Georg Brun

Die richtige Formel

Philosophische Probleme der logischen Formalisierung

2. Auflage

2004

Frankfurt am Main, ontos ISBN 3-937202-13-7

Logik ist nach dem traditionellen Verständnis eine *ars iudicandi,* eine Kunst, die Gültigkeit von Schlüssen zu prüfen. Damit die formalen Mittel der modernen Logik zu diesem Zweck eingesetzt werden können, müssen erst Formeln an die Stelle von Sätzen treten: umgangssprachliche Schlüsse müssen adäquat formalisiert werden. *Die richtige Formel* entwickelt ein theoretisches Konzept des Formalisierens und praktisch anwendbare Adäquatheitskriterien für Formalisierungen. Dabei werden zentrale Fragen der Philosophie der Logik unter dem Gesichtspunkt des Zusammenspiels von Umgangssprache und Formalismus untersucht. Die ausführliche und systematische Diskussion von Formalisierungstests bietet eine wichtige Ergänzung zu den traditionellen Logiklehrbüchern.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsübersicht

Philosophie ist ein diskursives Unternehmen. Ich danke deshalb allen, die mit mir über Logik und Formalisieren diskutiert haben, auch wenn ich hier nicht jede und jeden persönlich nennen kann. Mit Peter Schulthess habe ich während unserer langjährigen Zusammenarbeit so viele Disputationen geführt dass ich nicht mehr genau sagen kann, welche Idee von wem stammt, was ich nun aus dem Logikkurs übernommen habe und was den umgekehrten Weg gegangen ist. Viel gelernt habe ich auch von den Studentinnen und Studenten, die mich mit scharfsinnigen oder aberwitzigen Formalisierungsvorschlägen immer wieder gezwungen haben, meine Argumente zu prüfen. Unzählige Verbesserungen verdanke ich Christoph Baumberger, der das Manuskript mit mir in allen Einzelheiten diskutiert hat, und manches wäre ohne die Gespräche mit Dominique Küenzle, Matthias Schaedler und Marek Vaverka weniger klar geblieben. Für die finanzielle Unterstützung danke ich der Paul Schmitt-Gedächtnisstiftung. Dieses Buch ist Maria und Josef gewidmet.

Einleitung

Das Problem, das ich „Problem der adäquaten Formalisierung“ nenne und in diesem Buch untersuche, ist vermutlich allen, die einmal einen Einführungskurs in die Elementarlogik besucht haben, nur allzu bekannt. Zum Beispiel: Ist $\neg\exists x\forall y\neg f(x,y)$ eine adäquate Formalisierung der Aussage „Jeder liebt jemanden.“? Oder weshalb genau kann die Aussage “Some critics admire only one another.”[1] nicht adäquat mit $\exists x(f(x)\rightarrow\forall y(g(x,y)\rightarrow f(x)))$ formalisiert werden? Als allgemeine Fragen formuliert: Was bedeutet es, eine Aussage adäquat zu formalisieren? Welche Kriterien können verwendet werden, um zu entscheiden, ob eine bestimmte logische Formel eine adäquate Formalisierung einer gegebenen Aussage darstellt? Kurz: Was ist eine adäquate Formalisierung?

Im Folgenden soll diese Frage im Kontext der formalen Logik verfolgt werden, und zwar – von gelegentlichen Seitenblicken abgesehen – in ihrer modernen, seit dem Ende des 19. Jahrhunderts im Anschluss vor allem an Frege und Russell entwickelten Gestalt. Dabei werde ich mich weitgehend auf die klassischen und elementaren Teilgebiete dieser Logik konzentrieren, die sich als „Standardlogik“ bezeichnen lassen. Es liegt in der Natur der zu untersuchenden Fragestellungen, dass ich einen sprachphilosophischen Zugang zur Logik wählen und den in dieser Tradition auch gepflegten, vollständig mathematischen Zugang nicht berücksichtigen werde. Dies einfach deshalb, weil sich das Problem der adäquaten Formalisierung überhaupt nicht stellt, wenn man unter Logik ausschließlich die Lehre von bestimmten mathematischen Objekten versteht. Wenn im Folgenden das Wort „Logik“ ohne nähere Einschränkung verwendet wird, so ist es immer im Sinne dieser soeben charakterisierten Tradition der Logik gemeint. Damit bleibt natürlich vieles unberücksichtigt: Ich werde nicht untersuchen, wie sich das Problem der adäquaten Formalisierung in anderen Traditionen der Logik stellt, und welche Lösungsmöglichkeiten sich ergeben, wenn man solche alternativen Zugänge zu diesen Fragen verfolgt. Somit bleiben Forschungen, die auf einem anderen, zum Beispiel phänomenologisch orientierten Logikverständnis basieren, generell unberücksichtigt,[2] aber auch die Ergebnisse der so genannten Argumentationstheorie (Rhetorik, Informale Logik, Theorie der Fehlschlüsse usw.)[3], insofern diese gegenüber der modernen formalen Logik wesentlich erweiterte Fragestellungen untersuchen.

---

1 Das Beispiel stammt von Geach und Kaplan; vgl. *Boolos: To be is to be a value of a variable*, S. 432–433. Quine diskutiert es an verschiedenen Stellen, z.B. *Quine: Methods of logic (4)*, S. 293.

2 Für eine orientierende Übersicht vgl. etwa die entsprechenden Ausführungen in *Dascal, Gerhardus, Lorenz, Meggle: Sprachphilosophie.*

3 Eine Übersicht über die verschiedenen Forschungsrichtungen und Hinweise auf aktuelle Literatur bieten *van Eemeren, Grootendorst, Snoeck Henkemans: Fundamentals of argumentation theory;* für einen kurzen Überblick vgl. *van Eemeren, Grootendorst: Developments in argumentation theory.* Näheres dazu in Kapitel 1.1.

Um eine erste Übersicht zu erhalten, seien zunächst drei Aspekte des Problems der adäquaten Formalisierung unterschieden:

1. Was bedeutet „adäquat formalisieren"?
2. Wie kann eine Formalisierung auf Adäquatheit geprüft werden?
3. Wie können adäquate Formalisierungen hergestellt werden?

Die erste Frage ist begrifflicher Natur. Um sie zu beantworten, sind Begriffe wie *adäquat, Formalisierung, logische Form* usw. zu erklären. Die zweite Frage versteht das Problem der adäquaten Formalisierung als ein praktisches. Sie zielt auf Adäquatheitstests für Formalisierungen, das heißt auf Kriterien, die Formalisierungen erfüllen müssen, wenn sie als adäquat gelten sollen. Auch bei der dritten Frage geht es um ein praktisches Problem, nämlich um eine Anleitung, mit deren Hilfe die zu einer Aussage passenden Formeln aufgefunden werden können. Eine solche Anleitung wird im Folgenden als *Formalisierungsverfahren* bezeichnet und damit von der *Formalisierungstheorie* unterschieden, die eine Antwort auf die ersten beiden Fragen bieten soll. Zu den Aufgaben einer Formalisierungstheorie zählt also nicht nur eine Konzeption des adäquaten Formalisierens, gestützt etwa auf eine Analyse des Begriffs der logischen Form, sondern auch die Entwicklung von *Adäquatheitskriterien,* die in der Praxis des Formalisierens angewendet werden können.

Formalisierungstheorie und Formalisierungsverfahren sind allerdings nicht völlig unabhängig voneinander – nur schon deshalb nicht, weil Formalisierungsverfahren selbstverständlich nicht zu beliebigen, sondern zu adäquaten Formalisierungen führen sollten. Unter diesem Gesichtspunkt könnte man die Aufgabe einer Formalisierungstheorie auch dahingehend bestimmen, dass sie erklären sollte, was Formalisierungsverfahren leisten müssen und wie sich das überprüfen lässt. Man könnte sogar – in Analogie zur Idee des konstruktiven Beweises in der Mathematik – versuchen, eine Formalisierungstheorie zu finden, die „konstruktiv" ist, in dem Sinne, dass sie den Begriff des adäquaten Formalisierens so erklärt, dass diese Erklärung als Handlungsanweisung für das Formalisieren verwendet werden kann. Umgekehrt wäre es auch möglich, die Formalisierungstheorie auf ein Formalisierungsverfahren zu reduzieren, indem man genau diejenigen Formalisierungen als adäquat auffasst, die einem bestimmten Verfahren entsprechen.[4]

Im Folgenden werde ich mich vor allem auf die Formalisierungstheorie konzentrieren und keine solche Reduktion der Formalisierungstheorie auf ein Verfahren oder umgekehrt anstreben. Ich untersuche deshalb auch keine spezifischen Probleme einzelner Formalisierungsverfahren, sondern gehe nur soweit auf Verfahren ein, als dies für die Diskussion von Begriff und Kriterien der Adäquatheit notwendig ist.

---

4 Das schlägt z.B. Otto in *The linguistic basis of logic translation* vor (siehe insb. S. 19–20).

Mit den folgenden Untersuchungen zum Problem des adäquaten Formalisierens verfolge ich eine doppelte Zielsetzung. Ein erstes Interesse gilt der Formalisierungspraxis, so wie sie zum Beispiel in den gängigen Kursen und Lehrbüchern vermittelt wird. Insbesondere soll untersucht werden, wie die in dieser Praxis oft nicht ausdrücklich formulierten, aber doch vorausgesetzten Anforderungen an adäquate Formalisierungen in explizite Kriterien gefasst werden können. Da es mir darum geht, ein Stück der Tradition der modernen formalen Logik zu rekonstruieren, um diese besser zu verstehen, wäre es verfehlt, von vornherein auf eine Kritik an der üblichen Formalisierungspraxis oder den ihr zugrunde liegenden Annahmen abzuzielen. Vielmehr werde ich von den grundlegenden Annahmen der klassischen Logik ausgehen und zum Beispiel voraussetzen, dass Aussagen zweiwertig sind, oder dass die Vagheit und Mehrdeutigkeit vieler sprachlicher Ausdrücke unter geeigneten Bedingungen ausgeblendet werden kann. Aus demselben Grund werde ich als Beispiele meist Formalisierungen von ganz einfachen Aussagen untersuchen, so wie sie als elementare Beispiele in jedem Logiklehrbuch vorkommen. Allerdings werde ich die Diskussion nicht auf ein bestimmtes logisches System beschränken, um so zeigen zu können, wie sich das Problem des adäquaten Formalisierens in verschiedenen logischen Systemen mit unterschiedlichen Begriffen der logischen Form stellt.

Ein zweites Ziel besteht darin, das Problem der adäquaten Formalisierung als bisher nicht so ausgiebig benutzte „Hintertüre“ zu zentralen Fragestellungen der Philosophie der Logik zu verwenden, um aus dieser eher ungewohnten Perspektive einigen altbekannten Problemen neue Aspekte abgewinnen zu können. Insbesondere werde ich nicht nur die bekannte Strategie verfolgen, mit Hilfe einer Analyse des zentralen Begriffs der logischen Form zu erklären, was adäquat formalisieren bedeutet; vielmehr soll auch versucht werden, vom Begriff des adäquaten Formalisierens und den Adäquatheitskriterien für Formalisierungen her den Begriff der logischen Form zu erhellen.

Zur Relevanz des Problems der adäquaten Formalisierung

Mit drei Hinweisen möchte ich erläutern, weshalb das Problem der adäquaten Formalisierung als zentrales Problem der Logik und der Philosophie der Logik gelten kann.

1. Der klassische Ort der Anwendung der Logik in der Philosophie ist die kritische Prüfung eines Arguments auf seine logische Gültigkeit hin. Eine solche Prüfung verläuft in etwa nach folgendem Muster: Zuerst werden Prämissen und Konklusion des zu prüfenden Arguments aus einem Text extrahiert, anschließend werden diese formalisiert, das heißt, es werden ihnen Formeln eines logischen Formalismus zugeordnet; schließlich versucht man mit Hilfe des logischen Formalismus nachzuweisen, dass ein gültiger Schluss vorliegt; gelingt dies, so ist die Gültigkeit des Arguments nachgewiesen, andernfalls nicht. Welche Bedeutung dem Problem der adäquaten Formalisierung hier zukommt, lässt sich

leicht ersehen, wenn man sich fragt, wie gegen das Resultat einer solchen logischen Analyse argumentiert werden kann. Eine erste Strategie besteht darin, sich gegen das Unternehmen einer logischen Analyse als solches zu verwahren, indem man beispielsweise vorbringt, dass mit den Mitteln der Logik das für die Gültigkeit des Arguments Relevante nicht erfasst werden könne. Dies führt zu einer Diskussion über die Begründung der Logik und zur Frage, welche normativen Ansprüche die Logik erheben kann und wie diese gerechtfertigt werden können. Eine zweite Strategie besteht darin, das verwendete logische System anzugreifen. Einerseits kann man die Wahl einer bestimmten Logik in Frage stellen, indem man beispielsweise vorbringt, dass anstelle einer klassischen eine intuitionistische oder eine modale Logik für eine angemessene Analyse des Arguments benötigt würde. Andererseits kann sich der Angriff auf bestimmte Eigenschaften des logischen Formalismus, wie Widerspruchsfreiheit oder Korrektheit, beziehen, also auf Fragen, die mit metalogischen Argumenten geklärt werden müssen. Setzt man voraus, dass diese Fragen nicht strittig sind, so bleiben als Strategien gegen die logische Analyse nur noch der Hinweis auf einen Fehler im logischen Beweis (was sich leicht prüfen lassen sollte) oder aber Einwände gegen die Formalisierung des Arguments. Natürlich sind diese verschiedenen Strategien voneinander abhängig: Es macht keinen Sinn, die Formalisierung des Arguments anzugreifen, wenn man sich nicht über die anderen Punkte im Klaren ist. Andererseits bleibt, wenn man sich über das generelle Vorgehen einig ist, Prämissen und Konklusion identifiziert sind und die Wahl des logischen Systems getroffen ist, nichts anderes mehr übrig, als die Formalisierung einzelner Aussagen anzugreifen. So erweist sich die Frage nach der Adäquatheit der Formalisierung in vielen Fällen als Achillesferse bei der logischen Prüfung eines Arguments: Diese kann höchstens so zwingend sein, wie die Gründe, die für die verwendeten Formalisierungen vorgebracht werden können. Man wird niemanden mit einem logischen Nachweis von der Gültigkeit eines Arguments überzeugen können, wenn man ihn nicht auch davon überzeugen kann, dass man wirklich *dieses* Argument analysiert hat und nicht einfach aufgrund irgendwelcher Formelmanipulationen etwas über das Argument behauptet. Eine Theorie des adäquaten Formalisierens ist deshalb für eine Begründung des normativen Anspruchs der Logik als einer *ars iudicandi,* im Sinne einer Kunst des Prüfens von Argumenten, unverzichtbar. Oder wie sich Blau ausdrückt: Ohne eine solche Theorie hängt die Logik völlig in der Luft.[5]

---

[5] *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 4; vgl. auch *Quine: Methods of logic (4),* S. 53; *Beckermann: Einführung in die Logik,* S. 133–134; *Massey: Logic and linguistics,* S. 319–321. Eine Geschichte der logischen Analyse philosophischer Argumente und des Einflusses solcher Analysen auf die Entwicklung der Logik wäre noch zu schreiben. Stellvertretend sei hier auf die Diskussion um die Formalisierung der Gottesbeweise von Anselm von Canterbury und Thomas von Aquin hingewiesen, in der sich Beispiele für alle im Text erwähnten Argumentationsstrategien finden. *Ricken: Klassische Gottesbeweise in der Sicht der gegenwärtigen Logik und Wissenschaftstheorie* bietet einen Einstieg in die Diskussion und Hinweise auf die wichtigste Literatur.

2. Die Frage, was die Adäquatheit einer Formalisierung ausmacht, ist allerdings nicht nur für die Praxis der logischen Analyse von Argumenten ein relevantes Problem, sondern auch von grundlegendem philosophischen Interesse. Wie sich etwa bei Russell zeigt, ist das Formalisieren in der analytischen Philosophie von Anfang an als eigenständige Methode von zentraler philosophischer Bedeutung verstanden worden und hat nicht bloß die Rolle gespielt, beim Nachweis der Gültigkeit eines Schlusses den Beweis vorzubereiten. Das ist – etwa bei Carnap, Quine und Davidson, um nur drei Beispiele zu nennen – auch so geblieben: Formalisieren ist *die* Methode der analytischen Philosophie, um Strukturen von Aussagen zu analysieren.[6] Tatsächlich findet sich in der Literatur eine Unzahl von Diskussionen über umstrittene Formalisierungen. Die Liste der Probleme ist lang und bekannt: Kennzeichnungen, „wenn … dann …“-Sätze, attributive Adjektive, Massentermini, Negation, Quantifikation, Anaphora usw.[7] Wenn in diesen Kontroversen begründet werden soll, weshalb Aussagen, die solche „widerspenstigen“ Ausdrucksweisen enthalten, am besten logisch so oder anders analysiert werden, muss unter anderem vorausgesetzt werden, dass klar ist, was es heißt, eine adäquate Formalisierung anzugeben, beziehungsweise wie sich prüfen lässt, ob eine vorgeschlagene Formalisierung adäquat ist. Eine Formalisierungstheorie als Resultat einer Reflexion auf diesen Begriff der Adäquatheit ist demnach von grundlegender Bedeutung für eine Philosophie, in der die logische Analyse eine zentrale Methode ist.

3. Die Bedeutung des Formalisierens als ein Schritt bei der logischen Prüfung von Schlüssen und eine Methode analytischen Philosophierens schlägt sich auch in der Lehre der Logik nieder. Logik zu lernen bedeutet nicht nur, sich Kenntnisse über syntaktischen Aufbau, Interpretationen und wichtige Gesetze eines logischen Formalismus anzueignen, sondern eben auch, adäquat formalisieren zu lernen. Fast jedes Logiklehrbuch enthält deshalb eine ganze Menge von Formalisierungsbeispielen und -aufgaben. Allerdings bieten die wenigsten Lehrbücher irgendeine Theorie des Formalisierens, sondern beschränken sich auf einige – häufig auf einfachste Probleme zugeschnittene – Tipps, wie die gesuchte Formel aus der umgangssprachlichen Formulierung gewonnen werden kann, und gehen dann dazu über, das Formalisieren anhand von Beispielen einzuüben. Dabei bleibt weitgehend offen, welche Gründe dafür verantwortlich sein sollen, dass eine bestimmte Formalisierung adäquat und eine andere nicht adäquat sein soll. Die Praxis zeigt, dass mit dieser Methode zwar durchaus eine Fertigkeit des Formalisierens erlernt wird, aber weit weniger gelernt wird, Gründe für oder gegen eine bestimmte Formalisierung vorzubringen oder zu

---

[6] Vgl. z.B. *Russell: Our knowledge of the external world; Carnap: Logische Syntax der Sprache; Quine: On the application of modern logic; Davidson: Truth and meaning.* Mehr dazu in Kapitel 2.1.2.

[7] Eine Liste von Formalisierungsproblemen findet sich z.B. in *Boolos: To be is to be a value of a variable;* vgl. auch *Davidson: Radical interpretation,* S. 132. Einige dieser Probleme sind mittlerweile von Hintikka in seine ab 1997 in der Zeitschrift *Synthese* publizierte Liste der *Problems of philosophy* aufgenommen worden.

beurteilen. Typischerweise führt dies im Zusammenhang mit Übungsaufgaben dazu, dass der oder die Lernende völlig im Ungewissen darüber bleibt, ob eine mit der vorgeschlagenen Lösung nicht übereinstimmende Formalisierung nun richtig oder falsch ist (nicht zu reden von den vielen Lehrbüchern, die zwar Aufgaben, aber keine Lösungen enthalten). Meist ist kaum ein besseres Kriterium zur Hand, als dass eine Lösung gleich oder doch recht ähnlich zu denjenigen im Lehrbuch ist. Wie ich in Kapitel 12.4 zeigen werde, ist eine solche Begründung nicht unbedingt so dürftig, wie sie auf den ersten Blick erscheint.

Forschungslage

Das Problem der adäquaten Formalisierung wurde oben als eine „Hintertüre" zu verschiedenen Problemen der Logik und der Philosophie der Logik bezeichnet. Entsprechend präsentiert sich auch die Forschungslage. Von den Überlegungen zur Relevanz der Formalisierung her gesehen, könnte man erwarten, dass das Thema *Formalisieren* in Lehrbüchern zur Logik und Arbeiten über die Philosophie der Logik ausführlich erörtert wird. Tatsächlich gibt es aber nur wenige Texte, in denen explizit danach gefragt wird, was es bedeutet, adäquat zu formalisieren. Es gibt zwar eine unüberschaubare Zahl von Publikationen, die sich in der einen oder anderen Weise mit Fragestellungen des Formalisierens befassen, aber es existiert kaum eine spezialisierte Literatur, die sich ausdrücklich zum Ziel setzt, den Begriff des adäquaten Formalisierens zu diskutieren. Das ist verblüffend, wenn man sich vergegenwärtigt, wie viel Raum die Diskussionen darüber, wie bestimmte Aussagen formalisiert werden sollten, einnehmen. Meist werden aber die Argumente für oder gegen einen Formalisierungsvorschlag, die in solchen Kontroversen ins Feld geführt werden, nicht oder bloß am Rande zum Gegenstand der Reflexion gemacht. Im Zentrum steht jeweils die Frage, wie diese oder jene Aussage respektive dieser oder jener Typ von Aussage zu formalisieren sei, aber weniger, was denn überhaupt ein Kriterium dafür ist, einen Formalisierungsvorschlag zu akzeptieren oder zurückzuweisen.

Eine Erklärung für diesen Befund sehe ich darin, dass viele Logiker von einem Logikkonzept ausgehen, das deutlich trennt zwischen der Wissenschaft der Logik, in deren Zentrum die logischen Formalismen stehen, und der praktischen Fähigkeit, die Logik anzuwenden, wozu das Formalisieren gerechnet wird. Mit Blick auf das Formalisieren wird diese Unterscheidung meist so verstanden, dass sie Folgendes impliziert: Erstens ist das Formalisieren kein Thema der Logik im engeren Sinne und somit höchstens am Rande Gegenstand der Reflexion in der Philosophie der Logik. Und zweitens ist das Formalisieren auch nicht einer theoretischen Beschreibung fähig, da es – als bloße „Kunst", logische Formalismen anzuwenden – keine strengen und allgemeinen Regeln kennt.

Das alles will natürlich nicht heißen, dass die Frage nach der adäquaten Formalisierung ein neu entdecktes Problem wäre. Explizit formuliert findet es sich zum Beispiel in den 1960er-Jahren bei Bar-Hillel, später im Zusammenhang mit der Montague-Rezeption durch die Stegmüller-„Schule", oder auch im Umfeld des deutschen Konstruktivismus.[8] Besonders herauszuheben ist sicher *Die dreiwertige Logik der Sprache* von Ulrich Blau, wo das Problem des adäquaten Formalisierens in aller wünschenswerten Schärfe formuliert und wichtige begriffliche Unterscheidungen eingeführt werden. Ich werde an verschiedenen Stellen auf seine Ergebnisse Bezug nehmen.

Wie das Thema *Formalisieren* in den Lehrbüchern zur Logik behandelt wird, ist bereits kurz erwähnt worden (oben S. 19). In der überwiegenden Mehrheit der Einführungstexte findet sich keinerlei systematische Diskussion zum Problem der adäquaten Formalisierung. Der Grund dafür dürfte in der Auffassung zu suchen sein, das Formalisieren sei einfach die praktische Fähigkeit zur Anwendung der Logik, die sich zwar durch gute Beispiele lehren und lernen, aber nicht in einer fruchtbaren Weise theoretisch rekonstruieren lässt. Es gibt allerdings auch einige Lehrbücher, die die Probleme des Formalisierens ernster nehmen, angefangen mit dem Klassiker des Genres, Reichenbachs *Elements of symbolic logic,* dessen berühmt-berüchtigtes Kapitel *Analysis of conversational language* nach wie vor lesenswert ist, bis hin zu aktuellen Publikationen wie Sainsburys *Logical forms* und Epsteins *The semantic foundations of logic,* die beide ausführlich auf Fragen des Formalisierens eingehen.[9]

Weil ich im Folgenden vor allem Begriffe und Kriterien zur adäquaten Formalisierung untersuchen und auf Formalisierungsverfahren weniger eingehen werde, soll hier noch kurz auf die Forschungslage zu den Verfahren des Formalisierens hingewiesen werden. Eine entscheidende Rolle für die Entwicklung von Formalisierungsverfahren haben sicher die bahnbrechenden Arbeiten von Richard Montague gespielt, insbesondere seine Theorie der *Universal Grammar.* Bei seinem Versuch, Formalisierungsverfahren für Ausschnitte des Englischen zu finden und diese im Rahmen einer algebraischen Theorie zu definieren, erreicht Montague einen Grad von Explizitheit, den zuvor die wenigsten für möglich gehalten hätten. Theorien in der Tradition Montagues werden heute meist als *formale Semantik* bezeichnet. Obwohl es sich dabei (auch, aber nicht nur) um Weiterentwicklungen der Logik handelt, sind diese Forschungen vor allem in der Linguistik auf Resonanz gestoßen, in der Philosophie aber bisher vergleichsweise wenig zur Kenntnis genommen worden. Dies zeigt sich schon darin, dass die resultierenden Theorien oft nicht als „Logiken", sondern als „Grammatiken" bezeichnet werden. Innerhalb der Linguistik ist vor allem auch die Diskussion um die generative Grammatik breit rezipiert worden. Sie ist für

---

8 Z.B. *Bar-Hillel: Argumentation in pragmatic languages* sowie sein Beitrag in *Staal: Formal logic and natural languages,* S. 256–258; *Stegmüller: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie,* Bd. II, Kap. I.2; *Link: Intensionale Semantik; Janich: Konstitution, Konstruktion, Reflexion,* S. 39–40.

9 Wegen der außerordentlichen Fülle von Lehrbüchern kann hier kein umfassender Überblick gegeben werden. Drei deutschsprachige Lehrbücher, die auf Formalisierungsprobleme eingehen, sind: *Beckermann: Einführung in die Logik; Bühler: Einführung in die Logik; Hoyningen-Huene: Formale Logik.*

die Theorie des Formalisierens insofern relevant, als hier häufig die These vertreten wird, die logische Form könne als eine bestimmte syntaktische Strukturebene aufgefasst werden. Seit dem Ende der 1970er-Jahre ist in der generativen Grammatik eine syntaktische Analysestufe gängig, die *logical form,* kurz „LF“, genannt wird. Hintikka beispielsweise vertritt die Meinung, damit mache die generative Grammatik mit Montagues Programm ernst, indem sie versuche anzugeben, wie sich die logische Form von Sätzen ermitteln lässt.[10]

Formalisierungsverfahren werden heute aber meist in einem sehr breiten Kontext diskutiert, der weit über Logik und Linguistik hinausgeht. Es ist eine klare Tendenz, dass neue logische Formalismen in einem interdisziplinären, oft als *Kognitionswissenschaften* oder *Künstliche-Intelligenz-Forschung* bezeichneten Umfeld von Forscherinnen und Forschern entwickelt werden, die sich nicht mehr „nur“ als Philosophen, Linguistinnen, Psychologen oder Informatikerinnen verstehen. Von da aus finden Vorschläge zur Repräsentation logischer Strukturen natürlicher Sprache ihren Weg in die Linguistik oder werden von philosophisch orientierten Logikern weiter untersucht. Ein großer Teil der jüngsten Publikationen über Probleme des logischen Formalisierens entstammt diesem Forschungsumfeld. Der Schwerpunkt dieser Forschungsbeiträge liegt allerdings fast immer bei effektiv anwendbaren – das heißt in diesem Kontext üblicherweise: implementierbaren – Formalisierungsverfahren, während die Reflexion darüber, was es denn heißt, die logische Struktur einer Aussage adäquat zu repräsentieren, meist nur eine nebensächliche, oft auch gar keine Rolle spielt.

10 *Hintikka: Logical form and linguistic theory;* vgl. die Hinweise zu Chomsky in Kapitel 7.

Teil I Adäquat formalisieren als ein Problem der Logik

In diesem ersten Teil soll das Problem der adäquaten Formalisierung genauer gefasst, gegen andere Fragestellungen abgegrenzt und in das Ganze der Logik eingeordnet werden. Ab Teil II werden auf diesem Hintergrund der Begriff der Formalisierung und verschiedene Kriterien der Adäquatheit diskutiert.

Kapitel 1 skizziert die wichtigsten Elemente eines logischen Systems in der Tradition der modernen formalen Logik so, dass eine Art „Landkarte" dieses Logikkonzepts entsteht. Dabei werden eine ganze Reihe von Problemen berührt, die in der Philosophie der Logik Gegenstand ausführlicher und zum Teil kontroverser Diskussionen sind.[1] Ich werde aber nicht versuchen, einen Überblick über die verschiedenen Positionen zu geben, sondern mich darauf beschränken, zu erläutern, welche Konzeption von Logik ich im Folgenden voraussetzen und mit welchen Begriffen ich arbeiten werde. Dabei werde ich mich an der Elementarlogik, also an klassischer Aussagen- und Prädikatenlogik, wie sie in (fast) jedem Lehrbuch zu finden ist, orientieren und einige zentrale Merkmale dieser Logik herausarbeiten. Ziel ist nicht die Reduktion der Vielfalt logischer Systeme auf gemeinsame Merkmale, sondern eher ein „Robotbild" einer logischen Theorie. In Kapitel 2 wird dann das Problem der adäquaten Formalisierung eingeführt und seine Stellung in der Logik diskutiert. Erörterungen zum Verhältnis von Umgangssprache und Formalismus, zu normativen und deskriptiven Aspekten der Logik sowie zur Methodologie der Logik schließen in Kapitel 3 die Ausführungen über Formalisieren als ein Problem der Logik ab.

1 Logische Systeme in der modernen formalen Logik

Um das Problem der adäquaten Formalisierung genauer fassen und innerhalb der Logik verorten zu können, muss kurz skizziert werden, was Logik im Sinne der modernen formalen Logik ist. Als Ausgangspunkt eignet sich die ziemlich allgemeine Charakterisierung, wonach eine Logik oder ein logisches System eine formale Theorie der in formaler Hinsicht gültigen Schlüsse ist. Damit sind drei zentrale Merkmale angesprochen, die in einer ersten Annäherung so umrissen werden können:

(1) *Logik ist eine Theorie der gültigen Schlüsse.* Dies ist eine Charakterisierung der logischen Systeme im Hinblick auf ihr Ziel: sie sollen dazu verwendet werden können, gewisse Schlüsse als gültig auszuzeichnen. Die Definition des Begriffs *gültiger Schluss* ist demnach ein Kernstück jeder Logik.

---

[1] Für eine Übersicht zu den hier diskutierten Problemen vgl. z.B. *Haack: Philosophy of logics,* Kap. 1 und 2.

(2) *Logik ist formale Logik.* Die Logik beschäftigt sich nur mit der Form, nicht mit dem Inhalt von Schlüssen. Also soll sich auch der Begriff des gültigen Schlusses, wie auch immer er näher definiert wird, auf die Form von Schlüssen und nur auf diese beziehen. Somit ist eine weitere zentrale Aufgabe jeder Logik, anzugeben, was in logischer Hinsicht unter *Form eines Schlusses* zu verstehen ist.

Davon zu unterscheiden ist das folgende Merkmal, das die Logik in einem anderen Sinne als formal kennzeichnet:

(3) *Logik ist eine formale Theorie.* Dies bezieht sich darauf, wie eine Logik verfasst ist: als formale Theorie bietet sie einen *Formalismus.*[2] Dazu gehört, dass die logische Theorie in einer präzise definierten Sprache formuliert ist, die nur Zeichen mit genau bestimmter Bedeutung und explizit geregelter Verwendung benutzt. Zu diesem Zweck werden im Allgemeinen spezielle Symbole eingeführt. Darüber hinaus wird angestrebt, die Theorie systematisch auf möglichst wenigen und einfachen Grundsätzen aufzubauen.

„Formal" steht bei (3) im Gegensatz zu „informell" oder „informal", während es bei (2) im Gegensatz zu „inhaltlich" oder „material" steht.[3]

Eine weitere Mehrdeutigkeit ergibt sich daraus, dass aus mathematischer Perspektive die Formalismen der Logik als mathematische Objekte aufgefasst und untersucht werden können. Es ist deshalb üblich, Termini wie „Logik", „logisches System" oder „logische Theorie" auch als Bezeichnungen für mathematische Objekte zu verwenden (was ich nicht ohne expliziten Hinweis tun werde).[4]

Im Folgenden werden nun die drei angesprochenen Merkmale genauer erklärt, auch im Hinblick darauf, wie sich die Logik im hier skizzierten Sinne von anderen, verwandten Theorien abgrenzen lässt. Dabei stellt sich das Problem, dass es so etwas wie *die* moderne formale Logik nicht gibt, insofern es aussichtslos sein dürfte, spezifische Merkmale zu finden, die genau diejenigen Systeme der Logik, die üblicherweise zur modernen formalen Logik gerechnet werden, von anderen logischen Systemen unterscheiden, weil es sich dabei um eine Reihe von logischen Theorien handelt, die zwar verschiedene Charakteristika teilen, aber auch erhebliche Unterschiede aufweisen. Das Adjektiv „formal" in „formale Logik" trägt nur wenig dazu bei, formale Logik gegen andere Theorien abzugrenzen und ist überdies äquivok. Beides hat historische Gründe: Die

---

[2] In der Literatur wird das Wort „Formalismus" auch zur Bezeichnung einer philosophischen Methode oder einer bestimmten Position im mathematisch-logischen Grundlagenstreit verwendet. Das ist hier jeweils nicht gemeint.

[3] Zur historischen Dimension dieser Differenz vgl. *Łukasiewicz: Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic,* §§6, 7. Weitere Differenzierungen zu „Form", „Formalismus", „formal" finden sich in Kapitel 1.3.2; siehe auch *Rheinwald: Der Formalismus und seine Grenzen,* Kap. 2; *Carnap: Introduction to semantics,* S. 232; *Barth, Krabbe: From axiom to dialogue,* S. 14–19.

[4] Zu dieser Mehrdeutigkeit vgl. *Curry: Outlines of a formalist philosophy of mathematics,* S. 65–66.

heute übliche Verwendung der Bezeichnung „formale Logik“ geht auf Kant zurück, der sie im Hinblick auf das oben unter (2) genannte Merkmal eingeführt hat, um sein Projekt einer transzendentalen Logik, die nicht nur Form, sondern auch Inhalt der Erkenntnis berücksichtigen soll, gegen die damalige „aristotelische“ Logik abzugrenzen.[5] In der Folge ist die Bezeichnung „formale Logik“ verwendet worden, wo nach dem früheren Sprachgebrauch einfach von „Logik“ die Rede gewesen wäre. Die später einsetzende stürmische Entwicklung der modernen formalen Logik zeichnet sich vor allem durch eine Konzentration auf die Entwicklung formaler Theorien im Sinne des Merkmals (3) und einen viel stärkeren Bezug zur Mathematik aus, weshalb sich die Bedeutung von „formal“ in „formale Logik“ zunehmend von Merkmal (2) auf Merkmal (3) ausgedehnt beziehungsweise verschoben hat.

