatki z trzech wykładów, których słuchał Carnap: *Begriffsschrift I* (1910–1911), *Begriffsschrift II* (1913) oraz *Logic in Mathematics* (1914). Dwa pierwsze ukazały się w wydaniu niemieckim i angielskim, trzeci tylko w wydaniu angielskim. G. Frege: *Begriffsschrift I*. (*Wintersemester 1910/1911*). In: I d e m: *Vorlesungen über Begriffsschrift...*, s. 1–19; I d e m: *Begriffsschrift II*. (*Sommersemester 1913*)..., s. 20–48;

W jednym z nich przedstawione są zależności między podstawowymi kategoriami semantycznymi¹⁹³ (tabela 1).

Tabela 1

Sens a korelat semantyczny nazwy, zdania, predykatu, zdania w mowie zależnej

Znak	Sens	Korelat semantyczny
Nazwa własna	sens nazwy własnej	przedmiot
Zdanie	myśl	wartość logiczna
Predykat	sens predykatu	pojęcie
Zdanie w mowie zależnej		myśl

Frege niejednokrotnie przywoływał podział zdania na frazę podmiotową i frazę predykatywną. W frazie podmiotowej występują nazwy, w predykatywnej – predykaty.

Notatki Carnapa z wykładów Fregego z 1913 roku przedstawiają semantykę, którą przyjmował po odkryciu antynomii w swym systemie. Znak wyraża (*ausdrücken*) sens, oznacza (*bezeichnen*) korelat semantyczny, na przykład „nazwa własna” (*Eigenname*) odnosi się (*bedeuten*) do przedmiotu, który nazywa¹⁹⁴. W przypadku różności nazw mamy do czynienia także z różnymi sensami¹⁹⁵. Ale nie zawsze! Jak pisał w *Funkcji i pojęciu*, *Viola odorata* i „fiołek wonny” brzmią inaczej, a jednak mają ten sam sens i znaczenie, bo „Sama różność oznaczeń nie decyduje jeszcze o różności oznaczanych twórow”¹⁹⁶. Nazwa własna ma swój korelat semantyczny, rozumiany jako rzecz, o której mowa, i sens, który jest częścią myśli. Nazwa „Scylla” ma tylko sens, natomiast w zdaniu „Góra Etna jest wyższa niż Wezuwiusz” nie występuje ta „góra” jako skała, ale jako coś niepoznawalnego zmysłem wzroku, część myśli. „5” i „3 + 2” mają ten sam korelat semantyczny, ale różne sensy¹⁹⁷. Jeżeli zdanie nie ma korelatu semantycznego, lecz tylko sens, to nie jest zdaniem z zakresu nauki, ale poezji. Wiedzę daje dopiero myśl wraz ze swym znaczeniem, czyli swą wartością logiczną. Korelaty semantyczne części zdania nie są częściami korelatu semantycznego zdania, jednak sens jednej części zdania jest czę-

I d e m: *Logic in Mathematics. Summer Semester 1914...*, s. 135–166. Można więc powiedzieć, że Frege nie dokonał istotnych zmian w swej semantyce po odkryciu antynomii. Tym niemniej przytaczam niektóre sformułowania Fregego ze względu na inne ujęcia słowne.

¹⁹³ G. F r e g e: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911...*, s. 16. Tłumaczenie własne.

¹⁹⁴ G. F r e g e: *Begriffsschrift II. Sommersemester 1913...*, s. 20.

¹⁹⁵ G. F r e g e: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911...*, s. 15. Tłumaczenie własne.

¹⁹⁶ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 19–20.

¹⁹⁷ G. F r e g e: *Logic in Mathematics. Summer Semester 1914...*, s. 148.

ścią sensu zdania. Korelatem semantycznym zdania jest jego wartość logiczna.

W niepublikowanym *Logik in der Mathematik* (1914), który był konспекtem do wykładu, z którego Carnap zrobił notatki, Frege pisał:

Zdaniem nazywam znak, który z reguły jest złożony, niezależnie od tego, czy części są znakami wypowiedzianymi czy pisanymi. Ten znak musi, oczywiście, mieć sens. Zajmuję się tutaj tylko zdaniami, które coś wypowiadają lub twierdzą. Możemy zdanie przetłumaczyć na inny język. Zdanie w innym języku różni się od zdania pierwotnego, bo składa się z innych części (dźwięków), ale kiedy tłumaczenie jest poprawne, to zdanie wyraża ten sam sens. I ten sens jest tym, o co nam chodzi¹⁹⁸.

Nasze zdanie [Satz] będzie miało korelat semantyczny [Bedeutung] tylko wtedy, gdy wyrażona w nim myśl jest prawdziwa lub fałszywa. Korelat semantyczny [Bedeutung] zdania musi być czymś, co pozostaje takie samo wtedy, gdy jedna z jego części jest zastąpiona inną o takim samym znaczeniu¹⁹⁹.

Ad 6. Semantyka przedstawiona w późnych artykułach Fregego (1918–1923)

Gottlob Frege przyjmował, że zdanie to „ciąg głosek, ale tylko o tyle, o ile ma sens; co nie znaczy zresztą, by każdy sensowny ciąg zgłosek był zdaniem”²⁰⁰. W 1919 roku, w *Szkicu dla Darmstaedtera* stwierdził, że zdanie można traktować jako odwzorowanie myśli²⁰¹.

Dummett uważa, że Frege w GG, pisząc *der Name eines Wahrheitswertes*, miał na myśli zdanie (*sentence*)²⁰². Sensem jest ta część znaczenia (*meaning*) wyrażenia, która odpowiada za determinację warunków prawdziwości zdania (*sentence*), w którym to wyrażenie może występować. Za barwienie – to pozostała część znaczenia.

W artykule *Myśl*, w 1918 roku, Frege wyraził przekonanie, że sensem zdania (oznajmującego) jest myśl, a zdanie dla niezmysłowej myśli pełni funkcję zmysłowej szaty²⁰³. W tym tekście nadal łączył prawdziwość z sensem zdania²⁰⁴, a korelatem semantycznym zdania nadal była jedna z dwóch wartości logicznych: prawda albo fałsz.

¹⁹⁸ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 222. Tłumaczenie własne.

¹⁹⁹ Ibidem, s. 251. Tłumaczenie własne.

²⁰⁰ G. Frege: *Myśl – studium logiczne*. PS, s. 104.

²⁰¹ G. Frege: *Szkiec dla Darmstaedtera...*, s. 137.

²⁰² M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 262.

²⁰³ G. Frege: *Myśl – studium logiczne...*, s. 105.

²⁰⁴ Ibidem, s. 104, 105.

Rok później, w niepublikowanym *Szkicu dla Darmstaedtera* pisał: sens może być składnikiem myśli, a korelat semantyczny – nie²⁰⁵. I dalej:

Znaczenia mają nie tylko składniki zdań; ma je także całe zdanie, przy czym sensem jest wtedy myśl. Wszystkie zdania wyrażające jakąś myśl prawdziwą mają to samo znaczenie i wszystkie zdania wyrażające jakąś myśl fałszywą mają to samo znaczenie (*Prawdę* lub *Falsz*)²⁰⁶.

Warunkiem koniecznym posiadania denotacji przez zdanie jest posiadanie denotacji przez jego składniki. Zdanie jest więc tym, wobec czego może w ogóle pojawić się kwestia prawdziwości²⁰⁷. Są zdania, które wyrażają myśl, a nie mają znaczenia. Na przykład w niepublikowanym tekście dla Darmstaedtera (1919) pisał, że negacja nie należy do aktu sądenia, ale jest składnikiem myśli, i wątpił w możliwość podziału myśli (i sądów odpowiadających myślom) na twierdzące i przeczące²⁰⁸. W tym okresie Frege opublikował także tekst poświęcony negacji. Tam przyjmuje tylko jeden sposób sądenia: asercję, tym samym odrzuca inną możliwość: są dwa sposoby sądenia, negacja („jest fałszem, że...”) oraz asercja („prawdą jest, że...”). To ostatnie rozwiązanie uniemożliwia posługiwanie się, w dowodach nie wprost, *modus tollendo tollens* i przyjęcie założenia: „Przyjmijmy, że *a* nie jest równe *b*”, gdzie negacja pojawia się we frazie orzecznikowej²⁰⁹. W przyjętym rozwiązaniu Frege upatrywał korzyści w postaci ekonomii („Jeżeli możemy poradzić sobie jednym sposobem sądenia, wtedy musimy [poprzestać – G.B.] na nim”²¹⁰). Negowanie nie jest drugim, obok asercji, typem sądenia, bo „słowo negujące” lub „negująca sylaba” – jak pisał Frege – jest związana z osądzaną treścią²¹¹.

Michael Dummett uważa, że semantykę Fregego można ująć w czterech następujących zasadach²¹²:

Zasada pierwsza: nazwa własna odnosi się do obiektu; Dummett dodaje, że semantyczną rolą nazwy własnej jest uczynić nas zdolnymi, do mówienia o jej nosicielu.

²⁰⁵ G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 137.

²⁰⁶ Ibidem.

²⁰⁷ G. Frege: *Myśl – studium logiczne...*, s. 104.

²⁰⁸ G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 134–135.

²⁰⁹ G. Frege: *Die Verneinung...*, s. 56. (*Negacja...*, s. 142). Na temat dyskusji nad koncepcją sądenia (co pokazuje tło dla artykułu *Negacja*) zob. K. Rottler: *Dwa paradygmaty gramatyki filozoficznej...*

²¹⁰ G. Frege: *Die Verneinung...*, s. 67. (*Negacja...*, s. 153).

²¹¹ Ibidem.

²¹² M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 159–163.

Zasada druga: korelatem semantycznym zdania jest jego wartość logiczna; tę zasadę Dummett uważa za najważniejszą.

Zasada trzecia: jeżeli składnikowi wyrażenia złożonego brakuje korelatu semantycznego, to całe wyrażenie jest też pozbawione tego korelatu.

Zasada czwarta: korelat semantyczny wyrażenia niekompletnego jest sam w sobie niekompletny.

Przedstawione zagadnienia można uznać za elementy filozofii języka, którą zbudował Frege, a która jest badana i rozwijana do dziś. Znalazła kontynuatorów w takich myślicielach jak: Russell, Wittgenstein, Carnap, Church, i wywarła wielki wpływ na rozwój logiki i filozofii.

Semantyka a koncepcja myśli

Chociaż początki koncepcji myśli są widoczne już w pierwszej książce Fregego, BS, to pełna koncepcja trzech królestw, z których jedno jest królestwem myśli, została przedstawiona dopiero w artykule *Myśl – studium logiczne*, napisanym w 1918 roku.

Słowo „myśl” nie pojawia się w pierwszej książce, ale występuje tam fraza: „treść nadająca się do osądu” (*beurteilbarer Inhalt*), co jest traktowane jako pierwowzór myśli. W późniejszych tekstach Frege napisze, że w tym, co wcześniej rozumiał jako treść nadającą się do osądu”, później rozróżnił wartość logiczną i myśl²¹³.

W BS, czyli na długo przed sformułowaniem koncepcji myśli, Frege dzielił sądy czystego myślenia (*das reine Denken*)²¹⁴ na takie, które dają się wyrazić symbolicznie (są to aksjomaty oraz z nich wyprowadzone tautologie), i takie, których symbolicznie nie da się wyrazić. Te drugie nazywał prawami, których odwzorowaniem są reguły; nie mogą zostać wyrażone w piśmie pojęciowym, bo stanowią jego podstawę²¹⁵. Z czasem te podstawy zostaną nazwane królestwem myśli.

Słowo „myśl” występuje w GL, drugiej książce Fregego, ale nie pełni jeszcze funkcji technicznej. Tym niemniej od tego czasu aż do ostatnich tekstów autor będzie się posługiwał tą kategorią.

²¹³ GG I, § 5, s. 38, przypis. Sformułowanie „treść nadająca się do osądu” występuje także (jako tytuł rozdziału) w szkicu podręcznika z logiki – G. Frege: *Logik* [1879–1891]. NS, s. 7.

²¹⁴ Tej frazy często używano w filozofii w dziewiętnastym wieku i na początku dwudziestego wieku. Zob. F. Kirchner: *Wörterbuch der philosophischen Grundbegriffe* (1907). www.textlog.de; R. Eisler: *Wörterbuch der philosophischen Begriffe* (1904). www.textlog.de.

²¹⁵ BS, § 13, s. 25. (*Ideografia...*, s. 72).

W omawianej pozycji Frege zajmował się kwestią samodzielności niektórych przedmiotów, co było mu potrzebne ze względu na liczbę. Prawdopodobnie przedmioty należące do trzeciego królestwa mają tę ważną cechę samodzielności. Morscher zalicza Fregego do realistów logicznych, przyjmujących, że

logika (a ostatecznie także teoria poznania) ma do czynienia ze swoistą kategorią przedmiotów, które różnią się od psychicznych fenomenów oraz od językowych wyrażeń²¹⁶.

Dalej pisze, że Fregego myśli można zdefiniować jako „klasę [abstrakcji – D.B., T.K.] wszystkich zdań równoważnych z danymi zdaniami wypowiedzianymi”²¹⁷.

Pierwsze, *quasi*-definicyjne określenie myśli – jakie podał Frege – znajduje się w artykule *Sens i znaczenie*, opublikowanym w 1892 roku. Tam myśl jest określana następująco:

Przez myśl rozumiem nie subiektywny akt myślenia, lecz jego obiektywną treść, która może być wspólną własnością wielu²¹⁸.

Wartość logiczna nie może być składnikiem myśli, jak nie może nim być Słońce, które jest nie sensem, ale przedmiotem²¹⁹.

Później, w niepublikowanym tekście *Logik* (1897), który mógł być szkicem planowanego, tak właśnie zatytułowanego podręcznika logiki i notatkami do wykładu, Frege zaznaczył, że nie należy ze słowem „myśl” łączyć potocznego znaczenia²²⁰. Następująco określał związek myśli, zdania i sensu:

Sens zdania jest nazywany myślą. [...] Myśl jest wyrażana w zdaniu oznajmującym [*Behauptungssatz*], z czym jest związane poznanie jej prawdziwości²²¹.

Ponadto myśli mogą być prawdziwe lub fałszywe i jako takie, są niezależne od mówiącego. Myśli są nieprzestrzenne, niematerialne i w szczególnym znaczeniu tego słowa rzeczywiste (*etwas Wirkliches*)²²².

²¹⁶ E. Morscher: *Od Bolzana do Meinonga: Z dziejów logicznego realizmu*. Tłum. D. Bęben, T. Kubalica. „Kwartalnik Filozoficzny” 2005, t. 53, z. 1, s. 141.

²¹⁷ Ibidem, s. 160.

²¹⁸ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 68.

²¹⁹ Ibidem, s. 72.

²²⁰ G. Frege: *Logik* [1897]. NS, s. 138.

²²¹ Ibidem, s. 137–138. Tłumaczenie własne.

²²² Ibidem, s. 138.

W GG myśl nadal stanowiła ważną kategorię filozoficzną, którą Frege traktował jako dopełnienie swej logiki. Przyjęte rozumienie myśli podał w początkowych paragrafach, a w dalszych partiach obu tomów GG niejednokrotnie odwoływał się do tej kategorii. W tym okresie Frege następująco określał zależności między myślą, sądem, sensem i prawdą:

Sens nazwy wartości logicznych nazywam myślami²²³.

Odróżniam sąd od myśli w ten sposób, że przez sąd rozumiem uznanie prawdy o myśli²²⁴.

Nazwy (proste lub już w sobie złożone), z których składa się nazwa²²⁵ wartości logicznej, wnoszą to, że wyrażają myśl, a ten indywidualny wkład jest jej sensem²²⁶.

Uważał, że każde zdanie pisma pojęciowego wyraża jakąś myśl²²⁷.

Chociaż w GG nieobecna jest jeszcze koncepcja trzech królestw, widać, jak Frege „dojrzewa” do jej przyjęcia, na przykład w następującym fragmencie:

Jeżeli matematycy mają rozbieżne opinie o równości; nie znaczy to nic ponad to, że matematycy nie zgadzają się co do treści swej nauki, a jeżeli naukę traktujemy jako istotnie składającą się z myśli, a nie ze słów i z symboli, to znaczy, że nie ma jednej nauki matematyki w ogóle, a właściwie – że matematycy nie rozumieją się wzajemnie²²⁸.

W 1911 roku, podczas swych wykładów, Frege mówił: „ $2^2 = 4$ ” jest całkowitą (kompletną, zupełną) myślą, a „ a^2 ” nią nie jest, o czym wiemy z notatek Carnapa²²⁹. Z nich dowiadujemy się także, że według Fregego

Zdanie ma wartość dla nas przez sens, który ujmujemy i który potrafimy poznać jako ten sam w tłumaczeniu. Ten sens nazywam myślą. To, czego dowodzimy, nie jest zdaniem, ale myślą²³⁰.

²²³ GG I, § 2, s. 7. Tłumaczenie własne.

²²⁴ GG I, § 5, s. 9. Tłumaczenie własne.

²²⁵ Dummett pisze, że Frege miał tu na myśli nie nazwę, lecz zdanie (*sentence*). Zob. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 262.

²²⁶ GG I, § 32, s. 51. Tłumaczenie własne.

²²⁷ GG I, § 32, s. 50–51.

²²⁸ GG II, § 58, s. 71, przypis. Tłumaczenie własne.

²²⁹ G. F r e g e: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911...*, s. 11.

²³⁰ „Der Satz hat einen Wert für uns durch den Sinn, den wir in ihm erfassen, und den wir als denselben wiedererkennen auch in Übersetzung. Diesen Sinn nenne ich Gedanken. Was wir beweisen, ist nicht der Satz, sondern der Gedanke”. G. F r e g e: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 222. Tłumaczenie własne.

W matematyce dowodzimy nie zdań (które w różnych językach mogą wyrażać ten sam sens), lecz myśli; myśl jest niepoznawalna zmysłowo, ale w zdaniu jest wyrażona przez to, co może być słyszane czy widziane²³¹. Części myśli odpowiadają częściom zdania (*Satz*)²³². Tu po raz pierwszy padło sformułowanie, że myśli należą do królestwa prawdy i nauki²³³, które z czasem zostanie nazwane królestwem myśli. Do owego królestwa jednak nie zaliczał myśli typu: „Scylla ma 6 głów”. Z powodu ułomności konstrukcji takiego zdania, polegającej na użyciu znaku niemającego korelatu semantycznego (Scylla), brakuje mu wartości logicznej. Pozwala to zrozumieć, dlaczego Frege twierdził, że tego typu zdania wyrażają myśli, ale one przynależą do poezji i legend²³⁴.

Myśl jest wyrażona w zdaniu pod każdym względem kompletnym, na przykład uwzględniającym podanie czasu. Dopiero o takim zdaniu można powiedzieć, że jest ono prawdziwe lub fałszywe²³⁵.

Gottlob Frege uważał także, że myśli są złożone z cegiełek myśli (*Gedankenbausteine*). Jako przykład takiej cegiełki podał nazwę własną „ta Etna”, jako fragment zdania „Ta Etna jest wyższa niż Wezuwiusz”. Zauważył, że „Etna” i „Wezuwiusz” mają swój sens i korelat semantyczny, który można wskazać. Nie sposób jednak wskazać myśli, że Etna jest wyższa niż Wezuwiusz²³⁶.

W artykule *Myśl – studium logiczne* (1918) Frege przedstawił pełną, ontologiczną koncepcję trzech królestw: rzeczy zewnętrznych, przedstawień i obiektywnej myśli²³⁷. W artykule *Negacja* dodał jeszcze jedno królestwo: języka i słów²³⁸.

Królestwo myśli jest niezależne od jakiegokolwiek podmiotu poznającego, bo gdyby myśl wymagała nosiciela, byłaby tylko jego myślą; nie byłoby wtedy nauki wspólnej wszystkim ludziom²³⁹. Myśli są prawdziwe bezczasowo, niezależnie od tego, czy ktoś tę prawdziwość uznaje; myśl nie staje się prawdziwa dopiero po jej odkryciu²⁴⁰. Praca naukowa polega na odkrywaniu myśli prawdziwych, a nie na ich tworzeniu. Dlatego można powiedzieć, że myślenie nie polega na „produkowaniu” myśli, ale na jej ujmowaniu. Tym niemniej należy odróżnić ujęcie myśli od rozpoznania jej

²³¹ Ibidem, s. 222–223.

²³² Ibidem, s. 224.

²³³ Ibidem, s. 243.

²³⁴ Ibidem.

²³⁵ Ibidem, s. 127.

²³⁶ Ibidem.

²³⁷ Królestwo myśli jest także nazywane królestwem sensów. G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 137.

²³⁸ G. Frege: *Die Verneinung...*, s. 66. (*Negacja...*, s. 152).

²³⁹ G. Frege: *Myśl – studium logiczne...*, s. 117, 124.

²⁴⁰ Ibidem, s. 118, 125.

prawdziwości. Królestwo myśli, z natury swej obiektywne, wieczne, niezmiennie²⁴¹, jest królestwem rzeczy niezmysłowych, a ich realność jest inna niż realność rzeczy czasoprzestrzennych²⁴². Myśl może być wyrażona w języku, ale ontologicznie pozostaje od niego niezależna, podobnie – od wszelkiej ludzkiej aktywności. Myśl – to pierwotny nośnik prawdy. Jedną myśl można wyrazić za pomocą wielu zdań, wskutek czego

raz to, raz tamto występuje jako podmiot lub orzeczenie. W samej myśli nie jest jeszcze przesądzone, co należy wziąć za podmiot. [...] Język dysponuje środkami, by raz ten, raz tamten fragment myśli ujmować jako podmiot²⁴³.

Myśli mogą być identyczne, a odpowiadające im zdania – nie. Zdanie może wyrażać myśl nieadekwatnie. Nie jest wykluczone, że inne, pozaludzkie byty nie muszą korzystać z posługiwania się językiem w wyrażaniu myśli. Frege konsekwentnie łączył myśl z prawdziwością:

Nie usiłując podać definicji, myślą nazywam to, wobec czego w ogóle może się pojawić kwestia prawdziwości²⁴⁴.

Jako przykład myśli podał twierdzenie Pitagorasa²⁴⁵.

Gottlob Frege przyjmował, że do myśli nie należy zabarwienie (*Färbung*) i oświetlenie (jakie *sensom* nadaje poezja i retoryka)²⁴⁶ oraz „to, co jest nastrojem, smakiem, oświetleniem utworu literackiego i czemu służą intonacja i rytm”²⁴⁷. Według niego zabarwienie i oświetlenie nie mają cechy obiektywności, bo słuchacz lub czytelnik sam tworzy je dla siebie, idąc za sugestiami mówcy czy poety²⁴⁸. W konsekwencji dla myśli jest obojętne, czy powie się „koń”, „rumak” czy „szkapa”²⁴⁹. Z myślą nie są związane także zmienne własności, jakie przedmiot ma w „chwili mówienia”²⁵⁰. Z tych względów „Treść zdania wykracza [...] często poza wyrażoną w nim myśl”²⁵¹.

²⁴¹ Ibidem, s. 128.

²⁴² Ibidem, s. 129.

²⁴³ G. F r e g e: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 54.

²⁴⁴ G. F r e g e: *Myśl – studium logiczne...*, s. 105.

²⁴⁵ Ibidem, s. 127.

²⁴⁶ G. F r e g e: *Sens i znaczenie...*, s. 67. Dummett zabarwienie i ton uważa za części składowe *meaning*. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 78.

²⁴⁷ Ibidem, s. 109.

²⁴⁸ G. F r e g e: *Sens i znaczenie...*, s. 67.

²⁴⁹ G. F r e g e: *Myśl – studium logiczne...*, s. 109.

²⁵⁰ Ibidem, s. 127.

²⁵¹ Ibidem, s. 110.

W rozumieniu Fregego, do tej charakterystyki trzeciego królestwa, prócz myśli, nic lepiej nie pasuje, jak prawda i liczba. Można jedynie dyskutować, który z tych przedmiotów jest uważany za podstawowy.

Następnym tekstem Fregego poświęconym w znaczącej części zagadnieniu myśli jest *Szkic dla Darmstaedtera*, napisany w 1919 roku. Powtarzał w nim swe poprzednie tezy dotyczące myśli: mogą one być prawdziwe lub fałszywe²⁵². Pisał także:

Zdanie można traktować jako odwzorowanie [*Abbildung* – G.B.] myśli, przy którym stosunek części do całości między myślą i jej składnikami odpowiada z grubsza podobnemu stosunkowi między zdaniem i jego składnikami²⁵³.

Nową tezą zawartą w tym tekście jest stwierdzenie, że „negacja nie należy do aktu sądenia, lecz stanowi składnik myśli”²⁵⁴.

„Myśl” często przewija się także w dwóch ostatnich tekstach, opublikowanych jeszcze za życia Fregego: *O negacji* (1919) i *Gedankengefüge* (1923).

Dla polskiego czytelnika koncepcja królestwa myśli stanowi bardzo ważny wyznacznik ontologicznego stanowiska Fregego i trudno oceniać jego dorobek filozoficzny bez wyakcentowania tej koncepcji. Gabriel zwraca uwagę, że realizmu ontologicznego Frege mógł „się nauczyć” od Lotzego, swego profesora z Getyngi, który przyjmował specyficzną interpretację platońskiego świata idei, nazywaną przez Gabriela „transcendentalnym platonizmem”²⁵⁵.

Nie wszyscy interpretatorzy pism Fregego przypisują tej koncepcji rolę znaczącą. Do nich należy na przykład Dummett, który uważa, że ta koncepcja została dopracowana i opublikowana pod koniec życia Fregego, czyli wtedy gdy autor nie odnalazł się jeszcze w rzeczywistości matematyczno-logiczno-filozoficznej po sformułowaniu antynomii w swej logice. Dlatego też Dummett konsekwentnie traktuje ją marginalnie. Tym niemniej warto zwrócić uwagę na to, co – mimo wszystko – ten wielki znawca pism Fregego pisze na temat myśli. „Myśl” w ujęciu Fregego rozumie Dummett następująco:

²⁵² G. F r e g e: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 134.

²⁵³ Ibidem, s. 137.

²⁵⁴ Ibidem, s. 134.

²⁵⁵ G. G a b r i e l: *Frege, Lotze, and the Continental Roots of Early Analytic Philosophy...*, s. 41. Dalej Gabriel pisze, cytując Lotzego: „Lotze’s conception of validity »as a form of Reality (*Wirklichkeit*)« presupposes »the externally self-identical significance of Ideas«”. Ibidem, s. 42.

Myśl jest przezroczysta (*transparent*) w takim znaczeniu, że jeżeli ją ujmiesz, to wiesz wszystko, co można o niej jako takiej wiedzieć. Możesz nie wiedzieć, czy jest prawdziwa, bo to zależy od tego, jaki jest świat; możesz nie wiedzieć, czy w nią wierzyć, to bowiem zależy od jej relacji do myślących; możesz nie wiedzieć, czy jest analityczna, ponieważ to zależy od dedukcyjnych związków z innymi myślami; ale myśl nie może mieć żadnej wewnętrznej cechy, co do której brak ci poznania (*conception*)²⁵⁶.

Myśl jest sensem zdania, możemy ująć myśl tylko jako sens pewnego zdania. Tym samym ujęcie sensu jest formą rozumienia wyrażenia²⁵⁷.

Przykładowo, inny badacz pism Fregego Beaney uważa, że Frege myśli traktuje jako obiekty²⁵⁸.

Dla Fregego celem analizy jest dotarcie do myśli. Bezsporny związek między analizą i myślą można poprzeć następującymi fragmentami jego tekstów:

[...] ta sama myśl przy jednej analizie przedstawi się jako jednostkowa, przy innej jako szczegółowa, a przy jeszcze innej – jako ogólna²⁵⁹.

Myśl jest zbudowana z elementów myśli [*Gedankenbausteine*]. I te elementy odpowiadają grupom dźwiękowym, z których jest zbudowane zdanie, które wyraża myśl, tak że odbudowa zdania z części zdania odpowiada odbudowie myśli z części myśli. I część myśli można nazwać sensem odpowiadającej jej części zdania, tak że myśl jest ujmowana jako sens zdania²⁶⁰.

W 1902 roku w liście do Russella pisał:

„Sokrates i Platon są filozofami”. Tu mamy dwie myśli: *Sokrates jest filozofem* i *Platon jest filozofem*, które są połączone ze względu na wygodę. Logicznie, *Sokrates i Platon* nie jest rozumiane jako podmiot, o którym orzeka się bycie filozofem²⁶¹.

²⁵⁶ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 51. Tłumaczenie własne.

²⁵⁷ Ibidem, s. 478. Tłumaczenie własne.

²⁵⁸ M. Beaney: *Introduction...*, s. 13.

²⁵⁹ G. Frege: *Myśl – studium logiczne...*, s. 54.

²⁶⁰ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 243. Tłumaczenie własne.

²⁶¹ Frege an Russell 28.07.1902. GFB, s. 70. Tłumaczenie własne. O różnicach między myślą a językiem zob. L. Koj, A. Gut: *Uwagi o antypsychologizmie Fregego i Husserla*. W: *Psychologizm i antypsychologizm*. Red. A. Olech. Kraków 2001, s. 54.

Pytaniem jest: czy analiza językowa za pomocą semantyki „dociera” także do pierwszego i drugiego królestwa?

Analiza językowa posługująca się semantyką musi być uzupełniona analizą logiczną.

Analiza logiczna

Analiza logiczna jest procesem rozbierania zdania na jego części składowe po to, by pokazać logiczną strukturę tego zdania. Jej drugi przypadek polega na przebudowie danego zdania, z nieprawidłową strukturą logiczną, na zdanie, w którym ta struktura byłaby poprawna. Taka analiza ma na celu dotarcie do „logicznych składników sądu”²⁶². Analizowane są także struktury wnioskowania.

Analiza logiczna, prowadząca do analizy struktury zdania lub struktury wnioskowania, nie jest analizą językową. Tu logika odgrywa rolę instrumentu, czyli narzędzia, które służy badaniu struktury zdania oraz wnioskowania. Christian Thiel zauważa:

Frege rzeczywiście jako pierwszy uprawiał analizę języka naturalnego środkami logiki formalnej (w dużej części wypracowanymi dopiero przez niego) [...] analizy te wywarły duży wpływ na rozwój filozofii²⁶³.

Danielle Macbeth we *Frege's Logic* pisze, że filozof i logik z Jeny rozwinął swe pismo pojęciowe po to, by wprowadzić instrument do przeprowadzenia swego programu logicyzmu, zgodnie z którym prawa arytmetyki są wyprowadzalne z praw logiki i definicji²⁶⁴. Dummett uważa, że Frege był zainteresowany taką analizą myśli, której dokonuje się na podstawie analizy zdań oczyszczonego języka i jego notacji logicznej. Uważa także, że ta notacja logiczna jest niemalże doskonałym narzędziem wyrażania myśli, tak doskonałym, jak tylko można było wymyślić²⁶⁵.

Gottlob Frege wielokrotnie powtarzał, że gdyby nasz język był doskonały, nie potrzebowalibyśmy logiki²⁶⁶. Tej trudnej i niekorzystnej dla nauki sytuacji miało zaradzić, budowane po raz pierwszy w BS, pismo pojęciowe.

²⁶² GL, § 60, s. 71. (*O pojęciu liczby...*, s. 179).

²⁶³ Ch. Thiel: „*This Galaxy of Paradox*” – system Fregego..., s. 119.

²⁶⁴ D. Macbeth: *Frege's Logic*. Cambridge, Massachusetts, and London 2005, s. 8.

²⁶⁵ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 32.

²⁶⁶ Zob. na przykład BS, s. XII. (*Ideografia...*, s. 48).

O zasadności przypisania Fregeemu autorstwa analizy logicznej świadczy jego niedokończony podręcznik z logiki, który powstał między 1879 a 1891 rokiem. W zachowanym spisie treści Frege zaplanował rozdział zatytułowany *Zerfallen eines Urteils, Begriff, Gegenstand*, w którym zamierzał omówić między innymi takie zagadnienia, jak: ogólność, warunkowanie, następowanie w pewnym ciągu, podporządkowanie pojęć, zdanie egzystencjalne, pojęcie stosunku oraz pary²⁶⁷. Ponadto Dummett uważa, że Frege, pisząc BS, stawiał sobie za cel nie tylko odkrycie podstaw teorii liczb, ale także podstaw analizy²⁶⁸. Wiadomo, że BS stanowi prezentację rachunku logicznego. Można więc powiedzieć, że Dummett traktuje logikę Fregego jako narzędzie analizy.

Gottlob Frege zakładał, że tylko zdanie mające poprawną strukturę logiczną, opartą na schemacie „f(x)”, może wyrażać myśl. Stąd doniosłość badania tej struktury – kolejny (po próbie ugruntowania arytmetyki liczb naturalnych na logice) cel budowania precyzyjnej notacji logicznej. By zrealizować to zadanie, stosował pismo pojęciowe, oparte na rozróżnieniu funkcja – jej argument oraz na zastosowaniu kwantyfikacji.

Można powiedzieć, że analiza logiczna rozpoczyna się tam, gdzie pojawia się kategoria sądu, wartości logicznej oraz struktury logicznej zdania. W analizie logicznej podstawowa forma analizy, jaką stanowi wyszukiwanie części odgrywającej rolę funkcji i oddzielenie owej części od części odgrywającej rolę predykatu, jest uzupełniona i wypełniona kwantyfikacją, wprowadzoną w logice Fregego. Analiza logiczna (*Zerlegung*) dokonuje się dzięki pismu pojęciowemu, które opiera się na rozróżnieniu: funkcja – jej argument²⁶⁹.

Logicyzm i antypsychologizm jako podstawy filozofii logiki Fregego

Logicyzm to stanowisko (wypracowane przez Fregego i Russella) oparte na założeniu, że arytmetyka liczb naturalnych jest sprowadzalna do definicji i praw logicznych. Ten pogląd pochodzi od Leibniza. Frege, powołując się na Baumanna, pisał, iż Leibniz utrzymywał, że „algebra zapożycza swe zalety od sztuki o wiele wyższego, mianowicie od sztuki prawdziwej logiki”²⁷⁰. Dadaczyński uważa Bolzana za prekursora logicyzmu datującego się

²⁶⁷ Dodam jeszcze, że Anglicy, tłumacząc ten tekst, przełożyli *zerfallen* jako *analysis*. G. Frege: *Posthumous Writings*. Eds. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach. Transl. P. Long, R. White. Chicago 1979, s. 1.

²⁶⁸ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 62.

²⁶⁹ Zob. G. Frege: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911...*, s. 13, 16.

²⁷⁰ GL, § 15, s. 21. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 110).

na przełom XIX i XX wieku²⁷¹, ale można przypuszczać, że Frege nie znał logicyzmu Bolzana. Logicyzm Fregego to stanowisko w sensie klasycznym, a nie w sensie współczesnym, zgodnie z którym logicyzm polega na sprowadzeniu arytmetyki do teorii mnogości. Stanowisko logicyzmu Frege rozwijał w latach 1879–1903.

Mimo że logicyzm nie był nowatorskim pomysłem filozofa i logika z Jeny, trzeba przyznać, że nikt przed nim nie próbował realizować tego zadania tak systematycznie. W 1884 roku w GL pisał:

Jak bardzo matematyka musi się wyrzec wszelkiego rodzaju pomocy ze strony psychologii, tak mało może ona zaprzeczyć swemu ścisłemu związkowi z logiką. Zgadzam się z poglądem tych, którzy uznają za nierealizowalne przeprowadzenie tu ostrej granicy, gdy uzna się, że wszelkie badania nad nieodpartością dowodu lub prawomocnością definicji muszą być badaniami logicznymi²⁷².

A w 1891 roku zauważał:

[...] coraz więcej zwolenników zyskuje pogląd, że arytmetyka stanowi rozwinięcie logiki, że uzasadniając ściśle prawa arytmetyki, musimy cofnąć się do praw czysto logicznych i tylko do takich. Ja również podzielał ten pogląd i na tej podstawie postuluję rozszerzenie symboliki arytmetycznej w logiczną²⁷³.

Z kolei dwutomowe dzieło GG było w całości poświęcone zadaniu – jak pisał we wstępie – wyprowadzenia praw arytmetyki za pomocą środków logicznych²⁷⁴. Logicyzm jest stanowiskiem, zgodnie z którym:

- 1) podstawowe pojęcia matematyczne (na przykład „liczba naturalna”) są definiowane przy użyciu tylko pojęć logicznych;
- 2) podstawowe prawa matematyczne są dowodzone przy użyciu wynikania logicznego i praw logiki formalnej;
- 3) pośród wszystkich nauk logika jest najbardziej związana z arytmetyką.

W konsekwencji Frege mógł napisać:

Dzięki [...] definicji następowania w ciągu możliwe jest zredukowanie wnioskowań od n do $n + 1$, które są właściwe matematyce, do ogólnych praw logicznych²⁷⁵.

²⁷¹ J. D a d a c z y ń s k i: *Bernard Bolzano i idea logicyzmu*. Tarnów 2006; I d e m: *Matematyka w oczach filozofa. Jedenaście artykułów z filozofii matematyki*. Tarnów 2002, s. 96.

²⁷² GL, s. IX. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 92).

²⁷³ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 29.

²⁷⁴ GG I, s. 1.

²⁷⁵ GL, § 80, s. 93. (*O pojęciu liczby...*, s. 194).

Program logicyzmu realizowali także B. Russell i A.N. Whitehead, którzy w *Principia mathematica* matematykę zredukowali do teorii mnogości²⁷⁶.

Logicyzm w ujęciu Fregego był próbą odparcia psychologizmu, a właściwie tkwiących u jego podstaw empiryzmu i naturalizmu w matematyce i logice. Nigdzie nie definiował psychologizmu, z którym walczył. W GL wspominał jedynie:

W badaniach tych trzymałem się następujących zasad: Należy ostro oddzielać to, co psychologiczne, od tego, co logiczne, to, co subiektywne, od tego, co obiektywne. [...] Trzeba stale pamiętać o różnicy pomiędzy pojęciem i przedmiotem²⁷⁷.

Stąd wniosek, że psychologizm rozumiał jako stanowisko cechujące się uznaniem liczb za konstrukcje mentalne, a dowody podstawowych twierdzeń matematycznych – za pewne opisy procesów psychicznych. W konsekwencji przedmiotem zainteresowania matematyki i logiki są twory ludzkiego umysłu. Jak zauważa Woleński, psychologizm w logice wykluczał możliwość traktowania praw logiki jako praw uniwersalnych, a logiki – jako jednej i tylko jednej, odkrywanej, a nie konstruowanej²⁷⁸. Z psychologizmem w logice i matematyce walczył od swych wczesnych pism po ostatnie. W GG jako przykład stanowiska psychologizycznego referował poglądy Benna Erdmanna (1851–1921)²⁷⁹.

Można powiedzieć tak:

Odróżnienie „myśli”, „sądu” i „pojęcia” od sfery przedstawień jest warunkiem koniecznym, aby w konsekwencji oddzielić to, co psycholo-

²⁷⁶ Na temat różnic między logicyzmem Fregego a logicyzmem Russella – Whiteheada zob. J. D a d a c z y ń s k i: *Bernard Bolzano i idea logicyzmu...*, s. 13. Inspiracją dla logicyzmu była teza Leibniza, że sądy logiki i matematyki mają ten sam charakter. W badaniu logicyzmu między Leibnizem a Fregem, Russellem i Whiteheadem Dadaczyński umieszcza Bolzana, jako „autora antycypującego prace klasyków realizujących ideę logicyzmu”. Ibidem, s. 16.

²⁷⁷ GL, s. X. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 93). Zob. także § 58. Oto podstawowe teksty Fregego wyrażające jego antypsychologizm: GL, § 26–27; *Sens i znaczenie...*, s. 60–88; *Vorwort*. GG, s. III–XXIV; I d e m [Rez.]: E.G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik*. KS, s. 179–192; *Myśl – studium logiczne...*, s. 101–129; *Die Verneinung...*, s. 54–71. (*Negacja...*, s. 139–157).

²⁷⁸ J. W o l e ń s k i: *Psychologizm i metalogika*. W: *Psychologizm i antypsychologizm...*, s. 61–78.

²⁷⁹ GG I, s. XIV–XXIII. Gabriel zwraca uwagę, że odrzucenie psychologizmu nie wiązało się z negowaniem sensowności psychologii. Zob. G. Gabriel: *Frege, Lotze, and the Continental Roots of Early Analytic Philosophy...*, s. 40.

giczne, od tego, co logiczne, to, co subiektywne, od tego, co obiektywne²⁸⁰.

Psychologizm uniemożliwił przypisanie prawdzie obiektywności oraz jej odróżnienie od poznawania prawdy²⁸¹. Prowadził do zatarcia różnicy pomiędzy logiką a psychologią, obie nauki za swój przedmiot miały myślenie. A tak nie powinno być, logika ma wykrywać prawa prawdziwości, prawa myśli, a nie prawa myślenia czy żywienia przekonań²⁸². Jeżeli konsekwentnie przyjmowałoby się stanowisko psychologistyczne, to zamiast mówić o „twierdzeniu Pitagorasa”, trzeba by mówić o „moim twierdzeniu Pitagorasa” i o „twoim twierdzeniu Pitagorasa”, itd. Chcąc uniknąć niebezpieczeństw i trudności związanych z psychologizmem, Frege sformułował koncepcję myśli i umiejscowił ją w trzecim królestwie. W rezultacie sensy wyrażen znalazły się poza podmiotem poznającym, co miało im zapewnić obiektywność. Frege uważał, że to, co obiektywne, nie musi być przestrzenne. Dla przykładu, oś Ziemi, równik i punkt ciężkości systemu słonecznego są obiektywne, ale nie sposób uznać ich za przedmioty fizyczne, namacalne i rzeczywiste (*wirklich*)²⁸³.

Istotną krytykę stanowiska psychologistycznego zawarł Frege w recenzji książki Husserla *Philosophie der Arithmetik*, napisanej w duchu psychologistycznym. Wśród historyków filozofii trwa dyskusja, czy Husserl odszedł od psychologizmu po przeczytaniu recenzji Fregego²⁸⁴, czy też jeszcze przed jej lekturą wycofał się z przyjętego wcześniej psychologizmu²⁸⁵.

Nie tylko Frege odczuwał potrzebę unaukowania matematyki, podobnie pisał w 1872 roku Richard Dedekind: „[...] odczułem brak prawdziwie naukowego ugruntowania arytmetyki”²⁸⁶.

²⁸⁰ L. K o j, A. G u t: *Uwagi o antypsychologizmie Fregego i Husserla...*, s. 43. O antypsychologistycznym stanowisku Fregego świadczy fakt, że możliwość popełnienia błędu łączył on z procesem myślenia (w którym są ujmowane myśli), a nie z odkrytymi prawami myśli. Ibidem, s. 53.

²⁸¹ Dummett uważa, że Frege traktował psychologizm w logice i matematyce jako destrukcję obiektywności, prowadzącą do idealizmu (epistemologicznego). M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 64.

²⁸² G. F r e g e: *Myśl – studium logiczne...*, s. 102.

²⁸³ GL, § 26, s. 35. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 35).

²⁸⁴ Tak uważa D. F ø l l e s d a l: *Husserl und Frege. Ein Beitrag zur Beleuchtung der Entstehung der phänomenologischen Philosophie*. Oslo 1958. Zob. także J. S i d o r e k: *Od tłumacza*. W: E. H u s s e r l: *Badania logiczne*. T. 1. Przekł., wstęp, przypisy J. S i d o r e k. Toruń 1996, s. XV.

²⁸⁵ Tak uważa J.N. M o h a n t y: *Husserl and Frege. A New Look at Their Relationship*. In: *Husserl, Intentionality and Cognitive Science*. Eds. H.L. D r e y f u s, H. H a l l. Cambridge, Massachusetts, 1982, s. 43–56; J.N. M o h a n t y: *Husserl and Frege*. Bloomington 1982. Podaję za: J. W o l e Ń s k i: *Psychologizm i metalogika...*, s. 75.

²⁸⁶ R. D e d e k i n d: *Ciągłość i liczby niewymierne*. W: *Filozofia matematyki...*, s. 136.

Michael Beaney²⁸⁷ uważa, że na rozwój stanowiska logicyzmu, jakie wypracował Frege, istotny wpływ wywarł rozwój matematyki w XIX wieku, a dokładniej: narodziny geometrii nieeuklidesowej, zastępującej piątą aksjomat Euklidesa, traktujący o prostych równoległych. Frege w swej pracy habilitacyjnej²⁸⁸ skupił się na pokazaniu, jak formy urojone mogą być reprezentowane geometrycznie w rozszerzonej geometrii analitycznej, zawierającej liczby zespolone. Badanie tego zagadnienia doprowadziło go do głównego problemu jego pracy naukowej: jak zdefiniować liczbę za pomocą pojęć logicznych? W BS przedstawił swój system logiczny, który miał być narzędziem realizacji podjętego zadania. Posługując się takim narzędziem, zdefiniował pojęcie ciągu (za pomocą funkcji konstytuującej szereg) i następnika w ciągu. Kolejna książka, czyli GL, zawierała krytykę wielu współczesnych Fregemu koncepcji liczby oraz jego własne stanowisko w tej kwestii. We wspomnianej książce – jak pisze Beaney – Frege argumentował:

[...] arytmetyka nie jest ani systemem prawd syntetycznych *a priori* (jak uważał Kant), ani syntetycznych *a posteriori*, jak myślał Mill, pozostawiając sobie tylko możliwość, że jest systemem prawd analitycznych *a priori*, jak utrzymywał Leibniz²⁸⁹.

Gottlob Frege chciał uczynić przynajmniej prawdopodobnym to, że prawa arytmetyczne są analityczne, a w konsekwencji – *a priori*. Ten cel

chciał osiągnąć przez definicję podstawowych pojęć arytmetyki za pomocą pojęć czysto logicznych. Gdyby udało się znaleźć takie definicje, to wykazałoby się tym samym, że wszystkie sądy arytmetyczne, składające się z pojęć czysto arytmetycznych, są sądami czysto logicznymi²⁹⁰.

Jako przykład logicyzmu Fregego można podać jego propozycję wyeliminowania z matematyki zasady indukcji matematycznej w wyniku zastąpienia jej środkami dowodowymi logiki formalnej²⁹¹.

Fregeowski program logicyzacji nie obejmował geometrii, bo można

przyjąć przeciwieństwo takiego czy innego aksjomatu geometrii, a wyciągając wnioski z takiego przeczącego naoczności założenia, nie

²⁸⁷ M. B e a n e y: *Introduction...*, s. 3–5.

²⁸⁸ G. F r e g e: *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössenbegriffes gründen*. Habilitationsschrift. Jena 1874. KS, s. 1–49.

²⁸⁹ M. B e a n e y: *Introduction...*, s. 5. Tłumaczenie własne.

²⁹⁰ Ch. T h i e l: „*This Galaxy of Paradox*” – *system Fregego...*, s. 128.

²⁹¹ GL, s. IV. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 88).

wikłać się przy tym w sprzeczności. Ta właśnie możliwość wskazuje, że aksjomaty geometrii są niezależne od siebie nawzajem oraz od logicznych praw podstawowych, a zatem są one syntetyczne²⁹².

Filozof i logik z Jeny uważał, że zastosowanie arytmetyki do wyjaśniania zjawisk przyrodniczych byłoby logicznym opracowaniem faktów obserwacyjnych²⁹³.

Logicyzm Fregego był ściśle związany z przyjętym piątym aksjomatem, który prowadził do sprzeczności w systemie²⁹⁴. Interesujące zatem, że po znalezieniu antynomii Frege nie wycofał się jednoznacznie ze swego zamiaru oparcia arytmetyki na logice. Trwają dyskusje, czy uczynił to pod koniec życia, a jeżeli tak, to kiedy²⁹⁵. W tekście *Logik in der Mathematik* (1914) nie wspominał o swym programie logicystycznym, pisał tylko o ściślejszym związku logiki z matematyką niż innymi naukami. W tekście dla Darmstaedtera z 1919 roku następująco podsumował swe badania:

Punktem wyjścia była dla mnie matematyka. Najpilniejszym zadaniem tej nauki wydawało mi się jej lepsze ufundowanie. [...] W dociekanich tych przeszkodą była niedoskonałość języka. Starłem się temu zaradzić swoją ideografią logiczną. Tak od matematyki doszedłem do logiki²⁹⁶.

Bertrand Russell, w celu uniknięcia trudności, jakie napotkał Frege, proponował teorię typów opartą na założeniu, że ogół własności, które możemy rozważać, układa się w nieskończoną hierarchię typów. W ramach tej teorii Whitehead i Russell w *Principia mathematica* zrekonstruowali arytmetykę liczb naturalnych i pokazali, że mieści się w niej cała teoria mnogości. Arytmetyka była więc redukowana nie tyle do logiki, ile do teorii mnogości. Logicyzm w takiej formie występuje do dziś.

Carnap, który przyjmował logicyzm w wydaniu Russella, twierdził, że Frege nigdy nie zrezygnował ze swego logicyzmu. Znamienne jest, że według relacji Carnapa filozof i logik z Jeny na swych wykładach nie wspominał o problemie antynomii²⁹⁷. Niepublikowane teksty Fregego, na-

²⁹² GL, § 14, s. 20–21. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 110). W logicyzmie Russella geometria jest sprowadzalna do geometrii analitycznej, a ta – do algebry i arytmetyki. Daje się zatem zlogicyzować.

²⁹³ GL, § 87, s. 99. (*O pojęciu liczby...*, s. 198).

²⁹⁴ Więcej na temat antynomii zob. w podrozdziale *Logika Fregego*.

²⁹⁵ M. B e a n e y: *Introduction...*, s. 8.

²⁹⁶ G. F r e g e: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 133–134.

²⁹⁷ G. G a b r i e l: *Introduction: Frege's Lectures on Begriffsschrift*. In: *Frege's Lectures on Logic...*, s. 6.

pisane w 1924 roku (na rok przed śmiercią)²⁹⁸, wskazują jednak, że wtedy zrezygnował z programu logicyzmu, ostatni bowiem z pisanych tekstów nosił tytuł *Neuer Versuch der Grundlegung der Arithmetik* (1924/1925)²⁹⁹. Szukając nowego ugruntowania arytmetyki, skupił się na geometrii:

Im więcej się nad tym zastanawiam, tym bardziej się przekonuję, że arytmetyka i geometria wyrosły z tych samych podstaw, to jest geometrycznych, tak że cała matematyka jest właściwie geometrią³⁰⁰.

Identyfikując liczby z punktami na płaszczyźnie Gaussa, Frege znalazł te abstrakcyjne obiekty, które uważał za potrzebne do oparcia arytmetyki na geometrycznych podstawach. Tym samym odstąpił od długo utrzymywanego przekonania, że arytmetyka jest wiedzą analityczną *a priori*, podczas gdy geometria – jest wiedzą syntetyczną *a priori*, ugruntowaną na intuicji geometrycznej³⁰¹. Niestety, te badania Fregego przerwała jego śmierć.

Logicyzm, antypsychologizm i antyempiryzm ukształtowały Fregego koncepcję logiki. Zamierzam teraz dokonać rekonstrukcji pojmowania przezeń celu, zadań oraz przedmiotu logiki, a następnie opisać zaproponowany system logiczny, dziś nazywany aksjomatycznym systemem z negacją i implikacją.

Historycy logiki uważają, że Frege położył podwaliny pod współczesną logikę³⁰². Na logikę patrzył z perspektywy problemów i potrzeb matematyki. Badając pojęcie liczby, napotkał trudności, kiedy próbował przedstawić logiczną analizę kategorii następstwa. Uważał, że nauce jest potrzebny odpowiedni język. A ponieważ takiego nie ma, należy go skonstruować. Gdyby nasz język był doskonały, nie potrzebowalibyśmy logiki.

Nastrojowość i wieloznaczność języka naturalnego doprowadziły Fregego do odkrycia właściwszego narzędzia: języka, który traktuje o „treści pojęciowej” i nazywa się *Begriffsschrift*, pismo pojęciowe, czyli „języka formalnego czystego myślenia wzorowanego na języku arytmetyki”. Pismo pojęciowe to język wzorowany na arytmetyce, zawierający specjalne symbole na oznaczenie „czystej myśli oraz reguły posługiwania się tymi sym-

²⁹⁸ G. Frege: *Erkenntnisquellen der Mathematik und Naturwissenschaften*. NS, s. 286–294; I d e m: *Zahl* [1924]. NS, s. 284–285; I d e m: *Tagebucheintragungen über Begriff der Zahl*. NS, 282–283; I d e m: *Zahlen und Arithmetic* [1924]. NS, s. 295–297.

²⁹⁹ NS, s. 298–302.

³⁰⁰ G. Frege: *Zahlen und Arithmetic...*, s. 297. Tłumaczenie własne.

³⁰¹ T.W. Bynum: *On the Life and Work of Gottlob Frege*. In: G. Frege: *Conceptual Notation and Related Articles*. Transl., bibliogr., introd. T.W. Bynum. Oxford 1972, s. 54.

³⁰² Na temat Fregego koncepcji logiki i jej relacji do innych koncepcji dziewiętnastego wieku zob. K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*

bolami. Brak mu retorycznych upiększeń. Frege uważał, że sylogistyka Arystotelesa miała wiele braków i nie była w stanie zapewnić nauce precyzyjnego języka. Struktura zdania elementarnego przedstawiała się w nim następująco:

A jest B ,

gdzie „ A ” i „ B ” są rozumiane jako niepuste nazwy ogólne. Arystoteles następnie wprowadził cztery sposoby kwantyfikowania tych dwóch połączonych nazw, w wyniku czego otrzymał tak zwane cztery zdania kategoryczne:

Każde A jest B ;
Pewne A jest B ;
Żadne A nie jest B ;
Pewne A nie jest B ³⁰³.

W logice Arystotelesowskiej był wykorzystany język naturalny. Frege uważał, że języka naturalnego nie da się uściślić, trzeba sformułować język sztuczny. Pismo pojęciowe, jako język niezależny od poszczególnych zastosowań, było rachunkiem logicznym. Język Fregego – inaczej niż logika wywodząca się od Arystotelesa – za podstawowe kategorie przyjmował: funkcję i argument, co stanowiło podstawę sformułowania logiki predykatów.

Logika Fregego była logiką ekstensjonalną, w której stosunki logiczne (od których zależą wnioski i ich poprawność) zostały wyodrębnione z treści wnioskowań i były zapisywane pionowo, podczas gdy porządkowana przez nie treść była rozwijana w wierszach poziomych. Konteksty intensjonalne³⁰⁴ zostały pominięte między innymi z tego względu, że ta logika miała być przede wszystkim zastosowana do dyskursu matematycznego, wolnego od takich kontekstów. Stosunki między treściami zapisywano pionowo, a treść rozwijano w wierszach, czyli poziomo. Tym samym, dzięki takiej formie zapisu, stosunki logiczne były oddzielone od pozalogicznych. Treść zapisywano za pomocą zmiennych. Taka forma zapisu miała pomóc w analizie logicznej.

Podobnie jak logika Boole’a i jego następców, logika Fregego nie obejmowała problemu kryterium, obecnego w logice od czasów antycznych. Jej przedmiotem były powszechnie ważne prawa logiczne i reguły wnio-

³⁰³ Łukasiewicz pokazał, że przytoczone sformułowania są obiegowym uproszczeniem, bo „ A jest B ” Arystoteles zapisywał jako: „ B jest orzekane o A ”. J. Łukasiewicz: *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*. Tłum., opatrzył przepisami A. Chmielewski. Fragm. greckie i niemieckie tłum. A. Krajczyk, A. Chmielewski. Wstęp, red. J. Woleński. Warszawa 1988, s. 12.

³⁰⁴ Tym zagadnieniem Frege zajął się w artykule *Sens i znaczenie*.

skowania³⁰⁵. Wbrew Boole'owi i Schröderowi Frege nie utożsamiał logiki jedynie z rachunkiem³⁰⁶, lecz z analizą treści myślenia.

Pismo pojęciowe Fregego opierało się na rozróżnieniu funkcja – argument. To rozróżnienie traktował jako tylko i wyłącznie nasze ujęcie treści pojęciowej, niemające nic wspólnego z tą treścią. Można więc chyba powiedzieć, że *Begriffsschrift*, oparta na rozróżnieniu funkcja – argument, jest narzędziem analizy logicznej. *Begriffsschrift* do analizy logicznej ma się tak, jak mikroskop do przyjętej metody posługiwania się nim, a owa metoda zależy od tego, czego dotyczy i w jakim celu się ją wybiera.

Gottlob Frege opowiedział się za logiką rozumianą jako nauka o powszechnie obowiązujących i obiektywnych prawach myśli, które są niezależne od podmiotu myślącego. Uważał, że w logice formułuje się „sądy czystego myślenia”³⁰⁷, które można stosować do analizy wszelkiego myślenia (wszelakich form sądów i wnioskowań). By dana treść naukowa mogła być prawdziwa lub fałszywa, musi zostać wyrażona za pomocą pisma pojęciowego, dokładniej: jego pojęć, znaków logicznych i określonych stosunków.

