

ÉPREUVES DE CONSTRUCTIONS FRACTALES

ÉRIC BRIAN

Comment l'instant fait-il époque ? Le xxi^e siècle commence-t-il avec le premier jour de l'an comme le calendrier l'indique ? Avec sa première seconde comme les spectacles de rue ou les fêtes télévisées le montrent ? Plus tôt encore, indiciblement au plus près du siècle précédent, ce que suggère un scrupule mathématique ? Ou l'année d'avant sous l'empire dérisoire du bug $Y2k$ ¹ ? Encore dix ans plus tôt, quand tombe le mur de Berlin ? Superstitions, nombres, frontières, spéculations savantes et interprétations politiques se conjuguent dès qu'on porte attention à une date. Mais débarassé de son cortège de fascination, le jeu de l'instant à l'époque, n'est finalement qu'un cas particulier, certes patent ces temps-ci, d'une classe d'objets qu'on appellera « objets d'échelle » et dont la caractéristique est qu'il comporte plusieurs niveaux du même phénomène, comme emboîtés les uns dans les autres, cet emboîtement même, et ses limites, lui procurant sa cohérence.

Pour penser de tels objets, et pour être en mesure de raisonner sur leur structure, sur ces effets d'emboîtements précisément, la géométrie procure un modèle de comparaison puissant : celui des courbes fractales. Celles-ci ont été conçues et explorées, il y a déjà plusieurs décennies, par le mathématicien Benoît Mandelbrot. Partant d'une forme élémentaire, on lui applique une transformation simple. Puis, passant à la transformée, on réitère la même transformation, et ainsi de suite. On obtient alors aux différents stades des itérations, des formes qui ont la particularité d'être analogues d'un stade à l'autre. À toute échelle, pour employer une métaphore cartographique, la structure morphologique de la courbe est la même². Ainsi, parmi les objets d'échelle, les courbes fractales ont la propriété de

1. Je me souviens, eût dit Georges Perec, qu'en 1999, l'acronyme $Y2k$ désignait le passage à l'an 2000 (Y pour *year*, k pour *kilo*, soit milliers).

2. Le lecteur, qui ne se sentirait pas familier de telles constructions, peut se reporter à l'article de Vincent BONTEMS, « L'art au temps des fractales », dans ce même volume, *infra*, p. 117-145, qui lui procurera une panoplie d'exemples et de contre-exemples.

figurer des structures particulières dont la construction est contrôlée. Pour dire les choses à la manière des statisticiens qui comparent les distributions empiriques à des modèles probabilistes de dispersion dont la structure est maîtrisée parce que construite, les objets fractals sont aux objets d'échelle ce que les hypothèses de distribution normalisées sont aux distributions empiriques : des bases de comparaisons définies par leur simplicité structurale. Pour cette raison, le raisonnement sur les objets d'échelle et la réflexion sur les constructions fractales sont profondément dépendants : les secondes sont comme les épreuves des premiers.

En physique contemporaine, la réflexion sur l'échelle des objets est une voie ouverte en vue du traitement de l'épineuse question posée par la coexistence de deux grandes théories, celle de la relativité générale et celle de la physique quantique. Les travaux de Laurent Nottale dans cette voie sont précisément fondés sur une construction mathématique fractale qui établit une dimension d'échelle analogue aux dimensions d'espace et de temps. Pour autant que l'on considère les phénomènes physiques comme devant être rapportés à un espace à quatre dimensions spatio-temporelles, tel celui conçu par Albert Einstein, ces mêmes phénomènes seraient alors à envisager dans un espace doté de cette nouvelle dimension. Plusieurs conséquences en découlent. La première est la possibilité de concevoir une relativité d'échelle propre à cette dimension qui généralise une fois de plus la notion, voire le concept de relativité du mouvement dont on peut suivre l'itinéraire de Galilée à Einstein³. La deuxième est la fourniture d'une base physico-mathématique strictement construite sur laquelle les phénomènes propres aux deux grandes théories physiques peuvent être rigoureusement situés. La troisième est de rendre concevable l'itinéraire d'un même phénomène physique d'une position dans cet espace à une autre, c'est-à-dire, pour parler communément, d'un certain niveau d'échelle, ici dans l'espace et à ce moment, vers un autre niveau, ailleurs et dans un autre temps.