1.1 *Logik als Theorie gültiger Schlüsse*

1.1.1 *Zu den Zielen der Logik*

Es entspricht dem traditionellen Selbstverständnis der Logik, dass *das* – oder zumindest ein zentrales – Ziel der Logik darin besteht, zu erklären, was ein gültiger Schluss ist. Damit will ich nicht behaupten, Logik könne einfach als Theorie gültiger Schlüsse *definiert* werden, sondern bloß, dass eine Theorie nur dann den Namen „Logik“ verdient, wenn sie (auch) eine Theorie gültiger Schlüsse bietet. Anders gesagt: Eine Theorie oder ein Formalismus, der nicht dazu verwendet werden kann, etwas über die Gültigkeit von Schlüssen auszusagen, ist keine Logik. Mir scheint, dass dies nicht nur eine Gemeinsamkeit der hier zur Diskussion stehenden logischen Systeme ist, sondern diese sich auch am besten von diesem Ziel her verstehen lassen. In historischer Perspektive bedeutet das, dass die Systeme der modernen formalen Logik sich in die Tradition der Logik

---

[5] *Kant: Kritik der reinen Vernunft,* BVIII–IX, A57, B81–82, A131, B170; vgl. auch *Kant: Logik,* §18. (Im Gegensatz zur Redeweise von „formaler Logik“ lässt sich die terminologische Unterscheidung zwischen logischer „Form“ und logischem „Inhalt“ schon viel früher, z.B. bei Alexander von Aphrodisias, nachweisen (vgl. *Bocheński: Formale Logik,* S. 157). Kants terminologische Prägung ist auf dem Hintergrund der vorangehenden Kontroversen um den formalen Charakter der Logik, an der sich unter anderen Arnauld, Locke und Leibniz beteiligt haben, zu sehen (vgl. dazu *Schulthess: Erkenntnislehre, Logik und Charakteristik,* S. 1053–1055; *Burkhardt: Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz,* S. 392–395). Sie hat in der Mathematik einen Vorläufer in Vieta, der dem Zahlen-Rechnen (*logistica numerosa,* Arithmetik) ein Formen-Rechnen (*logistica speciosa,* Algebra) gegenüberstellt: „Logistice [sic] numerosa est quae per numeros, Speciosa quae per species seu rerum formas exhibetur, ut pote per Alphabetica elementa.“ (zit. nach *Ritter: Historisches Wörterbuch der Philosophie,* <Logistik>, S. 482; „Die *Logistica numerosa* ist die, die durch Zahlen, die *Logistica speciosa* die, die durch *species* oder *formae rerum* ausgeführt wird, z.B. mit Hilfe der Elemente des Alphabets.“ *Viète: Einführung in die Neue Algebra,* S. 44).

als einer *ars iudicandi* einordnen, und zwar nicht im Sinne einer Kunst, Wahres von Falschem, sondern gültige von ungültigen Schlüssen zu unterscheiden.[6]

Dieses Ziel der Logik – zu erklären, was ein gültiger Schluss ist; gültige von ungültigen Schlüssen zu unterscheiden – ist in einem normativen Sinne zu verstehen. Zwar hat die Logik auch einen deskriptiven Anspruch, insofern sie von einer vortheoretischen Unterscheidung zwischen gültigen und nichtgültigen Schlüssen ausgeht und diese Unterscheidung zu explizieren versucht. Das Ziel ist aber eine Theorie, die als Norm gültigen Schließens verwendet werden kann, das heißt eine Theorie, die angibt, welche Schlüsse als gültige akzeptiert werden müssen. Ich werde auf diesen normativ-deskriptiven Charakter der Logik und seine methodologischen Konsequenzen in Kapitel 3 ausführlich eingehen.

Das bedeutet allerdings nicht, dass die Logik *ausschließlich* eine Theorie der gültigen Schlüsse ist. Auch wird nicht ausgeschlossen, dass eine Theorie gültiger Schlüsse auf die Basis einer anderen Theorie, zum Beispiel eine Modelltheorie im Sinne Tarskis, gestellt oder der Begriff der Gültigkeit durch andere Begriffe, wie zum Beispiel bei Frege oder dem frühen Wittgenstein durch den Begriff der Wahrheit, erklärt wird.[7] Schließlich soll auch nicht behauptet sein, die Logik beschäftige sich ausschließlich mit Schlüssen. Wenn aber beispielsweise einzelne Aussagen formalisiert werden, dann werden sie, wenn es sich um eine *logische* Formalisierung handelt, immer auch im Hinblick auf Schlüsse, in denen sie vorkommen oder vorkommen könnten, formalisiert. (Vgl. dazu Kapitel 2.1.2.)

Aus dieser Perspektive der Logik als einer Theorie gültiger Schlüsse ergibt sich einerseits eine Abgrenzung gegen andere Theorien, die auch das Wort „Logik“ in ihrem Namen führen, aber nicht die Gültigkeit von Schlüssen untersuchen (z.B. Geschichtsphilosophie unter dem Titel „historische Logik“ oder soziologische Theorie unter dem Titel „Logik der Industriegesellschaft“). Andererseits wird dadurch selbstverständlich nicht ausgeschlossen, dass Begriffe oder Formalismen der Logik auch für andere Zwecke gebraucht werden, was ja tatsächlich in vielfältiger Weise geschieht, zum Beispiel in der Theorie elektrischer Schaltungen, in der Semantik natürlicher Sprachen oder in den Kognitionswissenschaften bei der Repräsentation von Wissen.

---

6 Zur Geschichte der Differenz zwischen *ars iudicandi* und *ars inveniendi* vgl. *Krämer: Symbolische Maschinen,* Kap. 2.2.3.2, und *Schulthess: Die philosophische Reflexion auf die Methode,* insb. S. 108–109. Zu Kants Terminologie, die zwischen Logik als *Kanon* und Logik als *Organon* unterscheidet, vgl. *Kant: Kritik der reinen Vernunft,* A52–53, B76–77.

7 In diesem Sinne muss beispielsweise Freges vielzitierte Äußerung „der Logik kommt es zu, die Gesetze des Wahrseins zu erkennen“ (*Frege: Der Gedanke,* S. 30, Orig. S. 58), gedeutet werden. Frege äußert sich über die Ziele der Logik unmissverständlich: „Urteilen, indem man sich anderer Wahrheiten als Rechtfertigungsgründen bewusst ist, heisst *schliessen.* Es gibt Gesetze über diese Rechtfertigung, und diese Gesetze des richtigen Schliessens aufzustellen, ist das Ziel der Logik.“ (*Frege: Logik [1879–1891],* S. 3) Wenn z.B. Patzig (*Patzig: Sprache und Logik,* S. 10) vertritt, Logik sei nicht eine Theorie gültiger Schlüsse, sondern eine Theorie wahrer Aussageformen, so verstehe ich das so: Die Theorie der Gültigkeit kann von der Theorie der logischen Wahrheit her aufgebaut werden.

1.1.2 *Schluss, Schlusssatz, Schließen; Umgangssprache*

Unter einem *Schluss* ist hier nicht ein einzelner Satz (besser als „Schlusssatz“ zu bezeichnen) oder eine Tätigkeit (das Schließen) zu verstehen, sondern ein Folge von Aussagen, die aus einer Menge von Prämissen und einer Konklusion besteht. Dabei sollen die Prämissen die Konklusion begründen, die Konklusion aus den Prämissen folgen.[8] (Unter einer Aussage verstehe ich hier einfach einen Satz, der wahr oder falsch ist. Näheres dazu in Kapitel 5.) Die zentrale Aufgabe einer Logik – zu erklären, welche Schlüsse gültig sind – kann deshalb auch so formuliert werden: Sie muss angeben, welche Prämissen zusammen mit welcher Konklusion einen gültigen Schluss bilden. Für die Darstellung von Schlüssen verwende ich wie üblich:[9]

$$\begin{array}{l} P_1 \\ \vdots \\ P_n \\ \hline K \end{array}$$

oder: $P_1; \ldots; P_n \Rightarrow K$

Die Sprache, in der ein Schluss formuliert ist, bezeichne ich als *Umgangssprache*. Ich verwende diese Bezeichnung in recht liberaler Weise: in erster Linie für die so genannten natürlichen Sprachen, wie Deutsch, Griechisch oder Englisch, in zweiter Linie aber auch für die stärker reglementierten Wissenschaftssprachen. Ich gehe jedoch davon aus, dass die Umgangssprache nicht eine rein formale Sprache ist, insbesondere nicht die formale Sprache der Logik, die für die Formalisierung verwendet wird. In diesen Fällen stellt sich nämlich das Problem der adäquaten Formalisierung in einer anderen Form, beziehungsweise gar nicht.[10] Die Bezeichnung „Umgangssprache“ zielt also weder auf eine besondere Eignung für bestimmte kommunikative Zwecke des Alltags oder der Wissenschaft, noch auf Umstände der Sprachentwicklung („natürliche“ Entwicklung vs. „künstliche“ Erfindung), noch auf den Spracherwerb; es geht ausschließlich darum, Sprachen, in denen Schlüsse formuliert sind, von formalen Sprachen, die bei ihrer Formalisierung verwendet werden, abzugrenzen. Ich werde auf den Gegensatz zwischen Umgangssprache und formaler Sprache der Logik in Kapitel 7 und 8.2.1 näher eingehen.

---

[8] Für die Gültigkeit eines Schlusses spielt es zwar keine Rolle, in welcher Reihenfolge die Prämissen stehen. Trotzdem ist es im Kontext des Formalisierens angezeigt, davon auszugehen, dass ein Schluss eine geordnete Menge von Prämissen enthält, weil damit in einfacher Weise jeder Prämisse ihre Formalisierung zugeordnet werden kann.

[9] Ein Verzeichnis der verwendeten Symbole findet sich auf S. 365.

[10] Näheres dazu in Kapitel 2 und 7.3.

1.1.3 Schlüsse und Argumente

Ich verwende hier den Terminus „Schluss“ kontrastierend zum Terminus „Argument“.[11] Unter einem *Argument* verstehe ich einen Teil eines Diskurses, in dem ein Satz durch andere Sätze begründet werden soll. *Schlüsse* stellen eine spezielle, nämlich normierte, Form von Argumenten dar.[12] Sie sind dadurch charakterisiert, dass sie aus einer Folge von Aussagen bestehen, deren letztes Element die Konklusion und die übrigen die Prämissen sind. Das bedeutet, dass Schlüsse im Allgemeinen bereits das Produkt einer bestimmten Analyse sind, und zwar in zweierlei Hinsicht: sie sind in Prämissen und Konklusion gegliedert, und diese sind je eine Aussage. Beides muss bei Argumenten im Allgemeinen nicht der Fall sein. Argumente können in ganz verschiedener Weise in Sätzen formuliert sein, die nicht einfach die Rolle einer Prämisse oder Konklusion spielen und auch keine Aussagen zu sein brauchen; es ist auch möglich, dass eine Prämisse oder die Konklusion überhaupt nicht explizit formuliert werden. So gesehen ist ein Schluss also ein argumentationsanalytisch bereinigtes Argument.

1.1.4 Logik und Argumentationsanalyse

Aus dieser Perspektive besteht ein wichtiger Unterschied zwischen Logik und Argumentationstheorie darin, dass die Logik sich nur mit Argumenten in einer speziellen Gestalt, eben den Schlüssen, beschäftigt. Das bedeutet auch, dass die Logik im Allgemeinen nicht direkt dazu verwendet werden kann, die Gültigkeit von Argumenten zu prüfen, weil Argumente zuerst in die Form von Schlüssen gebracht werden müssen, indem Prämissen und Konklusion ermittelt werden. Das heißt, die Aussagen, aus denen ein Argument aufgebaut ist, müssen aus dem sprachlichen Kontext herausgelöst und oftmals auch ergänzt werden. Diese Aufgabe übernimmt traditionellerweise die Argumentationsanalyse, die aber meist nicht als Teildisziplin der Logik, sondern als selbstständiger Forschungsbereich zur Argumentationstheorie, Informalen Logik oder auch Rhetorik gerechnet wird. Das Verhältnis dieser Theorien zur Logik kann deshalb als Arbeitsteilung aufgefasst werden: Soll ein Argument auf seine logische Gültigkeit geprüft werden, so wird es zuerst mittels Argumentationsanalyse in die Form eines Schlusses gebracht. Die Logik prüft dann, ob dieser gültig ist. Das ist allerdings eine sehr eingeschränkte Sichtweise, insofern man den unter dem Namen *Argumentationstheorie, Rhetorik* oder *Informale Logik* betriebenen Forschungen nicht gerecht wird, wenn man sie auf eine bloße Vorstufe zur Logik

[11] Einiges Material zum Gebrauch der Termini *inference, reasoning, argument* und *argumentation* findet sich in *Pinto: The relation of argument to inference.*

[12] Statt von Schlüssen könnte man beispielsweise von „Argumenten in Normalform“ sprechen (so z.B. *Beckermann: Einführung in die Logik,* S. 15). „Schluss“ als Bezeichnung von bestimmten Argumenten stellt die gängigste Verwendungsweise dieses Terminus in der Logik dar. Gewisse Autoren lassen aber auch zu, dass Schlüsse keine Prämissen oder mehrere Konklusionen haben. (Ersteres z.B. in *Carnap: Logische Syntax der Sprache,* S. 26, 84, 124; Letzteres z.B. in *Gentzen: Untersuchungen über das logische Schließen.*)

reduziert oder einfach als angewandte Logik auffasst. Ihr Schwerpunkt liegt zum größten Teil in einer Analyse von Argumenten aus einer viel umfassenderen Perspektive, die berücksichtigt, wie Argumente im Kontext eines Diskurses verwendet werden, so dass viele Gesichtspunkte wesentlich werden, die für die formale Logik keine Rolle spielen.[13] Aus diesem Grund wird die Argumentationstheorie oftmals auch als ein Gegenprogramm zur formalen Logik verstanden.[14] Die Verbindung zwischen Logik und Argumentationstheorie ist aber von großer Bedeutung für die Logik, weil die Prüfung von Argumenten auf ihre logische Gültigkeit hin traditionell *das* zentrale Anwendungsgebiet der Logik ist.[15] Insofern eine logische Bewertung eines Arguments erfordert, dass dieses zuerst in einen Schluss analysiert wird, liefert die Logik eine solche Bewertung auch bloß relativ zur betreffenden Analyse. Das heißt, ein Argument kann nur unter der Voraussetzung als logisch gültig erwiesen werden, dass es einen bestimmten Schluss ausdrückt; und den zu bestimmen, ist Aufgabe der Argumentationsanalyse.[16]

Die Argumentationsanalyse im Sinne einer umfassenden Theorie der Argumente und der Analyse gegebener Argumente in Schlüsse wird im Folgenden nicht weiter diskutiert. Damit soll weder unterstellt werden, Argumentationsanalyse sei ein triviales Unterfangen, noch dass es keine interessanten und wichtigen Verbindungen zwischen Argumentationsanalyse und logischer Prüfung von Schlüssen gibt. Die Aufgabe, zu bestimmen, welche Aussagen die Prämissen und Konklusion eines Arguments ausmachen, wirft oftmals eine Vielzahl von Problemen auf: Fehlende Prämissen müssen ergänzt, Mehrdeutigkeiten und vage Ausdrücke ersetzt, Pronomina aufgelöst werden, usw. Hier haben Argumentationstheorie und Informale Logik detaillierte Techniken, v.a. zum Ermitteln von Prämissen und Konklusionen aus Texten, entwickelt; diese werden in den entsprechenden Lehrbüchern auch ausführlich behandelt.[17] Enge Verbindungen

---

13 Allgemein zum Verhältnis zwischen Logik und Argumentationstheorie vgl. *Hintikka: The role of logic in argumentation.* Für eine Übersicht zu verschiedenen Möglichkeiten, die Qualität eines Arguments zu prüfen, vgl. *Krabbe: Can we ever pin one down to a formal fallacy?,* Abschnitt 4. Die hier diskutierte Strategie der logischen Analyse erscheint dort unter 8c.

14 Zur Polemik gegen die formale Logik vgl. z.B. *Scriven: The philosophical and pragmatic significance of informal logic.*

15 Vgl. *van Benthem: Logic and argumentation; Marciszewski: Logic from a rhetorical point of view.* Lehrbücher, die versuchen, formale Logik und Argumentationstheorie zu integrieren, sind z.B. *Hintikka, Bachman: What if ...?* und *Shaw: Logic and its limits.*

16 Vgl. dazu *Keene: The foundations of rational argument,* S. 25. In Kapitel 5 wird auf die Aufgabenteilung zwischen Logik und Argumentationsanalyse nochmals näher eingegangen.

17 Die Fülle der Lehrbücher ist in diesem Bereich bald so unüberschaubar wie in der formalen Logik. Klassiker sind: *Thomas: Practical reasoning in natural language* und *Scriven: Reasoning.* Aktuelle Beispiele von Lehrbüchern, die Techniken zum Bestimmen von Prämissen und Konklusionen bieten, sind: *Fisher: The logic of real arguments; Walton: Argument structure; Fogelin, Sinott-Armstrong: Understanding arguments.* Ein Beispiel für ein Lehrbuch der formalen Logik, das auch ausführlich auf die Analyse von Argumenten eingeht, ist *Copi, Cohen: Introduction to logic* (was wohl die Popularität dieses Lehrbuchs teilweise erklären mag).

zwischen Logik und Argumentationsanalyse ergeben sich beispielsweise bei der Analyse von enthymematischen Argumenten. Mit Hilfe der logischen Analyse lässt sich zwar nachweisen, welche zusätzlichen Prämissen ein Enthymem zu einem gültigen Schluss machen, aber die Entscheidung, welche zusätzlichen Prämissen eine akzeptable Rekonstruktion des Arguments ergeben, kann nicht allein mit den Mitteln der Logik gefällt werden, sondern muss, da dabei ja auch zu begründen ist, weshalb eine bestimmte Prämisse dem Autor des Arguments unterstellt werden soll, im Rahmen argumentationstheoretischer Überlegungen getroffen und begründet werden.[18]

1.1.5 Der Begriff des gültigen Schlusses

In jedem Schluss sollen die Prämissen die Konklusion begründen. In der Logik geht es nun darum, gültige von ungültigen Schlüssen zu unterscheiden, indem Bedingungen für dieses Begründungsverhältnis angegeben werden. Die Gültigkeit bezieht sich also auf eine Beziehung zwischen den Prämissen und der Konklusion, nicht auf die einzelnen Aussagen, aus denen ein Schluss aufgebaut ist.

Der Begriff der Gültigkeit, wie er in der formalen Logik traditionell aufgefasst wird, lässt sich gewinnen, indem zuerst ein allgemeiner Begriff der Gültigkeit eingeführt und dann auf *formale* Gültigkeit eingeschränkt wird (Letzteres folgt in Kapitel 1.2).

Die zentrale Eigenschaft gültiger Schlüsse besteht darin, dass, wer die Prämissen eines solchen Schlusses zugibt oder für wahr hält, seine Konklusion nicht mehr bestreiten kann.[19] Ganz grob lassen sich in der modernen formalen Logik zwei verschiedene Traditionen unterscheiden, dieses Verhältnis näher zu bestimmen:

(D1) Ein *Schluss* ist genau dann *gültig,* wenn die Wahrheit der Prämissen die Wahrheit der Konklusion notwendig macht.

(D2) Ein *Schluss* ist genau dann *gültig,* wenn die Konklusion durch schrittweise Anwendung von Schlussregeln aus den Prämissen gewonnen werden kann.

Diese beiden Bestimmungen sind nicht als Definitionen gemeint, sondern als Angaben von zwei Richtungen, in die entsprechende Definitionen gehen: In (D1) wird der Begriff der Gültigkeit unter Rückgriff auf die Begriffe der Wahr-

[18] Rein logisch gesehen, lässt sich jedes Argument durch eine Rekonstruktion als Enthymem als gültig erweisen. (*Massey: Are there any good arguments that bad arguments are bad?,* S. 66–68; *Jacquette: Charity and the reiteration problem for enthymemes.*) Es ist deshalb nicht sinnvoll, ein Argument *per se* als „Enthymem“ zu bezeichnen, sondern nur relativ auf eine bestimmte argumentationsanalytische Rekonstruktion: Ein Enthymem ist ein Argument, das zwar keinen gültigen Schluss formuliert, das sich aber unter der Annahme, dass eine oder mehrere Prämissen stillschweigend als selbstverständlich vorausgesetzt und deshalb nicht explizit formuliert sind, so rekonstruieren lässt, dass es einen gültigen Schluss formuliert. (Vgl. *Parsons: What is an argument?,* S. 166, und *Lueken: Prämissenergänzung.*)

[19] Vgl. *Patzig: Schluss,* S. 1251.

heit und der Notwendigkeit bestimmt, in (D2) dadurch, dass für das gültige Schließen direkt Regeln angegeben werden. Die verschiedenen logischen Systeme unterscheiden sich unter anderem dadurch, wie sie den hier involvierten Begriff der Notwendigkeit genauer deuten, respektive welche Regeln des gültigen Schließens sie angeben. Die Begriffe der Gültigkeit werden in Kapitel 4.1 noch eingehender diskutiert werden.

1.1.6 Gültigkeit, Wahrheit, Stichhaltigkeit und Relevanz

Gültige Schlüsse werden in der Umgangssprache meist nicht als „gültige" oder „logisch gültige", sondern einfach als „logische Schlüsse" bezeichnet.[20] Wichtiger als diese terminologische Differenz ist allerdings der Umstand, dass der Begriff der Gültigkeit, wie er in der Logik traditionellerweise verwendet wird, sich nur zu einem gewissen Teil mit dem in der Umgangssprache geläufigen Begriff des logischen Schlusses deckt. Wichtige Unterschiede bestehen vor allem in zwei Hinsichten:

1. Ein Schluss kann gültig sein, ohne aus wahren Aussagen zu bestehen, weil die Gültigkeit eines Schlusses sich ausschließlich auf eine Beziehung zwischen Prämissen und Konklusion bezieht. In (D1) wird die Gültigkeit zwar mit Bezug auf die Wahrheit der Prämissen und der Konklusion bestimmt, aber nicht so, dass mit der Gültigkeit eines Schlusses die Wahrheit von Prämissen oder Konklusion festgelegt wäre, sondern lediglich so, dass die Konklusion wahr sein muss, *falls* die Prämissen wahr sind. Gültige Schlüsse mit wahren Prämissen (und demzufolge auch wahrer Konklusion) bezeichne ich als „stichhaltig" (engl. ist *sound* gebräuchlich). „Logischer Schluss" wird in der Umgangssprache sehr häufig (aber längst nicht immer) im Sinne von „stichhaltiger Schluss" verwendet, da in vielen Kontexten Schlüsse, deren Prämissen nicht wahr sind, von vornherein nicht interessieren. In solchen Situationen wird eine Äußerung wie „das ist ein logischer Schluss" dann so verstanden, dass der Sprecher damit erstens behauptet, dass der fragliche Schluss gültig ist, und zweitens zum Ausdruck bringt, dass er von der Wahrheit der Prämissen überzeugt ist.[21]

2. In der klassischen Logik kann ein Schluss gültig sein, auch wenn einige oder alle seiner Prämissen für die Konklusion inhaltlich nicht relevant sind. Da solche Schlüsse gegen die Konversationsmaxime der Relevanz[22] verstoßen, werden sie in Argumentationen, in denen es nicht nur um Logik geht, im Allgemeinen nicht als logische Schlüsse akzeptiert. Das Projekt einer Logik, die diesen „Missstand" behebt und nur solche Schlüsse zu den gültigen rechnet, in

[20] Umgangssprachlich ist „gültig" vor allem im Sinne von „in Kraft, in Gebrauch, amtlich anerkannt" gebräuchlich, z.B. im Zusammenhang mit Gesetzen, Regelungen oder Fahrscheinen.

[21] Auch in der Literatur zur Logik findet sich gelegentlich eine Verwendung des Terminus „Schluss", der die Wahrheit der Prämissen voraussetzt, beispielsweise bei *Frege: Über die Grundlagen der Geometrie. I–III,* S. 319 (Orig. S. 425); *Frege: Wissenschaftlicher Briefwechsel,* S. 30.

[22] *Grice: Logic and conversation,* S. 27.

denen die Prämissen relevant für die Konklusion sind, ist unter der Bezeichnung *Relevanzlogik* bekannt. Ein zentrales Problem dieses Vorhabens besteht natürlich darin, genauer zu bestimmen, was „Relevanz“ im Zusammenhang mit Schlüssen bedeuten soll.[23]

Diese Differenzpunkte machen nochmals deutlich, dass die Analyse eines Arguments im Hinblick darauf, ob es einen gültigen Schluss vorbringt, noch keine umfassende Würdigung des Arguments bietet. Dazu gehört erheblich mehr, zum Beispiel mindestens eine Diskussion der Prämissen anhand von Fragen wie „Sind sie wahr?“ oder „Sind sie relevant für diesen Schluss?“

1.2 *Logik als formale Logik*

1.2.1 *Zum Begriff der logischen Form und des formal gültigen Schlusses*

„Formal“ in „formale Logik“ bedeutet, dass die Untersuchung von Schlüssen auf den Aspekt ihrer logischen Form und der Begriff der Gültigkeit auf den Begriff der formalen Gültigkeit eingeschränkt wird: Nur solche Schlüsse sind im Sinne der formalen Logik gültig, die allein aufgrund ihrer logischen Form gültig sind. Dieser Zusammenhang zwischen formaler Gültigkeit und logischer Form hat zwei Momente: Einerseits muss die logische Form für die Gültigkeit eines Schlusses relevant sein, wenn die formal gültigen Schlüsse tatsächlich aufgrund ihrer logischen Form gültig sein sollen. Andererseits gehört aber nicht einfach alles, was für die Gültigkeit von Schlüssen relevant sein kann, zu ihrer logischen Form, wenn nicht alle gültigen Schlüsse automatisch formal gültig sein sollen.

Da der Begriff der logischen Form im Folgenden immer Thema bleiben wird, werde ich mich hier darauf beschränken, einige zentrale Aspekte der logischen Unterscheidung zwischen Form und Inhalt zu erläutern; eine ausführlichere Diskussion findet sich in Kapitel 4.

1.2.2 *Schlüsse, Schlussformen, Schlussschemata*

Unter einer logischen Form eines Schlusses, kurz *Schlussform* genannt, sind also Merkmale eines Schlusses zu verstehen, die für dessen Gültigkeit relevant sind. Die übrigen Merkmale heißen dann „(logischer) Inhalt“ des Schlusses. Im Allgemeinen kann man durch Variation dieses Inhalts Schlüsse bilden, die die gleiche logische Form, aber einen anderen Inhalt haben.[24]

Dass ich das, was zur Form eines Schlusses gehört, als „Merkmale“ des Schlusses bezeichne, bedarf einiger Erläuterungen: Es wäre sicher verfehlt, hier

---

[23] Ein kurze Übersicht über Probleme, die in der Relevanzlogik behandelt werden, findet sich in *Read: Thinking about logic,* S. 54–60. Das Standardwerk ist *Anderson, Belnap Jr.: Entailment.* Eine Einführung bietet *Read: Relevant logic.*

[24] Dies gilt streng genommen nicht für alle Standardsysteme der formalen Logik, insb. nicht für die Prädikatenlogik mit Identität. Ich übergehe dieses Problem hier und komme in Kapitel 4.2.2 darauf zurück.

an Begriffsmerkmale zu denken (die logische Form ist kein Begriff) oder an Kennzeichen, die es erlauben, einen Schluss gegenüber allen anderen Schlüssen auszuzeichnen (verschiedene Schlüsse können die gleiche logische Form haben). Dadurch, dass im Folgenden nicht von logischen „Elementen", „Komponenten" oder dergleichen, sondern von logischen „Merkmalen" eines Schlusses gesprochen wird, soll betont werden, dass eine logische Form nicht einfach ein vorfindlicher Bestandteil eines Schlusses ist – und erst recht nicht eine Sammlung von Teilen des Schlusses, etwa von „logischen" Wörtern. Zur logischen Form eines Schlusses gehört nämlich nicht nur der Umstand, dass er gewisse Wörter enthält, sondern auch Strukturelles. Beispielsweise ist es im Allgemeinen für die Gültigkeit eines Schlusses relevant, ob dasselbe Element (z.B. eine Aussage oder ein Prädikat) im Schluss mehrfach auftritt und in welcher Beziehung einzelne Elemente des Schlusses stehen (z.B. von welchem der singulären Terme, die der Schluss enthält, ein bestimmtes Prädikat ausgesagt wird). Logische Merkmale sind also weder in einem Schluss einfach enthalten, noch werden sie einem Schluss einfach hinzugefügt. Vielmehr wird ein logisches Merkmal einem Schluss zugeschrieben, indem man am betreffenden Schluss eine Unterscheidung zwischen diesem Merkmal und dem Rest trifft.[25] Dies lässt sich gut durch eine Analogie zur Länge verdeutlichen, einem nichtlogischen (weil für die Gültigkeit irrelevanten) Merkmal, das durch die Anzahl von Wörtern im Schluss bestimmt sei: Dass ein Schluss eine bestimmte Länge hat, bedeutet nicht, dass es einen Bestandteil des Schlusses gäbe, der seine Länge wäre, sondern dass am Schluss ein Merkmal – die Anzahl Wörter – herausgehoben und ihm dadurch eine Länge zugeordnet werden kann. Wie diese Zuordnung ausfällt, ist einerseits durch den Schluss bestimmt, aber auch dadurch, wie wir das Merkmal „Anzahl Wörter" genau verstehen beziehungsweise nach welchem Verfahren wir die Wörter zählen.

Zur Darstellung von Schlussformen verwendet man so genannte *Schlussschemata,* in denen die zur logischen Form gehörenden Merkmale durch bestimmte Zeichen repräsentiert werden, während anstelle der übrigen Merkmale, also des Inhalts, Platzhalter stehen. Diejenigen Schlüsse, die eine logische Form haben, die durch ein gegebenes Schlussschema dargestellt wird, werden als *Instanzen* dieses Schemas bezeichnet. Begrifflich unterscheide ich also zwischen Schlussform und Schlussschema: Schlussschemata repräsentieren eine Schlussform, sie sind sie nicht; ein Schluss hat eine Schlussform und ist eine Instanz eines Schlussschemas. Damit soll aber weder unterstellt werden, dass Schlussformen als abstrakte Entitäten unabhängig von Schlüssen existieren, noch ausgeschlossen werden, dass sich Schlussformen mit Hilfe von Schlussschemata explizieren lassen.[26]

25 „Merkmal" wird hier ähnlich verwendet wie das englische Wort *feature,* das nicht nur für Merkmale, Eigenschaften, Kennzeichen, sondern auch für Gesichts- oder Landschaftszüge gebraucht wird.

26 So z.B. *Sainsbury: Logical forms,* S. 35. Vgl. *Smiley: The schematic fallacy.*

Im Weiteren ist zu beachten, dass die logische Unterscheidung zwischen Form und Inhalt eines Schlusses in verschiedener Weise getroffen werden kann. Einerseits bestimmen verschiedene Logiken in unterschiedlicher Weise, was zur Form eines Schlusses gerechnet wird, andererseits können auch innerhalb einer Logik demselben Schluss verschiedene Formen zugeordnet werden. Letzteres ist nur schon deshalb möglich, weil die Form der meisten Schlüsse verschieden genau erfasst werden kann. Wenn also von *der* logischen Form eines Schlusses die Rede ist, so muss vorausgesetzt werden, dass klar ist, welche Form gemeint ist, sonst bedeutet dieser Ausdruck nichts. (Ich werde in Kapitel 13 diskutieren, was „verschieden" und „genau" hier bedeuten sowie auf verschiedene Aspekte der Frage eingehen, ob ein Schluss letztlich nur eine logische Form haben kann, bzw. ob alle seine logischen Formen letztlich auf eine einzige zurückgeführt werden können.)

1.2.3 Schematisierbarkeit als zentrales Merkmal formal gültiger Schlüsse

Nun lässt sich auch genauer bestimmen, was es bedeutet, dass diejenigen Schlüsse formal gültig sind, die allein aufgrund ihrer Form gültig sind. Dass ein Schluss *allein aufgrund* einer Form gültig ist, heißt, dass alle Schlüsse, die diese Form, aber eventuell einen anderen Inhalt haben, ebenfalls gültig sein müssen. Wäre das nicht der Fall, so wäre offensichtlich die Gültigkeit doch noch von anderen Faktoren als der Form des Schlusses abhängig. Etwas anschaulicher, aber weniger genau, könnte man das so formulieren: Formal gültige Schlüsse treten nicht alleine auf, insofern nämlich, als man aus jedem formal gültigen Schluss ein Schema gültiger Schlüsse gewinnen kann, das dann wiederum eine ganze Reihe weiterer gültiger Schlüsse als Instanzen haben kann.[27]

Mit Hilfe dieser zentralen Eigenschaft *formal* gültiger Schlüsse – alle anderen Schlüsse mit gleichen logischen Formen müssen auch gültig sein – lässt sich der Begriff der formalen Gültigkeit definieren. Dazu ist es zweckmäßig, auch einen Begriff der Gültigkeit für Schlussformen und Schlussschemata einzuführen:

(D3) Eine *Schlussform* ist genau dann *gültig,* wenn notwendigerweise alle Schlüsse, die eine solche Form haben, gültig sind. Ein *Schlussschema* ist genau dann *gültig,* wenn notwendigerweise alle seine Instanzen gültige Schlüsse sind.

(D4) Ein *Schluss* ist genau dann *formal gültig,* wenn er mindestens eine gültige Schlussform hat, beziehungsweise wenn er eine Instanz mindestens eines gültigen Schlussschemas ist.

Wichtig an dieser Definition ist, dass für die formale Gültigkeit eines Schlusses nicht verlangt wird, dass alle, sondern nur *mindestens eine* seiner Schlussformen gültig sind. Das bedeutet umgekehrt, dass ein Schluss genau dann nicht formal gültig ist, wenn er *keine* gültige (und nicht bloß eine nicht gültige)

[27] Vgl. aber die Fußnote 24 auf S. 32.

Schlussform hat. Wegen dieser Asymmetrie ist eine Theorie der formal gültigen Schlüsse nicht schon automatisch auch eine Theorie der formal nicht gültigen Schlüsse: Um nachzuweisen, dass ein Schluss gültig ist, muss nur gezeigt werden, dass mindestens eine seiner Formen gültig ist; für den Nachweis der Ungültigkeit müssen aber alle seine Formen berücksichtigt werden – und das setzt voraus, dass man sich einen Überblick über alle diese Formen verschaffen kann.[28]

1.2.4 Unterscheidung zwischen Form und Inhalt

Die bisherigen Erläuterungen sind lediglich ein erster Schritt auf dem Weg zu einer Erklärung der formalen Gültigkeit. Was noch fehlt, ist eine Erklärung, *welche* Unterscheidung zwischen Form und Inhalt getroffen werden soll. Im Folgenden soll nun die logische Unterscheidung zwischen Form und Inhalt von Schlüssen aus der Perspektive der formalen Gültigkeit kurz erläutert werden. Dabei geht es um eine allgemeine Charakterisierung des Begriffs der logischen Form, die es erlaubt, die logische Unterscheidung von Form und Inhalt gegenüber anderen solchen Unterscheidungen, wie sie zum Beispiel in der Grammatik oder der Typographie anzutreffen sind, abzugrenzen. Zwei Momente sind für den Begriff der logischen Form, wie er in der modernen formalen Logik verwendet wird, bestimmend:

1. Merkmale eines Schlusses, die zur Schlussform gehören, müssen für die Gültigkeit des Schlusses relevant sein. Das bedeutet, dass die Merkmale mit dem Begriff der Gültigkeit, der einem logischen System zugrunde liegt, in einen Zusammenhang gebracht werden müssen. Es muss aufgezeigt werden können, dass und wie ein Merkmal dazu beiträgt, dass gültige Schlüsse, in denen es verkommt, notwendigerweise zu einer wahren Konklusion führen, wenn ihre Prämissen wahr sind, oder auch, dass die Konklusion eines gültigen Schlusses, in dem es verkommt, nach den Regeln des betreffenden logischen Systems aus den Prämissen abgeleitet werden kann. Die zur Form gehörenden Merkmale müssen diese Bedingung erfüllen, weil die Logik eine *Theorie* formal gültiger Schlüsse und nicht bloß eine Sammlung gültiger Schlüsse sein soll. Dazu genügt es nicht, irgendwelche Schemata von Schlüssen anzugeben, deren Instanzen zufälligerweise gültige Schlüsse sind.[29] Das Ziel ist vielmehr, Schemata von Schlüssen anzugeben, bei denen sich nachweisen lässt, dass alle ihre Instanzen gültige Schlüsse sind, *weil* sie alle die durch das Schema bezeichnete Form haben.

2. Das oben (Abschnitt 1.2.3) angegebene zentrale Merkmal formal gültiger Schlüsse wird traditionellerweise restriktiver verstanden. Damit ein Schluss formal gültig ist, genügt es nicht, nachzuweisen, dass er gültig ist, weil er irgendeine

[28] Die weitergehende These, dass es keine Theorie der formalen Ungültigkeit gibt, ist umstritten. Besonders deutlich ist sie von Gerald Massey formuliert und vertreten worden. Vgl. z.B. *Massey: The fallacy behind fallacies;* einen Überblick über die sich daran anschließende Kontroverse gibt z.B. *Finocchiaro: Informal factors in the formal evaluation of arguments.*

[29] Vgl. *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 144.

gültige Schlussform hat. Da ein Schluss nur dann *formal* gültig ist, wenn es auf seinen Inhalt überhaupt nicht ankommt, verlangt man von formal gültigen Schlüssen, dass der Inhalt solcher Schlüsse beliebig variierbar sein muss, ohne dass die Gültigkeit verloren gehen könnte. (Beliebig variierbar natürlich nur soweit das möglich ist, ohne dass sich die Form des Schlusses ändert.) Das heißt, die Gültigkeit muss mit Hilfe eines Schemas nachgewiesen werden, das nicht nur gültig ist, sondern auch Instanzen beliebigen Inhalts hat. Diese Bedingung „beliebiger Inhalt" versteht man traditionellerweise so, dass das Schema in keiner Weise festlegt, worüber, zu welchem Thema, von welchen Gegenständen die Aussagen, die es instantiieren, etwas aussagen. Ryle hat dafür den Ausdruck *themenneutral (topic neutral)*[30] geprägt.