Jan Woleński uważa, że Fregego koncepcja logiki była bliska ideom neokantowskim i opierała się na braku przeciwstawienia logiki normatywnej logice teoretycznej: prawdziwość, jako kategoria logiczna, kształtowała sferę powinności³⁰⁸.

Filozof i logik z Jeny wielokrotnie określał cel i zadania logiki, jego poglądy w tej kwestii ulegały nieznacznym zmianom³⁰⁹. W *Logik* (1897) pisał, że logika jest nauką o najbardziej ogólnych „prawach prawdziwości” (*Wahrsein*)³¹⁰. W artykule *Myśl* (1918) utrzymywał, że zadanie logiki polega na odkrywaniu praw prawdziwości, z których „wypływają następnie przepisy dotyczące przekonań, myślenia, sądenia, wnioskowania”³¹¹. I w tym sensie logika jest nauką normatywną. Logika w sposób szczególny wiąże się z prawdą, jak piękno z estetyką, a dobro z etyką. Prawda to

³⁰⁵ K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 179.

³⁰⁶ Ibidem, s. 180.

³⁰⁷ Na temat Fregego koncepcji logiki i jej specyfiki w zestawieniu z europejską logiką dziewiętnastego wieku zob. ibidem.

³⁰⁸ J. W o l e ń s k i: *Psychologizm i metalogika...*, s. 64, 66.

³⁰⁹ Dlatego można mówić o ciągłości poglądów Fregego w zakresie filozofii logiki. Nie można tego powiedzieć o filozofii matematyki. Zob. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 79.

³¹⁰ G. F r e g e: *Logik* [1897]..., s. 139; także I d e m: *Logik* [1879–1891]. NS, s. 3; I d e m: [Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter, 1919]. KS, s. 342; I d e m: *Der Gedanke. Eine logische Untersuchung*. „Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus” 1818–1819, Bd. 1, s. 58–77; KS, s. 342–361; LU, s. 30–53, s. 101–102.

³¹¹ G. F r e g e: *Myśl – studium logiczne...*, s. 101.

predykat, który może odnosić się do myśli³¹². Tu Frege po raz kolejny podkreślał, że w logice nie chodzi o psychiczną czynność myślenia, bo logika nie jest nauką o operacjach intelektu, i wyraźnie oddzielał ją od psychologii³¹³. W innym tekście z tego roku dodawał:

Ważnym zadaniem logików jest [...] wskazanie [...] językowych pułapek³¹⁴.

Mając na myśli teorię formalną, mówił o wprowadzonym przez siebie piśmie pojęciowym, zbudowanym ze specjalnych symboli i z określonych reguł, dla którego wskazywał aksjomaty, przyjmował definicje i na tej podstawie wyprowadzał nowe prawa. Wtedy interesował się prawami wynikania. Tak rozumiana logika miała służyć sprawdzaniu wnioskowań³¹⁵ i być pomocna w wyrażaniu myśli.

Fregego badania logiczne nie ograniczały się do tego obszaru. Logikę traktował także jako narzędzie służące odkrywaniu praw świata³¹⁶. Rzec by można, że logikę uznawał za najbardziej ogólną naukę o bycie. A jeśli tak, to traktował ją jako substrat świata.

Podsumowując, powiem, że „logika” w systemie Fregego funkcjonuje w dwóch znaczeniach: jako logika formalna lub jako logika substancjalna³¹⁷.

Roman Suszko jest autorem tak zwanej logiki niefregeowskiej, opartej na odchodzeniu od funktora identyczności, którą następnie rozwijał M. Omyła³¹⁸ i pisał:

[...] filozoficznym postulatem logiki niefregeowskiej jest założenie, że przynajmniej niektórym zdaniom w rzeczywistości pozajęzykowej odpowiadają pewne możliwości jako ich korelaty semantyczne. W zależności od tego, czy możliwość opisana w zdaniu w rzeczywistości się realizuje, czy nie, zdanie jest prawdziwe bądź fałszywe³¹⁹.

³¹² G. Frege: *Logik* [1897]..., s. 142; por. H. Sluga: *Frege on the Indefinability of Truth*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy...*, s. 86.

³¹³ G. Frege: *Myśl – studium logiczne...*, s. 102.

³¹⁴ G. Frege: *Die Verneinung...*, s. 62. (*Negacja...*, s. 148).

³¹⁵ K. Rotter: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 176.

³¹⁶ Burge pisze, że do odkrywania co najmniej tej części świata, która jest związana z matematyką. Zob. T. Burge: *Truth, Thought, Reason...*, s. 118.

³¹⁷ Przyjmuję to rozróżnienie za Gabrielem. Zob. *Frege's Lectures on Logic. Carnap's Student Notes...*, s. 5.

³¹⁸ M. Omyła: *Zarys logiki niefregeowskiej*. Warszawa 1986.

³¹⁹ M. Omyła: *O logice niefregeowskiej*. <http://www.diametros.iphils.uj.edu.pl>.

Logika Fregego³²⁰

W tym podrozdziale postaram się przedstawić podstawy pisma pojęciowego, czyli logikę Fregego. Pominę jej szczegóły techniczne, a skupię się tylko na aspektach przydatnych w analizie filozoficznej.

Logika Fregego zastąpiła obowiązującą ponad dwa tysiące lat sylogistykę Arystotelesa. Trzeba dodać, że logiką zdań zajmowali się już stoicy. Rozwijali ją także Boole jako algebrę logiki, jednak Frege prawdopodobnie nie znał pism Boole'a (ani jego notacji logicznej), chociaż obaj uczeni stawiali sobie za cel badanie praw myśli³²¹.

Gottlob Frege wiele lat pracował nad doprecyzowaniem swej *Begriffsschrift*, w dosłownym tłumaczeniu – pisma pojęciowego, a przez pierwszego tłumacza pism Fregego na język polski przełożonej jako „ideografia”. Czterdzieści lat później uznał, że zaproponowana nazwa „pismo pojęciowe” nie była zbyt szczęśliwa, bo „sugeruje, że chodzi o ideografię pojęć, a nie – jak w rzeczywistości – sądów”³²². Posługiwał się tym sformułowaniem, mając na uwadze wprowadzony symbolizm logiczny, i tak zatytułował książkę, która prezentowała ów symbolizm. Wielokrotnie udoskonalał wprowadzony system logiczny, w efekcie mamy sześć sformułowań pisma pojęciowego:

- 1) BS 1879;
- 2) modyfikacje zawarte w tekstach, które pisał po negatywnych recenzjach swej książki (1879–1883);
- 3) wersję z artykułu *Funkcja i pojęcie* (1891);
- 4) system przedstawiony w dwóch tomach GG I, GG II (wydanych w latach 1893 i 1903)³²³; GG miały stanowić ostateczne, dojrzałe, przeprowadzone krok po kroku, przedstawienie tezy logicyzmu; poziom formalnej poprawności przeprowadzonych tam rozumowań nigdy przedtem nie został osiągnięty (nawet w BS);

³²⁰ Na temat logiki niemieckiej w drugiej połowie dziewiętnastego wieku zob. K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*

³²¹ T. W. B y n u m: *On the Life and Work of Gottlob Frege...*, s. 12, 18–19. Wtedy Frege nie znał także notacji, jaką posługiwał się Peano.

³²² G. F r e g e: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 134, przypis.

³²³ By przygotować potencjalnych czytelników do pozytywnego odbioru tej książki, Frege wygłosił wykład *Funktion und Begriff* dla swych kolegów z Jenaische Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft (tekst wykładu ukazał się potem drukiem) oraz opublikował dwa artykuły, w których w przystępny sposób przedstawił swe nowe rozwiązania (*Pojęcie i przedmiot...*, s. 45–59; *Sens i znaczenie...*, s. 60–88). Pomimo takiego przygotowania kolejna książka Fregego nie została dobrze przyjęta.

5) nową wersję systemu z GG, powstałą w wyniku modyfikacji operatora abstrakcji, dokonanej w celu uniknięcia antynomii; tę zmianę dodano do (będącego już w druku) drugiego tomu GG³²⁴;

6) wersji znane z notatek Carnapa, jakie ten uczynił wtedy, gdy był słuchaczem wykładów Fregego zatytułowanych *Begriffsschrift*:

a) *Begriffsschrift I* (semestr zimowy 1910–1911);

b) *Begriffsschrift II* (semestr letni 1913).

Oto najważniejsze **zmiany**, jakie Frege wprowadził w swym piśmie pojęciowym, przedstawione w artykule *Funkcja i pojęcie* oraz w GG³²⁵:

1) rozróżnił sens i korelat semantyczny wyrażenia językowego;

2) pojęcia potraktował jako szczególnego rodzaju funkcje, których wartością jest jedna z dwóch wartości logicznych;

3) przyjął, że wartością funkcji mogą być tylko wartości logiczne: prawda albo fałsz;

4) wprowadził termin „przebieg wartości funkcji” (*Wertverlauf*)³²⁶, reprezentowany osobnym symbolem (mała grecka litera z przydechem, na przykład $\acute{\epsilon}$, $\acute{\alpha}$);

5) przyjął, że wartości logiczne – prawda i fałsz – są obiektami;

6) wprowadził notację pozwalającą wyrażać ogólność w odniesieniu do funkcji;

7) wprowadził operator zastępowania rodzajnika określonego.

Dwie ostatnie wersje, znane z notatek Carnapa *Begriffsschrift I*, *Begriffsschrift II*, są bardzo ważne, bo zostały sformułowane po odkryciu przez Russella antynomii w logice formalnej Fregego. W tych wykładach Frege nie posługiwał się operatorem deskryptywnym i nie używał sformułowania „zakres pojęcia”, chociaż wcześniej je wprowadził³²⁷.

Gottlob Frege logikę traktował jak matematyk. Badając pojęcie liczby, napotkał trudności, kiedy próbował dać logiczną analizę następstwa. Niedoskonałości języka naturalnego doprowadziły go do właściwszego narzędzia: wymyślił nowy sposób wyrażania, język, który traktuje o „treści pojęciowej”, i nazywał go *Begriffsschrift*, która jest językiem napisanym dla „czystej myśli” (*das reine Denken*), skonstruowanym ze specjalnych symboli i z określonych reguł, bez retorycznych upiększeń, modelowanym na arytmetyce, dającym się zastosować do analizy wywodów matematycznych (lub szerzej: naukowych, czyli tych nastawionych na prawdę). Uwa-

³²⁴ G. Frege: *Nachwort*. GG II, s. 253–265.

³²⁵ W liście do Russella Frege pisał, że po ponownym przeczytaniu BS stwierdził, iż w wielu punktach zmienił zdanie, co jest widoczne – według Fregego – kiedy czyta się GG. [G. Frege:] *List do B. Russella*. W: *O pojęciu liczby...*, s. 203.

³²⁶ Wolniewicz tłumaczy *Wertverlauf* jako „przebieg funkcji”. PS, s. 25, przypis.

³²⁷ E. Reck, S. Awodey: *Frege's Lectures on Logic and Their Influence*. In: *Frege's Lectures on Logic...*, s. 29.

żał, że początkiem drogi myślowej, która doprowadziła go do pisma pojęciowego, była arytmetyka. Odwoływał się do badań, jakie Leibniz prowadził nad językiem uniwersalnym³²⁸. Filozof i logik z Jeny swą *Begriffsschrift* nazywał

środkiem pomocniczym, służącym określonym celom naukowym, którego nie należy ganić dlatego, że do innych się nie nadaje³²⁹.

W 1893 roku pisał:

[...] bardzo wielka różnaitość form logicznych wyciskających piętno na języku utrudnia wydzielenie kręgu sposobów wnioskowania, które wystarczyłyby we wszystkich przypadkach i które łatwo byłoby ogarnąć wzrokiem. Aby zmniejszyć to zło, wymyśliłem moją ideografię logiczną. Ma ona na celu osiągnięcie krótkości i przejrzystości wyrażań i umożliwienie poruszania się na kilka ustalonych sposobów na wzór rachowania, tak że nie jest dozwolone żadne przejście, które nie byłoby zgodne z przyjętymi raz na zawsze regułami³³⁰.

Podstawą logiki Fregego stało się zastąpienie pary podmiot i orzeczenie parą argument i funkcja. Dzięki temu stało się możliwe „ujęcie treści jako funkcji pewnego argumentu”³³¹. Wprowadzone rozróżnienie było narzędziem analizy, służyło do odnajdywania przesłanek i logicznej struktury zdań. Wskutek unikania odróżnienia w zdaniu podmiotu od orzeczenia zdanie w stronie czynnej nie różniło się od zdania w stronie biernej. Dlatego można było powiedzieć, że podmiot jest tym pojęciem, o którym głównie traktuje sąd³³².

Logika Arystotelesowska oparła się na języku naturalnym, w swojej logice Frege przyjął, że tego języka nie da się uściślić, trzeba sformułować język sztuczny. Pisał, że nauce jest potrzebny odpowiedni język, którego nie ma, należy go więc skonstruować. Jak twierdził, gdyby nasz język był doskonały, nie potrzebowalibyśmy logiki.

³²⁸ BS, s. XI. (*Ideografia...*, s. 47). Rotter zauważa, że BS historycznie nie wywodzi się ani z tradycji leinizjańskiej, ani z dziewiętnastowiecznej logiki matematycznej, bo u podstaw BS leży powszechny wtedy w logice filozoficznej postulat „logiki treściowej” (*inhaltliche Logik*). K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 182. Z kolei Sluga uważa, że inspiracje do budowy pisma pojęciowego Frege czerpał z tekstów: Trendelenburga, Lotzego, Kanta i Leibniza. H. S l u g a: *Gottlob Frege...*, s. 65.

³²⁹ BS, s. XI. (*Ideografia...*, s. 47).

³³⁰ GL, § 91, s. 103. (*O pojęciu liczby...*, s. 200).

³³¹ BS, s. XIII. (*Ideografia...*, s. 49).

³³² BS, § 3, s. 3. (*Ideografia...*, s. 52).

BS składa się z trzech części. W pierwszej, zatytułowanej *Objaśnienie oznaczeń*, Frege przedstawił język swego systemu, w tym specyficzny sposób zapisywania formuł i wnioskowań logicznych, który wielu zniechęcał do zapoznania się z jego logiką. W drugiej części *Przedstawienie i dedukcja niektórych sądów czystego myślenia* autor prezentował swe aksjomaty oraz za ich pomocą dowodził około 60 tautologii. W części trzeciej *Wyjątki z ogólnej nauki o ciągach* autor definiował następowanie w ciągu. Wprowadził także kilka definicji i udowodnił tautologie potrzebne mu do przedstawienia definicji następowania w ciągu.

Notacja, którą zaproponował Frege, nigdy się nie przyjęła, a pierwsi czytelnicy jego pism mieli wielki kłopot, by się do niej przyzwyczaić. Dla przykładu, Peano w listach skarżył się Fregeemu na trudności w czytaniu jego notacji logicznej³³³. Russell zaś wyznał, że był zbyt leniwy, by nauczyć się symbolizmu Fregego³³⁴. Trudności ze sprawnym poruszaniem się po notacji Fregego były jednym z powodów złej recepcji tej rewolucyjnej książeczki. Dziś, przedstawiając jego logikę, zapisuje się ją często we współczesnej notacji. BS stanowiła później punkt wyjścia innych prac Fregego. Tej pracy nigdy nie zanegował – mimo odejścia od programu logicyzacji i zwrotu ku pozalogicznemu źródłom poznania.

Zasługi *Begriffsschrift*

W BS został po raz pierwszy w historii logiki sformułowany:

- 1) zaksjomatyzowany rachunek zdań, jako implikacyjno-negacyjny system logiczny;
- 2) zaksjomatyzowany rachunek predykatów drugiego rzędu, z identycznością.

Frege połączył w jeden system dwie dotąd oddzielne części logiki: rachunek zdań i rachunek nazw (zastąpiony rachunkiem predykatów)³³⁵. Bezprecedensowy był rygor, jaki wprowadził do swych wywodów. Zerwał z pojmowaniem logiki jako nauki o operacjach intelektu, oddzielił ją od psychologii i ukonstytuował ją jako samodzielna naukę. W jego koncepcji zadaniem logiki miało być dostarczenie sprawdzianu poprawności wnioskowań. Był pierwszym uczonym, który realizował pomysł logicyzmu w czasie, kiedy Boole i Schröder próbowali matematyzować logikę. Frege do logiki wprowadził pojęcie funkcji propozycjonalnej. Jako pierwszy

³³³ Peano to Frege 10.02.1894. PMC, s. 110.

³³⁴ T. W. B y n u m: *On the Life and Work of Gottlob Frege...*, s. 30, przypis.

³³⁵ Najlepiej zostało to przedstawione w niepublikowanym tekście G. Fregego: *Booles Rechnende Logik und die Begriffsschrift (1880/1881)*. NS, s. 9–52. Zob. M. B e a n e y: *Introduction...*, s. 47.

jasno określił różnicę pomiędzy stałymi i zmiennymi oraz aksjomatami, definicjami, regułami wynikania i udowodnionymi prawami. Odróżniał język od metajęzyka (nie użył jednak tej terminologii), co było widoczne w posługiwaniu się różnymi symbolami na oznaczenie zmiennych. Wprowadził kwantyfikator ogólny, co umożliwiło budowę rachunku kwantyfikatorów. Po raz pierwszy właśnie w BS podał definicję następstwa, dokonał logicznej analizy dowodu przez indukcję matematyczną i rekursję, użył metody tabelki prawdziwościowych do definiowania funktorów zdaniowych i posłużył się implikacją materialną w systemie logicznym. Wyliczonym zasługom dodatkowej rangi może przydać fakt, że BS zapoczątkowała tak zwany zwrot lingwistyczny w filozofii³³⁶.

Cel *Begriffsschrift*

Gottlob Frege swego pisma pojęciowego nie traktował jako rachunku logicznego, ale jako narzędzie służące realizacji programu logicyzmu, użyteczne także w innych naukach. W *Przedmowie* do BS wyjaśniał, że jego celem jest pokazanie związków między znaczeniami następujących słów: „jeśli”, „i”, „lub”, „istnieje”, „niektóre”, „wszystkie”³³⁷. Można dodać, że celem książki było zaprezentowanie systemu logicznego, który zdołałby się oprzeć „pokusom” psychologizmu i oddzielić to, co w języku naturalnym jest logiczne, od tego, co psychologiczne.

Po napisaniu BS pierwszą intencją było zastosowanie sformułowanego w niej systemu logicznego do teorii liczb. Nikt dotąd nie przedstawiał arytmetyki jako teorii aksjomatycznej. Terminy matematyczne miały być definiowane za pomocą terminów logicznych.

Można powiedzieć, że cel zbudowanego pisma pojęciowego był jasny: przedstawić definicję liczby w terminach logicznych, zdefiniować poszczególne liczby, podstawowe operacje matematyczne przedstawić w języku logiki. W ostatnich zdaniach *Przedmowy* do BS Frege wyraził nadzieję, że uda mu się szybko zrealizować to zadanie.

Elementy systemu logiki

Przedstawię teraz najważniejsze elementy logiki Fregego, wraz z istotniejszymi modyfikacjami, jakich dokonał. Uważał, że jeżeli chce się wprowadzić przejrzystość i porządek w logice, to trzeba przyjąć „możliwie

³³⁶ J.M. Bocheński: *A History of Formal Logic*. Transl. I. Thomas. Notre Dame 1962, s. 268. Podaję za: G. Frege: *Conceptual Notation...*, s. 237; T.W. Bynum: *On the Life and Work of Gottlob Frege...*, s. 13–14.

³³⁷ BS, s. XIII. (*Ideografia...*, s. 49).

najprostsze elementy składowe³³⁸. Do nich zaliczał: kreskę treści, kreskę sądu, kreskę negacji i kreskę warunkowania (implikacji). Prócz tych były znaki: kwantyfikatora i pozostałych operatorów³³⁹, funktor tożsamości. Frege wyraźnie stwierdzał, że posługuje się regułą odrywania. Wyliczał przyjęte aksjomaty. Niektóre spójniki zostały wprowadzone definicyjnie.

Frege **kreską treści** (*Inhaltsstrich*) lub kreską horyzontalną nazwał znak:

—————

Miał oznaczać on przekształcenie przedstawień, o którym piszący nie wypowiada się, czy uznaje je za prawdę (czy też nie)³⁴⁰. Podał następujący przykład. Jeżeli za „A” podstawimy zdanie „Różnoimiennie bieguny magnesu przyciągają się”, to

————— A

winno jedynie wywoływać w czytelniku przedstawienie wzajemnego przyciągania się różnoimiennych biegunów magnesu, aby na przykład wyciągnąć stąd wnioski, dzięki którym sprawdzona zostaje trafność tej myśli³⁴¹.

Przedstawiona kreska ma być czytana jako „okoliczność, że” lub „zdanie [Satz – G.B.], że A”³⁴². To jeszcze nie jest sformułowanie sądu. Kreska treści służy

do wiązania w jedną całość następujących po niej znaków. To, co następuje po kresce treści, musi zawsze mieć treść nadającą się do osądu³⁴³.

Funkcją tej kreski jest połączyć następujące po niej znaki w jedną całość, stanowiącą treść, o której – dalej – będzie można orzec prawdziwość lub fałszywość.

Kreskę treści zwykło się traktować jako jedyny pierwotny znak BS, bo wszystkie inne znaki były budowane przy jej użyciu. W wyborze takiego znaku pierwotnego można by się już doszukiwać pierwszeństwa zdania przed nazwą, o czym wyraźnie Frege napisał w GL, formułując zasadę określaną dziś jako zasada kontekstowa.

³³⁸ Ibidem.

³³⁹ Chodzi o operator abstrakcji i operator deskrypcji, wprowadzone w GG.

³⁴⁰ BS, § 2, s. 2. (*Ideografia...*, s. 51).

³⁴¹ BS, § 2, s. 1–2. (*Ideografia...*, s. 50–51).

³⁴² Ibidem.

³⁴³ Ibidem.

W tekście przygotowanym do druku, ale odrzuconym przez dwa czasopisma, Frege stwierdził:

Kreska treści jest pozioma, poprzedza wyrażanie treści nadającej się do osądu, do niej można dołączyć kreskę sądu i negacji lub może służyć do połączenia z inną treścią nadającą się do osądu³⁴⁴.

O wprowadzonej zmianie Frege pisał w GG I, że jego „treść nadająca się do osądu” została później przekształcona dzięki rozróżnieniu wartości logicznej i myśli, dlatego zrezygnował z nazywania kreski horyzontalnej kreską treści³⁴⁵. Ta modyfikacja to najpoważniejsza zmiana wprowadzona w BS po 1879 roku. Poza wymienioną racją do zmian skłonił Fregego tak zwany postulat ostrości pojęć, wymóg, aby dla każdego argumentu funkcja miała jakąś wartość³⁴⁶.

Kolejny znak wprowadzony przez Fregego to



Nosi on nazwę **kreski sądu**³⁴⁷ i jest czytany jako: „Jest prawdą, że A”. Zadaniem tej kreski było przemienienie treści nadającej się do osądu w sąd³⁴⁸, czyli dokonanie asercji zdania, uznanie (*behaupten*) czegoś za prawdziwe. Dzięki temu formułowano sąd, czyli takie zdanie, o którym piszący je wypowiadał się, że jest prawdą. Frege uważał, że nie każdą treść daje się przekształcić w sąd. Na przykład nie da się tego uczynić z przedstawieniem „dom”, lecz da się przekształcić w sąd przytoczone wcześniej zdanie „Różnoimienne bieguny magnesu przyciągają się”. W późniejszym tekście precyzował:

[...] oddzielenie sądu od tego, co osądzone, zdaje się konieczne; inaczej bowiem niemożliwe byłoby wyrażenie samej tylko supozycji: dopuszczanie pewnej ewentualności [...] bez przesądzania jej faktyczności. Potrzebny jest więc specjalny znak, który pozwalałby coś stwierdzić. Posługuję się w tym celu pionową kreską w lewym końcu

³⁴⁴ G. Frege: *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* [1880/1881]. NS, s. 11. Tłumaczenie własne.

³⁴⁵ GG I, § 5, s. 9. W publikowanym artykule z tego okresu napisał: „Poziomą kreskę nazwałem kiedyś kreską treści, ale dziś nie wydaje mi się to już stosowne. Nazywam ją teraz po prostu kreską poziomą”. G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 35.

³⁴⁶ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 33–34. Na temat tego, jak wprowadzona zmiana wpłynęła na powstanie antynomii w systemie Fregego, piszę w dalszej części tego rozdziału.

³⁴⁷ BS, § 2, s. 1–2. (*Ideografia...*, s. 50–51).

³⁴⁸ G. Frege: *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* [1880/1881]..., s. 11.

kreski poziomej [...] nie pisze się więc [...] jakiejś wartości logicznej, lecz mówi zarazem, że jest nią Prawda³⁴⁹.

O Fregego znaku asercji tak pisał Wittgenstein w *Dociekaniach filozoficznych*:

Znak asercji Fregego akcentuje *początek zdania*. Pełni on zatem funkcję podobną do funkcji końcowej kropki³⁵⁰.

Sąd jest związany z myślą, ale nie jest z nią utożsamiony:

[...] odróżniam sąd od myśli w ten sposób: przez sąd rozumiem uznanie prawdy o myśli³⁵¹.

Tym sposobem Frege odróżnił orzekanie (stwierdzenie zachodzenia pewnych zależności treściowych) od osądzania (stwierdzania prawdziwości pewnej wypowiedzi).

W swej logice Frege przyjął dwa **spójniki logiczne**³⁵². Są to implikacja i negacja:

1. Pionowa kreska oznaczająca **implikację**, zwana „kreską wertykalną” lub „kreską warunku” (*Bedinungsstrich*)³⁵³:



Kreska wertykalna wiąże dwie (równoległe ułożone) kreski treści i dzieli kreskę górną na dwie części. Część prawa, między A i pionową kreską warunku, pozostaje kreską treści A. Lewa część górnej kreski wyraża treść powiązania dwóch treści: „A” i „B”³⁵⁴. Dolna kreska, znajdująca się po lewej stronie „B”, jest kreską treści „B”. W notacji współczesnej notację Fre-

³⁴⁹ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 35.

³⁵⁰ L. Wittgenstein: *Dociekania filozoficzne*. Tłum., wstępem poprzedził i przypisami opatrzył B. Wolniewicz. Warszawa 2000, § 22, s. 20.

³⁵¹ GG I, § 5, s. 9. Tłumaczenie własne.

³⁵² Chcę tu zwrócić uwagę na ostatni (i rzadko wspomniany) z tekstów opublikowanych za życia Fregego, który ukazał się jako trzecia część *Logische Untersuchungen*. W nim omówił przyjęte rozumienie spójników logicznych i zbudował coś na wzór tabelki prawdziwościowych — G. Frege: *Gedankengefüge* [1923]. FBB, s. 72–91. Pierwszą taką tabelkę zbudował Wittgenstein w *Traktacie...*; pisząc go, był pod wpływem rozmów z Fregem. Tu Frege przedstawił także sześć tautologii, które badał w kontekście wartości logicznych wprowadzonych spójników logicznych. G. Frege: *Gedankengefüge* [1923]..., s. 72–91.

³⁵³ BS, § 5, s. 5–7. (*Ideografia...*, s. 54–56).

³⁵⁴ BS, § 5, s. 6. (*Ideografia...*, s. 55); G. Frege: *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* [1880/1881]..., s. 12.

tego przedstawia się to jako „ $B \rightarrow A$ ”. Frege zbadał cztery możliwości występujące pomiędzy treściami „ A ” i „ B ”, nadającymi się do osądu:

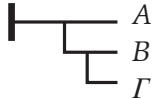
- A jest uznane (*bejaht*) i B jest uznane;
- A jest uznane i B jest zaprzeczone (*verneint*);
- A jest zaprzeczone i B jest uznane;
- A jest zaprzeczone i B jest zaprzeczone.

Zapis



oznacza sąd, „że nie zachodzi trzecia z wymienionych możliwości [tj. » A « jest zaprzeczone i » B « jest uznane – G.B.], lecz jedna z trzech pozostałych”³⁵⁵.

Wprowadzone oznaczenia pozwoliły na następujące zapisy formuł:



Zapis współcześnie czytamy jako „ $(\Gamma \rightarrow B) \rightarrow A$ ”. Z kolei



– jako „ $\Gamma \rightarrow (B \rightarrow A)$ ”.

2. Krótka pionowa kreska dołączona do poziomej kreski treści



to współczesny funktor **negacji**, oznaczany dziś najczęściej znakiem „ \sim ”. Kreska negacji jest pionowa i dołączona do kreski treści. Dzieli kreskę treści na dwie części. Część po prawej stronie Frege nazywał kreską treści „początkowej” (*ursprünglich*), kreskę po lewej stronie kreską treści dla negacji³⁵⁶. Znamienne jest, że kreskę negacji dołączył nie do kreski sądu, lecz do kreski treści. Wynika z tego, że negowanie nie jest czynnością związaną z sądzeniem, ale z orzekaniem treści i ma charakter czynności polegającej na odrzuceniu treści, nie sądu. Frege – jak widać – przyjmował jeden rodzaj sądu (stwierdzający zachodzenie pewnej okoliczności) i dwa rodzaje treści nadającej się do osądu: treść z negacją i treść bez negacji.

³⁵⁵ BS, § 5, s. 5. (*Ideografia...*, s. 54).

³⁵⁶ G. F r e g e: *Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* [1880/1881]..., s. 12.

Negacja, jako symbol stosowany w BS, służyła do określania kwantyfikatora szczegółowego, koniunkcji, alternatywy i dysjunkcji.

W BS znak negacji spełniał dwie ważne funkcje:

- 1) definiowania stałych nieobecnych jako odrębnych znaków;
- 2) odrzucenia pewnej treści.

W GG negacja jest charakteryzowana jako funktor prawdziwościowy³⁵⁷.

Gottlob Frege wprowadził do logiki operatory, chociaż nie posługiwał się słowem „operator”. Jak pisze Marciszewski:

U Fregego używanie operatorów wiązało się z jego fundamentalnym rozróżnieniem ontologicznym, mianowicie odróżnieniem przedmiotów od funkcji. Rolą operatora jest przekształcenie zapisu funkcji, czyli formuły funkcyjnej, w nazwę odpowiedniego rodzaju przedmiotu, zaś rodzaj przedmiotu zależy od rodzaju użytego w danym przypadku operatora³⁵⁸.

W BS wprowadził jeden **operator**, a mianowicie **kwantyfikator ogólny**, oznaczany wgłębieniem w kresce treści, w którym to wgłębieniu była napisana mała gotycka litera. Kwantyfikator przekształcał formułę zdaniową w zdanie, a tym samym w nazwę jednej z dwóch wartości logicznych: prawdy lub fałszu. Kwantyfikator ogólny był rozumiany następująco:

Jeśli w miejsce argumentu umieścimy niemiecką literę, a kreskę treści zaopatrzymy we wgłębienie, w którym umieścimy tę samą literę, jak w

$$\lceil \text{a} \text{---} \Phi(\text{a})$$

to sąd taki oznacza, że cokolwiek przyjmiemy jako argument, funkcja ta jest faktem³⁵⁹.

Wprowadzenie znaku wgłębienia w kresce treści jako znaku kwantyfikatora wiążącego zmienną było możliwe dzięki zastosowaniu procedury uzmienniania części nazwowej w treści nadającej się do osądu. Takie ujęcie kwantyfikacji różniło ją od Arystotelesowej kwantyfikacji za pomocą stałych „a”, „e”, „i” „o”.

W *Funkcja i pojęcie* kwantyfikator ogólny, czytany jako: dla każdego x zachodzi $f(x)$, został wprowadzony na przykładzie logicznego zapisu sformułowania: „każdy przedmiot jest sobie równy”. Frege pisał:

³⁵⁷ GG I, § 10, s. 16–17. Por. S. Kamiński: *Fregego logika zdań*. „Roczniki Filozoficzne” 1957, t. 5, z. 2, s. 43.

³⁵⁸ W. Marciszewski: *Operatory logiczne*. W: *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*. Red. W. Marciszewski. Warszawa 1987, s. 49.

³⁵⁹ BS, § 11, s. 19. (*Ideografia...*, s. 66–67).

Chcielibyśmy powiedzieć, że dla dowolnego argumentu wartością tej funkcji jest Prawda. Otóż przez

$$\text{„}\overset{a}{\text{—}}\text{—} f(a)\text{”}$$

rozumiem Prawdę, jeżeli tylko dla dowolnego argumentu wartością funkcji $f(x)$ jest zawsze Prawda; w przeciwnym wypadku

$$\text{„}\overset{a}{\text{—}}\text{—} f(a)\text{”}$$

ma oznaczać Fałsz³⁶⁰.

W GG I, w związku z wprowadzeniem kwantyfikatora ogólnego, Frege odróżniał³⁶¹:

1) ogólność negacji

„dla każdego a nieprawda, że $2 + 3a = 5a$ ”;

$$\text{—}\overset{a}{\text{—}}\text{—} 2 + 3a = 5a$$

2) od negacji ogólności

$$\text{—}\overset{a}{\text{—}}\text{—} 2 + 3a = 5a$$

„nie dla każdego a $2 + 3a = 5a$ ”.

Te dwa rodzaje negacji różniły się miejscem wstawienia kreski negacji: w pierwszym przypadku była ona umieszczona po znaku kwantyfikatora, w drugim – przed kwantyfikatorem.

W systemie Fregego kwantyfikator **szczegółowy**³⁶² nie stanowił odrębnego znaku, ale został wprowadzony na podstawie definicji. Frege dokonał połączenia dwóch wymienionych rozróżnień, uzyskując to, co dziś zwie się kwantyfikatorem szczegółowym:

$$\text{—}\overset{a}{\text{—}}\text{—} 2 + 3a = 5a$$

czytany jako „nieprawda, że dla każdego a nie jest „ $2 + 3a = 5a$ ”, lub „istnieje [es gibt – G.B.] co najmniej jedno rozwiązanie równania”³⁶³.

Kwantyfikatory wiązały zmienne nazywane dziś zmiennymi indywidualnymi (więcej na temat zmiennych zob. w dalszej części pracy).

Zastosowanie kwantyfikacji było możliwe dzięki wprowadzeniu do logiki rozróżnienia funkcji i jej argumentu. Tym sposobem Frege otrzymał sprawne narzędzie analizy zdań z kwantyfikatorem, które występowały w arytmetyce, typu: „Każda liczba naturalna ma swój następnik”.

³⁶⁰ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 37.

³⁶¹ GG I, § 8, s. 12.

³⁶² G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 38; Frege to Peano, undated. PMC, s. 108.

³⁶³ GG I, § 8, s. 12.

W GG dołączył jeszcze dwa **inne operatory**:

1. Operator abstrakcji.
2. Operator deskrypcji.

Ad 1. Zadaniem operatora abstrakcji było oznaczenie przebiegu wartości funkcji. Jako skrótowe oznaczenie przebiegu wartości funkcji Frege przyjął samogłoskę alfabetu greckiego z przydechem, a wyrażenie funkcyjne (którego przebieg wartości został w ten sposób oznaczony) było zapisane w nawiasie. I tak, przebiegiem wartości funkcji „ $(x^2 - 4x)$ ” było „ $\acute{\epsilon} (\epsilon^2 - 4\epsilon)$ ”³⁶⁴. Zapis „ $\acute{\epsilon} f(\epsilon)$ ” markował przebieg jakiejś funkcji, której się bliżej nie określało³⁶⁵. Ponadto uważał, że

rzeczą naturalną jest dokonanie uogólnienia, że każdy przedmiot jest rozumiany jako przebieg wartości [pewnej funkcji], mianowicie jako zakres jakiegoś pojęcia, pod które podpada pojedynczy przedmiot. Pojęcie, pod które podpada pojedynczy przedmiot Δ , jest $\Delta = \epsilon$ ³⁶⁶.

Dwie różne funkcje (lub więcej funkcji), które dla takich samych argumentów przybierają takie same wartości, mają takie same przebiegi – na przykład funkcje:

$$y = x(x - 4)$$

i

$$y = x^2 - 4x.$$

W takim przypadku nie utożsamia się z sobą funkcji, ale ich wartości. Można powiedzieć, że przebieg wartości funkcji

$$x(x - 4)$$

jest tożsamy z przebiegiem wartości funkcji

$$x^2 - 4x.$$

Pisał:

Przez $\acute{\epsilon} (\epsilon^2 - 4\epsilon) = \acute{\alpha} (\alpha \cdot (\alpha - 4))$
wyrażamy zatem to, że przebieg pierwszy jest tożsamy z drugim³⁶⁷.

³⁶⁴ G. Frege: *Funktion und Begriff*. Jena 1891. FBB, s. 24. (*Funkcja i pojęcie...*, s. 25).
Por. W. Marciszewski: *Operatory logiczne...*, s. 48–61; I d e m: *Deskrypcje określone*. W: *Logika formalna...*, s. 68–69.

³⁶⁵ G. Frege: *Funktion und Begriff...*, s. 25. (*Funkcja i pojęcie...*, s. 27).

³⁶⁶ GG I, § 10, s. 18. Tłumaczenie własne.

³⁶⁷ G. Frege: *Funktion und Begriff...*, s. 24. (*Funkcja i pojęcie...*, s. 26).

Frege nie widział możliwości dowiedzenia prawa o równości przebiegów wartości dwóch funkcji, dlatego ta formuła była przyjęta jako aksjomat³⁶⁸. Wprowadzony zapis przebiegu funkcji pozwalał informować o ogólności równań, które niezależnie od przyjmowanych argumentów będą miały zawsze taką samą wartość. Uważał, że wprowadzony znak przebiegu wartości funkcji jest najważniejszą zmianą w stosunku do BS³⁶⁹. Ten operator umożliwiał rezygnację z frazy „podpadanie przedmiotu pod pojęcie”, o której Frege w 1892 roku pisał, że jest podstawowym stosunkiem logicznym, do którego dają się sprowadzić wszystkie stosunki między pojęciami³⁷⁰.

Dodam, że operator na oznaczenie przebiegu funkcji, nazwany operatorem abstrakcji, pojawił się w *Principia mathematica* Whiteheada i Russella³⁷¹.

Ad 2. Operator deskrypcji, „\z”, został wprowadzony po to, by zastąpić rodzajnik określony, występujący w (niemieckim) języku potocznym³⁷². Frege posłużył się nim w szóstym, ostatnim aksjomacie systemu przedstawionego w GG. Ten operator tworzył z funkcji propozycjonalnej (lub nazwowej) wyrażenie odnoszące się do indywiduum, nazwę jedyne go przedmiotu spełniającego tę funkcję. Na przykład przekształcał funkcję: „x jest liczbą dodatnią i pierwiastkiem liczby 4”, w liczbę „2”.

Za wielkie osiągnięcie logiki Fregego należy uznać wyraźne odróżnienie stałych od zmiennych. W BS stałymi były znaki z określonym szczególnym rozumieniem³⁷³, za zmienne można było „przedstawić sobie różne rzeczy”, służące wyrażaniu ogólności³⁷⁴. Zmienne traktował jako skróty. Ostrzegał:

przy całej nieokreśloności trzeba jednak przestrzegać tego, by litera, której nadano znaczenie, zachowała je stale w tym samym kontekście³⁷⁵.

W pierwszym rozdziale BS przyjął następujące rodzaje **zmiennych**:

1. Wielkie greckie litery „A”, „B”, „Γ”..., o których pisał, że są używane jako skróty treści nadających się do osądu, pod które (jeżeli nie jest poda-

³⁶⁸ G. F r e g e: *Funkcja i pojęcie...*, s. 24–25. Jest to tak zwany piąty aksjomat, na którego podstawie Frege wskaże antynomię w swym systemie. Więcej na ten temat zob. w dalszej części rozprawy.

³⁶⁹ GG I, § 9, s. 16.

³⁷⁰ G. F r e g e: [Ausführungen über Sinn und Bedeutung; 1892–1895]. NS, s. 128.

³⁷¹ *Mała encyklopedia logiki...*, s. 137. Marciszewski pisze: „Z lingwistycznego punktu widzenia operator abstrakcji może być uważany za środek gramatyczny, który z funkcji propozycjonalnej tworzy nazwę przedmiotu abstrakcyjnego, takiego, jak zbiór czy relacja”. Ibidem.

³⁷² GG I, § 11, s. 19–20. Por. M. B e a n e y: *Appendix 2: Frege's Logical Notation*. In: *The Frege Reader...*, s. 384.

³⁷³ BS, § 1, s. 1. (*Ideografia...*, s. 50).

³⁷⁴ Ibidem.

³⁷⁵ Ibidem.

na inna informacja) czytelnik może podstawić sobie odpowiedni sens³⁷⁶, na przykład „okoliczność, że możliwe jest *perpetuum mobile*”³⁷⁷; dziś można je nazwać zmiennymi zdaniowymi.

2. Litery „A”, „B”, „C”..., które są zmiennymi na oznaczenie argumentu funkcji – można powiedzieć, że zastępują jakiś nieokreślony obiekt³⁷⁸; występują tam, gdzie zmienne nie są objęte kwantyfikacją.

3. Greckie wielkie litery „ Φ ”, „ Ψ ” lub wielkie litery alfabetu łacińskiego, które zastępują jakąś nieokreśloną funkcję³⁷⁹; „ $\Phi(A)$ ” czytał jako „A ma własność Φ ”, a „ $\Psi(A, B)$ ” – jako „B pozostaje w stosunku Ψ do A” lub „B jest wynikiem zastosowania postępowania Ψ do przedmiotu A”³⁸⁰; odróżnienie zmiennych na oznaczenie nieokreślonego obiektu i zmiennych na określenie własności pozwalało jednoznacznie odróżnić nazwy generalne od nazw indywiduowych.

4. Gotyckie litery „a”, „e”, za które wolno podstawić tylko coś określonego, są stosowane w miejsce argumentu nad kreską treści z wgłębieniem; czyta się je jako: cokolwiek przyjmuje się za argument funkcji, funkcja ta jest faktem³⁸¹; dziś powiemy, że są to znaki na oznaczenie zmiennych kwantyfikacyjnych; Frege dodał, że litera użyta na oznaczenie funkcji też może być uznana za argument, a więc przedstawiona literą gotycką:

[...] nie wyklucza się [...], że jako *a* można podać jakieś znaczenie Δ takie, że $X(\Delta)$ byłoby faktem³⁸².

Dalej Frege dodał jeszcze, że litera gotycka ogranicza zakres, do którego odnosi się ogólność oznaczona za pomocą tej litery. W ramach jednego sądu ta sama litera może wystąpić w różnych zakresach lub w jednym sądzie mogą wystąpić dwie zmienne kwantyfikacyjne³⁸³.

W drugim rozdziale, w którym przedstawił aksjomaty rachunku zdań i rachunku predykatów, posłużył się zmiennymi „a”, „b”, „c”, pisanymi kursywą, za które można wstawić:

³⁷⁶ Ibidem § 2, s. 2. (*Ideografia...*, s. 51); § 5, s. 5. (*Ideografia...*, s. 54).

³⁷⁷ BS, § 5, s. 6. (*Ideografia...*, s. 55).

³⁷⁸ BS, § 10, s. 18. (*Ideografia...*, s. 65). Z tej racji, że w swej semantyce zdania traktował Frege jako pewnego rodzaju nazwy, prawdopodobnie dopuszczał podstawianie za tego typu zmienne (nazwane współcześnie indywiduowymi) także zdań.

³⁷⁹ Dlatego – jak pisze Zalta – język Fregego jest językiem logiki predykatów drugiego stopnia. E.N. Zalta: *Frege's Logic, Theorems, and Foundation of Arithmetic*. In: *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. 2003. Ed. E.N. Zalta. URL = <http://plato.stanford.edu/entries/frege-logic>.

³⁸⁰ BS, § 10, s. 18. (*Ideografia...*, s. 66).

³⁸¹ BS, § 11, s. 19. (*Ideografia...*, s. 67).

³⁸² BS, § 11 s. 20. (*Ideografia...*, s. 68).

³⁸³ Ibidem.

1) zdania, na przykład: „każdy następny wyraz ciągu jest większy niż ten poprzedzający go”³⁸⁴,

2) schematy zdaniowe³⁸⁵, na przykład „ $a \rightarrow b$ ”,

W aksjomatach 7–9 zmienne „a”, „b”, „c” pełnią także funkcję zmiennych indywidualnych³⁸⁶.

Frege posługiwał się także małymi literami „f”, „g” (pisanymi kursywą) na oznaczenie funkcji. Zmienne objęte kwantyfikatorem oznaczał małymi literami gotyckimi.

W trzecim rozdziale posługiwał się jeszcze innymi literami na oznaczenie zmiennych. Zmienne objęte zasięgiem kwantyfikatora nadal oznaczał małymi literami gotyckimi, pisał o nich, że nie przedstawiają żadnej samodzielnej treści³⁸⁷. Duże greckie litery pełniły funkcję zmiennych indywidualnych, a stałymi funkcyjnymi były „f” i „F”.

Osobnego badania wymagałyby zasady wyróżniania i oznaczania zmiennych w GG, gdzie autor jeszcze bardziej zaostrzył swe wymogi co do ścisłości i precyzji.

Teraz omówię zagadnienie **reguł** przyjętych w logice Fregego.

Filozof i logik z Jeny stwierdzał, że posługuje się **regułą odrywania**, zwaną *modus ponendo ponens*. Zgodnie z tą regułą, że jeżeli implikacja i jej poprzednik są tezami systemu, to tezą systemu jest także następnik implikacji:

W logice wylicza się za Arystotelesem cały szereg rodzajów wniosków [*Schlussarten* – K.R.]; ja posługuję się tylko tym jednym – przynajmniej we wszystkich przypadkach, w których z więcej niż jednego sądu wyprowadzony jest nowy sąd. Prawdę zawartą w innym rodzaju wniosku można wyrazić w sądzie postaci: jeżeli ważne jest N i ważne jest M , to ważne jest także A ³⁸⁸.

Milcząco przyjmował też **regułę podstawiania**. W BS pisał, że jedną zmienną kwantyfikacyjną można zastąpić inną i taka zamiana nie ma wpływu na treść³⁸⁹. W innym miejscu przyjmował, że podstawienie tezy danego systemu jest także tezą tego systemu³⁹⁰.

³⁸⁴ BS, § 14, s. 29.

³⁸⁵ BS, § 15, s. 31.

³⁸⁶ BS, § 20–22, s. 50–51.

³⁸⁷ BS, § 24, s. 56.

³⁸⁸ BS, § 6, s. 9. (*Ideografia...*, s. 58).

³⁸⁹ BS, § 11, s. 20. (*Ideografia...*, s. 68).

³⁹⁰ G. Frege: *Begriffsschrift II. Sommersemester 1913...*, s. 23 i nast. W GG I Frege pisał, że przyjmuje cztery reguły (§ 48). Na ten temat zob. G. Currie: *Frege. An Introduction to His Philosophy*. New Jersey 1982, s. 138, przypis.

Odróżniał prawa od reguł, rozumiejąc reguły jako odwzorowanie praw. Reguły użycia znaków pierwotnych (negacji, implikacji, kwantyfikacji) nie da się zapisać w języku *Begriffsschrift* (bo leżą u jej podstaw), trzeba je zapisać słownie i trzeba pokazać, jak się ich używa, na przykład w aksjomatach³⁹¹.

Gottlob Frege wyraźnie rozróżniał **definicje i aksjomaty**, co poniżej przedstawię.

W BS zdefiniował symbol „ \equiv ”, który nazwał symbolem **tożsamości** treści, wykorzystywanym przy definiowaniu³⁹². Tożsamość treści (*Inhaltsgleichheit*) nazw „A” i „B” zapisywał następująco:

$$\vdash\text{---} (A \equiv B)$$

i wyjaśniał, co znaczy: znak „A” i znak „B” mają tę samą treść pojęciową, tak iż w miejsce „A” można zawsze podstawić „B” i odwrotnie³⁹³. Znak tożsamości dwóch nazw okazał się także pomocny w definiowaniu jako wprowadzaniu skrótów, w taki sposób Frege wyraził tożsamość treści skrótu i treści wyrażenia pierwotnego³⁹⁴. W późniejszym tekście uważał, że

„ $\Gamma = \Delta$ ” będzie oznaczać prawdę, jeżeli Γ jest tym samym, co Δ , w innym przypadku będzie oznaczać fałsz³⁹⁵.

A jest identyczne z B, kiedy wszystko, co jest ważne dla A, jest ważne także dla B i odwrotnie³⁹⁶.

Przyjmował, że sąd, stwierdzający tożsamość treści, jest sądem syntetycznym w rozumieniu Kanta wówczas, gdy dwie nazwy wiążą się z różnymi sposobami określenia tej samej rzeczy³⁹⁷.

W BS oraz GG Frege posługiwał się na oznaczenie **definicji** znakiem

$$\parallel\text{---}$$

nazywanym przezeń „podwójną kreską definicji” (*Definitionsdoublestrich*)³⁹⁸. Rzecz charakterystyczna, zapis definicji zaczynał od podania

³⁹¹ W tym miejscu K. Rotter, tłumacz BS, przywołuje stanowisko Wittgensteina co do niewyraźności logicznych własności języka. Zob. K. Rotter: *Przypisy tłumacza*. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej...*, s. 84.

³⁹² BS, § 8, s. 15. (*Ideografia...*, s. 62). Frege nie odróżniał znaku „ \equiv ” od znaku „ $=$ ”.

³⁹³ Ibidem.

³⁹⁴ Ibidem.

³⁹⁵ GG I, § 7, s. 11. Zwracam uwagę na zmianę znaku funktora tożsamości.

³⁹⁶ G. Frege: *Begriffsschrift II. Sommersemester 1913...*, s. 22. Tłumaczenie własne.

³⁹⁷ BS, § 8, s. 15. (*Ideografia...*, s. 62).

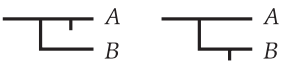
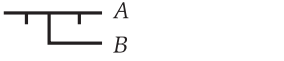
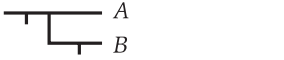
³⁹⁸ BS, § 24, s. 55; GG I, § 27, s. 44–45. Więcej na ten temat zob. podrozdział *Definiowanie*.

znaku definicji, po którym następował *definiens*, potem spójnik definicyjny, a dopiero na końcu był podawany termin definiowany, czyli *definiendum*.

Frege **definicyjnie wprowadził następujące spójniki logiczne**, których funkcją było łączenie treści nadającej się do osądu (tabela 2).

Tabela 2

Funktory alternatywy, koniunkcji i dysjunkcji

Zapis Fregego	Zapis współczesny	Współczesna nazwa funktora	Przyjęte rozumienie
	$p \vee q$	alternatywa; czytane jako „lub”, niem. <i>oder</i>	nie wyklucza się jednoczesnego zachodzenia A i B ³⁹⁹ ; $(\sim B \rightarrow A)$; $(B \rightarrow \sim A)$
	$p \wedge q$	koniunkcja; czytane jako „i”, niem. <i>und</i>	A i B są faktami ⁴⁰⁰ $\sim(B \rightarrow \sim A)$
	p / q	dysjunkcja; czytane jako „ani..., ani”, niem. <i>weder... noch</i>	występuje przypadek, w którym A i B są zanegowane; ani A , ani B nie są faktem ⁴⁰¹ $\sim(\sim B \rightarrow A)$

Objaśnienia: A i B to zmienne zdaniowe.

Jak Frege rozumiał wyrażenie „**aksjomat logiki**”? Aksjomaty to zdania niedowodliwe dla danej teorii. W drugiej części BS pisał, że aksjomaty należą do takich sądów czystego myślenia, które dają się przedstawić symbolicznie⁴⁰². Z aksjomatów, jako sądów prostych, da się wyprowadzić bardziej złożone sądy czystego myślenia, a robi się to w celu ujawnienia zachodzących między nimi stosunków. Aksjomaty, zgodnie ze swą mocą,

³⁹⁹ BS, § 7, s. 11. (*Ideografia...*, s. 60–61). Tak samo definiowane w G. Frege: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911...*, s. 2.

⁴⁰⁰ BS, § 7, s. 12. Tak samo definiowane w G. Frege: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911...*, s. 2. Funktor koniunkcji dla trzech zmiennych, we współczesnym zapisie: $\sim(\Gamma \rightarrow (B \rightarrow \sim A))$. Zob. BS, § 7, s. 12.

⁴⁰¹ BS, § 7, s. 13. Tak samo definiowane w G. Frege: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911...*, s. 2.

⁴⁰² BS, § 13, s. 25–26. (*Ideografia...*, s. 72–73). Frege posługiwał się także zwrotami: „pewniki arytmetyki” (*Grundsätze der Arithmetik*) – ibidem, s. 97; „aksjomat” (*Axiom*) – ibidem, s. 99, oraz „prawdy pierwotne” (*Urwahrheiten*). Wydaje się, że wymienione cztery wyrażenia Frege traktował synonimicznie. O wewnętrznym związku praw dotyczących liczb z prawami dotyczącymi myślenia pisał także w GL, § 14, s. 20–21. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 110). Kamiński zauważył, że Frege odrzucił takie rozumienie aksjomatu, jakie przyjął Hilbert (aksjomat to ukryta definicja wyrazów pierwotnych) i Korselt (aksjomat to swoista reguła używania wyrazów pierwotnych). Zob. S. Kamiński: *Fregego logika zdań...*, s. 55.

zawierają wszystkie inne prawa⁴⁰³. Stanowią rdzeń, który ułatwia każdą inną dedukcję. W GL (1884) pisał o „prawdach pierwotnych” (*Urwahrheiten*), które pełnią funkcję wspierania bloku nauki, a ich wskazanie jest „celem godnym wysiłku”⁴⁰⁴. Aksjomaty logiki, jako *Urwahrheiten des reinen Denkens*, są powszechnie stosowalne (czyli wszędzie tam, gdzie odróżnia się w dyskursie prawdę od fałszu), co wynika z zastosowania w nich (także powszechnie stosowanych) znaków pierwotnych. Frege charakteryzował też aksjomaty w dwóch niepublikowanych tekstach traktujących o podstawach geometrii. Aksjomat odróżniał w nich od definicji i nazywał prawdziwą myślą, której nie dowodził logicznie⁴⁰⁵. W późniejszym, niepublikowanym tekście *Logik in der Mathematik* (1914) pisał, że „Aksjomat jest zawsze prawdziwą myślą. Co więc nie wyraża myśli, nie może także wyrażać aksjomatu”⁴⁰⁶. Wszystkie znaki użyte w tym aksjomacie muszą być znane⁴⁰⁷.

Gottlob Frege dwukrotnie przedstawił listę aksjomatów swego systemu logicznego: w BS i w GG I.

W BS Frege sformułował dziewięć aksjomatów. Trzy pierwsze wymagają do ich wyrażenia, pomijawszy litery, tylko znaku implikacji. Trzy następne wymagają jeszcze znaku negacji. Trzy ostatnie zawierają jeszcze znak tożsamości treści i wglębiecie w kresce treści, oznaczające kwantyfikator. Oto aksjomaty podane w BS, zapisane z użyciem zmiennych stosowanych przez Fregego i – dla uproszczenia – współczesnych symboli dla funktorów implikacji i negacji (tabela 3).

Tabela 3

Aksjomaty z BS

Aksjomat	Zapis	Przyjęte rozumienie
1	2	3
1.	$a \rightarrow (b \rightarrow a)$	„Jeżeli jest ważne [gelten] zdanie <i>a</i> , to jest ono ważne także wtedy, gdy dowolne zdanie <i>b</i> jest ważne” ⁴⁰⁸ .

⁴⁰³ BS, § 13, s. 25. (*Ideografia...*, s. 72).

⁴⁰⁴ GL, § 2, s. 2. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 95). Także ibidem, s. 96.

⁴⁰⁵ G. Frege: *Über die Grundlagen der Geometrie* [1906]. KS, s. 283.

⁴⁰⁶ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 268.

⁴⁰⁷ Ibidem, s. 263.

⁴⁰⁸ BS, § 14, s. 26. Tłumaczenie własne. Por. L. Borkowski: *Logika formalna*. Warszawa 1970, s. 89; S. Kamiński: *Fregego logika zdań...*, s. 31–63; J. Łukasiewicz: *Metody dowodzenia niezależności tez w teorii dedukcji* [1947]; Idem: *Logika i metafizyka. Miscelanea*. Warszawa 1998, s. 183. Por. aksjomaty podane w GG I, § 47, s. 61.

cd. tabeli 3

1	2	3
2.	$[c \rightarrow (b \rightarrow a)] \rightarrow [(c \rightarrow b) \rightarrow (c \rightarrow a)]$	„Kiedy zdanie a jest koniecznym następstwem zdań b i c i kiedy jedno z nich, b , znowu jest koniecznym następstwem innego, c , to zdanie a jest koniecznym następstwem zdania c ” ⁴⁰⁹ .
3.	$[d \rightarrow (b \rightarrow a)] \rightarrow [b \rightarrow (d \rightarrow a)]$	„Kiedy pewne zdanie jest następstwem dwóch warunków, to jest ich następstwem w dowolnej kolejności” ⁴¹⁰ .
4.	$(b \rightarrow a) \rightarrow (\sim a \rightarrow \sim b)$	„Jeśli z b wynika a , to z negacji a wynika negacja b ” ⁴¹¹ .
5.	$\sim \sim a \rightarrow a$	„Zaprzeczenie zaprzeczenia jest uznaniem” ⁴¹² .
6.	$a \rightarrow \sim \sim a$	„Uznanie a jest zaprzeczeniem zaprzeczenia a ” ⁴¹³ .
7.	$d \equiv c \rightarrow [f(c) \rightarrow f(d)]$	Można wszędzie zamiast c wstawiać d , jeżeli treść c jest taka sama jak treść d ⁴¹⁴ .
8.	$c \equiv c$	„Treść c jest taka sama jak treść c ” ⁴¹⁵ .
9.	$[\hat{a} f(a)] \rightarrow f(c)$	„Jeżeli jest uznane: dla każdego a $f(a)$, to nie może być zaprzeczone $f(c)$ ” ⁴¹⁶ .