Les travaux de Nottale s'inscrivent dans un vaste chantier : celui de l'unification des théories physiques du xx^e siècle. On se doute que s'ils comportent des avancées originales et puissantes, ils sont, de ce seul fait, l'objet d'examen critiques parmi les physiciens. Bien que plusieurs résultats puissent, dès aujourd'hui, être portés à son actif, nous savons ici, par l'expérience que procure la familiarité des cheminements de plusieurs siècles d'histoire des sciences, qu'une théorie de ce genre ne saurait être sanctionnée en quelques années. Mais nous pouvons dès maintenant faire un

3. Le livre de Laurent NOTTALE, *La Relativité dans tous ses états. Au-delà de l'espace-temps*, Paris, Hachette Littératures, 1998, 2000², récapitule ses propositions. Il a été analysé par Joël MERKER dans « Deux infinis cousus main », *Revue de synthèse*, 4^e S., 1, janv.-mars 1999, p. 165-174.

constat⁴. Plus qu'une théorie physique particulière, en effet, la démarche de Nottale est celle d'une ouverture d'horizon comparable aux effets heuristiques de la conceptualisation, il y a près d'un siècle, de l'espace-temps dans le cadre de la relativité restreinte. Un chercheur prudent peut même se demander si la théorie de la relativité d'échelle, en autorisant une démarche de pensée, un protocole d'*induction* au sens de Gaston Bachelard⁵, ne reste pas programmatique, même si, ce faisant, elle procure déjà des résultats appréciables. Un lecteur bienveillant répond alors que la qualité de la théorie réside précisément dans cette puissance qu'il faut explorer. Il ne peut s'agir ici de s'arroger un quelconque droit de sanction, mais plutôt de procéder à une confrontation critique de la théorie avec d'autres domaines.

Dans ce but, ce numéro est formé de plusieurs éléments d'appréciation donnés au lecteur. Il s'agit tout d'abord de fournir le moyen d'entrer dans la logique même de la théorie. C'est l'objectif du premier article, où Nottale expose de manière dépouillée la structure de sa théorie. Deux jeunes philosophes se sont attelés, pour leur recherches doctorales, à un examen épistémologique de la relativité d'échelle. Chacun de leur côté, ils ont examiné l'extension de la notion de relativité proposée par Nottale et l'ont évaluée à l'aune des analyses de Simondon. Leur rencontre a conduit au deuxième article de ce dossier.

L'une des expériences que le xx^e siècle nous procure est celle des télescopes incontrôlés entre les théories physiques, la philosophie et les sciences sociales⁶. Or, au moment même où la physique connaît la formation de la relativité d'échelle, les sciences économiques sont touchées par le recours à des calculs fondés sur les constructions fractales et les sciences sociales prennent au sérieux les questions d'échelles. Une série de clarifications est donc nécessaire afin d'éviter les analogies intempestives, voire frauduleuses, entre les différentes questions qui se posent ici et là. Dans le domaine du calcul économique, par exemple, il importe de préciser com-

4. Pour rendre explicite ce « nous », il faut préciser que ce numéro a été conçu par Charles Alunni et Éric Brian, avec l'aide de Vincent Bontems. Il a été préparé par diverses discussions entre les animateurs et les auteurs des articles. Beaucoup d'entre elles se sont déroulées au cours, ou en marge, de réunions du « Laboratoire disciplinaire » (ENS-EHESS). Pour une présentation de ce laboratoire, voir Charles ALUNNI, « " Pensée des sciences ". Un laboratoire », n^o spéc. « Pensée des sciences », *Revue de synthèse*, 4^e S., 1, janv.-mars 1999, p. 7-15. Le texte de Christian Walter provient de travaux conduits au sein du groupe « Histoire et épistémologie de la finance » de la Fondation de la Maison des sciences de l'homme; le texte de Paul-André Rosental, de recherches menées au sein de l'UR 11 « Histoire et populations. Histoire des sciences-histoire économique et sociale » de l'Institut national d'études démographiques et du Centre de recherches historiques de l'EHESS.