Eine weitere Einschränkung ergibt sich aufgrund des dritten Grundmerkmals formallogischer Systeme (vgl. S. 24): Merkmale von Schlüssen, die zur Schlussform gehören, müssen „formalismustauglich" sein; das heißt, es muss möglich sein, eine *formale Theorie* zu entwickeln, die es erlaubt nachzuweisen, welche Schlüsse aufgrund ihrer in einer Schlussform berücksichtigten Merkmale gültig sind.

Diese Bemerkungen zur Unterscheidung zwischen Form und Inhalt – insbesondere die zweite – lassen natürlich einiges offen. Das mag hier insofern angehen, als sie nur dazu dienen, zu erläutern, was mit der Charakterisierung der Logik als *formale* Logik gemeint ist. Ich werde die Diskussion um den Begriff der logischen Form an verschiedenen Stellen (insb. Kapitel 4) wieder aufnehmen, wobei sich allerdings zeigen wird, dass eine weitere Präzisierung mit einigen Schwierigkeiten verbunden ist. Dazu kommt auch, dass die Unterscheidung zwischen Form und Inhalt natürlich nicht in allen Logiken dieselbe ist: Beispielsweise wird vieles, was in der Prädikatenlogik zur Form gehört, in der Aussagenlogik nicht zur Form gerechnet. Damit wird der Begriff der logischen Form und deshalb auch der Begriff der formalen Gültigkeit relativ auf das zugrunde gelegte logische System: weil verschiedene Logiken demselben Schluss verschiedene Formen zuordnen, ist es möglich, dass er in einer Logik gültig ist, in einer anderen aber nicht. Genau genommen müsste also, wenn von einer logischen Form oder von formaler Gültigkeit die Rede ist, immer angegeben werden, im Rahmen welchen logischen Systems zwischen Form und Inhalt unterschieden wird. Aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichte ich jedoch darauf, diese Relativierung durch eine Indizierung der entsprechenden Begriffe durchgängig explizit zu machen.

[30] *Ryle: Dilemmas,* S. 115. Vgl. Kants Charakterisierung der allgemeinen (d.i. formalen) Logik in *Kant: Kritik der reinen Vernunft,* A55, B79: „Die allgemeine Logik abstrahiert, wie wir gewiesen, von allem Inhalt der Erkenntnis, d.i. *von aller Beziehung derselben auf das Objekt,* und betrachtet nur die logische Form im Verhältnisse der Erkenntnisse aufeinander, d.i. die Form des Denkens überhaupt." (Hervorhebung GB)

1.2.5 *Formale und nichtformale Logik, Informale Logik, Argumentationstheorie, Rhetorik*

Als eine Theorie der *formal* gültigen Schlüsse lässt sich die formale Logik gegen andere Logiken abgrenzen, die Schlüsse nicht nur auf ihre Form hin betrachten, sondern auch deren Inhalt berücksichtigen. Wie bereits erwähnt (S. 24), ist die Bezeichnung „formale Logik" von Kant gerade im Hinblick auf diese Differenz eingeführt worden. Als Kriterium zur Abgrenzung der modernen formalen Logik gegenüber anderen Theorien spielt dieser Aspekt aber nur eine untergeordnete Rolle, weil die meisten nichtformalen „Logiken" sich von der formalen Logik schon dadurch unterscheiden, dass sie keine Theorie gültiger Schlüsse sind. Besonders ausgeprägt gilt das für die von Kants transzendentaler Logik ausgehende Tradition. Bereits in Hegels *Wissenschaft der Logik,* die er in ähnlicher Weise wie Kant von der formalen Logik abgrenzt, geht es überhaupt nicht mehr um eine Theorie des Schließens – und dies gilt auch für die meisten der später unter dem Titel „transzendentale" oder „philosophische" Logik vorgelegten Theorien.[31]

Ein ähnliches Verhältnis besteht zur Argumentationstheorie, zur Informalen Logik und zur Rhetorik. Diese Forschungsrichtungen heben sich von der formalen Logik zwar auch dadurch ab, dass sie nicht bloß die Form von Schlüssen untersuchen, viel stärker aber noch dadurch, dass sie erstens nicht mit formalen Methoden arbeiten und zweitens nicht oder nicht nur die Gültigkeit von Schlüssen untersuchen, sondern vielmehr die Stichhaltigkeit, Überzeugungskraft, den argumentativen Zwang *(cogency),* die Relevanz und weitere Aspekte von Argumenten (wobei diese Aspekte bei verschiedenen Autoren eine unterschiedlich große Rolle spielen).[32]

Terminologische Anmerkung

Der Ausdruck „formal gültig" ist zweideutig. Neben der hier erläuterten Bedeutung, die im Gegensatz zu „inhaltlich gültig" oder „material gültig" steht, wird er im folgenden Kapitel auch verwendet, um die hier diskutierten Begriffe der Gültigkeit von den im Rahmen einer formalen logischen Theorie definierten abzugrenzen. Da im Folgenden fast ausschließlich von formaler Logik die Rede ist, verwende ich „formal gültig" ab jetzt in diesem zuletzt genannten Sinn und spreche einfach von „Gültigkeit" und „Logik", wo genau genommen von „formaler Logik" und „formaler Gültigkeit" die Rede sein müsste. (Präziser, aber sehr umständlich wäre es, von „informell formal gültigen", „formal formal gültigen", „informell material gültigen" und „formal material gültigen" Schlüssen zu sprechen.)

31 Vgl. *Hegel: Wissenschaft der Logik I,* S. 24–25. Eine kurze Übersicht über diese Entwicklungen findet sich in *Ritter: Historisches Wörterbuch der Philosophie,* <Logik, transzendentale> und <Logik, philosophische, in der Neuzeit>.

32 Vgl. dazu *Woods: What is informal logic?*

1.3 Logik als formale Theorie

1.3.1 Formalismus, formales System

Es ist für die Systeme der modernen formalen Logik charakteristisch, dass sie eine Theorie der formal gültigen Schlüsse unter Verwendung eines so genannten *Formalismus* oder *formalen Systems* präsentieren. Die Bezeichnung „formal" in „formale Theorie" bezieht sich also darauf, wie ein logisches System formuliert ist, im Gegensatz zu „formal" in „formale Logik", das im letzten Kapitel diskutiert wurde und sich darauf bezieht, unter welchem Aspekt eine Logik die Gültigkeit von Schlüssen untersucht.

Eine Theorie als Formalismus zu formulieren heißt kurz gesagt, sie mit Hilfe eines Zeichensystems zu formulieren, in dem nur Zeichen vorkommen, deren Verwendung so geregelt ist, dass mit diesen Zeichen „gerechnet" werden kann. Mit Zeichen zu rechnen bedeutet, dass man, um die Zeichen verwenden zu können, nur die Regeln des Zeichensystems kennen muss und dabei völlig davon absehen kann, wofür diese Zeichen stehen, welche Bedeutung sie haben. Das ist möglich, wenn diese Regeln explizit, formal und effektiv sind. Das heißt, die Regeln sind ausdrücklich formuliert, nehmen nur Bezug auf die Form aber nicht die Bedeutung der Zeichen, und für jede Regel kann entschieden werden, ob eine gegebene Zeichenmanipulation mit der Regel konform ist oder nicht.

Nach einigen Vorbemerkungen zur Mehrdeutigkeit von „formal" und „Form" und zur Differenz „formal" – „informell" werde ich die logischen Formalismen von zwei Gesichtspunkten her diskutieren. Zuerst (Kapitel 1.3.4) wird kurz umrissen, welches die wichtigsten Elemente traditioneller logischer Formalismen sind, anschließend (Kapitel 1.4) wird die Frage erläutert, welche Rolle die logischen Formalismen im Ganzen der Logik spielen. Da es über logische Formalismen eine sehr umfangreiche Literatur gibt, werde ich mich im Folgenden auf die für die Probleme des Formalisierens wichtigsten Punkte konzentrieren.[33]

1.3.2 Zur Mehrdeutigkeit von „formal" und „Form"

Die Ausdrücke „formal" und „Form" werden im Zusammenhang der Logik in verschiedenen Bedeutungen verwendet, die auseinandergehalten werden müssen. Zu den beiden zu Beginn von Kapitel 1 unterschiedenen Bedeutungen ist im letzten Abschnitt noch eine dritte hinzugekommen, so dass wie folgt unterschieden werden kann:

Als *formale*$_1$ im Gegensatz zu *inhaltlichen* gelten diejenigen Merkmale von Schlüssen, die für deren Gültigkeit relevant und themenneutral sind. In diesem Sinne war in Kapitel 1.2 die Rede von „formaler Logik", von „formal gültigen Schlüssen", und von einer „logischen Form eines Schlusses". In diesem Kapitel

33 Vgl. z.B. *Wójcicki: Theory of logical calculi,* oder *Gabbay: What is a logical system?* und die dort angegebene Literatur. Zur Geschichte der logischen Kalküle liegen umfassende historische Studien vor, z.B.: *Krämer: Symbolische Maschinen,* und *Marciszewski, Murawski: Mechanization of reasoning in a historical perspective.*

geht es nun darum, dass eine Logik als formale Theorie, als Formalismus, formuliert werden kann. Ein Formalismus ist *formal₂,* insofern es sich dabei um ein System von Zeichen handelt, deren Verwendung streng geregelt ist, die also nicht *informell* benutzt werden. Die Strenge dieser Regeln beruht unter anderem darauf, dass sie *formal$_3$* sind, was bedeutet, dass sie sich nur auf die *Form$_3$* der Zeichen, das heißt auf deren Gestalt, aber nicht auf deren Bedeutung, beziehen; in diesem Sinne werden formale$_3$ Regeln gerne als „syntaktische" Regeln bezeichnet, wobei aber zu beachten ist, dass dies nicht bedeutet, dass es sich dabei um syntaktische Regeln im Sinne von Regeln zur Bildung wohlgeformter Ausdrücke handeln müsste. Zwischen formal$_2$ und formal$_3$ besteht demnach ein enger Zusammenhang: eine formale$_2$ Theorie setzt formale$_3$ Regeln voraus. Wichtig für das Folgende ist vor allem der Unterschied zwischen formal$_1$ einerseits und formal$_2$ und formal$_3$ andererseits: Ob sich die formalen$_1$ Merkmale von umgangssprachlichen Schlüssen allenfalls auf Merkmale ihrer Form$_3$ reduzieren lassen, ob also die für die Gültigkeit von Schlüssen relevanten Merkmale sich ohne jeglichen Bezug auf die Bedeutung der in den Schlüssen vorkommenden Ausdrücke, nur unter Bezug auf deren Zeichengestalt, bestimmen lassen, ist eine offene Frage.[34] Die Unabhängigkeit von formal$_1$ und formal$_2$ zeigt sich erstens darin, dass sich auch für materiale (d.h. nicht formale$_1$) Logiken Formalismen entwickeln lassen (indem z.B. ein Formalismus einer formalen$_1$ Logik durch Bedeutungspostulate erweitert wird), und zweitens darin, dass eine formale$_1$ Logik nicht unbedingt als Formalismus formuliert sein muss: auch die nicht formalen$_2$ Ausführungen in den entsprechenden Lehrbüchern gehören zur formalen$_1$ Logik.

Im Folgenden werde ich die Indizes bei „formal" und „Form" (fast immer) weglassen, und ausdrücklich darauf hinweisen, in welcher Bedeutung diese Ausdrücke verwendet werden, wenn das aus dem Kontext nicht klar wird. (Im Allgemeinen wird „formal$_2$" im Hinblick auf eine logische Theorie, „formal$_3$" auf Regeln und Ausdrücke im Rahmen einer solchen Theorie und „formal$_1$" für Merkmale umgangssprachlich formulierter Schlüsse und Aussagen verwendet.)

1.3.3 Formal versus informell

In einem logischen Formalismus werden gewisse Begriffe, wie zum Beispiel *Gültigkeit* oder *Wahrheit,* definiert, die auch außerhalb des Formalismus in einer logischen Theorie und in der Umgangssprache verwendet werden. Um Unklarheiten zu vermeiden, werde ich deshalb oft durch die Adjektive „formal" und „informell" respektive „umgangssprachlich" anzeigen, wie ich einen Terminus verwende. Die so unterschiedenen Begriffe stehen jeweils in einem Verhältnis der Explikation.[35] Geht man beispielsweise vom umgangssprachlichen Begriff

[34] Der erste Versuch, eine solche Reduktion tatsächlich vollständig durchzuführen, ist wohl *Montague: English as a formal language.*

[35] Zum Begriff der Explikation vgl. *Carnap: Logical foundations of probability,* §§2–3. Weiteres zur Explikation folgt in Kapitel 8.2.

der logischen Gültigkeit aus, so bieten Definitionen nach dem Muster von (D1)–(D4) und die dazu gehörenden Erläuterungen einerseits eine Analyse dieses Begriffs, das heißt, sie geben die Begriffsmerkmale explizit an. Andererseits enthalten sie auch ein normierendes Moment, da nicht alles, was umgangssprachlich als „logischer Schluss“ bezeichnet wird, auch im Sinne solcher Definitionen ein logisch gültiger Schluss ist. Dafür ist der aus der Explikation resultierende Begriff genauer bestimmt und für eine Theorie gültiger Schlüsse weitaus fruchtbarer als der umgangssprachliche Begriff. Der formale Begriff der Gültigkeit, von dem im folgenden Kapitel (ab S. 44) die Rede sein wird, zeichnet sich vor allem dadurch aus, dass er als Element eines Formalismus nochmals genauer definiert ist, als dies mit informellen Definitionen nach dem Muster von (D1)–(D4) möglich ist. Das Verhältnis des informellen Begriffs zum formalen ist einerseits so, dass der formale Begriff am informellen gemessen wird, insofern er in den wesentlichen Punkten mit ihm übereinstimmen muss; andernfalls kann die formale Definition nicht als adäquat gelten. Andererseits wird man aus Gründen der Systematik und Einfachheit des Formalismus auch Abweichungen in Kauf nehmen, die gegebenenfalls dazu führen können, dass der informelle Begriff im Hinblick auf die formale Definition angepasst wird.[36]

Anstelle von „informell“ wird in der Literatur (vor allem in der englischsprachigen) oftmals auch der Ausdruck „intuitiv“ (bzw. *intuitive*) gebraucht. Er hat allerdings den Nachteil, mit vielen Konnotationen behaftet zu sein, die in diesem Zusammenhang irreführend sind. Wenn beispielsweise ein Schluss als „intuitiv gültig“ bezeichnet wird, so wird damit nicht eine unkorrigierbare, unreflektierte oder unbegründete Einsicht beansprucht, sondern lediglich zum Ausdruck gebracht, dass nicht Gültigkeit im Sinne einer formalen Definition dieses Begriffs gemeint ist.[37] Dasselbe gilt natürlich auch, wenn hier von „informeller Gültigkeit“ die Rede ist.

1.3.4 Logische Formalismen und Kalküle

Bei der Entwicklung der traditionellen logischen Formalismen war die Absicht leitend, strenge und lückenlose Beweise für die Gültigkeit von Schlüssen führen zu können. Damit sind Beweise gemeint, die sich ausschließlich auf explizit formulierte Beweisprinzipien stützen und in keiner Weise von irgendwelchen unformulierten Annahmen oder Intuitionen abhängig sind.[38] Die zu diesem Zweck

---

[36] Vgl. dazu *Haack: Philosophy of logics,* S. 32–35.

[37] Vgl. dazu *Barth, Krabbe: From axiom to dialogue,* S. 39.

[38] Exemplarisch formuliert in *Frege: Grundgesetze der Arithmetik,* I, VI: „Das Ideal einer streng wissenschaftlichen Methode der Mathematik […] möchte ich so schildern. Dass Alles bewiesen werde, kann zwar nicht verlangt werden, weil es unmöglich ist; aber man kann fordern, dass alle Sätze, die man braucht, ohne sie zu beweisen, ausdrücklich als solche ausgesprochen werden, damit man deutlich erkenne, worauf der ganze Bau beruhe. Es muss danach gestrebt werden, die Anzahl dieser Urgesetze möglichst zu verringern, indem man Alles beweist, was beweisbar ist. Ferner, und darin gehe ich über Euklid hinaus, verlange ich, dass

verwendeten Formalismen sind dadurch charakterisiert, dass sie für die Formulierung von Schlussschemata eine formale Sprache benutzen, um in präziser Weise über die Form von Schlüssen sprechen zu können, dass sie zweitens den Begriff der Gültigkeit für diese formale Sprache explizit definieren und drittens explizit angeben, welchen Bedingungen ein Beweis der Gültigkeit zu genügen hat. Diese drei Aspekte werden im Folgenden kurz erläutert.

Formale Sprachen der Logik

1. *Syntax*. Die augenfälligste Eigenheit formaler Sprachen, wie sie in der Logik verwendet werden, besteht im Gebrauch von Symbolen, die in der Alltagssprache nicht allgemein gebräuchlich sind. Spezielle Symbole sind allerdings nicht wesentlich für den formalen Charakter einer Sprache. Sie erweisen sich einfach in verschiedener Hinsicht als außerordentlich nützlich. Die entscheidende Eigenschaft formaler Sprachen besteht vielmehr darin, dass die Ausdrücke solcher Sprachen, im Folgenden kurz als „formale Ausdrücke" bezeichnet, nach expliziten syntaktischen Regeln aus einer Menge von Grundzeichen, dem so genannten *Vokabular* der betreffenden Sprache, gebildet werden, wobei die Grundzeichen, wie auch die resultierenden komplexen Ausdrücke, in syntaktische Kategorien eingeteilt werden.[39] Von zentraler Bedeutung ist weiterhin, dass dabei entscheidbar ist, ob ein gegebener Ausdruck in Übereinstimmung mit einer gegebenen syntaktischen Regel gebildet ist. Diese Eigenschaften formaler Sprachen sind übrigens, infolge des Bezugs auf syntaktische Regeln, auf der Ebene der Metasprache angesiedelt. Das bedeutet, dass formale Sprachen sich nicht „für sich genommen", das heißt auf der Ebene ihrer Ausdrücke, als solche auszeichnen, sondern dadurch, dass für sie eine Metasprache zur Verfügung steht, die die genannten Bedingungen erfüllt. „Formal" bezieht sich hier also darauf, wie eine Sprache, verstanden als konstituiert durch ihre Regeln, beschaffen ist.

Die formalen Sprachen logischer Formalismen weisen noch eine Reihe weiterer wichtiger Eigenschaften auf. Zunächst muss in jeder formalen Sprache, die zur Formulierung einer logischen Theorie geeignet sein soll, eine syntaktische Kategorie ausgezeichnet sein, deren Elemente dazu verwendet werden, die Form der Aussagen, aus denen Schlüsse bestehen, zu repräsentieren. Ein Ausdruck dieser Kategorie wird *wohlgeformte Formel* (kurz auch: *Formel*) oder *Wff* (kurz für: *well-formed formula*) genannt.[40] Eine zweite zentrale Eigenschaft der

alle Schluss- und Folgerungsweisen, die zur Anwendung kommen, vorher aufgeführt werden." Vgl. auch *Frege: Begriffsschrift,* S. X (Orig. S. IV).

39 Oftmals wird ein Teil der Grundzeichen, die sog. logischen Konstanten und vor allem auch Hilfszeichen wie Klammern usw., so eingeführt, dass diese Zeichen zu keiner syntaktischen Kategorie gehören. Ich übergehe hier diese Möglichkeit und gehe davon aus, dass in solchen Fällen die betreffenden Zeichen einfach je zu einer Kategorie gehören, die genau dieses Zeichen umfasst.

40 In diesem Punkt sind verschiedene Terminologien gebräuchlich: In einigen formalen Sprachen wird „wohlgeformte Formel" so definiert, dass nicht allen wohlgeformten Formeln

logischen Formalsprachen besteht darin, dass sie über eine Syntax verfügen, die jedem wohlgeformten Ausdruck genau eine syntaktische Struktur zuordnet.[41] Schließlich lassen sich in allen logischen Formalsprachen die Grundzeichen in logische (sog. logische Konstanten) und nichtlogische Zeichen einteilen; dazu kommen im Falle der Prädikatenlogik die durch Quantoren bindbaren Variablen und in den meisten Logiken die Klammern als Hilfszeichen.

An diesen letzten Punkt knüpfen sich zwei wichtige Fragestellungen. Erstens die Frage, nach welchem allgemeinen, das heißt auf beliebige Formalismen anwendbaren Kriterium sich die Klasse der logischen Zeichen auszeichnen lässt. Auf dieses Problem werde ich in Kapitel 4.2.2 zu sprechen kommen. Hier sei einfach vorausgesetzt, dass eine solche Unterscheidung für jede logische Formalsprache verfügbar ist. Die zweite Frage betrifft die Deutung der nichtlogischen Zeichen als Konstanten oder schematische Buchstaben. Ich gehe hier davon aus, dass die Wffs der formalen Sprache verwendet werden, um die logische Form von Schlüssen, nicht die Schlüsse selbst, darzustellen, dass sie also Schlussschemata sind. Deshalb verstehe ich die nichtlogischen Zeichen als schematische Buchstaben und bezeichne die Wffs solcher Sprachen auch als *Schemata*. Ich wähle hier diese Deutung der nichtlogischen Zeichen, weil sie erstens dem wohl am häufigsten anzutreffenden Verständnis der logischen Formalsprachen entspricht, und zweitens, weil sie auch direkt zu der oben in Kapitel 1.2.2 und 1.2.3 gegebenen Charakterisierung der formalen Gültigkeit passt: Wenn die formal gültigen Schlüsse diejenigen Schlüsse sind, die ein gültiges Schlussschema instantiieren, so ist es nahe liegend, die formalen Sprachen der Logik so zu verstehen, dass sie dazu dienen, solche Schemata zu formulieren. Diese Auffassung ist allerdings nicht unumstritten.[42] Die zwei wichtigsten Alternativen bestehen darin, entweder zusätzlich oder anstelle der Schlussschemata formale Ausdrücke (sog. deskriptive Konstanten) einzuführen, mit denen die Schlüsse selbst formuliert werden können. Ich werde in Kapitel 6 erklären, zu welchen Schwierigkeiten die hier referierte Auffassung aus der Perspektive der Formalisierung führt und dort die zuerst genannte Alternative entwickeln. Dabei werden wohlgeformte Formeln eingeführt werden, die mit deskriptiven Konstanten gebildet sind; sie werden als „Formeln“ bezeichnet werden, damit sie sich terminologisch von den hier erwähnten Schemata unterscheiden lassen.

Aussagen entsprechen, z.B. wenn freie Variabeln in Wffs zugelassen werden. In diesem Fall werden die hier „wohlgeformte Formeln“ genannten Ausdrücke oft als „Sätze“ oder „Aussagen“ bezeichnet. „Satz“ und „Aussage“ werde ich nicht so verwenden, sondern ausschließlich als Bezeichnung für Ausdrücke nichtformaler Sprachen.

Gelegentlich werden in der Logik auch formale Sprachen verwendet, in denen die syntaktischen Regeln nicht allein darüber entscheiden, ob ein Ausdruck wohlgeformt ist. So gelten z.B. im System von Hilbert und Bernays (*Grundlagen der Mathematik,* Bd. I, §8) Ausdrücke, die Kennzeichnungen enthalten, nur dann als wohlgeformt, wenn gewisse Wffs ableitbar sind.

41 Für eine genaue Formulierung vgl. z.B. *Wójcicki: Theory of logical calculi,* S. 12–13.

42 Vgl. *Smiley: The schematic fallacy.*

2. *Semantik*. Viele (aber längst nicht alle) logische Systeme bieten für die Ausdrücke der formalen Sprache auch eine Semantik, das heißt, sie bestimmen eine Klasse von Interpretationsfunktionen, die mindestens jedem wohlgeformten Ausdruck, meistens aber auch Ausdrücken anderer syntaktischer Kategorien eindeutig eine Interpretation als dessen Bedeutung zuordnen.[43] Die resultierenden Interpretationen sind wiederum in verschiedene semantische Kategorien eingeteilt, wobei den wohlgeformten Formeln ein Element aus der Menge der Wahrheitswerte zugeteilt wird. Das Ideal semantischer Formalismen besteht in einer „logisch perfekten Sprache“[44], einer Sprache, in der sich syntaktische und semantische Kategorien 1:1 entsprechen.

Die Semantik der klassischen Aussagen- und Prädikatenlogik ist unter anderem dadurch gekennzeichnet, dass die Menge der Wahrheitswerte genau die beiden Elemente *wahr* und *falsch* enthält. In einigen anderen Logiken wird eine andere Menge von Wahrheitswerten verwendet, wobei einer oder mehrere Wahrheitswerte ausgezeichnet werden. Für die klassische Prädikatenlogik ist im Weiteren charakteristisch, dass die Interpretationsfunktionen auf eine einzige Trägermenge, den so genannten Individuenbereich oder das *universe of discourse,* relativiert sind. Nichtklassische, zum Beispiel intensionale, Logiken verwenden zusätzliche Trägermengen, die dazu dienen, die Interpretationsfunktionen zum Beispiel auf mögliche Welten, Kontexte oder Zeitpunkte zu relativieren. Ich werde eine Interpretationsfunktion zusammen mit den entsprechenden Trägermengen ein (semantisches) *Modell* nennen.

Eine solche Semantik wird zweckmäßigerweise als *formale Semantik* bezeichnet, da sie selbst ein Teil des betreffenden Formalismus ist. Die Interpretationsfunktionen sind explizit definierte Funktionen, die formal im Sinne von formal$_2$ in Kapitel 1.3.2 sind. Das heißt, die Vorschriften, die bestimmen, welchen Ausdrücken der formalen Sprache welche Objekte als deren Bedeutung zuzuordnen sind, nehmen auf die Ausdrücke der formalen Sprache nur Bezug, insofern diese bestimmte Zeichen mit einer bestimmten syntaktischen Struktur sind; und auf die zugeordneten Bedeutungen nehmen sie nur Bezug, insofern diese durch ihre Bezeichnungen gegeben sind. Davon zu unterscheiden ist eine informelle

[43] Zur Terminologie: (1) Die den Ausdrücken zugeordneten Bedeutungen werden in verschiedenen Semantiken durch ganz unterschiedliche Termini bezeichnet. In gleich allgemeinem Sinne, wie hier „Interpretation“ verwendet wird, sind auch „semantischer Wert“ und „Bedeutung“ üblich, in speziellerer Verwendungsweise „Denotat“, „Extension“, „Intension“ usw. Da „Interpretation“ sowohl für den Interpretationsvorgang wie für dessen Resultat und für Interpretationsvorschriften verwendet werden kann, spreche ich, wenn Missverständnisse drohen, auch von „Interpretieren“, „zugeordneter Interpretation“ bzw. „Interpretationsfunktion“. (2) Die Begriffe der Interpretation und der Interpretationsfunktion werden hier sehr weit gefasst und sind als neutral gegenüber verschiedenen Typen von Semantiken zu verstehen, weil diese Unterschiede für das Folgende keine Rolle spielen. Zur Unterscheidung verschiedener Typen formaler Semantik siehe beispielsweise *Etchemendy: The concept of logical consequence; Ridder: Eine Kritik des interpretationssemantischen Quantifikations- und Folgerungsbegriffs,* oder *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* Kap. 5.

[44] Zum Begriff der logisch perfekten Sprache vgl. *Evans: Semantic structure and logical form,* S. 71.

Semantik im Sinne einer Erklärung, die tatsächlich angibt, worauf (auf welche Objekte, Begriffe o.ä.) sich die Ausdrücke der formalen Sprache beziehen. Dies kann eine formale Semantik nicht leisten, weil sie sich auf die Bezeichnungen der zugeordneten Interpretationen bezieht und also nicht angibt, welches diese Interpretationen sind. Um Verwechslungen zu vermeiden, werde ich den Ausdruck *Interpretation* im Folgenden ausschließlich im Sinne der formalen Semantik verwenden und bei der informellen Semantik von *Deutung* sprechen.[45]

Definition der Gültigkeit in einer formalen Sprache

Ein zweites Hauptstück der traditionellen logischen Formalismen besteht in der Definition einer Relation der Gültigkeit, die auf Ausdrücke der entsprechenden formalen Sprache, also auf Schlussschemata, anwendbar ist. Damit wird die Relation der Gültigkeit relativ auf einen bestimmten Formalismus **F** definiert. (Zur Vereinfachung werde ich im Folgenden meist von „gültig“ sprechen, wo genau genommen „gültig in **F**“ stehen müsste.) Daran knüpft sich das für die Philosophie der Logik zentrale Problem, ob sich solche Definitionen in verschiedenen Formalismen letztlich auf einen gemeinsamen Begriff der Gültigkeit beziehen lassen oder der Begriff der Gültigkeit überhaupt nur auf dem Hintergrund einer bestimmten logischen Theorie einen klaren Sinn hat.[46]

Grundsätzlich kann zwischen syntaktischen und semantischen Gültigkeitsdefinitionen für formale Sprachen unterschieden werden. Diese beiden Definitionstypen entsprechen den beiden in Kapitel 1.1.5 erwähnten Begriffen von Gültigkeit (Näheres zu diesem Zusammenhang in Abschnitt 1.4.1).

Syntaktisch wird der Begriff der Gültigkeit im Hinblick auf eine Menge von Schlussregeln definiert, die sich ausschließlich auf den syntaktischen Aufbau von wohlgeformten Formeln beziehen und *Ableitungsregeln* oder *Deduktionsregeln* genannt werden:

(D5) Ein Schlussschema, bestehend aus einer Folge von Prämissen-Wffs φ_1; …; φ_n und einer Konklusions-Wff ψ, ist genau dann gültig (im Formalismus **F**), wenn die Konklusions-Wff aus den Prämissen-Wffs durch schrittweises Anwenden der Ableitungsregeln (von **F**) abgeleitet werden kann.
(Symbolische Darstellung: $\varphi_1; \ldots; \varphi_n \vdash \psi$; bzw. $\varphi_1; \ldots; \varphi_n \vdash_{\mathbf{F}} \psi$)

Ein Formalismus, bestehend aus einer formalen Sprache, einer Menge von Ableitungsregeln und einer syntaktischen Definition der Gültigkeit wird als *logischer Kalkül* bezeichnet. (Zur Vereinfachung fasse ich in axiomatischen Kalkülen die Axiome als Ableitungsregeln auf, die es erlauben, eine bestimmte Wff jederzeit als abgeleitet zu betrachten.)

45 Zur oft anzutreffenden Doppeldeutigkeit von „Interpretation“ und „Semantik“ vgl. *Peregrin: The ‘natural’ and the ‘formal’*, S. 93–94.
46 Für eine kurze Übersicht über diese Diskussion vgl. *Haack: Philosophy of logics,* Kap. 12.1.

In semantischen Definitionen der Gültigkeit wird diese auf die möglichen Interpretationen von Prämissen-Wffs und Konklusions-Wff bezogen, also auf deren Wahrheitswert:

(D6) Ein Schlussschema, bestehend aus einer Folge von Prämissen-Wffs $\varphi_1; \ldots; \varphi_n$ und einer Konklusions-Wff ψ, ist genau dann gültig (im Formalismus **F**), wenn es (in **F**) kein Modell gibt, das alle Prämissen-Wffs wahr und die Konklusions-Wff falsch macht.
(Symbolische Darstellung: $\varphi_1; \ldots; \varphi_n \vDash \psi$; bzw. $\varphi_1; \ldots; \varphi_n \vDash_{\mathbf{F}} \psi$)

Um die so definierte Gültigkeit eines Schlusses nachzuweisen, muss man sich einen systematischen Überblick über alle Modelle verschaffen und zeigen, dass jede Interpretationsfunktion, die alle Prämissen-Wffs wahr macht, auch die Konklusions-Wff wahr macht.

Terminologisch kennzeichnet man die Gültigkeit eines Schlussschemas im Sinne von (D6) dadurch, dass man davon spricht, dass die Konklusions-Wff aus den Prämissen-Wffs *gefolgert* werden kann, während bei gültigen Schlussschemata im Sinne von (D5) üblicherweise gesagt wird, die Konklusions-Wff könne aus den Prämissen-Wffs *abgeleitet* oder *deduziert* werden.

Die Gültigkeit lässt sich also in einem Formalismus – vorausgesetzt, er verfügt sowohl über eine Semantik wie über Schlussregeln – prinzipiell in zweifacher Weise definieren, eben syntaktisch und semantisch. Dabei wird man versuchen, die Adäquatheit der einen Definition in Bezug auf die andere nachzuweisen, das heißt zu beweisen, dass jedes gemäß der syntaktischen Definition gültige Schlussschema, auch nach der semantischen Definition gültig ist, und umgekehrt. (Bekanntlich hat Gödel 1930 für wichtige Klassen von Kalkülen entsprechende Nachweise mit positiven und negativen Resultaten veröffentlicht.[47])

Da in den folgenden Kapiteln die genaue Definition der Gültigkeit für die Erörterungen zum Problem der adäquaten Formalisierung oft nicht erheblich ist, werde ich vielfach einfach von „formaler Gültigkeit" sprechen (Symbol: $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$) und offen lassen, ob die Gültigkeit syntaktisch oder semantisch definiert ist.

Gelegentlich wird im Folgenden von *Theoremen* (auch *logische Gesetze* oder *Tautologien* genannt), *Kontradiktionen* (gelegentlich auch *Antilogien* genannt) und *Äquivalenzen* die Rede sein. Diese Begriffe lassen sich analog zum Begriff des gültigen Schlusses syntaktisch und semantisch wie folgt definieren:

(D7) Eine Wff φ ist genau dann ein Theorem (im Formalismus **F**), wenn sie durch schrittweises Anwenden der Ableitungsregeln (von **F**) abgeleitet werden kann.
(Symbolische Darstellung: $\vdash \varphi$; bzw. $\vdash_{\mathbf{F}} \varphi$)

47 *Gödel: Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls; Gödel: Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme.*

(D8) Eine Wff φ ist genau dann ein Theorem (im Formalismus **F**), wenn es (in **F**) kein Modell gibt, das φ falsch macht.
(Symbolische Darstellung: $\vDash\varphi$; bzw. $\vDash_{\mathbf{F}}\varphi$)

(D9) Eine Wff φ ist genau dann eine Kontradiktion (im Formalismus **F**), wenn ihre Negation ein Theorem (in **F**) ist.

(D10) Eine Wff φ ist genau dann eine Kontradiktion (im Formalismus **F**), wenn es (in **F**) kein Modell gibt, das φ wahr macht.

(D11) Zwei Wffs φ und ψ sind genau dann äquivalent (im Formalismus **F**), wenn φ durch schrittweises Anwenden der Ableitungsregeln (von **F**) aus ψ abgeleitet werden kann und umgekehrt.
(Symbolische Darstellung: $\varphi \dashv\vdash \psi$; bzw. $\varphi \dashv\vdash_{\mathbf{F}} \psi$)

(D12) Zwei Wffs φ und ψ sind genau dann äquivalent (im Formalismus **F**), wenn alle **F**-Modelle φ und ψ die gleiche Interpretation zuordnen.
(Symbolische Darstellung: $\varphi \vDash\dashv \psi$; bzw. $\varphi \vDash\dashv_{\mathbf{F}} \psi$)

An einigen Stellen werde ich, um die Argumentation zu vereinfachen, auf die Möglichkeit zurückgreifen, Schlüsse durch *Schlusskonditionale* zu ersetzen. Jedem Schluss entspricht genau ein Schlusskonditional und umgekehrt; wobei unter *Schlusskonditional* Folgendes zu verstehen ist:

(D13) Das Schlusskonditional des Schlusses $\varphi_1; \varphi_2; \ldots; \varphi_n \Rightarrow ?_{\mathbf{F}}\ \psi$ ist die Wff $\varphi_1 \rightarrow (\varphi_2 \rightarrow (\ldots(\varphi_n \rightarrow \psi)))$ oder alternativ: $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \rightarrow \psi$.

In der klassischen Logik (nicht aber z.B. in der Relevanzlogik) gelten:[48]

(D14) $\varphi_1; \varphi_2; \ldots; \varphi_n \vdash \psi \Leftrightarrow \vdash \varphi_1 \rightarrow (\varphi_2 \rightarrow (\ldots(\varphi_n \rightarrow \psi)))$
(bzw. $\varphi_1; \varphi_2; \ldots; \varphi_n \vdash \psi \Leftrightarrow \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \rightarrow \psi$)

(D15) $\varphi_1; \varphi_2; \ldots; \varphi_n \vDash \psi \Leftrightarrow \vDash \varphi_1 \rightarrow (\varphi_2 \rightarrow (\ldots(\varphi_n \rightarrow \psi)))$
(bzw. $\varphi_1; \varphi_2; \ldots; \varphi_n \vDash \psi \Leftrightarrow \vDash \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \rightarrow \psi$)

Das bedeutet, dass ein Schluss genau dann gültig ist, wenn sein Schlusskonditional ein Theorem ist. Schlusskonditionale können deshalb im Rahmen der klassischen Logik verwendet werden, um die Gültigkeit von Schlüssen auf Theoreme zurückzuführen, was erlaubt, Ergebnisse, die für eine Wff gezeigt wurden, auf Schlüsse, die ja aus mehreren Wffs bestehen, zu übertragen.