O b j a ś n i e n i a: a, b, c, d – w aksjomatach 1–6 to zmienne zdaniowe, a w aksjomacie 9. zmienne indywidualowe; problematyczne jest określenie tych zmiennych w aksjomatach 7–8; f – symbol funkcji, a – zmienna kwantyfikacyjna.

W opinii Fregego, na podstawie przedstawionego języka można sformułować „nieprzejrzaną mnogość” twierdzeń. Łukasiewicz wykazał, że aksjomat trzeci jest wyprowadzalny z dwóch poprzednich aksjomatów⁴¹⁷.

⁴⁰⁹ BG I, § 14, s. 28. Tłumaczenie własne.

⁴¹⁰ BG I, § 16, s. 35. Tłumaczenie własne.

⁴¹¹ W tym przypadku podaję sformułowanie Korcika, bo Frege go nie podał. A. K o r c i k: *Gottlob Frege jako twórca pierwszego systemu aksjomatycznego współczesnej logiki zdań*. „Roczniki Filozoficzne” 1948, t. 1, s. 157.

⁴¹² BS, § 18, s. 44.

⁴¹³ BS, § 19, s. 47.

⁴¹⁴ BS, § 20, s. 50.

⁴¹⁵ BS, § 21, s. 50.

⁴¹⁶ BS, § 22, s. 51.

⁴¹⁷ J. Ł u k a s i e w i c z: *Z historii logiki zdań*. W: I d e m: *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane*. Wybór, wstęp, przypisy J. S ł u p e c k i. Warszawa 1961, s. 193–194. Łukasiewicz udowodnił również zupełność systemu Fregego (zob. W. M a r c i s z e w s k i: *Główne fakty z dziejów logiki współczesnej*. W: *Logika formalna...*, s. 423). Por. B e a n e y: *Introduction...*, s. 10.

W GG autor zawarł zmodyfikowaną aksjomatykę. Wśród aksjomatów pojawił się feralny piąty aksjomat, który można sformułować tak: dwie funkcje mają identyczne przebiegi swych wartości wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego argumentu przyjmują tę samą wartość. W zapisie Fregego⁴¹⁸:

$$\text{┆} \text{---} (\hat{e}f(\epsilon) = \hat{\alpha}g(\alpha)) = (\text{---} \overset{a}{\cup} \text{---} f(a) = g(a))$$

Jeżeli:

f – jest trójkątem

g – jest trójbokiem

a – dowolny przedmiot

to powyższy zapis można przeczytać: zakres pojęcia „ f ” (jest trójkątem) równa się zakresowi pojęcia „ g ” (jest trójbokiem) wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego „ a ”, jeżeli „ a ” posiada własność „ f ” bycia trójkątem, to „ a ” posiada własność „ g ” bycia trójbokiem.

Przyjęcie takiego rozwiązania okazało się dla Fregego konieczne, bo funkcje, jako elementy niezupełne, nie były przedmiotami i nie można było napisać „ $f = g$ ”. Natomiast przebieg wartości funkcji był czymś zupełnym w sobie (a więc przedmiotem) i przebiegi dwóch funkcji mogły być sobie równe⁴¹⁹.

W piątym aksjomacie, na podstawie trudności sformułowanej przez Russella (ale na bazie pierwszej książki Fregego, BS), Frege dostrzegł możliwość zbudowania **antynomii**. Russell pisał tak:

Jest [...] jedno miejsce, w którym natrafiłem na trudność. Stwierdza Pan [...], że funkcja także może zachowywać się jak element nieokreślony. Wcześniej wierzyłem w to, teraz jednak pogląd taki wydaje mi się wątpliwy z powodu następującej sprzeczności. Niech w będzie taką oto własnością: być własnością, która może być orzekana o sobie samej. Czy w można orzec o niej samej? Z każdej odpowiedzi [na to pytanie – R.M.] wynika odpowiedź przeciwna⁴²⁰.

W przytoczonym fragmencie Russell wydaje się odwoływać do następującego zdania Fregego: „Może też być odwrotnie, tzn. tak, że argument jest określony, funkcja zaś pozostaje nieokreślona”⁴²¹. Zauważoną przez Russella trudność Frege odniósł do piątego aksjomatu z GG, który traktował o równości przebiegów funkcji.

⁴¹⁸ GG I, § 20, s. 36.

⁴¹⁹ Zob. komentarz Murawskiego w przypisie. [G. F r e g e:] *List do B. Russella*. W: *Filozofia matematyki...*, s. 203.

⁴²⁰ [B. R u s s e l l:] *List do G. Fregego*. W: *Filozofia matematyki...*, s. 221. Dodam, że wskazana trudność dotyczy nie tylko pracy Fregego, ale i prac Cantora oraz Dedekinda, którzy także posługiwali się teorią zbiorów w badaniu podstaw arytmetyki. Zob. T.W. B y n u m: *On the Life and Work of Gottlob Frege...*, s. 47.

⁴²¹ BS, § 9, s. 17. (*Ideografia...*, s. 65).

Równość przebiegów wartości funkcji posłużyła Fregeemu w definiowaniu liczby. Uważał, że tym sposobem podał kryterium identyczności dwóch pojęć: pojęcia będą identyczne wtedy, gdy w ich zakresach znajdują się te same przedmioty. Jako przykład pojęć mających ten sam zakres podałam trójbok i trójkąt.

Aby uniknąć możliwości powstania antynomii, Frege sformułował zakaz podpadania zakresu pojęcia pod nie samo, w czego wyniku otrzymał zmodyfikowany aksjomat piąty. Wprowadzoną zmianę, w *Nachwort* do GG II, można nazwać kolejną modyfikacją BS.

Russell zaś, by uniknąć możliwości powstania antynomii w systemie, wprowadził teorię typów, zgodnie z którą przedmioty jednostkowe, zbiory przedmiotów jednostkowych itd. należą do różnych typów logicznych, a elementy należące do różnych typów nie mogą tworzyć jednego zbioru.

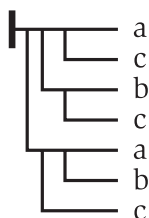
Przykładowo, jeżeli przebieg wartości funkcji doda się do liczby 9, nie spełni się warunku niemieszania typów, jak to ujmują Russell i Whitehead w teorii typów (element zbioru jest dodany do zbioru). Niespełnienie zaś tego warunku rodzi antynomie.

Trzeba jeszcze nadmienić, że logika Fregego była ekstensjonalna, to znaczy wyrażenia złożone traktował on jako funkcje prawdziwościowe wyrażań prostych. Ponadto jego logika opierała się na koncepcji wartości logicznej, którą była prawda dla zdań prawdziwych i fałsz dla zdań fałszywych. Taką terminologią Frege posługiwał się od czasu napisania tekstu *Funkcja i pojęcie*, w 1891 roku. Wcześniej używał słów: „uznane” (*bejahen*) i „zaprzeczone” (*verneinen*).

Po napisaniu BS pierwszą intencją było **zastosowanie** sformułowanego w tej pracy systemu logicznego do fundamentalnej teorii matematycznej, czyli do teorii liczb. Nikt dotąd nie przedstawiał arytmetyki jako teorii aksjomatycznej. Terminy matematyczne miały być definiowane za pomocą terminów logicznych. To samo w słabszej formie próbował robić Russell. Frege utrzymywał Kantowski pogląd na geometrię, jako mającą prawdy syntetyczne *a priori*, nieredukowalne do logiki.

Pismo pojęciowe miało być językiem możliwym do zastosowania w fizyce, mechanice i filozofii. W pismach Fregego da się znaleźć przykłady posługiwania się pismem pojęciowym do wyrażania stosunków w arytmetyce, geometrii, ale także w naukach o przyrodzie (w fizyce, mechanice, kinetyce). Dzięki dwuwymiarowości notacji prezentowane rozumowania są bardzo czytelne. Oto przykład posłużenia się pismem pojęciowym do wypowiedzi o ciągu liczbowym⁴²²:

⁴²² „Wenn aus den Sätzen, dass in der Zahlenreihe Z jedes folgende Glied grösser als das vorangehende ist, und dass das Glied M grösser als L ist, geschlossen werden kann, dass das Glied N grösser als L ist, und wenn aus dem Satze, dass in der Zahlenreihe Z jedes



co można przeczytać następująco:

jeśli (jeśli c, to (jeśli b, to a)), to jeśli (jeśli c, to b), to (jeśli c, to a),
gdzie:

c – „W ciągu liczbowym Z każdy następny wyraz jest większy niż go poprzedzający”.

b – „Wyraz jest M większy niż wyraz L ”.

a – „Wyraz N jest większy niż wyraz L ”.

Przedstawione tu najważniejsze elementy pisma pojęciowego należy uzupełnić jeszcze paroma uwagami. Z logiką Fregego jest, oczywiście, ściśle związane zagadnienie wartości logicznych, ale o tym pisałam już we fragmencie pracy dotyczącym analizy językowej. Za terminy czysto logiczne do 1891 roku Frege uważał następujące określenia: „pojęcie”, „podpadanie pod pojęcie”, „zakres pojęcia”. Stanowiły one podstawę definiowania liczby (jako zbioru pojęć z równolicznymi zakresami) i programu logicyzmu. We współczesnej terminologii byłyby to: klasa⁴²³ i element klasy. Frege zmodyfikował swą terminologię w tym względzie po wprowadzeniu operatora przebiegu wartości funkcji.

Podsumowując ten punkt, przywołam wypowiedź Rottera, który o BS pisze:

Praca ta stanowiła punkt wyjścia wszystkich późniejszych prac Fregego [...] i mimo załamania się programu logicyzacji, do realizacji którego została stworzona, oraz Fregego zwrotu ku pozalogicznym źródłom poznania w matematyce nigdy nie została przez niego zaniegowana⁴²⁴.

nachfolgende Glied grösser als das vorangehende ist, folgt, dass M grösser als L ist, so kann der Satz, dass N grösser als L ist, aus dem Satze geschlossen werden, dass jedes nachfolgende Glied in der Zahlenreihe Z grösser als das vorangehende ist”. BS, § 14, s. 28–29. Więcej przykładów zob. G. Frege: *Begriffsschrift II. Sommersemester 1913...*, s. 29; I d e m: *Anwendung der Begriffsschrift*. „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1879, Bd. 13, s. 29–33; BS, s. 89–93.

⁴²³ W wykładzie dla swych kolegów z Jenaische Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft Frege wspominał o tym, że świadomie zastąpił „klasę” (jako wyraz często używany przez matematyków) słowem „pojęcie”, które uważał za termin logiczny. Dziś „klasa” to termin teoriomnogościowy. Frege posługiwał się jednak słowem „klasa” w dyskusji nad swymi koncepcjami w korespondencji z B. Russellem – zob. GFB, s. 67–71, 73, 76, 81, 84, 86–91.

⁴²⁴ K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 177, przypis.

Może [...] *Ideografia* jest [...] próbą realizacji Leibnizjańskiego snu o *calculus ratiocinator* w zawężonym zakresie, obejmującym reguły niezawodnego dowodzenia z pominięciem reguł uznawania bezpośredniego?⁴²⁵

Pismo pojęciowe a królestwo myśli

Wraz z publikacją niewielkiej książeczki BS Frege zrewolucjonizował współczesną mu logikę. Przedstawiona logika Fregego była dlań narzędziem badania struktury myśli, przez sprowadzanie zdania do jego poprawnej (a ukrytej) formy. Logicznemu wyrażaniu myśli służyła specjalna szata graficzna i forma zapisu pisma pojęciowego. Frege kierował się pojęciem stosunków logicznych jako stosunków pomiędzy treściami myślenia i ideą wyrażania ich w formie logicznej interpunkcji dyskursu.

Podstawą omawianej logiki zdań i logiki predykatów było uznanie prymatu zdania nad pojęciem, które uzyskuje się przez rozróżnienie funkcji i jej argumentu w treści nadającej się do osądu. Podstawowym wyrażeniem języka tej logiki, formą zdania elementarnego, jest „ $f(x)$ ”, gdzie własność „ f ” jest orzekana o indywiduum „ x ”. Argument wraz z funkcją stanowi pewną zamkniętą całość⁴²⁶. Każda funkcja, otrzymana z treści osądzalnej, odnosiła się do jednego z dwóch różnych obiektów. W jego logice szczególną rolę odgrywało podpadanie przedmiotu pod pojęcie.

W GL Frege pisał o „logicznych składnikach sądu” (*logische Bestandteile des Urteils*)⁴²⁷, dając temu wyraz w stwierdzeniu:

Nie interesuje nas [...] szczególna treść relacji, a jedynie jej forma logiczna. Prawdziwość tego, co można o tej formie powiedzieć, jest analityczna i znana *a priori*⁴²⁸.

W logice Arystotelesa kwantyfikacja była nieodłącznie związana z predykacją. Jednakowo traktowano sformułowania „wszyscy ludzie” i „Sokrates” w zdaniach: „Wszyscy ludzie są śmiertelni” i „Sokrates jest śmiertelny”. Frege wypracował inne rozwiązanie, zgodnie z którym pierwsze zdanie jest złożeniem dwóch funkcji: „[...] jest człowiekiem” i „[...] jest śmiertelny”, między którymi zachodzi pewna relacja, tak że

„Dla każdego x , jeżeli x jest człowiekiem, to x jest śmiertelne”.

⁴²⁵ Ibidem, s. 179.

⁴²⁶ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 22.

⁴²⁷ GL, § 60, s. 71. (*O pojęciu liczby...*, s. 179).

⁴²⁸ GL, § 70, s. 83. (*O pojęciu liczby...*, s. 187).

I tak, zdanie⁴²⁹:

„Wszystkie ssaki mają czerwoną krew”,
ma poprawną strukturę następującą:

„Jeżeli coś jest ssakiem, to ma czerwoną krew”,

lub:

„Cokolwiek jest ssakiem, ma czerwoną krew”.

Carnap, uczestnik wykładów Fregego, w 1913 roku zapisał, że precyzyjniej zdanie

„Wszyscy ludzie są śmiertelni”,

z którego ma wynikać, że

„Katon jest śmiertelny”,

trzeba byłoby zapisać tak:

„Jeżeli coś jest człowiekiem, to jest śmiertelne”.

Do tego należy dodać drugą przesłankę: „Katon jest człowiekiem”, i otrzymujemy jako wniosek: „Katon jest śmiertelny”⁴³⁰. Frege pisał:

Tak jak

„*a* podpada pod pojęcie *F*”

jest postacią ogólną pewnego sądu [*beurteilbarer Inhalt* – G.B.], który dotyczy przedmiotu *a*, także [wyrażenie – R.M.]

„*a* znajduje się w relacji φ w stosunku do *b*”

można potraktować jako ogólną postać sądu [*beurteilbarer Inhalt* – G.B.], który mówi o przedmiocie *a* i o przedmiocie *b*⁴³¹.

Ujęcie Fregego pozwala śmiertelność orzekać nie o poszczególnych ludziach, lecz o zakresie pojęcia „człowieka”.

Trzydziesty drugi paragraf GG I (1893) zatytułował: *Każde zdanie piśma pojęciowego wyraża jakąś myśl*. Powrócił do tego tematu w roku 1919, w niepublikowanym *Szkicu dla Darmstaedtera*, nie utrzymywał jednak tak radykalnego stanowiska. Dyskutował tam problem myśli w kontekście okresu warunkowego. Wprowadził termin „myśl zamknięta”, bliżej nie charakteryzując, jak proponuje rozumieć to wyrażenie. Uważał, że może zdarzyć się sytuacja, w której poprzednik i następnik okresu warunkowego wyrażają „zamkniętą myśl”; wtedy okres warunkowy jako całość też wyraża pewną myśl. Uznanie jej za prawdziwą nie przesądza o prawdziwości następnika i poprzednika. Może być też tak, że ani poprzednik, ani

⁴²⁹ Zob. G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 52. Por. B. Russell: *Mój rozwój filozoficzny...*, s. 69–70.

⁴³⁰ Frege's *Lectures on Logic...*, s. 142. Rotter pisze, że Frege sąd egzystencjalny uznaje za ogólną formę sądu, i przedstawia Fregego koncepcję sądu na tle dyskusji, jakie toczono w dziewiętnastym wieku. K. Rotter: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 187.

⁴³¹ GL, § 70, s. 83. (*O pojęciu liczby...*, s. 187).

następnik nie wyrażają żadnej myśli, a okres warunkowy wyraża pewną myśl, taką

której przysługuje ogólność. Mamy wtedy nie związek sądów czy myśli, lecz związek pojęć, mianowicie stosunek podrzędności⁴³².

W BS, czyli na długo przed sformułowaniem koncepcji myśli, Frege dzielił sądy czystego myślenia (*Urteile des reinen Denkens*) na takie, które dają się wyrazić symbolicznie (są to aksjomaty i z nich wyprowadzone tautologie), oraz takie, których nie da się wyrazić symbolicznie. Te drugie, które nazywa prawami i których odwzorowaniem są reguły, nie mogą zostać wyrażone w piśmie pojęciowym, bo leżą u jego podstaw⁴³³. W późniejszym, niepublikowanym tekście pisał, że aksjomat zawsze jest prawdziwą myślą⁴³⁴. Przyjmował także za oczywisty związek między sądem, dowodzeniem i myślą. Pisał, że

w każdym sądzie – nawet najbanalniejszym – robi się krok z poziomu myśli na poziom znaczeń, a więc do sfery obiektywnej⁴³⁵,

czyli do królestwa myśli. Uważał, że dowodzi się nie zdania, lecz myśli⁴³⁶.

Według Burge'a nie każdy termin logiczny ma swój odpowiednik w rzeczywistości trzeciego królestwa, na przykład znak negacji nie odnosi się do żadnego komponentu myśli⁴³⁷. Dummett uważa, że dla każdej myśli istnieje tylko jedna forma idealnej notacji symbolicznej⁴³⁸.

Odkryta przez Fregego logika predykatów pozwalała zapisać formalnie zdania, które zawierają złożoną informację o kwantyfikacji, jak zdania przytoczone wcześniej⁴³⁹.

Zadaniem analizy logicznej była kontynuacja badań rozpoczętych wyróżnieniem elementu na wzór funkcji i elementu na wzór argumentu, uzupełnionych narzędziami analizy językowej. Analiza logiczna prowadziła do odkrycia i zapisu poprawnej struktury logicznej zdania, w którym jest wyrażona myśl. Frege uważał, że zapis za pomocą języka na wzór rachunku uchroni zapisywaną myśl przed wieloznacznością i innymi niedoskonałościami języka naturalnego.

⁴³² G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 135.

⁴³³ BS, § 13, s. 25. (*Ideografia...*, s. 72).

⁴³⁴ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 268.

⁴³⁵ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 70.

⁴³⁶ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 222.

⁴³⁷ T. Burge: *Truth, Thought, Reason...*, s. 118.

⁴³⁸ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 279.

⁴³⁹ M. Beane: *Introduction...*, s. 12.

Analizowanie a inne czynności poznawcze

Czynności analizowania, definiowania i rozjaśniania różnią się w zależności od przedmiotu, jakiego dotyczą:

1. Jeżeli są to pojęcia logicznie proste, możliwe jest jedynie ich rozjaśnianie.

2. Jeżeli są to pojęcia złożone, to wśród nich są te, które są definiowalne, oraz te, które mogą być rozkładane lub sprowadzane do czegoś ogólniejszego¹. Właśnie te ostatnie są poddawane analizie.

Inaczej mówiąc, przedmiotem analizowania są terminy logicznie złożone, przedmiotem definiowania są terminy logicznie proste, ale definiowalne, przedmiotem rozjaśniania są terminy logicznie proste i niedefiniowalne. W GL, badając poglądy matematyków i filozofów na temat tego, czym jest liczba, Frege tak pisał o (nie)analizowalności (*(Un)Zerlegbarkeit*):

Kiedy z nierozkładalności nie chce się wnioskować, co nam z tego przyjdzie? Kiedy można odstąpić od ostrości określonego pojęcia bez szkody, lub nawet trzeba, po co ta ostrość? Ale może powinno się nie tylko myśleć o rozkładalności. Czy więc przez niedostatek w myśleniu mogłoby być coś osiągnięte! Są jednak przypadki, w których nie da się uniknąć myślenia o rozkładalności, gdzie nawet konkluzja opiera się na strukturze jedności, na przykład w zdaniu: dzień ma 24 godziny, ile godzin mają trzy dni?²

¹ GL, § 4, s. 5. (*Podstawy arytmetyki*. Tłum. K. Rotter. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997, s. 97).

² GL, § 33, s. 44. Tłumaczenie własne.

Definiowanie

W tym podrozdziale przedstawię Fregego koncepcję definicji, którą formułował na potrzeby wyprowadzenia arytmetyki liczb naturalnych z definicji i praw logiki³.

Koncepcja definicji, jaką podał Frege, była związana z realizacją programu logicyzmu. Można powiedzieć, że jego teoria definicji była osadzona w jego wizji naprawy dziewiętnastowiecznej matematyki. Mając na uwadze liczbę, pytał: „Czy dla nauki nie jest upokarzający brak jasności co do swojego najbliższego i z pozoru tak prostego przedmiotu?”⁴. By zmienić ten stan rzeczy, Frege szukał definicji liczby, przy okazji zbadał i odrzucił wiele definicji, które wcześniej wypracowano w filozofii lub matematyce. Chociaż zajmował się tylko definicjami matematycznymi, jego koncepcja definicji jest dziś interesująca ze względów ogólnometodologicznych, czyli standardów naukowych formułowanych dla wszystkich nauk.

W BS, swej pierwszej książce, Frege posługiwał się definicjami równościowymi, opartymi na tożsamości treści pojęciowej definiensa i *definiendum*, które potraktował jako dwa różne sposoby ujęcia tej samej treści (*Inhaltsgleichheit*). Tak powstałe zdanie nazywał syntetycznym w sensie Kantowskim⁵. Odwołując się do później wprowadzonego rozróżnienia na sens i korelat semantyczny, można powiedzieć, że w BS Frege definicje opierał na tożsamości sensów dwóch nazw, między którymi postawił znak równości. Na oznaczenie tożsamości treści dwóch nazw wprowadził znak „≡”⁶, a definicję oznaczał znakiem o następującym kształcie:

$$\| \text{---} \Gamma \equiv \Delta$$

³ Na temat definicji Frege pisał w następujących tekstach: GL (1884), w recenzji z książki Husserla *Philosophie der Arithmetik* (1894), w niepublikowanym *Begründung meiner strenger Grundsätze des Definierens* (1897/1898 lub krótko potem), w niepublikowanym *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]. Definicje stanowią ważną część dwóch tomów GG (w szczególności GG I, s. XIII–XIV, §§ 26–33, s. 43–52; GG II, §§ 55–67, s. 69–80). Tam charakteryzuje definicje, wymienia definicje stanowiące podstawę jego systemu logicznego, a wcześniej podaje warunki poprawności definicji. Na temat definicji zob. także *Frege's Lectures on Logic. Carnap's Student Notes, 1910–1914*. Transl., ed. introd. E.H. Reck, S. Awo d e y. Based on the German text, ed. introd. annot. G. G a b r i e l. Chicago 2004, s. 148, s. 139–147; *Über die Grundlagen der Geometrie* [1903]. KS, s. 262 i nast.

⁴ GL, s. II. (*Podstawy arytmetyki. Logiczno-matematyczne badania nad pojęciem liczby*. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej...*, s. 87).

⁵ BS, § 8, s. 15. (*Ideografia. Język formalny czystego myślenia wzorowany na języku arytmetyki*. [Przedmowa, §§ 1–13]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej...*, s. 62). Także BS, § 24, s. 56.

⁶ Więcej na ten temat zob. podrozdział *Logika Fregego*.

– znakiem, który należało czytać: „prawa strona równania ma tę samą treść, co strona lewa”⁷. W BS, §§ 23, 26, 29, 31 budował tego typu definicje następstwa w ciągu. Były one podstawą wyprowadzania arytmetyki z logiki, co polegało na sprowadzeniu pojęcia uporządkowania szeregu do następstwa logicznego, by następnie przejść do określenia liczby⁸. W BS oraz w następnej książce, czyli w GL (1884), brak dokładnej charakterystyki definiowania, chociaż autor posługiwał się licznymi definicjami i badał definicje podane przez innych filozofów.

Definiowanie oparte na równości między treściami Frege uznał jednak za zbyt restryktywne i nieadekwatne do rzeczywistego użycia pojęć w odniesieniu do przedmiotów. W efekcie w GL Frege istotnie zmodyfikował swą koncepcję definicji: zamiast o tożsamości treści (można powiedzieć: sensów) mówił o tożsamości zakresów: pod *definiens* i pod *definiendum* podpadają te same korelaty semantyczne, a pojęcie Δ dobrze definiuje pojęcie I , gdy wyodrębnia te same przedmioty⁹. Różnica między definiowaniem treści a definiowaniem zakresu odpowiadającego tej treści stanowiła ważną modyfikację koncepcji definicji. W tej pracy Frege, definiując liczbę, odwoływał się do zakresu pojęcia. Husserl zwrócił uwagę na tę definicję i referując stanowisko Fregego, konkludował, że nie dostrzega doniosłości tego rozróżnienia¹⁰. Wprowadzona zmiana była jednak istotna.

W GL Frege twierdził, że pytanie podstawowe brzmi: czy liczba jest definiowalna?¹¹ Cała książka była odpowiedzią na postawione pytanie, a „osią” książki było poszukiwanie (zadowolającej autora) definicji liczby. Tam Frege wprowadził rozróżnienie: *Zahl* i *Anzahl*, i podał definicję *Anzahl*, chociaż pytanie dotyczyło *Zahl*¹². W całej twórczości tego myśliciela jest to jedyna próba bardzo precyzyjnego definiowania terminu filozoficznego. Mimo że podana odpowiedź jest sformułowana w języku logiki, trudno nie uznać jej za filozoficzną. Warto także zwrócić uwagę na dyskusje, jakie ta definicja wywołała w filozofii. Badano liczbę jako obiekt matematyczny i pytano, czy liczba jest podstawowym rodzajem przedmiotów.

⁷ BS, § 24, s. 56.

⁸ BS, s. X. (*Ideografia...*, s. 46).

⁹ Ta zmiana jest widoczna w podawanych przez Fregego przykładach. Chociaż posługiwał się tam słowami *Sinn* i *Bedeutung*, należy pamiętać o tym, że wtedy nie miał jeszcze opracowanej koherentnej koncepcji sensu i korelatu semantycznego.

¹⁰ E. Husserl: *Philosophie der Arithmetik mit ergänzenden Texten (1890–1901)*. Hrsg. L. Eley. The Hague 1970, s. 122.

¹¹ W tej książce Frege zadaje to pytanie przynajmniej dwa razy, przy czym raz pyta o definiowalność *Anzahl* (GL, § 4, s. 5; *Podstawy arytmetyki...*, s. 97), ale w przypisie do postawionego pytania dopowiada, że chodzi tu o liczby (*Zahl*) całkowite dodatnie. Zadając pytanie o definiowalność liczby, dalej pisze *Zahl*. GL, § 20, s. 26. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 114).

¹² Więcej na temat tej różnicy zob. podrozdział *Liczba*.

Interesującą charakterystykę definicji znajdujemy w GG, gdzie wypowiedział się o równości pomiędzy sensami i korelatami semantycznymi dwóch nazw¹³. W 1894 roku Frege podkreślał, że każda definicja to równość¹⁴. W GG posługiwał się nadal znakiem



— wprowadzonym na oznaczenie definicji. Tam pisał, że definicja jest wyrażona w zdaniu, dlatego odpowiadający jej znak powstał z rozbudowania znaku sądu. Definicja ma formę równości i wprowadza nową nazwę. Ma nas informować, że sens i korelat semantyczny wprowadzonej nazwy są takie same, jak podanego definiensa, zbudowanego z już nam znanych słów. Czyli w poprawnie zbudowanej definicji *definiens* i *definiendum* mają ten sam sens i ten sam korelat semantyczny¹⁵.

W późnym okresie swej twórczości, w niepublikowanym tekście *Logik in der Mathematik* (1914), Frege pisał, że definicji wymagają także terminy, które są nieanalizowalne¹⁶.

Jedno z zadań definicji polegało na uściśleniu rozumienia słów, które dotąd nie miały swego precyzyjnego sformułowania. Innym celem definicji było wprowadzenie nowego i prostego znaku, który miał służyć jako skrót zastępujący już istniejące i znane znaki złożone¹⁷. W liście do Davida Hilberta (1899) pisał:

Każda definicja zawiera znak (wyrażenie, słowo), który nie miał wcześniej żadnego znaczenia (*meaning*) i którego znaczenie określa ta definicja. Kiedy to zostanie dokonane, ta definicja może zostać zamieniona na samooczywiste zdanie (*proposition*), których da się użyć jako aksjomatu. Ale nie możemy zapomnieć o fakcie, że definicja nie czyni asercji niczego, ale coś przedkłada. Toteż nigdy nie możemy przedstawiać jako definicji czegoś, co wymaga dowodu czy innego potwierdzenia prawdziwości¹⁸.

¹³ Zob. GG I, § 27, s. 44–45.

¹⁴ G. Frege [Rez.]: E. G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik*. I. KS, s. 184.

¹⁵ Zob. GG I, § 27, s. 44–45.

¹⁶ G. Frege: *Logik in der Mathematik...*, s. 254.

¹⁷ Ibidem, s. 263–264.

¹⁸ Frege to Hilbert 27.12.1899. PMC, s. 36. Tłumaczenie własne. Niestety, nie udało mi się dotrzeć do tego listu w wersji niemieckiej. Pokazanie związku definicji i myśli przywoździ na myśl Leibniza: „By [...] lepiej odróżnić istotę i definicję, trzeba zauważyć, że istnieje tylko jedna istota rzeczy, a że jest wiele definicji, wyrażających tę samą istotę, tak jak ta sama budowla albo to samo miasto mogą być przedstawione za pomocą różnych rysunków w zależności od różnych stron, z których się na nie patrzy”. G. W. Leibniz: *Nowe rozważania dotyczące rozumu ludzkiego*. T. 2. Tłum. I. Dąmbska. Wstęp L. Kołakowski. Warszawa 1955, s. 39.

Przytoczony fragment pokazał także odmiennosc definicji od aksjomatów. Jeszcze innym celem było ujęcie myśli, czyli treści obiektywnej, niezależnej od jej nosiciela oraz jego subiektywnych przedstawień i przekonań. Na długo przed sformułowaniem koncepcji trzech królestw, by się odciąć od tendencji psychologizacyjnych w nauce (w szczególności w logice i matematyce), pisał:

[...] przesąd, że wszelka wiedza jest empiryczna, natychmiast psuje właściwą myśl. Poucza nas mianowicie, że definicje, o których mowa, nie są żadnymi definicjami logicznymi, że nie tylko ustalają znaczenie pewnego wyrażenia, lecz zarazem także stwierdzają zaobserwowany fakt¹⁹.

Dlatego jednym z celów definicji było „przeniesienie z dziedziny subiektywnych możliwości do dziedziny obiektywnej określoności”²⁰.

Rodzaje definicji

Gottlob Frege miał krytyczny stosunek do definicji cząstkowych, indukcyjnych oraz definicji przez podanie przykładu. Zastanawiał się, jak określić zakres obowiązywania danej definicji. Na przykład, czy dodawanie różni się w zależności od tego, czy jest operacją przeprowadzaną na liczbach dodatnich, rzeczywistych, urojonych lub wektorach. W kontekście badania definicji Frege wielokrotnie pisał o tym, że dla arytmetyki „problemorodne” okazało się rozszerzanie zakresu liczb: pojawiły się liczby ujemne, ułamki, liczby niewymierne i liczby zespolone²¹. Jeżeli tak, to wymaga się odrębnego definiowania znaku dodawania dla poszczególnych rodzajów liczb. Uważał, że definicji wymagają terminy logicznie proste, które są nieanalizowalne. Ale jego zdaniem, nie wszystko z tego, co logicznie proste, da się zdefiniować, toteż przestrzegał przed pokusą definiowania wszystkiego.

Ze względu na charakter równości pomiędzy *definiendum* i definiensem definicje, które badał Frege, można podzielić na:

1) definicje traktujące o równości między treściami (*Inhaltsgleichheit*) dwóch nazw (pojęć), takimi definicjami posługiwał się w BS; można je określić jako definicje oparte na równosensowności;

¹⁹ GL, § 7, s. 9. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 100).

²⁰ GL, § 80, s. 93. Wprawdzie w oryginale nie ma słowa „definicja”, lecz *Erklärung*, ale tłumacze angielski i polski użyli słowa „definicja” ze względu na to, o czym mowa w poprzednim akapicie. Tym samym powstaje pytanie: czy funkcją definicji jest także wyjaśnianie?

²¹ GG I, s. 3.

2) definicje traktujące o równości między zakresami (*Umfangsgleichheit*) dwóch nazw (pojęć), takimi definicjami posługiwał się, począwszy od GL (1884); można je określić jako definicje oparte na równozakresowości.

Teraz zajmę się zrekonstruowaniem Fregego omówienia czterech rodzajów definicji: kontekstowych, przez abstrakcję, syntetycznych i cząstkowych, z których najważniejsza okazała się definicja przez abstrakcję.

Definicje kontekstowe

Definicja kontekstowa ma związek z Fregego zasadą kontekstową²², omówioną w podrozdziale *Semantyka Fregego*. Definicja kontekstowa nie ma budowy typowej definicji równościowej, o strukturze „ $A = B$ ”. Tu definiowanie następuje przez umieszczenie definiowanego terminu (*definiendum*) w typowym dla niego zdaniu, by to kontekst zdania pełnił funkcję definiensa.

Przykładem definicji kontekstowej może być definiowanie spójnika zdaniowego, na przykład koniunkcji, w terminach spójników negacji i implikacji (zob. podrozdział *Logika Fregego*).

Ten rodzaj definicji w *Routledge Encyclopedia of Philosophy* jest scharakteryzowany następująco:

Znaczenie [*meaning*] nowego symbolu jest określane (co najmniej częściowo) przez znaczenie dłuższych wyrażeń, w których występuje nowy symbol; ten symbol, jeżeli występuje w izolacji, w ogóle nie potrzebuje powiązania [*need not be endowed with*] z jakimś znaczeniem²³.

Michael Beaney twierdzi, że fakt posługiwania się definicjami kontekstowymi po napisaniu GL świadczy o tym, że Frege nie zrezygnował z tej zasady i nadal się do niej stosował²⁴.

Definicje przez abstrakcję

Odmianą definicji kontekstowej jest definicja przez abstrakcję. Tego typu definicja także nie buduje tradycyjnego definiensa, ale wskazuje dwa terminy, pod jakimś względem istotowo związane z definiowanym termi-

²² M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, Massachusetts, 1981, s. 11.

²³ G.A. Antonelli: *Definition*. In: *Routledge Encyclopedia of Philosophy*. Vol. 2. New York, London 1998, s. 847. Tłumaczenie własne.

²⁴ M. Beaney: *Introduction*. In: *The Frege Reader*. Ed. M. Beaney. Oxford 1997, s. 19.

nem. W ten sposób „spełnia” postulat budowania definicji opartej na równości. Nie mając schematu wyraźnej równości „ $A = B$ ”, tego typu definicja odwołuje się jednak do równości zakresów dwóch pojęć (*Umfangsgleichheit*). Definicja przez abstrakcję jest używana do określenia pewnej wspólnej własności, która przysługuje przedmiotom jednakowym pod jakimś względem. Ten typ definicji jest nakierowany na odsłanianie ich przedmiotowych odniesień, odpowiadających użyciu tych terminów w nauce. Takie postępowanie doprowadziło Fregego do „opatrzenia” matematyki semantyką. Frege był zainteresowany badaniem definicji „zastanych” w matematyce, a nie tworzeniem definicji syntetycznych.

Witold Marciszewski podaje następujący zapis logiczny definicji przez abstrakcję²⁵:

$$P(x) = P(y) \equiv xRy$$

W tej definicji symbolom P , R , x , y , użytym przez Marciszewskiego, odpowiadają:

R – relacja równoważnościowa (symetryczna, zwrotna i przechodnia);

P – definiowana własność;

x , y – przedmioty mające definiowaną własność.

Definicję przez abstrakcję można potraktować jako szczególny przypadek definicji przez podanie przykładu²⁶.

Najbardziej znanym przykładem tego typu definicji jest Fregego definicja liczby (*Anzahl*) za pomocą równoliczności, wprowadzona w GL:

Liczba [*Anzahl* – G.B.] przysługująca pojęciu F jest to zakres pojęcia „pojęcie równoliczne z pojęciem F ”, przy czym pojęcie F nazywamy równolicznym z pojęciem G , jeżeli istnieje możliwość wzajemnie jednoznacznego przyporządkowania²⁷.

We wcześniejszym paragrafie jest podany inny przykład tego typu definicji. Definicja ta miała wprowadzić wyrażenie „kierunek prostej a ”, które w podanym przykładzie pojawiło się w sposób drugorzędny:

[...] „prosta a jest równoległa do prostej b ” znaczy tyle samo [*sei gleichbedeutend* – R.M.], co „kierunek prostej a jest równy kierunkowi prostej b ”²⁸.

²⁵ *Mała encyklopedia logiki*. Red. W. Marciszewski. Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk–Łódź 1988, s. 44. Por. W. Marciszewski: *Definicje*. W: *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*. Red. W. Marciszewski. Warszawa 1987, s. 260.

²⁶ Zob. inne przykłady definicji, jakie podał Frege, które z czasem zostały nazwane „definicjami przez abstrakcję”. *Über die Grundlagen der Geometrie* [1906]. KS, s. 288–289.

²⁷ GL, § 107, s. 117. (*O pojęciu liczby...*, s. 202).

²⁸ GL, § 65, s. 77. (*O pojęciu liczby...*, s. 182).

Specyfika tego typu definicji polega na tym, że zdaje się ona określać znany już stosunek równości, podczas gdy tak naprawdę ma ona wprowadzić wyrażenie „kierunek prostej a ”, które ma w tekście znaczenie drugoplanowe. Frege zmodyfikował definicję kierunku prostej: „[...] kierunek prostej a jest to zakres pojęcia »równoległy do prostej a «²⁹. Podobnie zdefiniował także kształt trójkąta „ d ”: jest to zakres pojęcia „podobny do trójkąta d ”³⁰.

W GG II, w przypisie, Frege zamieścił obszerny cytat z tekstu, w którym Peano odniósł się krytycznie do warunków poprawności definicji, które sformułował Frege. Komentując ten cytat, Frege odpowiedział włoskiemu matematykowi i logikowi, niczego nie zmieniając w sformułowanych wcześniej warunkach. Przy okazji następująco scharakteryzował równość, jaka zachodzi przy definiowaniu pojęć za pomocą abstrakcji:

Jeżeli chodzi o znak równości, lepiej byłoby przyjąć (jako naszą konwencję) równość jako całkowitą zbieżność [*zusammenfallen*], identyczność. Oczywiście, ciała o tej samej objętości nie są identyczne, ale mają tę samą objętość. Te znaki po obu stronach znaku równości powinny (w tym wypadku) być dane jako znaki nie dla ciał, lecz dla ich objętości, lub także dla liczbowej wartości otrzymanej przez mierzenie w terminach tej samej jednostki objętości. Nie powinniśmy mówić o równości wektorów, ale raczej o pewnej cesze wektorów (nazwijmy ją „ukierunkowana długość”), która może być taka sama w różnych wektorach. Zgodnie z tym poglądem, postęp nauki nie może zmuszać nas do rozszerzania odniesienia [*Bedeutung*] formuły „ $a = b$ ”; możemy zaledwie wziąć pod uwagę nowe cechy przedmiotu. [...] sens prawie wszystkich zdań arytmetycznych i wielu geometrycznych zależy, bezpośrednio lub pośrednio, od sensu słowa „równa się”³¹.

Z przyjętej koncepcji tożsamości Frege korzystał także w formułowaniu warunków poprawności definicji.

²⁹ GL, § 68, s. 79. (*O pojęciu liczby...*, s. 184).

³⁰ Ibidem.

³¹ GG II, § 58, s. 71. Tłumaczenie własne.

Definicje syntetyczne (projektujące, stypulatywne)³²

Gottlob Frege odróżniał definicję syntetyczną od wszystkich innych sądów w matematyce, w szczególności od aksjomatów i postulatów³³. Przeciwstawiał ją także definicji rozkładającej (*zerlegende Definition*)³⁴. Uważał, że w matematyce posługujemy się zwykle definicjami syntetycznymi, wprowadzającymi znaczenie nowego słowa lub znaku. Przyjmował, że wartość poznawcza takiej definicji jest nie większa niż wartość prawa tożsamości „ $a = a$ ”, „[...] żadna definicja nie rozszerza naszej wiedzy”³⁵. Definicja taka ma za zadanie wprowadzić pewien skrót, by ułatwić postępowanie w nauce. Oto przykłady podane przez Fregego:

1. Przypuśćmy, że znamy znaczenie znaku dodawania, cyfr „3” i „1”. Tak można zdefiniować cyfrę „4” przez równość „ $3 + 1 = 4$ ”³⁶.

2. Definicja liczby pierwszej³⁷ (schemat 3).

Schemat 3

Definicja liczby pierwszej

$$\left. \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \text{Kiedy } a \text{ jest wielokrotnością jakiegokolwiek liczby całkowitej } [k - \text{G.B.}] \text{ większej od } 1, \text{ tak że } a \text{ jest tą liczbą } [k - \text{G.B.}], \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} \\ \\ \text{a jest liczbą całkowitą,} \\ \\ \\ \text{a jest liczbą większą od } 1 \end{array} \right\} = a \text{ jest liczbą pierwszą}^{38}$$

³² Taki rodzaj definicji Frege opisał już fragmentarycznie w BS, § 24, wprowadzając znak definicji. Jednak najpełniej scharakteryzował definicje syntetyczne w G. Frege: *Über die Grundlagen der Geometrie* [1906]..., s. 282; Idem: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 227–228. Trzymając się tekstu Fregego, trzeba by taką definicję nazwać definicją ustanawiającą, bo Frege pisał, że taka definicja jest *eine willkürliche Festsetzung*. Ibidem, s. 228. Posługiwał się także sformułowaniem *aufbauende Definition* – Idem: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 227. Por. M. Beaney: *Making Sense*. London 1996, s. 127; 143–150; S. Kamiński: *Fregego logika zdań*. „Roczniki Filozoficzne” 1957, t. 5, z. 2, s. 49.

³³ G. Frege: *Über die Grundlagen der Geometrie* [1903]..., s. 283; Idem: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 221.

³⁴ Dalej jednak pisał, że takie definicje pojmował jako aksjomaty – G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 227.

³⁵ G. Frege: *Über die Grundlagen der Geometrie* [1903]..., s. 263.

³⁶ Ibidem.

³⁷ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 247. Por. z wczesną definicją liczby pierwszej, zapisaną za pomocą notacji Fregego, zawartą w *Anwendung der Begriffsschrift*. „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1879, Bd. 13, s. 29–33; BS, s. 90.

³⁸ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 247. Tłumaczenie własne. Na podstawie tej lakonicznej definicji można powiedzieć, że 3 jest liczbą pierwszą, bo można ją przedstawić jako wielokrotność tylko dwóch liczb 1 i 3. Pierwsza liczba, 1, nie

Definicje cząstkowe

Definicjami cząstkowymi Frege zajmował się w GG. W takiej definicji formułuje się jedynie niektóre kryteria stosowalności definiowanego terminu. Uważał, że tego typu definicja może być porównywalna z rysowaniem ograniczenia pewnej płaszczyzny, przy czym ta rysowana linia odgraniczająca nie jest ciągłą, ale urywa się lub staje się zamazana. W takiej definicji brak informacji, jak są z sobą połączone narysowane części³⁹. Definicje cząstkowe nie spełniają warunku pełności i ostrości, bo tylko częściowo określają przyjęte rozumienie danego terminu. Znaczy to, że zdarzają się przypadki, w których nie wiemy, czy dane obiekty podpadają pod podany termin, czy też nie. Jako przykład takiej definicji można podać definicję dodawania, ograniczoną do liczb całkowitych, bez informacji, jak ta czynność „zachowuje się” w odniesieniu do innych liczb.

Warunki poprawności definicji

Gottlob Frege był pierwszym logikiem i matematykiem, który zajmował się badaniem warunków poprawności definicji⁴⁰. Najwięcej na ten temat napisał w GG. W pierwszym tomie (1893) poświęcił temu zagadnieniu jeden paragraf (§ 33), w drugim tomie (1903) – 13 paragrafów (§§ 55–67). Te badania uważał za przykład badań logicznych. We wprowadzeniu do GL wstępnie następująco określał wymagania stawiane definicjom:

Gdy definicja dobrze nadaje się do przeprowadzania dowodów, gdy nie natrafia się na sprzeczności, gdy z łatwością dają się rozpoznać związki pomiędzy z pozoru odległymi rzeczami i gdy dzięki temu

spełnia warunku bycia większą od 1. Pozostaje druga liczba, 3, ona spełnia warunek bycia większą od 1 oraz warunek tożsamości (jako liczba k) z badaną liczbą pierwszą, 3. Warunków tych nie spełnia na przykład 6, bo liczbę 6 można przedstawić jako 2 razy 3, a wtedy mamy liczbę k spełniającą warunek bycia większą od 1, ale nie równą liczbie badanej. Definicja liczby pierwszej podana w *Anwendung der Begriffsschrift...*, jest bardziej skomplikowana, odwołuje się do następstwa w ciągu i jest zapisana za pomocą *Begriffsschrift*.

³⁹ GG I, § 57; s. 70, 74–75. Zob. cytat podany przy charakterystyce warunku ostrości pojęcia. Por. M. Dummett: *Frege: Philosophy of Mathematics*. London 1995, s. 244–246.

⁴⁰ K. Ajdukiewicz: *Definicja* (1928). W: I d e m: *Język i poznanie*. T. 1: *Wybór pism z lat 1920–1939*. Warszawa 1985, s. 51. Ajdukiewicz posługiwał się sformułowaniem „dyrektywy definiowania”. Zob. także S. Kamiński: *Fregego logika zdań...*, s. 52–53; J. Jørgensen: *A Treatise of Formal Logic*. Vol. 1. Copenhagen, London 1931, s. 155–156; E. C. Luschei: *The Logical System of Lesniewski*. Amsterdam 1962, s. 36–37; F. von Kutschera: *Gottlob Frege. Eine Einführung in sein Werk*. Berlin, New York 1989, s. 140–161; J. Wołęński: *The Reception of Frege in Poland*. „History and Philosophy of Logic” 2004, vol. 25, s. 37–51.

otrzymuje się pewien wyższy porządek i regularność, wówczas taką definicję zwykle uznaje się za wystarczająco pewną i rzadko pyta się o jej logiczną poprawność⁴¹.

Oto warunki poprawnej definicji, o których pisał Frege:

1. Warunek **pełności** definicji. Spełnienie tego warunku pozwala (bez przesądzenia o istnieniu lub nieistnieniu przedmiotów podpadających pod definiowane pojęcie) na jednoznaczną identyfikację obiektów podpadających pod definiowane pojęcie. Ten warunek jest spełniony wtedy, gdy terminy użyte w definicji są ostre (ich zakres jest precyzyjnie określony) i wyraźne (ich treść jest precyzyjnie określona). Do tego warunku Frege powracał w tekstach wydanych w różnych latach, a więc Dummett zaliczyłby ten warunek do najważniejszych jego tez. W sformułowaniu Fregego brzmi on następująco:

Definicja pojęcia (możliwego predykatu) musi być pełna; musi ona niedwuznacznie określać dla każdego przedmiotu, czy podpada pod to pojęcie (czy ten predykat może być zgodnie z prawdą o nim orzeczony), czy też nie. Dlatego nie może być żadnego obiektu, co do którego definicja pozostawiałaby wątpliwości, czy podpada on pod to pojęcie; jakkolwiek dla nas, ludzi, z naszą ułomną wiedzą, to pytanie nie zawsze da się rozstrzygnąć. Obrazowo można to wyrazić następująco: pojęcie musi być ostro ograniczone. Kiedy przedstawi się obrazowo zakres pojęć za pomocą obszarów na płaszczyźnie, otrzymamy porównanie, które może być z ostrożnością używane, a tutaj pomocne. Pojęciu bez ostrej granicy będzie odpowiadać obszar, który w ogóle nie ma ostrej granicy, ale miejscami całkiem rozplywa się w otoczeniu. Wówczas to w ogóle nie byłby żaden obszar, a nieostro zdefiniowane pojęcie będzie niesłusznie nazwane pojęciem. Takie *quasi*-pojęciowe konstrukcje nie mogą być uznane w logice za pojęcia; **nie jest możliwym ustalenie dla nich precyzyjnych praw**. [podkr. — G.B.]. Prawo wyłączonego środka to w rzeczywistości inna forma wymagania, że pojęcie powinno mieć ostre granice. **Pewien dowolny obiekt Δ podpada pod pojęcie Φ lub nie** [podkr. — G.B.]: *tertium non datur*. Na przykład, czy zdanie „każdy kwadratowy pierwiastek z 9 jest liczbą nieparzystą” byłoby zrozumiałe, gdyby pojęcie „kwadratowy pierwiastek z 9” nie było pojęciem z ostrą granicą? Czy pytanie: „czy jeszcze jesteśmy chrześcijanami” miałoby naprawdę sens, gdyby nie zostało określone, o kim predykat „chrześcijanin” może być zgodnie z prawdą orzekany, a o kim nie?⁴².

⁴¹ GL, s. IX. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 92).

⁴² GG II, § 56, s. 69–70. Tłumaczenie własne. Zob. także *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 248. Carnap zanotował: „[...] dla każdego obiektu jest określone, czy

Frege uważał, że konsekwencje niezachowania tego warunku są dla nauki niebezpieczne. Dla przykładu, bez spełnienia warunku ostrości pojęć niemożliwe byłoby formułowanie praw logicznych, które odnoszą się do pojęć⁴³. Wszystko, czego można wymagać od jakiegoś pojęcia w aspekcie logiki oraz ścisłości dowodu, to jego dokładne określenie (*scharfe Begrenzung*) – tak, żeby dla każdego przedmiotu było rozstrzygnięte, czy podpada pod dane pojęcie, czy też nie. Co dziwne, Frege odnosił ten warunek także do terminów, o których skądinąd twierdził, że są niedefiniowalne, na przykład do pojęcia „funkcja w ogóle”: „Postulat ostrości pojęć żąda w odniesieniu do funkcji w ogóle, by dla każdego argumentu miały one jakąś wartość”⁴⁴. Oto podany przez Fregego przykład spełnienia tego warunku:

Żądanie to jest w pełni spełnione przez pojęcie zawierające sprzeczność, takie jak „nierówny sobie samemu”; wiadomo bowiem o każdym przedmiocie, że nie podpada pod takie pojęcie⁴⁵.

Wydaje się, że to żądanie, skądinąd słuszne, doprowadziło Fregego do nieoczekiwanych konsekwencji. Oto jedna z nich. Zastanawiając się nad tym, co może występować w roli argumentu uzupełniającego funkcję, w *Funkcji i pojęciu* pisał:

[...] trzeba teraz dopuścić nie tylko liczby, lecz wszelkie przedmioty w ogóle, zaliczając do nich także osoby⁴⁶.

Warto przypomnieć tu jeszcze raz zatroskanie autora o precyzyjne określenie zakresu, do którego może odnosić się dany znak. Mając na uwadze wprowadzanie przez matematyków coraz to nowych rodzajów liczb (ujemnych, ułamków, zespolonych), tym samym dokonując ciągłego rozszerzania pojęcia liczby, przestrzegał przed przyjmowaniem do pewnego systemu definicji skonstruowanej w innym systemie. Błąd taki popełniłoby się wtedy, gdyby zdefiniowało się dodawanie w zbiorze liczb całkowitych, a następnie posługiwało się tą definicją w zbiorze liczb wymiernych. Defi-

podpada pod pojęcie czy nie; warunek ten może być odniesiony także do pojęć złożonych, wtedy: pojęcie złożone będzie ostre, gdy pojęcia się na niego składające będą ostre”. *Frege's Lectures on Logic...*, s. 149. Tłumaczenie własne.

⁴³ G. Frege: *Funkcja i pojęcie*. PS, s. 33. Zob. także I d e m: *Über das Trägheitsgesetz*. KS, s. 122.

⁴⁴ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 34. *Die Forderung der scharfen Begrenzung der Begriffe* Wolniewicz przetłumaczył jako „postulat ostrości pojęć”.

⁴⁵ GL, § 74, s. 87. (*O pojęciu liczby...*, s. 190).

⁴⁶ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 31. Zob. także podrozdział *Analiza za pomocą różniczenia: funkcja i jej argument*.

nicja powinna być całościowa, dokończona (a nie tymczasowa), bo tylko taka może stanowić podstawę do przeprowadzania za jej pomocą dowodów. Do sytuacji niepoprawnej dochodzi wtedy, gdy matematycy używają symbolu lub słowa dla teorematów, zanim zostało ono całkowicie zdefiniowane, lub gdy definicja jest adekwatna tylko do pewnej grupy obiektów. Frege uważał, że

bez skończonej i ostatecznej definicji nie ma się stabilnego gruntu pod nogami, nie jest się pewnym co do ważności naszych teorematów i nie można śmiało zastosować praw logiki, które z pewnością zakładają ostro ograniczone pojęcia i relacje⁴⁷.

Dlatego nauka nie powinna się posługiwać znakami czy słowami zdefiniowanymi w sposób niepełny⁴⁸. Sytuacja, w której ten warunek nie zostałby spełniony, mogłaby prowadzić do następujących konsekwencji:

Gdyby [...] każdy miał prawo zrozumieć przez [...] nazwę, co mu się podoba, wówczas to samo zdanie o liczbie jeden oznaczałoby różne rzeczy dla różnych ludzi; nie istniałaby żadna wspólna treść takich zdań⁴⁹.

Do warunku ostrości pojęć odnosił się Wittgenstein w *Dociekaniach filozoficznych* w §§ 71 i 77. Wiązał go z pojęciem „gry”, które nazywał „pojęciem o rozmytych brzegach”. Uważał, że tak jak nieostra fotografia jest fotografią, tak nieostre pojęcie nadal pozostaje pojęciem. Dodał, że są nawet sytuacje, w których posiadanie nieostrego obrazu jest czymś pożądanym, bo korzystniejszym⁵⁰.

2. Za drugi pod względem ważności warunek sformułowany przez Fregego uważam warunek **owocności** definicji. Definicja jest owocna wtedy, gdy używa się jej w przeprowadzanych dowodach⁵¹, gdy da się dzięki niej coś zrobić⁵². Warunek ten nie byłby spełniony wtedy, kiedy dane definicje, jako wprowadzone skróty, mogłyby nie zostać włączone do systemu, a w przeprowadzonych dowodzeniach nie byłoby luk⁵³. Innymi słowy: jeżeli nie potrzebujesz i nie będziesz się odwoływał do pewnej definicji, nie wprowadzaj jej. Frege uważał, że „W arytmetyce definicja, której się nie

⁴⁷ GG II, § 62, s. 75. Tłumaczenie własne.

⁴⁸ GG II, § 57; J. Jørgensen: *A Treatise of Formal Logic...*, s. 155.

⁴⁹ GL, s. I. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 86).

⁵⁰ L. Wittgenstein: *Dociekania filozoficzne*. Tłum., wstępem poprzedził i przypisami opatrzył B. Wolnie wicz. Warszawa 2000, s. 53, 56–57.

⁵¹ GL, s. VIII–IX. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 92).

⁵² GL, § 73, s. 86. (*O pojęciu liczby...*, s. 190).

⁵³ GL, § 70, s. 81. (*O pojęciu liczby...*, s. 186).

używa w dowodach, jest nieporozumieniem”⁵⁴. Kryterium owocności odnosił także do podanej przez siebie definicji liczby i pytał, „czy z naszego określenia liczby, która przysługuje pojęciu *F*, dadzą się wyprowadzić znane własności liczb”⁵⁵. W tym przypadku da się z definicji pojęcia liczby wyprowadzić poszczególne liczby. Frege jako przykład „jednej z najmniej owocnych definicji”⁵⁶ podawał przyjęte przez Kanta rozumienie pojęcia, określanego za pomocą cech charakterystycznych.