5. C. ALUNNI, « Relativités et puissances spectrales chez Gaston Bachelard », n^o spéc. « Pensée des sciences », *Revue de synthèse*, 4^e S., 1, janv.-mars 1999, p. 73-110.

6. Voir le numéro spécial « Actualité et épistémologie », *Revue de synthèse*, 4^e S., 1, janv.-mars 1998, qui faisait ce constat en répondant aux misères de la conjoncture commandée par l'« affaire Sokal ».

ment on peut recourir aujourd'hui aux fractales dans les mathématiques financières. C'est l'objet de l'article de Christian Walter, l'un des contributeurs à ces développements.

En sciences sociales, un objet d'échelle peut être par exemple un phénomène qui met en jeu des niveaux imbriqués d'identités sociales. L'essai d'Abram de Swaan sur le génocide rwandais montrera que de tels phénomènes sont à l'œuvre dans cette tragédie récente, qu'ils sont analysables à partir de données sociales et économiques et qu'ils appellent une analyse sociologique attentive à la notion d'échelle. Les historiens, eux aussi, sont alertés à propos d'une telle notion. Partant de l'analogie avec les cartes géographiques, le mot « échelle » est même devenu l'emblème de la discussion par les spécialistes de langue française des démarches caractéristiques de la microhistoire⁷. L'article de Paul-André Rosental fait un point sur cette question en interrogeant le caractère « local » d'une source, clé du raisonnement dans ce registre historiographique.

Après deux textes de clarification sur la relativité d'échelle, et deux autres en forme d'état de lieux voisins mais non pas analogues, il devient possible de comprendre comment Nottale lui-même envisage d'étendre sa construction à une discipline qui ne relèverait pas de la théorie physique. C'est l'objet d'une cinquième pièce apportée à ce dossier. Il s'agit maintenant de construire, selon le principe de la relativité d'échelle, une périodisation susceptible d'être confrontée à une théorie de l'évolution en histoire naturelle.

Toujours dans un souci de mise en garde à l'encontre des effets de dérive et d'approximation, une autre pièce de puzzle est livrée au lecteur. Les constructions fractales offrent en effet une vaste panoplie de modèles, d'usages, de déplacements, de métaphores, d'analogies, de singeries et d'élucubrations dans le domaine artistique. Vincent Bontems l'a passée en revue systématiquement pour y discerner une typologie des gestes de dérivation des constructions fractales. Il établit ainsi une grille de lecture de ces différents types de déplacements des mathématiques à l'esthétique contemporaine, grille qui, en retour et par analogie, est susceptible d'aider à qualifier les mouvements de pensée par lesquels nous pouvons concevoir les rapports entre les différentes occurrences d'objets d'échelle dont il est question au fil de ce numéro.

On l'aura compris, l'ensemble du dossier est livré au lecteur non pour accréditer l'illusion d'un paradigme de l'échelle ou de la fractalité, ni pour proclamer l'omnipotence de la relativité d'échelle, mais pour tracer, au

7. Jacques REVEL, dir., *Jeux d'échelles. La microanalyse à l'expérience*, Paris, Seuil/Gallimard, 1996.

moyen de quelques traits précis et réfléchis, les contours d'une classe d'objets nouveaux. Par une série de commentaires construits à la manière d'un jeu de miroirs, nous avons enfin tenté d'en suggérer la fécondité.

Éric BRIAN
(mars 2001).