[48] (D14), bzw. die $\Rightarrow$-Hälfte von (D14), wird üblicherweise als „Deduktionstheorem" bezeichnet. Die wichtigsten Resultate zum Deduktionstheorem und ein ausführliches Literaturverzeichnis finden sich in: *Porte: Fifty years of deduction theorems.* Für Nachweise vgl. z.B. *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 124–125; *Bostock: Intermediate logic,* Kap. 5.3. Schlusskonditionale und Deduktionstheoreme im Kontext der Relevanzlogik sind ausführlich diskutiert in *Read: Relevant logic.*

Formale Beweise der Gültigkeit

Die dritte für den Aufbau der logischen Formalismen leitende Idee ist, für einen Nachweis der Gültigkeit möglichst strenge Beweise zu liefern. Diese Forderung nach Strenge in der Beweisführung findet ihr Ideal in Beweisregeln, die den Begriff des Beweises entscheidbar machen. Das bedeutet, dass Beweisregeln angegeben werden, die es erlauben, jeden vorgelegten Beweis nach einem mechanischen Verfahren auf seine Korrektheit, das heißt seine Übereinstimmung mit den Beweisregeln, zu prüften. Die Beweise sollen also „formal" im Sinne von „$formal_2$" und „$formal_3$" (Kapitel 1.3.2) sein. Diese Forderung ist in einem logischen Kalkül leicht zu erfüllen, da die Beweise auf der Grundlage von syntaktischen Ableitungsregeln geführt werden. Bei Logiken mit einer semantischen Definition der Gültigkeit (D6) ist dies nicht immer der Fall. So lassen sich zwar Beweise mit der Wahrheitstafelmethode relativ einfach formal regeln; semantische Nachweise der Gültigkeit in der Prädikatenlogik werden aber oft nicht als formale Beweise geführt, sondern in Form metasprachlicher Nachweise, in denen über Modelle und Interpretationen in einer informellen Weise gesprochen wird.

Zusätzlich ist es natürlich wünschenswert, dass nicht nur der Begriff des Beweises der Gültigkeit, sondern auch der Begriff der Beweisbarkeit der Gültigkeit entscheidbar ist, es also auch ein mechanisches Verfahren gibt, mit dem geprüft werden kann, ob ein beliebiges Schlussschema gültig ist oder nicht. (Für die Aussagenlogik stellen zum Beispiel die Wahrheitstafeln ein solches Verfahren dar; nach dem Theorem von Church gibt es aber für die Prädikatenlogik mit mehrstelligen Prädikaten kein solches Verfahren.[49])

Ich werde im Folgenden den Ausdruck *Beweis* für Beweise reservieren, die nach expliziten formalen Regeln geführt werden, und sonst von *Nachweis* sprechen. Beispielsweise wird also die Gültigkeit eines Schlussschemas mit der Wahrheitstafelmethode oder der Methode des natürlichen Schließens bewiesen, während die Adäquatheit eines Kalküls im Hinblick auf eine bestimmte Semantik im Allgemeinen nicht bewiesen, sondern nachgewiesen wird, nämlich dann, wenn dies durch eine in der Metasprache formulierte Argumentation gezeigt wird, die nicht nach expliziten Regeln geführt ist, sondern auf der Logik der Metasprache basiert.[50] Weil Beweise nur innerhalb eines Formalismus möglich sind, basieren Beweise immer auf Nachweisen. Jeder Formalismus muss nämlich letztlich mit Hilfe der Umgangssprache eingeführt werden und deshalb muss die Argumentation dafür, dass Beweisregeln das Gewünschte liefern, in letzter Instanz auch auf dieser Ebene geführt werden. Zwar kann der Begriff des Beweises als Explikat des Begriffs des Nachweises aufgefasst werden, aber die Adäquatheit der Explikation muss letzten Endes in der Umgangssprache nachgewiesen werden. Ein Formalismus kann nicht von sich selbst aufzeigen, dass er leistet,

---

[49] *Church: A note on the Entscheidungsproblem.*

[50] Zu dieser Terminologie vgl. *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 24–25.

was er leistet. Auch wer ein an der Idee einer Idealsprache orientiertes Konzept der Logik vertritt und also die Umgangssprache für bestimmte Zwecke durch einen logischen Formalismus ersetzen möchte, kommt nicht darum herum, in der Umgangssprache dafür zu argumentieren, dass der vorgeschlagene logische Formalismus tatsächlich die von einer solchen Idealsprache geforderten Eigenschaften hat.

1.4 Logik und logischer Formalismus

Bis jetzt habe ich drei verschiedene Aspekte von logischen Theorien diskutiert: ihre Zielsetzung, einige zentrale Begriffe und die Frage, wie solche Theorien formuliert werden. Der letzte Aspekt, der logische Formalismus, ist sicher das hervorstechendste Kennzeichen der modernen Systeme der formalen Logik: daran denkt man meist zuerst, wenn von einer Logik oder einem logischen System die Rede ist. Dies scheint die Auffassung zu stützen, dass eine Logik einfach ein Formalismus besonderer Art ist. In diesem Kapitel soll erklärt werden, weshalb und inwiefern eine solche Reduktion der Logik auf einen Formalismus eine unhaltbare Verkürzung darstellt. Dazu muss vor allem erläutert werden, welche Rolle logische Formalismen im Ganzen einer logischen Theorie spielen.

Zunächst einmal ist es klar, dass man sich auch eine Logik vorstellen kann, die auf die Einführung eines Formalismus verzichtet und sich im Gegenzug mit Nachweisen für die Gültigkeit von Schlüssen zufrieden gibt, die weniger strengen Standards genügen. Man braucht sich dazu nur den logischen Formalismus durch entsprechende informelle Erklärungen ersetzt zu denken. Also setzt eine Theorie gültiger Schlüsse nicht notwendig einen Formalismus voraus. Interessanter ist die Frage, ob ein logischer Formalismus für eine Theorie gültiger Schlüsse hinreichend ist. Ich werde im Folgenden begründen, weshalb ich die Auffassung vertrete, dass ein logischer Formalismus allein noch keine logische Theorie ist, und der Frage nachgehen, was sonst noch zu einem logischen System gerechnet werden muss. Dabei werde ich in drei Schritten vorgehen: Zuerst wird genauer untersucht, wie ein logischer Formalismus dazu verwendet werden kann, die Gültigkeit eines Schlusses nachzuweisen, was ja die zentrale Aufgabe einer logischen Theorie ist (Kapitel 1.4.1). Dieses Verfahren zur Prüfung von Schlüssen wird dann daraufhin untersucht, welche Voraussetzungen erfüllt sein müssen, damit es leistet, was es leisten soll, nämlich die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen (Kapitel 1.4.2). Schließlich werde ich in Kapitel 1.4.3 darauf eingehen, welche Folgen sich aus diesen Überlegungen für den Begriff des logischen Systems ergeben. Bei all diesen Überlegungen werde ich den Aspekt der Formalisierung ausklammern und diesen in Kapitel 2 gesondert behandeln.

1.4.1 Das Vorgehen bei Nachweisen für die Gültigkeit von Schlüssen

Um das Verhältnis zwischen logischem Formalismus und Logik genauer zu bestimmen, gehe ich von der Frage aus, in welcher Weise ein logischer Formalismus dazu verwendet wird, Schlüsse als formal gültig nachzuweisen. Dazu eine kurze Rückblende auf die in den vorhergehenden Kapiteln angegebenen Definitionen zur Gültigkeit von Schlüssen:

(D1) Ein Schluss ist genau dann gültig, wenn die Wahrheit der Prämissen die Wahrheit der Konklusion notwendig macht, beziehungsweise

(D2) wenn die Konklusion durch schrittweise Anwendung von Schlussregeln aus den Prämissen gewonnen werden kann.

(D4) Ein Schluss ist genau dann formal gültig, wenn er eine Instanz mindestens eines gültigen Schlussschemas ist.

(D3) Ein Schlussschema ist genau dann gültig, wenn notwendigerweise alle seine Instanzen gültige Schlüsse sind.

Um nun einen Schluss S, bestehend aus einer Folge von Prämissen $P_1, \ldots, P_n$ und einer Konklusion K, auf der Grundlage dieser Definitionen als formal gültig nachzuweisen, ist also zweierlei zu leisten:

(1) Nach (D4) muss ein Schlussschema $\mathbf{\Phi}$ angegeben werden, das durch S instantiiert wird.

(2) Es ist – ebenfalls nach (D4) – zu zeigen, dass $\mathbf{\Phi}$ ein gültiges Schlussschema ist. Nach (D3) bedeutet das, dass gezeigt werden muss, dass alle Instanzen von $\mathbf{\Phi}$ gültige Schlüsse gemäß (D1/D2) sein müssen.

Logische Formalismen sind daraufhin konzipiert, solche Nachweise in strenger Weise zu führen: Dazu bieten sie eine formale Sprache zur Formulierung von Schlussschemata, eine Definition des Begriffs der Gültigkeit für Schlussschemata und einen formalen Begriff des Beweises. Das Verfahren zum Nachweis der Gültigkeit eines Schlusses nimmt in einer Logik mit einem Formalismus **F** folgende Form an:

(1') Eine logische Form des Schlusses S wird durch ein Schlussschema $\mathbf{\Phi}$ repräsentiert, das eine Folge von Wffs der formalen Sprache von **F** ist.

(2') Mit den Mitteln des Formalismus **F** wird bewiesen, dass $\mathbf{\Phi}$ ein gültiges Schlussschema gemäß Definition (D5) beziehungsweise (D6) ist.

Um mit diesem Verfahren tatsächlich die Gültigkeit von S nachzuweisen, müssen zwei Voraussetzungen erfüllt sein: Erstens muss das Schema $\mathbf{\Phi}$ tatsächlich eine logische Form von S repräsentieren, und zweitens muss der Beweis der Gültigkeit nach Definition (D5) beziehungsweise (D6) gewährleisten, dass S auch im Sinne von (D1) beziehungsweise (D2) gültig ist. Im nächsten Abschnitt werde ich die zweite Voraussetzung näher betrachten; die erste wird in Kapitel 2.1.1 diskutiert.

1.4.2 Explikation des Begriffs der Gültigkeit

Eine erste zentrale Voraussetzung des eben geschilderten Vorgehens bei Gültigkeitsnachweisen ist: Die Definition der Gültigkeit im Formalismus – also der Folgerung oder der Ableitung – muss zur Definition der Gültigkeit im Sinne von (D3) und (D1) beziehungsweise (D2) passen. Kurz, der formal definierte Begriff der Gültigkeit muss den informellen Begriff der Gültigkeit explizieren.[51] Das bedeutet: seine Verwendung muss möglichst exakt geregelt sein, er soll fruchtbar sein (d.h. er soll die Formulierung möglichst vieler Gesetzmäßigkeiten erlauben) und er soll dem informellen Begriff der Gültigkeit genügend ähnlich sein. Inwiefern die ersten beiden Bedingungen erfüllt sind, wird durch den Formalismus als Ganzes bestimmt. Für die Forderung der Ähnlichkeit kann folgende Adäquatheitsbedingung formuliert werden:[52]

(B1) Der Nachweis der Gültigkeit eines Schlussschemas $\mathbf{\Phi}$ mit Hilfe von (D5) beziehungsweise (D6) muss sicherstellen, dass $\mathbf{\Phi}$ auch im Sinne von (D3) gültig ist, dass also notwendigerweise alle Instanzen von $\mathbf{\Phi}$ gültige Schlüsse im Sinne von (D1/D2) sind.

Nachzuweisen, dass diese Adäquatheitsbedingung erfüllt ist, bedeutet nachzuweisen, dass jede Instanz eines nach (D5) beziehungsweise (D6) gültigen Schlussschemas ein gültiger Schluss sein muss. Dazu muss man zeigen, dass diese Instanzen gültige Schlüsse sind, weil sie die im betreffenden Schlussschema dargestellten logischen Merkmale haben. Da es, um die Adäquatheit einer Definition des Begriffs der Gültigkeit in einem Formalismus nachzuweisen, notwendig ist, sowohl über Schlüsse und deren Gültigkeit, wie auch über Schlussschemata, Folgerung und Deduktion zu sprechen, kann ein solcher Nachweis nicht innerhalb des betreffenden Formalismus geführt werden, sondern nur in einer Metasprache, in der sowohl über den Formalismus wie über die in einer Umgangssprache formulierten Schlüsse gesprochen wird. Eine wesentliche Rolle spielt dabei, welchen Merkmalen von Schlüssen die verschiedenen Elemente der formalen Schlussschemata entsprechen. In diesem Zusammenhang können die Ausdrücke der formalen Sprache des Formalismus also nicht rein formal behandelt werden, sondern müssen in geeigneter Weise, nämlich im Hinblick auf die Merkmale von Schlüssen, die sie repräsentieren, gedeutet werden. (In diesem Zusammenhang wird oft davon gesprochen, dass der

51 In der Literatur wird gelegentlich davon gesprochen, dass der Begriff der Gültigkeit „formalisiert“ wird. Um Unklarheiten zu vermeiden, werde ich ausschließlich das Zuordnen von Formeln zu Aussagen als „Formalisieren“ bezeichnen.

52 Im Hinblick auf konkrete logische Systeme können wesentlich spezifischere Adäquatheitsbedingungen formuliert werden. Eine ausführliche Diskussion für die Aussagen- und Prädikatenlogik findet man in *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* Kap. II.2.4 und III.2.4.

Formalismus in einer bestimmten Weise interpretiert wird. Um Verwechslungen mit der Interpretation im Sinne der formalen Semantik zu vermeiden, spreche ich von „Deutung“. Vgl. oben S. 43.)

Die Adäquatheitsbedingungen für die Explikation des Begriffs der Gültigkeit können aber, anders als in (B1), auch rein formal angegeben werden, indem man von der Relation der Gültigkeit gewisse strukturelle Eigenschaften fordert, wie zum Beispiel Reflexivität, Stabilität gegenüber der Hinzufügung zusätzlicher Prämissen und Konklusionen („Verdünnung“, engl. *dilution* oder *thinning*) sowie Transitivität (auch „Schnitt“, engl. *cut*).[53] Eine derartige Formulierung der Adäquatheitsbedingungen nimmt weder Bezug auf die Bedeutung der Relation, von der sie gefordert werden, noch auf die Bedeutung der durch diese Relation verknüpften Relate. Allerdings muss eine logische Theorie, um tatsächlich eine Theorie gültiger Schlüsse darzustellen, über eine solche Angabe von strukturellen Eigenschaften der Gültigkeitsrelation hinaus auch noch aufzeigen, dass tatsächlich alle Schlüsse, in denen Prämissen und Konklusion in einer solchen Relation stehen, gültig sind und deshalb gerade diese Eigenschaften von einer Relation der Gültigkeit gefordert werden müssen. Für eine solche Argumentation muss natürlich auf den informellen Begriff der Gültigkeit und auf die in den Schemata repräsentierten Merkmale der Schlüsse Bezug genommen werden.

1.4.3 Logische und quasi-logische Systeme

Aus Obigem ergibt sich, dass eine Logik nicht auf einen Formalismus reduziert werden kann: Damit ein Formalismus überhaupt Teil einer Theorie gültiger Schlüsse und somit ein logischer Formalismus sein kann, muss er einen formalen Begriff der Gültigkeit bieten, der ein Explikat des informellen Begriffs der Gültigkeit ist. Dies wiederum setzt eine Deutung des Formalismus im Hinblick auf Schlüsse und deren Gültigkeit voraus. Zusammen mit dem Begriff der adäquaten Formalisierung, der im skizzierten Verfahren zum Nachweis der Gültigkeit eines Schlusses ebenfalls vorausgesetzt ist, ergibt sich, dass ein *logisches System* eine Theorie ist, die die folgenden vier Bedingungen erfüllt:[54]

(1) Sie enthält einen Formalismus mit den oben (Kapitel 1.3.4) genannten Elementen: eine formale Sprache zur Formulierung von Schlussschemata (gegebenenfalls mit einer formalen Semantik), eine Definition der Gültigkeit und einen Begriff des Beweises. Ein solcher Formalismus kann als *quasi-logisches System* bezeichnet werden.

---

[53] Die wesentlichen Ideen für dieses Vorgehen stammen von Tarski und Gentzen; siehe *Tarski: On some fundamental concepts of metamathematics; Gentzen: Untersuchungen über das logische Schließen* (insbes. S. 220, Orig. S. 192). Allgemein zu den strukturellen Eigenschaften der Gültigkeit vgl. *Wójcicki: Theory of logical calculi* und die Aufsätze in *Gabbay: What is a logical system?*

[54] Ich folge hier im Wesentlichen *Ruzsa: In defence of classical principles,* S. 139–141. Eine ähnliche Position vertritt auch Resnik in *Logic: normative or descriptive?*, S. 225, und *Ought there to be but one logic?*, S. 491.

(2) Sie erklärt, wie der logische Formalismus im Hinblick auf Schlüsse zu deuten ist.

(3) Die Definition des formalen Begriffs der Gültigkeit stellt ein Explikat des informellen Begriffs der Gültigkeit dar.

(4) Sie umfasst eine Theorie (und gegebenenfalls ein Verfahren) der Formalisierung, das heißt eine Erklärung darüber, welchen Bedingungen eine adäquate Formalisierung zu genügen hat.

Bedingungen (1) und (3) sind bereits ausführlich diskutiert worden, Bedingung (4) wird vom nächsten Kapitel an im Zentrum der Diskussion stehen. Hier soll der zweite Punkt ausführlicher erläutert werden.[55]

Um zu erklären, wie ein logischer Formalismus im Hinblick auf Schlüsse zu deuten ist, muss angegeben werden, welcher Zusammenhang zwischen Schlüssen und den verschiedenen Elementen des Formalismus besteht und welchen informellen Begriffen die im Formalismus definierten Begriffe entsprechen sollen. Im Hinblick auf das Problem der adäquaten Formalisierung ist vor allem wichtig, wie sich die in der formalen Sprache formulierten Schlussschemata auf Schlüsse beziehen sollen. Dazu muss erklärt werden, welchen Merkmalen von Schlüssen die formalen Ausdrücke verschiedener syntaktischer Kategorien und die syntaktische Struktur eines Schlussschemas entsprechen. Oben ist bereits erwähnt worden, dass die Kategorie der Wffs dazu verwendet werden soll, in einem Schlussschema die Aussagen, aus denen ein Schluss aufgebaut ist, zu repräsentieren. Entsprechende Erläuterungen werden nun noch für die anderen Kategorien von formalen Ausdrücken und die syntaktischen Strukturen der Wffs gebraucht. Bei logischen Formalismen, die eine Semantik umfassen, ist es wichtig zu bemerken, dass die bloße Angabe einer formalen Semantik noch überhaupt nichts dazu beiträgt, zu erklären, in welcher Weise sich Schlussschemata auf Schlüsse beziehen. Die Interpretationen, die eine formale Semantik einem Ausdruck zuordnet, sind ja zunächst nur durch Bezeichnungen gegeben, die ihrerseits dann wieder durch eine Deutung erläutert werden müssen.[56]

Nebenbei sei bemerkt, dass logische Formalismen im Allgemeinen nicht nur im Hinblick auf Schlüsse gedeutet werden können, sondern noch in ganz anderer Weise, weshalb logische Formalismen auch in nichtlogischen Theorien Verwendung finden können. Ein besonders nahe liegendes Beispiel dafür ist die Deutung der klassischen Aussagenlogik im Hinblick auf elektrische Schaltungen. (Terminologisch könnte man deshalb zwischen „logischen" und „nichtlogischen" Deutungen unterscheiden. Der in der englischen Literatur gebräuchliche Ausdruck *intended interpretation* für logische Deutungen ist insofern ungünstig, als nichtlogische Deutungen ja nicht unbeabsichtigt sind.)

---

[55] Zum Folgenden vgl. *Haack: Philosophy of logics,* S. 30, 188–189.

[56] Dieser Punkt wird in *Ruzsa: In defence of classical principles,* S. 139–141, deutlich herausgearbeitet.

Ein logisches System lässt sich also nicht auf einen Formalismus reduzieren. Formalismen, für deren Ausdrücke ausschließlich formale Verwendungsregeln, aber keinerlei Deutung vorliegt, sind keine logischen Formalismen.[57] Dies lässt sich gut am Beispiel der *Protologik* von Paul Lorenzen illustrieren. Die Protologik ist eine Theorie der Grundlagen der Logik, die sich mit vollständig ungedeuteten Kalkülen beschäftigt, die angeben, wie nach bestimmten Regeln Figuren wie zum Beispiel[58]

+
+o
++o+
+++o++
+++o++o

erzeugt werden. Daraus könnte man nun schließen, dass Lorenzens Projekt gerade darin besteht, zu zeigen, dass sich die Logik in strenger Weise als reiner Kalkül entwickeln lässt, ohne dass dabei irgendeine Deutung eine Rolle spielte. Dies wäre allerdings ein grundlegendes Missverständnis, weil die Protologik nicht Regeln untersucht, nach denen gültige Schlüsse zustande kommen, sondern allgemeinste Regeln formalen Operierens (d.h. des Operierens mit Zeichen) – oder anders gesagt Regeln, die in allen Kalkülen gelten müssen. Die Protologik ist deshalb keine Logik, sondern eine allgemeine Theorie der Kalküle. Daraus lässt sich eine Logik gewinnen, aber dazu müssen die Elemente der Protologik in einer bestimmten Weise gedeutet werden, nämlich in Bezug auf logische Partikel und Aussageformen. Das Resultat ist die so genannte *operative Logik,* die – im Gegensatz zur Protologik – eine Theorie gültiger Schlüsse und nicht „bloß" eine Theorie der Kalküle ist. Die Protologik wird also gerade nicht eingeführt, um die Logik auf einen ungedeuteten Formalismus zu reduzieren, sondern um logische Schlussregeln in einer bestimmten Weise, nämlich im Hinblick auf eine allgemeine Theorie der Kalküle, zu begründen.[59]

Die hier gegebene Charakterisierung der logischen Systeme als formale Theorien gültiger Schlüsse lässt natürlich im Hinblick auf konkrete Logiken noch sehr vieles offen. Tatsächlich ist im Einzelfall oft umstritten, ob ein bestimmter Formalismus nun ein logischer ist oder nicht. Entsprechende Diskussionen wurden und werden für alle als „logisch" reklamierten Systeme geführt; unbestritten ist meist lediglich, dass die klassische Aussagen- und Prädikatenlogik diesen Namen

57 Das bedeutet nicht, dass es sinnlos ist, solche Formalismen zu erfinden und zu untersuchen. Nützlich sind sie z.B. als didaktische Mittel, um zu erläutern, was ein Kalkül ist; vgl. z.B. *Lorenzen: Protologik,* S. 84–86.

58 *Lorenzen: Protologik,* S. 85.

59 Vgl. *Lorenzen: Einführung in die operative Logik und Mathematik,* Kap. 1; *Lorenzen: Protologik.* Das für den vorliegenden Kontext Wichtigste findet sich zusammengefasst in den Artikeln <Logik, dialogische> und <Logik, operative> von Kuno Lorenz in *Ritter: Historisches Wörterbuch der Philosophie.* (Vgl. auch *Gethmann: Protologik,* Kap. 1.)

zu Recht führen.[60] Ebenfalls umstritten ist die Frage, ob es letztlich nur eine Logik geben könne.[61] Im Folgenden werde ich auf diese Diskussionen um die „richtige(n)“ Logik(en) nur Bezug nehmen, wenn sie einen direkten Zusammenhang mit Problemen des Formalisierens haben. Im Allgemeinen gehe ich, solange nichts anderes bemerkt ist, einfach davon aus, dass klassische Aussagen- und Prädikatenlogik erster Stufe zum Formalisieren verwendet werden.

60 Je nach Verständnis der Logik kann auch dies noch bestritten werden. Siehe z.B. *Jacoby: Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtsschreibung.*

61 Zu diesen Diskussionen vgl. *Resnik: Ought there to be but one logic?,* und *Haack: Philosophy of logics,* Kap. 12.1 und 9.1–2, sowie die dort angegebene Literatur.

2 Das Problem des adäquaten Formalisierens und sein Ort in der Logik

Nach den allgemeinen Erläuterungen über Theorien der modernen formalen Logik soll nun gezeigt werden, wie sich das Problem der adäquaten Formalisierung und das Formalisieren allgemein in dieses Logikkonzept einordnen.

2.1 Das Problem der adäquaten Formalisierung

Als Erstes müssen zwei terminologische Punkte geklärt werden:

1. Die Ausdrücke „Formalisieren" und „Formalisierung" sind im Kontext der Logik in einer Reihe unterschiedlicher Bedeutungen gebräuchlich. Im Folgenden werden sie ausschließlich im Zusammenhang mit der Zuordnung von Formeln zu umgangssprachlichen Aussagen oder Schlüssen verwendet. In der Literatur findet man „Formalisieren" und „Formalisierung" auch als Bezeichnung für das Entwickeln logischer Formalismen oder logischer Systeme, die einen Formalismus enthalten (z.B. „Formalisierung der Logik", „formalisierte Logik"). Auch die logische Analyse einer Theorie wird gelegentlich als „Formalisierung" dieser Theorie bezeichnet. Gemeint ist damit die Rekonstruktion dieser Theorie als ein formales System mit dem Ziel, deren metatheoretische Eigenschaften (z.B. Vollständigkeit, Entscheidbarkeit, Äquivalenz zu anderen Theorien) zu studieren.[1] Diese Themen werden im Folgenden nicht weiter verfolgt.

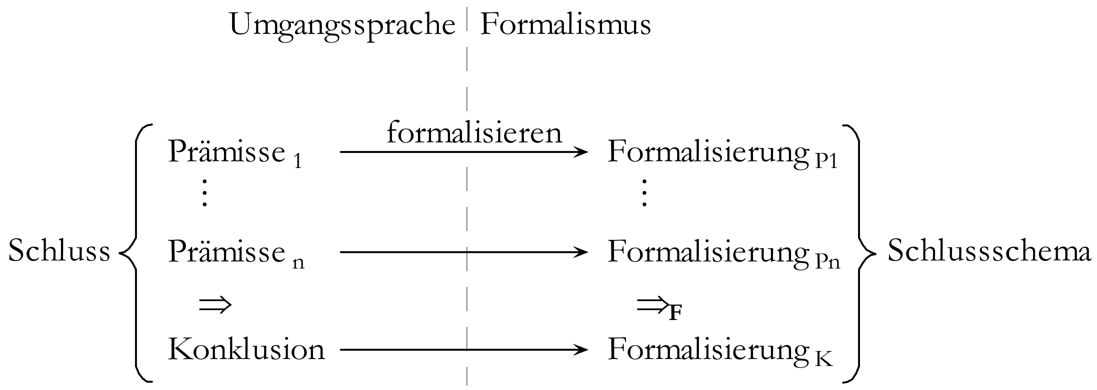
2. Das Wort „Formalisierung" bezeichnet sowohl den Prozess des Formalisierens wie auch dessen Ergebnis. Dies ist eine in der deutschen Sprache systematisch auftretende Mehrdeutigkeit, die sich beispielsweise bei „Übersetzung", „Schluss", „Entscheidung" und vielen anderen Substantiven findet (vgl. z.B. „schwierige Entscheidung" vs. „richtige Entscheidung"). Wenn im Folgenden aus dem Kontext nicht genügend deutlich hervorgeht, was mit „Formalisierung" gemeint ist, werde ich jeweils darauf hinweisen, in welchem Sinne von Formalisierung die Rede ist, indem ich zum Beispiel vom „Resultat der Formalisierung" spreche oder von „Formalisieren" statt von „Formalisierung", wenn die Tätigkeit gemeint ist.

2.1.1 Die Rolle der Formalisierung in Gültigkeitsnachweisen

Das in Kapitel 1.4.1 erläuterte Verfahren zum Nachweis der Gültigkeit eines Schlusses mit Hilfe eines logischen Formalismus besteht aus zwei Schritten: Repräsentation der logischen Form eines Schlusses durch ein Schlussschema und Beweis der Gültigkeit. Das Problem der adäquaten Formalisierung betrifft

[1] Zu diesen Begriffen der Formalisierung vgl. z.B. *Krämer: Berechenbare Vernunft,* insb. S. 1–5; *Tarski: Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences,* Kap. 40; *Kleene: Introduction to metamathematics,* §15.

den ersten dieser beiden Schritte. Das Verfahren lässt sich wie folgt schematisch darstellen:[2]



Das heißt: Die Gültigkeit eines Schlusses *Prämisse*$_1$*; …; Prämisse*$_n$ $\Rightarrow$ *Konklusion* wird geprüft, indem man die Prämissen und die Konklusion formalisiert und anschließend prüft, ob sich aus den resultierenden Formalisierungen der Prämissen die Formalisierung der Konklusion ableiten lässt, beziehungsweise ob die Formalisierung der Konklusion aus den Formalisierungen der Prämissen gefolgert werden kann. Lässt sich dies im betreffenden Formalismus beweisen, so ist der Schluss als gültig nachgewiesen, andernfalls nicht.

Das Problem der adäquaten Formalisierung stellt sich nun in folgender Weise: Damit ein Nachweis nach diesem Verfahren tatsächlich das Gewünschte leistet, nämlich zeigt, dass der betreffende Schluss aufgrund seiner Form gültig ist, müssen zwei entscheidende Voraussetzungen erfüllt sein: Erstens muss die Relation $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ die Relation $\Rightarrow$ explizieren (vgl. Kapitel 1.4.2). Zweitens müssen die durch die Formalisierungen repräsentierten logischen Merkmale tatsächlich Merkmale derjenigen Aussage sein, deren Formalisierung sie sein sollen. Kurzum: Prämissen und Konklusion müssen adäquat formalisiert werden. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so ist der Beweis der formalen Gültigkeit des Schlussschemas für den (nicht adäquat) formalisierten Schluss offensichtlich nicht relevant. Damit sich sinnvollerweise nach der Adäquatheit einer Formalisierung fragen lässt, muss wiederum eine Deutung des logischen Formalismus im Hinblick auf Schlüsse vorausgesetzt werden. Das Vorliegen einer solchen Deutung ist aber nur eine notwendige, keine hinreichende Bedingung für die Adäquatheit der Formalisierung. Auch wenn klar ist, welche Merkmale von Schlüssen durch die Ausdrücke des Formalismus repräsentiert werden sollen, ist im einzelnen Fall noch zu zeigen, dass ein bestimmtes Schema tatsächlich eine logische Form des Schlusses, dessen Formalisierung es sein soll, repräsentiert. Somit gilt, dass ein Gültigkeitsnachweis nach dem beschriebenen Verfahren nicht besser sein kann als die Argumente, die sich für die Adäquatheit der verwendeten Formalisierungen vorbringen lassen.

[2] Vgl. *Rosenberg: Die Autorität der logischen Analyse,* S. 69–71.

2.1.2 *Formalisieren von Schlüssen und Aussagen*

Das obige Diagramm enthält eine wichtige Neuerung gegenüber der Beschreibung in Kapitel 1.4.1. Sie besteht darin, dass das Formalisieren eines Schlusses nicht als eine Einheit dargestellt, sondern in Schritte zerlegt ist. Dahinter steht folgende Idee: Da alle Schlüsse eine gemeinsame Struktur haben, insofern sie aus einer Folge von Aussagen als Prämissen und einer Aussage in der Rolle der Konklusion bestehen, lässt sich das Formalisieren von Schlüssen in das Formalisieren von Aussagen zerlegen. Weil aber bisher nur vom Formalisieren von Schlüssen die Rede war, müssen nun in Analogie zu Schlussformen und Schlussschemata die Begriffe *Aussageform* und *Aussageschema* eingeführt werden: Unter einer *logischen Form einer Aussage,* oder kurz: einer *Aussageform,* sind Merkmale dieser Aussage zu verstehen, die themenneutral und für die Gültigkeit von Schlüssen, in denen diese Aussage vorkommt, relevant sind. Aussageformen werden durch *Aussageschemata* dargestellt. Das Formalisieren einer Aussage besteht im Zuordnen eines Aussageschemas zu einer Aussage. In einem Aussageschema werden die zu ihrer logischen Form gehörenden Merkmale einer Aussage durch bestimmte Zeichen repräsentiert, während anstelle ihrer restlichen Merkmale (dem Inhalt der Aussage) Platzhalter stehen.

Damit bietet es sich an, den Begriff des Schlussschemas auf den Begriff des Aussageschemas und Formalisierungen von Schlüssen auf solche von Aussagen zu reduzieren:

(1) Ein Schlussschema ist ein geordnetes Paar, bestehend aus einer Folge von Aussageschemata (den Prämissenschemata) und einem Aussageschema (dem Konklusionsschema).

(2) Ein Schlussschema $\varphi_1; \ldots; \varphi_{n-1} \Rightarrow ?_F\ \varphi_n$ ist genau dann eine Formalisierung des Schlusses $A_1; \ldots; A_{n-1} \Rightarrow ?\ A_n$, wenn φ_i für $1 \leq i \leq n$ eine Formalisierung von A_i ist.

Während (1) unproblematisch ist, fragt sich bei (2), ob eine solche Reduktion tatsächlich möglich ist, weil dafür nämlich vorausgesetzt werden muss, dass Aussagen einzeln formalisiert werden können. Dass dies möglich ist, scheint insofern nicht kontrovers zu sein, als es eine allgemein übliche Praxis ist, einzelne Aussagen zu formalisieren und über die Adäquatheit solcher Formalisierungen zu diskutieren. Diese Praxis wird im Folgenden auch im Zentrum stehen; das Problem der adäquaten Formalisierung wird in den Teilen II und III vor allem als die Frage diskutiert, was es heißt, eine einzelne Aussage adäquat zu formalisieren.[3] Ich wähle dieses Vorgehen, weil das Formalisieren für die der modernen formalen Logik verpflichtete Philosophie vor allem als eine Analyse der logischen Form von Aussagen bedeutend ist und oft gar nicht mit dem Ziel, die

[3] Die Frage, inwiefern das Formalisieren einer Aussage den Kontext eines Schlusses voraussetzt, wird in Kapitel 5 nochmals aufgegriffen.

Gültigkeit eines bestimmten Schlusses nachzuweisen, betrieben wird.[4] Das heißt allerdings nicht, dass solche logischen Analysen einzelner Aussagen nichts mit Schlüssen zu tun hätten, sondern lediglich, dass Aussagen nicht als Teile bestimmter Schlüsse, wohl aber im Hinblick auf ihr *mögliches* Vorkommen in gültigen und ungültigen Schlüssen untersucht werden. Eine solche Untersuchung bietet eine Klärung des in der betreffenden Aussage Ausgesagten, indem sie aufzeigen kann, wie die analysierte Aussage sich zu anderen Aussagen im Hinblick auf die Gültigkeit von Schlüssen verhält.

Ein gutes Beispiel hierzu ist Russells Analyse der Kennzeichnungen in *On denoting,* die immer wieder als Paradigma analytischen Philosophierens beansprucht wird. In diesem Text geht es um die Frage, wie Kennzeichnungen im Kontext der Aussagen, in denen sie vorkommen, adäquat formalisiert werden können. Da es sich dabei um eine logische Analyse handelt, geschieht dies *auch* im Hinblick auf (gültige oder ungültige) Schlüsse, in denen solche Aussagen mit Kennzeichnungen vorkommen. Diskutiert wird aber nicht die Formalisierung solcher Schlüsse, sondern die Formalisierung von Aussagen, die Kennzeichnungen enthalten. Auch aus Russells allgemeinem Konzept der Analyse als Methode der Philosophie wird deutlich, dass seine philosophische Analyse von Aussagen, auch wenn sie sich primär auf Aussagen und nicht direkt auf Schlüsse bezieht, in dem Sinne eine logische ist, als sie sich an der Gültigkeit von Schlüssen orientiert. Russell schreibt im Kapitel *Logic as the essence of philosophy* in *Our knowledge of the external world,* die philosophische Analyse gliedere sich in zwei Teile, *logical analysis* und *logical synthesis.* Bei der *analysis* geht es darum, ausgehend von einem *body of knowledge,* der durch komplexe, vage und logisch interdependente Propositionen gegeben ist, zugrunde liegende Prämissen aufzufinden, die einfach, präzise und logisch unabhängig sind. Mit der anschließenden *synthesis* soll gezeigt werden, dass dieses Wissen aus den durch *analysis* ermittelten Prämissen wiederum durch gültige Schlüsse abgeleitet werden kann, wobei es nun in Form komplexer, aber logisch wohlorganisierter Propositionen angegeben wird. Somit sind zwar Propositionen und nicht Schlüsse Gegenstand der *analysis.* Aber als Teil der philosophischen Analyse, zu der auch die *synthesis* gehört, ist die *analysis* ein Verfahren, das wesentlich auf das mögliche Vorkommen der aus der Analyse resultierenden Propositionen in gültigen Schlüssen ausgerichtet ist.[5]

2.2 Der Ort der Formalisierung in einem logischen System

Zum Abschluss der Skizze des Logikkonzepts, von dem ich im Folgenden ausgehen werde, sollen verschiedene Möglichkeiten diskutiert werden, wie sich das

[4] Vgl. *Quine: On the application of modern logic,* S. 34–35; *Quine: Word and object,* S. 161.