Michael Beaney uważa, że Frege zmieniał swe rozumienie owocności definicji⁵⁷. Wpierw „owocność” znaczyła „przydatność w dowodach”. Inne rozumienie owocności zawiera następujący fragment z GL:

Bardziej owocne definicje pojęć wytyczają granice, które dotąd nie były jeszcze znane. Nie widać z góry, co da się z nich wywnioskować; nie wyciąga się przy tym ze skrzyni czegoś, co już wcześniej się tam włożyło. Wnioski takie poszerzają naszą wiedzę. Powinno się je, za Kantem, uważać za syntetyczne. Mogą one być jednakże udowodnione w sposób czysto logiczny, są więc analityczne. W rzeczywistości są one zawarte w definicjach, ale tak, jak rośliny w nasionach, a nie jak belki w budynku⁵⁸.

3. Warunek **nietwórczości** definicji określa się współcześnie następująco: nietwórcza definicja to taka, po której pominięciu z systemu da się wyprowadzić tę samą liczbę też⁵⁹. Frege wydaje się sam formułować ten warunek po raz pierwszy w § 24 BS⁶⁰.

Warunek nietwórczości łączy się z tym, że definicja właściwie pełni funkcję skrótu, wszystkie własności, które mogą być orzekane o krótszym

⁵⁴ G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera*. PS, s. 138. Tak określony warunek owocności definicji nie wchodzi w konflikt z określeniem definicji jako skrótu. Ponadto powstaje pytanie: na czym polegało w ujęciu Fregego „używanie definicji w dowodach”? Beaney pisze z kolei o konflikcie między definicją analityczną a warunkiem owocności definicji. M. Beaney: *Making Sense...*, s. 127.

⁵⁵ GL, § 70, s. 81. (*O pojęciu liczby...*, s. 186).

⁵⁶ GL, § 88, s. 100. (*O pojęciu liczby...*, s. 198).

⁵⁷ M. Beaney: *Making Sense...*, s. 128–129. Na temat postulatu owocności definicji zob. J.F. Horty: *Frege on Definitions: A Case Study of Semantic Content*. Oxford, New York 2007, s. 32–35.

⁵⁸ GL, § 88, s. 101. (*O pojęciu liczby...*, s. 199). Zob. M. Dummett: *Frege: Philosophy of Mathematics...*, s. 41–42.

⁵⁹ Zob. L. Borkowski: *Logika formalna*. Warszawa 1970, s. 333–334. Pogorzelski pisze, że definicja jest nietwórcza wtedy, gdy „dowolna formuła nie zawierająca stałej zdefiniowanej będąca tezą teorii z definicją jest też tezą teorii bez definicji”. W. Pogorzelski: *Elementarny słownik logiki formalnej*. Białystok 1989, s. 104.

⁶⁰ G. Frege: *Conceptual Notation and Related Articles*. Transl., ed. with a biogr. and introd. T.W. Bynum. Oxford 1972, s. 168.

definiendum, są orzekane o dłuższym definiensie. Dlatego Frege pisał, że wartość poznawcza definicji jest nie większa niż prawa tożsamości, a taka definicja nie rozszerza naszej wiedzy. Dany system powinien móc się obejść bez definicji odgrywającej jedynie rolę skrótu⁶¹. Tym samym dobra definicja jest co prawda nietwórcza, ale zarazem owocna, bo przydatna w innych procedurach matematycznych. Frege pisał:

Żadna [...] definicja nie jest w tym sensie twórcza, że może nadawać rzeczy takie własności, jakich ta po prostu nie ma; z wyjątkiem jednej: oznaczania tego, czego z mocy definicji jest znakiem⁶².

4. Warunek **istnienia**, zgodnie z którym nazwy bez denotacji nie mogą występować w piśmie pojęciowym, a więc także w definicjach. W przeciwnym razie pojęcia nie byłyby ostre i nie miałyby jasno określonej granicy:

Każdy, kto używa słów lub znaków matematycznych, sądzi, że one coś oznaczają, i nikt nie oczekuje, by z pustych znaków wpływało cokolwiek sensownego⁶³.

Naukowa ścisłość wymaga gwarancji, że wyrażenie nie utraci nigdy znaczenia; że niepostrzeżenie nie będzie się liczyło na pustych znakach, w mniemaniu że ma się do czynienia z przedmiotami⁶⁴.

5. Warunek **niesprzeczności wewnętrznej**: definicja, jako część systemu, nie może prowadzić do sprzeczności⁶⁵, bo pojęcie tak zdefiniowane nie mogłoby czegoś oznaczać. Niesprzeczność definicji Borkowski uważa za jeden z naczelných warunków jej poprawności. Definicja jest niesprzeczna wtedy, kiedy dołączona do niesprzecznego systemu daje system niesprzeczny. Ten warunek wynika z ogólnego wymagania niesprzeczności systemu⁶⁶.

6. Warunek **jednoznaczności** definiowanego terminu. Zgodnie z tym warunkiem ten sam termin nie może być w ramach jednej teorii (systemu) definiowany więcej niż raz. Niezachowanie warunku jednoznaczności mogłoby być następstwem przyznania każdemu zainteresowanemu prawa dowolnego rozumienia danego terminu.

⁶¹ G. Frege: *Über die Grundlagen der Geometrie* [1903]..., s. 263; I d e m: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 224.

⁶² G. Frege: *Funkcja i pojęcie*..., s. 20.

⁶³ GL, § 16, s. 22. (*Podstawy arytmetyki*..., s. 111).

⁶⁴ G. Frege: *Funkcja i pojęcie*..., s. 33. Zob. także GG I, § 5, s. 9, przypis; § 33, s. 51.

⁶⁵ GL, s. I. (*Podstawy arytmetyki*..., s. 92).

⁶⁶ L. Borkowski: *Logika formalna*..., s. 333.

7. Warunek **unikania „błędnego koła”**: w definiensie i *definiendum* nie powinien być użyty ten sam termin:

[...] słowo nie powinno być definiowane za pomocą niego samego, ponieważ jeżeli to czynimy, na jednym oddechu traktujemy to słowo jako znane i jako nieznanne. Jeżeli jest znane, definicja staje się co najmniej zbędna; jeżeli jest nieznanne, nie może służyć do celów definicji. Jest to tak oczywiste, a ludzie grzeszą przeciwko temu tak często⁶⁷.

8. Wprowadzona nazwa, jako nazwa jednoargumentowej funkcji pierwszego stopnia, nie może zawierać więcej niż jednego miejsca na argument⁶⁸.

9. Miejsce na argument może występować tylko po jednej stronie spójnika definicyjnego⁶⁹.

10. Jako niepoprawne trzeba odrzucić definicje, których poprawność zależy od wpraw przeprowadzonego dowodzenia⁷⁰.

11. Nie można dokonywać uprawomocniania definicji „po fakcie”, dlatego że w procesie dowodowym, w jakim skorzystano z pewnego definicyjnego określenia terminu, nie natrafiono na sprzeczność⁷¹.

12. Definicja nie musi być naturalna, ważne, by istota rzeczy została uchwycona „poprawnie i bez zastrzeżeń”⁷². Tu można się odwołać do recenzji książki Husserla *Philosophie der Arithmetik* (wtedy Husserl prawdopodobnie przyjmował jeszcze psychologizyczny pogląd na naturę praw arytmetyki i logiki), jaką napisał Frege. Zarzucał Husserlowi między innymi, że jego książka stanowiła próbę usprawiedliwienia w naukowy sposób naiwnej koncepcji liczby. Dopowiadał, że za naiwne uważa takie ujęcie liczby, w którym traktuje się liczbę nie jako wypowiedź o pojęciu i jego zakresie. Jako przykłady ujęć naiwnych podał określenie liczby jako stosu lub gromady⁷³.

Wypowiadając się na temat tekstu, w którym Peano pisał o Fregego warunkach poprawnej definicji, w odniesieniu do definicji równości w różnych zbiorach liczb (całkowitych, ułamkach, urojonych czy zespolonych), Frege konkludował, że trudno jest spełnić warunki poprawnej definicji. Dodał jednak, że ich spełnienie musi być możliwe⁷⁴.

⁶⁷ GG II, § 59, s. 72. Tłumaczenie własne.

⁶⁸ GG I, § 33, s. 51.

⁶⁹ GG I, § 33, s. 51–52.

⁷⁰ GG II, § 60, s. 73.

⁷¹ GL, s. IX. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 93).

⁷² GL, s. IX. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 94).

⁷³ G. Frege [Rez.]: E. G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik. I...*, s. 180–181.

⁷⁴ GG II, § 58, s. 71, przypis.

Oto podany przez Fregego przykład niepoprawnej definicji i jej analiza:

Kiedy chce się zdefiniować jeden, mówi się „jeden jest jakąś rzeczą”, robiąc tym samym błąd, z racji użycia nieokreślonego rodzajnika, „jakąś rzecz” musi być ujęta jako predykat (*Begriffswort*). Ale wtedy słowo „jest” pełni funkcję łącznika i należy do predykatu. Mamy wtedy subsumpcję przedmiotu jeden pod pewne pojęcie. Ale to nie jest definicja. Definicja jest zawsze stwierdzeniem, że pewien znak lub słowo ma mieć to samo znaczenie, jak już znany układ znaków. Kiedy przy tym używamy słowa „jest”, jest ono rozumiane jako znak identyczności, nie jako łącznik. Kiedy po lewej stronie znaku identyczności stoi pewne imię własne, to po prawej stronie też powinno stać takie samo, podczas gdy „pewna rzecz” jest *nomen apelativum*⁷⁵.

Przytoczona definicja pojęcia „jeden” zawiera następujące błędy⁷⁶:

1. W *definiendum* (w oryginalnym tekście niemieckim) występuje rodzajnik określony, a *definiens* jest poprzedzony rodzajnikiem nieokreślonym.

2. Definicja ta jest niedokończoną definicją klasyczną, bo podaje jedynie najbliższy rodzaj dla nieznanego nam pojęcia, w tym przypadku liczby, mianowicie zbiór wszystkich rzeczy. Brak natomiast drugiej części definicji klasycznej, tak zwanej różnicy gatunkowej, określającej, czym różni się definiowany przedmiot od innych przedmiotów w ramach podanego rodzaju. W takiej sytuacji – jak pisał Frege –

być może zostanie się poproszonym o wybranie sobie jakiejś rzeczy, którą zechce się nazwać jeden⁷⁷.

Taka sytuacja jest jednak niedopuszczalna.

Innym przykładem błędu związanego z definiowaniem jest definiowanie przez opis dochodzenia do „rzeczonego pojęcia lub przedmiotu”, co może być użyteczne jedynie do celów dydaktycznych⁷⁸, nie jest to jednak definicja *sensu stricto*. We wprowadzeniu do GL Frege pisał, że tego typu błąd popełnia się wtedy, gdy

⁷⁵ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 258–259. Tłumaczenie własne.

⁷⁶ GL, s. I. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 86).

⁷⁷ Ibidem. Rotter uważa, że Frege nie badał definicji klasycznej jako takiej i nie posługiwał się nią, co miało wynikać z odrzucenia koncepcji pojęcia rozumianego jako suma cech. Zob. K. R o t t e r: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki...*, s. 215; I d e m: *Uwagi o Frege i logice filozoficznej*. Cz. 2: *Ogólna forma pojęcia*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1999, t. 27, z. 2, s. 143–169; I d e m: *Dwa paradygmaty gramatyki filozoficznej: Carl Prantl, Anton Marty*. Opole 2003, s. 21.

⁷⁸ GL, s. VIII. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 92).

czujemy się zobowiązani podać definicję, a nie potrafimy tego uczynić, wówczas chcemy przynajmniej opisać, w jaki sposób dochodzimy do rzeczoności przedmiotu lub pojęcia⁷⁹.

W naukowym programie Fregego, stanowiącym próbę wykazania analityczności matematyki przez wyprowadzenie arytmetyki z logiki, kluczową rolę odgrywała definicja liczby naturalnej. To głównie na jej użytek Frege posłużył się definicją przez abstrakcję i zajmował się tym, jaka powinna być poprawna definicja, dostosowana do danego obszaru wiedzy i jej adresata.

Rozjaśnianie

W tym podrozdziale omówię czynność, którą Frege nazywał rozjaśnianiem (*Erläuterung*)⁸⁰. Jej przedmiotem jest to, co nieanalizowalne i niedefiniowalne. Za tego typu terminy uważał na przykład: prawdę, funkcję, przedmiot, sąd. Czynności rozjaśniania – według filozofa i logika z Jeny niezbędnej w nauce – nie da się jednak przedstawić za pomocą pisma pojęciowego, ani też inaczej sformalizować. Ta czynność okazuje się przydatna w pracy nad próbą oparcia arytmetyki liczb naturalnych na logice. Wtedy też opisywał rozjaśnianie bez szczególnego odniesienia do filozofii.

Uważał, że właściwe definicje powinny być odróżnione od rozjaśniania⁸¹. Rozjaśnianie polega – jego zdaniem – na przybliżeniu rozumienia pewnego terminu dzięki odwołaniu do języka naturalnego, przednaukowego. Pod względem swej funkcji przypomina definicję⁸². Pełni ono funkcję naprowadzania „czytelnika lub słuchacza przez pośrednie sugestie na to, o co chodzi”⁸³. To prowadzi do porozumienia między badaczami⁸⁴. Czyn-

⁷⁹ Ibidem.

⁸⁰ Na temat *Erläuterung* Frege po raz pierwszy pisał w 1899 roku, w liście do Hilberta. Następnie w 1906 roku, w publikowanym tekście *Über die Grundlagen der Geometrie*, a w 1914 roku – w niepublikowanym *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 254. Frege posługiwał się także słowem *Beleuchtung*. Dla przykładu, we wstępie do BS pisał że w swej następnej książce zamierza dokonać „Beleuchtung der Begriffe der Zahl”. BS, s. XIV. (*Ideografia...*, s. 48).

⁸¹ G. F r e g e: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 224.

⁸² Frege to Hilbert 27.12.1899..., s. 36.

⁸³ G. F r e g e: *Pojęcie i przedmiot*. PS, s. 46. Zob. J. C o n a n t: *The Method of Tractatus*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E.H. R e c k. Oxford 2002, s. 374–462.

⁸⁴ G. F r e g e: *Über die Grundlagen der Geometrie* [1906]..., s. 288.

ność ta jest konieczna na początku nauki i dlatego Frege uważał, że należy do jej propedeutyki⁸⁵. Zdania rozjaśniające nie są precyzyjne, wobec czego nie można się nimi posługiwać w dowodach⁸⁶.

Terminy, które wymagają rozjaśniania, Frege nazywał logicznie prostymi. Trzeba dopowiedzieć, że wśród terminów logicznie prostych niektóre są definiowalne. Rozjaśnianiu więc podlegają te terminy, które są logicznie proste, a zarazem niedefiniowalne.

Takie stanowisko nie było niczym nowym i rewolucyjnym w filozofii. Już w starożytności, gwoli porównania, Arystoteles również zwracał uwagę na niemożliwość definiowania wszystkiego. Za niedefiniowalne uważał najbardziej ogólne rodzaje oraz byty jednostkowe. Uściślał:

Nie są [...] definiowalne pierwsze elementy substancji, skoro definicja odnosi jeden element do drugiego⁸⁷.

Podobnie uważał autor wydanego w 1904 roku słownika filozoficznego R. Eisler:

Fakty elementarne nie mogą właściwie być definiowane, ale da się je charakteryzować⁸⁸.

Funkcją rozjaśniania jest także wykluczenie wieloznacznego rozumienia jednego terminu i zapewnienie mu określonego korelatu semantycznego⁸⁹.

W liście do Davida Hilberta, napisanym w 1899 roku⁹⁰, Frege rozróżniał trzy rodzaje zdań matematycznych:

- 1) definicje, ich funkcją jest ustalenie znaczenia znaku;
- 2) aksjomaty, fundamentalne prawa i teorematy, one nigdy nie pełnią funkcji wprowadzania nowych terminów;
- 3) zdania rozjaśniające, które można by nazwać *quasi*-definicjami, ich funkcją jest wprowadzanie nowego terminu, ale nie w matematyce, lecz w propedeutyce nauki.

Funkcję *Erläuterung* może pełnić także podanie przykładu – tak czynił Frege w recenzji z książki Husserla *Philosophie der Arithmetik*⁹¹.

⁸⁵ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 224, 254. Por. P.M.S. Hacker: *Frege and Wittgenstein on Elucidation*. „Mind” 1975, vol. 84, s. 603.

⁸⁶ Frege to Hilbert 27.12.1899..., s. 37.

⁸⁷ Arystoteles: *Metafizyka*, 1043 b 23, ks. VIII. T. 2. Tłum. T. Żeleźnik. Oprac. M.A. Krąpiec, A. Maryniarczyk. Lublin 1996, s. 21.

⁸⁸ R. Eisler: *Wörterbuch der philosophischen Begriffe* (1904). www.textlog.de.

⁸⁹ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 224.

⁹⁰ Frege an Hilbert, 27.12.1899. GFB, s. 6–10.

⁹¹ G. Frege [Rez.]: E.G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik. I...*, s. 182.

To, co nieanalizowalne i niedefiniowalne

Czynności rozjaśniania podlega to, co jest logicznie proste i czego nie sposób zdefiniować. Frege wielokrotnie powtarzał, że nie da się zdefiniować wszystkiego, tak jak chemik nie jest w stanie rozkładać substancji w nieskończoność. Naukowiec musi więc być przygotowanym na niemożliwość definiowania w nieskończoność. Oto podane przez Fregego (w różnych tekstach, powstałych w różnych okresach życia), przykłady tego, co logicznie proste i niedefiniowalne:

1. Sąd:

Jeśli chcemy zdefiniować coś, co zgodnie ze swą naturą nie daje się określić, wkłamy się łatwo w nieistotne, podrzędne rzeczy i poprzez to prowadzimy badania prosto na fałszywy tor. A to z pewnością zdarza się tym, którzy chcąc wyjaśnić, czym jest sąd, odwoływali się do złożoności⁹².

Akt sądu można ująć jako przejście od myśli do jej wartości logicznej. Nie jest to żadna definicja. Sąd jest czymś jedynym w swym rodzaju i do niczego nie daje się porównywać⁹³.

2. Przedmiot:

Definicja w sensie szkolnym zdaje się tu niemożliwa; mam bowiem do czynienia z czymś, co ze względu na swą prostotę rozłożyć się nie daje. Można tu jedynie pośrednio naprowadzać na to, co się ma na myśli. Zatem powiedzmy jedynie krótko: przedmiotem jest wszystko, co nie jest funkcją, i co w swym wyrazie nie zawiera wobec tego miejśc pustych⁹⁴.

3. Myśl:

Nie usiłując podać definicji, nazywam myślą to, wobec czego w ogóle może się pojawić kwestia prawdziwości⁹⁵.

Wcześniej myśl określał jako treść nadającą się do osądu.

4. Prawda: tę uważał za niedefiniowalną⁹⁶.

⁹² G. Frege: *Negacja. Badanie logiczne*. Tłum. M. Klementowicz [właśc. Klementowicz]. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1, s. 148–149.

⁹³ G. Frege: *Sens i znaczenie*. PS, s. 72.

⁹⁴ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 32. W GG I przedmiot jest zaliczony do znaków pierwotnych – GG I, s. XVII.

⁹⁵ G. Frege: *Myśl – studium logiczne*. PS, s. 105.

⁹⁶ G. Frege: [17 Kernsätze zur Logik, 1906 oder früher], s. 189. (*Kilka tez o logice*. PS, s. 132). Por. I d e m: *Logik* [1897]. NS, s. 137. Por. P.M.S. Hacker: *Frege and Witt-*

5. **Funkcja „ $\Phi(\dots)$ ”:** „[...] ponieważ jest ona czymś prostym i nieanalizowalnym”⁹⁷.

6. **Sens i korelat semantyczny.** Ale Frege wyraźnie nie nazywa tych dwóch terminów niedefiniowalnymi, chociaż nigdzie ich definicji nie podaje.

7. **Liczba (*Zahl*).** Należy ona do najprostszych pojęć arytmetyki⁹⁸. Trzeba jednak dodać, że Frege odróżniał *Zahl* (które tłumaczę jako „liczba”) od *Anzahl* (tłumaczonego przeze mnie jako „liczebność”) i twierdził:

[...] liczba [*Anzahl* – K.R.] jest takim pojęciem, które albo musi zostać zdefiniowane, albo też przyjdzie je uznać za niedefiniowalne⁹⁹.

Pytaniem podstawowym jest więc pytanie: czy liczba jest definiowalna. [...] Jeśli w ogóle skłonni jesteśmy raczej uznawać liczbę [*Anzahl* – G.B.] za niedefiniowalną, zależne to jest bardziej od niepowodzenia podjętych prób niż od argumentów wziętych z rzeczy samej¹⁰⁰.

8. **Równość (*Gleichheit*):** skoro bowiem każda definicja jest równością, sama równość nie może być definiowana¹⁰¹.

9. **Punkt, linia prosta i płaszczyzna** (w geometrii).

10. **Negacja i implikacja** (w klasycznym rachunku zdań).

11. **Kwantyfikator ogólny** (w rachunku kwantyfikatorów).

12. **Pojęcia wprowadzone za pomocą aksjomatów.** Są szczególnym przypadkiem tego, co niedefiniowalne. Tak zostało wprowadzone na przykład pojęcie „przebieg wartości funkcji” w piątym aksjomacie¹⁰².

genstein on Elucidations..., s. 602. Pomimo to, że Frege prawdę uważał za niedefiniowalną, Dummett specyficznie łączy te dwa terminy: „Kiedy nie wiemy, jak zdefiniować jakieś podstawowe pojęcie matematyczne, definiujemy je za pomocą operacji umysłowych niezbędnych do zrozumienia tego pojęcia. Frege mówi: takich definicji nie można używać w dowodzeniu. Przyznaję, że ta uwaga nie dotyczy bezpośrednio warunków prawdziwości. Zastanówmy się jednak: Kiedy wolno używać definicji w dowodzeniu? Wtedy, gdy mówi ona, pod jakimi warunkami zdanie zawierające definiowany termin byłoby prawdziwe. Jeżeli definicja to określa, lub pomaga to określić, wówczas można jej użyć do udowodnienia, że jakieś konkretne zdanie jest prawdziwe”. M. Dummett: *Antyrealistyczne spojrzenie na język, myśl, logikę i historię filozofii analitycznej*. Tłum. A. Grobler. „Kwartalnik Filozoficzny” 1998, t. 26, z. 1, s. 166.

⁹⁷ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 254. Por. P.M.S. Hacker: *Frege and Wittgenstein on Elucidations...*, s. 604.

⁹⁸ GL, s. IV. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 89).

⁹⁹ GL, § 4, s. 5. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 97).

¹⁰⁰ GL, § 20, s. 26–27. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 114–115).

¹⁰¹ G. Frege [Rez.]: E.G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik. I...*, s. 184.

¹⁰² H. Sluga: *Gottlob Frege. The Arguments of the Philosophers*. London and New York 1980, s. 165 i nast.

Przykłady zastosowania rozjaśniania

Peter Hacker uważa, że Frege nie podał żadnych przykładów rozjaśniania¹⁰³. Ja jednak uważam, że można wskazać na parę przykładów. Tekst *Funkcja i pojęcie* rozpoczął tak:

Dziś chciałbym tę sprawę naświetlić z innej strony, dodając pewne nowe elementy, które w międzyczasie okazały się niezbędne. Nie będzie to oczywiście pełna ekspozycja mej ideografii, lecz tylko demonstracja paru jej idei przewodnich¹⁰⁴.

W artykule *Pojęcie i przedmiot* pisał:

[...] nie definiuję, lecz jedynie sugeruję, apelując do wspólnego poczucia językowego mówiących po niemiecku¹⁰⁵.

Rozjaśnianie polegało na podaniu intuicji odwołujących się do języka naturalnego: „Zamknięty i nienasycony to wprawdzie tylko przenośnie, ale niczego ponad takie sugestie dać tu nie mogę i nie próbuję”¹⁰⁶. W innym miejscu dopowiadał:

Gdy czujemy się zobowiązani podać definicję, a nie potrafimy tego uczynić, wówczas chcemy przynajmniej opisać, w jaki sposób dochodzimy do rzeczoności pojęcia bądź przedmiotu. Przypadek taki łatwo poznać po tym, że w dalszych rozważaniach nigdy więcej się po takie określenie nie sięga. Dla celów dydaktycznych takie wprowadzenie jest całkiem na miejscu; należy je tylko wyraźnie odróżnić od definicji¹⁰⁷.

Gottlob Frege, odwołując się do krytyki, którą przeprowadził Bruno Kerry (nawiązujący do GL) odnośnie do jego koncepcji pojęcia, stwierdzał:

[...] moje wyjaśnienia nie były pomyślane jako ścisła definicja. Nie można wymagać definiowania wszystkiego, jak nie można wymagać od chemika, by rozłożył wszystkie substancje. Tego, co proste, nie da się rozłożyć, a tego, co proste logicznie, nie da się w gruncie rzeczy zdefiniować. Jednakże to, co logicznie proste, nie jest dane z góry, lecz – podobnie jak większość pierwiastków chemicznych – stanowi

¹⁰³ P.M.S. Hacker: *Frege and Wittgenstein on Elucidations...*, s. 603.

¹⁰⁴ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 18.

¹⁰⁵ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 49.

¹⁰⁶ Ibidem, s. 58.

¹⁰⁷ GL, s. VIII. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 92).

efekt pracy badawczej. Znalazłszy coś prostego lub coś, co aż do odwołania musi za proste uchodzić, musimy stworzyć odpowiednią nazwę, gdyż język nie będzie jej jeszcze zawierał. Nazw tworców logicznych nie można wprowadzać przez definicje. Nie pozostaje więc nic innego, jak naprowadzać [...] przez pośrednie sugestie na to, o co chodzi¹⁰⁸.

Rozjaśnianie a niektóre rodzaje definicji

Rozjaśnianie ma pewne cechy wspólne z następującymi rodzajami definicji: kontekstowymi, metaforycznymi, ostensywnymi. Uważam jednak, że rozjaśnienie i definiowanie kontekstowe są różnymi operacjami metodologicznymi, a najbardziej różnicuje je stosowany język, ponieważ w rozjaśnianiu może mieć on charakter przednaukowy.

Terminem „rozjaśnienie” (*Erläuterung*) posługiwał się także Wittgenstein w *Traktacie*...:

Znaczenie znaków pierwotnych można wyłuszczyć przez objaśnienia [*Erläuterung* – G.B.]. Objaśnieniami są zdania, które zawierają owe znaki. Można je więc zrozumieć tylko wtedy, gdy znaczenie tych znaków jest już znane¹⁰⁹.

Hacker uważa, że Wittgensteinowskie rozjaśniania mają cechy wspólne z ostensywnym wyjaśnianiem znaczenia¹¹⁰. Trudno jest mi się z tym zgodzić.

Z powodów podanych już wcześniej nie potrafię tak rozumianego rozjaśniania traktować jako rodzaju definiowania, nawet definiowania w szerokim sensie. Ze względu na akcentowanie doniosłości tego terminu uważam, że Frege traktował rozjaśnianie jako czynność użyteczną technicznie.

¹⁰⁸ G. Frege: *Pojęcie i przedmiot*..., s. 46.

¹⁰⁹ L. Wittgenstein: *Tractatus logico-philosophicus*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1997, teza 3.263, s. 15. Por. P.M.S. Hacker: *Frege and Wittgenstein on Elucidations*..., s. 602; J. Co n a n t: *The Method of Tractatus*..., s. 374–462. Terminem *elucidation* posługiwał się także P.F. Strawson – zob. P.F. Strawson: *Analysis and Metaphysics. An Introduction to Philosophy*. Oxford 1992, s. 19, 24.

¹¹⁰ P.M.S. H a c k e r: *Frege and Wittgenstein on Elucidations*..., s. 607.

Definiowanie a analityczność

Gottlob Frege przyjął nową koncepcję zdania analitycznego (i prawdy analitycznej), rozumianego jako zdanie dowodliwe na podstawie praw logiki i definicji¹¹¹. Przeciwwstawiał mu zdanie syntetyczne, dla którego nie udaje się przeprowadzić dowodu, posługując się jedynie ogólnymi prawdami logicznymi, ale trzeba się odwołać do prawd szczególnego obszaru wiedzy. Dalej określał jeszcze prawdy *a posteriori* jako takie, których nie da się udowodnić bez powoływania się na fakty, czyli „niedowodliwe prawdy szczegółowe, zawierające wypowiedzi o określonych przedmiotach”¹¹². Z kolei prawda jest *a priori*, jeżeli ani nie potrzebuje dowodu, ani nie jest dowodliwa. Następująca równość

$$135\ 664 + 37\ 863 = 173\ 527$$

jest przykładem sądu, o którym Kant twierdził, że jest syntetycznym, bo suma podanych składników nie jest oczywista. Frege uważał podany przykład za wymagający dowodu, skoro nie jest to sąd bezpośrednio zrozumiały, i argumentował:

A czy w ogóle mamy ogląd 135 664 palców lub punktów? Gdybyśmy mieli ogląd 37 863 palców i ogląd 173 527 palców, prawdziwość [*Richtigkeit* – K.R.] naszego twierdzenia, jeśli byłaby niedowodliwa, musiałaby natychmiast być oczywista; tak jednak nie jest¹¹³.

Podsumowując wyniki badań, jakie przeprowadził w GL, pisał, że za Kan-tem sąd analityczny rozumiano jako sąd o strukturze „A jest B”, w którym „B należy do podmiotu A jako coś, co jest (w sposób ukryty) zawarte w pojęciu A [...]”¹¹⁴, co dziś określa się jako sąd, którego treść orzeczenia jest zawarta w podmiocie. Frege odszedł od takiego rozumienia sądu analitycznego¹¹⁵ i za prawdę analityczną uznał taką, w której

¹¹¹ Na temat Fregego rozumienia analityczności zob. GL, § 3, s. 3–4. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 95–96); zob. także o historii pojmowania analityczności w: J. Wołeńsk i: *Metamatematyka a epistemologia*. Warszawa 1993, s. 121–149. Por. G. Bealer: *Analyticity*. In: *Routledge Encyclopedia of Philosophy*. Version 1.0. London and New York 1998.

¹¹² GL, § 3, s. 4. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 96).

¹¹³ GL, § 5, s. 6. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 98). Na temat Kantowskiego podziału sądów zob. także GL, § 12, s. 17–19. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 107–108).

¹¹⁴ I. Kant: *Krytyka czystego rozumu*. T. 1. Tłum., wstęp, przypisy R. Ingarden. Warszawa 1986, s. 70.

¹¹⁵ Frege wydaje się niekonsekwentny, i w jednym paragrafie (§ 3) cechę analityczności przypisuje zdaniu (*Satz*), sądowi (*Urteil*) oraz prawdzie arytmetycznej (*Wahrheit*).

natrafia się jedynie na ogólne prawa logiczne i definicje, [...] zakładając przy tym, że w rachubę wchodzi także zdania, od których zależy dopuszczalność definicji¹¹⁶.

Uważał, że podział sądów na *a priori* i *a posteriori* nie jest przeprowadzany na podstawie treści tych sądów, ale na podstawie sposobu ich uzasadniania. Pisząc o sędach analitycznych, zarzekał się, że nie będzie wprowadzał nowego rozumienia tego słowa, lecz ustali jedynie, „co wcześniejsi pisarze, zwłaszcza Kant, mieli na myśli”¹¹⁷. Nieświadomie jednak zaproponował inne rozumienie zdania analitycznego: jest to zdanie oparte na powszechnie obowiązujących zasadach i dlatego dające się udowodnić logicznie. W BS pisał wprawdzie nie o zdaniach analitycznych, lecz o prawdach. Uważał je za takie, których „dowodzi się czysto logicznie”¹¹⁸ i przeciwstawia prawdom opartym na faktach¹¹⁹. Dopuszczał także istnienie prawd, o których można by powiedzieć, że są syntetyczne *a priori*, i charakteryzował je następująco:

Można [...] ze sobą pogodzić to, że jakieś zdanie należy do pierwszego z [wymienionych rodzajów – K.R.], a mimo to bez aktywności zmysłów nie mogłoby nigdy zostać uświadomione sobie przez żadnego ludzkiego ducha¹²⁰.

Można mówić o Leibnizjańskich korzeniach Fregowskiego rozumienia analityczności. Kamiński pisał:

Zdanie analityczne pojął Frege inaczej niż Kant. Określił je po myśli Leibniza jako zdanie, które dowodzone jest dedukcyjnie w oparciu jedynie o definicję. Zdaniem analitycznym będzie więc i zasada indukcji (przeczył temu Kant)¹²¹.

¹¹⁶ GL, s. 1. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 96). M. Klementowicz pisze, że różnica między Kanta i Fregego rozumieniem podziału zdań na analityczne i syntetyczne polega na tym, że „U Kanta rozróżnienie pomiędzy tym, co analityczne, i tym, co syntetyczne, dotyczy treści sądu. Dla Fregego rozróżnienie to opiera się na uprawnieniu do wydawania sądu. [...] Posługując się współczesną terminologią, można powiedzieć, że [Fregego – G.B.] stwierdzenie analityczności dotyczy nie kontekstu odkrycia, lecz kontekstu uzasadnienia”. M. K l e m e n t o w i c z: *Fregowska krytyka poglądów w kwestii natury arytmetyki*. „Nowa Krytyka” 2003, t. 14, s. 197, 198.

¹¹⁷ GL, § 3, s. 3, przypis. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 95).

¹¹⁸ BS, s. IX. (*Ideografia...*, s. 45).

¹¹⁹ BS, s. IX. (*Ideografia...*, s. 45–46).

¹²⁰ BS, s. IX. (*Ideografia...*, s. 46).

¹²¹ S. K a m i ń s k i: *Fregego logika zdań...*, s. 41.

Frege odstąpił od Kantowskiego rozumienia analityczności (opartego na Arystotelesowskiej koncepcji zdania podmiotowo-orzecznikowego), w której sąd był analityczny wtedy, gdy treść jego orzecznika zawierała się w podmiocie.

Fregowskie rozumienie analityczności pozwalało uniknąć paradoksu sformułowanego przez C.H. Langforda w odniesieniu do koncepcji analizy, którą przedstawił G.E. Moore. Langford zauważył, że warunki, jakie Moore stawiał analizie, prowadzą do następującego paradoksu: analiza jest poprawna wtedy, gdy wyprowadza orzecznik z podmiotu, ale nie jest wtedy informatywna. Tak więc poprawność analizy prowadzi do braku informatywności¹²². Właściwie, to już Frege zwracał uwagę na niebezpieczeństwo „błędnego koła” (*offenbarer Zirkel*) w definiowaniu:

Albo z definiowanym słowem łączę [*denke* – G.B.] wyraźnie to wszystko, co łączę z wyrażeniem definiującym, wtedy mamy „błędne koło”, albo definiowane wyrażenie ma bogato rozczłonkowany sens, wtedy nie łączę z nim tego samego, co z wyjaśnianym słowem – taka definicja jest błędna¹²³.

Wnioskowanie przez analogię

Można mówić o nazwach analogicznych, analogicznych relacjach i wnioskowaniach opartych na analogii¹²⁴. W tym podrozdziale zbieram z pism Fregego przykłady takich wnioskowań i staram się przedstawić strukturę tego wnioskowania. Wnioskowania przez analogię, którymi posługiwał się Frege, uzupełniały czynności analizowania, definiowania oraz rozjaśniania i prowadziły go do przyjmowania nowych, istotnych tez filo-

¹²² Zob. C.H. Langford: *The Notion of Analysis in Moore's Philosophy*. In: *The Philosophy of G.E. Moore*. Ed. P.A. Schilpp. New York 1952, s. 321–342.

¹²³ G. Frege [Rez.]: E.G. Husserl: *Philosophie der Arithmetik. I...*, s. 183. Tłumaczenie własne. Zob. także GL, § 66, s. 78. (*O pojęciu liczby...*, s. 184); GL, § 72, s. 85 (*O pojęciu liczby...*, s. 189). Por. D. Wiggins: *Three Moments in the Theory of Definition or Analysis: Its Possibility, Its Aim or Aims, and Its Limits or Terminus*. „Proceeding of the Aristotelian Society” 2007, vol. 107, s. 73–75; M. Dummett: *Frege and Other Philosophers*. Oxford 1991, s. 17 i nast.; Idem: *Frege: Philosophy of Mathematics...*, s. 143.

¹²⁴ Nazwami analogicznymi zajmował się Bocheński. Charakteryzował analogię jako relację zachodzącą między dwoma kompleksami semantycznymi, w jakich występują te nazwy. Zob. J.M. Bocheński: *O analogii*. W: Idem: *Logika i filozofia*. Red. J. Parys. Tłum. T. Basznia k. Warszawa 1993, s. 50–78. Analogiczność struktur opisał Szymanek – zob. K. Szymank: *Argument z podobieństwa*. Katowice 2008.

zoficznych. Podane przeze mnie przykłady nie odegrały w rozumowaniu roli niezbitego argumentu, dostarczającego niepodważalnych podstaw do przyjęcia danej tezy. Wskazane wnioskowania oparte na dostrzeżonych analogiach pełniły funkcję heurystyczną, odkrywczą, naprowadzającą badacza na nowe rozwiązania. I na tym polegała ich doniosłość.

Tu wskazane wnioskowania, oparte na analogii, mają za podstawę stwierdzenie analogii między relacjami zachodzącymi w systemie zbudowanym przez Fregego. Dlatego analogię rozumiem tu jako relację zachodzącą między dwoma strukturami, kiedy strukturę określa pewien zbiór, w którym zachodzą jakieś relacje. Można badać analogiczne relacje zachodzące w pewnych podstrukturach (częściach większej całości)¹²⁵.

Omówię teraz cztery przypadki wnioskowania przez analogię.

1. Nazwa a zdanie.
2. Funkcja a pojęcie.
3. Sens a myśl.
4. Mikroskop a pismo pojęciowe.

Ad 1. Nazwa a zdanie. Ponieważ nazwy i zdania mają swoje korelaty semantyczne¹²⁶, zachodzi następująca analogia:

Relacja Φ między nazwą A i jej korelatem semantycznym a (jest nim przedmiot, do którego odnosi się nazwa) jest analogiczna do relacji Ψ , między zdaniem B i jego korelatem semantycznym b (jest nim jedna z dwóch wartości logicznych: prawda albo fałsz),

gdzie:

- A – nazwa;
- B – zdanie;
- a – przedmiot, do którego odnosi się nazwa A ;
- b – przedmiot, do którego odnosi się zdanie B (jedna z dwóch wartości logicznych, prawda lub fałsz);
- Φ – relacja zachodząca między nazwą A i przedmiotem a ;
- Ψ – relacja zachodząca między zdaniem B i jedną z dwóch wartości logicznych b .

Można ową analogię zapisać tak:

$$\Phi(A, a) \text{ jest analogiczna do } \Psi(B, b)$$

Tym sposobem, wychodząc od tezy, że nazwa ma swój sens i korelat semantyczny (jest nim przedmiot), Frege doszedł do ważnej tezy, stwier-

¹²⁵ Zob. K. S z y m a n e k: *Argument z podobieństwa...*

¹²⁶ G. F r e g e: *Sens i znaczenie...*, s. 68–70. Na posłużenie się analogią w przypadku dochodzenia do tezy o korelacie semantycznym zdania zwrócił uwagę także Dummett – zob. M. D u m m e t t: *Sens i referencja*. Tłum. M. I w a n i c k i, T. S z u b k a. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 2, s. 122; I d e m: *Truth and Other Enigmas*. London 1978, s. 19.

dzającej, że zdanie ma nie tylko sens, ale i korelat semantyczny, którym jest jedna z dwóch wartości logicznych (rozumianych jako przedmioty): prawda albo fałsz.

Ad 2. Funkcja a pojęcie. W tym przypadku zachodzi analogia między niekompletną, nienasyconą funkcją i kompletnym, nasyconym argumentem tejże funkcji oraz niekompletnym, nienasyconym pojęciem i kompletnym, nasyconym przedmiotem podpadającym pod to pojęcie¹²⁷. Funkcja jest niekompletna i nienasycona, wymaga więc swego dopełnienia. Natomiast jej argument jest sam w sobie nasycony, zupełny toteż dopełnienia nie wymaga. Analogicznie: pojęcie jest niekompletne i nienasycone, wymaga swego dopełnienia, a przedmiot, jako desygnat pojęcia, jest zupełny, nasycony i nie potrzebuje dopełnienia. Można to zapisać następująco:

Relacja Φ zachodząca między funkcją F i jej argumentem a jest analogiczna do relacji Ψ zachodzącej między pojęciem G i przedmiotem b podpadającym pod to pojęcie (jego desygnatem),

gdzie:

F – funkcja;

a – argument funkcji;

G – pojęcie;

b – przedmiot podpadający pod pojęcie;

Φ – relacja funkcji do swojego argumentu;

Ψ – relacja pojęcia do przedmiotu, który podpada pod to pojęcie.

Tę analogię można zapisać następująco:

$$\Phi(F, a) \text{ jest analogiczna do } \Psi(G, b)$$

W tym przypadku Frege doszedł do ważnej tezy o naturze pojęcia oraz jego odmiennej naturze w stosunku do przedmiotu. To rozumowanie oparte na analogii doprowadziło do ciekawych rozważań natury filozoficznej.

Ad 3. Sens a myśl. Stwierdza się analogię między strukturą językową, w której zachodzi relacja sensu do korelatu semantycznego, oraz strukturą ontologiczną, w której zachodzi relacja pomiędzy myślą i prawdą¹²⁸. Można to przedstawić następująco:

Relacja Φ między sensem A i korelatem semantycznym b jest analogiczna do relacji Ψ , zachodzącej między myślą C i prawdą d ,

¹²⁷ Zob. G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 23–25.

¹²⁸ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 70. Frege jest w tym miejscu nieprecyzyjny, powinna być mowa o relacji pomiędzy myślą a jedną z dwóch wartości logicznych: prawdą lub fałszem (a nie tylko prawdą).

gdzie:

- Φ – relacja między sensem i korelatem semantycznym;
- Ψ – relacja między myślą i prawdą;
- A – sens pewnej nazwy;
- b – korelat semantyczny pewnej nazwy;
- C – myśl;
- d – prawda.

Analogię tę można zapisać w następujący sposób:

$$\Phi(A, b) \text{ jest analogiczna do } \Psi(C, d)$$

Tym sposobem, na podstawie wnioskowania opartego na zauważonej analogii, Frege doszedł do jednej z najciekawszych tez filozoficznych o prawdzie.

Ad 4. Mikroskop a pismo pojęciowe. O analogii zachodzącej między ludzkim okiem i mikroskopem oraz językiem naturalnym i pismem pojęciowym Frege pisał:

Myślę, że stosunek, w jakim mój język formalny [*Begriffsschrift* – G.B.] pozostaje do języka potocznego, uczynię wyraźniejszym, gdy porównam go do stosunku, w jakim pozostają do siebie mikroskop i oko¹²⁹.

Relacja Φ zachodząca między mikroskopem m a ludzkim okiem o jest analogiczna do relacji Ψ zachodzącej między pismem pojęciowym F a językiem potocznym P ,

gdzie:

- Φ – relacja, jaka zachodzi między pismem pojęciowym a językiem naturalnym;
- Ψ – relacja, jaka zachodzi między mikroskopem a okiem;
- F – pismo pojęciowe (*Begriffsschrift*, język, którego autorem był Frege);
- P – język potoczny;
- m – mikroskop;
- o – oko.

Przedstawioną analogię można zapisać następująco:

$$\Phi(m, o) \text{ jest analogiczna do } \Psi(F, P)$$

Przywołanie podobieństw i różnic między mikroskopem a okiem pozwoliło Fregemu wyjaśnić funkcję, jaką przypisywał pismu pojęciowemu, i jego odmiennosc od języka naturalnego.

¹²⁹ BS, s. XI. (*Ideografia...*, s. 47).

Definiowanie, rozjaśnianie, wnioskowanie przez analogię a królestwo myśli

Podobnie jak w przypadku analizy językowej i analizy logicznej, ostatecznym dopełnieniem omówionych wcześniej czynności poznawczych jest królestwo myśli. Wszak celem definiowania było ujęcie prawdziwej myśli. Tym samym nie sposób przedstawić całościowo czynności poznawczych, które podejmował Frege, tych wykorzystywanych przez niego i tych, które zalecał, bez odniesienia do wymiaru ontologicznego, jakim było przywoływanie królestwa myśli. Można by więc powiedzieć, że każda czynność poznawcza Fregego ma wymiar ontologiczny albo jest tylko przygotowaniem do – ostatecznego – badania ontologicznego.

Mając na uwadze ontologiczną teorię trzech królestw, w tym królestwa niezmiennych myśli, można by mówić o prawdziwych i fałszywych definicjach w koncepcji Fregego. Prawdziwą definicją byłaby więc taka, która ujmowałaby myśl prawdziwą, fałszywa ta, która ujmowałaby myśl fałszywą. Tak więc, definicjom, spełniającym funkcję ujmowania myśli, przysługiwałaby cecha prawdziwości lub fałszywości.

Koncepcja trzech królestw jest zwieńczeniem filozofii Fregego, jej pełnym wyrazem, a cała wcześniejsza działalność naukowa zmierzała do jej dopracowania. W tej koncepcji widać błysk filozoficznego geniusza, nawiązującego do tradycji idealizmu ontologicznego na wzór Platońskiej koncepcji idei.

Badanie problemów filozoficznych

W ostatnim rozdziale chcę pokazać podejmowane przez Fregego czynności poznawcze na dwóch przykładach jego dociekań filozoficznych: Czym jest liczba? Czym jest prawda? Proces dochodzenia do odpowiedzi na takie pytania jest złożony, długotrwały, wielofazowy. Frege posługiwał się wtedy opisanymi przeze mnie czynnościami analizowania, definiowania i rozjaśniania oraz wnioskowaniem przez analogię.

Na przykładzie tych dwóch zagadnień (prawdy i liczby) widać, że opisana metoda „sprawdzała się” wtedy, gdy Frege dochodził do definicji liczby. W tym celu jednak została wymyślona. Zupełnie inaczej jest wtedy, gdy niemiecki filozof podejmował temat prawdy. Nie był w stanie badać prawdy logicznie, bo według niego należała ona do pojęć niedefiniowalnych, można ją więc było jedynie rozjaśniać. Ale w tym przypadku z pomocą przychodzi jeszcze inne postępowanie, niewiele odbiegające od metodologicznych założeń Fregego: a mianowicie badanie kontekstów, w których słowo „prawda” występuje w tekstach jego autorstwa, a tych kontekstów jest wiele. Frege także przyjmował taką metodę badawczą.

Schemat postępowania Fregego

Uważam, że da się ustalić schemat badań, które prowadził Frege. Przedstawię ów schemat w formie dyrektyw, których egzemplifikację, opartą na tekstach Fregego, pokażę w tym rozdziale. Wydaje się, że Frege przygotował następujący „przepis” udanego postępowania w filozofii:

1. Termin, który odpowiada badanemu problemowi filozoficznemu, umieść w zdaniu, zgodnie z zasadą kontekstową. Prawdopodobnie to zdanie będzie wyrażone w języku potocznym (lub w języku naturalnym, którego język potoczny jest szczególnym przypadkiem).

2. Dokonaj analizy zdania, w której wyodrębnisz jego część nasyconą (wymienialną) i część nienasyconą (stałą).

3. Określ, w której z tych części występuje badany termin.

4. Określ, czy wszystkie nazwy, które występują w zdaniu, mają swoje korelaty semantyczne. Jeżeli tak, to całe zdanie też będzie miało swój korelat semantyczny, którym będzie prawda albo fałsz. Jeżeli w zdaniu występują nazwy pozbawione korelatu semantycznego, zdanie nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe, ale może mieć sens.

5. Zbadaj ewentualnie, które terminy występujące w zdaniu dają się zastąpić tak, by:

a) zachować wartość logiczną wyrażenia (*salva veritate*);

b) zdanie nadal było treścią nadającą się do osądu (*salva congruitate*).

6. Pamiętaj o tym, że zdanie z zakresu nauki, które jest pozbawione wartości logicznej, nie wyraża myśli.

7. Przedstaw (za pomocą pisma pojęciowego) poprawną strukturę logiczną tego zdania, a następnie powstały schemat ukonkretnij dla podanego przypadku, korzystając z pomocy pisma pojęciowego.

8. Jeżeli masz do czynienia z terminem prostym:

a) przedstaw jego definicję (jeżeli jest definiowalny), uwzględniając warunki poprawnej definicji;

b) dokonaj jego rozjaśnienia (jeżeli jest terminem prostym i zarazem niedefiniowalnym).

9. W celu pełnego opracowania zagadnienia wykorzystaj rozstrzygnięcia ontologiczne: przedmiot a pojęcie, trzy królestwa: rzeczy zewnętrznych, przeżyć wewnętrznych i myśli.

Na przykładzie badania, czym jest liczba, Frege opracował metodę postępowania w filozofii, którą następnie stosował do innych zagadnień filozoficznych. Odwołując się do definicji liczby, następująco określał istnienie: stwierdzenie istnienia jest niczym innym jak zaprzeczeniem liczebności zerowej. Innym przykładem jest analiza ontologicznego dowodu na istnienie Boga¹. Z kolei badanie prawdy było specyficzną egzemplifikacją powyższego schematu, co wynikało z natury tego zagadnienia.

¹ Zob. A. G u t: *Fregego krytyka dowodu ontologicznego*. „Analiza i Egzystencja. Czasopismo Filozoficzne” 2005, t. 1, s. 31–62.

Liczba

Gottlob Frege zajmował się zagadnieniem liczby czterdzieści lat swego życia². Szukał poprawnej definicji liczby i zastanawiał się między innymi nad tym, jakiego rodzaju bytem jest liczba. Tym sposobem włączył się w prowadzoną od wieków dyskusję na temat, jak istnieją byty matematyczne. Opracował kilka sposobów definiowania liczby. Punktem zwrotnym w tych badaniach stało się znalezienie antynomii u podstaw jego systemu logicznego. Dlatego można by wyróżnić dwa okresy w szukaniu definicji liczby: przed antynomią i po antynomii, w których (w sumie) trwały badania nad pięcioma sposobami definiowania liczby:

1) okres przed znalezieniem antynomii, w którym trwały badania nad definiowaniem liczby:

a) jako funkcji konstytuującej ciąg (BS i *Anwendung der Begriffsschrift*, 1879), z którego się wycofał ze względu na za mały zakres odniesienia;

b) przez relację równoliczności pojęć, wyrażoną za pomocą słów, a nie symbolicznie (GL, 1884);

c) przez relację równoliczności pojęć, lecz wyrażoną za pomocą pisma pojęciowego (GG, 1893);

2) okres po znalezieniu antynomii:

a) przez relację równoliczności wraz z próbami ominięcia antynomii³;

b) przez oparcie arytmetyki liczb naturalnych nie na logice, lecz na geometrii⁴.

² Oto teksty traktujące o liczbie: GL; G. Frege: *Über den Begriff der Zahl* [1891/1892]. NS, s. 81–95 (tu Frege dyskutuje Ottona Biermanna – ucznia Weierstrassa – definicję liczby, który liczbę łączył z przedmiotami zmysłowymi, na przykład poszczególnymi owocami); I d e m: *Pojęcie i przedmiot*. PS, s. 45–59 (tu Frege badał liczne przykłady zdań z liczbami); GG I; I d e m: *Über die Zahlen des Herrn H. Schubert* (1899). KS, s. 240–261; GG II (tu Frege omawiał Cantora, Heinego i J. Thomae'a koncepcje liczb urojonych, relacjonuje, co o liczbach pisał Weierstrass, przedstawiał różnicę między liczbą a liczebnością, s. 155); I d e m: *Zahl* [1924]. NS, s. 284–285; I d e m: *Zahlen und Arithmetik* (1924/1925). NS, s. 295–297; I d e m: [Tagebucheintragungen über den Begriff der Zahl; 23.3.1924–1925]. NS, s. 282–283; I d e m: *Ekenntnisquellen der Mathematik und Naturwissenschaften* (1924/1925). NS, s. 286–294.

³ G. Frege: *Nachwort*. GG I, s. 253–265.

⁴ G. Frege: *Ekenntnisquellen der Mathematik und Naturwissenschaften* (1924/1925)..., s. 286–294; I d e m: *Neuer Versuch der Grundlegung der Arithmetik*. NS, s. 298–302; I d e m: *Tagebucheintragungen über Begriff der Zahl*. NS, s. 282–283; I d e m: *Zahl* [1924]..., s. 284–285; I d e m: *Zahlen und Arithmetik* [1924]..., s. 295–297. Wymienione teksty, chociaż niepublikowane za życia Fregego, są bardzo interesujące z tego względu, że powstały ponad dwadzieścia lat po znalezieniu antynomii.

Wiadomo, że wraz ze znalezieniem antynomii cały projekt Fregego się załamał. Aby ratować swą koncepcję, Frege feralny, piąty aksjomat oparł warunkiem, zgodnie z którym zbiór elementów nie może być swym własnym elementem. Uważał, że dzięki temu definicja liczby przez równoliczność pozostała nadal poprawna.

Pod koniec życia Frege sformułował projekt oparcia arytmetyki liczb naturalnych na geometrii, której podstawą było geometryczne źródło poznania (*geometrische Erkenntnisquelle*). Niestety, ta koncepcja nigdy nie została opracowana. Ostatnią próbę określenia liczby najlepiej charakteryzuje następująca wypowiedź Fregego:

Musiałem porzucić mniemanie, że arytmetyka jest gałęzią logiki i że stosownie do tego wszystko w arytmetyce musi być dowiedzione w sposób czysto logiczny. Po drugie, musiałem porzucić mniemanie, że arytmetyka nie potrzebuje przejmować od intuicji żadnej podstawy uzasadnienia⁵.

Tragizm przytoczonego wyznania uwidacznia się w konfrontacji z przekonaniem, jakie filozof i logik z Jeny żywił jeszcze kilka lat wcześniej:

[...] podanie liczby [*Zahlangabe* – G.B.] zawiera wypowiedź o pojęciu, zatem w języku logicznie doskonałym zdanie, które podaje liczbę, winno składać się z dwu części: ze znaku pojęcia, o którym liczebność [*Zahlaussage* – G.B.] jest orzekana, oraz ze znaku pewnego pojęcia drugiego stopnia⁶.

O tym ostatnim stadium badań Fregego I. Dąbska pisała:

Droga, którą teraz obrał, ma charakter przede wszystkim epistemologiczny i [...] jest ona czymś w rodzaju, za przykładem Kanta przeprowadzonej, „Krytyki matematycznego i logicznego rozumu”⁷.

Począwszy od GL, Frege posługiwał się dwoma terminami: *Zahl* i *Anzahl*⁸, których nie traktował synonimicznie⁹. Tłumacze Fregego,

⁵ G. Frege: *Neuer Versuch der Grundlagen der Arithmetik* [1924/1925]..., s. 298–302. Podaję za: I. Dąbska: *Idee kantowskie w filozofii matematyki XX wieku*. „Archiwum Historii Filozofii i Myśli Społecznej” 1978, t. 24, s. 196.

⁶ G. Frege: [Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter; 1919]. NS, s. 277. (*Szkic dla Darmstaedtera*. PS, s. 139). Zob. także GL, § 46, s. 59; GG I, s. 3.

⁷ I. Dąbska: *Idee kantowskie w filozofii matematyki XX wieku...*, s. 195.

⁸ Posługuje się także słowami: *Zahlzeichen*, rozumianym jako znak dla liczby (GL, IV) oraz *Zahlwort*, tłumaczonym jako „liczebnik”, traktowany jako nazwa własna liczby. G. Frege: *Über den Begriff der Zahl* [1891–1892]. NS, s. 95; GL, § 62, s. 73.

⁹ GL, § 2, s. 2.

a także ci, którzy piszą na temat jego koncepcji, nie zawsze zachowują tę różnicę¹⁰.

W GG I Frege wprowadził oznaczenie na *Anzahl*: skośną kreskę przebiegającą zapisaną cyfrą od lewej strony do prawej. Pisał o rozróżnianiu między poszczególnymi liczbami 3, 4 itd. a ogólnym pojęciem liczebności¹¹. Liczba (*Zahl*) 1 różni się od liczebności (*Anzahl*) 1¹². M. Furth, tłumacz Fregego, we wstępie do angielskiego wydania GL odróżnia odpowiednio liczebność 0 i 1 od poszczególnych liczb 0 i 1¹³.

Gottlob Frege uważał, że pytanie o liczbę jest zadaniem wspólnym dla matematyków i filozofów¹⁴. Wprowadzone rozróżnienie na *Zahl* i *Anzahl* pozwalało mu pokazać filozoficzną głębię zagadnienia. Wspomniane rozróżnienie Frege wprowadził na samym początku swych badań nad liczbą. Trudno wskazać drogę, która doprowadziła go do konieczności przyjęcia takiego rozwiązania. Rozpoczynam więc od przedstawienia czytelnikowi, jak Frege rozumiał te dwa słowa, bliskoznaczone w języku potocznym.