[5] *Russell: Our knowledge of the external world,* S. 9, 42, 214; vgl. auch *Russell: On scientific method in philosophy,* S. 108; *Russell: Logical atomism,* S. 341. Russells Konzept der philosophischen Analyse ist ausführlich diskutiert in *Hager: Continuity and change in the development of Russell's philosophy,* Part I.

Formalisieren im Ganzen der Logik einordnen lässt. Dadurch, dass ich (in Kapitel 1.4.3) logische Systeme als im Hinblick auf Schlüsse gedeutete logische Formalismen zusammen mit einem Begriff der adäquaten Formalisierung erklärt habe, ist bereits klar geworden, dass ich die Theorie der Formalisierung (und gegebenenfalls ein Formalisierungsverfahren) als integralen Teil einer logischen Theorie verstehe. Begründet ist dies im Konzept der Logik, das in Kapitel 1 vorgestellt wurde. Wenn eine Theorie gültiger Schlüsse das Ziel der Logik darstellt und Schlüsse in einer Umgangssprache, Beweise für ihre Gültigkeit aber in einem Formalismus formuliert sind, so muss eine logische Theorie auch eine Theorie über die Beziehung zwischen Schlüssen und Ausdrücken des Formalismus umfassen. Im Folgenden werde ich diese Position diskutieren und begründen, indem ich sie mit anderen Positionen kontrastiere.

Hinter der häufig anzutreffenden Auffassung, das Formalisieren sei nicht als Teil der Logik zu betrachten, scheint mir ein doppeltes Motiv zu stehen: erstens die Überzeugung, dass sich eine Theorie der Formalisierung nicht als eine formale Theorie entwickeln lässt, und zweitens das Bestreben, die Logik auf diejenigen Problemstellungen zu beschränken, die sich durch formale Methoden lösen lassen. Die beiden Motive haben verschiedenen Charakter: Dass es keine formale Theorie der Formalisierung gibt, ist eine Annahme, für die zwar Gründe angegeben werden können, die aber prinzipiell damit rechnen muss, widerlegt zu werden, wenn es gelingen sollte, eine solche Theorie anzugeben. Dass die Problemstellungen der Logik auf solche beschränkt werden sollen, die sich mit formalen Methoden angehen lassen, ist dagegen ein methodologisches Prinzip. Dafür können natürlich Gründe vorgebracht werden; das Gewicht, das man diesem Prinzip beimisst, ist aber vor allem davon abhängig, welche Ziele man mit einer logischen Theorie verbindet und wie man diese gewichtet.

Anhand dieser beiden Motive werde ich im Folgenden die verschiedenen Auffassungen über die Stellung der Formalisierung innerhalb beziehungsweise außerhalb der Logik in drei Typen einteilen und zuerst Positionen diskutieren, die aus der Verpflichtung auf beide Motive resultieren, um dann anschließend auf Standpunkte einzugehen, die eines der beiden Motive aufgeben. Beide Motive aufzugeben, macht wenig Sinn: Ist eine formale Theorie des Formalisierens möglich, so besteht kein Grund, Abstriche am Ideal der Logik als Formalismus zu machen.

2.2.1 Logik als Formalwissenschaft

Geht man von den beiden oben genannten Motiven aus, so ist klar, dass das Formalisieren kein Thema der Logik ist. Als ein Problembereich, der formalen Methoden nicht zugänglich ist, entzieht es sich einer am Ideal des Formalismus orientierten Theorie. Von diesem Standpunkt aus ist ein logisches System ein Formalismus bestimmter Art, wobei sich zwischen einer radikalen und einer gemäßigteren Version dieser Position unterscheiden lässt. Erstere versteht die

Logik als eine Theorie ungedeuteter Formalismen, Letztere als eine Theorie der Gültigkeit von Schlüssen, soweit diese in einer formalen Sprache formuliert sind.

Formalistisches Verständnis der Logik

Unter einem formalistischen Verständnis der Logik verstehe ich die Auffassung, dass logische Systeme unabhängig von einer Deutung, als reine Formalismen, entwickelt werden. Eine Logik in diesem Sinne ist das, was ich oben als „quasilogisches System" bezeichnet habe. Von diesem Standpunkt aus spielen Fragen der Formalisierung für die Logik keine Rolle, weil sie sich nur im Zusammenhang mit einer Deutung des Formalismus stellen.

Eine formalistische Beschäftigung mit der Logik kann durchaus auch im Rahmen eines nichtformalistischen Logikkonzepts sinnvoll sein. Wenn es darum geht, formale Eigenschaften logischer Formalismen zu untersuchen, ist es ja gerade wesentlich für die Formalität dieser Eigenschaften, dass sie bestimmt werden können, ohne auf eine Deutung des Formalismus Bezug zu nehmen. Eine grundsätzlich formalistische Auffassung der Logik geht aber noch einen Schritt weiter, indem sie darauf besteht, dass die Deutung des Formalismus für die Logik irrelevant sei. Logik ist in diesem Sinne eine Theorie bestimmter ungedeuteter Formalismen, also eine reine Formalwissenschaft.[6] Gegen eine solche Auffassung ist an sich nichts einzuwenden. Sie verwendet einfach das Wort „Logik" zur Bezeichnung von etwas anderem als einer Theorie gültiger Schlüsse. Auf diesen Umstand – dass das Wort „Logik" zur Bezeichnung zweier verschiedener Arten von Theorien verwendet wird – bezieht sich zum Beispiel Curry, der gerne als Vertreter der formalistischen Auffassung der Logik genannt wird, wenn er diese Position ausdrücklich als Mathematiker, aber nicht als Philosoph vertritt.[7] Insofern hier also ein Logikkonzept vorliegt, das die Logik gar nicht als eine Theorie gültiger Schlüsse versteht, spielt das formalistische Verständnis für die weitere Diskussion der Formalisierung von vornherein keine Rolle.

Man findet allerdings die formalistische Auffassung auch bei Logikern, die ihren logischen Formalismus durchaus dazu verwenden, die Gültigkeit von

---

[6] Quine weist darauf hin, dass die formalistische Auffassung der Mathematik ihre Plausibilität aus zwei Quellen bezieht. Für die Logik dürfte ähnliches gelten: Einerseits können bestehende logische Formalismen mit verschiedenen Deutungen versehen werden. So lässt sich z.B. die Theorie der Wahrheitsfunktionen durch eine entsprechende Deutung auf elektrische Schaltkreise übertragen. Andererseits können neue Formalismen in (Teil-)Analogie zu bestehenden Formalismen gebildet werden, ohne dass sie irgendwie gedeutet sein müssten. Im Zuge einer solchen Verselbstständigung der Formalismen geht schließlich vergessen, dass nicht jeder Formalismus ein *logischer* Formalismus ist, und man gelangt zur Ansicht, Logik (und auch Mathematik) sei eine reine Formalwissenschaft, die sich nur mit ungedeuteten Zeichensystemen beschäftigt. Siehe *Quine: Success and limits of mathematization,* S. 148–151; *Quine: Quiddities,* Artikel <Formalism>. Vgl. auch *Tarski: Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences,* S. 128–129; *Tarski: Truth and proof,* S. 114.

[7] *Curry: Outlines of a formalist philosophy of mathematics,* siehe insb. Kap. XII.

Schlüssen nachzuweisen.[8] In solchen Fällen scheint mir die formalistische Position den Status einer methodischen Fiktion zu haben, die dazu dient, eine Reihe von Problemen auszublenden – und dazu gehört auch das Formalisieren. Um eine Fiktion handelt es sich insofern, als die untersuchten Formalismen doch wie eine Theorie gültiger Schlüsse verwendet werden, was sich in einer ernst gemeinten formalistischen Position nicht begründen lässt und ohnehin gar nicht möglich ist, ohne diese Position zu verlassen. Eine Möglichkeit, diesem Missstand entgegenzutreten, ohne das methodologische Ideal einer rein formalen Theorie aufzugeben, besteht darin, die Logik nicht als eine Theorie ungedeuteter Formalismen zu verstehen, sondern als Theorie von Schlüssen, die in der formalen Sprache des logischen Formalismus formuliert sind.

Logik als Theorie formalsprachlicher Schlüsse

Die meisten Logiker, die sich am Ideal einer rein formalen Theorie orientieren und gleichzeitig beanspruchen, eine Theorie gültiger Schlüsse vorzulegen, vertreten nicht ein formalistisches Konzept der Logik, sondern verstehen die Logik als eine formale Theorie, die angibt, welche Schlüsse in der formalen Sprache dieser Logik gültig sind. Ein solches Vorgehen setzt einen logischen Formalismus voraus, der gegenüber der Darstellung oben (Kapitel 1.3.4) so erweitert ist, dass er nicht nur die Formulierung von Schlussschemata, sondern auch von Schlüssen erlaubt. (Darauf komme ich in Kapitel 6 zurück.) Zu diesem Zweck führt man in die formale Sprache eine Reihe von deskriptiven Konstanten ein, deren Bedeutung in der Umgangssprache erklärt wird, wobei diese Erklärung selbst nicht zur Logik gerechnet wird.[9] Ein solches Logikkonzept ist zum Beispiel von Carnap und Quine vertreten worden.[10]

Von der Umgangssprache her betrachtet ist die resultierende Logik somit keine Theorie gültiger Schlüsse, sondern eine Theorie gewisser formalsprachlicher Objekte, die ebenfalls „Schlüsse" genannt werden und anstelle der umgangssprachlich formulierten Schlüsse verwendet werden sollen. Ein Nachweis für die Gültigkeit eines umgangssprachlich formulierten Schlusses im Rahmen einer solchen Logik ist dann darauf angewiesen, dass gezeigt werden kann, dass die im logischen Formalismus formulierten Schlüsse tatsächlich den betreffenden umgangssprachlichen Schlüssen entsprechen, wozu zuerst geklärt werden muss, was hier „entsprechen" näher heißt, beziehungsweise unter welchen Bedingungen eine solche „Entsprechung" vorliegt. Dies lässt sich nicht innerhalb einer so verstandenen Logik leisten, da die in der formalen Sprache formulierten Schlüsse, insofern sie in einer solchen Logik nur als Ausdrücke des Formalismus

8 Für Beispiele und eine Kritik dieser Auffassung siehe *Smiley: The schematic fallacy.*

9 Für praktische Zwecke ist man oft zusätzlich auf definitorische Abkürzungen für komplexe Ausdrücke der formalen Sprache angewiesen (vgl. dazu *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* Kap. 8.3). Im vorliegenden Kontext spielt das aber keine wesentliche Rolle.

10 Für Carnap siehe z.B. *Einführung in die symbolische Logik,* insb. Teil II; für Quine vgl. die im Folgenden angegebenen Stellen.

behandelt werden, als bloße Zeichen ohne Bedeutung zu betrachten sind. Die resultierende Logik ist also einfach eine Theorie gewisser Zeichen, die eben „Schlüsse“ genannt werden.

Für speziellere wissenschaftliche Zwecke ist allerdings auch denkbar, eine solche logische Formalsprache direkt als Umgangssprache zu verwenden. Zwar ist es auch in diesem Falle nötig, die in den logischen Formalismus eingeführten deskriptiven Ausdrücke mit einer informellen Erklärung zu versehen. Ist eine solche Erklärung aber einmal gegeben, so können Schlüsse oder ganze Theorien direkt in dieser formalen Sprache formuliert werden. Auch wenn dies oft nicht explizit formuliert wird, so scheint ein solches Logikkonzept doch vielen Lehrbüchern zugrunde zu liegen, die dem direkten Erlernen einer logischen Formalsprache (durch informelle Erläuterungen) gegenüber dem Formalisieren Priorität einräumen.[11] Quine vertritt ein solches Konzept der Logik, wenn er betont, dass es dem Logiker nicht darum gehe, auf unrealistische Art und Weise so etwas wie eine Logik der *ordinary language* nachzuzeichnen, sondern vielmehr darum, dass ein Wissenschaftler, der über entsprechende Kenntnisse logischer Formalismen verfügt, sich direkt, ohne Umweg über eine der üblichen Umgangssprachen, der logischen Notation zur Formulierung seiner Theorie bedient: “He does not even need to paraphrase the vernacular into his logical notation, for he has learned to think directly in his logical notation, or even (which is the beauty of the thing) to let it think for him.”[12] Von der Logik wird ein solcher Wissenschaftler aber keine Hilfe erwarten dürfen, wenn er seine in kanonischer Notation formulierten Nachweise dazu verwenden möchte, Behauptungen, die in einer Umgangssprache (d.h. nicht in kanonischer Notation) formuliert sind, zu begründen oder zu widerlegen. Quine müsste ihm vielmehr den Ratschlag erteilen, seine Argumentationspartner dazu einzuladen, ebenfalls kanonische Notation zu erlernen und ihre Fragen und Einwände direkt in dieser Sprache zu formulieren.[13]

Insgesamt ergibt sich für ein Logikkonzept, das die Logik als eine Theorie formalsprachlicher Schlüsse versteht, folgende Problemlage: Die Logik muss entweder den Anspruch aufgeben, eine Theorie umgangssprachlicher Schlüsse

[11] Explizit findet sich das z.B. bei *Barwise, Etchemendy: The language of first-order logic,* S. 5.

[12] *Quine: Mr. Strawson on logical theory,* S. 150; vgl. *Quine: The scope and language of science,* S. 239; *Quine: Word and object,* §33. Dies ist allerdings nur ein Aspekt von Quines Position. Sein Konzept der Paraphrase reicht vom Zuordnen logischer Symbole zu umgangssprachlichen Ausdrücken bis zum geschilderten Ersetzen der Umgangssprache durch eine kanonische Notation. Deutlich zeigt sich dies in seinen Lehrbüchern zur Logik, wo er einerseits ausführlich Probleme erläutert, die sich beim Übertragen umgangssprachlicher Sätze in symbolische Notation ergeben (z.B. *Quine: Elementary logic,* S. 25, 30–32, 90–95, oder *Quine: Methods of logic (4),* Kap. 8 und 31), andererseits aber auch von „rethinking the statement in logical symbols“ als Methode des Paraphrasierens spricht (*Quine: Methods of logic (4),* S. 57, 195).

[13] Aus der Sicht von Quines Sprachphilosophie wäre zu berücksichtigen, dass auch ein solcher Vorschlag die Probleme nicht löst, die sich für das Formalisieren aus der Unbestimmtheit der Übersetzung ergeben und die dazu führen, dass immer nur die Autorin des Arguments letzte Instanz für die Adäquatheit einer Formalisierung sein kann. Siehe *Quine: Word and object,* S. 159–160; vgl. dazu *Resnik: Logic: normative or descriptive?*, S. 229–230 (Fußnote 5).

zu sein, weil ihr dazu eine Theorie des Formalisierens fehlt und in einem solchen Logikkonzept auch gar keinen Platz findet, oder sie bleibt in ihrem Anspruch auf Schlüsse begrenzt, die in der formalen Sprache dieser Logik formuliert sind, womit sich ihre Bedeutung auf diejenigen (sehr speziellen) Kontexte beschränkt, in denen eine solche Sprache als Umgangssprache verwendet wird. Damit wird auch deutlich, welche Alternativen zu einem solchen Logikkonzept bestehen: Entweder man versucht, den Bereich der Umgangssprachen, die als formale Sprachen in den Formalismus der Logik integriert werden können, auszudehnen, oder man ergänzt den logischen Formalismus um eine informelle Theorie der Formalisierung. Diese beiden Möglichkeiten werden in den folgenden Kapiteln diskutiert.

2.2.2 *Logik als formale Theorie der Umgangssprache*

Für die bisher diskutierten Logikkonzepte ist charakteristisch, dass sie einerseits die Logik auf eine formale Theorie beschränken und andererseits davon ausgehen, dass es im Allgemeinen nicht möglich ist, eine formale Theorie der Umgangssprachen zu entwickeln. Gibt man diese zuletzt genannte Annahme auf, so ergibt sich das Konzept einer Logik, die eine formale Theorie gültiger Schlüsse der Umgangssprache ist, und zwar in einem viel direkteren Sinne, als dies für die anderen hier diskutierten Logikkonzepte zutrifft. Was das genauer bedeutet, lässt sich gut anhand der Theorien Montagues zeigen, die nach wie vor als Paradigma für ein solches Logikverständnis gelten können.

Montague hat in drei klassischen Aufsätzen zwei eng verwandte Möglichkeiten aufgezeigt, wie sich eine vollständig formale Theorie gültiger Schlüsse der Umgangssprache entwickeln lässt.[14] In *The proper treatment of quantification in ordinary English* schlägt er eine formale Analyse der Umgangssprache vor, die es erlaubt, eine Relation zu definieren, die den Ausdrücken der Umgangssprache solche des logischen Formalismus zuordnet, und zwar so, dass sich die formale Semantik der logischen Formalsprache auf die Umgangssprache übertragen lässt (von Montague als *induced interpretation* bezeichnet, üblicher ist „indirekte Interpretation"). Diese Theorie bietet also ein Formalisierungsverfahren, das selbst formal definiert ist. In *English as a formal language* entwirft er einen logischen Formalismus, in dem der Begriff des gültigen Schlusses direkt, das heißt ohne den „Umweg" über das Formalisieren, für einen Ausschnitt aus der englischen Umgangssprache eingeführt wird, so dass die Umgangssprache selbst die Rolle der formalen Sprache dieser Logik spielt („direkte Interpretation"). Hier wählt Montague also ein Vorgehen, das eine gewisse Ähnlichkeit mit dem im vorherigen Kapitel geschilderten aufweist: Logik ist eine Theorie formalsprachlicher Schlüsse, wobei aber der Bereich der Formalsprachen radikal erweitert wird, so

[14] Montague entwickelt seine logischen Analysen der Umgangssprache im Rahmen einer intensionalen Typenlogik. Sein Vorgehen lässt sich aber auch auf die klassische Prädikaten- oder Aussagenlogik übertragen. Für ein Beispiel vgl. *Link: Montague-Grammatik,* S. 242–245. Ich gehe in einem Exkurs in Kapitel 12.4.3 noch ausführlicher auf Montagues Sprachtheorie ein.

dass sich die Möglichkeit eröffnet, auch für Schlüsse, die in einer Umgangssprache wie Englisch oder Deutsch formuliert sind, eine Logik als vollständig formale Theorie zu entwickeln. In *Universal grammar* schließlich hat Montague eine allgemeine algebraische Theorie solcher Logiken angegeben und auch den Zusammenhang zwischen den beiden Vorgehensweisen geklärt, indem er gezeigt hat, dass durch jede indirekte Interpretation eine direkte Interpretation bestimmt wird, womit die Relation der Formalisierung prinzipiell entbehrlich wird.[15]

Die Idee, Umgangssprachen als formale Sprachen zu behandeln, die für Montagues Logikkonzept insgesamt charakteristisch ist, ist allerdings auch für beachtliche Schwierigkeiten verantwortlich, die sich beim Versuch, dieses Programm zu realisieren, ergeben. Formale Analysen von Umgangssprachen sind alles andere als trivial – Montagues logische Theorien verwenden schon allein aus diesem Grund einen viel komplizierteren technischen Apparat als die üblichen Formalismen der klassischen Logik. Trotzdem ist klar, dass Montague gezeigt hat, dass eine formale logische Analyse von Umgangssprachen entgegen der gängigen Meinung durchaus ein ernst zu nehmendes Projekt darstellt.[16]

Logikkonzepte, die eine formale Theorie der Umgangssprache umfassen, finden sich nicht nur in der von Montagues sprachanalytischem Programm geprägten, früher als „Montague-Grammatik", heute meist als „formale Semantik" bezeichneten Logik. Einflussreich geworden sind auch Davidsons Konzept einer Bedeutungstheorie nach dem Muster Tarskischer Wahrheitstheorien[17] sowie die Idee, eine Logik umgangssprachlicher Schlüsse als formale Theorie auf der Grundlage von Chomskys generativer Grammatik zu entwickeln.

Nebenbei sei bemerkt, dass das Verhältnis zwischen generativer Grammatik und Logik ein kontrovers diskutiertes Thema ist. Chomsky versteht seine Tiefenstrukturen und seine LF *(logical form)* nicht als logische Formen im üblichen Sinn dieses Wortes, obschon er betont, dass seine Analysen eine Ähnlichkeit zur logischen Standardanalyse aufweisen (weniger zu Montagues intensionallogischer Analyse).[18] Die Differenz liegt im Explanandum: Während die Logik auf

15 Vgl. *Dowty, Wall, Peters: Introduction to Montague Semantics,* S. 263–265; *Janssen: Foundations and applications of Montague grammar,* Bd. 2, S. 77–78. Zu den beiden Methoden der direkten und indirekten Interpretation vgl. auch *Bar-Hillel: Argumentation in pragmatic languages.*

16 Dass das auch für Montague nicht immer klar war, zeigt folgende Bemerkung im 1964 erschienenen Buch *Logic* von Montague und Kalish: "To remove this source of looseness [i.e. stylistic variance] would require systematic exploration of the English language, indeed of what might be called the 'logic of ordinary English', and would be either extremely laborious or impossible. In any case, the authors of the present book would not find it rewarding." (*Kalish, Montague: Logic,* S. 10) In der zweiten Auflage 1980 ist der letzte Satz ersetzt worden durch: "In any case, we do not consider such an exploration appropriate material for the present book (however, see Montague [*Formal philosophy*] and Partee [*Montague Grammar*])." (*Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 10)

17 Vgl. den Exkurs in Kapitel 12.4.3.

18 Vgl. die Hinweise am Anfang von Kapitel 7. Zum Verhältnis zu Montagues logischen Analysen vgl. *Chomsky: Conditions on rules of grammar,* S. 197. Allgemein zur Rolle, die die LF in syntaktischen und semantischen Theorien spielt, vgl. *Carlson: Logical form. Types of evidence.*

den Begriff des gültigen Schlusses abzielt, geht es der Syntax ausschließlich um den Begriff des grammatischen (d.h. syntaktisch wohlgeformten) Satzes. Dagegen vertritt zum Beispiel Hintikka die Auffassung, Chomskys neueres Programm (ab *Essays on form and interpretation,* 1977) habe das Ziel, Verfahren anzugeben, wie aus der sprachlichen Oberfläche die logische Form ermittelt werden kann und dabei sei Chomsky im Detail viel weiter gekommen als Montague.[19]

Ich werde im Folgenden nicht von einem solchen Logikkonzept, das die Umgangssprache als formale Sprache behandelt, ausgehen. Nicht nur, weil eine angemessene Diskussion einer dieser Theorien den Umfang eines eigenen Buches haben müsste, sondern vor allem, weil ich das Problem der adäquaten Formalisierung primär aus der Perspektive der elementaren Standardlogik angehen möchte. Auch wenn es im Rahmen der Montague-Logik oder der generativen Grammatik bereits weit entwickelte sprachanalytische Theorien gibt, scheint mir eine Rekonstruktion des Begriffs der adäquaten Formalisierung für die klassische Elementarlogik lohnend zu sein, da dies die Referenztheorie ist, auf deren Hintergrund sich die weiteren Entwicklungen der Logik als Fortsetzungen oder Alternativen am besten verstehen lassen. Es wird sich allerdings im Verlauf der Diskussion zeigen, dass der Versuch, Kriterien des adäquaten Formalisierens anzugeben, zu Problemen hinführt, die sich wohl nur im Rahmen eines formalen Verfahrens der Formalisierung lösen lassen, und dass das von Montague und anderen entwickelte Logikkonzept aus dieser Perspektive eine attraktive Weiterentwicklung der üblichen Standardlogiken darstellt.

2.2.3 Formalisieren als informelles Problem der Logik

In der bisherigen Diskussion verschiedener Logikkonzepte ist klar geworden, dass eine dem Ideal einer formalen Theorie verpflichtete Logik nur ein quasilogisches System oder eine Theorie der in gewissen speziellen Formalsprachen gültigen Schlüsse liefert, wenn man nicht bereit ist, den logischen Formalismus gegenüber den Systemen der Standardlogik ganz erheblich zu erweitern. Will man die traditionellen logischen Systeme weiterhin als Theorien verstehen, die dazu verwendet werden können, die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen, die in der Umgangssprache formuliert sind, so muss der logische Formalismus dieser Systeme um eine Theorie des Formalisierens erweitert werden, auch wenn es sich dabei nicht um eine Erweiterung des Formalismus, sondern um eine informelle Theorie wird handeln müssen.

Dieses Konzept der Logik, das zu einer logischen Theorie neben einem im Hinblick auf Schlüsse gedeuteten Formalismus auch eine informelle Theorie des Formalisierens rechnet, bildet den Hintergrund für die Diskussion verschiedener Probleme des Formalisierens in den Teilen II und III. Es scheint mir, dass dieses Konzept der Logik am besten geeignet ist, die Tradition der modernen

19 *Hintikka: Logical form and linguistic theory,* S. 42–23. Hintikka bezieht sich an dieser Stelle allerdings vor allem auf das Logiklehrbuch *Kalish, Montague, Mar: Logic* und nicht auf Montagues sprachtheoretische Klassiker.

formalen Logik zu rekonstruieren, weil es erlaubt, die traditionelle Zielsetzung der Logik wirklich ernst zu nehmen, nämlich eine Theorie gültiger Schlüsse – auch in der Umgangssprache formulierter – zu bieten. Dem steht allerdings die Tatsache gegenüber, dass die meisten Logiker zwar die Praxis des Formalisierens pflegen und die Korrektheit von Formalisierungen diskutieren, aber keine Theorie des Formalisierens bieten. Sie verstehen das Formalisieren einfach als die Kunst, die Logik, worunter sie dann einen logischen Formalismus verstehen, anzuwenden. In den beiden folgenden Abschnitten soll dieses Konzept der Logik unter den beiden Aspekten der Trennung zwischen reiner und angewandter Logik und dem Verständnis der Formalisierung als einer Kunst etwas näher untersucht und mit dem hier vertretenen Logikkonzept kontrastiert werden.

Reine und angewandte Logik

Die Trennung zwischen reiner und angewandter Logik ist meist am Ideal einer Logik als formaler Theorie orientiert. Logische Probleme, für die sich eine formale Theorie angeben lässt, werden von solchen getrennt, die einer formalen Behandlung nicht zugänglich sind. Im Zentrum der reinen Logik steht der logische Formalismus mit einer Definition des Begriffs der Gültigkeit, im Zentrum der Anwendung dagegen das Formalisieren.

Damit entsteht eine gewisse Spannung dadurch, dass das Konzept der Logik an zwei sich entgegenstehenden Zielen orientiert wird: Auf der einen Seite steht die methodologische Idealvorstellung einer rein formalen Theorie, die unabhängig ist von den Problemen ihrer Anwendung, die nur informell erläutert werden. Auf der anderen Seite soll die Logik insgesamt eine Theorie gültiger Schlüsse sein. Aus der Perspektive dieses Ziels macht es aber keinen Sinn, reine Logik als eine Theorie zu verstehen, die sich ausschließlich für gewisse Formalismen und deren formale Eigenschaften interessiert. Vielmehr muss diese Charakterisierung der reinen Logik in zweierlei Hinsicht eingeschränkt werden: Erstens ist das Ziel, Formalismen in einer Theorie gültiger Schlüsse zu verwenden, mitbestimmend dafür, welche Formalismen Gegenstand der reinen Logik sind. Auch wenn es für die rein formale Theorie dieser Formalismen keine Rolle spielt, *wie* sie im Hinblick auf Schlüsse gedeutet werden, so bleibt doch, sofern es sich um logische Formalismen handeln soll, vorausgesetzt, *dass* sie so gedeutet werden können. Der zweite und wichtigere Punkt ist, dass sich ein normativer Anspruch logischer Theorien, der Anspruch nämlich, die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen, nur aus einer Perspektive der angewandten Logik begründen lässt. Allein von der reinen Logik, vom Formalismus her gesehen, ist die Relevanz eines formalen Beweises für die Gültigkeit eines Schlusses nicht einzusehen. Normative Ansprüche kann eine reine Logik nur erheben, wenn sie Teil einer angewandten Logik ist.

Weil die reine Logik in diesem Sinne von ihrer Anwendung abhängig ist, werde ich eine solche Unterscheidung zwischen reiner und angewandter Logik für das Folgende nicht übernehmen. Statt dessen werde ich „angewandt" im Zusammenhang mit logischen Theorien und Formalismen so verwenden: Logische Formalismen finden ihre primäre Anwendung in der Logik (weshalb sie so heißen), wo sie im Hinblick auf Schlüsse gedeutet und dazu verwendet werden, die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen. Daneben gibt es übertragene Anwendungen logischer Formalismen, die auf anderen Deutungen beruhen. Solche werden zum Beispiel in der Informatik im Rahmen der Theorie von Datenbankstrukturen benutzt. Die primäre Anwendung der Logik, verstanden als eine Theorie, die es erlaubt, die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen, besteht in der Argumentationsanalyse, also darin, Argumente daraufhin zu prüfen, ob sie einen logisch gültigen Schluss vorbringen. Daneben ließe sich zum Beispiel eine traditionell als *ars inveniendi* bezeichnete Anwendung einordnen, die es sich zum Ziel setzt, zu gegebenen Aussagen Prämissen oder Konklusionen zu finden, so dass ein gültiger Schluss resultiert.

Formalisieren als Kunst

Im Zuge einer Unterscheidung zwischen reiner und angewandter Logik wird oft betont, dass das Formalisieren eine Kunst sei, im Gegensatz zur reinen Logik, die eine Wissenschaft darstelle.[20] Gemeint ist jeweils, dass der entscheidende Unterschied zwischen der Kunst des Formalisierens und der Wissenschaft der Logik darin bestehe, dass die Logik strenge Regeln kennt, während das Formalisieren weder durch Regeln gelernt noch sinnvollerweise als regelgeleitet rekonstruiert werden kann. Formalisieren sei vielmehr eine schwierig zu erwerbende praktische Fertigkeit, die man am besten anhand guter Beispiele, allenfalls mit Hilfe einiger Faustregeln, lernen könne.[21] Diese häufig anzutreffende Einstufung

[20] Beispielhaft sind die Kommentare von Tarski und Hintikka über das Lehrbuch *Logic* von *Kalish* und *Montague,* das Problemen der Formalisierung außergewöhnlich viel Platz einräumt: "We recommend this book primarily to those readers who are interested not so much in logic as a science (and in methodological results concerning this science), but mainly in logic as an art. By the art of logic we mean skill in constructing formal derivations, translating informal arguments into logical formalism, and thereby evaluating the correctness of those arguments." (*Tarski: Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences,* S. 229) "If this procedure works in pedagogical practice, what is taught to the students is an art and not a science, for the actual rules Montague presents are full of holes." (*Hintikka: Logical form and linguistic theory,* S. 54)

[21] Zwei Beispiele: "Paraphrasing and translating [from a natural language into a categorial language] cannot be guided by a set of rules that guarantee correctness, and it is not without reason that we talk about translating from one language into another, as a kind of art." (*Lejewski: Syntax and semantics of ordinary language,* S. 144) "[…] translation from English into the formal notation of logic is an art, not a science, which has to be learned by means of examples rather than by rules. Strict rules are extremely hard to formulate for such a translation." (*Hintikka, Bachman: What if …?,* S. 247)

Ein Standardargument für die Behauptung, es sei nicht möglich, Regeln für das Formalisieren anzugeben, beruft sich darauf, dass das Formalisieren ein Übersetzen sei: Für natürliche Sprachen gibt es keine Regeln für korrektes Übersetzen oder Paraphrasieren. Also gibt es auch keine Regeln für korrektes Formalisieren, da Formalisieren ein Übersetzen oder des Formalisierens als eine Kunst beruht auf einer modernen Differenzierung zwischen Kunst und Wissenschaft und ist nicht im Sinne der traditionellen, auf Aristoteles zurückgehenden Differenzierung zwischen τέχνη, *ars* einerseits, und ἐπιστήμη, *scientia* andererseits, zu verstehen.[22] Wollte man dasselbe in aristotelischer Terminologie ausdrücken, so müsste man das Formalisieren zur Erfahrung (ἐμπειρία, *experientia*) rechnen, die sich bei Aristoteles von τέχνη und ἐπιστήμη dadurch unterscheidet, dass sie keine allgemeinen Annahmen bildet, sondern lediglich aufzeigen kann, wie sich etwas verhält, aber nicht warum, und auch nicht gelehrt werden kann.[23] Wenn heute viele Autoren das Formalisieren als eine „Kunst“ bezeichnen und so von einer Wissenschaft der reinen Logik abgrenzen, dann drücken sie damit die Überzeugung aus, dass es keine allgemeinen Regeln gebe, nach denen beim Formalisieren vorgegangen werden könnte. Diese Überzeugung ist der Grund dafür, weshalb auch viele Logiker, die kein formalistisches Konzept der Logik vertreten, eine Theorie des Formalisierens von vornherein für unmöglich halten.

In den folgenden Untersuchungen, in denen ich den Fragen nachgehen will, was es heißt, eine Aussage adäquat zu formalisieren und welche Kriterien eine adäquate Formalisierung erfüllen muss, gehe ich natürlich nicht von einem solchen Standpunkt aus, da es mir ja gerade darum geht, zu klären, ob es nicht mindestens Regeln gibt, nach denen die Adäquatheit von Formalisierungen beurteilt werden kann. Ausgangspunkt ist vielmehr die These, dass sich das Formalisieren als ein regelgeleitetes Vorgehen, also als eine Kunst im Sinne einer τέχνη, verstehen lässt. Nur auf diesem Hintergrund macht es Sinn, die Frage, was adäquat Formalisieren bedeutet, durch die Angabe allgemeiner Kriterien beantworten zu wollen.

Paraphrasieren von einer natürlichen Sprache in einen logischen Formalismus ist. Ich gehe in Kapitel 8.1 näher auf diese Argumentation ein.

22 Zum Bedeutungswandel von „Kunst“ und engl. „art“ vgl. *Grimm, Grimm: Deutsches Wörterbuch,* <Kunst>, *The Oxford English Dictionary,* <art>, <science 3.b>. Zur aristotelischen Unterscheidung zwischen τέχνη und ἐπιστήμη siehe *Aristoteles: Nikomachische Ethik,* VI.3–4, 6. Zur Unterscheidung zwischen τέχνη und ἐπιστήμη in Bezug auf mathematische Formalismen vgl. *Krämer: Symbolische Maschinen,* S. 71–72 (auch S. 25–26, 29–30, 67).

23 *Aristoteles: Metaphysik,* 980b28–981b13.