Zahl to jedna z poszczególnych liczb, na przykład 3, 4 itd.¹⁵ *Anzahl* jest liczebnością zbioru (mocą zbioru, liczbą kardynalną). Po zdefiniowaniu liczby jako *Anzahl* Frege definiował poszczególne liczby: 0, 1 itd. W GL Frege *Anzahl* odnosił albo do zakresu pojęcia, albo do ogólnego pojęcia liczby. Z kolei w GG II *Anzahl* to odpowiedź na pytanie, ile jest obiektów pewnego rodzaju. Tam „liczby rzeczywiste” (*reellen Zahlen*) nazywał „liczbami dającymi miarę” (*Masszahlen*), określającymi, jak duża wielkość jest porównywana z wielkością jednostkową¹⁶.

Stawiał sobie wysokie wymagania i we wstępie do GL pisał tak:

¹⁰ Austin i Montgomery, angielscy tłumacze GL, *Anzahl* przetłumaczyli jako *Number*, pisane z wielkiej litery, a *Zahl* jako *number*, pisane z małej litery. Dummett *Anzahl* tłumaczy także jako *cardinal number* (M. Dummett: *Frege: Philosophy of Mathematics*. London 1995, s. 31). Wolniewicz *Anzahl* tłumaczył jako „liczebność” (G. Frege: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 53); Rotter jako „liczebność”, czasami jako „liczbę”, ale wtedy zazwyczaj podaje niemieckie słowo w nawiasie. GL, § 19. (Podstawy arytmetyki. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997, s. 114).

¹¹ „Unterscheiden wir die einzelnen Zahlen 3, 4, u.s.f. von dem allgemeinen Begriffe der Anzahl”. GL, § 18, s. 24–25.

¹² GG I, § 41–42, s. 58; GG II, § 157, s. 156.

¹³ G. Frege: *The Basic Laws of Arithmetic. Exposition of the System*. Ed., introd., transl. M. Furth. Berkeley, Los Angeles 1967, s. LV.

¹⁴ GL, s. V. (Podstawy arytmetyki..., s. 89).

¹⁵ GL, § 18, s. 24. (Podstawy arytmetyki..., s. 113).

¹⁶ GG II, § 157, s. 155.

Pojęciu liczby będziemy musieli przyznać konstrukcję doskonalszą niż większości pojęć innych nauk, choć należy ono do najprostszych pojęć arytmetyki¹⁷.

Nim zajął się metodycznym badaniem liczby, w punkcie wyjścia już przyjął pewne tezy filozoficzne¹⁸. Tym samym posługiwanie się analizą filozoficzną (jako metodą mającą prowadzić do otrzymywania tez filozoficznych) zakłada już pewne rozstrzygnięcia filozoficzne.

Pierwsza z przyjętych tez filozoficznych traktuje o przyjęciu języka logiki jako sprawnego narzędzia wszystkich nauk, co wynikało z Fregego niezadowolonia z języka, jakim posługiwano się w nauce. Tu nawiązywał do Leibniza rozróżnienia na *lingua characteristic*a i *calculus ratiotinator*. Dalej zakładał, że arytmetyka jest oparta na logice, i próbował to uzasadnić. Znamienne, że pogląd logicyzmu utrzymywał także po znalezieniu antynomii w systemie¹⁹. Ponadto przyjmował tezę, że obowiązuje jednoznaczny podział wszystkich bytów na pojęcia oraz przedmioty, a w innym przekroju – na byty zaliczone do czterech różnych królestw: rzeczy fizycznych, przeżyć wewnętrznych, bytów idealnych i języka.

Dalej, według Fregego, liczby są szczególnego typu bytami. Wynika to stąd, że matematykę uważał za naukę wyróżnioną. W jego opinii matematyka i filozofia są z sobą istotnie związane, a ich rozdzielanie obydwu naukom wychodzi na niekorzyść:

[...] gruntowne badania nad pojęciem liczby [*Zahlbegriff* – G.B.] muszą jednak okazać się w pewnej mierze filozoficzne. Zadanie to jest bowiem wspólne matematyce i filozofii²⁰.

Omawiany filozof i logik z Jeny dystansował się wobec odwoływania się do poznania zmysłowego w matematyce, co przenosił potem na filozofię. Formułował tezy niezakładające żadnego faktu obserwacyjnego²¹.

¹⁷ GL, s. IV. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 89).

¹⁸ Dummett uważa, że punktem wyjścia filozofii Fregego nie jest ani epistemologia (jak można by sądzić z racji przywoływania rozróżnienia sądów na *a priori* i *a posteriori*), ani logika (jak można by wnioskować na podstawie dążenia do oparcia arytmetyki liczb naturalnych na logice), ale jego teoria znaczenia (*meaning*) M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, Massachusetts, 1981, s. 63. Z kolei Currie wymienia między innymi następujące tezy filozoficzne, kształtujące metodę, jaką posłużył się Frege: odrzucenie naturalizmu, zasada kontekstowa, sens, język a myśl. Zob. G. Currie: *Frege. An Introduction to His Philosophy*. New Jersey 1982, s. 140–196.

¹⁹ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]. NS, s. 219–220.

²⁰ GL, s. V. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 89). Więcej na temat logicyzmu zob. w podrozdziale *Logicyzm i antypsychologizm jako podstawy filozofii logiki Fregego*.

²¹ GL, § 77, s. 90. (*O pojęciu liczby. Antologia tekstów klasycznych*. Red. R. Murawski. Poznań 1986, s. 192).

Rozszerzał rzeczywistość poza sferę tego, co poznawalne zmysłowo i przestrzenne²². Uważał, że prawa logiczne nie potrzebują praktycznego potwierdzenia²³. Dodam tu jeszcze epistemologiczną tezę z GL, że liczby są bezpośrednio poznawane przez intelekt. W GG pisał w trybie warunkowym: „Jeżeli w ogóle są przedmioty logiczne (a przedmioty arytmetyczne są takimi), to musi być sposób ich ujęcia, poznania”²⁴.

Pytanie o liczbę było pierwszym filozoficznym pytaniem Fregego i okazało się centralnym dla jego filozofii. Wszystko, czego dokonał w filozofii, logice i semantyce, było konsekwencją badania liczby. Za upokarzający uznawał brak jasności co do podstawowego przedmiotu zainteresowań matematyki, jakim jest liczba²⁵. Pojęcie liczby uważał za szczególne.

Inspiracją do badania podstaw arytmetyki mogły być niedostatki dostrzeżone w książce H. Seegera pt. *Die Elemente der Arithmetik, für den Schulunterricht bearbeitet*, której recenzję Frege opublikował w 1874 roku²⁶. Dostrzeżone braki dotyczyły definicji podstawowych pojęć arytmetycznych oraz dowodów fundamentalnych praw arytmetyki i były bodźcem do zajęcia się fundamentalnymi kategoriami tej nauki oraz źródłem programu logicyzacji arytmetyki²⁷. Do realizacji tego zadania Frege przygotowywał się już od swej pierwszej książki – BS, poświęconej pismu pojęciowemu. W GL, drugiej książce, zamierzał zdefiniować podstawowe wyrażenia arytmetyczne w terminach logicznych. Kluczowymi wyrażeniami były: „liczba” (*Anzahl*), „0”, „następowanie w ciągu liczbowym”. Dokonał tego bez użycia symboliki pisma pojęciowego. W trzeciej książce – GG, krok po kroku dowodził tezy logicyzmu, posługując się symboliką z BS, która w jego opinii miała być narzędziem użytecznym we wszelkich naukach. Postaram się zatem przedstawić rekonstrukcję rozumowania, które doprowadziło Fregego do koncepcji liczby. Wyróżnię zatem kilka etapów jego badania liczby i liczebności²⁸. Oto one:

1. Indukcyjna definicja liczby.
2. *Reductio ad falsum* niektórych koncepcji liczby.

²² GL, § 85, s. 97. (*O pojęciu liczby...*, s. 197). Zob. także GL, § 89, s. 101. (*O pojęciu liczby...*, s. 199).

²³ GL, § 87, s. 99. (*O pojęciu liczby...*, s. 198). Zob. także GL, s. X–XI. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 93–94).

²⁴ GG II, § 147, s. 149.

²⁵ GL, s. II. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 87). Por. T. B u r g e: *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford 2005, s. 116.

²⁶ G. F r e g e [Rez.]: H. S e e g e r: *Die Elemente der Arithmetik, für den Schulunterricht bearbeitet* 1897. „Jenaer Literaturzeitung” 1874, Bd. 1, s. 722; KS, s. 85–86.

²⁷ Zob. T. W. B y n u m: *On the Life and Work of Gottlob Frege*. In: G. F r e g e: *Conceptual Notation and Related Articles*. Transl., bibliogr., introd. T. W. B y n u m. Oxford 1972, s. 9.

²⁸ Rekonstrukcja ta jest zasadniczo oparta na GL.

3. Analiza językowa zdań traktujących o liczbie i liczebności:
 - a) zasada kontekstowa;
 - b) język naturalny;
 - c) sens a korelat semantyczny;
 - d) zasada ekstensjonalności.
4. Rozjaśnianie a nie definiowanie liczby (*Zahl*).
5. Analiza logiczna liczebności (*Anzahl*), której efektem końcowym jest definicja liczebności:
 - a) równość;
 - b) jednoznaczność;
 - c) równoliczność;
 - d) ogólna definicja liczebności.
6. Definicje poszczególnych liczb:
 - a) definicja zera;
 - b) następstwo w ciągu;
 - c) definicja jedyńki.

Celem podjętych badań nad liczbą było sformułowanie takiej jej definicji, na której podstawie dałoby się zdefiniować poszczególne liczby naturalne, począwszy od zera.

Ad 1. Indukcyjna definicja liczby

Podstawy tej definicji liczby zostały opracowane w BS, pierwszej książce Fregego. W niej zdefiniował ciąg i następstwo w ciągu, używając do tego celu tylko narzędzi logicznych. Posługując się takimi narzędziami, w *Anwendung der Begriffsschrift* (1879) następująco określał dodatnią liczbę całkowitą: *a* jest dodatnią liczbą całkowitą, jeżeli należy do ciągu zaczynającego się od 0 i konstytuowanego przez powiększanie o 1²⁹.

Rozumując w podobny sposób, Wittgenstein mógł w *Traktacie...* liczbę określić jako wykładnik operacji, ogólną formę liczby całkowitej, przedstawionej jako $[0, \zeta, \zeta + 1]$ ³⁰, a poszczególne liczby definiować, jak następuje:
 $0 + 1 = 1$ Def.

$0 + 1 + 1 = 2$ Def.

$0 + 1 + 1 + 1 = 3$ Def.

(i tak dalej)³¹.

Następny etap badania takiego sposobu definiowania liczby znalazł wyraz w początkowych paragrafach GL. Tu Frege wstępnie opowiadał się za sposobem, w jaki Leibniz, Mill, H. Grassmann i inni wyprowadzali po-

²⁹ Zob. G. Frege: *Anwendung der Begriffsschrift*. „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1879, Bd. 13; BS, s. 90.

³⁰ L. Wittgenstein: *Tractatus logico-philosophicus*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1997, s. 67, teza 6.03.

³¹ Ibidem, s. 66, teza 6.02.

szczególne liczby, to znaczący z jeden i powiększania o jeden. Taka strategia pozwala osiągnąć liczbę „własnymi siłami również wówczas, gdy nie mamy jej oglądu”³². Pisał:

Pojęciu F przysługuje liczba [*Zahl* – G.B.] $(n + 1)$, gdy istnieje taki przedmiot a podpadający pod F , że pojęciu „podpadający pod F , lecz nie a ” przysługuje liczba (*Zahl*) n ³³.

Uważał, że taka definicja pozwala zredukować wnioskowania „od n do $n + 1$, które są właściwe matematyce, do ogólnych praw logicznych”³⁴. Z jeden i powiększania o jeden można wyprowadzić formuły liczbowe. Dzięki takiej metodzie liczbę 437 986 można zdefiniować na podstawie odwołania do jej poprzednika i powiększenia o 1, chociaż nie mamy jej oglądu³⁵. Frege poddał szczegółowej analizie definicję liczby podaną przez Leibniza. Jako znane Leibnizowi „przyjmuje on pojęcie liczby 1 oraz operację dodawania jedności do dowolnej liczby danej”³⁶. Wtedy:

Dwa jest jeden i jeden
Trzy jest dwa i jeden
Cztery jest trzy i jeden³⁷.

Do sposobu wypracowanego przez Leibniza Frege dołączył definicję zera i jedyńki. Następująco określał zero:

[...] pojęciu przysługuje liczba 0, gdy nie podpada pod nie żaden przedmiot³⁸.

Z podanej definicji następnie Frege wyeliminował słowo „żaden”. Poprawiona definicja brzmi tak:

[...] pojęciu przysługuje liczba 0, gdy dla każdego a jest prawdą, że a pod to pojęcie nie podpada³⁹.

W podobny sposób jest budowana definicja liczby jeden:

³² GL, § 6, s. 8. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 99).

³³ GL, § 55, s. 67. (*O pojęciu liczby...*, s. 177).

³⁴ GL § 80, s. 93. (*O pojęciu liczby...*, s. 194).

³⁵ GL, § 6. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 99).

³⁶ Przepis tłumacza. W: *O pojęciu liczby...*, s. 176.

³⁷ G.W. Leibniz: *Nowe rozważania dotyczące rozumu ludzkiego*. T. 2. Tłum. I. Dąmbska. Wstęp L. Kołakowski. Warszawa 1955, s. 233.

³⁸ GL, § 55, s. 67. (*O pojęciu liczby...*, s. 176–177).

³⁹ Ibidem, s. 177.

[...] pojęciu F przysługuje liczba 1, gdy nie dla każdego a jest prawdą, że a nie podpada pod F , i gdy ze zdań „ a podpada pod F ” i „ b podpada pod F ” wynika, że a jest tym samym, co b ⁴⁰.

Mimo wszystko Frege nie był zadowolony z podanych wstępnie definicji zera i jedynki. Widział następujące trudności:

1. „[...] ściśle biorąc, sens wyrażenia »pojęciu G przysługuje liczba n « jest nam równie mało znany jak sens wyrażenia »pojęciu F przysługuje liczba $(n + 1)$ «”⁴¹.

2. Na podstawie tych definicji nie da się rozstrzygnąć, czy pewnemu pojęciu nie przysługuje liczba „Juliusz Cezar”, „to znaczy, czy ów zdobywca Galii jest, czy też nie jest liczbą”⁴².

3. Nie da się udowodnić, „że jeżeli pojęciu F przysługuje liczba a , a także liczba b , to musi być $a = b$ ”⁴³. Podana definicja nie spełnia więc warunku pełności definicji.

4. Zero i jedynka zostały zdefiniowane tylko pozornie, a tak naprawdę ustalono sens zwrotów: „przysługuje liczba 0” oraz „przysługuje liczba 1”, z których nie wolno nam wyodrębnić zera i jedynki jako „dających się ponownie rozpoznać przedmiotów”⁴⁴.

5. Liczby nie można zdefiniować jako podpadania pod pojęcie „tego, co otrzymuje się przez sukcesywne powiększanie o 1”⁴⁵, bo takie sformułowanie nadal nie pozwala 0 i 1 traktować jako przedmiotów samodzielnych i dających się ponownie rozpoznać.

6. W podanym określeniu liczby nie ma odpowiedzi na pytania: do czego liczby się odnoszą i w jaki sposób pojęcie tej samej liczby 2 odnosi się do dwóch kamyków, ale także dwóch zjawisk czy pojęć.

7. Jeszcze inny powód dalszego poszukiwania definicji liczby jest taki, że więcej obiektów da się policzyć (zindywidualizowane, materialne, niematerialne, następujące po sobie w czasie), niż ustawić w szereg, a więc takie określenie liczby radykalnie ogranicza jej zastosowanie.

Do zagadnienia powiększania o 1 Frege powrócił w § 76 (już po podaniu nowej definicji liczby) i zdefiniował relację, w jakiej pozostają wobec siebie każde dwa sąsiednie wyrazy ciągu liczb naturalnych. Dalej, logiczna definicja powiększania o 1 jest uogólniona do następstwa w ciągu, co stanowi podstawę definiowania poszczególnych liczb⁴⁶.

⁴⁰ Ibidem.

⁴¹ Ibidem.

⁴² Ibidem.

⁴³ Ibidem.

⁴⁴ GL, § 56, s. 68. (*O pojęciu liczby...*, s. 177).

⁴⁵ GL, § 10, s. 16. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 106).

⁴⁶ GL, § 76–83, s. 89–96. (*O pojęciu liczby...*, s. 191–196).

W tych badaniach Frege nie zapomniał o aspekcie filozoficznym. W GL pisał:

Jeżeli relacja, w jakiej każdy wyraz ciągu pozostaje w stosunku do następnego, jest jednoznaczna i jeżeli m oraz y występują w tym ciągu po x , to y znajduje się w tym ciągu przed m lub pokrywa się z nim, lub następuje po m . Z dowodu tego można się dowiedzieć, że twierdzenia, które rozszerzają naszą wiedzę, mogą zawierać sądy analityczne⁴⁷.

Ad. 2. *Reductio ad falsum* niektórych koncepcji liczby

Nim Frege przedstawił swą koncepcję liczby, opartą na rozróżnieniu *Zahl* i *Anzahl*, odrzucił szereg koncepcji. Tak więc kolejnym krokiem w strategii, jaką przyjął, było zreferowanie rozwiązań przyjętych przez innych badaczy liczby i odrzucenie tych, z którymi się nie zgadzał. Wyjaśniał:

Przez wstępne naświetlenie wygłoszonych przez innych poglądów chcę jednocześnie przygotować podstawy mojego własnego ujęcia, przekonując na wstępie, że inne drogi nie prowadzą do celu, mój zaś pogląd nie jest po prostu jednym z wielu równie zasadnych; przynajmniej co do rzeczy głównej mam nadzieję rozstrzygnąć problem ostatecznie⁴⁸.

W tym punkcie Frege często posługiwał się techniką nazywaną *reductio ad falsum*, pokazując, do jakich „dziwactw” może prowadzić przyjęcie danej tezy⁴⁹. Z metodologicznego punktu widzenia *reductio ad falsum* polega na

Wykazaniu fałszywości jakiegoś zdania poprzez wyprowadzenie z niego wniosku fałszywego. Bardziej formalnie: rozumowanie, w którym w celu wykazania fałszywości jakiegoś twierdzenia T uzasadnia się przesłanki $T \rightarrow A$ oraz $\sim A$ (przesłanka $\sim A$ często jest oczywista i z tego względu przyjmowana entymematycznie) z myślą wywnioskowania z nich konkluzji $\sim T$ zgodnie ze schematem logicznym *modus tollendo tollens*⁵⁰.

Podstawą tych argumentacji jest teza o konieczności antyempirycznego, antypsychologicznego i antyformalistycznego rozumienia liczby. Oto ważniejsze z koncepcji, które badał Frege.

⁴⁷ GL, § 105, s. 103. (*O pojęciu liczby...*, s. 201).

⁴⁸ GL, s. V. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 89).

⁴⁹ GL, § 27, s. 36–37. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 123).

⁵⁰ K. S z y m a n e k: *Sztuka argumentacji. Słownik terminologiczny*. Warszawa 2001, s. 280.

Autor *Die Grundlagen der Arithmetik* odrzucił koncepcję Schömlicha, „który liczbą nazywa przedstawienie miejsca przedmiotu w pewnym szeregu”⁵¹. Uważał bowiem, że taka teza prowadzi do następujących konsekwencji:

1. „Gdyby liczba była przedstawieniem, wówczas arytmetyka byłaby psychologią. Arytmetyka jest nią jednak w równie małym stopniu jak astronomia”⁵².

2. „Gdyby dwa było przedstawieniem, byłoby przede wszystkim tylko moim przedstawieniem. [...] Rzecz by trzeba: moje dwa, twoje dwa, wszystkie dwa. [...] wraz z dorastaniem ludzi powstawałyby coraz to nowe dwójki”⁵³.

3. „Gdy występuje ta sama liczba, wówczas musiałoby się ukazywać zawsze to samo przedstawienie, co oczywiście jest fałszem”⁵⁴.

Wniosek nasuwa się następujący: „Liczba jest w równie małym stopniu przedmiotem psychicznym, jak jest nim Morze Północne”⁵⁵.

Gottlob Frege nie godził się także na przyjęcie liczby rozumianej jako przedmiot fizyczny, poznawalny za pomocą zmysłów. Za taką koncepcją opowiadał się Mill. Koronnym argumentem na rzecz odrzucenia takiej tezy jest niemożliwość dotknięcia kamyków w ilości 0 (zero)⁵⁶ lub zobaczenia ilości gwiazd w liczbie 0 (zero):

Bezsukutecznie można by próbować przedstawić sobie 0 widzialnych gwiazd. Można wprowadzić pomyśleć sobie, że niebo jest zasnuwane chmurami, ale nie ma w tym obrazie niczego, co odpowiadałoby słowu „gwiazda” lub 0⁵⁷.

Nie przyjął także tezy, według której liczba stanowiłaby kolekcję obiektów fizycznych. Według filozofa i matematyka z Jenu liczba nie jest także własnością:

Komuż [...] przysługuje własność 1000? Wydaje się, że ani poszczególnemu liściowi, ani im wszystkim; być może w ogóle nie przysługuje ona rzeczom świata zewnętrznego? [...] Jeśli równie dobrze mogą nazwać przedmiot zielonym i czerwonym, jest to oznaką tego, że

⁵¹ GL, § 27, s. 37. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 122–123). Por. O. Schömlich: *Handbuch der algebraischen Analysis*. Jena 1868, s. 1. Dalsze badanie liczby jako przedstawienia zob. § 58–59.

⁵² GL, § 27, s. 37. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 122–123).

⁵³ GL, § 27, s. 37. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 123).

⁵⁴ GL, § 27, s. 37. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 123, przypis).

⁵⁵ GL, § 26, s. 34. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 120).

⁵⁶ GL, § 8, s. 11. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 102).

⁵⁷ GL, § 58, s. 70. (*O pojęciu liczby...*, s. 178).

przedmiot ten nie jest właściwym nośnikiem zieleni. [...] Podobnie przedmiot, któremu równie dobrze mogę przypisać różne liczby, nie jest właściwym nośnikiem liczby⁵⁸.

Można dodać, że liczba (*Zahl*) nie jest własnością ani rzeczy fizycznej (jak to wynika z przytoczonych cytatów), ani pojęcia⁵⁹, ani kolekcji rzeczy fizycznych⁶⁰.

Inna odrzucana teza to ta, że liczba jest mnogością, wielością albo większością. Frege widział dwie niedogodności związane z takim rozumieniem liczby:

1) wyklucza ono ze zbioru liczb 0 i 1;

2) ponadto wymienione wyrażenia są „całkiem nieokreślone: raz zbliżają się znaczeniowo do »stos«, »agregat«, »grupa« [...], raz używa się ich niemal równoznacznie z [wyrażeniem – K.R.] »liczba« [*Anzahl* – K.R.]”⁶¹.

Następne stanowisko, które Frege odrzucił, to formalistyczne rozumienie liczby jako znaku na papierze, pustego symbolu. Prawa ich dotyczące są zaledwie regułami przekształcania znaków⁶².

Filozof i logik z Jeny nie zgodził się także na geometryczne rozumienie liczby jako stosunku długości do powierzchni. Zdemaskował zamiary twórców takiej koncepcji:

Próbie tej przyświecała nadzieja na ułatwienie wielorakich zastosowań arytmetyki w geometrii przez najściślejsze powiązanie już samych ich początków⁶³.

Odrzucił także propozycję I. Newtona, który

chciałby przez liczbę pojmować nie tyle pewną mnogość jednostek, ile raczej abstrakcyjny stosunek pewnej wielkości do innej wielkości tego samego rodzaju, która traktowana jest jako jednostka⁶⁴.

⁵⁸ GL, § 22, s. 28. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 116).

⁵⁹ GL, § 57, s. 68. (*O pojęciu liczby...*, s. 177). Dalej zostanie pokazane, że liczebność (*Anzahl*) jest pojęciem drugiego stopnia.

⁶⁰ GL, § 23, s. 29. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 117).

⁶¹ GL, § 28, s. 38. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 124). Tym samym Frege odrzucił możliwość oparcia matematyki na kolektywnym rozumieniu zbioru.

⁶² Zob. GL, §§ 99, 100; M. K l e m e n t o w i c z: *Fregowska krytyka poglądów w kwestii natury arytmetyki*. „Nowa Krytyka” 2003, t. 14, s. 213–222.

⁶³ GL, § 19, s. 25. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 113).

⁶⁴ Ibidem.

Frege przyznaje jednak, że takie określenie liczby można by uznać za liczbę w szerszym rozumieniu, do którego zaliczałyby się także ułamki i liczby niewymierne⁶⁵.

Ponadto liczba to nie wielkość, bo

różne rzeczy określa się mianem wielkości: liczby, długości, zawartości powierzchni, objętości, kąty, krzywizny, masy, prędkości, siły napięcia światła, napięcia galwaniczne itd. [...]⁶⁶.

Podsumowując stanowisko Fregego, liczba nie jest pojęciem ani właściwością, ani ideą (w znaczeniu subiektywnego przedstawienia), ani umownym znakiem. Podanie liczby (*Zahlangabe*) to wypowiedź o pojęciu, a nie o rzeczy⁶⁷.

Ad 3. Analiza językowa zdań traktujących o liczbie i liczebności **a. Zasada kontekstowa**

Gottlob Frege przywołał zastosowanie zasady kontekstowej i tym sposobem

Wyznacza [...] pewną klasę zdań, które muszą mieć sens, mianowicie zdań wyrażających rozpoznanie⁶⁸.

Zgodnie z tą zasadą badamy zdania, w których występuje liczba:

[...] dobrze będzie liczbę rozważyć w kontekście sądu, w którym występuje jej podstawowe zastosowanie. [...] Najwyraźniej widać to na przykładzie liczby [*Zahl* – G.B.] 0. Kiedy mówię: „Wenus ma 0 księżyców”, nie ma tam żadnego księżycy, ani agregatu księżyców, o którym coś może być orzeczone; ale pojęciu „księżyc Wenus” jest przez to pewna własność przypisana, ta mianowicie, że nic pod nie nie podpada [*befassen* – G.B.]. Kiedy mówię: „cesarska karoca jest zaprzężona w cztery konie”, wtedy przypisuję liczbę cztery do pojęcia „koń, który jest zaprzężony do cesarskiej karocy”⁶⁹.

Uważał, że tylko postępowanie zgodne z tą zasadą pozwala uniknąć zarazem fizycznej i psychologizacyjnej interpretacji liczby. Po raz pierwszy zrobił „poważny” użytek z zasady kontekstowej w § 60 GL, w którym także podał jedno z jej sformułowań:

⁶⁵ Ibidem.

⁶⁶ GL, § 12, s. 18. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 108).

⁶⁷ GL, § 55, s. 67. (*O pojęciu liczby...*, s. 176). Zob. także GL, § 46, s. 59.

⁶⁸ GL, § 62, s. 73. (*O pojęciu liczby...*, s. 180).

⁶⁹ GL, § 46, s. 59. Tłumaczenie własne. Frege pisał także o konieczności zbadania miejsca, jakie zajmuje liczba w języku. Zob. GL, § 21, s. 27. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 115).

Samodzielność, jaką przypisuję liczbom, nie znaczy, by liczebniki oznaczały coś poza kontekstem zdania. Chcę tylko wykluczyć ich użycie jako predykatów lub atrybutów, przez co zmieniałoby się nieco ich znaczenie⁷⁰.

Filozof i logik z Jeny zauważył, że podanie liczby jest odpowiedzią na pytanie „ile?”. W języku naturalnym liczba występuje zazwyczaj w formie przymiotnikowej, której odpowiada właściwość rzeczy fizycznej. Zastanawiał się, czy przymiotnikowe użycie liczby jest zasadne, bo można postawić pytanie: czy pojęcie liczby może być stawiane na równi z pojęciem barwy?⁷¹ Podał następujące przykłady zdań z liczbą we frazie orzecznikowej: „to jest pewna grupka drzew” i „to jest pięć drzew”, „tutaj są cztery kompanie” i „tutaj jest 500 mężczyzn”. Zauważył: „Czyż nie w całkiem innym sensie mówi się o 1000 liściach drzewa niż o jego zielonych liściach?”⁷². Zdania te różnią się ze względu na zastosowaną terminologię, a nie ze względu na zmianę obiektu.

Kiedy zagadnienie, które ma być zbadane, zostało już umieszczone w zdaniu języka naturalnego, wtedy można określić, czy występuje ono we frazie predykatywnej (nienasyconej) czy frazie podmiotowej (nasyconej). Pomocna okazuje się w tym teoria języka, którą Frege skonstruował na potrzeby analizowania problemów naukowych.

b. Język naturalny

Trzeba pamiętać o tym, że Frege miał ograniczone zaufanie do języka naturalnego i dlatego nie należy się kierować tym, co w zdaniu zostało umieszczone we frazie podmiotowej, a co orzecznikowej. Rozróżnienie bowiem na podmiot-orzecznik nie jest poprawnym rozróżnieniem logicznym, te frazy nie mają logicznego znaczenia, a daną myśl można wyrazić w różnych zdaniach. Przykładowo, zdanie: „Jowisz ma cztery księżyce”, można przekształcić w zdanie: „Liczbą księżyców Jowisza jest [liczba – R.M.] cztery”⁷³. W innym miejscu, badając liczby, odwoływał się do języka naturalnego i z niego wyciągał ważne dla siebie wnioski:

Mówi się „liczba jeden” i ma się na myśli (dzięki rodzajnikowi określonymu) określony, jednostkowy przedmiot badania naukowego. Nie ma różnych liczb jeden, ale [jest – G.B.] jedna. W przypadku 1 mamy nazwę własną, która jako taka jest niezdolna do liczby mnogiej, jak „Fryderyk Wielki” czy „złoto jako pierwiastek chemiczny”⁷⁴.

⁷⁰ GL, § 60, s. 71. (*O pojęciu liczby...*, s. 180).

⁷¹ GL, § 21, s. 27. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 115).

⁷² GL, § 22, s. 28. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 116).

⁷³ GL, § 57, s. 69. (*O pojęciu liczby...*, s. 178).

⁷⁴ GL, § 38, s. 49. Tłumaczenie własne.

W języku naturalnym liczba występuje w obu tych frazach, czyli podmiotowej (jako rzeczownik) i orzecznikowej (jako przymiotnik). Ale w błąd wprowadza nas fakt, że liczba często występuje we frazie orzecznikowej⁷⁵.

Ważnym krokiem w kierunku sformułowania definicji liczby była analiza językowa wyrażenia: „pojęciu *F* przysługuje liczba 0”. Frege napisał:

[...] nie mówiłem nigdzie, że liczby [*Zahlen* – G.B.] – jako 0, 1, 2 – są własnościami pojęć. Pojedyncza liczba pojawia się jako samodzielny przedmiot właśnie przez to, że stanowi jedynie część orzeczenia⁷⁶.

Teza, według której liczba jest samodzielnym przedmiotem, wynika z analiz językowych, w których trakcie Frege ustalił, że:

- 1) liczba jest częścią orzeczenia;
- 2) mówiąc o liczbie, traktujemy ją jako przedmiot, bo poprzedzamy ją rodzajnikiem określonym;
- 3) „[...] samodzielność ta pojawia się wszędzie w arytmetyce, na przykład w równości $1 + 1 = 2$ ”⁷⁷.

c. Sens i korelat semantyczny

Chociaż koncepcja sensu i korelatu semantycznego została opublikowana dopiero w 1892 roku, a więc sześć lat po wydaniu GL, już wcześniej Frege formułował wypowiedzi, w których jakby zakładał to rozróżnienie. Oto przykłady:

[...] nie powinno się definiować 3 jako $(2 + 1)$, jeśli z $(2 + 1)$ nie wiąże się żadnego sensu [*Sinn* – G.B.]⁷⁸.

[...] znaczeniem [*Bedeutung* – G.B.] cyfry 7 nie jest twór zmysłowo postrzegalny. [...] nie odwołując się do znaczenia cyfr, nie można w ogóle mówić o jakichś arytmetycznych własnościach liczb [*Zahlen* – G.B.]. Tak na przykład ta własność liczby 1, że pomnożona przez siebie daje znowu siebie samą, byłaby czystą fikcją⁷⁹.

Rozróżnienie na sens i korelat semantyczny pozwala nam odróżnić daną liczbę (jako egzemplifikację liczby jako takiej) od liczby jako takiej (czyli liczby jako bytu idealnego). Liczby są korelatami semantycznymi liczebników. W przypadku liczby:

⁷⁵ G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 138.

⁷⁶ GL, § 57, s. 68. (*O pojęciu liczby...*, s. 177).

⁷⁷ GL, § 57, s. 68. (*O pojęciu liczby...*, s. 177–178).

⁷⁸ GL, § 8, s. 11. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 102).

⁷⁹ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 20.

1) obiektywność jest gwarantowana prawdziwością zdania, w którym występuje;

2) naturę logiczną zapewnia definicja liczby, w terminach jedno-jednoznacznego przyporządkowania⁸⁰.

Dzięki wprowadzonym rozróżnieniom Frege mógł powiedzieć, że

trzeba przyznać to samo znaczenie [*Bedeutung* – G.B.] wyrażeniom „2”, „1 + 1”, „3 – 1”, „6 : 3”; nie widać bowiem, na czym miałyby tu polegać różnica. Ktoś powie może: 1 + 1 jest sumą, zaś 6 : 3 jest ilorazem. Czym jednak jest 6 : 3? Jest tą liczbą [*Zahl* – G.B.], która pomnożona przez 3 daje 6⁸¹.

Wprowadzone rozróżnienie pozwalało pokazać, że tożsamość (*Gleichheit*) korelatu semantycznego nie pociąga za sobą automatycznie tożsamości myśli⁸².

d. Zasada ekstensjonalności

Po wprowadzeniu rozróżnienia na sens i korelat semantyczny Frege w badaniach nad liczbą stosował zasadę ekstensjonalności. Pisał, że za „2⁴” można wstawić „4 × 4”, bo mają ten sam korelat semantyczny, czyli są nazwami tego samego przedmiotu, to jest tej samej liczby. Wprowadzona zmiana nie wpłynie zatem na wartość logiczną sądu. Podane wyrażenia nie mają jednak tego samego sensu, a więc nie zawierają tej samej myśli.

Analizę językową wieńczy następujący wniosek: zdanie, które mówi, ile jest czegoś, czyli zdanie, w którym jest podana liczba, zawiera wypowiedź o pojęciu (w tym miejscu Frege przywołał dialog Platona *Hippiasz Większy*⁸³). Wypowiedź ta określa, ile obiektów podpada w danym przypadku pod to pojęcie. Podobnie, mówiąc o Bogu, że jest jeden, stwierdza się, że pojęcie Boga ma jedyną egzemplifikację. Jeżeli mówimy o koniach, zaprzężonych do cesarskiej karocy, „sięgamy” do królestwa rzeczy zmysłowych. Jeżeli mówimy o pierwiastkach liczby 1 – odnosimy się do trzeciego królestwa. Natomiast mówiąc o Bogu, nie mówimy – zdaniem Fregego – nic na temat jego obiektywności ani rzeczywistości, ale o treści, jaka się kryje w pojęciu „Bóg”.

Ad 4. Rozjaśnianie, a nie definiowanie liczby (*Zahl*)

Po krytyce przedstawionych tu koncepcji oraz językowej analizie zdań, w których występuje liczba (lub zdań określających liczebność pewnego

⁸⁰ Por. M. Beane y: *Introduction*. In: *The Frege Reader*. Ed. M. Beane y. Oxford 1997, s. 16.

⁸¹ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 21.

⁸² *Ibidem*, s. 28.

⁸³ G. Frege: [Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter; 1919]..., s. 273. (*Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 133–134).

zbioru), Frege przyjął tezę o liczbie (*Zahl*) jako samodzielnym przedmiocie. W rozdziale trzecim pisałam, że niemiecki filozof i logik liczbę (*Zahl*) zaliczał do pojęć niedefiniowalnych, poddawanych jedynie rozjaśnieniu. Oto co na ten temat pisał sam autor:

Samodzielność [...], jaką daliśmy liczbie [*Zahl* – G.B.], nie jest tu winna. Wprawdzie wierzymy łatwo, że w obrazie czterech oczek na kości do gry pojawia się coś, co odpowiada słowu „cztery”, ale to jest iluzja⁸⁴.

[...] liczba [*Zahl* – G.B.], którą zajmuje się arytmetyka, musi być traktowana nie jako niesamodzielny atrybut, lecz rzeczownikowo (różnica ta odpowiada różnicy między „błękitny” a „kolor nieba”). Liczba [*Zahl* – G.B.] jawi się więc jako rozpoznawalny przedmiot, chociaż nie fizyczny ani nawet przestrzenny, czy taki, który moglibyśmy sobie jakoś wyobrazić⁸⁵.

Jeśli równie dobrze mogę nazwać przedmiot zielonym i czerwonym, jest to oznaką tego, że przedmiot ten nie jest właściwym nośnikiem zieleni. [...] Podobnie przedmiot, któremu równie dobrze mogę przypisać różne liczby [*Zahl* – G.B.], nie jest właściwym nośnikiem liczby [*Zahl* – G.B.]⁸⁶.

Teza, że liczba jest samodzielnym przedmiotem, stanowi wynik analiz językowych, ponieważ:

1. W zdaniu liczba (*Zahl*) może występować we frazie podmiotowej lub orzecznikowej, nigdy jednak nie jest całym orzeczeniem.

2. Mówiąc o liczbie, traktujemy ją jako przedmiot, bo poprzedzamy ją rodzajnikiem określonym. Frege pisał tak:

[...] pojedyncza liczba [*Zahl* – G.B.] jest przedmiotem, co zaznaczone zostaje użyciem rodzajnika określonego w wyrażeniach takich jak „dwa” [*die Zwei* – R.M.] i niemożliwością mówienia o jedynkach, dwójkach itd. w liczbie mnogiej, jak również przez to, że liczba stanowi tylko część predykatu dającego liczby⁸⁷.

3. „[...] samodzielność ta pojawia się wszędzie w arytmetyce, na przykład w równości [*Gleichung* – R.M.] $1 + 1 = 2$ ”⁸⁸.

Podobnie jak prawda, liczba należy do trzeciego królestwa, bo ma naturę niezmienną, niezmysłową, bezczasową i nieprzestrzenną. Ponadto jest

⁸⁴ GL, § 58, s. 59. (*O pojęciu liczby...*, s. 178).

⁸⁵ GL, § 106, s. 116. (*O pojęciu liczby...*, s. 201).

⁸⁶ GL, § 22, s. 29. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 116).

⁸⁷ GL, § 69, s. 80. (*O pojęciu liczby...*, s. 185, przypis). Zob. także GL, § 57, s. 68. (*O pojęciu liczby...*, s. 177).

⁸⁸ GL, § 57, s. 69. (*O pojęciu liczby...*, s. 177–178).

w pełni niezależna (w swym istnieniu i istocie) od umysłów poznających i nie wchodzi w związki przyczynowe z obiektami pierwszego królestwa. Nie zajmuje żadnego miejsca, jest obiektywna, ale nie rzeczywista (*wirklich*).

Podstawą tej obiektywności nie może być oczywiście wrażenie zmysłowe, które, jako pobudzenie naszej duszy, jest całkowicie subiektywne, lecz, o ile się orientuję, jedynie rozum⁸⁹.

W liście do Karla Zsigmondy'ego⁹⁰, napisanym prawdopodobnie po roku 1918, można przeczytać:

Tym, do czego odnosi się nazwa własna, jest przedmiot. Dlatego też matematycy traktują liczby jako przedmioty, nie jako własności. Liczebników [*number words*] używa się substancjalnie, nie predykatywnie⁹¹.

W przypisie dodał:

Odróżnia się naukowe użycie liczebników w matematyce od ich nienaukowego użycia w życiu codziennym, kiedy użycie [liczebnika w zwrocie] „cztery konie” jest podobne do użycia [liczebnika w zwrocie] „duże konie”, tak jakby „cztery” dawało nam własność indywidualnego konia, jak „duży”; w przypadku dużych koni każdy [z nich] indywidualnie jest duży, w przypadku czterech koni nie każdy indywidualnie jest czwórka [*four*]⁹².

Liczby muszą więc być obiektami.

Ad 5. Analiza logiczna liczebności (*Anzahl*), której efektem końcowym jest definicja liczebności

a. Równość

Gottlob Frege poszukiwał ogólnego kryterium tożsamości liczb, które by pozwoliło rozstrzygnąć, czy *a* jest tym samym, co *b*⁹³, kiedy dwie licz-

⁸⁹ GL, § 27, s. 38. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 124).

⁹⁰ Karl Zsigmondy (1867–1925), w czasie kiedy ten list był napisany, był profesorem matematyki na politechnice wiedeńskiej. W 1918 roku, po wyborze na rektora, przedstawił wykład inauguracyjny (*inaugural adress*) pt. *O istocie pojęcia liczby i matematyki*. Tekst tego wykładu prawdopodobnie przesłał Fregemu i list, który tu cytuję, jest odpowiedzią na przysłany tekst. Zob. G. F r e g e: *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*. Ed. B.M. G u i n n e s s. Transl. M. B l a c h and others. Oxford 1984, s. 176.

⁹¹ Frege to Zsigmondy (undated). In: G. F r e g e: *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy...*, s. 178. Tłumaczenie własne.

⁹² Ibidem.

⁹³ GL, § 62, s. 73. (*O pojęciu liczby...*, s. 180).

by można uznać za równe (a proste za równoległe). Po odrzuceniu definiowania liczby na sposób Leibniza stwierdził: „Aby otrzymać pojęcie liczby [*Anzahl* – G.B.], należy ustalić sens równości liczbowej”⁹⁴, bo samo podanie liczby powinno być traktowane jako równość⁹⁵. Pisał:

Jeżeli znak *a* ma nam oznaczać jakiś przedmiot, to potrzebujemy kryterium, które by wszędzie rozstrzygało, czy *b* jest tym samym, co *a*, choćbyśmy nie zawsze byli w stanie kryterium to zastosować. W naszym wypadku trzeba zdefiniować sens zdania „liczba [*Anzahl* – G.B.], która przysługuje pojęciu *F*, jest tą samą, co ta, która przysługuje pojęciu *G*”. Musimy więc oddać treść tego zdania jakoś inaczej i bez użycia zwrotu „liczba, która przysługuje pojęciu *F*”. Podamy tym samym ogólne kryterium tożsamości liczb⁹⁶.

Można powiedzieć, że dla Fregego uznanie dwóch liczb za równe nastąpiło wtedy, gdy cokolwiek, co było prawdą o liczbie „*a*”, było też prawdą o liczbie „*b*”. Tym sposobem filozof doszedł do konieczności zrekonstruowania „treści sądu, który daje się ująć jako równość pomiędzy dwoma liczbami” i w którym „za pomocą znanego już pojęcia równości określa się to, co należy traktować jako równe”⁹⁷. Dokonał tego na przykładzie równości kierunku dwóch prostych. Wprowadzone pojęcie równości potraktował jako środek, narzędzie, które pozwoli rozpoznać pewien przedmiot, gdy ten pojawi się w „innym przebraniu”. W założeniu pojęcie równości ma być tak ogólne, że będzie w stanie objąć wszystkie przypadki równości, nie tylko między liczbami czy kierunkami prostych równoległych. Więcej nawet: będzie adekwatnym narzędziem do zbadania ewentualnej równości między takimi obiektami, jak Anglia oraz kierunek osi Ziemi⁹⁸ (warunek pełności definicji). Pisał:

Brakuje nam pojęcia kierunku; gdybyśmy je bowiem mieli, to moglibyśmy wtedy ustalić, że jeśli *q* nie jest żadnym kierunkiem, to zdanie to należy odrzucić, a jeśli *q* jest kierunkiem, to nasza wcześniejsza definicja rozstrzyga tu problem⁹⁹.

⁹⁴ Ibidem. Podane sformułowanie jest tytułem paragrafów 62–69. W GL Frege uważał, że rozumienie równości nie zmienia się w zależności od tego, czego owa równość dotyczy. W GG zaś uważał, że równość, zastosowana do różnych rodzajów liczb (na przykład liczb urojonych) wymaga ponownej definicji.

⁹⁵ GL, § 106, s. 116. (*O pojęciu liczby...*, s. 201).

⁹⁶ GL, § 62, s. 73. (*O pojęciu liczby...*, s. 180).

⁹⁷ GL, § 63, s. 74. (*O pojęciu liczby...*, s. 181).

⁹⁸ GL, § 66, s. 77. (*O pojęciu liczby...*, s. 183).

⁹⁹ GL, § 66, s. 78. (*O pojęciu liczby...*, s. 183–184).

O roli wprowadzonego pojęcia równości pisał następująco:

Wielostronna i szeroka stosowalność równości opiera się raczej na tym, że można coś uznać za dany obiekt, choć był on zdefiniowany w inny sposób¹⁰⁰.

Zaproponował, by zamiast mówić o równości dwóch kierunków, posłużyć się równością zakresów dwóch pojęć:

Jeżeli prosta a jest równoległa do prostej b , to zakres pojęcia „prosta równoległa do prostej a ” jest równy zakresowi pojęcia „prosta równoległa do prostej b ” i na odwrót: jeżeli zakresy wymienionych pojęć są równe, to a jest równoległa do b ¹⁰¹.

Zakres pojęcia rozumiał jako przebieg wartości funkcji propozycjonalnej i zapisywał go następująco „ $f(\epsilon)$ ”. Wprowadzone pojęcie równości posłużyło w definicji liczebności. Frege badał:

1. Czy zdania stwierdzające równoległość dwóch prostych „ a ” i „ b ” znaczą to samo, co zdania stwierdzające równość kierunków prostych „ a ” i „ b ”. Na przykład, czy „zdanie »prosta a jest równoległa do prostej b « znaczy tyle samo [*sei gleichbedeutend* – R.M.], co [zdanie – G.B.] »kierunek prostej a jest równy kierunkowi prostej b «¹⁰²?

2. Czy dane wyrażenia mogą być przez siebie zastąpione *salva veritate*, na przykład: czy „musimy [...] pokazać, że wyrażenie »kierunek [prostej – R.M.] a « może być wszędzie zastąpione przez »kierunek [prostej – R.M.] b «¹⁰³. Tak, wówczas cokolwiek jest prawdą o jednym, jest też prawdą o drugim i w takim sensie te wyrażenia są tożsame.

Te badania Frege przeprowadzał w celu pozyskania wskazówek dotyczących kryterium identyfikacji liczebności, gdy ta dana jest na różne sposoby, czyli w celu stwierdzenia równości dwóch liczb (*Anzahl*).

b. Przyporządkowanie jedno-jednoznaczne

Autor *Die Grundlagen der Arithmetik* zauważył, iż w jego czasach matematycy równość liczb¹⁰⁴ definiowali za pomocą przyporządkowania jedno-jednoznacznego, co wszakże nie było wolne od trudności, na które zwrócił uwagę:

¹⁰⁰ GL, § 67, s. 79. (*O pojęciu liczby...*, s. 184).

¹⁰¹ GL, § 68, s. 79. (*O pojęciu liczby...*, s. 184).

¹⁰² GL, § 65, s. 76. (*O pojęciu liczby...*, s. 182).

¹⁰³ GL, § 65, s. 77. (*O pojęciu liczby...*, s. 183).

¹⁰⁴ Żyjący w czasach Fregego Georg Cantor pisał o równości nie liczb, lecz zbiorów. Dziękuję Księdzu Dadaczyńskiemu za tę informację.

1. Relacja równości zachodzi nie tylko pomiędzy liczbami; innym jej przypadkiem jest przykład równoległości prostych: można bowiem powiedzieć, że „kierunek prostej a jest równy kierunkowi prostej b ”¹⁰⁵.

2. Podane sformułowanie sugeruje, że dane są definicje liczby oraz równości i stosując się do nich, mamy wykazać pewną równość; jednak przywołano definicję równości po to, by zdefiniować liczbę!

Frege zgadzał się z Hume'em: „Jeżeli dwie liczby są takie, że jedna z nich zawiera [każdą – G.B.] jednostkę [*eine Einheit* – R.M.], która odpowiada każdej jednostce tej drugiej, to twierdzimy, że są one równe”¹⁰⁶. Ten fragment można porównać z tekstem Leibniza: „[...] rzecz jest równa sobie, czyli [...] to, co jest tożsame, jest równe”¹⁰⁷.

W miejsce równoległości czy podobieństwa dla identyfikacji liczebności, gdy ta jest dana na różne sposoby, Frege wprowadził „możliwość jednoznacznego przyporządkowania obiektów podpadających pod jedno pojęcie obiektom podpadającym pod inne pojęcie”¹⁰⁸. Według Fregego można tego dokonać za pomocą relacji φ , którą przedstawił następująco:

Jeżeli [...] każdy przedmiot podpadający pod pojęcie F znajduje się w relacji φ z pewnym przedmiotem podpadającym pod pojęcie G i jeżeli dla każdego przedmiotu podpadającego pod G istnieje pozostający z nim w relacji φ przedmiot, który podpada pod F , to przedmioty podpadające pod F i pod G są sobie nawzajem przyporządkowane za pomocą relacji φ ¹⁰⁹.

Pozostało jeszcze doprecyzować pojęcie relacji jedno-jednoznacznego przyporządkowania. Frege zdefiniował ją za pomocą pojęć logicznych jako taką relację φ , która spełnia dwa następujące warunki:

1. „Jeżeli d jest w relacji φ z a i jeżeli d jest w relacji φ z e , to niezależnie od tego, czym są d oraz e , a jest tym samym, co e ;

2. Jeżeli d jest w relacji φ z a i b jest w relacji φ z a , to czymkolwiek są d , b oraz a , d jest tym samym, co b ”¹¹⁰.

¹⁰⁵ GL, § 63, s. 74. (*O pojęciu liczby...*, s. 181).

¹⁰⁶ Cytat z Hume'a podaję w tłumaczeniu R. Murawskiego. GL, § 63, s. 73. (*O pojęciu liczby...*, s. 181). Por. D. H u m e: *Traktat o naturze ludzkiej*. T. 1. Tłum. C. Z n a m i e r o w s k i. Warszawa 1963, s. 99. Murawski przytacza oryginalne sformułowanie Hume'a: „When two numbers are so combin'd as that the one has always an unite answering to every unite of the other, we pronounce them equal”. D. H u m e: *A Treatise of Human Nature*. London 1739–1740. Podaję za: G. F r e g e: *O pojęciu liczby...*, s. 181.

¹⁰⁷ G. W. L e i b n i z: *Nowe rozważania dotyczące rozumu ludzkiego...*, s. 234.

¹⁰⁸ GL, § 68, s. 79. (*O pojęciu liczby...*, s. 184).

¹⁰⁹ GL, § 70, s. 83. (*O pojęciu liczby...*, s. 187).

¹¹⁰ GL, § 72, s. 84–85. (*O pojęciu liczby...*, s. 188).

W dalszej części książki, po podaniu ogólnej definicji liczebności, a przed definiowaniem poszczególnych liczb, autor jednoznaczność określał przez odwołanie się do relacji, jaka zachodzi pomiędzy pojęciami. Definiowanie liczby przez relację jedno-jednoznaczności przyporządkowania elementów zakresu jednego pojęcia elementom drugiego pojęcia nie prowadziło jednak, zdaniem Fregego, do pełnej (w tym: ostrej) definicji liczby, dlatego zajął się równolicznością.

c. Równoliczność

Zredukowanie przyporządkowania wzajemnie jednoznaczności do pojęć czysto logicznych pozwalało wprowadzić definicję równoliczności w odniesieniu do pojęć. Dzięki temu można było powiedzieć, że liczba, która przysługuje pojęciu F , jest równa liczbie przysługującej pojęciu G . Według Fregego pojęcie F jest równoliczne z pojęciem G , jeżeli jest

możliwość [...] jednoznaczności przyporządkowania obiektów podpadających pod jedno pojęcie obiektom podpadającym pod inne pojęcie¹¹¹.

Relacja równoliczności jest symetryczna, zwrotna i przechodnia, jest więc relacją równoważnościową¹¹².

Zwracam uwagę na to, że Frege – inaczej niż Cantor – równoliczności nie odnosi do zbiorów, lecz do pojęć¹¹³.

d. Ogólna definicja liczebności

Poszukiwana definicja liczebności musi być ogólna, by mogła się odnosić do wszystkich liczb. W tym celu Frege z badanych zdań traktujących o liczbach usunął to, co czyniło je zdaniami jednostkowymi. Ponadto uznał, że definicję należy oprzeć na „zakresie pojęcia”, będącym terminem logicznym. W pierwszym sformułowaniu definicja liczby brzmi następująco:

Liczba, która przysługuje pojęciu F , jest to zakres pojęcia „równoliczny z pojęciem F ”¹¹⁴.

Budując schematy zdań, otwierał sobie możliwość wyodrębnienia w nich elementu odpowiadającego funkcji i elementu odpowiadającego jej argumentowi. W ten sposób powstał schemat „pojęcia relacyjnego” (*Beziehungsbegriff*): „ a podpada pod pojęcie F «, lub: a znajduje się w relacji φ

¹¹¹ GL, § 68, s. 79. (*O pojęciu liczby...*, s. 184).

¹¹² Por. GL, § 69, s. 80–81. (*O pojęciu liczby...*, s. 185–186); § 73, s. 85–86. (*O pojęciu liczby...*, s. 189).

¹¹³ Zob. A. G u t: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej*. Lublin 2005, s. 80–81.

¹¹⁴ GL, § 68, s. 79–80. (*O pojęciu liczby...*, s. 185).

w stosunku do b »¹¹⁵. O przytoczonym sformułowaniu Frege mówił, że należy do pojęć czystej logiki. Następnie do tegoż zdania dołączył kwantyfikatory ogólny i podane zdanie brzmiało:

Każdy przedmiot, który podpada pod F znajduje się w relacji φ z pewnym przedmiotem podpadającym pod G ¹¹⁶.

Rozważał problem zasięgu użytego tu kwantyfikatora. W skrajnym przypadku może się zdarzyć taka sytuacja, że podane pojęcie jest puste, czyli nie ma obiektu, który by pod nie podpadał. Tym sposobem Frege „dotarł” do definicji pojęcia liczebności, następstwa w relacji i konkretnej liczby – wszystko w odwołaniu do zakresu pojęcia, czyli kategorii logicznej! Tak więc Frege utorował sobie drogę do oparcia definicji liczebności na definicjach i prawach logicznych, a sformułowane zdanie o liczbie mogło być sformalizowane czysto logicznie. Pełnej realizacji tego zadania Frege podjął się w GG. Tu przypomina się kolejna teza Fregego:

[...] dowód nie jest możliwy dopóty, dopóki występujących [...] pojęć nie rozłoży się [na pojęcia prostsze – G.B.] lub nie sprowadzi się do czegoś ogólniejszego¹¹⁷.

Podana definicja jest trzecim, najpełniejszym sformułowaniem definicji liczby:

Liczba [*Anzahl* – G.B.] przysługująca pojęciu F jest to zakres pojęcia „pojęcie równoliczne z pojęciem F ”, przy czym pojęcie F nazywamy równolicznym z pojęciem G , jeżeli istnieje możliwość wzajemnie jednoznaczego przyporządkowania [przedmiotów podpadających pod pojęcie F przedmiotom podpadającym pod pojęcie G – G.B.]¹¹⁸.

¹¹⁵ GL, § 70, s. 83. (*O pojęciu liczby...*, s. 186–187). Zob. podrozdział o logice Fregego.

¹¹⁶ GL, § 71, 83. (*O pojęciu liczby...*, s. 187).

¹¹⁷ GL, § 4, s. 5. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 97).

¹¹⁸ Ze względu na wagę tej definicji podaję jej oryginalne brzmienie: „Die Anzahl, welche dem Begriffe F zukommt, ist der Umfang des Begriffes »Begriff gleichzahlig dem Begriffe F «, indem wir einen Begriff F gleichzahlig einem Begriffe G nannten, wenn jene Möglichkeit der beiderseits eindeutigen Zuordnung besteht”. GL, § 107, s. 117. (*O pojęciu liczby...*, s. 202). Dwa wcześniejsze znajdują się w: GL, § 68, s. 79–80. (*O pojęciu liczby...*, s. 185); GL, § 72. (*O pojęciu liczby...*, s. 188). Por. A. G u t: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej...*, s. 80–81. Dummett pisze, że jak w GL liczba była definiowana jako klasa pojęć, tak w GG jest definiowana jako klasa klas. M. D u m m e t t: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 10. Suszko pisał: „Definicja Fregego liczb kardynalnych jest więc pewną realizacją idei, że liczbą kardynalną danego zbioru A jest ta własność tego zbioru, która przysługuje wszystkim i tylko zbiorom równolicznym z A ”. R. S u s z k o: *Wykłady z logiki formalnej*. Warszawa 1965, s. 144.

Trzeba podkreślić, że w definicji tej wyraźnie zaznaczono, że liczebność (*Anzahl*) jest predykatem drugiego stopnia, orzekanym o dwóch pojęciach pierwszego stopnia, które są równoliczne.

Ta słynna definicja liczby jest łączona z Cantora definicją liczby¹¹⁹. Faktem jest, że Frege znał prace Cantora, bo w GL odwoływał się do jego książki i referował jego koncepcję liczb nieskończonych¹²⁰. Frege zwracał uwagę na podobieństwa i różnice między jego i Cantora definicją liczby (*Anzahl*):

Moją liczbę [*Anzahl* – G.B.] nazywa on „mocą” [*Mächtigkeit* – R.M.], podczas gdy jego pojęcie liczby związane jest z uporządkowaniem. Dla liczb skończonych ma wprawdzie miejsce niezależność od porządku, ale nie [zachodzi to – R.M.] dla liczb nieskończonych. [...] Liczba Cantora odpowiada raczej na pytanie: „którym wyrazem ciągu jest liczba ostatnia?” [...] nasze pojęcie liczby obejmuje bezpośrednio także liczby nieskończone¹²¹.

Po odrzuceniu liczby, rozumianej jako mentalna konstrukcja, pusty symbol czy własność zgromadzonych przedmiotów czasoprzestrzennych, Frege przedstawił swoją koncepcję liczby, opartą na idei logicyzmu. Podana definicja liczby odwoływała się tylko do terminów logicznych. Zgodnie z nią dwom pojęciom przysługuje ta sama liczba, jeżeli te pojęcia są równoliczne. Korzystając z pojęcia liczby kardynalnej, można powiedzieć, że Frege liczebność (*Anzahl*) traktował jako liczbę kardynalną danego zbioru, czyli – mówiąc językiem Cantora – zbiór tych wszystkich zbiorów, które są równoliczne z danym zbiorem. Tak, na przykład, liczba dwa jest liczbą kardynalną zbioru stron przysługujących jednej kartce. Liczba (*Anzahl*) jest pojęciem drugiego rzędu, bo traktuje o równoliczności pewnych pojęć (które są pojęciami pierwszego rzędu). Do pełnej redukcji arytmetyki do logiki potrzebna była jednak jeszcze logiczna rekonstrukcja pojęcia następstwa i poszczególnych liczb naturalnych.

Jerzy Dadaczyński twierdzi, że Bolzano był pierwszym filozofem i matematykiem, którego teksty umożliwiły zdefiniowanie liczb naturalnych.

¹¹⁹ Cantor, biorąc pod uwagę uporządkowanie, definiował liczby porządkowe, ale w przypadku zbiorów skończonych oba rodzaje liczb (porządkowe i kardynalne) się pokrywają. Dziękuję za tę uwagę Profesorowi Romanowi Murawskiemu.

¹²⁰ G. C a n t o r: *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*. Leipzig 1883.

¹²¹ GL, § 85, s. 97–98. (*O pojęciu liczby...*, s. 197). W recenzji jednej z książek Cantora Frege pisał, że „klasa” Cantora jest terminem niejasnym. Zob. G. F r e g e [Rez.]: G. C a n t o r: *Zur Lehre vom Transfiniten*. KS, s. 163–166. Fregego liczebność (*Anzahl*) dla Cantora była liczbą kardynalną. Cantor natomiast posługiwał się słowem *Anzahl* w znaczeniu liczby porządkowej. Dziękuję za tę uwagę Księdzu J. Dadaczyńskiemu.

Dadaczyński formułuje następujące, współczesnione definicje liczby, które podał Bolzano:

Abstrakcyjna A-liczba konkretnej A-liczby L jest zbiorem wszystkich konkretnych, równolicznych z L A-liczb¹²².

Abstrakcyjna nienazwana liczba pewnej konkretnej nienazwanej liczby L to zbiór wszystkich konkretnych, nienazwanych i równolicznych z L liczb¹²³.

Niezależnie od Fregego, liczby kardynalne zdefiniował także Russell jako równoliczne zbiory zbiorów:

Liczba będzie zbiorem klas takim, iż każde dwie klasy są do siebie nawzajem podobne i że żadna klasa nienależąca do danego zbioru nie jest podobna do klasy należącej do zbioru¹²⁴.

Jakie były konsekwencje definicji liczby (*Anzahl*) podanej przez Fregego?

1. Frege uważał, że ta definicja pozwala wyprowadzić poszczególne liczby:

[...] liczby przez sukcesywne powiększanie o 1 są po prostu wytwarzane i określana jest cała ich istota. [...] z tego, jak przez powiększanie o 1 powstała na przykład liczba 8, można wyprowadzić wszystkie jej własności¹²⁵.

2. Konsekwencją zupełnie innego rodzaju była możliwość zbudowania antynomii na logicznych podstawach tej definicji. W następnym bowiem, dwutomowym dziele GG Frege zamierzał koncepcję przedstawioną w GL wyrazić za pomocą pisma pojęciowego. W tym celu zbudował system logiczny z sześcioma aksjomatami. Jeden z nich, piąty, traktował o równości

¹²² J. D a d a c z y ń s k i: *Matematyka w oczach filozofa. Jedenaście artykułów z filozofii matematyki*. Tarnów 2002, s. 94. Zagadnieniem definiowania liczb zajął się Bolzano w tekście *Reine Zahlenlehre*, opublikowanym po raz pierwszy dopiero w 1976 roku. Zob. B. B o l z a n o: *Reine Zahlenlehre*. Hrsg. v. J. B e r g. Stuttgart, Bad Cannstatt 1976. Podaję za: J. D a d a c z y ń s k i: *Matematyka w oczach filozofa...*, s. 92). Tekst Bolzana powstawał w latach trzydziestych i czterdziestych XIX wieku.

¹²³ J. D a d a c z y ń s k i: *Matematyka w oczach filozofa...*, s. 96. Dadaczyński uważa, że definicje podane przez Bolzana leżą na tej samej linii rozwojowej, co definicja Fregego.

¹²⁴ B. R u s s e l l: *Wstęp do filozofii matematyki*. Tłum. C. Z n a m i e r o w s k i. Warszawa 2003, s. 37.

¹²⁵ GL, § 10, s. 16. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 106). Zob. także § 70, którego celem było wyprowadzenie najprostszych własności liczb z przyjętego określenia liczby.

zakresów pojęć. I niestety, po sugestii Russella Frege dostrzegł możliwość zbudowania antynomii opartej na tymże aksjomacie. Tym samym upadł system logiczny, który miał stanowić narzędzie logicznego wyprowadzenia definicji liczby z praw, definicji i reguł logicznych, ale czy tym samym upadł pomysł? Frege nigdy wyraźnie tego nie stwierdził. Dlatego próbował „naprawiać” feralny piąty aksjomat, ale te poprawki nie były zadowalające. W ostatnich latach życia zastanawiał się nad możliwością oparcia arytmetyki liczb naturalnych na geometrii.

Ad 6. Definicje poszczególnych liczb

a. Definicja zera

Gottlob Frege pokazał, jak z podanej przez niego ogólnej definicji liczby (*Anzahl*) można wyprowadzić poszczególne liczby. Gdy do podanej definicji liczebności za „F” wstawił pojęcie liczby 0, za „G” – „nierówny sobie samemu”¹²⁶, mógł powiedzieć, że liczba przysługująca pojęciu 0 jest to zakres pojęcia „pojęcie równoliczne z pojęciem 0”, przy czym pojęcie 0 nazwał równolicznym z pojęciem „nierówny sobie samemu”.

b. Następstwo w ciągu

Po zdefiniowaniu pojęcia liczebności oraz zera Frege zamierzał „pokażać, że istnieje coś, co w ciągu liczb naturalnych następuje po 0”¹²⁷, i zajął się definiowaniem pojęć związanych z uporządkowaniem liczb w ciąg liczb naturalnych. W tym celu definiował (ogólnie) następowanie w ciągu oraz następowanie po sobie dwóch wyrazów w ciągu. Dalej, formułował twierdzenia dotyczące ciągu liczb naturalnych¹²⁸, a na koniec, odwołując się do Cantora, zajmował się liczbami skończonymi i nieskończonymi, jako występującymi w ciągu liczb naturalnych¹²⁹.

Frege przywołał swoją definicję następstwa w pewnym ciągu, podaną w BS:

Stwierdzenie

„jeżeli każdy przedmiot, z którym x pozostaje w relacji φ , podpada pod pojęcie F i jeżeli z tego, że d podpada pod pojęcie F , wynika ogólnie, niezależnie od tego, czym jest d , że każdy przedmiot, z którym d jest w relacji φ , podpada pod pojęcie F , to y podpada pod pojęcie F niezależnie od tego, jakim pojęciem może być F ”

jest równoznaczne ze [stwierdzeniem – R.M.]

¹²⁶ GL, § 74, s. 87. (*O pojęciu liczby...*, s. 190). Według innej wersji: „równy 0 albo nierówny 0”. GL, § 77, s. 90. (*O pojęciu liczby...*, s. 192).

¹²⁷ GL, § 77, s. 90. (*O pojęciu liczby...*, s. 192).

¹²⁸ GL, § 78, s. 91. (*O pojęciu liczby...*, s. 193). Dummett porównuje te twierdzenia z aksjomatami sformułowanymi przez Peana dla arytmetyki. Zob. M. Dummett: *Frege: Philosophy of Mathematics...*, s. 13.

¹²⁹ GL, § 84–86, s. 96–99. (*O pojęciu liczby...*, s. 196–198).

„ y następuje w φ -ciągu po x ”
 oraz z
 „ x następuje w φ -ciągu przed y ”¹³⁰.

Następowanie po sobie dwóch wyrazów ciągu liczb naturalnych wcześniej Frege określił następująco:

Istnieje pojęcie F i podpadający pod nie przedmiot x tego rodzaju, że liczbą przysługującą pojęciu F jest n , a liczbą przysługującą pojęciu „podpadający pod F , ale nierówny x ” jest m ¹³¹.

Podsumowując swe badania, powrócił do zagadnienia następowania po sobie wyrazów w ciągu i pisał tak:

Jeżeli relacja, w jakiej każdy wyraz ciągu pozostaje w stosunku do następnego, jest jednoznaczna i jeżeli m oraz y występują w tym ciągu po x , to y znajduje się w tym ciągu przed m lub pokrywa się z nim, lub następuje po m ¹³².

c. Definicja jedyńki

Jeżeli za F wstawi się liczbę 1, a za G – „równy 0”, to powstaje następująca definicja liczby 1: Liczba przysługująca pojęciu 1 jest to zakres pojęcia „pojęcie równoliczne z pojęciem 1”, przy czym pojęcie 1 nazywamy równolicznym z pojęciem „równy 0”¹³³.

Mając zdefiniowane wyrażenie „ n następuje w ciągu liczb naturalnych bezpośrednio po m ”, Frege pokazał, że 1 następuje w ciągu liczbowym po 0¹³⁴. Po wprowadzeniu definicji następnika w ciągu – mógł napisać: „[...] liczba, która podpada pod pojęcie »równy 0«, następuje w ciągu liczb naturalnych bezpośrednio po 0”¹³⁵.

Chociaż Frege tego nie pokazał, o liczbie dwa można orzec, że jest zbiorem zbioru par, a o liczbie trzy, że jest zbiorem zbioru trójek itd. Tym

¹³⁰ GL, § 79, s. 92. (*O pojęciu liczby...*, s. 193). Frege pisał, że robi autocytat z BS, ale w rzeczywistości podaje zmodyfikowaną definicję: posiadanie własności zostało zastąpione podpadaniem pod pojęcie (por. BS, § 26, s. 61). Tym niemniej nadal jest to definicja oparta na tożsamości treści dwóch nazw: *definiendum* i *definiens*. Na przykładzie tej definicji widać, że Frege – inaczej niż czyni się to zazwyczaj dziś – pisał wpierw *definiens* (znaki wyjaśniające), a potem *definiendum* (znaki wyjaśniane). Tę kolejność zachowywał także wtedy, gdy definicję przedstawiał za pomocą pisma pojęciowego. Słowami *definiendum* i *definiens* się nie posługiwał.

¹³¹ GL, § 76, s. 89. (*O pojęciu liczby...*, s. 191).

¹³² GL, § 91, s. 103. (*O pojęciu liczby...*, s. 201).

¹³³ GL, § 77, s. 90. (*O pojęciu liczby...*, s. 192).

¹³⁴ GL, § 108, s. 118. (*O pojęciu liczby...*, s. 202).

¹³⁵ GL, § 77, s. 90. (*O pojęciu liczby...*, s. 192).

sposobem ciąg liczb zostaje przedstawiony tylko przy użyciu terminów logicznych, którymi według Fregego były: „zakres pojęcia” (dziś powiemy: „zbiór”), „podpadanie pod pojęcie” („bycie elementem zbioru”), „równoliczność pojęć” („równoliczność zbiorów”). W taki sposób wykazał analityczny charakter arytmetyki.

Podsumowując rekonstrukcję badania liczby, powiem, odwołując się ponownie do języka Cantora, że Frege zdefiniował liczbę jako zbiór zbiorów równolicznych z danym zbiorem, co stało się paradygmatem analizy logicznej w matematyce. Punktem wyjścia była dla niego rekonstrukcja zdania, w którym występuje liczba, co z kolei stało się paradygmatem analizy filozoficznej.

Teraz można zadać ontologiczne pytanie: czy liczby są dla Fregego podstawowym typem przedmiotów? Do tego problemu powrócę po przedstawieniu zagadnienia prawdy, w podsumowaniu rozdziału.

Prawda

Prawda jest drugim po liczbie wielkim tematem filozoficznym Fregego¹³⁶. W swym czterdziestoletnim badaniu prawdy koncepcja Fregego ewoluowała, dlatego nie można z jego nazwiskiem łączyć tylko jednej koncepcji, i to tej przedstawionej w artykule *Mysł*, jedynym tekście Fregego o prawdzie przetłumaczonym na język polski¹³⁷.

Zmiany te nie mają charakteru gwałtownych zwrotów, polegają raczej na poszukiwaniu koherencji zaproponowanego rozumienia prawdy i precyzują pierwotne intuicje Fregego. Dlatego też kilka tez dotyczących prawdy powtarzał, począwszy od pierwszych tekstów po ostatnie. Studiując i na-

¹³⁶ Oto najważniejsze pozycje poświęcone prawdzie w rozumieniu Fregego: T. B u r g e: *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford 2005; D. G r e i m a n n: *Frege's Konzeption der Wahrheit*. Hildesheim, Zürich, New York 2003; H. S l u g a: *Frege on the Indefinability of Truth*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E. H. R e c k. Oxford 2002, s. 75–95; A. R y g a l s k i: *Frege o prawdzie*. W: *Wokół filozofii logicznej*. Red. J. M a l i n o w s k i, A. P i e t r u s z c z a k. Toruń 2004, s. 295–310.

¹³⁷ Woleński w drugim tomie swej *Epistemologii* odwołuje się tylko do tej koncepcji prawdy. Z kolei w literaturze światowej poszczególni filozofowie przyjmują za tezę centralną jedną z wypowiedzi Fregego dotyczących prawdy, zazwyczaj nie informując czytelnika o istnieniu alternatywnych wypowiedzi. Zob. także J. W o l e ń s k i: *Epistemologia. Poznanie. Prawda. Wiedza. Realizm*. Warszawa 2005, s. 102–107.

uczając w środowisku neokantowskim, nie pojmował poznania jako kopii rzeczywistości, toteż nie mógł uważać korespondencyjnej teorii prawdy za poprawną¹³⁸. Dla niego nośnikiem prawdy (lub fałszu) była przede wszystkim myśl, sąd stawał się nim dopiero wtórnie, jeśli wyrażał myśl.

Pisma Fregego ukazują całe bogactwo terminologii związanej z prawdą. Posługiwał się określeniami: *Urwahrheit*¹³⁹, *Wahrsein*¹⁴⁰, *Gesetze des Wahrseins*¹⁴¹, *Wahrheit in der Mathematik*¹⁴², *Axiom*, rozumianym jako *wahrer Gedanke*¹⁴³, oraz tym, które – z historycznego punktu widzenia – okazało się najważniejsze: *Wahrheitswert*¹⁴⁴.

Tu wyróżnię siedem faz rozwoju koncepcji Fregego, które można następująco nazwać:

- 1) prawda w tle sądu,
- 2) zamiast o tym, co prawdziwe (fałszywe), mowa o tym, co (nie)poprawne,
- 3) obiektywność prawdy,
- 4) koncepcja wartości logicznych,
- 5) niedefiniowalność prawdy,
- 6) potwierdzenie wyższości sądu nad prawdą,
- 7) prawda a królestwo myśli¹⁴⁵.

Ad 1. Prawda w tle sądu

Pierwsza faza dotyczy 1879 roku, kiedy Frege wydał swą pierwszą książkę BS. Tu prawda odgrywała jedynie rolę pomocniczą, według Slugi tekst ten traktuje raczej o wiedzy (*knowledge*) niż o prawdzie jako takiej, co zostało odzwierciedlone w proponowanej logice. We wstępie Frege podzielił prawdy wymagające uzasadnienia na:

- 1) prawdy, których dowodzi się czysto logicznie,
 - 2) prawdy, których dowód opiera się na faktach doświadczalnych,
- a następnie zadał pytanie: do której z wymienionych rodzajów prawd należą sądy matematyczne?

Charakteryzując zdania warunkowe, Frege wprowadził kategorię uznania (*bejahen*) i zaprzeczenia (*verneinen*), ale nie kategorie prawdy i fałszu;

¹³⁸ Rozmowa z Profesorem J. Woleńskim, przeprowadzona 24.05.2007.

¹³⁹ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 221.

¹⁴⁰ GG I, s. XV.

¹⁴¹ G. Frege: *Logik* [1897]..., s. 137, 139; GG I, s. XV.

¹⁴² G. Frege: *Über den Begriff der Zahl* [1891/1892]..., s. 87.

¹⁴³ G. Frege: *Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]..., s. 223.

¹⁴⁴ G. Frege: *Über Sinn und Bedeutung*. FBB, s. 48. (*Sens i znaczenie*. PS, s. 70); I d e m: *Funktion und Begriff*. FBB, s. 26. (*Funkcja i pojęcie*..., s. 28). Na język polski tłumaczone jako „wartość logiczna”.

¹⁴⁵ Pomysł wyróżnienia faz w badaniu prawdy zaczerpnęłam od Slugi, ale go nieco zmodyfikowałam. Zob. H. Sluga: *Frege on the Indefinability of Truth*..., s. 75–95.

te ostatnie nie odgrywają tu istotnej roli¹⁴⁶. Mimo to Sluga uważa, że *implicit* Frege jest świadomy doniosłości kategorii prawdy dla logiki.

Najważniejszy termin to „sąd” (*Urteil*), ale dane wyrażenie staje się sądem tylko wtedy, gdy zostanie uznane: sąd to powiązanie przedstawień, które piszący uznaje za prawdziwe (lub fałszywe)¹⁴⁷, dlatego też pośrednio mowa tu o prawdzie.

Ad 2. Zamiast o tym, co prawdziwe (fałszywe), mowa o tym, co (nie)poprawne

Druga faza przypadła na 1881 rok, kiedy to Frege pisał odpowiedzi na krytyczne recenzje BS. Zamiast o prawdziwości, była mowa o tym, co poprawne i co niepoprawne. W tych tekstach Frege formułował inne rozumienie logiki i prawdy. Tu logika zajmuje się prawami „poprawnego wynikania” (*richtiges Schliessen*), co Sluga nazywa zwrotem w kierunku obiektywności w logice¹⁴⁸. Kategorie: „poprawny”, „niepoprawny” mają charakter relacyjny i dlatego umożliwiają korespondencyjne rozumienie prawdy, od którego później Frege będzie się wyraźnie dystansował. Odwrót od korespondencyjnego rozumienia prawdy jest – według Slugi – istotnie związany z odejściem od terminologii: „poprawny”, „niepoprawny”, przyjmowanej w latach 1881–1882.

Ad 3. Obiektywność prawdy

Trzecia faza wiąże się z książką GL (1884), w której dowód logiczny był charakteryzowany w terminach „prawdy”. W tym tekście autor posłużył się wyrażeniami: „prawdy arytmetyczne”, które są syntetyczne lub analityczne; „prawdy ogólnej, logicznej natury”; „prawdy należące do sfery jakiejś specjalnej nauki”; „prawdy, które nie mogą być dowiedzione”; „prawdy *a priori*”, „prawdy *a posteriori*”; „prawdy pierwotne” (*Urwahrheiten*), do których nasze badania mogą w końcu wszystko zredukować.

Sluga fazę tę traktuje jako konsekwencję odrzucania relacyjnego wyjaśniania poprawności zdań¹⁴⁹.

Poszukiwanie obiektywności w logice widać wyraźnie w zasadach metodologicznych formułowanych na początku książki GL.

Dalej Frege tak określał prawdziwość:

¹⁴⁶ W *Begriffsschrift I* Frege zamiast słowami *bejahen* i *verneinen* posługiwał się określeniami: *wahr*, *falsch*. Zob. G. Frege: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911*. In: I d e m: *Vorlesungen über Begriffsschrift*. Nach der Mitschrift von R. Carnap. „History and Philosophy of Logic” 1996, vol. 17, s. 1.

¹⁴⁷ BS, § 2, s. 2. (*Ideografia. Język formalny czystego myślenia wzorowany na języku arytmetyki*. [Przedmowa, §§ 1–13]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej...*, s. 51).

¹⁴⁸ H. Sluga: *Frege on the Indefinability of Truth...*, s. 80.

¹⁴⁹ *Ibidem*, s. 82.

Nawet gdyby wszystkie istoty rozumne zapadły kiedyś równocześnie w sen zimowy, to nawet wtedy nie zostałyby zawieszona prawdziwość tego twierdzenia, lecz pozostałoby ono całkiem nienaruszone. Prawdziwość [*Wahrheit* – G.B.] twierdzenia nie polega na tym, że jest ono [przez kogoś – R.M.] myślane¹⁵⁰.

Poszukiwanie obiektywności jest istotnie związane z odrzucaniem psychologizmu, co uwidacznia się nie tylko w GL, ale także w tekście *Logik*¹⁵¹, napisanym w tym okresie. W *Logik* Frege przyjmował, że celem badania naukowego jest prawda, a prawa logiczne są jedynie wyjaśnieniem treści słowa „prawda”. Logika zaś jako taka jest związana z rozjaśnianiem kategorii prawdy¹⁵².

Niektóre z charakterystyk prawdy, których autor w tym tekście dokonał, powtórzył potem w artykule *Myśl*:

- 1) prawda jest odróżniona od poznania prawdy;
- 2) prawda nie występuje w sferze subiektywnych przedstawień podmiotu poznającego;
- 3) tu po raz pierwszy prawda jest przyrównana do dobra w etyce, a prawa logiki są zestawione z prawami moralnymi, prawa logiki zaś – odróżnione od praw naturalnych.

W drugiej fazie Frege pisał o prawach logiki jako prawach poprawnego wynikania. W książce GL (faza trzecia) prawa logiki były rozumiane jako normatywne prawa prawdy.

Chociaż w czasie pisania tej książki Frege nie posługiwał się jeszcze wyraźnie koncepcją trzech królestw, to jednak pisał:

[...] zdanie w równie małej mierze przestaje być prawdziwe, gdy już o nim nie myślę, jak Słońce zostaje unicestwione przez to, że zamykam oczy¹⁵³.

Z późniejszej koncepcji prawdy nie ma tu jeszcze:

- 1) koncepcji wartości logicznych (pojawi się 6 lat później);
- 2) tezy, że prawda jest niedefiniowalna (zostanie sformułowana 13 lat później).

Chociaż tu Frege definiuje prawdy syntetyczne i analityczne, *a posteriori* i *a priori*, to nie definiuje prawdy jako takiej:

¹⁵⁰ GL, § 77, s. 91. (*O pojęciu liczby...*, s. 192–193).

¹⁵¹ Ten (niepublikowany) tekst wydawcy NS datują na lata: 1879–1891, natomiast według Slugi został napisany lub przynajmniej dokończony bezpośrednio przed napisaniem GL (1884).

¹⁵² Por. *Logik* [1879–1891]..., s. 1–8.

¹⁵³ GL, VI. (*Podstawy arytmetyki...*, s. 90).

Nie interesuje nas [...] szczególna treść relacji, a jedynie jej forma logiczna. Prawdziwość tego, co można o tej formie powiedzieć, jest analityczna i znana *a priori*¹⁵⁴.

Warto zauważyć, że w pewnym miejscu w GL Frege odwołał się do prawdy w rozumieniu koherencyjnym:

Zdanie: zakres pojęcia „równoliczny pojęciu F” jest równy zakresowi pojęcia „równoliczny z pojęciem G”, jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy prawdziwe jest także zdanie: „pojęciu F przysługuje ta sama liczba, co pojęciu G”¹⁵⁵.

Ad 4. Koncepcja wartości logicznych

Kolejna, **czwarta faza** jest związana z wprowadzeniem koncepcji wartości logicznych i przypada na lata 1891–1893. Po raz pierwszy o wartościach logicznych Frege pisał w opublikowanym artykule *Funkcja i pojęcie*¹⁵⁶. Wartości logiczne zostały wprowadzone w związku z identyfikacją pojęć z funkcjami, których wartością dla każdego argumentu jest prawda albo fałsz. Prawda i fałsz były rozumiane jako dwa obiekty, do których odnoszą się zdania oznajmujące (pisze: *das Wahre*):

[...] wyrażenia „ $5 > 4$ ” i „ $1 + 3 = 5$ ” są to jedynie znaki wartości logicznych, które niczego jeszcze nie stwierdzają [...]. Potrzebny jest więc specjalny znak, który pozwalałby coś stwierdzić¹⁵⁷.

[...] tym, co pcha nas wszędzie, by od sensu sięgać do znaczenia, jest dążenie do prawdy. [...] Przez wartość logiczną [*Wahrheitswert* – G.B.] zdania rozumiem okoliczność, że jest ono prawdziwe lub że jest fałszywe. Innych wartości logicznych nie ma. Jedną z nich nazywam krótko prawdą, drugą fałszem. Każde zdanie oznajmujące, w którym istotną rolę gra znaczenie wyrazów, traktujemy więc jako nazwę, której znaczeniem – jeżeli takie istnieje – jest Prawda albo Fałsz¹⁵⁸.

Wartość logiczna nie może być składnikiem myśli, jak nie może być nim Słońce, które jest nie sensem, lecz przedmiotem¹⁵⁹.

Do przedmiotów zaliczam wszystko, co nie jest funkcją, na przykład liczby [*Zahlen*], wartości logiczne, i te dalej wprowadzone przebie-

¹⁵⁴ GL, § 70, s. 83. (*O pojęciu liczby...*, s. 187).

¹⁵⁵ GL, § 69, s. 80. (*O pojęciu liczby...*, s. 185).

¹⁵⁶ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 18–44. Należą tu także teksty: I d e m: *Sens i znaczenie...*, s. 60–88; I d e m: *Pojęcie i przedmiot...*, s. 45–59; GG I.

¹⁵⁷ G. Frege: *Funkcja i pojęcie...*, s. 35.

¹⁵⁸ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 69–70.

¹⁵⁹ Ibidem, s. 72.

gi wartości [und die weiter unten einzuführenden Wertverläufe – G.B.]¹⁶⁰.

[...] wartość logiczna jest to wartość funkcji ζ^2 , która dla pewnych argumentów jest prawdziwa, dla pewnych fałszywa¹⁶¹.

Mówię: nazwy „ $2^2 = 4$ ”, „ $3 > 2$ ” oznaczają [bedeuten] wartość prawdy, którą w skrócie nazywam prawdą [das Wahre]. Podobnie „ $3^2 = 4$ ” i „ $1 > 2$ ” oznacza tę wartość logiczną, którą krótko nazywam fałszem [das Falsche], tak samo jak nazwa „ 2^2 ” oznacza liczbę [Zahl] cztery. [...] prawdą nazywam korelat semantyczny [Bedeutung] „ $3 > 2$ ”¹⁶².

Każda [...] nazwa wartości logicznej wyraża pewien sens, pewną myśl [...]. Ów sens jest określony, na mocy naszych założeń [Festsetzung – G.B.], przez warunki [...], pod którymi [ta – G.B.] nazwa oznacza [...] Prawdę¹⁶³.

Tym samym Frege dystansuje się od prawdy jako właściwości albo jako relacji charakteryzującej zdania. W GG nadal uważał wartości logiczne za korelaty semantyczne zdań i nazywał je obiektami. Przyjmował, że jeżeli prawa logiczne są związane z prawdą i prawa logiczne nie opisują praw ludzkiego myślenia, to celem ludzkiego myślenia powinna być prawda. Normatywna moc prawdy miała być obiektywna.

W tym okresie Frege wysunął po raz pierwszy tezę, że zwrot „prawdą jest że...”, oznaczany pionową kreską (nazywaną kreską sądu), można pominąć. Frege uważał, że zdanie: „Myśl, że 5 jest liczbą pierwszą, jest prawdziwa”, nie mówi nic więcej ponad to, co jest powiedziane w zdaniu: „5 jest liczbą pierwszą”: „W obu wypadkach stwierdzenie prawdziwości jest zawarte w formie zdania oznajmującego”¹⁶⁴.

Tyler Burge – pisząc o prawdzie w ujęciu Fregego – wydaje się ograniczać tylko do tego okresu. Tę koncepcję prawdy rozbija na cztery tezy¹⁶⁵:

¹⁶⁰ GG I, § 2, s. 7. Tłumaczenie własne. Zob. także GG I, § 10, s. 17.

¹⁶¹ GG I, § 2, s. 7. Tłumaczenie własne.

¹⁶² Ibidem. Tłumaczenie własne.

¹⁶³ GG I, § 32, s. 50. Podaję w tłumaczeniu A. Grobiera – zob. M. Dummett: *Antyrealistyczne spojrzenie na język, myśl, logikę i historię filozofii analitycznej*. Tłum. A. Grobler. „Kwartalnik Filozoficzny” 1998, t. 26, z. 1, s. 166, przypis. W powołaniu na ten fragment Dummett uważa (jak formułuje to Fabrice Pataut, rozmówca Dummetta), że „rozumieć znaczenie zdania, tj. myśl wyrażoną przez zdanie, to znać jego warunki prawdziwości lub wiedzieć, czy te warunki są, czy też nie są spełnione”. M. Dummett: *Antyrealistyczne spojrzenie na język...*, s. 165. Dummett przyjęcie takiego stanowiska przez Fregego uważa za związane „z jego sprzeciwem wobec wkraczania psychologii na teren logiki”. Ibidem, s. 166.

¹⁶⁴ G. Frege: *Sens i znaczenie...*, s. 71.

¹⁶⁵ T. Burge: *Truth, Thought, Reason...*, s. 85.

1. Zdanie (kiedy nie ma wad logicznych – *when not defective*) ma korelat semantyczny.
2. Korelat semantyczny zdania jest jego wartością logiczną.
3. Zdania są tego samego typu logicznego, co nazwy.
4. Korelatem semantycznym zdania jest obiekt.

Konsekwencją takiej semantyki jest niemożliwość opowiedzenia się za korespondencyjną koncepcją prawdy jako zgodności z rzeczywistością.

Liczni komentatorzy Fregego krytykują jego tezę o wartościach logicznych jako obiektach.

Według Dummetta Frege był w błędzie, pisząc o wartościach logicznych jako obiektach¹⁶⁶, a trudności związane z takim rozwiązaniem sam Frege znał (w opinii Dummetta). Miałyby o tym świadczyć chociażby brak odniesienia do prawdy i fałszu kryterium identity¹⁶⁷.

Burge pisze, że tezę tę Frege przyjął, bo chciał się sprzeciwić psychologizmowi w logice i matematyce. Obiekty logiczne (prawda i fałsz) okazały się dla niego użyteczne ze względu na projekt pokazania arytmetyki liczb naturalnych jako redukowalnej do logiki. Burge twierdzi, że koncepcja obiektów logicznych była Fregeemu potrzebna ze względu na projekt logicyzmu¹⁶⁸.

Hans Sluga uważa, że koncepcja prawdy i fałszu jako wartości i obiektów, do których odnoszą się zdania oznajmujące, jest istotnie związana z formalną maszyną logiki Fregego i nieuchronnie prowadzi do następnej fazy, w której prawdę wyraźnie określa jako prostą, niedefiniowalną¹⁶⁹.

Warto dodać, że koncepcja prawdy z tego okresu ma wyraźne zapożyczenia od współczesnych Fregeemu filozofów niemieckich, głównie od neokantystów (zob. podrozdział *Frege jako spadkobierca i kontynuator filozofii niemieckiej oraz prekursor filozofii analitycznej*). Od poglądów neokantystów Fregego odróżnia to, że swe tezy (także dotyczące prawdy) łączył jako istotne z formalną strukturą swej logiki.

Ad 5. Niedefiniowalność prawdy

Piąta faza jest związana z niepublikowanym tekstem *Logik* (1897). Tu po raz pierwszy pojawiło się wiele tez, które Frege powtórzył później w artykule *Myśl*. Jedną z nich jest teza o niedefiniowalności prawdy:

Prawda jest czymś pierwotnym i prostym, co nie może być sprowadzone do czegoś prostszego¹⁷⁰.

¹⁶⁶ M. Dummett: *Truth and Other Enigmas*. London 1978, s. 19.

¹⁶⁷ M. Dummett: *The Interpretation of Frege's Philosophy...*, s. 11.

¹⁶⁸ T. Burge: *Truth, Thought, Reason...*, s. 107.

¹⁶⁹ H. Sluga: *Frege on the Indefinability of Truth...*, s. 85.

¹⁷⁰ G. Frege: *Logik* [1897]..., s. 140. Tłumaczenie własne.

To, czym jest prawda, jest niedefiniowalne. Nie możemy powiedzieć, że prawdziwe jest przedstawienie, które zgadza się z rzeczywistością¹⁷¹.

W tekście *Logik* autor pisał także, że prawda jest celem nauk, tak jak piękno – celem estetyki, a dobro – etyki. Logika była w sposób szczególny związana z prawdą. Prawda to predykat, który może odnosić się do myśli¹⁷². W artykule *Myśl* Frege powrócił do tej tezy, ale ją zmodyfikował. W tym okresie nie wspominał o wartościach logicznych, co – według Sluga – nie znaczy, że z tej koncepcji zrezygnował. Sluga uważa, że koncepcja wartości logicznych została pominięta ze względów dydaktycznych¹⁷³.

W tekście *Logik* brak także wyraźnego odniesienia do (wtedy już odkrytego) rozróżnienia na sens i korelat semantyczny wyrażenia językowego. W *Logik* Frege podobnie jak w BS posługiwał się słowem „fakt”. Nie znaczy to jednak, że w tym tekście prawda jest rozumiana jako korespondencja między myślami i faktami¹⁷⁴: „[...] w sądzie [*Behauptungssatz*] wyrażenie myśli i rozpoznanie jej prawdziwości idą w parze”¹⁷⁵.

Do tego okresu, uważam, można zaliczyć także koncepcję prawdy, którą Carnap zawarł w swych notatkach z wykładów Fregego:

Korelat semantyczny zdania musimy przyjąć jako jego wartość logiczną. [...] Prawda nie jest – jak to wyraża język – własnością myśli, ale czymś przysługującym [myśli]. Prawda nie może być definiowana jako zgodność przedstawienia z rzeczywistością, albowiem nie można porównać tego, co obiektywne, z tym, co subiektywne. Prawdy nie można ani definiować, ani rozłożyć, ani też sprowadzić do czegoś innego [*zurückfahren*]. [Prawda] jest czymś prostym i pierwotnym¹⁷⁶.

Ad 6. Potwierdzenie wyższości sądu nad prawdą

Szósta faza w Fregego badaniu zagadnienia prawdy jest związana z niepublikowanym tekstem *Meine grundlegenden logischen Einsichten*¹⁷⁷. Sluga zwraca uwagę, że tekst ten powstał 12 lat po tym, jak Russell (w 1903 roku) wykazał Fregemu sprzeczność w jego systemie logicznym. W tym tekście Frege powrócił do początku swej działalności naukowej – do BS i tam zawartej koncepcji logiki, która była w sposób istotny

¹⁷¹ Ibidem, s. 137. Tłumaczenie własne.

¹⁷² Ibidem, s. 142; por. H. Sluga: *On the Indefinability of Truth...*, s. 86.

¹⁷³ G. Frege: *Logik* [1897]..., s. 142.

¹⁷⁴ Ibidem, s. 87.

¹⁷⁵ G. Frege: *Logic* [1897]. NS, s. 138. Tłumaczenie własne.

¹⁷⁶ G. Frege: *Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911*..., s. 15. Tłumaczenie własne.

¹⁷⁷ G. Frege: *Meine grundlegenden logischen Einsichten* [1915]. NS, s. 271–272.

związana z koncepcją sądu. Zaczynał od tezy, że myśl jest prawdziwa, nim ktokolwiek ją ujął jako prawdziwą¹⁷⁸. W tym tekście autor wykazał, że *prawdziwy* nie jest przymiotnikiem w zwykłym sensie. Pisał: „[...] »słowo prawdziwy« ma sens, który nie wnosi nic do sensu całego zdania, w którym występuje jako predykat”¹⁷⁹. Ta wypowiedź kojarzy się z redundancyjną koncepcją prawdy; takie stanowisko może potwierdzać także późny tekst *Myśl*. Logika, o której mowa w tym tekście, jest istotnie związana z asercją, a ta – z sądem. Sluga na koniec zauważa, że tekst ten jednak może być traktowany jako epilog tekstów pisanych w końcowej fazie życia, chociaż chronologicznie nie jest ostatnim poświęconym zagadnieniu prawdy. Według Slugi Frege kończy swą działalność naukową tezą, że logika zajmuje się asercją i sądem, a pisząc o istotnym związku logiki z prawdą, czyni to ze względów dydaktycznych¹⁸⁰.

Ad 7. Prawda a królestwo myśli

Ostatnią, siódmą fazę badań nad prawdą rozpoczyna opublikowanie artykułu *Myśl* (1918)¹⁸¹.

Esaj zaczyna się od tezy, że logika jest fundamentalnie związana z prawdą, tak jak słowo „piękno” wiąże się z estetyką, a dobro – z etyką. Dalej autor dodał: badanie prawd jest zadaniem wszystkich nauk; logika ma związek z poznawaniem praw prawdy.

Myśl zaczyna się od powtórzenia stanowiska przedstawionego w *Logik* (1897) co do korespondencyjnej koncepcji prawdy i jest zarazem dyskusją ze stanowiskiem Wittgensteina. Według Fregego prawda nie polega na zgodności obrazu z tym, co przedstawiane. Zgodność rozumiał jako stosunek¹⁸², a „Prawdziwość nie polega na zgodności sensu z czymś innym, gdyż wtedy pytanie o prawdziwość powtarzałoby się w nieskończoność”¹⁸³. Pisał także:

[...] próba zdefiniowania prawdy jako zgodności zawodzi, i tak samo zawiedzie każda inna. [...] Należy zatem przypuszczać, że treść słowa „prawda” jest czymś absolutnie swoistym i niedefiniowalnym¹⁸⁴.

Filozof i logik z Jeny odrzucił tezę, że logika traktuje o mentalnych procesach myślenia. Domenę prawdy stanowi obiektywna myśl, która ma

¹⁷⁸ H. S l u g a: *On the Indefinability of Truth...*, s. 88.

¹⁷⁹ Ibidem.

¹⁸⁰ Ibidem, s. 89.

¹⁸¹ PS, s. 101–129.

¹⁸² G. F r e g e: *Myśl – studium logiczne*. PS, s. 103.

¹⁸³ Ibidem, s. 105. Por. J. W o l e ń s k i: *Epistemologia. Poznanie. Prawda. Wiedza. Realizm...*, s. 102–107; I d e m: *Epistemologia. T. 3: Prawda i realizm*. Kraków 2003, s. 71 i nast.

¹⁸⁴ G. F r e g e: *Myśl – studium logiczne...*, s. 104.

związek z prawdą albo fałszem. Na tej podstawie komentatorzy Fregego przypisują mu tezę o nieokreśloności i niedefiniowalności prawdy. Teza ta dla niektórych jest równoznaczna z opowiadaniem się za redundancyjną teorią prawdy, czyli za tym, że zdanie *A jest prawdziwe* i zdanie *A* znaczą to samo¹⁸⁵:

Jest też godne uwagi, że zdanie „czuję zapach fiołków” ma tę samą treść, co zdanie „jest prawdą, że czuję zapach fiołków”¹⁸⁶.

Według Burge'a redundancyjna koncepcja prawdy jest naturalną konsekwencją jego rozwoju semantycznego i stanowiska wyrażonego w BS, § 3¹⁸⁷. Jednak dalej w cytowanym tekście Frege pisał tak:

Czy nie jest to sukces, gdy badacz po wielu wahaniach i mozolnych dociekaniach może w końcu powiedzieć: „to, co przypuszczałem, jest prawdą”?¹⁸⁸.

Chociażby na tej podstawie wnosiłabym wątpliwość, czy Fregego można uznać za obrońcę redundancyjnej koncepcji prawdy.

Trzeba przyznać, że Frege, badając prawdę, w artykule *Myśl* postępował zgodnie z zasadą kontekstową, sformułowaną w GL: „Językowo wyraz »prawdziwy« jest »przymiotnikiem«”¹⁸⁹. Dalej autor szukał, „gdzie prawda może być orzekana”, i okazało się, że może być przypisywana: obrazom, przedstawieniom, zdaniom, myślom. To pokazuje Fregego jako „badacza” języka, analiza filozoficzna jest po części oparta na analizie językowej (stąd atrakcyjność tego filozofa dla filozofii analitycznej).

Gottlob Frege uważał, że prawda nie jest stopniowalna¹⁹⁰ i dlatego nie o wszystkim mogła być orzekana:

Ze sfery, w której w ogóle może się pojawić kwestia prawdziwości, należy wykluczyć wszystkie przedmioty zmysłowe. [...] prawdziwość nie jest własnością postrzeganą zmysłowo. Prawda nie jest własnością, która byłaby związana z jakąś kategorią wrażeń zmysłowych¹⁹¹.

¹⁸⁵ *From Frege to Wittgenstein...*, s. 88. Zob. *Oksfordzki słownik filozoficzny*. Red. S. Blackburn. Red. naukowy J. Woleński. Warszawa 1997, s. 341. Autor tego słownika uważa, że Frege przyjmował redundancyjną koncepcję prawdy – ibidem.

¹⁸⁶ G. Frege: *Myśl – studium logiczne...*, s. 106.

¹⁸⁷ T. Burge: *Truth, Thought, Reason...*, s. 115.

¹⁸⁸ G. Frege: *Myśl – studium logiczne...*, s. 106.

¹⁸⁹ Ibidem, s. 103.

¹⁹⁰ Ibidem, s. 104.

¹⁹¹ Ibidem, s. 105.

Ponadto prawdziwość nie dotyczy zdań rozkazujących, wyrażających prośby, życzenia, wykrzyknikowych, pytających, chociaż są sensowne¹⁹². Według Fregego

zdania pytające i oznajmujące wyrażają tę samą myśl, ale w zdaniu oznajmującym jest jeszcze coś więcej: mianowicie stwierdzenie¹⁹³.

By pomóc czytelnikowi w zrozumieniu tej koncepcji prawdy, Frege przyrównuje ją do magnetyczności: podobnie jak magnetyczność, poznajemy ją na podstawie wrażeń zmysłowych, ale tej własności nie odpowiada żadna kategoria wrażeń zmysłowych¹⁹⁴. Jeżeli więc można mówić o prawdziwości jako własności (bo czasem Frege posługuje się przymiotnikiem utworzonym od „prawda”), to jednak nie jest to własność taka, jaka odpowiada wyrazom „czerwony”, „gorzki”¹⁹⁵:

Z każdą własnością rzeczy jest związana własność pewnej myśli, mianowicie jej prawdziwość¹⁹⁶.

Prawda nie jest także własnością sądu (*proposition*)¹⁹⁷. W późnym tekście filozof i logik z Jeny zawarł następujące sformułowania:

Prawda nie jest składnikiem myśli. Myśl można ujmować, nie uznając jeszcze tym samym jej prawdziwości, czyli bez jej osądzania¹⁹⁸.

Wszystkie zdania wyrażające jakąś myśl prawdziwą mają to samo znaczenie i wszystkie zdania wyrażające jakąś myśl fałszywą mają to samo znaczenie (*Prawdę lub Fałsz*) [*das Wahre und das Falsche* – G.B.]¹⁹⁹.

Po raz kolejny na przykładzie filozofii Fregego widać zasadność sformułowania: prawda wyłania się w sporach. Pisał: „Lata mozolnych badań leżą pomiędzy ujęciem myśli a rozpoznaniem jej prawdziwości”²⁰⁰.

¹⁹² Ibidem, s. 106–107.

¹⁹³ Ibidem, s. 107.

¹⁹⁴ Ibidem, s. 106.

¹⁹⁵ Ibidem, s. 105.

¹⁹⁶ Ibidem, s. 106.

¹⁹⁷ Tezę taką przyjmował w swej filozofii P.F. Strawson, który był redaktorem pracy zbiorowej, w której ukazał się tekst Fregego *Myśl*.

¹⁹⁸ G. Frege: *Szkic dla Darmstaedtera...*, s. 134.

¹⁹⁹ Ibidem, s. 137.

²⁰⁰ G. Frege: *Die Verneinung. Eine Logische Untersuchung*. LU, s. 63. (*Negacja. Badanie logiczne*. Tłum. M. Klementowicz [właśc. Klementowicz]. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1, s. 149).

W siódmej, ostatniej fazie prawdziwość jest dla Fregego predykatem orzekanym o myśli, ale orzekanym na podstawie tego, czy nazwy występujące w zdaniu (w którym jest wyrażona myśl) mają swe korelaty semantyczne. Tym sposobem prawdziwość, jako predykat orzekany o myśli, jest uzależniona także od tego, „co się dzieje” w pierwszym królestwie (stamtąd pochodzą niektóre korelaty semantyczne).

Chciałam zwrócić uwagę, że za swego życia Frege doczekał się asymilacji pewnych swych pomysłów filozoficzno-logicznych. W 1906 roku pisał, że Korselt w eseju *Über die Grundlagen der Geometrie*, który ukazał się w „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung” (1906, Bd. 15), posługiwał się słowami *das Wahre, das Falsche, Wahrheitswert* i – jak stwierdził – wszystko wskazuje na to, że w przyjętym przez niego rozumieniu²⁰¹.

Na przykładzie prawdy widać, że nie wszystkie zagadnienia filozoficzne da się potraktować z taką jasnością, jak zagadnienie liczby. Metody zastosowane w obu przypadkach też są różne, wszak to przedmiot badania dyktuje metodę (zob. wypowiedzi Arystotelesa i Searla, podrozdział *Zagadnienia wstępne*). Frege prawdę uważał za niedefiniowalną, a więc także nieanalizowalną narzędziami semantycznymi i logicznymi. Pozostaje nam nazwać Fregego badanie prawdy jedynie rozjaśnianiem. Może nie byłoby to takie rażące, gdyby nie świadomość, że dla Fregego rozjaśnianie dokonywało się poza nauką, było zaledwie jej propedeutyką. W zrekonstruowanych tu badaniach nie można więc poszukiwać takiej jasności, jaka cechuje badanie liczby. Pozostało mi zatem zrekonstruować opis podany przez Fregego we fragmentach, rozłożonych na siedem różnych faz rozwoju, i w tekstach różnej wagi (opublikowane za życia, przygotowane do druku, ale niepublikowane, pisane nie do bezpośredniej publikacji).

Podsumowując rekonstrukcję badań nad liczbą i prawdą, można zapytać: który z bytów jest podstawowy: wartości logiczne (prawa, fałsz) czy liczby? Z jednej strony Fregego opis wartości logicznych i liczb jest taki sam: obiekty samodzielne, rzeczywiste, bezczasowe, nieprzestrzenne, niezmiennie. Liczby jako ekstensje pojęć traktował on jako przedmioty, bo przyjmował traktowanie zbiorów jako przedmiotów. Z drugiej strony liczby nie są tak podstawowe jak wartości logiczne. Na logice bowiem opiera się arytmetyka liczb naturalnych, dlatego obiekty logiczne są przed obiektami arytmetycznymi.

²⁰¹ G. Frege: *Über die Grundlagen der Geometrie* [1906]. KS, s. 281.

Podobnie uważają Burge i Beaney. Według tego ostatniego Frege, po wprowadzeniu ontologicznego podziału na obiekty i pojęcia (co było konsekwencją przyjęcia rozróżnienia: funkcja i jej argument), za podstawowy rodzaj przedmiotów przyjął wartości logiczne, rozumiane jako korelaty semantyczne zdań²⁰².

²⁰² M. Beaney: *Introduction...*, s. 15. Por. T. Burge: *Truth, Thought, Reason...*, s. 131.

Zakończenie

Zadaniem tej książki była charakterystyka analizy filozoficznej Fregego oraz szczegółowe przedstawienie jego postępowania, które doprowadziło go do sformułowania definicji liczby na podstawie relacji równoliczności pojęć, a także do koncepcji prawdy.

Za motto książki przyjąłem jedną z tez *Traktatu...* Wittgensteina. Z jednej strony teza ta wyraża pogląd Fregego co do relacji świat – logika: logika jest odzwierciedlona w świecie. Z drugiej strony logika Fregego została wyrażona za pomocą skomplikowanego symbolizmu i nowatorskich „zabiegów”, które w efekcie dały „nieskończenie drobną sieć”, zwierciadło tego świata. W tym sensie Wittgenstein jest uczniem i kontynuatorem Fregego.

Gottlob Frege w całym okresie twórczości naukowej zamierzał zrealizować jedno zadanie: ugruntować matematykę na solidnych podstawach. Chciał tego dokonać przez przyjęcie stanowiska nazywanego logicyzmem. W tym celu posłużył się definicją liczby naturalnej, definiowanej za pomocą równoliczności pojęć. Z tego względu, że w systemie formalnym, który Frege skonstruował, by udowodnić tezę logicyzmu, została wykryta antynomia, jego plan się nie powiódł. Poprawki, jakie zaproponował, też nie zdały egzaminu. Czyżby więc efekty wielu lat wyteżonej pracy autora GL poszły na marne? Otóż nie! Wiele z narzędzi, które wprowadził, realizując zadanie swego życia, okazało się na tyle uniwersalnych, że są przydatne i interesujące niezależnie od próby ugruntowania arytmetyki na logice i nie mają tylko wartości historycznej. Do nich z pewnością należą opracowane narzędzia analizy językowej i logicznej oraz tak zwane definiowanie przez abstrakcję, szczegółowo zbadane w tej książce.

Projekt, który opracował Frege, realizował dalej jego student Rudolf Carnap. Napisał on monumentalne dzieło traktujące o stosunkach, jakie zachodzą między wyrażeniami języków stosowanych w nauce, zatytułowane *Logiczna składnia języka*¹. Jeżeli traktować język jako rachunek, wydaje się, że Carnap nawiązywał do wczesnego tekstu Fregego – BS. Kontynuował także badania swego mistrza w zakresie semantyki, wieńcząc je książką *Introduction to Semantics* (1942).

¹ R. C a r n a p: *Logiczna składnia języka*. Tłum. i wstępem poprzedziła B. S t a n o s z. Warszawa 1995.

Appendix

Biografia intelektualna Gottloba Fregego

Gottlob Frege urodził się 8 listopada 1848 roku w Wismarze nad Bałtykiem. Jego ojciec Aleksander Frege był kierownikiem szkoły dla dziewcząt w Wismarze. Matka Augustyna Białobłocka uczyła w tej szkole. Matka miała polskie korzenie. Jej przodkowie, o nazwisku Bialloblotzky, pochodzili z polskiej szlachty herbu Ogończyk, która w XVII wieku osiedliła się w Wittenberdze¹. Frege w 1869 roku w Wismarze zdał maturę.

Studiował cztery semestry na Uniwersytecie w Jenie, od wiosny 1869 do zimy 1870/1871². Odbił tam kursy chemii, matematyki, filozofii (jego wykładowcą był Kuno Fischer). Pięć kolejnych semestrów studiował na Georg-August-Universität w Getyndze, od wiosny 1871 do grudnia 1873 roku. Wtedy odbył kursy fizyki, matematyki, filozofii religii (u Hermana Lotzego)³. Ernst Abbe (1840–1905) poradził mu, by zrobił doktorat u matematyka Ernesta Scheringa w Getyndze⁴. Drugim recenzentem pracy był Rudolf Clebsch. W 1873 roku na Wydziale Filozoficznym w Getyndze obronił pracę doktorską pt. *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene*⁵ (*O pewnej reprezentacji geometrycznych two-*

¹ L. Kreiser: *Gottlob Frege. Leben – Werk – Zeit*. Hamburg 2001, s. 11; Idem: *Alfred*. In: *Frege in Jena. Beiträge zur Spurensicherung*. Hrsg. G. Gabriel, W. Kienzler. Würzburg 1997, s. 71. Por. T. Gajl: *Herbarz polski*. Gdańsk 2007, s. 34.

² W czasach Fregego uniwersytet nosił nazwę Universität Jena, aktualnie – Friedrich-Schiller-Universität Jena.

³ Zob. T.W. Bynum: *On the Life and Work of Gottlob Frege*. In: G. Frege: *Conceptual Notation and Related Articles*. Transl., bibliogr., introd. T.W. Bynum. Oxford 1972, s. 3.

⁴ H. Sluga: *Gottlob Frege. The Arguments of the Philosophers*. London and New York 1980, s. 41.

⁵ G. Frege: *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene. Inaugural Dissertation der Philosophischen Fakultät zu Göttingen zur Erlangung der Doktor-*

rów urojonych na płaszczyźnie). Dodam, że w Getyndze profesorem był Karol Gauss (1777–1855), jeden z twórców geometrii nieeuklidesowej. Rok później, a pięć lat po maturze, w 1874 roku, Frege habilitował się na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu w Jenie, na podstawie pracy *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössenbegriffes gründen*⁶ (*Metody rachunkowe oparte na rozszerzonym pojęciu wielkości*).

W 1879 roku opublikował swą pierwszą książkę BS, liczącą zaledwie 104 strony, o której dziś się mówi, że jest może najważniejszą pracą z logiki, jaką kiedykolwiek napisano. Niestety, nie została zrozumiana w środowisku dziewiętnastowiecznych logików, matematyków oraz filozofów i negatywnie zrecenzowana. Jedyna recenzja warta uwagi wyszła spod pióra Antona Marty'ego. Dlatego krótko po jej publikacji Frege napisał parę prostszych tekstów prezentujących pomysły z BS.

W tym okresie Frege przygotowywał niedokończony (lub niezachowany) podręcznik z logiki, który powstawał między 1879 a 1891 rokiem. Z zachowanego spisu treści wiemy, że zaplanował następujące rozdziały⁷:

1. *Treść nadająca się do osądu* (tu: negacja, podwójna negacja, połączenie treści nadającej się do osądu z nową treścią: i, ani..., ani).

2. *Rozkład sądu, pojęcia, przedmiotu* (tu miały być omówione takie zagadnienia, jak: ogólność, warunkowanie, następstwo lub podporządkowanie pojęć, zdanie egzystencjalne, pojęcie stosunku, para).

3. *Definicja pojęcia*.

4. *Definicja przedmiotu*.

Od 1874 roku, a miał wtedy 26 lat, Frege pracował na Uniwersytecie w Jenie, początkowo jako *Privatdozent* (nieopłacany wykładowca). W przyznaniu tej funkcji pomógł mu Abbe⁸. Począwszy od roku akademickiego 1883/1884, co roku w semestrze zimowym ogłaszał wykład zatytułowany *Begriffsschrift*. Nie zawsze wykład ten dochodził do skutku: zabrakło chętnych studentów, Frege chorował, w semestrze 1902/1903 wykład się nie odbywał (może Frege celowo zrobił tę przerwę – po szoku, jaki przeżył wtedy, gdy Russell znalazł antynomie).

W 1896 roku został profesorem tytularnym Uniwersytetu w Jenie.

Około roku 1900 roku Państwo Frege zaadoptowali chłopca – Alfreda (który zginął w 1944 roku podczas akcji we Francji). W 1905 roku zmarła

würde. Inaugural Dissertation der Philosophischen Fakultät zu Göttingen zur Erlangung der Doktorwürde. Jena 1873; KS, s. 1–49.

⁶ G. Frege: *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössenbegriffes gründen. Dissertation zur Erlangung der Venia Docendi bei der Philosophischen Fakultät in Jena.* Jena 1874; KS, s. 50–84.

⁷ G. Frege: *Logik* [1879–1891]. NS, s. 1.

⁸ H. Sluga: *Gottlob Frege...*, s. 42.

żona Fregego i od tej pory, a miał wtedy 57 lat, sam wychowywał usynowione dziecko.

W latach 1910/1911 (semestr zimowy) oraz 1913 (semestr letni) w wykładach Fregego z *Begriffsschrift* uczestniczył Rudolf Carnap (1891–1970). Carnap był także słuchaczem Fregego w roku 1914, gdy uczestniczył w wykładzie pt. *Logik in der Mathematik*. Notatki z tych wykładów zostały odnalezione i wydane. Dzięki nim wiemy, jak Frege widział swą *Begriffsschrift* po znalezieniu antynomii w systemie. Carnap uczestniczył także w innych kursach, które prowadził Frege, zatytułowanych *Mechanika analityczna I* (semestr zimowy 1912/1913) i *Mechanika analityczna II* (semestr letni 1913). Pisał o tych wykładach w swym dzienniczku i w swej autobiografii. Charakteryzował Fregego jako introwertyka, wyniosłego i suchego wykładowcę, którego wszakże bardzo cenił.