3 Deskriptive und normative Aspekte im Verhältnis Logik – Umgangssprache

Als eine Theorie, deren zentrales Ziel darin besteht, gültige von ungültigen Schlüssen zu unterscheiden, steht die Logik zu ihren Gegenständen, den umgangssprachlichen Schlüssen, in einem Verhältnis, das sowohl deskriptive wie normative Aspekte hat. Der deskriptive Charakter logischer Theorien ergibt sich daraus, dass eine Theorie, um überhaupt als eine logische gelten zu können, solche Schlüsse als gültig auszeichnen muss, die auch im umgangssprachlichen, logisch nicht analysierten Diskurs als gültig beurteilt werden. Schlüge beispielsweise jemand Theorien vor, die einfach alle Schlüsse für gültig erklären, die von bestimmten Personen geäußert werden oder mindestens fünf ungewohnte Fremdwörter enthalten, so wären dies keine *logischen* Theorien, weil sie nichts über die Gültigkeit von Schlüssen, sondern allenfalls über ihre Autorschaft oder Allgemeinverständlichkeit aussagten. Wichtiger als dieser deskriptive Aspekt ist jedoch der normative Anspruch der Logik, der sich aus dem Ziel ergibt, die Gültigkeit von Schlüssen zu *beurteilen*. Das bedeutet, dass eine logische Theorie nicht einfach Schlüsse danach klassifizieren soll, ob sie allgemein oder mindestens von bestimmten Personen als gültig oder ungültig angesehen werden. Sie soll vielmehr aufzeigen, welche Schlüsse als gültig akzeptiert werden *sollten* und welche nicht. Kurz, Logik ist nicht eine empirische Erforschung der Argumentationspraxis, sondern deren Prüfstein. Dieses Verständnis der Logik als eine prinzipiell normative Disziplin hat seit Freges Kritik am Psychologismus die Entwicklung der modernen formalen Logik geleitet. Ich werde mich im Folgenden daran orientieren und von nicht-normativen Anwendungen der Logik, wie sie sich beispielsweise in der Beschreibung der mathematischen Praxis des Beweisens oder in Linguistik und Informatik finden, absehen.[1]

Es ist offensichtlich, dass dieses durch deskriptive und normative Aspekte gekennzeichnete Verhältnis zwischen umgangssprachlichen Schlüssen und logischer Theorie für ein genaueres Verständnis des Formalisierens von zentraler Bedeutung ist. Will man dieses Verhältnis genauer bestimmen, so ist die Frage, wie der normative Charakter der Logik genauer zu verstehen ist, ein guter Ausgangspunkt. Eine Möglichkeit, dieses für die Philosophie der Logik zentrale Problem anzugehen, besteht darin, diese Frage so zu deuten: Weshalb müssen Schlüsse, die durch eine logische Theorie als „gültig" ausgezeichnet werden, als logisch gültige Schlüsse akzeptiert werden? Darauf kann man antworten: weil die Schlussregeln oder die Semantik der betreffenden Logik zeigen, dass jemand, der die Prämissen eines solchen Schlusses als wahr anerkennt, auch die Konklusion als wahr anerkennen muss. Damit verschiebt sich die Frage von einzelnen Schlüssen auf die Schlussregeln oder die Semantik der betreffenden Logik. Fasst man Schlussregeln und Regeln, nach denen semantische Nachweise geführt

[1] Zur Methodologie der Logik im Hinblick auf nicht-normative Anwendungen vgl. *Resnik: Ought there to be but one logic?*, S. 491–492, und *Resnik: Logic: normative or descriptive?*, S. 225–229.

werden, unter dem Etikett „logische Gesetze“ zusammen, so resultiert die oft unter Titeln wie *justification of deduction* oder *Begründungsproblem der Logik* diskutierte Frage: Wie lassen sich die logischen Gesetze begründen?[2] Im Folgenden gehe ich zuerst von diesem Problem aus, um dann auf das Verhältnis zwischen umgangssprachlichen Schlüssen und logischer Theorie zurückzukommen.

3.1 Die Normativität der Logik

Im Verlauf der Geschichte der modernen Logik sind eine Reihe von Auffassungen vertreten, gewissen Autoren zugeschrieben oder einfach kritisch diskutiert worden, die darauf hinauslaufen, die Normativität logischer Gesetze dadurch zu begründen, dass sie auf etwas anderes – Fakten, andere Gesetze oder Konventionen – zurückgeführt werden. Es ist allerdings unbestritten, dass folgende Reduktionen mindestens in ihrer einfachsten Version nicht haltbar sind:

1. *Logische Gesetze sind Naturgesetze.* Die Normativität logischer Gesetze kann nicht dadurch erklärt werden, dass diese auf Naturgesetze zurückgeführt werden – schon gar nicht lässt sie sich einfach aus irgendwelchen, beispielsweise physikalischen oder biologischen Fakten herleiten.[3] Einerseits ist ein Schluss wie zum Beispiel „Methusalem ist ein Mensch; also wird er nicht 500 Jahre alt.“ auch dann nicht logisch gültig, wenn biologische Gesetze garantieren, dass kein Mensch älter als 150 Jahre werden kann. Zwar wird dieser Schluss gültig, wenn solche Gesetze als Prämissen eingefügt werden. Aber das bedeutet lediglich, dass die Konklusion aus biologischen Gesetzen abgeleitet werden kann, nicht jedoch, dass die Gültigkeit des Schlusses eine Frage dieser Gesetze wäre. Andererseits muss der Schluss „Im Zeichen der Waage Geborene sind keine erfolgreichen Politiker; also sind erfolgreiche Politiker nicht im Zeichen der Waage geboren.“ als logisch gültig akzeptiert werden, unabhängig davon, ob es astrologische Naturgesetze gibt oder nicht. Wenn nun beispielsweise Russell oder Frege – wie das nicht unüblich ist – so gedeutet werden, dass ihnen zufolge die Gesetze der Logik allgemeinste Naturgesetze sind, so ist dies sicherlich nicht so zu verstehen, dass sie behauptet hätten, logische Gesetze könnten schlicht auf andere Naturgesetze reduziert werden.[4]

[2] Eine systematische Übersicht über verschiedene Positionen geben z.B. *Haack: The justification of deduction; Shieh: Logical knowledge.* Zur konstruktivistischen Position vgl. *Gethmann: Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens; Gethmann: Logik und Pragmatik.*

[3] Zur Parallele zwischen logischen Analysen und physikalischen Experimenten vgl. *Rosenberg: Die Autorität der logischen Analyse,* S. 71–76.

[4] Eine solche Deutung lässt sich bei Russell durch Äußerungen wie “Logic, I should maintain, must no more admit a unicorn than zoology can; for logic is concerned with the real world just as truly as zoology, though with its more abstract and general features.” oder “[…] the law of contradiction is about things […]” stützen. Russell lässt aber keinen Zweifel daran, dass sehr wohl zwischen logischer und beispielsweise physikalischer Notwendigkeit unterschieden werden muss (*Russell: Introduction to mathematical philosophy,* S. 169; *Russell: The problems of philosophy,* S. 50). Noch deutlicher unterscheidet Frege: „[Die Zahlgesetze] sind nicht Naturgesetze. Wohl aber sind sie anwendbar auf Urteile, die von Dingen der Außenwelt

2. *Logische Gesetze sind Denkgesetze.* Die Normativität logischer Gesetze kann nicht so psychologisch gedeutet werden, dass die Gesetze der Logik auf Gesetzmäßigkeiten des Denkens reduziert werden könnten. Dies ist deshalb nicht möglich, weil wir nicht einfach immer oder meistens logischen Gesetzen entsprechend schließen – noch viel weniger ist es so, dass wir gar nicht unlogisch denken können. Beides ist einfach faktisch falsch; und wäre Letzteres der Fall, könnte es nicht einmal Zweifel darüber geben, ob ein Schluss gültig ist, und Streit um die richtige Logik wäre unmöglich.[5]

3. *Logische Gesetze sind konventionell.* Die Normativität logischer Gesetze kann auch nicht darauf beruhen, dass logische Gesetze Konventionen – im Sinne von expliziten Vereinbarungen – sind oder als solche rekonstruiert werden können. Diese Auffassung ist nicht haltbar, weil die Anwendung von Konventionen auf Schlüsse wiederum logische Gesetze voraussetzt, weil dabei gezeigt werden muss, dass die betreffenden Schlüsse tatsächlich aus diesen Konventionen logisch folgen.[6]

Gegen solche Reduktionsversuche ist immer wieder die Position vorgebracht worden, dass die Normativität logischer Gesetze überhaupt nicht begründet werden kann. Putnam beispielsweise schlägt ausgehend von Kant eine solche Interpretation von Wittgensteins Position im *Tractatus* und von Frege vor: Die logischen Gesetze sind transzendental, insofern sie nicht begründet werden können, sondern vielmehr die Form jeder Begründung angeben; weil jegliche Begründung bereits logische Gesetze voraussetzt, ist es einfach verfehlt, die Normativität logischer Gesetze wiederum begründen zu wollen.[7] Bezüglich Frege und Wittgenstein weist diese Interpretation einige Parallelen zu derjenigen auf, die Hintikka im Anschluss an van Heijenoort vorgelegt hat.[8] Hintikkas zentrale These ist, dass nicht nur Frege und Wittgenstein, sondern eine ganze Traditionslinie der analytischen Philosophie von der grundlegenden Annahme ausgehen, die Sprache sei ein universelles Medium. Darunter versteht Hintikka die Auffassung, Semantik sei insofern ein unmögliches Projekt, als es nicht möglich

gelten: sie sind Gesetze der Naturgesetze.“ (*Frege: Die Grundlagen der Arithmetik,* §87, S. 99; vgl. auch *Frege: Logik [1897],* S. 157).

5 Siehe z.B. das Vorwort in *Frege: Grundgesetze der Arithmetik* oder die beiden Manuskripte mit dem Titel „Logik“ in *Frege: Nachgelassene Schriften; Russell: The principles of mathematics,* S. 33; *Russell: The problems of philosophy,* S. 40, 50.

6 Dies ist der Kern der Argumentation, die Quine in *Quine: Truth by convention* vorbringt. Ich gehe unten näher darauf ein. (Für weitere Argumente vgl. *Quine: Carnap and logical truth;* zu Carnaps „Konventionalismus“: *Carnap: Replies and systematic expositions,* S. 915–922.)

7 *Putnam: Rethinking mathematical necessity.* Relevante Stellen bei Kant sind z.B. *Kant: Kritik der reinen Vernunft,* A52 B76, A132–133 B171–172; bei Frege: *Frege: Grundgesetze der Arithmetik,* S. XV, *Frege: Begriffsschrift,* §13; bei Wittgenstein: *Wittgenstein: Tractatus,* 5.473–5.4731, 6.13. Wie wichtig die Transzendentalität der Logik für Wittgenstein ist, zeigt sich auch darin, dass er die *Tagebücher 1914–1916* mit Überlegungen zu diesem Thema anfängt.

8 *Van Heijenoort: Logic as calculus and logic as language* und *Hintikka: Lingua universalis vs. calculus ratiocinator.* Zur Diskussion um diese Interpretation Freges vgl. *Floyd: Frege, semantics, and the double definition stroke.*

sei, einen Standpunkt außerhalb der Sprache einzunehmen, von dem aus sprachliche Bedeutung beschrieben und erklärt werden könnte. Somit können in einer solchen Position logische Gesetze mindestens insofern nicht begründet werden, als dies nicht ohne Bezug auf eine Semantik möglich ist.

Die These, dass es nicht möglich ist, die Normativität der logischen Gesetze zu begründen, lässt sich, gerade im Hinblick auf Wittgensteins *Tractatus,*[9] auch anders begründen, wenn man von Quines Argumentation gegen den logischen Konventionalismus ausgeht. Quines Argument – eine Adaption von Lewis Carrolls *What the tortoise said to Achilles*[10] – lässt sich allgemein so wiedergeben:

> Wenn die Gültigkeit eines Schlusses S mit Hilfe der Konvention K nachgewiesen werden soll, dann hat ein solcher Nachweis folgende Form:
>
> (1) Schluss S hat Form V.
> (2) Nach Konvention K ist jeder Schluss der Form V gültig.
> (3) Also: S ist gültig.
>
> Nun kann man fragen, weshalb dieser Nachweis (1)–(3) akzeptiert werden soll. Wenn die logische Gültigkeit auf Konventionen beruht, dann muss eine Begründung dafür auf eine Konvention L rekurrieren, mit deren Hilfe man nachweisen kann, dass der Schluss von (1) und (2) auf (3) gültig ist. Damit erhält man:
>
> (1') Schluss (1)–(3) hat Form W.
> (2') Nach Konvention L ist jeder Schluss der Form W gültig.
> (3') Also: (1)–(3) ist gültig.
>
> Auch hier kann man wieder fragen, wie die Gültigkeit des Schlusses (1')–(3') begründet werden kann. Da dieser Schluss dieselbe Struktur wie (1)–(3) hat, sieht die Begründung wiederum so aus:
>
> (1'') Schluss (1')–(3') hat Form W.
> (2'') Nach Konvention L ist jeder Schluss der Form W gültig.
> (3'') Also: (1')–(3') ist gültig.
>
> Offensichtlich gerät man so in einen unendlichen Regress, weil man auch für diesen Schluss wieder eine Begründung verlangen kann, und dieser hat dann wieder die Struktur von (1')–(3') usw.

Quine macht auch deutlich, dass ein analoges Argument vorgebracht werden kann, wenn die Normativität der logischen Gesetze durch Konventionen begründet werden soll, die nicht logische Wahrheiten oder Schlussregeln, sondern die Bedeutung der logischen Konstanten angeben. In diesem Fall besteht das Problem darin, dass die entsprechenden Konventionen voraussetzen müssen,

---

[9] Vgl. *Wittgenstein: Notes on logic,* S. 93 (*Wittgenstein: Aufzeichnungen über Logik,* S. 188); *Wittgenstein: Tractatus,* 6.123, 5.132. Ich komme unten in Kap. 4.1.1 nochmals auf Wittgensteins Auffassung der Schlussgesetze zu sprechen.

[10] Vgl. auch Carrolls Kommentar in *Bartley III: Lewis Carroll's symbolic logic,* S. 472–474.

dass die Bedeutung der Ausdrücke, deren Bedeutung mit der Konvention geregelt werden soll, bereits bekannt ist.[11]

Der oben dargestellte unendliche Regress tritt Quine zufolge deshalb auf, weil es unendlich viele gültige Schlüsse gibt und darum die Konvention, die die Gültigkeit der Schlüsse garantieren soll, nicht einfach alle gültigen Schlüsse auflisten kann. Wäre dies möglich, so könnte damit obiges Argument unterlaufen werden.[12] In diesem Punkt unterschätzt Quine aber das Argument von Lewis Carroll. Das lässt sich aufweisen, wenn man berücksichtigt, dass es unsinnig wäre, eine Konvention K der Form „‚S' ist gültig" so zu verstehen, dass sie bloß besagt, dass das in ihr erwähnte Schluss-*token* gültig ist. Vielmehr behauptet eine solche Konvention, dass jeder Schluss von demselben *type* wie der in K erwähnte gültig ist. Damit hat ein Gültigkeitsnachweis für S mit Hilfe von K wiederum die in (1)–(3) angegebene Form, und es stellt sich derselbe Regress ein.

Lewis Carroll Argumentation trifft nicht nur den logischen Konventionalismus, sondern lässt sich als vollkommen allgemeine Argumentationsstrategie gegen jede Begründung von logischen Gesetzen durch Rückführung auf explizite Prinzipien deuten. Die Begründung durch Konventionen in (1)–(3) ist einfach ein Spezialfall von:

(1*) Schluss S hat Form V.
(2*) Nach Prinzip P ist jeder Schluss der Form V gültig.
(3*) Also: S ist gültig.

Das Resultat von Lewis Carrolls Argument ist demnach: Jeder Versuch, die logischen Gesetze durch explizite Regelung zu begründen, führt in einen unendlichen Regress. Oder anders herum: Ein solcher Versuch kann nur gelingen, wenn man die logischen Gesetze bereits voraussetzt. Dieses Resultat ist im Laufe der Geschichte der Logik mit immer wieder neuen Argumenten beziehungsweise neuen Versionen alter Argumente vorgebracht worden. Aristoteles Auseinandersetzung mit der Frage, ob der Satz vom Widerspruch bewiesen werden kann, lässt sich zum Beispiel so deuten.[13] In den 1970er-Jahren ist besonders die von Hans Albert unter dem Namen „Münchhausentrilemma"[14] vorgebrachte Version bekannt geworden, um deren Deutung eine ausführliche Kontroverse unter anderem mit Karl-Otto Apel und Vertretern des deutschen Konstruktivismus entstanden ist. Dabei war bezeichnenderweise gerade nicht der hier entscheidende Punkt – dass sich logische Gesetze nicht durch explizite

11 *Quine: Truth by convention,* S. 104. Dies ist das Standardargument des deutschen Konstruktivismus gegen eine Begründung der logischen Gesetze mit Hilfe semantischer Regeln. Vgl. z.B. *Lorenzen: Normative logic and ethics,* S. 23; *Lorenzen: Protologik,* S. 82–83; *Lorenzen, Schwemmer: Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie,* S. 56–59, 102–103.

12 *Quine: Truth by convention,* S. 105.

13 *Aristoteles: Metaphysik,* 1005b35–1006a28.

14 *Albert: Traktat über kritische Vernunft,* S. 11–15.

Regelung begründen lassen – umstritten, sondern vielmehr die Frage, ob jede Art von Begründung zu einem solchen Regress führen muss, oder eben nicht.[15]

Interpretiert man Wittgensteins Position im *Tractatus* im Sinne dieser Argumentation, dann stellt sich natürlich die Frage, warum er trotzdem versucht hat, zu erklären, weshalb die logischen Gesetze gelten (so muss man den *Tractatus* wohl lesen), beziehungsweise was er und andere, wie beispielsweise Carnap, tatsächlich gemacht haben, wenn sie etwas vorgelegt haben, das so aussieht wie eine Begründung logischer Gesetze. Wittgenstein antwortet darauf bekanntlich, er habe damit nichts gesagt, aber etwas gezeigt, und zieht so die Konsequenz aus seiner Position. Aufschlussreicher scheint es mir, hier Carnaps Auffassung, die logischen Gesetze seien Konventionen, etwas näher zu betrachten.[16]

Auf Quines Vorwurf des Konventionalismus und seinen Angriff mit dem oben dargestellten und anderen Argumenten, reagiert Carnap mit dem Hinweis, er hätte nie behauptet, logische Gesetze seien Konventionen in dem Sinne, dass sie durch eine Entscheidung festgelegt werden könnten, ohne damit die Sprache zu wechseln. Anders gesagt: Wenn man eine bestimmte Sprache voraussetzt, ist damit auch festgelegt, welches die logischen Gesetze sind. Ein Satz ist nach Carnap genau dann logisch wahr, wenn seine Wahrheit nicht von Tatsachen abhängig ist, sondern nur von den Regeln der Sprache.[17] Carnap beruft sich in diesem Punkt explizit auf Wittgensteins *Tractatus,* betont aber auch, dass er Wittgensteins These, die Regeln der Sprache könnten nicht angegeben werden, ablehnt.[18] Im Hinblick auf die Argumentation für Wittgensteins Position erscheint dies nun eindeutig als ein Fehler Carnaps, und zwar genau als der Fehler, der ihm von Quine vorgeworfen worden ist: Die Normativität logischer Gesetze lässt sich nicht durch die Angabe von Regeln begründen. Mir scheint es allerdings viel plausibler, davon auszugehen, dass Carnap mit seiner Ablehnung von Wittgensteins These eine falsche Deutung seines Programms provoziert hat. Carnap hat nicht übersehen, dass eine Begründung der Normativität logischer Gesetze durch explizite Prinzipien nicht möglich ist,[19] sondern hat, gerade davon ausgehend, zu wenig beachtet, dass Wittgenstein und Quine nach einer solchen Begründung fragen, beziehungsweise dass Quine meint, Carnap versuche eine solche anzugeben. Dass das Carnap'sche Programm (z.B. in *Meaning and necessity*) ganz anders gelagert ist, zeigt sich schon darin, dass Carnap immer *eine bestimmte* Sprache untersucht, während Wittgenstein im *Tractatus* die Logik *der* Sprache untersuchen will[20], und Quines Argumente von der Frage ausgehen,

15 Z.B. *Apel: Transformation der Philosophie,* S. 405–411; *Apel: Auseinandersetzungen in Erprobung des transzendentalpragmatischen Ansatzes,* S. 35–52; *Gethmann: Protologik,* Kap. I.1; *Albert: Transzendentale Träumereien,* S. 100–109; *Albert: Traktat über kritische Vernunft,* S. 183–216.

16 Zum Folgenden vgl. *Hellman: Logical truth by linguistic convention; Quine: Reply to Geoffrey Hellman.*

17 Vgl. Carnap in: *Carnap: Replies and systematic expositions,* S. 915–916.

18 Carnap erwähnt diese Differenz zu Wittgenstein an vielen Stellen, z.B. *Carnap: Logische Syntax der Sprache,* S. 208–210.

19 Ausdrücklich vertritt Carnap dies in *Carnap: Inductive logic and inductive intuition,* S. 265–267.

20 Carnap weist auf diesen Punkt hin in *Carnap: Logische Syntax der Sprache,* S. 188.

was *logische Wahrheit,* beziehungsweise später *Analytizität,*[21] ist, nicht von der Frage nach logischer Wahrheit oder Analytizität *in einer bestimmten Sprache.*

Carnaps Programm ist das Programm einer Explikation der logischen Gesetze, kein Begründungsprogramm. Kurz gesagt heißt das, dass die Schlussregeln oder tautologischen Schlusskonditionale, die eine logische Theorie formuliert, nicht begründen, weshalb man gültige Schlüsse als solche akzeptieren muss – dies ist vielmehr vorausgesetzt. Sie explizieren aber, was jemand akzeptiert, wenn er oder sie gültige Schlüsse akzeptiert.[22] Bezieht man das wieder zurück auf das oben festgestellte deskriptiv-normative Doppelverhältnis zwischen logischer Theorie und umgangssprachlichen Schlüssen, so stellt sich immer noch die Frage, wie sich normative Ansprüche logischer Theorien rechtfertigen lassen: In welchem Sinne und unter welchen Umständen muss ein Schluss aufgrund einer logischen Theorie als gültig akzeptiert werden? Dies ist nun nicht mehr die Frage, wie sich die Normativität logischer Gesetze begründen lässt, sondern die Frage, wie sich ein normativer Gebrauch einer logischen Theorie rechtfertigen lässt. Sie lässt sich durch eine Methodologie der Logik beantworten, das heißt durch eine Erklärung darüber, mit welchen Verfahren logische Theorien entwickelt und nach welchen Maßstäben sie beurteilt werden sollen, damit solche Theorien als Normen des gültigen Schließens verwendet werden können.

Carnaps Begriff der Explikation liefert hier eine erste Antwort:[23] Eine logische Theorie soll einerseits möglichst weitgehend diejenigen Schlüsse als gültig auszeichnen, die auch nach den informellen Maßstäben der Umgangssprache als solche gelten. Andererseits soll sie explizit und genau formulierte Gesetze angeben sowie fruchtbar (d.h. möglichst vielfältig und allgemein einsetzbar) und einfach sein. Dabei ist die erste Anforderung nicht grundsätzlich wichtiger zu bewerten als die weiteren. Das zeigt auch, dass Carnaps Verständnis der Explikation keineswegs rein deskriptiv ist. Die Explikation logischer Gesetze kann nämlich auch dazu führen, dass vortheoretische Urteile über die Gültigkeit von Schlüssen im Hinblick auf eine logische Theorie revidiert werden. Damit wird dem normativ-deskriptiven Doppelcharakter der Logik grundsätzlich Rechung getragen, wobei allerdings noch weitgehend offen ist, wie der normative und der deskriptive Aspekt genau zusammenspielen. Im folgenden Kapitel wird deshalb gezeigt, wie mit Hilfe von Goodmans Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts genauer bestimmt werden kann, was eine „gute“ Explikation ist.

---

21 Vgl. *Quine: Two dogmas of empiricism,* Abschnitt 4; auf diesen Punkt zielt auch die (erst 1990 publizierte) Antwort von Carnap *Quine on analyticity.*

22 Vgl. *Hacking: What is logic?,* S. 230: "To avoid Wittgensteinian strictures, we must insist that such rules [for transitions between sentences] are not justifications of transitions. They are descriptions, or, perhaps, codifications of what one knows when one knows how to make certain transitions that we call logical."

23 Vgl. *Carnap: Logical foundations of probability,* §§ 2–3, und weiter unten Kapitel 8.2.

3.2 Die Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts

Da eine logische Theorie einerseits als Norm des gültigen Schließens verwendet werden soll und andererseits, wie sich oben ergeben hat, nicht die Normativität logischer Gesetze begründet, sondern logische Gesetze expliziert, gerät derjenige, der eine logische Theorie entwickeln oder anwenden möchte, in eine eigentümliche Situation, die sich nach Goodman[24] so beschreiben lässt: Zwar wird eine logische Theorie dadurch gerechtfertigt, dass sie diejenigen Schlüsse als gültig auszeichnet, die wir als gültig beurteilen, aber wir berufen uns wiederum auf die logische Theorie, wenn wir die Gültigkeit von Schlüssen nachweisen wollen. Goodman hat die Auffassung vertreten, dass diese Situation sich so rekonstruieren lässt, dass sich der anscheinende Circulus vitiosus als ein *virtuous circle* erweist: Logische Theorie und Praxis des Schließens werden gegenseitig aufeinander abgestimmt, indem einerseits die logische Theorie geändert wird, wenn sie Schlüsse für gültig erklärt, die wir nicht als solche zu akzeptieren bereit sind, und andererseits werden anscheinend ungültige Schlüsse für gültig erklärt, wenn wir nicht bereit sind, die entsprechende logische Theorie zu ändern. Wie aus einer Bemerkung Goodmans hervorgeht, will er damit klarer herausarbeiten, was es bedeutet, den Begriff des logisch gültigen Schlusses zu explizieren.[25] Rawls hat anschließend Goodmans Vorschläge zu einer Methodologie der Moraltheorie ausgearbeitet und terminologisch fixiert. In der Folge unterscheidet man zwischen einer Methodologie des engen und einer des weiten Überlegungsgleichgewichts (*narrow* und *wide reflective equilibrium*).[26]

Ein *enges* Überlegungsgleichgewicht kann allgemein charakterisiert werden als ein geordnetes Paar, bestehend aus einer Menge U von wohlüberlegten Urteilen einer Person oder einer Personengruppe[27] A und einer Menge P von allgemeinen Prinzipien, die U systematisieren. Das heißt, U soll aus einer Menge von kohärenten und möglichst einfachen Prinzipien abgeleitet werden können. Ein enges Überlegungsgleichgewicht wird durch folgenden Prozess gewonnen: Zuerst werden aus einer Ausgangsmenge I von Urteilen diejenigen Urteile eliminiert, die für A zuwenig gesichert sind oder von A in einem Zustand getroffen wurden, der einen Irrtum wahrscheinlich macht (z.B. ungenügende Kenntnis der relevanten Sachlage oder übermäßige Betroffenheit persönlicher Interessen). Danach werden Prinzipien P gesucht, die geeignet sind, die resultierenden

[24] *Goodman: Fact, fiction, and forecast,* S. 63–65.

[25] Fußnote 2 in *Goodman: Fact, fiction, and forecast,* S. 65.

[26] *Rawls: A theory of justice,* S. 20, Kap. 1.9. Die Termini *narrow* und *wide reflective equilibrium* werden in *Rawls: The independence of moral theory,* S. 289, eingeführt. Vgl. auch *Daniels: Justice and justification,* S. 67, 70; *DePaul: Reflective equilibrium and foundationalism,* S. 64. Goodman benutzt die Terminologie des engen und weiten Überlegungsgleichgewichts nicht. Seine Position ist aber eindeutig dem weiten Überlegungsgleichgewicht zuzuordnen; vgl. *Elgin: The relativity of fact and the objectivity of value,* S. 182–183.

[27] Terminologisch ließe sich zusätzlich zu engen und weiten auch noch zwischen individuellen und kollektiven Überlegungsgleichgewichten unterscheiden (vgl. *Hahn: Überlegungsgleichgewicht und rationale Kohärenz*).

Urteile U zu systematisieren und weitere, nicht in I enthaltene Urteile abzuleiten. Anschließend werden U und P aufeinander abgestimmt, indem Urteile, die im Widerspruch zu besonders wichtigen Prinzipien stehen, und Prinzipien, die im Widerspruch zu besonders gesicherten Urteilen stehen, angepasst werden.

Die Methodologie des engen Überlegungsgleichgewichts ist grundsätzlich auf Theorien zugeschnitten, die eine deskriptive Leistung erbringen sollen. Sie stellt sicher, dass eine Theorie Prinzipien angibt, die die theoretische Position einer Person (bzw. Personengruppe) A charakterisieren. Über eine reine Deskription hinaus erlauben solche Theorien eine „projektive" Anwendung, indem die Prinzipien dazu verwendet werden können, neue (d.h. nicht in I enthaltene) Urteile zu fällen, die sonst für A nicht gesichert wären. Dies kann durch eine Parallele zur Theorie der Grammatik verdeutlicht werden:[28] Die durch ein enges Überlegungsgleichgewicht gestützten Prinzipien beschreiben eine Kompetenz der betreffenden Person(en), wobei die bei der Entwicklung dieser Prinzipien korrigierten Urteile als Performanz-Abweichungen gedeutet werden können.

Weil das enge Überlegungsgleichgewicht auf Probleme der Deskription zugeschnitten ist, ist diese Methodologie für die Logik ungenügend: Sie ist nur darauf ausgerichtet, Prinzipien zu entwickeln, die die Urteile einer Person oder Personengruppe systematisieren, und so deren logische Kompetenz zu erfassen. Vom normativen Aspekt der Logik her gesehen sind jedoch Prinzipien gesucht, die geeignet sind, Urteile nicht bloß zu systematisieren, sondern auch zu normieren. Damit stellen sich zusätzlich die beiden Probleme, wie solche Prinzipien begründet und nach welchen Kriterien zwischen alternativen Prinzipien entschieden werden kann.[29] Diese Fragen werden in der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts berücksichtigt.

Weite Überlegungsgleichgewichte unterscheiden sich von engen zunächst einmal dadurch, dass sie neben wohlüberlegten Urteilen und ordnenden Prinzipien zusätzlich noch „Hintergrundtheorien" einbeziehen. Das sind Theorien, die diese Prinzipien stützen oder bei der Entwicklung der Prinzipien vorausgesetzt werden. Dadurch können auch philosophische Argumente für oder gegen die Prinzipien, die die Urteile systematisieren, in den Abstimmungsprozess eingehen. Im Gegensatz zu engen müssen weite Überlegungsgleichgewichte anspruchsvollere Rationalitätsbedingungen erfüllen: Das Ziel besteht darin, Prinzipien zu finden, die – zusammen mit ihren Konsequenzen – akzeptiert würden, wenn alternative Prinzipien und deren Begründung in Hintergrundtheorien rational evaluiert worden wären. Mit der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts werden also Theorien entwickelt, die nicht die aktuelle Kompetenz einer Person oder Personengruppe beschreiben, sondern aufzeigen, welche

[28] Diese Parallele ist ausführlich diskutiert in *Daniels: Justice and justification,* S. 67–70; sie findet sich auch bei *Føllesdal: Comments on Quine,* S. 32.

[29] Die Unzulänglichkeit des engen Überlegungsgleichgewichts als Methodologie der Logik ist ausführlich (aber nicht in der Terminologie von Rawls) diskutiert in *Rosenberg: Die Autorität der logischen Analyse.*

Urteile eine Person treffen müsste, wenn sie durch rationale Argumente überzeugt und ihr System von Urteilen und Prinzipien entsprechend anpassen würde. Während bei der Methode des engen Überlegungsgleichgewichts die revidierten Urteile immer als Performanz-Abweichungen verstanden werden können, gibt es im Rahmen des weiten Überlegungsgleichgewichts keine fundamentalen, unrevidierbaren Urteile. Es geht nicht bloß darum, stillschweigende theoretische Voraussetzungen explizit zu machen, sondern genauso darum, durch theoretische Argumente Urteile zu revidieren. Das mit der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts angestrebte Ideal ist eine aus wohlüberlegten Urteilen, systematisierenden Prinzipien und Hintergrundtheorien bestehende Konzeption, die die rationale Evaluation aller möglichen Konzeptionen und aller vernünftigen Argumente für diese Konzeptionen „überlebt“. In der Praxis wird man sich allerdings damit abfinden müssen, dass das Resultat die beste der in Betracht gezogenen Konzeptionen ist, das heißt diejenige, die eine rationale Person wählen würde.[30] Das Verfahren des weiten Überlegungsgleichgewichts setzt also weder eine „objektiv richtige“ Theorie voraus, noch erhebt es den Anspruch, zu einer solchen zu führen. Ebenso steht nicht fest, dass die Methode des Überlegungsgleichgewichts zu genau einer Theorie führt.

Gegen die Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts sind verschiedene grundsätzliche Einwände erhoben worden.[31] Ein erster Vorbehalt geht dahin, dass die Methodologie des Überlegungsgleichgewichts eine rein „konservative“ Methode sei, weil sie einfach dazu führe, dass eine Theorie gewissen zuvor festgesetzten Urteilen angepasst wird oder umgekehrt. Dies ist insofern nicht zutreffend, als die Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts grundsätzlich davon ausgeht, dass kein Urteil und kein Prinzip von vornherein von allen möglichen Revisionen ausgeschlossen ist. Auf der anderen Seite wird auch nicht ausgeschlossen, dass es Prinzipien oder Urteile gibt, die für so zwingend erachtet werden, dass alle ihnen widersprechenden Urteile oder Prinzipien revidiert werden, wobei allerdings auch für ein solches Vorgehen eine Begründung erforderlich ist.

Häufig wird gegen die Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts auch eingewendet, es handle sich um eine rein kohärentistische oder intuitionistische Methode. Dem kann erstens entgegengehalten werden, dass Kohärenz und Intuition sich in der Methodologie des Überlegungsgleichgewichts gegenseitig beschränken: Kohärenz allein genügt für ein Überlegungsgleichgewicht nicht, weil die Methodologie auch verlangt, Prinzipien zu ändern, wenn sie wohlüberlegten Intuitionen widersprechen. Intuitionen allein genügen nicht, wenn sie sich nicht in ein kohärentes System bringen lassen. Zweitens verlangt die Methodologie eine Begründung in Hintergrundtheorien, unabhängig davon, wie kohärent oder intuitiv die betreffenden Urteile und Prinzipien sind.[32]

30 Vgl. *Rawls: The independence of moral theory,* S. 289.
31 Für eine Übersicht vgl. *DePaul: Moral epistemology.*
32 Vgl. dazu *Elgin: Considered judgment,* S. 107–111.

Wendet man nun die Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts auf die Logik an, so ergibt sich folgendes Bild:[33] Ausgangspunkt sind wohlüberlegte Urteile über die Gültigkeit von Schlüssen (oder über die logische Wahrheit, Widersprüchlichkeit, Äquivalenz usw. von Aussagen). Dazu wird eine logische Theorie konstruiert, wozu nach den Überlegungen in Kapitel 1.4 nicht bloß ein logischer Formalismus, sondern auch die Deutung dieses Formalismus in Bezug auf Schlüsse und eine Theorie der Formalisierung gehören. Schließlich sind in das weite Überlegungsgleichgewicht Hintergrundtheorien einzubeziehen. Dies können weitere logische oder auch sonstige Theorien sein, die für die zu entwickelnde logische Theorie relevante Konsequenzen haben, von dieser vorausgesetzt werden oder sie stützen. Typische Beispiele sind hier etwa Theorien der Bedeutung, der Wahrheit, der Notwendigkeit, des sprachlichen Handelns, der Grammatik usw.; für die Prädikatenlogik spielt beispielsweise auch die Aussagenlogik die Rolle einer Hintergrundtheorie.

Im Allgemeinen ergeben sich bei der Anwendung der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts Unstimmigkeiten verschiedener Art: die logische Theorie widerspricht gewissen wohlüberlegten Urteilen, führt zu kontraintuitiven Resultaten oder ihre Resultate beziehungsweise die Urteile widersprechen anderen Überzeugungen oder Theorien, für die rationale Argumente vorliegen. (Beispiele sind etwa die sog. Paradoxien des Konditionals oder Widersprüche zwischen Bedeutungstheorie und logischer Theorie, wie sie als Argumente zugunsten einer intuitionistischen Logik vorgebracht werden.[34]) Solche Widersprüche lassen sich durch verschiedenartige Korrekturen beseitigen: Beispielsweise können Urteile über die Gültigkeit von Schlüssen aufgegeben oder revidiert, widerspenstige Beispiele anders formalisiert, der logische Formalismus modifiziert oder neu gedeutet oder Hintergrundtheorien entsprechend angepasst werden. Welche Möglichkeit zu wählen ist, hängt von verschiedenen Kriterien ab: davon, wie gesichert die betreffenden Urteile sind, von Eigenschaften der logischen Theorie wie zum Beispiel Einfachheit, Eleganz oder Fruchtbarkeit, und schließlich davon, wie gut die logische Theorie und die wohlüberlegten Urteile zu den Hintergrundtheorien passen und durch welche Argumente sich diese stützen lassen.

---

[33] Ich folge hier im Wesentlichen der Position von Resnik (vgl. *Resnik: Logic: normative or descriptive?,* S. 230–232, und *Resnik: Mathematics as a science of patterns,* S. 158–161). Eine ähnliche Position formuliert auch *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 155–159.

[34] So argumentiert beispielsweise Prawitz unter explizitem Bezug auf die Methodologie des Überlegungsgleichgewichts dafür, die klassische Logik und damit auch die beispielsweise in der Mathematik übliche klassische Schlusspraxis aufgrund einer an Dummetts Vorschlägen orientierten Theorie der Bedeutung zugunsten einer intuitionistischen zu revidieren (*Prawitz: Meaning and proofs,* S. 17; vgl. *Stegmüller: Die Entwicklung des neuen Strukturalismus seit 1973,* S. 334–336). Zur Rekonstruktion von Dummetts Argumentation für eine intuitionistische Logik (in *Dummett: The justification of deduction* und *Dummett: The philosophical basis of intuitionistic logic*) im Rahmen einer Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts vgl. *Daniels: Justice and justification,* S. 72–74; *Haack: Dummett's justification of deduction,* S. 221.