Kolejnymi ważnymi wydarzeniami z tego okresu były spotkania z Ludwigiem Wittgensteinem (1889–1951), który odwiedzał Fregego w latach 1911, 1912, 1913. Nie należały one do łatwych. Frege i Wittgenstein mieli skrajnie inne, trudne charaktery. Frege ponadto był 41 lat starszy od Wittgensteina. Pomimo różnorodnych trudności w sposób satysfakcjonujący obu rozmawiali o logice oraz filozofii i mieli do siebie nawzajem duży szacunek. Frege żywił niekłamany podziw dla Wittgensteina za to, że został ochotnikiem w pierwszej wojnie światowej i przyjmował na siebie bardzo trudne, niebezpieczne zadania. Wittgenstein podziwiał Fregego za styl pisanie tekstów. O tym, że ich relacja była szczególna, świadczy chociażby fakt, że Wittgenstein w swych pismach odnosi się do Fregego imiennie (prócz niego jeszcze do Russella). Ponadto Wittgenstein wspierał Fregego finansowo.

Wittgenstein poznał poglądy Fregego, czytając Russella *Principia mathematica*, gdzie w *Appendixie A* zostało zreferowane stanowisko Fregego. Wittgenstein, wtedy student areonautyki, po zapoznaniu się z tym tekstem pierwszy raz odwiedził Fregego w Jenie. Ten namówił go do studiowania u Russella w Cambridge.

Frege spotkał się także z Janem Łukasiewiczem⁹.

Szczytowym osiągnięciem naukowym Fregego miała być publikacja trzytomowego dzieła GG. Ukazały się tomy: pierwszy i drugi (1893, 1903, planowany trzeci tom nie został napisany), w których autor przedstawił w sposób formalny realizację programu logicyzmu. Projekt nie doczekał się jednak końcowej realizacji, bo w zaproponowanym systemie logicznym znaleziono antynomię, a próby naprawy zauważonego niedostatku nie przyniosły oczekiwanego rezultatu.

⁹ Zob. T.W. B y n u m: *On the Life and Work of Gottlob Frege...*, s. 7.

W 1918 roku, w wieku 70 lat, Frege ukończył pracę w uniwersytecie, przeszedł na emeryturę i przeniósł się do Bad Kleinen (w pobliżu Wismaru), małego, odizolowanego miasteczka. Nie cieszył się już wtedy dobrym zdrowiem, martwiła go militarna, polityczna i ekonomiczna sytuacja Niemiec. Jako nauczyciel akademicki przepracował 44 lata.

Tekst *Myśl* Frege napisał, mając 70 lat, po 44 latach pracy na uniwersytecie. Sluga uważa, że pewnie w pracy naukowej szukał stabilizacji swego ducha. Tekst ten jest pierwszym z serii artykułów pod wspólnym tytułem *Logische Untersuchungen*. Następne artykuły w tym zbiorze to: *Die Verneinung – O negacji* (1918), *Gedankengefüge – Struktura myśli* (1923). Wnioskując z tekstu napisanego dla Darmstaedtera (1919), historyka nauki, Frege zamierzał kontynuować te badania i rozszerzyć je w kierunku wyjaśnienia różnicy między sensem a korelatem semantycznym oraz zająć się naturą matematyki i liczb. Według Slugi wszystkie te teksty opierają się na rozprawie *Logik* (1897). Dlatego Wittgenstein mógł w 1918 roku powiedzieć, że artykuł *Myśl* zawiera niewiele nowych tez. Różnica tkwiła w stylu pisania i w argumentacji (na korzyść *Myśli*). Koncepcja prawdy zawarta w tekście *Myśl* jest związana z rozmowami, jakie Frege prowadził z Wittgensteinem. W czasie wojny utrzymywali kontakt listowny, Frege wiedział, że Wittgenstein ukończył swą książkę *Tractatus logico-philosophicus*. To – według Slugi – miało Fregego mobilizować do pracy. Zdaniem Slugi, tekst *Myśl* trzeba czytać, mając na myśli *Traktat...* Wittgensteina. Artykuł *Myśl* można traktować jako próbę pokazania Wittgensteinowi, jak on, Frege, pojmuje prawdę. Sluga uważa, że Frege napisał ten tekst na miesiąc przed przeczytaniem *Traktatu...* Wittgensteina, ale tezy Wittgensteina były Fregemu znane już wcześniej z ich korespondencji¹⁰.

W 1919 roku Frege wstąpił do Deutsche Philosophische Gesellschaft, które zostało założone dwa lata wcześniej, między innymi przez Brunona Baucha. „Beiträge”, w których ukazały się trzy ostatnie publikowane teksty Fregego, były czasopismem tego stowarzyszenia¹¹. Wcześniej miał problemy z wydawaniem swych pism, dlatego często sam ponosił koszty ich publikacji¹².

W okresie od 10 marca 1924 roku do 10 maja 1925 roku Frege pisał dziennik, niedawno wydany, w którym komentował sytuację polityczną Niemiec¹³.

¹⁰ Zob. H. S l u g a: *Frege on the Indefinability of Truth*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E.H. R e c k. Oxford 2002, s. 89–92.

¹¹ H. S l u g a: *Gottlob Frege...*, s. 59.

¹² *Ibidem*, s. 162.

¹³ *Gottlob Freges politisches Tagebuch*. Hrsg., Einl., Kom. G. G a b r i e l, W. K i e n - z l e r. „Deutsche Zeitschrift für Philosophie” 1994, Bd. 42, s. 1057–1066.

Zmarł 26 lipca 1925 roku, w wieku 77 lat, w Bad Kleinen. Alfred zdeponował spuściznę ojca w bibliotece uniwersyteckiej w Münster. Planowano wydać wszystkie teksty Fregego, ale pisma te uległy zniszczeniu podczas bombardowania Münster 25 marca 1945 roku. Pozostały te, które Heinrich Scholz zdążył przepisać, większość z nich została wydana w 1969 roku, jako NS.

Chociaż Frege długo pozostawał nieznany¹⁴, wywarł znaczący wpływ na filozofię XX wieku. Przyczyniły się do tego następujące osoby:

1. Edmund Husserl, z którym korespondował i napisał recenzję jego *Philosophie der Arithmetik*.

2. Giuseppe Peano (1858–1932), który przeszedł do historii logiki jako autor zaksjomatyzowanego systemu arytmetyki¹⁵, a z którym Frege także utrzymywał kontakt listowny.

3. Bertrand Russell, który podobnie jak Frege badał możliwość oparcia arytmetyki na logice. Frege i Russell korespondowali z sobą w latach 1902–1912.

4. Ludwig Wittgenstein, wiele dyskutowali razem. Frege został wielokrotnie przywołany w *Tractatus logico-philosophicus*.

5. Rudolf Carnap – jedyny słuchacz wykładów Fregego, który okazał się sławny. Frege wywarł wpływ na jego badania semiotyczne.

Frege prowadził bogatą korespondencję naukową, która w większości się zachowała. Oto matematycy, logicy i filozofowie, z którymi korespondował: L. Eugène Ballue, Louis Couturat, Hugo Dingler, David Hilbert, Richard Höningwald, Edmund Huntington, Edmund Husserl, Philip E.B. Jourdan, Alwin Reinhold Korselt, Heinrich Liebmann, Paul F. Linke, Anton Marty, Moritz Pasch, Giuseppe Peano, Bertrand Russell, Carl Stumpf, Giovanni Vailati, Karl Zsigmondy¹⁶.

Sądzę, że warto jeszcze zwrócić uwagę na maksymalizm i optymizm filozofii Fregego, który szukając filozoficzno-matematycznej definicji liczby, pisał: „[...] mam nadzieję rozstrzygnąć problem ostatecznie”¹⁷.

¹⁴ Na temat recepcji pism Fregego w Polsce i innych krajach zob. J. Wołeński: *The Reception of Frege in Poland*. „History and Philosophy of Logic” 2004, vol. 25, s. 37–51. Por. Ch. Thiel: „*This Galaxy of Paradox and Obscurity*” – system Fregego w świetle badań współczesnych. Tłum. K. Rotter. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1, s. 117.

¹⁵ Peano wspomina Fregego w swoich pracach. Korespondowali z sobą w latach 1894–1903.

¹⁶ GFB; PMC.

¹⁷ GL, s. V. (*Podstawy arytmetyki. Logiczno-matematyczne badania nad pojęciem liczby*. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997, s. 89).

Stosowane skróty

Pełna informacja bibliograficzna o podanych pozycjach znajduje się w bibliografii.

- BS — *Begriffsschrift und andere Aufsätze*. Hrsg. I. Angelelli. Hildesheim, Zürich, New York 1998. (Aufl. 1.: *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formalsprache des reinen Denkens*. Halle 1879).
- FBB — *Funktion, Begriff, Bedeutung*. Hrsg., eingel. G. Patzig. Göttingen 1974.
- FW — *Gottlob Frege: Briefe an Ludwig Wittgenstein*. Hrsg. A. Janik, redigiert mit einem Kommentar versehen Ch.P. Berger. „Grazer Philosophische Studien” 1989, Bd. 33–34, s. 5–33.
- GFB — *Gottlob Freges Briefwechsel mit D. Hilbert, E. Husserl, B. Russell, sowie ausgewählte Einzelbriefe Freges*. Einl., Anm., Reg. G. Gabriel, F. Kambartel, Ch. Thiel. Hamburg 1980.
- GG I — *Grundgesetze der Arithmetik*. Bd. 1. Hildesheim 1962. (Aufl. 1. — Jena 1893).
- GG II — *Grundgesetze der Arithmetik*. Bd. 2. Hildesheim 1962. (Aufl. 1. — Jena 1903).
- GL — *The Foundations of Arithmetic. A Logico-Mathematical Enquiry into the Concept of Number. Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Bilateral ed., transl. J.L. Austin. Oxford 1953. (Edition 1. — Oxford 1950).
- KS — *Kleine Schriften*. Hrsg. I. Angelelli. Hildesheim 1990.

- LU – *Logische Untersuchungen*. Hrsg., eingel. G. Patzig. Göttingen 1993.
- NS – *Nachgelassene Schriften*. Hrsg. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach. Hamburg 1983. (Aufl. 1. – 1969).
- PMC – *Philosophical and Mathematical Correspondence*. Eds. G. Gabriel, H. Hermes, F. Kambartel, Ch. Thiel, A. Vermaat. Abridged for the English ed. B. McGinness. Transl. H. Kaal. Oxford 1980.
- PS – *Pisma semantyczne*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1977.

Bibliografia

Bibliografia podmiotowa

Publikacje książkowe wydane za życia Fregego

Begriffsschrift und andere Aufsätze. Hrsg. I. Angelelli. Hildesheim, Zürich, New York 1998. (Aufl. 1.: *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Halle 1879).

Wydanie polskie: *Ideografia. Język formalny czystego myślenia wzorowany na języku arytmetyki*. [Przedmowa, §§ 1–13]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997.

Z pierwszego rozdziału Begriffsschrift (1879) (§§ 2–4, 8). W: G. Frege: *Pisma semantyczne*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1977, s. 3–9).

Grundgesetze der Arithmetik. Bd. 1. Hildesheim 1962. (Aufl. 1. – Jena 1893).

Grundgesetze der Arithmetik. Bd. 2. Hildesheim 1962. (Aufl. 1. – Jena 1903).

Grundgesetze der Arithmetik – Begriffsschriftlich abgeleitet. Bd. 1, 2. In moderne Formelnotation transkribiert und mit einem ausführlichen Sachregister versehen von T. Müller, B. Schröder und R. Stuhlmann-Laeisz. Paderborn 2009.

Wydanie angielskie: *The Basic Laws of Arithmetic. Exposition of the System*. Ed., introd., transl. M. Furth. Berkeley, Los Angeles 1967.

Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Mit erg. Texten krit. hrsg. von Ch. Thiel. Hamburg 1986. (Aufl. 1. – Breslau 1884).

Wydanie angielsko-niemieckie: *The Foundations of Arithmetic. A Logico-Mathematical Enquiry into the Concept of Number. Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der*

Zahl. Bilateral ed., transl. J.L. Austin. Oxford 1953. (Edition 1. — Oxford 1950).

Wydanie polskie: *Podstawy arytmetyki. Logiczno-matematyczne badania nad pojęciem liczby*. [Wprowadzenie, §§ 1–28]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997, s. 86–133.

O pojęciu liczby. [Fragm. Wstępu, §§ 55–91, 106–109]. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*. Wybór i oprac. R. Murawski. Poznań 1986, s. 176–203.

Fragmenty z „Grundlagen der Arithmetik” (1884). [Fragm. Wstępu i §§ 3, 53, 55–57, 60, 62, 106]. W: G. Frege: *Pisma semantyczne*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1977, s. 10–17.

Pośmiertne wydania tekstów Fregego

Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy. Ed. B. McGinness. Transl. M. Black and others. Oxford 1984.

Conceptual Notation and Related Articles. Transl., ed. with a biogr. and introd. T.W. Bynum. Oxford 1972.

The Frege Reader. Ed. M. Beaney. Oxford 1997.

Frege's Lectures on Logic. Carnap's Student Notes, 1910–1914. Transl., eds., introd. E.H. Reck, S. Awodey. Based on the German text, ed. introd annot. G. Gabriel. Chicago 2004.

Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien. Hrsg., eingel. G. Patzig. Göttingen 1974.

Gottlob Frege: Briefe an Ludwig Wittgenstein. Hrsg. A. Janik. Redigiert mit einem Kommentar versehen Ch.P. Berger. „Grazer Philosophische Studien” 1989, Bd. 33–34, s. 5–33.

Gottlob Freges Briefwechsel mit D. Hilbert, E. Husserl, B. Russell, sowie ausgewählte Einzelbriefe Freges. Einl., Anm., Reg. G. Gabriel, F. Kambartel, Ch. Thiel. Hamburg 1980.

Kleine Schriften. Hrsg. I. Angelelli. Hildesheim 1990. (Aufl. 1. — Darmstadt 1967).

Logische Untersuchungen. Hrsg., eingel. G. Patzig. Göttingen 1993.

Nachgelassene Schriften. Hrsg. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach. Hamburg 1983. (Aufl. 1. — 1969).

Philosophical and Mathematical Correspondence. Eds. G. Gabriel, H. Hermes, F. Kambartel, Ch. Thiel, A. Veraart. Abridged for the English ed. B. McGinness. Transl. H. Kaal. Oxford 1980.

Posthumous Writings. Eds. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach. Transl. P. Long, R. White. Chicago 1979.

Schriften zur Logik: aus dem Nachlass. Einl. L. Kreiser. Berlin 1973.

Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege. Eds. P. Geach, M. Black. Oxford 1952.

Vorlesungen über Begriffsschrift. Nach der Mitschrift von R. Carnap. „History and Philosophy of Logic” 1996, Bd. 17, s. III–XVI, 1–48.

Teksty opublikowane za życia Fregego

Antwort auf die Ferienplauderei des Herrn Thomae. „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung” 1906, Bd. 15, s. 586–590; KS, s. 324–328.

Anwendung der Begriffsschrift. „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1879, Bd. 13, s. 29–33; BS, s. 89–93.

Erwiderung auf Cantors Rezension der Grundlagen der Arithmetik. „Deutsche Literaturzeitung” 1885, Bd. 6, s. 1030; KS, s. 112.

Der Gedanke. Eine logische Untersuchung. „Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus” 1818–1819, Bd. 1, s. 58–77; KS, s. 342–361; LU, s. 30–53.
Wydanie polskie: *Mysł – studium logiczne*. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 101–129.

Geometrie der Punktpaare in der Ebene. „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1884, Bd. 17, s. 98–100; KS, s. 94–98.

Funktion und Begriff. Jena 1891; FBB, s. 17–39; KS, s. 125–142.
Wydanie polskie: *Funkcja i pojęcie*. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 18–44.

Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik. „Archiv für systematische Philosophie” 1895, Bd. 1, s. 433–456; KS, s. 193–210.

Lettera del sig. G. Frege all'Editore. „Rivista di Matematica” 1896, vol. 6, s. 53–59; KS, s. 234–239.

Logische Untersuchungen. Dritter Teil: *Gedankengefüge*. „Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus” 1923, Bd. 3, s. 36–51; KS, s. 378–394; LU, s. 72–91.

Le Nombre Entier. „Revue de Metaphysique et de Morale” 1895, vol. 3, s. 73–78; KS, s. 211–219.

Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössenbegriffes gründen. *Dissertation zur Erlangung der Venia Docendi bei der Philosophischen Fakultät in Jena*. Jena 1874; KS, s. 50–84.

Remarks on P. Jourdain „The Development of the Theories of Mathematical Logic and the Principles of Mathematics”. „Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics” 1921, vol. 43, s. 237–269; KS, s. 334–341.

Schlussbemerkung. „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung” 1908, Bd. 17, s. 56; KS, s. 333.

Über Begriff und Gegenstand. „Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie” 1892, Bd. 16; FBB, s. 66–80; KS, s. 167–178.
Wydanie polskie: *Pojęcie i przedmiot*. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 45–59.

Über das Trägheitsgesetz. „Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik” 1891, Bd. 98, s. 145–161; KS, s. 113–124.

- Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene.* „Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft zu Leipzig Mathematisch-Physische Klasse” 1897, Bd. 48, s. 361–378; KS, s. 220–233.
- Über die Grundlagen der Geometrie* [1903]. „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung” 1903, Bd. 12, s. 319–324; KS, s. 262–266.
- Über die Grundlagen der Geometrie II* [1903]. „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung” 1903, Bd. 12, s. 368–375; KS, s. 267–272.
- Über die Grundlagen der Geometrie* [1906]. „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung” 1906, Bd. 15, s. 293–309, 377–403, 423–430; KS, s. 281–323.
- Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift.* „Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik” 1882, Bd. 100, s. 48–56; BS, s. 106–114.
- Über die Zahlen des Herrn H. Schubert.* Jena 1899; KS, s. 240–261.
- Über den Briefwechsel Leibnizens und Huygens mit Papin.* „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1881, Bd. 15, s. 29–32; BS, s. 93–96.
- Über den Zweck der Begriffsschrift.* „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1882, Bd. 16, s. 1–10; BS, s. 97–106.
- Über eine Weise, die Gestalt eines Dreiecks als Komplexe Grösse aufzufassen.* „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1878, Bd. 12, s. XVIII; KS, s. 90–91.
- Über formale Theorien der Arithmetik.* „Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft” 1885, Bd. 19, s. 94–104; KS, s. 103–111.
- Über Sinn und Bedeutung.* „Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik” 1892, Bd. 100, s. 25–50; KS, s. 143–162.
Wydanie polskie: *Sens i znaczenie.* Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 60–88.
- Die Unmöglichkeit der Thomaeschen formalen Arithmetik aufs neue nachgewiesen.* „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung” 1908, Bd. 17, s. 52–55, 56; KS, s. 329–333.
- Die Verneinung. Eine logische Untersuchung.* „Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus” 1918–1919, Bd. 1, s. 143–157; KS, s. 362–378; LU, s. 54–71.
Wydanie polskie: *Negacja. Badanie logiczne.* Tłum. M. Klementowicz. [właśc. Klementowicz]. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1, s. 139–157.
- Was ist eine Funktion?* In: *Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstage.* Hrsg. S. Meyer. Leipzig 1904, s. 656–666; KS, s. 273–280.
Wydanie polskie: *Co to jest funkcja?* Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 89–100.

Recenzje napisane przez Fregego

- Cantor G.: *Zur Lehre vom Transfiniten.* „Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik” 1892, Bd. 100, s. 269–272; KS, s. 163–166.

- Gall A. von, Winter E.: *Die analytische Geometrie des Punktes und der Geraden und ihre Anwendung auf Aufgaben*. „Jenner Literaturzeitung” 1877, Bd. 4, s. 133–134; KS 87–88.
- Hoppe R.: *Lehrbuch der analytischen Geometrie*. „Deutsche Literaturzeitung” 1880, Bd. 1, s. 210–211; KS s. 92–93.
- Husserl E.G.: *Philosophie der Arithmetik I*. „Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik” 1894, Bd. 103, s. 313–332; KS, s. 179–192.
- Seeger H.: *Die Elemente der Arithmetik für den Schulunterricht*. Bearbeitet von H. Seeger. Schwerin: Hildebrand 1874. „Jenaer Literaturzeitung” 1874, Bd. 1, s. 722; KS, s. 85–86.
- Thomae J.: *Sammlung von Formeln, welche bei Anwendung der elliptischen und Rosenhainschen Funktionen gebraucht werden*. „Jenner Literaturzeitung” 1877, Bd. 4, s. 472; KS s. 89.

Teksty nieopublikowane za życia Fregego

- [Ausführungen über Sinn und Bedeutung; 1892–1895]. NS, s. 128–136.
Wydanie polskie: *Z uwag o sensie i znaczeniu (po 1892)*. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 130–132.
- [Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter; 1919]. NS, s. 273–277.
Wydanie polskie: *Szkic dla Darmstaedtera*. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 133–139.
- Begriffsschrift I. Wintersemester 1910/1911*. In: G. Frege: *Vorlesungen über Begriffsschrift*. Nach der Mitschrift von R. Carnap. „History and Philosophy of Logic” 1996, vol. 17, s. 1–19.
- Begriffsschrift II. Sommersemester 1913*. In: G. Frege: *Vorlesungen über Begriffsschrift*. Nach der Mitschrift von R. Carnap. „History and Philosophy of Logic” 1996, vol. 17, s. 20–48.
- Begründung meiner strengeren Grundsätze des Definierens* [1897/1898, oder kurz danach]. NS, s. 164–170.
- Booles logische Formelsprache und meine Begriffsschrift* [1882]. NS, s. 53–59.
- Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* [1880/1881]. NS, s. 9–52.
- [Dialog mit Pünjer über Existenz; vor 1884]. NS, s. 60–75.
- Einleitung in die Logik* [August 1906]. NS, s. 201–212.
- [Entwurf zu einer Besprechung von Cantors „Gesammelten Abhandlungen zur Lehre vom Transfinite”; 1880–1892]. NS, s. 76–80.
- Erkenntnisquellen der Mathematik und der mathematischen Naturwissenschaften* [1924/1925]. NS, s. 286–294.
- Gottlob Freges politisches Tagebuch*. Hrsg., Einl., Kom. G. Gabriel, W. Kienzler. „Deutsche Zeitschrift für Philosophie” 1994, Bd. 42, s. 1057–1066.
- [17 Kernsätze zur Logik; 1906 oder früher]. NS, s. 189–190.
Tłumaczenie polskie: *Kilka tez o logice*. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 132–133.
- Kurze Übersicht meiner logischen Lehren* [1906]. NS, s. 213–218.
- Logik* [1879–1891]. NS, s. 1–8.

- Logik* [1897]. NS, s. 137–163.
- Logik in der Mathematik* [Frühling 1914]. NS, s. 219–270.
- Logic in Mathematic. Summer Semester 1914*. In: *Frege's Lectures on Logic. Carnap's Student Notes, 1910–1914*. Transl., ed., with introd. E.H. Reck, S. Awo-
d e y. Based on the German text with introd. G. G a b r i e l. Chicago 2004,
s. 135–166.
- Logische Allgemeinheit* [nicht vor 1923]. NS, s. 278–281.
- Logische Mängel in der Mathematik* [1898/1899 oder später, wahrscheinlich nicht
nach 1903]. NS, s. 171–181.
- Meine grundlegenden logischen Einsichten* [1915]. NS, s. 271–272.
- Neuer Versuch der Grundlegung der Arithmetik* [1924/1925]. NS, s. 298–302.
- [Notizen Freges zu Hilberts *Grundlagen der Geometrie*; nach 1903]. NS,
s. 185–188.
- [Tagebucheintragungen über den Begriff der Zahl; 23.3.1924–1925]. NS,
s. 282–283.
- Über den Begriff der Zahl* [1891/1892]. NS, s. 81–95.
- Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene. Inaugu-
ral Dissertation der Philosophischen Fakultät zu Göttingen zur Erlangung der
Doktorwürde*. Jena 1873; KS, s. 1–49.
- Über Euklidische Geometrie* [1899–1906?]. NS, s. 182–184.
- Was kann ich als Ergebnis meiner Arbeit ansehen?* [August 1906]. NS, s. 200.
- Zahl* [September 1924]. NS, s. 284–285.
- Zahlen und Arithmetik* [1924/1925]. NS, s. 295–297.

Teksty niepublikowane za życia, ale przygotowane do druku przez Fregego

- Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift* [1880/1881]. NS, s. 9–52.
- Erkenntnisquellen der Mathematik und der mathematischen Naturwissenschaften*
[1924/1925]. NS, s. 286–294.
- Über Schoenflies: Die logischen Paradoxien der Mengenlehre* [1906]. NS,
s. 191–199.

Listy

Eugène Ballue

- Ballue to Frege, 20.01.1895. PMC, s. 1–2
- Ballue to Frege, 9.02.1895. PMC, s. 2.
- Ballue to Frege, 21.10.1896. PMC, s. 3–4.
- Ballue to Frege, 3.01.1897. PMC, s. 4.
- Ballue to Frege, 15.04.1897. PMC, s. 5.

Louis Couturat

- Couturat to Frege, 1.07.1899. PMC, s. 6–7.
Couturat to Frege, 8.07.1899. PMC, s. 7–8.
Couturat to Frege, 6.01.1901. PMC, s. 8–10.
Couturat to Frege, 18.06.1901. PMC, s. 10–11.
Couturat to Frege, 13.10.1901. PMC, s. 11–13.
Couturat to Frege, 11.02.1904. PMC, s. 13–14.
Couturat to Frege, 21.10.1906. PMC, s. 14–15.

Hugo Dingler

- Frege to Dingler, 31.01.1917. PMC, s. 16–17.
Dingler to Frege, 2.02.1917. PMC, s. 17–19.
Frege an Dingler, 6.02.1917. GFB, s. 103–106; PMC, s. 19–23.
Dingler to Frege, 26.02.1917. PMC, s. 23–26.
Dingler to Frege, 27.06.1917. PMC, s. 26–27.
Frege to Dingler, 4.07.1917. PMC, s. 27–28.
Dingler to Frege, 10.07.1917. PMC, s. 28–29.
Frege to Dingler, 21.07.1917. PMC, s. 29.
Frege to Dingler, 1.08.1917. PMC, s. 29.
Frege to Dingler, 17.11.1918. PMC, s. 30.

David Hilbert

- Frege an Hilbert, 1.10.1895. GFB, s. 4–5; PMC, s. 32–34.
Hilbert an Frege, 4.10.1895. GFB, s. 5–6; PMC, s. 34.
Frege an Hilbert, 27.12.1899. GFB, s. 6–10; PMC, s. 34–38.
Hilbert an Frege, 29.12.1899. GFB, s. 11–13; PMC, s. 38–41.
Frege an Hilbert, 6.01.1900. GFB, s. 14–20; PMC, s. 43–48.
Hilbert an Frege, 15.01.1900. GFB, s. 20; PMC, s. 48.
Frege an Hilbert, 16.09.1900. GFB, s. 21–22; PMC, s. 49–50.
Hilbert an Frege, 22.09.1900. GFB, s. 23; PMC, s. 50–51.
Hilbert an Frege, 7.11.1903. GFB, s. 23–24; PMC, s. 51–52.

Richard Höningwald

- Höningwald to Frege, 24.04.1925. PMC, s. 53–54.
Frege an Höningwald, 26.04–4.05.1925. GFB, s. 107–109; PMC, s. 54–56.

Edward Huntington

- Frege to Huntington, undated. PMC, s. 57–59.

Edmund Husserl

- Frege an Husserl, 24.05.1891. GFB, s. 33–37; PMC, s. 61–64.
Husserl an Frege, 18.07.1891. GFB, s. 38–40; PMC, s. 64–66.
Frege an Husserl, 30.10.–1.11.1906. GFB, s. 40–44; PMC, s. 66–70.
Frege an Husserl, 9.12.1906. GFB, s. 44–45; PMC, s. 70–71.

Philip E.B. Jourdain

- Jourdain to Frege, 7.09.1902. PMC, s. 72–73.
Frege to Jourdain, 23.09.1902. PMC, s. 73.
Frege to Jourdain, 21.03.1904. PMC, s. 74.
Jourdain to Frege, 22.03.1904. PMC, s. 74.
Jourdain to Frege, 28.01.1909. PMC, s. 74–75.
Jourdain to Frege, 15.02.1909. PMC, s. 75.
Jourdain to Frege, 16.04.1910. PMC, s. 75.
Jourdain to Frege, 23.04.1910. PMC, s. 76.
Frege to Jourdain, undated. PMC, s. 76.
Jourdain to Frege, 29.03.1913. PMC, s. 76–77.
Jourdain an Frege, 15.01.1914. GFB, s. 110; PMC, s. 77–78.
Frege an Jourdain, Januar 1914. GFB, s. 110–112; PMC, s. 78–80.
Frege to Jourdain, 28.01.1914. PMC, s. 81–84.

Alwin Reinhold Korselt

- Korselt to Frege, 21.06.1903. PMC, s. 85–86.
Korselt to Frege, 27.06.1903. PMC, s. 86–88.
Korselt to Frege, 30.06.1903. PMC, s. 88–89.

Heinrich Liebmann

- Frege an Liebmann, 29.07.1900. GFB, s. 25–27; PMC, s. 90–91.
Frege an Liebmann, 25.08.1900. GFB, s. 27–29; PMC, s. 92–94.

Paul F. Linke

- Frege an Linke, 24.08.1919. GFB, s. 113–116; PMC, s. 95–98.

Anton Marty

- Frege an Marty, 29.08.1882. GFB, s. 117–119; PMC, s. 99–102.

Moritz Pasch

- Pasch to Frege, 11.02.1894. PMC, s. 103.
Pasch to Frege, 14.10.1896. PMC, s. 104.
Pasch to Frege, 14.11.1899. PMC, s. 104–105.
Pasch to Frege, 18.01.1903. PMC, s. 105.
Pasch to Frege, 7.01.1905. PMC, s. 106–107.
Pasch to Frege, 13.11.1906. PMC, s. 107.

Giuseppe Peano

- Frege to Peano, undated. PMC, s. 108–109.
Frege to Peano, 30.01.1894. PMC, s. 109–110.
Peano to Frege, 10.02.1894. PMC, s. 110–111.
Peano to Frege, 14.08.1895. PMC, s. 111.
Peano to Frege, 24.10.1895. PMC, s. 111–112.

- Peano to Frege, 5.04.1896. PMC, s. 112.
Peano to Frege, 29.09.1896. PMC, s. 112–120.
Peano to Frege, 3.10.1896. PMC, s. 120.
Peano to Frege, 14.10.1896. PMC, s. 120–125.
Frege an Peano, 1896/1897. GFB, s. 120–124; PMC, s. 125–129.
Peano to Frege, 7.01.1903. PMC, s. 129.

Bertrand Russell

- Russell an Frege, 16.06.1902. GFB, s. 59–60; PMC, s. 130–131.
Wydanie polskie: *List do G. Fregego*. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*. Wybór i oprac. R. Murawski. Poznań 1986, s. 221–222.
Frege an Russell, 22.06.1902. GFB, s. 60–63; PMC, s. 131–133.
Wydanie polskie: *List do B. Russella*. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*. Wybór i oprac. R. Murawski. Poznań 1986, s. 203–204.
Russell an Frege, 24.06.1902. GFB, s. 63–65; PMC, s. 133–135.
Frege an Russell, 29.06.1902. GFB, s. 65–67; PMC, s. 135–137.
Russell an Frege, 10.07.1902. GFB, s. 67–68; PMC, s. 137–138.
Russell an Frege, 24.07.1902. GFB, s. 69–69; PMC, s. 138–139.
Frege an Russell, 28.07.1902. GFB, s. 70–72; PMC, s. 139–142.
Frege an Russell, 3.08.1902. GFB, s. 73–74; PMC, s. 142–143.
Russell an Frege, 8.08.1902. GFB, s. 74–75; PMC, s. 143–145.
Frege an Russell, 23.09.1902. GFB, s. 75–77; PMC, s. 145–147.
Russell an Frege, 29.09.1902. GFB, s. 78–79; PMC, s. 147–148.
Frege an Russell, 20.10.1902. GFB, s. 79–81; PMC, s. 149–150.
Russell an Frege, 12.12.1902. GFB, s. 81–82; PMC, s. 150–151.
Frege an Russell, 28.12.1902. GFB, s. 82–85; PMC, s. 152–154.
Russell an Frege, 20.02.1903. GFB, s. 85–86; PMC, s. 154–156.
Frege an Russell, 21.05.1903. GFB, s. 87–89; PMC, s. 156–158.
Russell an Frege, 24.05.1903. GFB, s. 89–90; PMC, s. 158–160.
Frege an Russell, 13.11.1904. GFB, s. 91–96; PMC, s. 160–166.
Russell an Frege, 12.12.1904. GFB, s. 96–99; PMC, s. 166–170.
Frege an Russell, 9.06.1912. GFB, s. 100; PMC, s. 170.

Carl Stumpf

- Stumpf to Frege, 9.09.1882. PMC, s. 171–172.

Ludwig Wittgenstein

- [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Jena, 11.10.1914. FW, s. 8.
[Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Jena, 23.12.1914. FW, s. 9.
[Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Jena, 28.11.1915. FW, s. 10.
[Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Jena, 6.02.1916. FW, s. 10.
[Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Brunshaupten, 21.04.1916.
[Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Jena, 25.06.1916. FW, s. 11.

- [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Jena, 2.07.1916. FW, s. 12.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Jena, 29.07.1916. FW, 12.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Jena, 29.08.1916. FW, s. 13.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Brunshaupten, 26.04.1917. FW, s. 13–14.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Brief. Brunshaupten, 30.06.1917. FW, s. 14.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Brunshaupten, 16. 09.1917. FW, s. 15.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Neuburg (Mecklenburg), 28.02.1918. FW, s. 15–16.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Brief. Neuburg, 9.04.1918. FW, s. 16.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Neuburg, 1.06.1918. FW, s. 17.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Neuburg, 12.09.1918. FW, s. 17–18.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Feldpostkarte. Bad Kleinen, 15.10.1918. FW, s. 18.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Brief. Bad Kleinen, 28.06.1919. FW, s. 19–20.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Brief. Bad Kleinen, 16.09.1919. FW, s. 21–22.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Brief. Bad Kleinen, 30.09.1919. FW, s. 23–24.
 [Frege do Wittgensteina – G.B.] Brief. Bad Kleinen, 3.04.1920. FW, s. 24–26.

Giovanni Vailati

Vailati to Frege, 17.03.1904. PMC, s. 173–175.

Karl Zsigmondy

Frege to Zsigmondy, undated. PMC, s. 176–178.

Polskie tłumaczenia tekstów Fregego

- Co to jest funkcja?* Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 89–100.
Fragmenty z „Grundlagen der Arithmetik” (1884). (Fragm. Wstępu i §§ 3, 53, 55–57, 60, 62, 106). W: G. Frege: *Pisma semantyczne*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1977, s. 10–17.
Funkcja i pojęcie. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 18–44.
Ideografia. Język formalny czystego myślenia wzorowany na języku arytmetyki. [Przedmowa, §§ 1–13]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997, s. 45–85.
Kilka tez o logice. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 132–133.
List do G. Fregego. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*. Wybór i oprac. R. Murawski. Poznań 1986, s. 221–222.
List do B. Russella. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*. Red. R. Murawski. Poznań 1986, s. 203–204.
Myśl – studium logiczne. Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 101–129.
Negacja. Badanie logiczne. Tłum. M. Klementowicz [właśc. Klementowicz]. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1, s. 139–157.

- O pojęciu liczby.* [Fragm. Wstępu, § 55–91; 106–109]. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych.* Red. R. Murawski. Poznań 1986, s. 175–203.
- Podstawy arytmetyki. Logiczno-matematyczne badania nad pojęciem liczby.* [Wprowadzenie, § 1–28]. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej.* Antologia. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997, s. 86–133.
- Pojęcie i przedmiot.* Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 45–59.
- Sens i znaczenie.* Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 60–88.
- Szkic dla Darmstaedtera.* Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 133–139.
- Z pierwszego rozdziału Begriffsschrift (1879) (§§ 2–4, 8).* W: G. Frege: *Pisma semantyczne.* Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1977, s. 3–9).
- Z uwag o sensie i znaczeniu (po 1892).* Tłum. B. Wolniewicz. PS, s. 130–132.

Bibliografia przedmiotowa

- Ajdukiewicz K.: *Definicja (1928).* W: Idem: *Język i poznanie.* T. 1: *Wybór pism z lat 1920–1939.* Warszawa 1985, s. 44–61.
- Ajdukiewicz K.: *Język i poznanie.* T. 1: *Wybór pism z lat 1920–1939;* T. 2: *Wybór pism z lat 1945–1963.* Warszawa 1985.
- Angelelli I.: *Studies on Frege and Traditional Philosophy.* Dordrecht 1967.
- Antonelli G.A.: *Definition.* In: *Routledge Encyclopedia of Philosophy.* Vol. 2. New York, London 1998, s. 845–849.
- Arystoteles: *Metafizyka.* T. 1. Tłum. T. Żeleźnik. Oprac. M.A. Krąpiec, A. Maryniarczyk. Lublin 1996.
- Bealer G.: *Analyticity.* In: *Routledge Encyclopedia of Philosophy.* Version 1.0. London and New York 1998.
- Beaney M.: *Analysis.* In: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy.* Winter 2008 Edition. Ed. E.N. Zalta. URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2008/entries/analysis>.
- Beaney M.: *Appendix 2: Frege's Logical Notation.* In: *The Frege Reader.* Ed. M. Beaney. Oxford 1997, s. 376–385.
- Beaney M.: *Conception of Analysis in Early Analytic Philosophy.* In: *Frege, Philosophical Analysis.* Ed. D. Šuster. Dettelbach 2001, s. 97–115.
- Beaney M.: *Introduction.* In: *The Frege Reader.* Ed. M. Beaney. Oxford 1997, s. 1–46.
- Beaney M.: *Making Sense.* London 1996.
- Besler G.: *Analysis, Definition and Elucidation. Gottlob Frege's Method of Philosophy.* „Diametros” [przygotowywane do publikacji w Internecie].
- Besler G.: *Problemy związane z określeniem metody filozoficznej.* W: „Folia Philosophica”. T. 25. Red. P. Łaciak. Katowice 2007, s. 160–172.
- Biedrzyński D.: *Byt, myśl i prawda w rozważaniach Gottloba Fregego.* Katowice 2007. (Praca magisterska). Maszynopis dostępny w Archiwum Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach.

- Biłat A.: *Przedmowa*. W: R. Suszko: *Odrzucenie aksjomatu Fregego i reifikacja sytuacji*. Lublin 2000, s. 7–11.
- Black M.: *A Companion to Wittgenstein's „Tractatus”*. Cambridge 1964.
- Bocheński J.M.: *Logika i filozofia. Wybór pism*. Red. J. Parys. Tłum. T. Baszniak. Warszawa 1993.
- Bocheński J.M.: *O analogii*. W: Idem: *Logika i filozofia. Wybór pism*. Red. J. Parys. Tłum. T. Baszniak. Warszawa 1993, s. 50–78.
- Bocheński J.M.: *O filozofii analitycznej*. W: Idem: *Logika i filozofia. Wybór pism*. Red. J. Parys. Tłum. T. Baszniak. Warszawa 1993, s. 35–49.
- Bolzano B.: *Wissenschaftslehre*. Bd. 1. Stuttgart–Bad Cannstatt 1987.
- Borkowski L.: *Logika formalna*. Warszawa 1970.
- Brentano F., Frege G., Thiel Ch.: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997.
- Bronk A.: *Metoda naukowa*. „Nauka” 2006, nr 1, s. 47–64.
- Bruno Bauch. „Information Philosophie” 2006, Bd. 11704, s. 55–62.
- Burge T.: *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford, 2005.
- Bynum T.W.: *On the Life and Work of Gottlob Frege*. In: G. Frege: *Conceptual Notation and Related Articles*. Transl., bibliogr., introd. T.W. Bynum. Oxford 1972, s. 1–54.
- Cantor G.: *Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre. Ein mathematisch-philosophischer Versuch in der Lehre des Unendlichen*. Leipzig 1883.
- Carnap R.: *Logiczna składnia języka*. Tłum. i wstępem poprzedziła B. Stanosz. Warszawa 1995.
- Cohen H.: *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte*. Berlin 1883.
- Conant J.: *The Method of Tractatus*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E.H. Reck. Oxford 2002, s. 374–462.
- Currie G.: *Frege. An Introduction to His Philosophy*. New Jersey 1982.
- Dadaczyński J.: *Bernard Bolzano i idea logicyzmu*. Tarnów 2006.
- Dadaczyński J.: *Matematyka w oczach filozofa. Jedenaście artykułów z filozofii matematyki*. Tarnów 2002.
- Dąmbska I.: *Idee kantowskie w filozofii matematyki XX wieku*. „Archiwum Historii Filozofii i Myśli Społecznej” 1978, t. 24, s. 167–213.
- Dedekind R.: *Ciągłość i liczby niewymierne*. W: *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*. Red. R. Murawski. Poznań 1986, s. 136–146.
- Dummett M.: *Antyrealistyczne spojrzenie na język, myśl, logikę i historię filozofii analitycznej*. Tłum. A. Grobler. „Kwartalnik Filozoficzny” 1998, t. 26, z. 1, s. 161–195.
- Dummett M.: *Can Analytical Philosophy Be Systematic, and Ought It to Be?* In: Idem: *Truth and Other Enigmas*. London 1978, s. 437–458.
- Dummett M.: *Frege and Other Philosophers*. Oxford 1991.
- Dummett M.: *Frege: Philosophy of Language*. Cambridge, Massachusetts, 1981. (Edition 1. – London 1973).
- Dummett M.: *Frege: Philosophy of Mathematics*. London 1995. (Edition 1. – London 1991).

- Dummett M.: *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, Massachusetts, 1981.
- Dummett M.: *Sens i referencja*. Tłum. M. Iwanicki, T. Szubka. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 2, s. 107–128.
- Dummett M.: *Truth and Other Enigmas*. London 1978.
- Eisler R.: *Analyse*. In: Idem: *Wörterbuch der philosophischen Begriffe*. Bd. 1. Aufl. 3. Berlin 1910, s. 41–42.
- Eisler R.: *Kant-Lexikon. Nachschlagewerk zu Immanuel Kant (1930)*. www.textlog.de.
- Eisler R.: *Reich der Zwecke*. In: Idem: *Kant-Lexikon. Nachschlagewerk zu Immanuel Kant (1930)*. www.textlog.de.
- Eisler R.: *Synthese*. In: Idem: *Wörterbuch der philosophischen Begriffe*. Bd. 3. Aufl. 3. Berlin 1910, s. 1473–1477.
- Eisler R.: *Wörterbuch der philosophischen Begriffe (1904)*. www.textlog.de.
- Eisler R.: *Wörterbuch der philosophischen Begriffe*. Bd. 1–3. Aufl. 3. Berlin 1910. *Erkenntnistheorie und Logik im Neukantianismus*. Hrsg., einl. W. Flach, H. Holzhey. Hildesheim 1979.
- Filozofować dziś. Z badań nad filozofią najnowszą*. Red. A. Bronk. Lublin 1995.
- Føllesdal D.: *Husserl und Frege. Ein Beitrag zur Beleuchtung der Entstehung der phänomenologischen Philosophie*. Oslo 1958.
- Frege in Jena. Beiträge zur Spurensicherung*. Hrsg. G. Gabriel, W. Kienzler. Würzburg 1997.
- Frege, Philosophical Analysis*. Ed. D. Šuster. Dettelbach 2001.
- From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E.H. Reck. Oxford 2002.
- Gabriel G.: *Einleitung*. In: H. Lotze: *Logik*. Drittes Buch: *Erkennen (Methodologie)*. Hrsg. G. Gabriel. Hamburg 1989, s. IX–XXVII.
- Gabriel G.: *Frege als Neukantianer*. „Kant-Studien” 1986, Bd. 77, s. 84–101.
- Gabriel G.: *Frege, Lotze, and the Continental Roots of Early Analytic Philosophy*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E.H. Reck. Oxford 2002, s. 39–51.
- Gabriel G.: *Introduction: Frege's Lectures on Begriffsschrift*. In: *Frege's Lectures on Logic. Carnap's Student Notes, 1910–1914*. Transl., ed., with introd. E.H. Reck, S. Awodey. Based on the German text with introd. G. Gabriel. Chicago 2004, s. 1–15.
- Gabriel G.: *Reich, Drittes*. In: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*. Bd. 8. Hrsg. J. Ritter, K. Gründer. Basel 1992, s. 496–502.
- Gabriel G.: *Teoria poznania. Od Kartezjusza do Wittgensteina*. Tłum. T. Kubalica. Kraków 2007.
- Gabriel G., W. Kienzler: *Gottlob Freges politisches Tagebuch*. Einl., Kommentar G. Gabriel, W. Kienzler. „Deutsche Zeitschrift für Philosophie” 1994, Bd. 42, s. 1057–1066.
- Gajl T.: *Herbarz polski*. Gdańsk 2007.
- Gottlob Frege. Werk und Wirkung*. Hrsg. G. Gabriel, U. Dathe. Paderborn 2000.

- Greimann D.: *Freges Konzeption der Wahrheit*. Hildesheim, Zürich, New York 2003.
- Grodziński E.: *Terminologia semiotyczna Gottloba Fregego. Analiza krytyczna*. „Studia Semiotyczne” 1994, t. 19–20, s. 95–111.
- Gut A.: *Fregego krytyka dowodu ontologicznego*. „Analiza i Egzystencja. Czasopismo Filozoficzne” 2005, t. 1, s. 31–62.
- Gut A.: *Gottlob Frege i problemy filozofii współczesnej*. Lublin 2005.
- Gutowski P., Szubka T.: *Czym jest filozofia analityczna?* „Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria” 2000, t. 34, nr 2, s. 5–15.
- Hacker P.M.S.: *Frege and Wittgenstein on Elucidations*. „Mind” 1975, vol. 84, s. 601–609.
- Hacker P.M.S.: *Ludwiga Wittgensteina późna koncepcja filozofii*. W: *Metafizyka jako cień gramatyki*. Red. A. Chmielewski, A. Orzechowski. Wrocław 1996, s. 11–48.
- Herbut J.: *Hipoteza w filozofii bytu*. Lublin 1978.
- Hilbert D.: *Grundlagen der Geometrie*. Leipzig 1899.
- Historia filozofii zachodniej*. Red. R.H. Popkin. Poznań 2003.
- Historisches Wörterbuch der Philosophie*. Bd. 5. Hrsg. J. Ritter. Darmstadt 1980; Bd. 8. Hrsg. J. Ritter, K. Gründer. Basel 1992.
- Horty J.F.: *Frege on Definitions: A Case Study of Semantic Content*. Oxford, New York 2007.
- Hume D.: *Traktat o naturze ludzkiej*. T. 1. Tłum. C. Znamierowski. Warszawa 1963.
- Husserl E.: *Badania logiczne*. T. 1. Przekł., wstęp, przypisy J. Sidorek. Toruń 1996.
- Husserl E.: *Philosophie der Arithmetik mit ergänzenden Texten (1890–1901)*. Hrsg. L. Eley. The Hague 1970.
- Husserl, Intentionality and Cognitive Science*. Eds. H.L. Dreyfus, H. Hall. Cambridge, Massachusetts, 1982.
- Jak filozofować*. Red. J. Perzanowski. Warszawa 1989.
- Jørgensen J.: *A Treatise of Formal Logic*. Vol. 1. Copenhagen, London 1931.
- Judycki S.: *Czy istnieją specyficzne metody filozoficzne?* „Kwartalnik Filozoficzny” 1993, t. 21, z. 4, s. 15–39.
- Kamiński S.: *Fregego logika zdań*. „Roczniki Filozoficzne” 1957, t. 5, z. 2, s. 31–63.
- Kamiński S.: *Próba typologii metod filozofowania*. W: *Idem: Jak filozofować*. Lublin 1989, s. 63–70.
- Kant I.: *Krytyka czystego rozumu*. T. 1. Tłum., wstęp, przypisy R. Ingarden. Warszawa 1986.
- Kant I.: *O formie i zasadach świata dostępnego zmysłom oraz świata intelligibilnego. O pierwszej podstawie różnicy kierunków w przestrzeni*. Tłum., oprac. i posłowiem opatrzył A. Banaszkiwicz. Kraków 2004.
- Kant I.: *Prolegomena do wszelkiej przyszłej metafizyki, która będzie mogła wystąpić jako nauka*. Tłum. B. Bornstein. Na nowo oprac. J. Suche-rzevska. Warszawa 1993.

- Kenny A.: *Frege. An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy*. London 1995.
- Kirchner F.: *Synthese*. In: Idem: *Wörterbuch der Philosophischen Grundbegriffe (1907)*. www.textlog.de.
- Kirchner F.: *Wörterbuch der Philosophischen Grundbegriffe (1907)*. www.textlog.de.
- Klementowicz M.: *Fregowska krytyka poglądów w kwestii natury arytmetyki*. „Nowa Krytyka” 2003, t. 14, s. 185–222.
- Koj L., Gut A.: *Uwagi o antypsychologizmie Fregego i Husserla*. W: *Psychologizm i antypsychologizm*. Red. A. Olech. Kraków 2001, s. 29–59.
- Korcik A.: *Gottlob Frege jako twórca pierwszego systemu aksjomatycznego współczesnej logiki zdań*. „Roczniki Filozoficzne” 1948, t. 1, s. 138–164.
- Kozanecka A.: *Zagadnienie tak zwanego aksjomatu Fregego*. „Roczniki Filozoficzne” 2005, t. 53, nr 2, s. 125–145.
- Krąpiec M.A.: *Analogia*. W: *Powszechna encyklopedia filozofii*. T. 1. Red. M.A. Krąpiec. Lublin 2000, s. 210–220.
- Krąpiec M.A.: *Metafizyczne rozumienie rzeczywistości*. „Zeszyty Naukowe KUL” 1986, t. 29, z. 1, s. 3–15.
- Kreiser L.: *Alfred*. In: *Frege in Jena. Beiträge zur Spurensicherung*. Hrsg. G. Gabriel, W. Kienzler. Würzburg 1997.
- Kreiser L.: *Gottlob Frege. Leben – Werk – Zeit*. Hamburg 2001.
- Kubalica T.: *Prawda a krytyka*. W: *Pytania i perspektywy transcendentizmu. W dwusetną rocznicę śmierci Immanuela Kanta*. Red. A.J. Noras. Katowice 2006, s. 176–186.
- Kubalica T.: *Ważność prawdy w ujęciu Bruno Bauch’a*. „Kwartalnik Filozoficzny” 2008, t. 36, z. 3, s. 63–81.
- Kutschera F. von: *Gottlob Frege. Eine Einführung in sein Werk*. Berlin, New York 1989.
- Langford C.H.: *The Notion of Analysis in Moore’s Philosophy*. In: *The Philosophy of G.E. Moore*. Ed. P.A. Schilpp. New York 1952, s. 321–342.
- Leibniz G.W.: *Nowe rozważania dotyczące rozumu ludzkiego*. Tłum. I. Dąmbaska. Wstęp L. Kołakowski. T. 2. Warszawa 1955.
- Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*. Red. W. Marciszewski. Warszawa 1987.
- Logika i język. Studia z semiotyki logicznej*. Wybór, przekład, wstęp, przypisy J. Pelc. Warszawa 1967.
- Lotze H.: *Logik. Drittes Buch: Erkennen (Methodologie)*. Hrsg. G. Gabriel. Hamburg 1989.
- Lubomirski A.: *Frege i Kant*. „Archiwum Historii i Myśli Społecznej” 1988, t. 23, s. 107–139.
- Ludwig Wittgenstein and the Wiener Kreis*. Eds. F. Waismann, B. McGinness. Oxford 1967.
- Luschei E.C.: *The Logical System of Lesniewski*. Amsterdam 1962.
- Łagosz M.: *Znaczenie i prawda. Rozważania o Fregowskiej semantyce zdań*. Wrocław 2000.

- Łukasiewicz J.: *Logiczne podstawy rachunku prawdopodobieństwa (1913)*. W: Idem: *Logika i metafizyka. Miscellanea*. Red. J.J. Jadacki. Warszawa 1998, s. 233–235.
- Łukasiewicz J.: *Logika dwuwartościowa (1920)*. W: Idem: *Logika i metafizyka. Miscellanea*. Red. J.J. Jadacki. Warszawa 1998, s. 110–125.
- Łukasiewicz J.: *Logika i metafizyka. Miscellanea*. Red. J.J. Jadacki. Warszawa 1998.
- Łukasiewicz J.: *Metody dowodzenia niezależności tez w teorii dedukcji [1947]*. W: Idem: *Logika i metafizyka. Miscellanea*. Red. J.J. Jadacki. Warszawa 1998, s. 183–188.
- Łukasiewicz J.: *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*. Warszawa 1987.
- Łukasiewicz J.: *O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej (1929)*. W: Idem: *Logika i metafizyka. Miscellanea*. Red. J.J. Jadacki. Warszawa 1998, s. 424–436.
- Łukasiewicz J.: *Sylogistyka Arystotelesa z punktu widzenia współczesnej logiki formalnej*. Tłum., opatrzył przypisami A. Chmielewski. Fragm. greckie i niemieckie tłum. A. Krajczyk, A. Chmielewski. Wstęp, red. J. Woleński. Warszawa 1988.
- Łukasiewicz J.: *Z historii logiki zdań*. W: Idem: *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane*. Wybór, wstęp, przypisy J. Słupecki. Warszawa 1961, s. 178–194.
- Łukasiewicz J.: *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane*. Wybór, wstęp, przypisy J. Słupecki. Warszawa 1961.
- Macbeth D.: *Frege's Logic*. Cambridge, Massachusetts, and London 2005.
- Makreel R.A.: *Problem wartości pod koniec wieku dziewiętnastego*. Tłum. M. Sosnowski. W: *Historia filozofii zachodniej*. Red. R.H. Popkin. Poznań 2003, s. 566–577.
- Mała encyklopedia logiki*. Red. W. Marciszewski. Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk–Łódź 1988.
- Marciszewski W.: *Definicje*. W: *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*. Red. W. Marciszewski. Warszawa 1987, s. 256–266.
- Marciszewski W.: *Deskrypcje określone*. W: *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*. Red. W. Marciszewski. Warszawa 1987, s. 61–71.
- Marciszewski W.: *Główne fakty z dziejów logiki współczesnej*. W: *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*. Red. W. Marciszewski. Warszawa 1987, s. 419–435.
- Marciszewski W.: *Operatory logiczne*. W: *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*. Red. W. Marciszewski. Warszawa 1987, s. 48–61.
- Marek I.: *Matrycowa semantyka rachunków zdaniowych*. Katowice 1988. Praca doktorska napisana pod kier. M. Tokarza. Maszynopis dostępny w Zbiorach Specjalnych Biblioteki Głównej Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach.
- Maryniarczyk A.: *Tomizm egzystencjalny a dziś filozofii*. W: *Filozofować dziś. Z badań nad filozofią najnowszą*. Red. A. Bronk. Lublin 1995, s. 283–300.
- Metafizyka jako cień gramatyki*. Red. A. Chmielewski, A. Orzechowski. Wrocław 1996.