Folgende Punkte verdienen im Zusammenhang mit der Anwendung der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts auf logische Theorien besondere Beachtung:

1. Dass umgangssprachliche Schlüsse Gegenstand der Logik sind, bedeutet nicht, dass Gegenstand der Logik einfach geschriebene oder gesprochene Argumente wären. Vielmehr sind Schlüsse insofern Gegenstand der Logik, als sie gültig oder ungültig sind. Aus diesem Grund ist nicht das Schluss*verhalten* bestimmter Personen der Ausgangspunkt bei der Entwicklung einer logischen Theorie, sondern wohlüberlegte Urteile über die Gültigkeit von Schlüssen. Dies ist aber nicht so zu verstehen, dass die Logik darauf abzielte, systematisch zu beschreiben, welche Schlüsse von einer bestimmten Person oder Personengruppe für gültig gehalten werden. Ihr Ziel ist es vielmehr, zu regeln, welche Schlüsse gültig sind. Dies wiederum soll nicht einfach nur ein Beitrag zur Verbesserung der Schlusspraxis sein, sondern vor allem dazu dienen, die philosophische Frage, was ein gültiger Schluss ist, zu klären. Daher bilden auch nicht irgendwelche Sammlungen von Urteilen über die Gültigkeit von Schlüssen den Ausgangspunkt für die Entwicklung einer logischen Theorie, sondern das begründete Urteil von Logikern und Philosophen, wobei diese Urteile nicht Einzelargumente zu betreffen brauchen, sondern auch allgemeiner Natur sein können.

2. Durch die Methode des Überlegungsgleichgewichts wird die Logik keineswegs psychologisiert. Zwar ist ein Überlegungsgleichgewicht relativ auf eine Person(engruppe) und einen Zeitpunkt, da nie prinzipiell ausgeschlossen ist, dass neue Beispiele oder theoretische Einsichten Änderungen erforderlich machen. Doch bedeutet dies nur, dass auch Logiker psychischen Beschränkungen unterliegen, aber nicht, dass der Begriff des Überlegungsgleichgewichts ein psychologischer wäre: weite Überlegungsgleichgewichte bestehen zwischen Urteilen und Theorien; sie bezeichnen nicht einen Zustand einer Person.[35]

3. Die Methode des Überlegungsgleichgewichts strebt keine Reduktion der Logik auf etwas anderes an. Einerseits ist die Rolle der Hintergrundtheorien nicht in diesem Sinn zu verstehen, was schon daraus hervorgeht, dass auch logische Theorien diese Rolle spielen können. Andererseits muss die Frage, ob zwischen wohlüberlegten Urteilen, Hintergrundtheorien und logischer Theorie ein Überlegungsgleichgewicht besteht, auf einer Metaebene wiederum durch ein Urteil über logische Konsistenz beantwortet werden. Damit setzt die Methode des Überlegungsgleichgewichts logische Urteile voraus und ist also keine Methode, die einen Anspruch auf „zirkelfreie" Begründung der Logik erhebt,

[35] Die Probleme, die sich für die Methodologie der Logik aus einer psychologischen Deutung des Überlegungsgleichgewichts ergeben, gehen sehr deutlich aus der Kritik hervor, die Stich an der Methodologie des Überlegungsgleichgewichts übt *(Stich, Nisbett: Justification and the psychology of human reasoning)*. Stichs Kritik ist allerdings dadurch geprägt, dass er nicht an einer Methodologie der Logik als einer normativen Disziplin, sondern an einer Methodologie der Erforschung kognitiver Prozesse interessiert ist (vgl. *Stich: Reflective equilibrium, analytic epistemology and the problem of cognitive diversity,* S. 395).

wie dies etwa im deutschen Konstruktivismus gefordert und im kritischen Rationalismus abgelehnt wurde.

Das zuletzt erwähnte Ergebnis verweist wieder auf die Diskussion um eine Begründung für die Normativität logischer Gesetze im vorangegangenen Kapitel: Dass eine logische Theorie angibt, wie gültig geschlossen werden kann, dient nicht und kann nicht dazu dienen, die Normativität logischer Gesetze zu begründen. Vielmehr sollen logische Gesetze expliziert und die resultierenden Explikate normativ verwendet werden können. Die Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts bietet nun eine Antwort auf die Frage, unter welchen Bedingungen eine solche Explikation eine „gute" Explikation ist, wobei in dieser Antwort berücksichtigt ist, dass die resultierende Theorie als Norm des gültigen Schließens verwendet werden soll: Ein Gesetz G einer logischen Theorie T ist dann für eine Person A als eine Norm des gültigen Schließens gerechtfertigt, wenn T sowohl zu den wohlüberlegten Urteilen von A über die Gültigkeit von Schlüssen, als auch zu den Hintergrundtheorien von A passt. Wenn beurteilt wird, ob diese Bedingungen erfüllt sind, müssen die metatheoretischen Schlüsse, die dabei gezogen werden, wiederum gültig sein. Damit ergibt sich aus der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts die Anforderung, dass die durch T explizierten logischen Gesetze nicht den in der Metatheorie vorausgesetzten widersprechen, da die Metatheorie ja als vorausgesetzte Theorie zu den Hintergrundtheorien zu rechnen ist.[36] Kurz gesagt: Zu explizieren, welche logischen Gesetze gelten, und von den resultierenden Explikaten einen normativen Gebrauch zu machen, ist nur möglich, wenn und weil vorausgesetzt ist, dass diese logischen Gesetze gelten. Gleichzeitig ist diese Übereinstimmung von logischer Theorie und Metatheorie auch die Rechtfertigung für einen normativen Gebrauch der logischen Theorie: Wenn eine logische Theorie *logische Gesetze* expliziert, dann ist ebendies die Rechtfertigung für einen normativen Gebrauch der Explikate.

Diese hier diskutierten Fragen um die Methodologie der Logik stehen in sehr engem Zusammenhang mit dem Problem der adäquaten Formalisierung. Einerseits ist offenkundig, dass in der Methodologie der Logik die Theorie der Formalisierung eine entscheidende Rolle spielt: Das gegenseitige Abstimmen von Urteilen über logische Gültigkeit von Schlüssen und logischer Theorie setzt voraus, dass klar ist, welche von der logischen Theorie als gültig ausgezeichneten Schlussschemata auf welche Schlüsse angewendet werden können. Ohne einen Begriff der adäquaten Formalisierung kann überhaupt nicht davon gesprochen werden, dass ein Urteil über die Gültigkeit eines Schlusses mit einer logischen Theorie übereinstimmt oder ihr widerspricht. Geht man also – entgegen der Auffassung, die ich hier vertrete – von der verbreiteten Gleichsetzung von logischer Theorie und Formalismus aus, so muss zu den Hintergrundtheorien eine Theorie der Formalisierung gerechnet werden.

36 *Resnik: Mathematics as a science of patterns,* S. 160.

Andererseits ergeben sich aus denselben Überlegungen auch Konsequenzen für die Theorie der Formalisierung. Wenn die Theorie der Formalisierung in den Abstimmungsprozess, der zu einem weiten Überlegungsgleichgewicht führen soll, miteinbezogen werden muss, so ist damit zu rechnen, dass der Begriff der adäquaten Formalisierung angepasst werden muss, weil mit Situationen zu rechnen ist, in denen man daran festhalten will, dass ein Schlussschema gültig ist, und gleichzeitig auch daran, dass ein bestimmter Schluss, der als Instanz dieses Schemas adäquat formalisiert werden kann, nicht gültig ist. Um ein Überlegungsgleichgewicht zu erreichen, wird es dann notwendig sein, den betreffenden Schluss anders zu formalisieren, und das bedeutet, dass wir den Begriff der adäquaten Formalisierung so ändern müssen, dass eine bisher als adäquat geltende Formalisierung das nun nicht mehr ist.

Teil II Analysen zum Konzept der Formalisierung

In diesem Teil wird folgendes Konzept des Formalisierens entworfen und begründet: Formalisieren ist das Zuordnen von Formeln zu Aussagen mit dem Ziel, logische Merkmale dieser Aussagen transparent zu repräsentieren. Pro Kapitel werde ich je einen Aspekt dieses Konzepts diskutieren. Im Zentrum steht dabei die Rekonstruktion der etablierten, mit den Standardsystemen der Aussagen- und Prädikatenlogik arbeitenden Formalisierungspraxis. Ich werde mich allerdings nicht an einem bestimmten logischen System orientieren, sondern ein Konzept entwickeln, das als Hintergrund für eine Diskussion des Formalisierens im Kontext verschiedener logischer Theorien dienen kann. Auf dieser Grundlage wird dann in Teil III untersucht, mit welchen Kriterien sich die Adäquatheit einer Formalisierung prüfen lässt und inwiefern das Formalisieren zu einem eindeutigen Resultat führen kann.

Die folgenden Kapitel sprechen eine Reihe von „klassischen“ Problemen aus der Philosophie der Logik an. Dabei strebe ich – nur schon aus Gründen der Platzbeschränkung – keine vollständige Darstellung der entsprechenden Kontroversen an, sondern konzentriere mich darauf, diese Probleme aus der Perspektive des Formalisierens zu untersuchen.

4 Logische Merkmale

Als Erstes soll nun näher bestimmt werden, welche Merkmale von Aussagen zu den logischen Merkmalen zu rechnen und daher beim Formalisieren zu berücksichtigen sind. An den Begriff der logischen Form knüpfen sich besonders interessante, aber auch komplexe Probleme der Philosophie der Logik, die hier jedoch nur soweit diskutiert werden, als dies nötig ist, um die in Teil III vorgestellten Kriterien zur Beurteilung von Formalisierungen zu motivieren. Ausgangspunkt ist die in Kapitel 1.2 eingeführte Unterscheidung zwischen logischer Form und Inhalt mit den beiden Aspekten der Gültigkeitsrelevanz und der Themenneutralität.

Vorab noch eine Bemerkung zum Sprachgebrauch: Es ist aus sprachlichen Gründen fast unvermeidlich, gelegentlich die Redeweise von *den* logischen Merkmalen einer Aussage zu gebrauchen. Damit soll nicht unterstellt werden, jede Aussage hätte *eine* genau bestimmte Menge von logischen Merkmalen und diese würden *alle* bei der Formalisierung herausgearbeitet. Das wäre in doppelter Hinsicht falsch. Erstens ist es von der vorausgesetzten logischen Theorie abhängig, was als logisches Merkmal zählt, und zweitens gibt es (mindestens bis jetzt) keinen Grund, zu verlangen, jede adäquate Formalisierung müsse in irgendeinem noch anzugebenden Sinn vollständig sein.[1]

[1] Auf die Idee einer vollständigen Formalisierung gehe ich in Kapitel 13.5.1 ein.

4.1 *Gültigkeitsrelevanz*

Geht man davon aus, dass die zentrale Zielsetzung jeder Logik, nicht nur der formalen Logik, darin besteht, eine Theorie gültiger Schlüsse zu entwickeln, so ergibt sich daraus sofort, dass zu den logischen Merkmalen einer Aussage nur solche Merkmale gehören können, die für die Gültigkeit von Schlüssen relevant sind. Dieses Kapitel diskutiert verschiedene Möglichkeiten, Gültigkeitsrelevanz näher zu bestimmen. Ausgangspunkt sind die beiden in Kapitel 1.1.5 eingeführten Typen von Antworten auf die Frage „Was ist ein gültiger Schluss?“:

(D1) Ein *Schluss* ist genau dann *gültig,* wenn die Wahrheit der Prämissen die Wahrheit der Konklusion notwendig macht.

(D2) Ein *Schluss* ist genau dann *gültig,* wenn die Konklusion durch schrittweise Anwendung von Schlussregeln aus den Prämissen gewonnen werden kann.

Diese zwei Definitionstypen verweisen auf zwei verschiedene Analysen des Begriffs der Gültigkeit: Während eine Definition vom Typ (D1) den Begriff der Gültigkeit auf die beiden Begriffe der Wahrheit und der Notwendigkeit zurückführt, wird der Begriff der Gültigkeit bei (D2) nicht durch andere Begriffe erklärt, sondern durch die Angabe von Regeln, nach denen gültig geschlossen werden kann. Da der Begriff des gültigen Schlusses das Kernstück jeder Logik ist, gehen mit diesen beiden unterschiedlichen Weisen, den Begriff des gültigen Schlusses zu definieren, auch zwei verschiedene Konzepte der Logik einher, die sich dadurch unterscheiden, dass beim einen Wahrheit, beim anderen das Schließen nach Regeln im Zentrum steht.[2] Damit soll nicht behauptet sein, dass jede logische Theorie genau einem dieser beiden Konzepte zugeschlagen werden kann. Vielmehr wird sich zeigen, dass in sehr vielen Fällen die gleiche logische Theorie, je nach Betrachtungsweise, zum einen oder zum anderen Konzept gezählt werden kann. Auch ließe sich durch eine detaillierte Untersuchung einzelner logischer Systeme sicherlich eine differenziertere Unterscheidung verschiedener Logikkonzepte gewinnen. Das werde ich im Folgenden jedoch nicht unternehmen. Das Ziel ist vielmehr aufzuzeigen, wie aus der Einteilung von logischen Systemen in solche, die sich an Wahrheit, und solche, die sich an Schlussregeln orientieren, die Möglichkeit resultiert, logische Merkmale entweder als wahrheitsrelevante oder als schlussrelevante Merkmale zu erklären. In Teil III wird sich dann zeigen, wie sich damit die üblicherweise verwendeten Kriterien für korrektes Formalisieren begründen lassen.

---

[2] Zur Einteilung verschiedener Logikkonzeptionen anhand von Begriffen der Gültigkeit vgl. *Restall: Logical Laws; Hammer: The truths of logic.*

4.1.1 *Wahrheitsrelevanz*

Gültigkeit, Wahrheit, Notwendigkeit

1. *Gültigkeit als notwendige Erhaltung der Wahrheit.* Logikkonzepte, die den Begriff des gültigen Schlusses im Sinne von (D1) definieren, finden sich nicht nur bei Frege, Russell, dem frühen Wittgenstein oder Davidson. Sie lassen sich historisch zurückverfolgen bis zu Aristoteles, der in der *Ersten Analytik* den Syllogismus dadurch charakterisiert, dass eine Aussage (die Konklusion) notwendigerweise wahr ist, wenn gewisse andere Aussagen (die Prämissen) wahr sind.[3] Dieses für die Gültigkeit von Schlüssen entscheidende Verhältnis zwischen Prämissen und Konklusion wird oftmals metaphorisch formuliert; so werden gültige Schlüsse beispielsweise als „notwendigerweise wahrheitserhaltend" *(truth-preserving)* oder „einen Wahrheitstransfer garantierend" charakterisiert.[4]

Charakteristisch für Logikkonzeptionen des hier diskutierten Typs sind vor allem zwei Punkte: In der Definition der Gültigkeit nimmt Wahrheit eine zentrale Stelle ein und es findet sich darin ein modales Moment. Frege hat am Anfang des Aufsatzes *Der Gedanke* die herausragende Bedeutung der Wahrheit für die Logik auf die klassische Formulierung „Der Logik kommt es zu, die Gesetze des Wahrseins zu erkennen."[5] gebracht. Bei Frege bleibt klar, dass das Ziel der Logik darin besteht, eine Theorie des gültigen Schließens zu entwickeln.[6] Bei anderen Autoren in der Tradition dieses Logikkonzepts ist dies aber oftmals verschleiert, weil sie logische Wahrheiten (auch „logische Gesetze" oder „Tautologien" genannt) als Gegenstand der Logik auffassen und die formale Logik als „die Theorie der Aussagen, die aufgrund ihrer Form allein wahr sind" oder „die Wissenschaft von den wahren Aussageformen" (Patzig) definieren[7]. Dabei ist dann nicht mehr deutlich, dass logische Wahrheiten nur deshalb von Interesse sind, weil sie in einem sehr engen Zusammenhang zu den gültigen Schlüssen stehen.[8] Das modale Moment im Begriff des gültigen Schlusses geht in

[3] *Aristoteles: Erste Analytik,* 24b18–20; vgl. *Aristoteles: Topik,* 100a25–27 (Συλλογισμὸς δέ ἐστι λόγος ἐν ᾧ τεθέντων τινῶν ἕτερόν τι τῶν κειμένων ἐξ ἀνάγκης συμβαίνει τῷ ταῦτα εἶναι.) Dass Aristoteles hier davon ausgeht, dass mehrere Prämissen vorliegen und nicht eine Prämisse wiederum Konklusion ist, erklärt sich dadurch, dass er diese Definition nicht auf gültige Schlüsse im Allgemeinen, sondern auf Syllogismen bezieht.

[4] Zu den irreführenden Vorstellungen, die mit solchen Metaphern verbunden sein können, vgl. *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 16.

[5] *Frege: Der Gedanke,* S. 30 (Orig. S. 58); vgl. *Frege: Logik [1897],* S. 139.

[6] Vgl. z.B. *Frege: Logik [1879–1891],* S. 3: „Urteilen, indem man sich anderer Wahrheiten als Rechtfertigungsgründen bewusst ist, heisst *schliessen.* Es gibt Gesetze über diese Art der Rechtfertigung, und diese Gesetze des richtigen Schliessens aufzustellen, ist das Ziel der Logik." Vgl. dazu *Dummett: Frege. Philosophy of language,* S. 432–435.

[7] *Patzig: Sprache und Logik,* S. 10.

[8] Nicht so beispielsweise bei Quine: "Logical implication is the central business of logic. Logical truth would be of little concern to us on its own account, but it is important as an avenue to implication. It is simpler to theorize about truth than implication because it is attributable to single sentences whereas implication relates sentences in pairs." (*Quine: Grammar, truth, and*

unterschiedlichen Formen in Definitionen vom Typ (D1) ein. Besonders deutlich ist es, wenn explizit gefordert wird, dass *notwendigerweise* gelten muss, dass die Konklusion wahr ist, wenn die Prämissen wahr sind; aber auch die oben erwähnten metaphorischen Formulierungen sind in diesem Sinne zu verstehen.

2. *Wahrheitsbedingungen.* Mit Hilfe des Begriffs der Wahrheitsbedingungen kann der Zusammenhang von Wahrheit und Gültigkeit noch etwas genauer bestimmt werden. Diese Analyse, die im Wesentlichen auf Wittgensteins *Tractatus* zurückgeht[9], lässt sich wie folgt formulieren:

(D1.1) Ein Schluss ist genau dann logisch gültig, wenn die Wahrheitsbedingungen der Prämissen in den Wahrheitsbedingungen der Konklusion enthalten sind.

In dieser Analyse der Gültigkeit ist das modale Moment der Gültigkeit nicht mehr explizit ausgedrückt, sondern im Terminus „Wahrheitsbedingungen“ verborgen. Es kommt wieder zum Vorschein, wenn man den Begriff der Wahrheitsbedingung näher erklärt. Die Wahrheitsbedingungen einer Aussage sind diejenigen Umstände (auch „Sachlagen“[10], „Modelle“ oder „möglichen Welten“[11] genannt), unter denen diese Aussage wahr ist. Um die Wahrheitsbedingungen einer Aussage zu bestimmen, muss demnach für alle möglichen Umstände bestimmt werden, ob die Aussage unter diesen Umständen wahr ist. Dass eine Aussage *unter einem möglichen Umstand wahr* ist, soll bedeuten, dass diese Aussage *wahr* wäre, wenn dieser Umstand tatsächlich bestünde. Dies führt dann zu Definitionen der Gültigkeit, wie etwa folgender:

(D1.2) Ein Schluss ist genau dann logisch gültig, wenn unter allen möglichen Umständen (in allen möglichen Welten), unter denen seine Prämissen wahr sind, auch seine Konklusion wahr ist.

---

logic, S. 17). Zum Zusammenhang zwischen logischen Wahrheiten und gültigen Schlüssen vgl. Kapitel 1.3.4, S. 46.

9 *Wittgenstein: Tractatus,* 5.101–5.121. Vgl. dazu *Glock: A Wittgenstein dictionary,* <logical inference>, S. 216–220. Wittgensteins Darstellung ist terminologisch differenzierter als die im Text gegebene. Er unterscheidet zwischen Wahrheitsmöglichkeiten (von Elementarsätzen, 4.3), Wahrheitsbedingungen (von Sätzen, 4.431) und Wahrheitsgründen (Möglichkeiten, die Wahrheitsbedingungen von Sätzen zu erfüllen, 5.101). Der Terminus „Wahrheitsbedingungen“ ist durch *Frege: Grundgesetze der Arithmetik,* §32, vorgeprägt. Er findet sich bei Wittgenstein bereits 1914 in *Wittgenstein: Notes dictated to G.E. Moore in Norway* (S. 117: „conditions of the truth“; vgl. *Wittgenstein: Aufzeichnungen, die G.E. Moore in Norwegen nach Diktat niedergeschrieben hat,* S. 220) und *Wittgenstein: Tagebücher 1914–1916,* 2.11.14.

10 „Sachlage“ ist Wittgensteins Terminus im *Tractatus;* vgl. dazu *Glock: A Wittgenstein dictionary,* S. 116–117.

11 Z.B. *Carnap: Meaning and necessity,* S. 10. Die Rede von „möglichen Welten“ in diesem Zusammenhang muss unterschieden werden von der Verwendung dieses Ausdrucks in der formalen Semantik, insbesondere im Kontext intensionaler Logiken. Vgl. dazu *Hintikka: Carnap's work in the foundations of logic and mathematics in a historical perspective,* S. 199–200, und *Hintikka: Carnap's heritage in logical semantics,* S. 222.

Oder äquivalent:

(D1.2') Ein Schluss ist genau dann logisch gültig, wenn es keine möglichen Umstände (keine mögliche Welt) gibt, unter denen seine Prämissen alle wahr sind, seine Konklusion aber falsch.

Es bleibt immer noch die Frage, wie hier die modalen Begriffe zu interpretieren sind: Wenn man bei (D1) fragen kann, in welchem Sinne genau es bei gültigen Schlüssen *notwendig* ist, dass die Konklusion wahr ist, wenn die Prämissen wahr sind, so kann man bei (D1.1) und (D1.2) fragen, was unter „allen *möglichen* Umständen", „allen *möglichen* Welten" zu verstehen ist. Offenkundig geht es hier um eine spezifisch logische, nicht etwa eine physikalische oder psychologische Möglichkeit beziehungsweise Notwendigkeit. Das ist selbstverständlich bloß ein Hinweis darauf, welche Analysen dieses Begriffs der Möglichkeit hier verfehlt wären. Das Problem ist immer noch, notwendige und hinreichende Kriterien dafür anzugeben, dass ein Umstand, eine Welt *logisch möglich* ist. Damit steht man definitiv vor einem hartnäckigen Problem der Philosophie der Logik. In der Tradition der modernen formalen Logik wird üblicherweise spätestens an dieser Stelle die Strategie eingeschlagen, auf eine weitere Analyse des allgemeinen Begriffs der Gültigkeit zu verzichten und sich stattdessen dem Begriff der formalen Gültigkeit zuzuwenden, wobei meistens direkt eine Explikation dieses Begriffs in einem bestimmten Formalismus vorgeschlagen und diskutiert wird. Da es mir hier um den allgemeinen Begriff der logischen Gültigkeit geht, werde ich auf diese Vorschläge nicht näher eingehen.[12]

Logische Merkmale als Merkmale der Wahrheitsrelevanz

Da die Gültigkeit in einem solchen Logikkonzept auf Wahrheitsbedingungen reduziert wird, kann die Bedingung, dass logische Merkmale gültigkeitsrelevant sein müssen, so gedeutet werden: Zu den logischen Merkmalen einer Aussage können nur diejenigen Merkmale gezählt werden, die relevant dafür sind, welche Wahrheitsbedingungen diese Aussage hat. Kurz, logische Merkmale müssen wahrheitsrelevant sein.[13]

---

[12] Das historisch wichtigste Paradigma ist sicher Tarskis Definition der logischen Folgerung in *Über den Begriff der logischen Folgerung,* die gewisse Elemente von Bolzanos Definition in der *Wissenschaftslehre* aufnimmt. (Vgl. *Etchemendy: Tarski on truth and logical consequence; Siebel: Der Begriff der Ableitbarkeit bei Bolzano,* Kap. 5.) Es ist üblich geworden, zwischen substitutionalen, interpretationalen und modelltheoretischen Definitionen des Begriffs der formalen Gültigkeit zu unterscheiden. (Vgl. *Etchemendy: The concept of logical consequence,* insb. Kap. 2–4; *Sher: Did Tarski commit "Tarski's fallacy"?*, §2; für eine Alternative: *Hammer: The truths of logic.*) Die Frage, in welchem Verhältnis Tarskis Definition zur modelltheoretischen „Standard"-Definition der Gültigkeit steht, ist allerdings umstritten.

[13] Die Analyse von Aussagen im Hinblick auf ihre wahrheitsrelevanten Merkmale findet sich insofern bereits bei Aristoteles, als er in *Peri hermeneias,* 16a33–b5, die Analyse der Aussage, des λόγος ἀποφαντικός, in ὄνομα und ῥῆμα daran orientiert, dass die beiden Teile zusammen etwas ergeben müssen, das wahr oder falsch ist. ὀνόματα können dann bestimmt werden als das, was zusammen mit ἔστιν, ἦν oder ἔσται (ist, war oder wird sein) etwas

Wahrheitsrelevanz ist allerdings bloß eine notwendige Bedingung dafür, dass ein Merkmal einer Aussage zu deren logischen Merkmalen zu rechnen ist. Mehr ist schon deshalb nicht zu erwarten, weil Wahrheitsrelevanz ja bloß als eine Deutung der Gültigkeitsrelevanz eingeführt wurde, und Gültigkeitsrelevanz selbst auch nur eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung dafür ist, dass ein Merkmal ein logisches ist. (Vgl. Kapitel 1.2.1.) Weshalb logische Form und Wahrheitsbedingungen nicht einfach gleichgesetzt werden können, lässt sich leicht zeigen: Zunächst einmal haben alle Aussagen eine gemeinsame logische Form, nämlich einfach diejenige, eine Aussage zu sein. Daraus folgt aber selbstverständlich nicht, alle Aussagen hätten die gleichen Wahrheitsbedingungen. Wenn man andererseits annimmt, dass zwei Aussagen sich bezüglich ihrer logischen Formen überhaupt nicht unterscheiden, folgt daraus noch keineswegs, dass sie die gleichen Wahrheitsbedingungen hätten: „Theaithetos fliegt." hat sicher andere Wahrheitsbedingungen als „Sokrates fliegt", obwohl sich kaum bestreiten lässt, dass jede logische Form der einen auch eine logische Form der anderen Aussage ist. Somit sind nicht alle wahrheitsrelevanten Merkmale auch Merkmale der logischen Form.

Definitionen der logischen Form, die sich an der Wahrheitsrelevanz orientieren, berücksichtigen diesen Unterschied zwischen logischer Form und Wahrheitsbedingungen typischerweise dadurch, dass sie die logische Form als wahrheitsrelevante *Struktur* einer Aussage bestimmen.[14] Wie die wahrheitsrelevanten Merkmale einer Aussage in strukturelle und andere Merkmale eingeteilt werden können, hängt davon ab, wie der *formale* Charakter der Logik genau bestimmt wird. Darauf werde ich in Kapitel 4.2 ausführlicher eingehen. Zuvor muss näher ausgeführt werden, welche Konsequenzen sich für das Verständnis der Logik ergeben, wenn man den Begriff der logischen Form in der angegebenen Weise im Hinblick auf die Wahrheitsrelevanz versteht.

Logik und Semantik

1. *Primat der formalen Semantik in der Logik.* Eine der wichtigsten Konsequenzen der Idee, Gültigkeit mit Hilfe von Wahrheit zu erklären, besteht darin, dass Logik in einem solchen Verständnis zuallererst eine semantische Theorie ist. Da Wahrheit ein semantischer Begriff ist, fällt die zentrale Aufgabe, den Begriff der

---

Wahres oder Falsches ergibt. Wie stark eine solche Analyse am Gesichtspunkt der Wahrheitsrelevanz und nicht an unseren heute üblichen grammatischen Kategorien orientiert ist, zeigt sich darin, dass nach Aristoteles' Auffassung nur Substantive und Namen *im Nominativ* ὀνόματα sind. (Vgl. dazu *Kneale, Kneale: The development of logic,* S. 45–46, und *Geach: History of the corruptions of logic.*)

14 Z.B. *Davidson: In defence of Convention T,* S. 71: "Theories of truth necessarily provide an analysis of structure relevant to truth and to inference. Such theories therefore yield a non-trivial answer to the question what is to count as the logical form of a sentence." *Tugendhat, Wolf: Logisch-semantische Propädeutik,* S. 100, formulieren unter Bezug auf Davidson: „Die semantische Form betrifft die Art und Weise, wie der Satz in ‚wahrheitsrelevanter' Weise zusammengesetzt ist."

Gültigkeit zu explizieren, zuerst einmal der formalen Semantik zu. Das Verhältnis zwischen Semantik und Syntax wird dann charakteristischerweise so interpretiert: Die Semantik bestimmt, welche Schlüsse gültig sind; die Schlussregeln sind ein syntaktischer Reflex davon und müssen in der Semantik begründet sein. Besonders deutlich äußert sich das in der Rolle, die metalogischen Eigenschaften des Kalküls zugemessen wird. Adäquatheitsnachweise erfüllen die Funktion, zu zeigen, dass die Methode der syntaktischen Ableitung alle und nur diejenigen Schlüsse zu beweisen erlaubt, die gewisse semantische Eigenschaften besitzen; das syntaktische System wird also an seinem semantischen Vorbild gemessen. Etchemendy schreibt beispielsweise in diesem Sinn:

> We recognize that the logical consequence relation is determined not by an independent deductive regime but by the semantic rules of the language. After all, if the term 'and' expresses the usual truth function, then nothing more is needed to guarantee the validity of an inference from 'A and B' to 'A'. Independent rules of 'logical syntax' could at best reiterate that fact, and at worst contradict it. If the former, the rules would be idle; if the latter, flatly wrong.[15]

Gelingt es also zu zeigen, dass die Schlussregeln einer logischen Theorie im Hinblick auf die semantische Definition der Folgerung korrekt sind, so ist auch gezeigt, dass die Schlussregeln bloß etwas wiederholen, was sich auch mit Hilfe der Semantik zeigen lässt (und sind sie vollständig, so wiederholen sie alles, was sich aus der Semantik bezüglich der Gültigkeit von Schlüssen ergibt). Natürlich haben Schlussregeln gewisse praktische Vorteile, aber zur Theorie der gültigen Schlüsse können und dürfen sie nichts beitragen, was nicht schon mit der Semantik gegeben wäre. Vertreter eines solchen Logikkonzepts können deshalb noch einen Schritt weitergehen und den logischen Formalismus auf eine formale Sprache mit einer Semantik und einer semantischen Definitionen der Gültigkeit beschränken, wie dies beispielsweise Wittgenstein im *Tractatus* vorgeschlagen hat, wo er Schlussregeln schlicht als „sinnlos und überflüssig" bezeichnet.[16]

2. *Logik als Teil der Semantik.* Viele Autoren, die ein Konzept von Logik vertreten, in dem Wahrheit eine zentrale Rolle spielt, verstehen logische Theorien als Teil einer semantischen Theorie: zu erklären, welche Schlüsse gültig sind, ist ein spezieller Aspekt einer Erklärung der Bedeutung von Aussagen. Logik als Theorie der Gültigkeit umgangssprachlicher Schlüsse ist deshalb eine Theorie, die im Rahmen der Semantik der Umgangssprache entwickelt werden kann. Eine solche Auffassung setzt natürlich ein bestimmtes Verständnis von Semantik voraus, nämlich eines, nachdem eine, oder gar die zentrale Aufgabe der Semantik darin besteht, Wahrheitsbedingungen von Sätzen anzugeben. Bereits beim Wittgenstein des *Tractatus* ist ein solcher Zusammenhang zwischen Logik und Semantik deutlich angelegt: Für Wittgenstein sind Wahrheitsbedingungen

15 *Etchemendy: The concept of logical consequence,* S. 157.

16 *Wittgenstein: Tractatus,* 5.132. Zu Wittgensteins späterer Kritik an dieser Auffassung vgl. *Wittgenstein: Philosophische Grammatik,* Teil II, Kap. I.I; *Waismann: Logik, Sprache, Philosophie,* Kap. XVIII.5.

nicht nur das, was erklärt, welche Schlüsse logisch gültig sind, sondern auch das, was man kennen muss, um einen Satz zu verstehen.[17] Wie plausibel es ist, einen solch engen Zusammenhang zwischen Bedeutung und Wahrheitsbedingungen herzustellen, macht Cresswell mit seinem *most certain principle* deutlich: Auch wenn nicht klar ist, was Bedeutung ist, so ist doch klar, dass zwei Sätze nicht die gleiche Bedeutung haben, wenn es eine Situation gibt, in der der eine Satz wahr, der andere aber falsch ist.[18] Mit anderen Worten: Sätze mit verschiedenen Wahrheitsbedingungen können nicht die gleiche Bedeutung haben. Also muss jede ernsthafte Semantik mindestens eine Theorie der Wahrheitsbedingungen umfassen.

Ein besonders klares Beispiel für eine konsequente Integration der Logik in die Semantik ist sicher Davidsons Konzept einer Bedeutungstheorie natürlicher Sprachen in Form einer Wahrheitstheorie. (Ein anderes Beispiel wäre das Projekt der sog. formalen Semantik, wie es sich bei Montague und vielen anderen Autoren findet.) Da in Davidsons Verständnis eine Bedeutungstheorie die Aufgabe hat, die Wahrheitsbedingungen von Äußerungen anzugeben, konzipiert er die Semantik als eine Wahrheitstheorie entsprechend den Vorschlägen von Tarski. Somit ist klar, dass eine der zentralen Aufgaben einer Bedeutungstheorie darin besteht, die wahrheitsrelevante Struktur von Äußerungen zu analysieren. Diese sind zugleich deren logische Form, da sich die gültigkeitsrelevante Struktur auf die wahrheitsrelevante Struktur zurückführen lässt:

> Standard theories of truth […] assign semantic structures to sentences that are identical with what we have been calling the logical forms of those sentences. This is hardly surprising, since logical form was designed to facilitate the statement of rules of valid argument, and valid arguments are ones that preserve truth. Theories of truth systematize the assignment of truth conditions; logic systematize the circumstances under which truth is preserved. No wonder if the two sorts of theory interlock. Of the two, it is clearly theory of truth that is basic, for a theory of truth may be appealed to justify rules of inference.[19]

Damit wird deutlich, dass Davidson nicht die Auffassung vertritt, eine logische Theorie könne bequem als „Abfallprodukt" einer Bedeutungstheorie gewonnen werden. Der Slogan „Logik ist ein Teil der Semantik" charakterisiert seine Position in zweierlei Hinsicht nur ungenau. Erstens ist eine logische Theorie *mehr* als ein Teil einer Bedeutungstheorie; eine Bedeutungstheorie ist nicht automatisch schon eine logische Theorie. Eine Bedeutungstheorie muss nach Davidson zwar Wahrheitsbedingungen von Äußerungen und also auch deren logische Form angeben; für eine logische Theorie ist darüber hinaus aber noch

[17] *Wittgenstein: Tractatus,* 4.024.
[18] *Cresswell: The autonomy of semantics,* S. 69.
[19] *Davidson, Harman: The logic of grammar,* S. 4; vgl. *Davidson: On saying that,* S. 95. Harman hat sich später kritisch zu dieser Auffassung geäußert; vgl. *Harman: The meanings of logical constants,* S. 126.

mindestens eine Definition der Gültigkeit erforderlich.[20] Logik ist also eine auf der Semantik als Theorie der Wahrheitsbedingungen aufbauende Theorie des gültigen Schließens. Zweitens ist für Davidson die Möglichkeit, eine logische Theorie auf einer Bedeutungstheorie aufzubauen, nicht bloß eine Möglichkeit unter vielen, sondern die einzig sinnvolle. Da Gültigkeit nichts anderes ist als *preservation of truth,* ist eine Logik, die die Gültigkeit von Schlüssen nicht durch die Wahrheitsbedingungen der beteiligten Aussagen erklärt, keine logische *Theorie,* da eine solche Logik zwar eine mehr oder weniger systematische Sammlung gültiger Schlüsse, aber keine Erklärung dafür bietet, weshalb diese Schlüsse gültig sind. Davidson ist in diesem Punkt sehr deutlich:

> By my lights, we have given the logical form of a sentence when we have given the truth-conditions of the sentence *in the context of a theory of truth* that applies to the language as a whole. […] Merely providing formal rules of inference […] thus fails to touch the question of logical form (except by generalizing some of the data a theory must explain); showing how to put sentences into quantificational form, on the other hand, does place them in the context of a semantic theory. The contrast is stark, for it is the contrast between having a theory, and hence a hypothesis about logical form, and having no theory, and hence no way of making sense of claims about form. […] Rules of inference that are not backed by a semantic theory are irrelevant to logical form.[21]

Davidsons Konzept der Logik rückt damit ziemlich in die Nähe der oben erwähnten Auffassung von Wittgenstein im *Tractatus.* Wie für Wittgenstein sind Schlussregeln auch für Davidson letztlich überflüssig, und eine logische Theorie, die nicht wesentlich auf einer Semantik beruht, verdient ihren Namen nicht. Auch für die Idee des Formalisierens ergeben sich für Davidson klare Konsequenzen: Formalisieren ist nicht einfach das Zuordnen eines Schemas zu einer Aussage, sondern das Ermitteln von logischen Formen, das heißt von wahrheitsrelevanten Strukturen, im Rahmen einer Bedeutungstheorie, die systematisch die Wahrheitsbedingungen der Äußerungen einer Sprache angibt.[22]

4.1.2 Schlussrelevanz

Gültigkeit und Schlussregeln

1. *Gültigkeit als Schließen nach Schlussregeln.* Neben dem bisher diskutierten Konzept der Logik, das den Begriff der Wahrheit ins Zentrum stellt, gibt es ein zweites Verständnis der Logik, das ohne „Umweg" über Wahrheit und Notwendigkeit direkt bei den logisch gültigen Schlüssen ansetzt. Im Zentrum solcher logischen Theorien stehen grundlegende Schlussweisen, die als Schlussregeln

---

20 *Davidson: In defence of Convention T,* S. 71.