- Methode*. In: *Historisches Wörterbuch der Philosophie*. Bd. 5. Hrsg. J. Ritter. Darmstadt 1980, s. 1304–1332.
- Methode*. In: *Philosophisches Wörterbuch*. Hrsg. G. Klaus, M. Buhr. Leipzig 1965 (Aufł. 1. – 1964), s. 352–354.
- Mill J.S.: *System logiki*. T. 1. Tłum. C. Znamierowski. Wstęp K. Szaniawski. Warszawa 1962.
- Mohanty J.N.: *Husserl and Frege*. Bloomington 1982.
- Mohanty J.N.: *Husserl and Frege. A New Look at Their Relationship*. In: *Husserl, Intentionality and Cognitive Science*. Eds. H.L. Dreyfus, H. Hall. Cambridge, Massachusetts, 1982, s. 43–56.
- Monk R.: *Ludwig Wittgenstein. Powinność geniusza*. Tłum. A. Lipszyc, Ł. Sommer. Warszawa 2003.
- Morscher E.: *Od Bolzana do Meinonga. Z dziejów logicznego realizmu*. Tłum. D. Bęben, T. Kubalica. „Kwartalnik Filozoficzny” 2005, t. 33, z. 1, s. 141–178.
- Natorp P.: *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaft*. Leipzig, Berlin 1910.
- Natorp P.: *Ueber objective und subjective Begründung der Erkenntnis*. „Philosophische Monatshefte” 1887, Bd. 23, s. 257–286; także – In: *Erkenntnistheorie und Logik im Neukantianismus*. Hrsg., Einl. W. Flach, H. Holzhey. Hildesheim 1979, s. 139–168.
- Noras A.: *Kant a neokantyzm badeński i marburski*. Katowice 2000.
- Nowara P.: *Bolzanowska koncepcja przedstawień bezprzedmiotowych a jej interpretacja w rozprawie „O treści i przedmiocie przedstawień” Kazimierza Twardowskiego*. „Diametros” 2006, nr 8, s. 68–78.
- Oksfordzki słownik filozoficzny*. Red. S. Blackburn. Red. naukowy J. Wołęński. Warszawa 1997.
- Omyła M.: *O logice niefregowskiej*. <http://www.diametros.iphils.uj.edu.pl>.
- Omyła M.: *Zarys logiki niefregowskiej*. Warszawa 1986.
- Perelman Ch.: *Metafizyka Fregego*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1937, t. 34, z. 1, s. 119–138.
- Philosophisches Wörterbuch*. Hrsg. G. Klaus, M. Buhr. Leipzig 1965.
- The Philosophy of G.E. Moore*. Ed. P.A. Schilpp. New York 1952.
- Pogorzelski W.: *Elementarny słownik logiki formalnej*. Białystok 1989.
- Powszechna encyklopedia filozofii*. T. 1. Red. A. Maryniarczyk. Lublin 2000; T. 7. Red. A. Maryniarczyk. Lublin 2006.
- Psychologizm i antypsychologizm*. Red. A. Olech. Kraków 2001.
- Pytania i perspektywy transcendentalizmu. W dwusetną rocznicę śmierci Immanueli Kanta*. Red. A.J. Noras. Katowice 2006.
- Quine W.V.O.: *Filozofia logiki*. Tłum. H. Mortimer. Warszawa 1977.
- Reale G.: *Historia filozofii starożytnej*. T. 5: *Słownik, indeksy, bibliografia*. Współpr. R. Radice. Tłum. E.I. Zieliński. Lublin 2002.
- Reck E.H.: *Wittgenstein „Great Debt” to Frege*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E.H. Reck. Oxford 2002, s. 3–38.
- Reck E.H., Awodey S.: *Frege’s Lectures on Logic and Their Influence*. In: *Frege’s Lectures on Logic. Carnap’s Student Notes, 1910–1914*. Transl., ed., with

- introd. E.H. Reck, S. Awodey. Based on the German text with introd. G. Gabriel. Chicago 2004, s. 135–166.
- The Rise of Analytic Philosophy*. Ed. H.-J. Glock. Oxford 1997.
- Rotter K.: *Dwa paradygmaty gramatyki filozoficznej: Carl Prantl, Anton Marty*. Opole 2003.
- Rotter K.: *Gramatyka filozoficzna w dobie sporu o podstawy matematyki. Eseje o drugiej filozofii Wittgensteina*. Opole 2006.
- Rotter K.: *Kryzys i odrodzenie racjonalnej gramatyki*. Wrocław 1999.
- Rotter K.: *Przypisy tłumacza*. W: F. Brentano, G. Frege, Ch. Thiel: *Próby gramatyki filozoficznej. Antologia*. Tłum. i oprac. K. Rotter. Wrocław 1997, s. 73–85.
- Rotter K.: *Uwagi o Fregem i logice filozoficznej*. Cz. 2: *Ogólna forma pojęcia*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1999, t. 27, z. 2, s. 143–169.
- Russell B.: *Denotowanie*. W: *Logika i język. Studia z semiotyki logicznej*. Wybór, przekład, wstęp, przypisy J. Pelc. Warszawa 1967, s. 254–275.
- Russell B.: *Mój rozwój filozoficzny*. Tłum. H. Kraheńska, C. Znamierowski. Przedm. L. Koj. Warszawa 1971.
- Russell B.: *Wstęp do filozofii matematyki*. Tłum. C. Znamierowski. Warszawa 2003.
- Rygalski A.: *Frege o prawdzie*. W: *Wokół filozofii logicznej*. Red. J. Malinowski, A. Pietruszczak. Toruń 2004, s. 295–310.
- Rygalski A.: *Pojęcie a przedmiot według Fregego*. „Kwartalnik Filozoficzny” 2005, t. 33, z. 1, s. 77–101.
- Schlotter S.: *Frege's Anonymous Opponent in „Die Verneinung”*. „History and Philosophy of Logic” 2006, vol. 27, s. 43–58.
- Schömlich O.: *Handbuch der algebraischen Analysis*. Jena 1868.
- Searle J.: *Kilka uwag o metodach w filozofii*. Tłum. A. Lekka-Kowalik, R. Lizut. „Roczniki Filozoficzne” 2005, t. 53, nr 2, s. 19–24.
- Sidorek J.: *Od tłumacza*. W: E. Husserl: *Badania logiczne*. T. 1. Przekł., wstęp, przypisy J. Sidorek. Toruń 1996.
- Sigwart Ch.: *Logik*. Bd. 1, 2. Aufl. 4. Tübingen 1911.
- Sluga H.: *Frege on the Indefinability of Truth*. In: *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. Ed. E.H. Reck. Oxford 2002, s. 75–95.
- Sluga H.: *Gottlob Frege. The Arguments of the Philosophers*. London and New York 1980.
- Stępień A.B.: *Wstęp do filozofii*. Wyd. 3. Lublin 1995.
- Strawson P.F.: *Analysis and Metaphysics. An Introduction to Philosophy*. Oxford 1992.
- Wydanie polskie: *Analiza i metafizyka. Wstęp do filozofii*. Tłum. A. Grobler. Kraków 1994.
- Suszko R.: *Odrzucenie aksjomatu Fregego i reifikacja sytuacji*. Lublin 2000.
- Suszko R.: *Wykłady z logiki formalnej*. Warszawa 1965.
- Szubka T.: *Odmiany analizy systematycznej*. „Kwartalnik Filozoficzny” 2005, t. 33, z. 3, s. 5–33.
- Szymanek K.: *Argument z podobieństwa*. Katowice 2008.

- Szymanek K.: *Sztuka argumentacji. Słownik terminologiczny*. Warszawa 2001.
- Thiel Ch.: *Frege als Methodologe*. In: *Gottlob Frege. Werk und Wirkung*. Hrsg. G. Gabriel, U. Dathé. Paderborn 2000, s. 137–149.
- Thiel Ch.: *Natorps Kritik an Freges Zahlbegriff*. In: *Frege in Jena. Beiträge zur Spurensicherung*. Hrsg. G. Gabriel, W. Kienzler. Würzburg 1997, s. 123–128.
- Thiel Ch.: „*This Galaxy of Paradox and Obscurity*” – system Fregego w świetle badań współczesnych. Tłum. K. Rotter. „Kwartalnik Filozoficzny” 2002, t. 30, z. 1, s. 117–138.
- Trendelenburg F.A.: *Über Leibnizes Entwurf einer allgemeinen Charakteristik*. „Historische Beiträge zur Philosophie” 1867, Bd. 3, s. 1–47.
- Wiggins D.: *Three Moments in the Theory of Definition or Analysis: Its Possibility, Its Aim or Aims, and Its Limits or Terminus*. „Proceeding of the Aristotelian Society” 2007, vol. 107, s. 73–109.
- Windelband W.: *Einleitung in der Philosophie*. Aufl. 2. Tübingen 1920.
- Windelband W.: *Präludien*. Bd. 1. Tübingen 1915.
- Wittgenstein L.: *Dociekania filozoficzne*. Tłum., wstępem poprzedził i przypisami opatrzył B. Wolniewicz. Warszawa 2000.
- Wittgenstein L.: *Tractatus logico-philosophicus. Logisch-philosophische Abhandlung*. Frankfurt am Main 1963.
- Wittgenstein L.: *Tractatus logico-philosophicus*. Tłum. B. Wolniewicz. Warszawa 1997.
- Wittgenstein L.: *Uwagi o podstawach matematyki*. Tłum. M. Poręba. Warszawa 2000.
- Wokół filozofii logicznej*. Red. J. Malinowski, A. Pietruszczak. Toruń 2004.
- Woleński J.: *Epistemologia*. T. 3: *Prawda i realizm*. Kraków 2003.
- Woleński J.: *Epistemologia: Poznanie. Prawda. Wiedza. Realizm*. Warszawa 2005.
- Woleński J.: *Kierunki i metody filozofii analitycznej*. W: *Jak filozofować*. Red. J. Perzanowski. Warszawa 1989, s. 30–77.
- Woleński J.: *Metamatematyka a epistemologia*. Warszawa 1993.
- Woleński J.: *Psychologizm i metalogika*. W: *Psychologizm i antypsychologizm*. Red. A. Olech. Kraków 2001, s. 61–78.
- Woleński J.: *Referencja i desygnacja*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1996, t. 24, z. 1, s. 69–85.
- Woleński J.: *The Reception of Frege in Poland*. „History and Philosophy of Logic” 2004, vol. 25, s. 37–51.
- Wolniewicz B.: *Ontologia sytuacji*. Warszawa 1985.
- Wuchterl K.: *Methoden der Gegenwartsphilosophie*. Stuttgart 1977.
- Zalta E.N.: *Frege's Logic, Theorems, and Foundation of Arithmetic*. In: *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. 2003. Ed. E.N. Zalta. URL = <http://plato.stanford.edu/entries/frege-logic>.
- Żegleń U.M.: *Koncepcja sądu na tle poglądów logiczno-filozoficznych G. Fregego*. „Kwartalnik Filozoficzny” 1993, t. 21, z. 4, s. 51–66.

Indeks rzeczowy

- Aksjologia 25
Aksjomat 9, 21, 28, 43, 87, 104, 108–110, 117, 119–124, 129, 134, 135, 139, 148, 151, 186
– arytmetyki 21
– Fregego 73
– geometrii 21, 99, 100
– logiki 121, 122
piąty – Euklidesa 99
piąty – Fregego 117, 124, 125, 164, 186, 187
Akt 11, 48
– sądenia/sądu 81, 150
Alternatywa 114, 121
Analityczność/analityczny 17, 39, 43, 99, 145, 148, 154–156, 166, 189, 198 (zob. także sąd analityczny)
Analiza/analizowanie *passim*
– filozoficzna 10, 11, 14, 41, 43, 57, 60, 61, 105
– językowa/języka 11, 31, 39, 44, 45, 47, 57, 61, 62, 64, 66, 94, 126, 129, 160, 168, 177, 178, 198, 203
– logiczna 11, 12, 39, 43, 44, 45, 47, 64, 94, 95, 101–103, 109, 129, 160, 168, 189, 203
– matematyczna 10, 39, 42, 47, 57
– myśli 62, 94
– pojęciowa 31
– semantyczna 16, 66
Analogia/analogiczny 60, 156, 157–159, 169, 161
wnioskowanie przez – 11, 13, 14, 33, 39, 156
(Anty)empiryzm/(anty)empiryczny 66, 97, 135, 171
Antynomia 8, 9, 12, 13, 48, 52, 65, 84, 92, 100, 106, 111, 117, 124, 125, 163, 164, 166, 186, 187, 203, 206, 207
(Anty)psychologizm/(anty)psychologiczny 10, 21, 26–29, 66, 97, 98, 101, 108, 109, 135, 146, 171, 174, 195
Aprioryczny/a *priori* 20–22, 27, 28, 99, 101, 108, 109, 135, 146, 171, 174, 195
Aposterioryczny/a *posteriori* 20, 21, 99, 154, 155, 166, 191, 192
Argument 11, 16, 39, 41, 46–59, 61, 62, 82, 95, 102, 103, 107, 111, 114–118, 124, 127, 129, 142, 146, 151, 158, 183, 193, 201
Arytmetyka 10, 12, 13, 16, 17, 20–22, 26, 28, 34, 42, 43, 46, 48, 71, 82, 94–96, 98–101, 106, 107, 115, 124,

- 125, 132, 133, 135, 138, 143, 146,
151, 154, 163, 164, 166, 167, 172,
173, 176, 178, 179, 185, 191, 195,
200, 203, 209
- Asercja 86, 111, 134, 197
znak – 29, 67, 77, 112
- „Błędne koło” 146, 156
- Bóg 177
dowód na istnienie – 162
- Calculus ratiocinator* 127, 166
- Cegielki myśli (*Gedankenbausteinen*)
90
- Charakterystyka uniwersalna 25
- Ciąg 13, 58, 85, 95, 96, 99, 119, 163,
168, 171, 185, 187–189
– liczbowy 125, 126, 167, 170
– liczb naturalnych 13, 187,
188
- Cyfra 67, 139, 165, 176
- Czynność poznawcza 10–13, 36, 38,
39, 45, 160, 203
- Definicja/definiowanie 10, 12–16, 21,
29, 32, 33, 39, 42, 43, 46, 58, 59,
62, 65, 69, 81, 82, 88, 91, 94, 96, 99,
104, 108, 109, 115, 120–122, 125,
126, 131–138, 140, 141, 145–156,
160–170, 176, 177, 180–186, 188,
192, 196, 197, 206
– liczby/liczebności 9, 13, 14,
17, 29, 69, 132, 133, 137, 139,
144, 148, 182–189, 203,
209
rodzaje –
– cząstkowa 12, 135, 136, 149
– przez abstrakcję 12, 13, 15,
71, 136–138, 148, 203
– przez podanie przykładu 12,
135, 137
– kontekstowa 12, 69, 136,
153
– syntetyczna 136, 137, 139
warunki poprawnej – 12, 132,
138, 140–148
- Dekompozycja 45, 46
- Dobro 25, 27, 103, 192, 196, 197
- Dowód/dowodzenie 10, 34, 46, 90,
129, 146, 151, 155, 184, 190, 191
- Dysjunkcja 114, 121
- Dziedzina funkcji 50, 52, 56
- Ekstensjonalność/ekstensjonalny 77,
125
zasada – 61, 77, 168, 177
- Epistemologia/epistemologiczny 99,
164, 166, 167
- Estetyka 25, 103
- Etyka 27, 103, 196, 197
- Fakt 57, 114, 149, 155, 190, 196
jest – 57, 67, 118, 121
– obserwacyjny 22, 100, 166
- Fałsz/fałszywy 13, 23, 25, 27, 51, 53,
55–57, 60, 73–75, 77–82, 85, 86,
88, 90, 92, 98, 100, 103, 104, 106,
110, 114, 115, 120, 122, 125, 150,
157, 158, 160, 162, 171, 172, 190,
191, 193–195, 198–200
- Filozofia/filozof 7, 8, 10, 22, 23, 28,
31, 35, 37, 38, 48, 61, 62, 73, 76, 77,
87, 93, 98, 109, 125, 131–133, 148,
149, 161, 162, 165–167, 185, 199,
205–207, 209
– analityczna/analityczny 7, 8,
10, 11, 14, 19, 31, 32, 68, 70,
71, 81, 198
– angielska/angielski 11, 64
– języka 44
– logiki 25, 64, 87
– matematyki 15
– niemiecka/niemiecki 11, 14,
20, 26, 195
– postfregowska 31
- Funkcja 11, 12, 15, 16, 26, 39, 41, 42,
47–62, 74, 78, 82, 85, 95, 99, 102,
103, 106, 107, 111, 114–117, 127,
129, 142, 146, 148, 150, 151, 157,
158, 163
– jednoargumentowa 50, 54,
146

- propozycjonalna 15, 108, 117–119, 123, 124, 181, 183, 193, 194, 201
- Funktor 65, 104, 109, 110, 113, 120, 122
- Geometria 8, 13, 20, 21, 28, 99–101, 122, 125, 151, 163, 164, 173, 187
 - analityczna 99, 100
 - nieeuklidesowa 28, 99, 206
- Gramatyka/gramatyczny 8, 49, 65, 119
- Identyczność/identyczny 27, 42, 71, 83, 91, 104, 120, 124, 125, 138, 147, 195
- Implikacja 101, 108–110, 112, 119, 129, 122, 151
- Indukcja/indukcyjny 28, 30, 99, 109, 155, 167, 168
- Istnienie 23, 31, 34, 58, 141, 145, 162, 179
- Jeden/1/jedynka 22, 29, 143, 147, 168–170, 173, 175–178, 188
- Język 9, 10, 11, 25, 27, 31, 32, 35, 43, 49, 57, 58, 62, 63–66, 70, 71, 76, 90, 93, 100–102, 105, 107, 108, 117, 120, 123, 125, 127, 129, 133, 153, 162, 164–166, 174, 189, 196, 198, 204
 - czystej myśli 45
 - naturalny 11, 12, 32, 34, 38, 44, 62–66, 74, 79, 85, 87, 90, 94, 101, 102, 106, 107, 109, 129, 148, 152, 159, 162, 168, 175, 176
 - formalny 63, 101, 159
 - sztuczny 107
- Klasa 48, 88, 126, 184–186
- Kompozycjonalności/składalności zasada 77, 78, 83
- Kontekstowa zasada 30, 44, 61, 68–70, 110, 136, 162, 166, 168, 174, 198
- Konteksty intensjonalne 79, 102
- Korelat semantyczny (*Bedeutung*) 8, 9, 16, 17, 26, 51, 56, 60, 61, 68, 70, 72–87, 90, 104, 106, 132–134, 149, 151, 157–159, 162, 168, 176, 177, 194, 196, 200, 201, 208
- Koniunkcja 114, 121
- Kreska 165
 - definicji 120
 - negacji 67, 82, 110, 113, 115
 - sądu/pionowa/wertykalna 67, 82, 110–113, 194
 - treści/pozioma/horyzontalna 67, 110–114, 118
 - warunkowania/warunku/implikacji 110, 112
- Królestwo/królestwa 26, 90
 - pierwsze – 34, 60, 72, 73, 90, 94, 166, 177, 179, 200
 - drugie – 34, 72, 73, 90, 94, 166
 - trzecie/myśli – 13, 15, 23, 26, 34, 72, 73, 81, 87, 88, 90–92, 98, 129, 166
 - trzy – 9, 13, 15, 23, 25, 26, 34, 39, 87, 89, 135, 162
- Kwantyfikator 110, 122, 123
 - ogólny 59, 109, 114, 115, 151, 184
 - szczegółowy 59, 114, 115
- Liczba 8, 9, 11, 13–16, 23, 29, 31, 34, 41, 42, 45, 51, 52, 58, 60, 62–64, 67, 69–71, 83, 88, 92, 95, 97, 99, 101, 106, 109, 125, 126, 131–133, 142–147, 142–189, 193, 194, 200, 203, 206, 208, 209
 - Anzahl* 34, 46, 58, 68, 133, 137, 151, 167, 173, 180, 181, 184–187
 - całkowita 57, 68, 134, 139, 140, 142, 146, 168
 - dodatnia 12, 117, 135
 - naturalna 10, 12, 16, 34, 42, 82, 95, 96, 100, 115, 132, 148, 163–166, 168, 170, 185, 187, 188, 195, 200, 203

- (nie)skończona 185, 187
- (nie)wymierna 52, 135, 141, 142, 174
- pierwsza 139, 140, 194
- rzeczywista 12, 135
- ujemna 135, 142
- urojona 12, 135, 146, 163, 165
- zespolona 99, 52, 135, 142, 146, 169
- Zahl* 13, 52, 62, 133, 151, 165, 168, 173, 174, 176, 178, 179, 194
- Liczebnik 51, 64, 71, 164, 175–177
- Liczebność (*Anzahl*) 13, 45, 62, 68, 151, 163, 165, 167, 168, 173, 174, 177, 178, 181–185, 187
- Lingua characteristica* 166
- Logicyzm/logicyzacja 26, 42, 43, 66, 74, 94–97, 99–101, 105, 108, 109, 126, 132, 166, 167, 185, 203, 207, 209
- Logika 7–13, 16, 17, 21, 22, 24, 26–29, 31, 43–45, 49, 50, 55, 56, 67, 71, 80, 82, 83, 87–89, 92, 94–98, 100–109, 112, 114, 117–119, 121, 122, 125–127, 132, 133, 135, 141–143, 146, 148, 163, 164, 166, 167, 178, 185, 190–192, 195–197, 200, 203, 206, 207, 209
 - Arystotelesowska/Arystotelesowa 102, 107, 127
 - czysta 30, 184
 - ekstensjonalna 102, 125
 - formalna 44, 94, 96, 99, 104, 106
 - matematyczna 48, 107
 - niefregowska 104
 - predykatów 7, 11, 13, 49, 102, 118, 127, 129
 - zdań 7, 105, 127
- Matematyka 8–10, 12, 14, 16, 21, 22, 29, 41, 52, 62, 66, 89, 90, 96–104, 106, 109, 125, 126, 132, 137, 139, 148, 149, 166, 169, 173, 179, 189, 195, 203, 208
- Metafizyka 25, 31
- Metoda 12, 14, 17, 32–34, 37–39, 45, 61, 66, 103, 109, 161, 162, 166, 169, 200
 - filozoficzna 11, 35–39
 - matematyczna 35
 - semantyczna 61
- Możliwość 11, 48
- Myśl 9, 11, 16, 23, 25, 32, 40, 42, 44, 49, 57, 62, 64–67, 73–95, 98, 101, 103–106, 110–112, 122, 127–129, 134, 135, 150, 155, 157–160, 162, 166, 171, 175, 177, 189, 190, 192–200
- Następnik 119, 128, 129
 - liczby naturalnej 115
 - w ciągu 99, 188
- Następstwo/następowanie w ciągu 58, 95, 96, 108, 133, 140, 167, 168, 187, 188
- Nauka 12, 33, 34, 38, 49, 63, 64, 66, 79, 80, 84, 89, 90, 94, 96, 98, 100–104, 107–109, 122, 125, 132, 135, 137–139, 143, 148, 149, 166, 167, 191, 196, 197, 200, 204
- Nazwa 29, 30, 44, 46, 51–53, 59, 65, 66, 68–70, 72, 74, 75, 77–84, 89, 102, 110, 111, 114, 117, 118, 120, 121, 132, 134–136, 143, 145, 146, 153, 156, 157, 159, 162, 177, 188, 193–195, 200
 - własna/imię własne (*Eigenname*) 44, 70–72, 75, 81, 83, 84, 86, 90, 164, 179
- Negacja 9, 67, 82, 86, 92, 111–115, 120, 122, 123, 129, 136, 151, 206 (zob. także kreska negacji)
- Neokantyzm/neokantowski/neokantysta 20, 26–29, 103
- (Nie)analizowalny 33, 131, 134, 135, 148, 200

- (Nie)definiowalny 13, 15, 29, 50, 142, 149–151, 161, 162, 178, 190, 192, 195–198
- (Nie)kompletny 51, 60, 87, 88, 90, 158
- (Nie)nasycony 46, 51, 53, 59, 60, 61, 152, 158, 162, 175
- (Nie)określony 50–53, 59, 63, 64, 72, 106, 116–118, 124, 131, 147, 149, 154, 173, 175
- (Nie)poprawny 13
- (Nie)samodzielny 59, 68, 88, 175, 176, 178, 200
- (Nie)uznane 12, 113, 118, 123, 125, 191
- (Nie)wymagający dopełnienia 51, 57, 61, 158
- (Nie)zamknięty 51, 57, 60, 61, 127, 128, 152
- Obiekt 29, 50, 53, 56, 71, 74, 75, 81, 83, 86, 93, 101, 106, 118, 127, 133, 140, 141, 165, 170, 175
- Obiektywność/obiektywny 9, 13, 16, 23–27, 31, 39, 59, 60, 62, 63, 66, 73, 76, 81, 90, 91, 97, 98, 103, 129, 135, 177, 179, 190–192, 194, 196, 197
- Ontologia/ontologiczny 23, 45, 57–59, 61, 62, 90–92, 114, 158, 160, 162, 189, 201
- Operator 110, 114
- abstrakcji 110, 116, 117, 126
 - deskrypcji 106, 110, 116, 117
- Orzeczenie/orzecznik/fraza orzecznikowa 48, 49, 57–59, 79, 86, 91, 107, 154, 156, 174–176, 178
- Osoba 52, 142
- Pewniki arytmetyki (*Grundsätze der Arithmetik*) 121
- Piękno 25, 27, 103, 196, 197
- Pismo pojęciowe (*Begriffsschrift*) 11, 12, 16, 17, 25, 29, 38, 43, 45, 47, 63, 67, 77, 82, 83, 87, 89, 94, 95, 101–107, 109, 120, 125–127, 129, 145, 157, 159, 162, 163, 167, 186, 188
- Podmiot/fraza podmiotowa 47, 48, 57–59, 66, 84, 90, 91, 98, 103, 107, 154, 156, 175, 178
- Pojęcie 16, 21–23, 26, 29, 31–34, 38–42, 44, 49, 50, 52, 55–64, 68–72, 75, 84, 95–97, 99, 101, 103, 106, 107, 111, 116, 117, 124–129, 131, 133, 135–138, 141–148, 151, 152, 154, 157, 158, 162, 164–167, 169, 170, 173–177, 180–188, 193, 201, 206
- podpadanie pod – 53, 58, 63, 158, 141, 142, 169, 170, 182–184, 187–189, 193
- Poznanie 22, 26, 35, 88, 93, 108, 126, 167, 190, 192
- zmysłowe 22, 59, 166
- Prawo 43, 82, 87, 100, 104, 109, 117, 120–122, 129, 139, 141, 145, 149, 155, 187
- arytmetyczne/arytmetyki 82, 94, 96, 99, 167
 - logiczne/logiki 22, 42, 94–97, 102, 132, 167, 169, 173, 184, 192, 194
 - myśli/myślenia 98, 103, 105, 121, 194
 - prawdziwości 98, 103, 197
 - psychologiczne 142, 143, 154, 155
- Prawda 9, 11, 12–15, 21, 25, 27, 29, 35, 39, 43, 48, 51, 53, 55–57, 60, 65, 68, 71, 73–75, 77, 79, 81–83, 85, 86, 89, 90–92, 98, 103, 106, 110–112, 114, 115, 119, 120, 122, 125, 141, 148, 150, 154, 155, 157–159, 161, 162, 169, 170, 178, 180, 181, 189–200, 203, 208
- analityczna 43, 154, 191, 192
 - arytmetyczna 154
 - pierwotna (*Urwahrheit*) 121, 122, 191
 - redundancyjna koncepcja – 197, 198

- sama w sobie (*Wahrheit an sich*) 24
- Prawdziwość 47, 55, 65, 68, 73–77, 79, 80, 83, 85, 86, 88, 90–95, 103, 104, 109–112, 114, 122, 125, 127–129, 134, 150, 151, 154, 160, 177, 191–194, 196–200
- Predykat/predykatywny 42, 58, 60, 63, 65, 68, 71, 72, 75, 84, 95, 102, 104, 108, 118, 127, 129, 141, 147, 175, 178, 185, 196, 197, 200
- Przebieg wartości funkcji 50, 53–55, 56, 60, 83, 106, 116, 117, 124–126, 181
- Przeciwdziedzina 56
- Przedmiot 12, 13, 16, 22, 40, 42, 51–57, 59, 60, 61, 63, 64, 66, 71, 72, 74, 75, 81–84, 88, 91, 92, 97, 98, 101, 102, 114, 116–118, 124, 125, 127, 128, 131–133, 137, 138, 141, 142, 147, 148, 150, 152, 157, 158, 162, 163, 166, 167, 169, 170, 172, 173, 175–180, 182, 184, 185, 187–189, 193, 198, 200, 201, 206
- Przedstawienie 24, 39, 43, 44, 67, 68, 72, 73, 82, 97, 105, 108, 110, 135, 172, 174, 191, 192, 196, 198
- Przekonanie 98, 103, 135
- Psychologia 24, 96, 98, 172, 194
- Rachunek 10, 95, 102, 103, 109, 129, 204
 - nazw 108
 - predykatów 7, 29, 108, 118
 - zdań 7, 108, 118, 151
- Racjonalizm/racjonalność 31, 35, 36
 - epistemologiczny 9
- Realizm ontologiczny 92
- Reguła 16, 24, 31, 34, 37, 38, 80, 85, 87, 101, 102, 104, 106, 107, 109, 119, 120, 127, 129, 173, 187
 - odrywania (*modus ponendo ponens*) 110, 119
 - podstawiania 119
- Relacja 34, 51, 56, 59, 63, 66, 71, 93, 117, 127, 128, 137, 143, 156–159, 170, 171, 182–184, 187, 188, 193, 194
 - równoliczności 15, 17, 163, 183, 203
- Rodzajnik (nie)określony 64, 147, 176, 178
- Rozjaśnianie (*Erläuterung*) 11–15, 29, 32, 39, 50, 131, 148–150, 152, 153, 156, 160, 161, 168, 177, 178, 192, 200
- Rozszczepianie 11, 40–42, 44, 47, 57, 61
- Rozum/rozumowy 22, 23, 35, 42, 66, 179
- Równoliczność/równoliczny 12, 15–17, 62, 71, 126, 137, 163, 168, 183–186, 189, 203,
- Rzeczywistość/rzeczywisty 22, 23, 26, 35, 37, 62, 80, 89, 92, 98, 104, 105, 141, 144, 167, 177, 179, 190, 195, 196, 200
- Równość (*Gleichheit*) 55, 62, 71, 83, 89, 117, 124, 125, 133–139, 146, 151, 154, 168, 176, 178–182, 186
- Salva congruitate* 77, 162
- Salva veritate* 77, 162, 181
- Sąd 12, 13, 17, 22, 23, 27, 28, 39, 40, 42, 43, 49, 50, 57, 58, 62, 67, 69, 71, 73, 80, 81, 86, 89, 94, 95, 97, 99, 103, 105
 - analityczny 20–22, 42, 144, 154–156, 171
 - *a priori/a posteriori* 155, 166
 - arytmetyczny 20, 21, 99
 - czystego myślenia 87, 103, 108, 121, 129
 - geometryczny 20, 21
 - ogólna forma – 68, 128
 - syntetyczny 20–22, 75, 120
- Sądzenie 86, 92, 103, 113, 129
- Semantyka/semantyczny 7, 8, 11, 14, 45, 62, 66–72, 78, 80, 82–87, 94, 118, 156, 167, 198, 200
- Sens (*Sinn*) 8, 9, 16, 17, 26, 29, 30, 40–42, 44, 45, 60, 61, 63, 68–70, 72–86, 88–91, 93, 98, 103, 106,

- 118, 132–134, 138, 141, 145, 147,
150, 151, 153, 156–159, 162, 166,
168, 170, 174–177, 180, 184, 193,
194, 196, 197, 208
- Słowo 30–32, 60, 63, 68–70, 72, 74,
76, 80, 84, 86, 87, 134, 138, 139,
143, 146, 147
- Spójnik logiczny 110, 112, 121, 136
- Stałe
– funkcyjne 119
– indywidualowe 60, 119
- Stosunek 40, 43, 55, 56, 66, 72, 82,
92, 95, 102, 117, 118, 121, 125,
127–129, 138, 159, 171, 173, 184,
188
- Subiektywny 25, 63
- Struktura logiczna zdania 15, 57, 64,
94, 95, 102, 107, 129, 162
- Sylogistyka 29, 30, 49, 102, 105
- Syntaktyka 7
- Synteza 20, 31, 38, 39
- Tabela prawdziwościowa 8, 109, 112
- Tautologia 10, 87, 108, 112, 129
- Teza filozoficzna 9, 14, 34, 36, 38, 42,
43, 159, 166, 195
- Tożsamość 12, 49, 68, 71, 79,
138–140, 145, 177, 179, 180, 188
znak – 75, 120, 122
– treści/funktor – treści 71,
110, 120, 132, 133
– nazw 120, 132
- Treść 57, 62, 67, 68, 71, 72, 76, 88, 89,
91, 102, 103, 107, 112–114, 117, 119,
123, 127, 132, 133, 135, 141, 143,
154–156, 177, 180, 192, 193, 197,
198, 206
– nadająca się do osądu (*beurteilbare Inhalt*) 25, 26, 40–43,
47, 50, 62, 67, 76, 77, 86, 87,
110, 111, 113, 114, 117, 121,
127, 150, 162, 206
– pojęciowa 50
- Ułamek 52, 135, 142, 146, 174
- Uzmiennianie 15, 50, 114
- Wartość 25, 27, 29, 35, 51, 52, 54, 59,
79, 82, 115–117, 124, 138, 139, 142,
145
– logiczna 12, 13, 24, 25, 27,
29, 50, 52–56, 60, 73–81,
83–85, 87–90, 95, 106, 111,
112, 114, 125, 126, 150, 157,
158, 162, 177, 190, 192–196,
200, 201
- Warunki prawdziwości (*Wahrheitsbedingungen*) 76
- Ważność (*Geltung*) 25, 27, 143
- Własność 40, 43, 49, 53, 58, 59, 63,
71, 72, 88, 91, 100, 118, 120, 124,
127, 137, 144, 145, 172–174, 176,
179, 184–186, 188, 196, 198, 199
- Wrażenia zmysłowe 179, 198, 199
- Zakres 52, 82, 118, 125, 133, 135, 163
– pojęcia 54–56, 60, 71, 106,
116, 124, 125, 128, 133,
136–138, 181, 165, 181, 183,
184, 187–189, 193
równozakresowość 55, 71, 136,
181
- Zaprzeczony 113, 123, 125
- Zbiór 53, 117, 124–126, 140, 142, 146,
147, 157, 164, 165, 173, 178, 181,
183–186, 188, 189, 200
- Zdanie 17, 21, 29–33, 40, 41, 43–46,
49, 51, 54, 55, 57, 58, 60, 61,
64–95, 102, 106, 107, 109–112, 114,
118, 119, 121–124, 127–129, 131,
132, 134, 135, 141, 143, 148, 149,
151, 153–155, 157, 158, 162, 164,
171, 174, 175, 177, 180, 181, 183,
184, 189, 190, 192–200, 206
– analityczne 43, 47, 155
– kategoriyczne 29, 102
– oznajmujące 54, 61, 74, 85,
193, 195
– poboczne 79, 80
– podmiotowo-orzecznikowe
48, 59, 156
– relacyjne 29
– syntetyczne 47, 132, 154, 155

- Zero 22, 29, 162, 168–170, 172, 173, 176, 187, 188
- Zmienne 102, 109, 117–119, 121, 122
- idywuowe 115, 118, 119, 123
 - kwantyfikacyjne 114, 118, 119
 - predykatywne 60
 - zdaniowe 118, 121, 123
- Znaczenie 17, 30, 31, 39, 40, 58, 64, 65, 68–72, 74, 76, 77, 79, 81, 84–86, 88, 117, 118, 129, 134–136, 139, 145, 147, 149, 153, 166, 175–177, 193, 194, 199
- Znak 10, 26, 41, 46, 50–52, 54, 57, 61, 66–69, 72, 75, 81–85, 90, 103, 110–115, 117, 118, 120–122, 129, 132–135, 138, 139, 142, 143, 145, 147, 149, 150, 153, 164, 173, 174, 180, 193
- Zwrot lingwistyczny 31, 109

Indeks osobowy

- Abbe Ernst 205, 206
Ajdukiewicz Kazimierz 140, 223
Angelelli Ignacio 7, 211, 213, 214, 223
Antonelli G. Aldo 136, 223
Arystoteles 7, 11, 34, 35, 37, 48, 49,
57, 58, 61, 102, 105, 107, 114, 119,
127, 149, 156, 200, 223, 228
Austin John L. 33, 165, 211, 214
Awodey Steve 106, 214, 218, 225, 230
- Bacon Franciszek 10
Ballue Eugene 209, 218
Banaszkiewicz Artur 38, 226
Baszniak Tadeusz 31, 156, 224
Bauch Bruno 28, 208, 224, 227
Bealer George 154, 223
Beaney Michael 7–9, 16, 33, 45, 48,
70, 78, 93, 99, 100, 117, 123, 129,
136, 139, 144, 177, 201, 214, 223
Berg J. von 186
Berger Christian Paul 211, 214,
Besler Gabriela 33, 34, 223
Bęben Dariusz 24, 89, 229
Biedrzyński Dawid 60, 223
Biermann Otto 163
Biłat Andrzej 77, 224
Black Max 70, 214, 224
Blackburn Simon 198, 229
Bocheński Józef Maria 7, 31, 109, 156, 224
Bolzano Bernard 20, 23, 24, 26, 96,
97, 185, 186, 224, 229
Bolzmann Ludwig 216
Boole George 40, 41, 43, 44, 49, 50,
81, 102, 103, 105, 108, 111–113
Borkowski Ludwig 145, 224
Bornstein Benedykt 38, 226
Brentano Franz 7, 10, 20, 32, 48, 49,
63, 67, 69, 120, 132, 167, 213, 214,
222–224, 230
Bronk Andrzej 18, 37, 224, 225, 228
Buhr Manfred 33, 229
Burge Tyler 8, 16, 68, 74, 76–78, 104,
129, 167, 189, 194, 195, 198, 201,
224
Bynum Terrell Ward 7, 10, 25, 101, 105,
108, 109, 124, 144, 167, 214, 224
- Cantor Georg 124, 163, 181, 183, 185,
187, 189, 216–218, 224
Carnap Rudolf 9, 12, 43, 56, 66, 67,
78, 83–85, 87, 89, 100, 104, 106,
128, 132, 141, 196, 215, 217, 224,
225, 229
Chmielewski Adam 30, 102, 226, 228
Church Alonzo 87
Clebsch Rudolf 205
Cohen Hermann 30, 224
Conant James 42, 224

- Couturat Louis 209, 219
 Currie Gregory 166, 224
- Dadaczyński Jerzy 18, 26, 181, 185, 186, 224
 Dathe Uwe 34, 225, 231
 Dąbska Izydora 164, 169, 224, 227
 Dedekind Richard 98, 124, 224
 Dingler Hugo 209, 218
 Donnellan Keith Sedgwick 76
 Dreyfuss Hubert L. 98, 226, 229
 Dummett Michael 7–9, 15, 16, 19, 20, 28, 30, 31, 42, 44, 45, 48, 50, 61, 62, 64–66, 68–72, 76, 78, 79, 81, 85–87, 89, 91–95, 98, 103, 129, 136, 140, 141, 144, 151, 156, 157, 165, 166, 184, 187, 194, 195, 224
- Eisler Rudolf 26, 38, 39, 87, 149, 225
 Erdmann Benno 97
- Fischer Kuno 27, 205
 Flach Werner 29, 225, 229
 Føllesdal Dagfinn 98, 225
 Frege Alfred 206
 Frege Gottlob *passim*
 Furth Montgomery 165, 213
- Gabriel Gottfried 9, 20, 23–32, 34, 57, 59, 68, 78, 83, 92, 97, 100, 104, 132, 211, 212, 214, 217, 218, 225, 227, 230, 231
 Gall A. von 217, 225
 Gauss Karol 101, 206
 Geach Peter 77, 214
 Glock Hans-Johann 31, 230
 Grassmann Hermann 168
 Greimann Dirk 189, 226
 Grobler Adam 19, 151, 194, 224, 230
 Grodziński Eugeniusz 17, 226
 Gründer Karlfried 26, 225, 226
 Gut Arkadiusz 22–25, 32, 48–50, 62, 70, 71, 78, 98, 226, 227
 Gutowski Piotr 31, 226
- Hacker Peter Michael Stephan 29, 149, 150, 152, 153, 226
- Hall Harrison 98, 226, 229
 Heine Eduard 163
 Herbut Józef 37, 226
 Hermes Hans 95, 212, 214
 Hilbert David 9, 28, 134, 148, 149, 209, 211, 218, 219, 226
 Holzhey Helmut 29, 225, 229
 Hönigswald Richard 30, 209, 219
 Hoppe Reinhold 217
 Horty John F. 144, 225
 Hume David 182, 226
 Huntington Edward 209, 219
 Husserl Edmund 9, 23, 25, 39, 40, 42, 74, 93, 97, 98, 132–134, 146, 149, 151, 156, 209, 211, 217, 219, 226, 229, 230
- Ingarden Roman 20, 26, 154, 226
 Iwanicki Marcin 45, 71, 157, 225
- Jadacki Jacek Juliusz 24, 73, 228
 Janik Allan 211, 214
 Jørgensen Jørgen 140, 143, 226
 Jourdain Philip E.B. 209, 215, 220
 Judycki Stanisław 37, 226
- Kaal Hans 212, 214
 Kambartel Friedrich 9, 95, 211, 212, 214
 Kamiński Stanisław 36, 37, 114, 121, 122, 139, 155, 226
 Kant Immanuel 20–23, 25, 26, 28, 31, 38, 39, 43, 69, 75, 99, 103, 107, 120, 125, 132, 144, 154, 155, 164, 190, 195, 224, 226, 227, 229
 Kartezjusz 33, 43, 57, 225
 Kaulbach Friedrich 94, 212, 214
 Kenny Anthony 31, 227
 Kerry Bruno 152
 Kienzler Wolfgang 23, 24, 29, 205, 217, 225, 227, 230
 Kirchner Friedrich 38, 87, 227
 Klaus Georg 33, 229
 Klemontowicz Magdalena [właśc. Klementowicz]
 Klementowicz Magdalena 60, 150, 155, 173, 199, 216, 222, 227

- Koj Leon 23, 26, 27, 97, 227, 230
Kołakowski Leszek 134, 169, 227
Korcik Antoni 123, 227
Korselt Alwin Reinhold 24, 200, 209, 220
Kozanecka Anna 80, 227
Krahelska Halina 70, 230
Krajczyk Aleksandra 102, 228
Krapiec Mieczysław Albert 35, 37, 70, 149, 223, 227
Kreiser Lothar 205, 214, 227
Kripke Saul 76
Kubalica Tomasz 24, 27, 28, 32, 57, 89, 225, 227, 229
Kutschera Franz von 140, 227
- Langford Cooper Harold 156
Leibniz Gottfried Wilhelm 25, 43, 95, 97, 99, 107, 127, 134, 155, 166, 168, 169, 180, 182, 216, 227, 231
Lekka-Kowalik Agnieszka 35, 227
Liebmann Heinrich 28, 109, 220
Liebmann Otto 27, 28
Linke Paul F. 209, 220
Lipszyc Adam 29, 229
Lizut Robert 35, 230
Long Peter 95, 214
Lotze Hermann 20, 25–28, 39, 56, 92, 205, 225, 227
Lubomirski Andrzej 21–23, 227
Luschei Eugene C. 140, 227
- Łaciak Piotr 34, 223
Łagosz Marek 72, 227
Łukasiewicz Jan 24, 123, 207, 228
- Macbeth Danielle 94, 228
Makkareel Rudolf A. 25, 228
Malinowski Jacek 189, 230, 231
Marciszewski Witold 77, 114, 116, 117, 123, 137, 227, 228
Marek Iwona 8, 228
Marty Anton 9, 21, 40, 41, 48, 56, 67, 147, 206, 209, 220, 229, 230
Maryniarczyk Andrzej 35, 37, 70, 149, 223, 228, 229
- McGuinness Brian 29, 212, 214, 227
Meyer St. 216
Mill John Stuart 72, 99, 168, 172, 229
Mohanty Jitendra Nath 98, 229
Monk Ray 29, 229
Moore George Edward 7, 32, 156, 227, 229
Morscher Edgar 24, 88, 229
Mortimer Halina 77, 229
Müller Thomas von 213
Murawski Roman 21, 47, 124, 166, 182, 185, 214, 222–224
- Natorp Paul 29, 229
Newton Isaac 43, 173
Noras Andrzej Jan 25, 27–29, 227, 229
Nowara Piotr 23, 24, 26, 229
- Olech Adam 23, 93, 227, 229, 231
Omyła Mieczysław 104, 229
Orzechowski Andrzej 30, 226, 228
- Parys Jan 31, 156, 224
Pasch Moritz 209, 220
Pataut Fabrice 194
Patzig Günther 211, 212, 214
Peano Giuseppe 9, 105, 108, 115, 138, 209, 216, 220
Pelc Jerzy 79, 227, 230
Perelman Chaim 59, 229
Perzanowski Jerzy 37, 79, 226, 231
Pietruszczak Andrzej 189, 230, 231
Platon 43, 177
Pogorzelski Witold 144, 229
Popkin Richard H. 25, 226, 228
Poręba Marcin 58, 231
Prantl Carl 56, 147, 230
- Quine Willard Van Orman 77, 229
- Radice Roberto 33, 229
Reale Giovanni 33, 36, 229
Reck Erich H. 20, 29, 68, 78, 106, 132, 148, 189, 208, 214, 218, 224, 225, 229, 230
Rickert Heinrich 28, 29

- Ritter Joachim 26, 33, 225, 226, 229
 Rotter Krzysztof 7, 8, 10, 20, 24, 27, 48, 49, 56, 59, 67, 103, 104, 107, 120, 126, 128, 147, 131, 165, 209, 213, 214, 222–224, 230, 231
 Russell Bertrand 7, 9, 12, 33, 40, 48, 65, 70, 76, 78, 79, 87, 93, 95, 97, 100, 106, 108, 117, 124–126, 186, 187, 196, 209, 211, 221, 230
 Rygalski Andrzej 59, 189, 230
- Scheler Max 25
 Schering Ernest 205
 Schilpp Paul Arthur 156, 227, 229
 Schlotter Sven 26, 28, 230
 Scholz Heinrich 209
 Schömlich Oscar 172, 230
 Schröder Bernhard 213
 Schröder Friedrich Wilhelm Karl Ernst 215
 Schubert Hermann 163, 216
 Searle John 35, 76, 230
 Seeger H. 167, 217
 Sidorek Janusz 98, 226, 230
 Sigwart Christoph 38, 230
 Simmel Georg 26
 Sluga Hans 9, 19–21, 25–29, 32, 49, 104, 107, 151, 189, 190, 191, 195–197, 206, 208, 209, 230
 Słupecki Jerzy 123, 228
 Sommer Łukasz 29
 Sosnowski Maciej 25
 Stanosz Barbara 204, 224
 Stępień Antoni B. 35, 230
 Strawson Peter F. 33, 78, 153, 199, 230
 Stuhlmann-Laeisz Rainer 213
 Stumpf Carl 209, 221
 Suchorzewska Janina 38, 226
 Szaniawski Klemens 72, 229
 Suszko Roman 73, 74, 77, 104, 184, 224, 230
 Szubka Tadeusz 31, 33, 45, 71, 157, 225, 226
 Šuster Danilo 33, 223, 225
 Szymanek Krzysztof 156, 157, 171, 231
- Thiel Christian 7, 9, 10, 20, 29, 32, 34, 49, 63, 70, 94, 99, 120, 131, 132, 165, 191, 209, 211–214, 222–224, 230, 231
 Thomae Carl Johannes 163, 215, 217
 Thomas Ivo 7, 109
 Tokarz Marek 8, 228
 Trendelenburg Adolf 20, 24, 25, 231
 Twardowski Kazimierz 23, 229
- Vailati Giovanni 209, 222
 Veraart Albert 212, 214
- Waismann Friedrich 29, 227
 Weierstrass Karl Theodor Wilhelm 163
 White Roger 95, 214
 Whitehead Alfred North 97, 100, 117, 125
 Wiggins David 156, 231
 Windelband Wilhelm 27–30, 231
 Winter Ed. 217
 Wittgenstein Ludwig 7, 9, 20, 25, 29, 30, 32, 42, 57, 59, 68–70, 76, 87, 104, 112, 120, 143, 148, 149, 151–153, 168, 189, 197, 198, 203, 207–209, 221, 222, 224–227, 229–231
 Woleński Jan 37, 68, 79, 97, 102, 103, 140, 154, 189, 190, 197, 198, 209, 228, 229, 231
 Wolniewicz Bogusław 11, 17, 30, 106, 112, 142, 153, 165, 168, 212–217, 223, 231
 Wuchterl Kurt 37, 231
- Zalta Edward N. 33, 118, 223, 231
 Zieliński Edward Iwo 33, 229
 Znamierowski Czesław 70, 72, 182, 186, 226, 229, 230
 Zsigmondy Karl 179, 209, 222
- Żegleń Urszula M. 24, 231
 Żeleźnik Tadeusz 35, 149

Gabriela Besler

Gottlob Frege's Concept of Philosophical Analysis

S u m m a r y

However Frege was a mathematician he is regarded as a philosopher who pointed out the paradigm of philosophical analysis in the XXth century. Frege's method of philosophical analysis could be described as rational investigation of objective, invariable and eternal objects like numbers, thought and truth. There are following "tools" used in his philosophical analysis: distinction between function and its argument, semantics and logic. In spite of the fact that Frege did not present conception of his analysis it is possible to reconstruct it on the ground of his writings.

In the first chapter named *Introducing Problems* I present Frege's philosophy on the background of German philosophy in the XIXth century. Next I consider how to describe analytical philosophy and if Frege's philosophy could be treated as an example of the approach. Then I introduce an analysis as a method of philosophy.

In the second chapter *Types of Analysis* I describe three types of analysis used by Frege. The basic one is analysis using mathematical distinction between function (described as a constant element which needs to be completed by argument) and its argument (described as an interchangeable element which does not need to be completed). In this example analysis is a process of breaking down judgeable content into two elements: one playing a part of function and the other of its argument.

The next is a language analysis which is grounded on his investigation of natural language and its semantics in which Frege made use of the context principle and the sense-reference distinction). His logical analysis relies on using the conceptual notation (named *Begriffsschrift*). I describe his semantics conceptual notation and present the historical development of it in Frege's writings. It could be said that logical analysis begins there where there are assertion, proposition, truth-values and the correct structure of the sentence. Logical analysis is a process of breaking the sentence down into its logical components to show logical structure of the sentence if need be to correct the logical structure of the sentence.

Analysis is not the only methodological operation used by Frege, there are also defining, elucidation and reasoning by analogy too. In order to underline Frege's understanding and the aim of analysis I describe these methodological operations.

In the third chapter *Analysing and other Cognitive Actions* I present Frege's conception of definition and elucidation. Both are distinguished from analysis. Analysing, defining and elucidating deal with three different notions: 1) analysable, that means capable of being divided into parts; 2) definable meaning possible to describe clearly by using logical notions, 3) primitive terms (named also as logical simple) which are not analysable and not definable only elucidated. In this chapter I show some examples of reasoning by analogy from Frege's writings.

In the last chapter *Investigation of Philosophical Problems* I try to show how Frege's method is used to investigate philosophical subjects like: What is a number? What is truth? He distinguished number as German's *Zahl* which is undefined, untemporal and unspatial but a real object and number as *Anzahl* which can be defined and gives us answer to the question: how many things are there? The last one is the famous Frege's definition of number by abstraction which turned out as paradigm of philosophical analysis in XXth century. Therefore, it is interesting to list his steps how to deal with philosophical problems:

1) According to context principle, the central word from your philosophical problem put into a natural language sentence.

2) Break the sentence down to show its part saturated (interchangeable) and the one unsaturated (constant)

3) Determine to which part of sentence your word belongs.

4) If all words in the sentence have reference, the sentence has its reference too, it is true or false. If there are words in the sentence without references the sentence has no truth-values. Nonetheless it could have its sense.

5) (If need be) Consider which words of the sentence could be replaced so that:

a) the truth-value of the sentence is the same (*salva veritate*);

b) the new sentence is still judgeable content (*salva congruitate*)

6) Remember that scientific sentence which has no truth-values express no thought;

7) Using conceptual notation (named as *Begriffsschrift*) present correct logical structure of the sentence and next make it concrete according the given sentence;

8) If the investigate a word is simply one:

a) Do its definition if it is definable; remember about conditions of correct definition;

b) Do its elucidation if it is simple and undefinable;

9) To do complex investigation use Frege's ontological determinations, like distinction between object and concept or three realms (spatio-temporal objects, subjective experiences and unspatio and untemporal objects like truth, numbers and thoughts).

However it was the Frege's way of doing philosophy, his investigation of truth was not by using the above scheme because of nature of truth. There is no one conception of truth in Frege's philosophy. He began with truth in the background of judgement and finished with truth understood as one of two truth-values which is a real (but not temporal and not spatial) object that cannot be defined.

Finally in *Appendix* I present some information about Frege's life and his academic development.

Gabriela Besler

Gottlob Frege's Konzeption der philosophischen Analyse

Z u s a m m e n f a s s u n g

Obwohl Frege eine mathematische Ausbildung hatte, wurde er für ein Philosoph gehalten, der das philosophische analytische Paradigma des zwanzigsten Jahrhunderts angesetzt hat. Seine Analyse war eine Methode der Untersuchung von ewigen und unveränderlichen Objekten, solchen wie Zahlen, Gedanken, Wahrheit und Falsch. Bei der Durchführung der Analysen benutzte er die Unterscheidung zwischen Funktion und ihrem Argument, sowie Semantik und Logik. Obwohl Frege die Charakteristik der Analyse nirgendwo als Erkennungsaktivität dargestellt hat, lässt sie sich anhand von seinem Schreiben rekonstruieren.

In dem ersten Kapitel mit dem Titel *Einführungsprobleme*, stelle ich Freges Philosophie auf dem Hintergrund der deutschen Philosophie im neunzehnten Jahrhundert dar. Hierzu zeige ich ebenfalls durch welches Verständnis der analytischen Philosophie Frege für deren Vertreter gehalten werden kann. Daraufhin präsentiere ich die Analyse als eine von vielen philosophischen Methoden.

In dem zweiten Kapitel *Analysetypen* beschreibe ich drei Analysetypen, die von Frege benutzt wurden. Grundlegend ist die Analyse durch Unterscheidungen innerhalb eines Teilsatzes nach dem Modell der mathematischen Funktion (sie wird als unveränderliches Element charakterisiert, das einer Ergänzung bedarf) sowie eines Teiles das dem Argument dieser Funktion entspricht (es wird als veränderliches Element charakterisiert, das keiner Ergänzung bedarf). Ein anderer Typ der Analyse ist die sprachliche Analyse, die auf Freges Analysen der natürlichen Sprache sowie Semantik gestützt wird, die von ihm herausgearbeitet wurden. Hierzu gebrauchte er hauptsächlich das Kontextprinzip sowie Unterscheidungen von Sinn und Bedeutung. Die logische Analyse bedient sich wiederum der Begriffsschrift, die von Frege herausgearbeitet wurde. Sie besteht darin, einen Satz in der Logiksprache niederzuschreiben, um seine logische Struktur zu zeigen.

Frege benutzte nicht nur das Analysieren, sondern auch Definieren und Erläutern sowie Schlussfolgern in Anlehnung an die Analogie. In dem Kapitel *Analysieren und andere Erkennungsaktivitäten* werden die vorliegenden methodologischen Handlungen näher beschrieben, um auf deren Hintergrund die Spezifik der Analyse zu zeigen. Das Definieren und das Erläutern werden von dem Analysieren un-

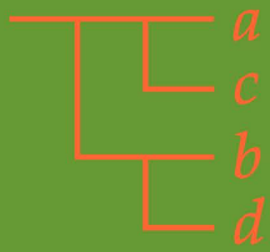
terschieden. Diese Handlungen bleiben differenziert in Abhängigkeit davon, worauf sie sich beziehen: 1) die analysierten Worte, also zerlegbare Einzelteile; 2) die unzerlegbaren jedoch definierbaren Worte; 3) die nicht analysierten und undefinierbaren Worte, die sich allerdings erläutern lassen und logisch einfach sind. In diesem Kapitel sammle ich ebenfalls Beispiele des Analogieschlusses, die in Freges Schreiben vorzufinden sind.

In dem letzten Kapitel *Untersuchung der philosophischen Problemen* präsentiere ich die vorher beschriebene Methode von Frege in Anwendung an zwei philosophische Probleme: Was ist eine Zahl? Was ist die Wahrheit? Frege unterschied zwischen Zahl und Anzahl. Zahl ist ein nicht räumliches, nicht zeitliches, objektives und undefinierbares Objekt. Anzahl ist wiederum definierbar und beantwortet die Frage: wie viele Objekte gibt es in einer bestimmten Art? An dieser Stelle hat Frege seine berühmte Definition der Zahl durch Abstraktion dargestellt, was sich als Paradigma der philosophischen Analyse des zwanzigsten Jahrhundert zeigte.

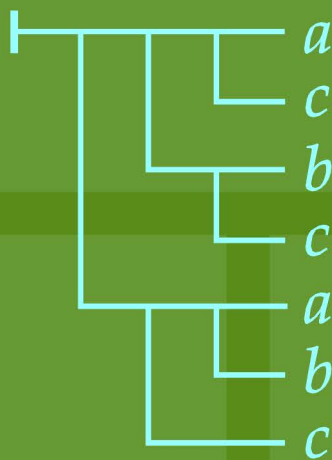
Es lässt sich nicht von einer einzigen Konzeption der Wahrheit in Philosophie von Frege sprechen. Frege ging von einer aus dem Hintergrund betrachtenden Wahrheit aus, anstatt von „wahr“ und „falsch“ benutzte er Bezeichnungen wie: „anerkannt“ – „bestritten“, „richtig“ – „inkorrekt“. Am Höhepunkt seiner Untersuchungen ist er zu der These über Objektivität der Wahrheit sowie Konzeption der Wahrheit und des Falschem als logische Werte gekommen. Die Untersuchung der Frage über Wahrheit hat er mit einer These über Undefinierbarkeit der Wahrheit und ihrem Zusammenhang mit dem Dritten Reich abgeschlossen.

In *Appendix* befinden sich von mir ausgesuchte und wichtigste Informationen über Freges Leben und seiner wissenschaftlicher Entwicklung.

In der vorliegenden Arbeit werden Bibliografien des gesamten Schreibens und Briefe von Frege sowie Auflagen seiner Schreiben und von mir zitierte Literatur bezüglich seines wissenschaftlichen Schaffens hinzugefügt.



Cena 28 zł



$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

ISSN 0208-6336
ISBN 978-83-226-1902-5