21 *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 143–145 (Hervorhebung GB).

22 Ich gehe in einem Exkurs in Kapitel 12.4.3 näher auf eine Theorie des Formalisierens im Kontext von Davidsons Sprachtheorie ein.

formuliert werden. Schlüsse gelten dann als logisch gültig, wenn sie mit diesen Regeln konform sind, das heißt, wenn ihre Konklusion ausgehend von den Prämissen durch sukzessive Anwendung dieser Schlussregeln erreicht werden kann (vgl. D2). Typische Slogans eines solchen an Schlussregeln orientierten Logikkonzepts sind zum Beispiel "Logic is the science of the principles of valid inference." (Kneale), „Die formale Logik ist die Wissenschaft von den Implikationen der Aussageformen." (Lorenzen).[23]

Historisch lässt sich auch dieses Logikkonzept bis in die Antike zurückverfolgen. Besonders prominent ist es in der stoischen Logik, aber auch bei Aristoteles finden sich Anknüpfungspunkte, insofern die in der *Ersten Analytik* entwickelten Syllogismen als Regeln des gültigen Schließens gedeutet werden können.[24] In diesem Jahrhundert ist ein an den Regeln des gültigen Schließens orientiertes Logikkonzept, oft unter der Bezeichnung „Beweistheorie", insbesondere für die intuitionistisch (z.B. Prawitz, z.T. auch Dummett) und konstruktivistisch orientierten Traditionen (Lorenzen, Lorenz, Gethmann u.a.) bestimmend geworden.[25] Vor allem im englischen Sprachraum hat dieses Logikverständnis, zusammen mit den auf Gentzen und Jaśkowski zurückgehenden Kalkülen des natürlichen Schließens, Eingang in viele Lehrtexte gefunden.[26]

2. *Grundlegende Schlussregeln.* Für Logikkonzepte, die an Regeln des gültigen Schließens orientiert sind, besteht das zentrale Problem bei der Analyse des Begriffs der Gültigkeit darin, die grundlegenden Schlussregeln zu bestimmen, das heißt, diejenigen Schlussregeln, die direkt als Regeln des gültigen Schließens gelten können, ohne eine Begründung durch andere Schlussregeln oder die Semantik der betreffenden Logik.[27] Wichtigstes Paradigma sind hier die Kalküle des natürlichen Schließens in ihrer auf Gentzen zurückgehenden Form. Als Grundschlussregeln umfassen sie einerseits Einführungs- und Beseitigungsregeln für

---

[23] *Kneale: Truths of logic,* S. 207 (vgl. auch S. 215–216), und *Kneale, Kneale: The development of logic,* S. 1. *Lorenzen: Formale Logik,* S. 5.

[24] Zur Stoa vgl. *Mates: Stoic logic,* S. 2–3, 58–67. Zu Aristoteles: *Kneale: Truths of logic,* S. 207; *Kneale, Kneale: The development of logic,* S. 80.

[25] Z.B. *Prawitz: Natural deduction; Dummett: The logical basis of metaphysics.* Zum deutschen Konstruktivismus vgl. die Hinweise im übernächsten Abschnitt. „Beweistheorie" geht auf *Hilbert: Neubegründung der Mathematik* zurück. Zu den verschiedenen Projekten, die als „Beweistheorie" bezeichnet werden, und deren Geschichte vgl. *Prawitz: Philosophical aspects of proof theory,* S. 235–252.

[26] *Gentzen: Untersuchungen über das logische Schließen; Jaśkowski: On the rules of suppositions in formal logic.* Für eine Übersicht zur weiteren Entwicklung verschiedener Systeme des natürlichen Schließens vgl. *Pelletier: A brief history of natural deduction* und *Prawitz: Natural deduction.* Bekannte Klassiker unter den Lehrbüchern, die ganz auf dem Kalkül des natürlichen Schließens aufbauen, sind z.B. *Lemmon: Beginning logic* und *Tennant: Natural logic.*

[27] Nicht grundlegende Schlussregeln werden als *abgeleitete* Schlussregeln bezeichnet. In diesem Sinne sind Schlussregeln in logischen Systemen, die Schlussregeln als grundsätzlich semantisch begründet auffassen (vgl. Kapitel 4.1.1), streng genommen immer abgeleitet. Ich werde im Folgenden einfach von Schlussregeln sprechen, wenn die Unterscheidung zwischen grundlegend und abgeleitet keine Rolle spielt.

alle logischen Konstanten der betreffenden formalen Sprache und andererseits gewisse zusätzliche Schlussregeln, die für die klassische oder intuitionistische Logik charakteristisch sind.[28] Welche Schlussregeln im Einzelnen in einem konkreten Kalkül als grundlegend eingeführt werden, ist allerdings keine Antwort auf die Frage, wie der Begriff der logischen Gültigkeit mit Hilfe von Schlussregeln bestimmt werden kann. Dazu muss vielmehr angegeben werden, auf welchen grundlegenden Schlussregeln eine logische Theorie aufgebaut werden *soll*.

Besonders intensiv ist diese Problematik der grundlegenden Schlussregeln im Umfeld des deutschen Konstruktivismus diskutiert worden. Dabei lassen sich grob drei Phasen unterscheiden: Zunächst hat Lorenzen mit seiner operativen Logik vorgeschlagen, von denjenigen Schlussregeln auszugehen, die sich auf allgemeinste Regeln des schematischen Operierens mit Zeichen, also auf allgemeinste Regeln aller Kalküle, zurückführen lassen.[29] In der dialogischen Logik von Lorenzen und Lorenz wurden die Schlussregeln auf der Basis der Regeln von Dialogspielen begründet, das heißt, sie werden aus den Regeln entwickelt, die angeben, welche Angriffs- beziehungsweise Verteidigungsschritte den Kontrahenten zur Verfügung stehen, wenn ein Proponent eine Aussage gegen Angriffe eines Opponenten verteidigen soll.[30] Schließlich haben vor allem Gethmann und Kambartel ein pragmatisches Begründungsprogramm für die Logik entworfen.[31] Gethmann charakterisiert es als regulative (präskriptive) Sprachhandlungstheorie und drückt damit aus, dass dieses argumentationspragmatische Begründungsprogramm keineswegs die logischen Schlussregeln durch empirische Untersuchung der tatsächlichen Redehandlungen in argumentativen Diskursen ermitteln will, was höchstens zu einer Art Herbarium des Argumentierens führen könnte, sondern vielmehr darauf abzielt, die Regeln zu rekonstruieren, die argumentativen Diskursen zugrunde liegen. Die Aufgabe, grundlegende Schlussregeln zu bestimmen, wird demnach als die Aufgabe aufgefasst, eine Konstruktion derjenigen Regeln anzugeben, auf die sich Argumentierende in rationalen Begründungsdiskursen verpflichten respektive verpflichten sollen. Schlussregeln werden also nicht als Regeln bestimmt, die in der Praxis des Argumentierens befolgt werden, sondern als Regeln, mit denen sich diese Praxis, insofern sie rational ist, rekonstruieren lässt.[32]

---

28 Eine Übersicht findet sich z.B. in *Sundholm: Systems of deduction;* knapper: *Prawitz: Gentzen's analysis of first-order proofs.*

29 *Lorenzen: Einführung in die operative Logik und Mathematik,* Kap. 1; vgl. auch *Lorenzen: Protologik.*

30 *Lorenzen, Lorenz: Dialogische Logik.*

31 *Gethmann: Protologik; Kambartel: Überlegungen zum pragmatischen und zum argumentativen Fundament der Logik;* vgl. die Aufsätze in *Gethmann: Logik und Pragmatik* und *Gethmann: Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens.*

32 Vgl. *Gethmann: Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens,* S. 7; *Gethmann: Die Logik der Wissenschaftstheorie,* S. 34.

Logische Merkmale als Merkmale der Schlussrelevanz

Geht man von einer solchen Logikkonzeption aus, die nach dem Muster von (D2) gültiges Schließen als ein Schließen nach Schlussregeln auffasst, so sind zu den logischen Merkmalen von Aussagen solche Merkmale zu rechnen, die bestimmen, welche Schlussregeln auf diese Aussage angewendet werden können. Auf eine kurze Formel gebracht: Logische Merkmale müssen schlussrelevante Merkmale sein. Genauer: Logische Merkmale einer Aussage sind Merkmale, die darüber entscheiden, wie diese Aussage mit Hilfe grundlegender Schlussregeln aus anderen Aussagen erschlossen werden kann, beziehungsweise wie mit diesen Schlussregeln aus dieser Aussage als einer Prämisse gültige Schlüsse gezogen werden können.

Die Rede von „Schlussrelevanz" bedarf einer terminologischen Erläuterung. Ich spreche hier von „Schlussrelevanz" und nicht von „Gültigkeitsrelevanz", um klar unterscheiden zu können zwischen dem allgemeinen Kennzeichen logischer Merkmale, das darin besteht, dass sie für die Gültigkeit von Schlüssen relevant – also *gültigkeitsrelevant* – sein müssen, und der besonderen Deutung dieser Gültigkeitsrelevanz im Hinblick auf Schlussregeln – also als *Schlussrelevanz*. Letzteres steht im Gegensatz zur alternativen Deutung als *Wahrheitsrelevanz* im Kontext von Logiken, die den Begriff der Gültigkeit nicht im Sinne von (D2) mit Hilfe von Schlussregeln, sondern im Sinne von (D1) mit Hilfe von Wahrheit erklären. Damit lässt sich also kurz formulieren: Je nach Logikkonzept wird Gültigkeitsrelevanz als Wahrheitsrelevanz oder als Schlussrelevanz gedeutet.

Logik und Syntax

Da Schlussregeln syntaktische Regeln sind, ist in einer Logik, die den Begriff der Gültigkeit durch Regeln des gültigen Schließens bestimmt, dieser zentrale Begriff ein rein syntaktischer Begriff. Das Verhältnis zwischen Syntax und Semantik präsentiert sich deshalb in einem solchen Logikkonzept ganz anders als im Rahmen eines an Wahrheit orientierten Logikkonzepts. Erstens ist es die Semantik, die zu den Schlussregeln passen muss – und nicht umgekehrt. Das wiederum äußert sich in der Funktion der metalogischen Adäquatheitsnachweise: Sie sollen zeigen, dass genau diejenigen Schlüsse gültige Folgerungen darstellen, deren Konklusion im syntaktischen Kalkül aus ihren Prämissen abgeleitet werden kann. Zweitens wird dadurch, dass der Begriff der Gültigkeit ausschließlich durch Schlussregeln erklärt wird, ein rein syntaktisches Konzept der Logik möglich, indem der Begriff der logischen Gültigkeit ohne irgendeinen Bezug auf semantische Begriffe bestimmt wird.

Aus der Perspektive der klassischen Logik mag die Idee eines rein syntaktischen Verständnisses der Logik eher abwegig erscheinen, weil aus historischen Gründen der semantische Begriff der Folgerung aus ihr kaum wegzudenken ist. Ganz anders ist dies allerdings bei vielen nichtklassischen Logiken, die in

Abgrenzung zur klassischen Logik entstanden sind. Die Entwicklung solcher Logiken lässt sich oft nach folgendem Schema rekonstruieren:

1. Ausgangspunkt ist der Befund, dass in der klassischen Logik der Begriff der Gültigkeit so expliziert wird, dass gewisse Schlüsse als gültig nachgewiesen werden können, die nach den Maßstäben eines informellen Begriffs der Gültigkeit kaum zu den gültigen Schlüssen gezählt werden und beziehungsweise oder gegen deren Gültigkeit wichtige philosophische Argumente vorliegen. Typische Beispiele sind etwa die Paradoxien des Konditionals, Schlüsse mit Prämissen, die für die Konklusion irrelevant sind, oder auch Existenzbeweise durch *reductio ad absurdum.*
2. Um eine logische Theorie zu erhalten, in der solche Schlüsse nicht mehr als gültig nachgewiesen werden können, werden die Schlussregeln der klassischen Logik entsprechend geändert, indem beispielsweise Regeln weggelassen, hinzugefügt, zusätzlich eingeschränkt werden usw.
3. Schließlich wird eine neue Semantik entwickelt, die zu diesem nichtklassischen Schlussregelsystem adäquat ist.

Auf drei interessante Aspekte dieses Vorgehens sei hier kurz hingewiesen:

1. Vertritt man ein Verständnis der Logik, wonach gültiges Schließen ein Schließen nach Schlussregeln ist, so kann man auf den dritten Schritt – die neue Semantik – grundsätzlich auch verzichten; es resultiert dann eine rein syntaktische Theorie. Diese Option steht natürlich nicht zur Verfügung, wenn man von einem semantischen Verständnis des Begriffs der Gültigkeit ausgeht. Zwar kann man auch in diesem Fall nach dem skizzierten Verfahren vorgehen, aber das Ziel wird dann eine formale Semantik sein. Dabei ist es oftmals nicht einfach, zu einem neuen syntaktischen Schlussregelsystem eine adäquate Semantik zu finden. Die Geschichte der nichtklassischen Logiken bietet dafür zahlreiche Beispiele. Am bekanntesten sind wohl die modallogischen Systeme, die zunächst als Kalküle entwickelt und erst später mit der heute nach Kripke benannten Semantik versehen wurden.

2. Ändert man die Schlussregeln gegenüber denjenigen der klassischen Logik, so kann nicht mehr (klassische) Wahrheit der zentrale semantische Begriff sein. Es stellt sich dann die Frage, welcher Begriff diese Rolle spielen soll, beziehungsweise wie der Begriff der Wahrheit neu zu deuten ist. Im Falle intuitionistischer Logiken kann man beispielsweise die Wahrheitsbedingungen von Aussagen durch Bedingungen der Beweisbarkeit oder Verifizierbarkeit ersetzen respektive die Wahrheitsbedingungen so nichtklassisch deuten. Ein solcher Vorschlag resultiert zum Beispiel aus Dummetts Diskussion des Wahrheitsbegriffs in *Truth,* der in die Forderung „die Thesen der Intuitionisten über mathematische Aussagen auf gewöhnliche Aussagen zu übertragen“[33] mündet. Aus Sicht

[33] *Dummett: Truth,* S. 17. Zum Verhältnis zwischen Wahrheits- und Behauptbarkeitsbedingungen bei Dummett vgl. *Haack: Deviant logic, fuzzy logic,* S. 103–108.

der klassischen Logik läuft das darauf hinaus, den Begriff der Wahrheitsbedingungen durch den Begriff der Behauptbarkeitsbedingungen zu ersetzen.

3. Der dritte Schritt des Verfahrens besteht darin, zu gegebenen Schlussregeln eine adäquate Semantik anzugeben. Dies wirft die Frage auf, in welcher Hinsicht und wie weit die Semantik einer logischen Theorie durch die Wahl der Schlussregeln festgelegt ist. Eine besonders attraktive Idee ist, dass die Schlussregeln festlegen, was die Bedeutung der logischen Konstanten ist. Dies wäre das genaue Gegenteil der Position beispielsweise von Davidson und anderen Vertretern eines semantischen Logikkonzepts, wonach es die Bedeutung der logischen Konstanten im Rahmen einer Bedeutungstheorie der betreffenden Sprache ist, die festlegt, welche Schlüsse gültig sind und damit auch, welche Schlussregeln für die entsprechende Sprache in Frage kommen. Ein Programm zur Begründung der Semantik durch Schlussregeln haben im Rahmen des Aufbaus einer intuitionistischen Logik und Sprachphilosophie beispielsweise Dummett und Prawitz untersucht; für die klassische Logik ist etwa der Vorschlag von Hacking bekannt geworden.[34] Die Diskussion dieser Vorschläge hat erstens gezeigt, dass die Idee, die Schlussregeln legten die Bedeutung der logischen Konstanten fest, in einer intuitionistischen Logik wesentlich plausibler ist als im Rahmen der klassischen Logik. Zweitens hat sich auch erwiesen, dass die Wahl der Schlussregeln zwar die möglichen semantischen Deutungen der logischen Konstanten in gewisser Weise beschränkt, aber keineswegs eindeutig festlegt.[35]

4.1.3 Zusammenhang von Wahrheitsrelevanz und Schlussrelevanz

Mit der Gegenüberstellung zweier Konzepte der Logik habe ich versucht, deutlich zu machen, wie logische Theorien, ausgehend von zwei unterschiedlichen Analysen des Begriffs der Gültigkeit, auf zwei verschiedene Weisen aufgebaut werden können, ohne damit zu implizieren, es gäbe zwei fundamental verschiedene, nicht vermittelbare Konzeptionen der Logik, die letztlich nur den Anspruch auf den Titel „Logik" gemeinsam hätten. Die diskutierten Logikkonzepte unterscheiden sich vielmehr in der Frage, was als das „Herzstück" einer logischen Theorie gelten soll. Wie eng der Zusammenhang zwischen den beiden Logikkonzepten ist, zeigt sich, wenn man nochmals die Rolle betrachtet, die Adäquatheitsnachweise für eine logische Theorie spielen. Wenn eine logische Theorie sowohl einen Kalkül wie eine Semantik umfasst, so zeigt ein Adäquatheitsnachweis nämlich, dass der formale Begriff der semantischen Folgerung und derjenige der syntaktischen Ableitung insofern gleichwertig sind, als beide genau die gleichen Schlüsse als gültig nachzuweisen erlauben. Ist in einer logischen Theorie ein semantischer Begriff der Folgerung, ein syntaktischer Begriff der Ableitung und ein entsprechender Adäquatheitsnachweis verfügbar, so kann man die beiden skizzierten Logikkonzeptionen als verschiedene „Leseweisen"

[34] Siehe z.B. *Dummett: Elements of intuitionism,* insb. Kap. 7.1; *Prawitz: Meaning and proofs; Prawitz: Dummett on a theory of meaning and its impact on logic; Hacking: What is logic?*

[35] Vgl. z.B. *Sundholm: Proof theory and meaning.*

dieser Logik deuten. Bereits die aristotelische Logik liefert ein gutes Beispiel für die doppelte Interpretationsmöglichkeit derselben logischen Theorie, nämlich einfach durch die seit dem Altertum diskutierte Frage, ob es sich bei der Syllogistik um eine „Regellogik" oder eine „Satzlogik" handelt.[36] Von da her erstaunt es nicht, dass Vertreter eines an Wahrheitsrelevanz wie auch Vertreter eines an Schlussrelevanz orientierten Logikkonzepts den Anspruch erheben können, dass sich ihre Auffassung der Logik bis zu Aristoteles zurückverfolgen lässt.

Aus der Unterscheidung zwischen logischen Merkmalen als Merkmalen der Wahrheits- und der Schlussrelevanz resultieren auch nicht zwei vollständig verschiedene Begriffe der logischen Form. Vielmehr zeigen die obigen Überlegungen, wie es möglich ist, dass in vielen Logiken logische Merkmale sowohl als Merkmale der Wahrheits- wie als Merkmale der Schlussrelevanz aufgefasst werden können. Während bei den Standardsystemen der klassischen Logik die Perspektive der Wahrheitsrelevanz und diejenige der Schlussrelevanz in dieser Weise als zwei Seiten derselben Münze aufgefasst werden können, ist dies bei nichtklassischen Logiken und gewissen speziellen Theorien der klassischen Logik nicht in der gleichen Weise möglich. Zweierlei Einschränkungen ergeben sich aus der obigen Diskussion:

Erstens ist in vielen nichtklassischen Logiken der zentrale Begriff der Semantik entweder nicht *Wahrheit* oder nicht *Wahrheit* im Sinne der klassischen Logik. In solchen Fällen muss der Begriff der Wahrheit durch einen entsprechenden Begriff, beispielsweise der Beweisbarkeit oder Verifizierbarkeit, ersetzt oder in einem neuen, nichtklassischen Sinne gedeutet werden. Damit ändern sich aber auch die Begriffe des gültigen Schlusses und der Wahrheitsrelevanz. Gültige Schlüsse sind dann beispielsweise solche, bei denen die Konklusion beweisbar ist, wenn alle Prämissen beweisbar sind, und logische Merkmale sind beispielsweise Merkmale, die beweisbarkeitsrelevant sein müssen.

Zweitens gibt es in logischen Theorien, die keine Semantik (z.B. gewisse historische Systeme der Modallogik) oder keine Schlussregeln (z.B. die Logik, die Wittgenstein im *Tractatus* vorschlägt) beinhalten, keine Wahlmöglichkeit zwischen einer semantischen Interpretation der Gültigkeit als notwendige Wahrheitserhaltung und einer syntaktischen Interpretation als Ableitbarkeit nach Schlussregeln. Dementsprechend ist in solchen Logiken auch festgelegt, dass logische Merkmale nur als wahrheitsrelevante beziehungsweise schlussrelevante Merkmale verstanden werden können.

Ich werde im Folgenden auf diese für die Philosophie der Logik bedeutenden Themen nicht mehr näher eingehen, da im Zentrum des Interesses ja das Problem der adäquaten Formalisierung im Kontext der klassischen Standardlogik stehen wird. Die hier angestellten Überlegungen zu verschiedenen Möglichkeiten, die Gültigkeitsrelevanz logischer Merkmale zu deuten, werden aber insofern

[36] Ersteres vertritt z.B. *Kneale, Kneale: The development of logic,* S. 80, Letzteres *Patzig: Die Aristotelische Syllogistik,* S. 13–14.

bedeutend sein, als sich zwei grundlegende Kriterien für adäquates Formalisieren durch die beiden Perspektiven der Wahrheitsrelevanz und der Schlussrelevanz motivieren lassen (vgl. Kapitel 11).

4.2 Themenneutralität

Wie sich bereits in Kapitel 1.2.4 gezeigt hat, ist neben der Gültigkeitsrelevanz die Themenneutralität der zweite entscheidende Punkt bei der Erläuterung des Begriffs der logischen Form. Als logische Merkmale im Sinne der Tradition der modernen formalen Logik gelten nicht einfach alle gültigkeitsrelevanten Merkmale von Aussagen, sondern nur solche, die themenneutral sind. Für eine genauere Erklärung knüpfe ich nochmals an die Diskussion von gültigen und ungültigen Schlüssen in Kapitel 1.2 an.

Gegenüber den Schlüssen, die gemäß einer Definition der Gültigkeit im Sinne von (D1) oder (D2) gültig sind, bilden die formal gültigen Schlüsse eine Teilmenge. Der entscheidende Unterschied, der die formal gültigen Schlüsse auszeichnet, kann als Schematisierbarkeit charakterisiert werden: Ein Schluss ist genau dann formal gültig, wenn sich aus diesem Schluss ein gültiges Schlussschema gewinnen lässt, das heißt, ein Schema, dessen Instanzen alle gültige Schlüsse sein müssen. Oder anders ausgedrückt: Ein Schluss ist genau dann formal gültig, wenn er eine Form hat, von der gilt, dass alle Schlüsse mit dieser Form gültig sein müssen. Dies ist allerdings noch keineswegs die ganze Idee der formalen Gültigkeit, weil damit nicht ausgeschlossen wird, dass man jede Aussage als ihr eigenes Schema mit sich selbst als einziger Instanz auffassen könnte. Dann gäbe es aber keinen Unterschied zwischen Schlüssen und Schlussschemata und somit auch keinen Unterschied zwischen Gültigkeit und formaler Gültigkeit. Für eine genauere Erklärung der formalen Gültigkeit ist zusätzlich zu berücksichtigen, dass die Schematisierbarkeit als eine Form von Allgemeingültigkeit zu verstehen ist. Eine logische Form ist etwas Allgemeines in dem Sinne, dass sie mehreren Schlüssen gemeinsam sein kann, so dass jedes Schema Instanzen mit einer gemeinsamen Form, aber verschiedenem Inhalt haben kann.

Im Folgenden soll in zwei Schritten aufgezeigt werden, wie die Idee der Schematisierbarkeit aufgefasst werden muss, wenn damit der traditionelle Unterschied zwischen Gültigkeit und formaler Gültigkeit und der entsprechende Begriff der logischen Form gewonnen werden soll.

4.2.1 Strukturelle Merkmale der Unterscheidung Form – Inhalt

Damit Gültigkeit und formale Gültigkeit nicht einfach zusammenfallen, muss gefordert werden, dass Schlüsse und ihre Form, beziehungsweise Schlüsse und Schemata, die von ihnen instantiiert werden, nicht einfach identisch sind. Des Weiteren ist die Idee der Schematisierbarkeit so zu verstehen, dass jedes Schlussschema mehr als bloß eine Instanz haben kann beziehungsweise jede

Schlussform etwas ist, das mehreren Schlüssen gemeinsam sein kann. Da Schlüsse aus Aussagen und Schlussschemata aus Aussageschemata aufgebaut sind, übertragen sich diese Anforderungen auch auf Aussagen und Aussageschemata. Insgesamt scheint für die traditionelle Unterscheidung zwischen logischer Form und Inhalt charakteristisch zu sein, dass diese zwar in verschiedener Weise getroffen werden kann, aber auf jeden Fall folgenden Strukturprinzipien genügen muss:

(S1) Der Inhalt ist das Komplement der logischen Form: alles und nur, was zur logischen Form gehört, gehört nicht zum Inhalt (und umgekehrt).

(S2) Jede Aussage hat eine logische Form *und* einen Inhalt.

(S3) Zu jeder Aussage kann es eine weitere Aussage geben, die eine gleiche logische Form, aber einen anderen Inhalt hat (bzw. jedes Aussageschema kann mehr als nur eine Instanz haben).

Dazu sind einige Anmerkungen nötig:

1. Wegen (S1) ließe sich auch definieren: Inhalt einer Aussage ist alles, was nicht zur logischen Form gehört. Oder auch: Logische Form einer Aussage ist alles, was nicht zum Inhalt gehört. Die Idee, zwischen logischer Form und Inhalt von Aussagen zu unterscheiden, ist aber durch ein bestimmtes Verständnis sowohl von logischer Form wie von Inhalt geprägt, so dass im Folgenden die Erläuterung beider Begriffe eine Rolle spielen wird.

2. Prinzip (S2) ist so zu verstehen, dass eine Aussage weder mit einer logischen Form noch mit einem Inhalt identisch sein kann. „Leere“ logische Formen und Inhalte sind nicht zugelassen, so dass (S2) nicht eine triviale Folge von (S1) ist.

3. Prinzip (S3) ist eine Verschärfung von (S2). Es schließt logische Formen aus, die mit nur genau einem Inhalt auftreten können.

Nun gibt es das Problem, dass das Prinzip (S2) – und also auch (S3) – nicht in allen Standardsystemen der modernen formalen Logik gilt. Insbesondere kann in der Prädikatenlogik mit Identität bei einigen Aussagen so zwischen logischer Form und Inhalt unterschieden werden, dass die betreffenden Aussagen keinen Inhalt haben (wenn z.B. „Jeder Gegenstand ist mit sich selbst identisch.“ mit $\forall x(x=x)$ formalisiert wird). Somit stellt sich die Frage, ob die Logik der Identität tatsächlich zur formalen Logik gerechnet werden soll; ich werde auf diese Frage zurückkommen. Das umgekehrte Problem – Aussagen ohne logische Form – tritt im Kontext der logischen Standardsysteme nicht auf, solange man nur Systeme betrachtet, die eine Aussagenlogik umfassen (was keine wesentliche Einschränkung bedeutet). Dann hat jede Aussage mindestens ein zur logischen Form zu rechnendes Merkmal, nämlich das, eine Aussage zu sein.

4.2.2 *Logische Konstanten, Synkategoremata und Themenneutralität*

Die erläuterten strukturellen Eigenschaften der Unterscheidung zwischen logischer Form und Inhalt sind lediglich ein erster Schritt zu einer befriedigenden Analyse des Begriffs der logischen Form. Das zeigt sich, wenn man Beispiele von gültigen Schlüssen betrachtet, die in der Tradition klar als nicht *formal* gültig gelten. Wer Schlüsse wie zum Beispiel

(1.1) Henry is a frog; therefore Henry is not a man.[37]
(1.2) Er hat Fieber, also ist er krank.[38]

als gültig auffasst, könnte vorbringen, dass sie Instanzen der gültigen Schemata

(2.1) X is a frog; therefore X is not a man.
(2.2) X hat Fieber, also ist X krank.

sind und deshalb formal gültig seien. Dies würde ein formaler Logiker nicht gelten lassen, auch wenn er akzeptierte, dass alle Instanzen dieser Schemata gültige Schlüsse sind.[39] Noch deutlicher zeigt sich das Problem an folgendem Beispiel. Auch ein formaler Logiker, der die beiden Schlüsse

(3.1) Die Figur ABCD ist ein Quadrat; also ist sie eine Figur.
(3.2) Die Zahl 7 ist eine Primzahl; also ist sie eine Zahl.

als formal gültig akzeptiert, würde die Schlussschemata

(4.1) X ist ein Quadrat; also ist X eine Figur.
(4.2) X ist eine Primzahl; also ist X eine Zahl.

nicht als Begründung dafür gelten lassen, sondern vielmehr darauf bestehen, dass (3.1) und (3.2) Instanzen des gültigen Schemas

(5) X ist Y und Z; also ist X Y.

(oder ähnlich) sind und deshalb formal gültig seien.

Für eine Begründung, weshalb Schemata wie (2.1)/(2.2) und (4.1)/(4.2) in der Tradition der modernen formalen Logik nicht als akzeptable Schlussschemata gelten, reichen die bisherigen Erläuterungen zum Begriff der logischen Form allerdings nicht aus: Strukturelle Bedingungen aus dem letzten Kapitel werden nicht verletzt, und man kann sich ohne weiteres eine formale Theorie vorstellen, in der sich nachweisen lässt, dass alle Instanzen dieser Schemata gültige Schlüsse sind (z.B. mit Hilfe von Bedeutungspostulaten). Es scheint aber

[37] *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 143 (weitere Beispiele S. 125–126).

[38] *Aristoteles: Rhetorik,* 1357b15.

[39] Vgl. dazu *Quine: Grammar, truth, and logic,* S. 19–20. Es gibt eine bis auf Aristoteles zurückgehende Tradition, solche Schlüsse als Enthymeme zu rekonstruieren und in diesem Sinne als formal gültig aufzufassen (vgl. *Aristoteles: Erste Analytik,* Kap. II.27). Diese Möglichkeit verfolge ich hier nicht weiter, da m.E. die Rekonstruktion von Enthymemen eine Aufgabe der Argumentationsanalyse, nicht der Logik ist (vgl. Kapitel 1.1.4).

einfach auszumachen, wo der entscheidende Unterschied zwischen (2.1)/(2.2) und (4.1)/(4.2) auf der einen und (5) auf der anderen Seite liegt: ganz offensichtlich muss das (Nicht)vorkommen von Ausdrücken wie „frog", „Quadrat" und „Figur" beziehungsweise „und" und „ist" dafür verantwortlich sein, dass die Schemata (2.1)/(2.2) und (4.1)/(4.2) Merkmale der Aussagen (1.1)/(1.2) bzw. (3.1)/(3.2) berücksichtigen, die nicht zu deren Form zu rechnen sind. Schließlich sind es diese Ausdrücke, die dafür verantwortlich sind, dass alle Instanzen von (4.1)/(4.2) von Quadraten und Zahlen handeln, auch wenn man etwa „Cäsar" für X einsetzt, während die in (5) vorkommenden Ausdrücke keine solchen Einschränkungen mit sich bringen. Eine Vielfalt verschiedener Formulierungen, die sich in der Literatur zur Logik finden, zielen auf diesen Punkt. Zum Beispiel:

> Um zu erkennen, dass ein Satz im Sinn der formalen Logik gültig ist, braucht man sich nur auf die in diesem Satz vorkommenden *logischen Ausdrücke* zu beschränken, also auf Ausdrücke, wie ‚nicht', ‚und', ‚oder', ‚wenn … dann ---', ‚für alle' und ‚es gibt', während die von den logischen Ausdrücken verschiedenen Wörter, die wir *deskriptive Ausdrücke* nennen, dafür vollkommen unerheblich sind.[40]

Aus diesen Überlegungen resultiert folgende Frage: Welche Ausdrücke in einer Aussage sind zu deren logischen Form zu rechnen? Diese Formulierung enthält allerdings einige Fallstricke – gerade deshalb lohnt es sich, einige mögliche Antworten genauer anzusehen; die dabei zutage tretenden Schwierigkeiten tauchen in der Literatur zur Logik immer wieder auf und werfen auch einiges Licht auf die Antwort – Themenneutralität –, die ich bereits in Kapitel 1.2.4 gegeben habe und auf die ich im Folgenden nochmals näher eingehen werde.

Logische Konstanten

Geht man von der Frage „Welche Ausdrücke in einer Aussage sind zu deren logischen Form zu rechnen?" aus, riskiert man, eine Antwort zu bekommen, die der folgenden nahe kommt:

(6) (i) Zur logischen Form einer Aussage zählen nur die in ihr vorkommenden logischen Konstanten.
(ii) Logische Konstanten sind diejenigen Ausdrücke, die in einem Formalismus eine konstante Interpretation erhalten.

Damit handelt man sich einige Probleme ein:

1. Zunächst gibt es ein terminologisches Problem: Der Ausdruck „logische Konstanten" wird sowohl für Ausdrücke einer Sprache wie für deren Bedeutung verwendet. Russell, der diesen Ausdruck eingeführt hat, versteht unter „logischen Konstanten" nicht Wörter oder Ausdrücke, sondern etwas, wofür bestimmte Wörter oder Ausdrücke stehen, nämlich Begriffe, Symbole oder Formen.[41] In Wittgensteins Rekonzeption der Logik im *Tractatus,* in der die Kritik

[40] *Stegmüller: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie,* Bd. II, S. 147.

[41] "And logical constants are all **notions** definable in terms of the following: Implication, the relation of a term to a class of which it is a member, the notion of *such that,* the notion of

an Russells Auffassung der logischen Konstanten eine entscheidende Rolle spielt, wird der Ausdruck „logische Konstanten“ sowohl für Ausdrücke wie für das dadurch Bezeichnete, eine Form, verwendet.[42] In der Folge wird dann „logische Konstanten“ vornehmlich für bestimmte Ausdrücke einer – meist formalen – Sprache verwendet.[43] Das ist der Sprachgebrauch, dem ich hier folge.

2. Gemäss (i) besteht die logische Form aus logischen Konstanten, und das bedeutet nach (ii) aus Ausdrücken. Dagegen hat Russell immer wieder betont, dass die logische Unterscheidung zwischen Form und Inhalt keine Unterscheidung zwischen *Teilen* einer Aussage ist. Wenn Form und Inhalt Teile von Aussagen wären, so könnte eine Aussage nicht nur aus Form und Inhalt bestehen, weil dazu noch die Art und Weise kommen müsste, wie sie aus diesen Teilen aufgebaut ist. (Wenn diese Art und Weise selbst wieder ein Teil der Aussage wäre, ergäbe sich sogar ein unendlicher Regress.)[44] Natürlich gibt es Ausdrücke, die eine Form anzeigen, wie etwa „und“ und „ist“ in den obigen Beispielen. Aber nicht diese Ausdrücke selbst gehören zur logischen Form, sondern der Umstand, *dass* – und die Art und Weise *wie* – sie in den betreffenden Aussagen vorkommen. Das kann durch folgende Reformulierung von (i) ausgedrückt werden:

(7) (i) Zur logischen Form einer Aussage zählt nur das Vorkommen von logischen Konstanten in dieser Aussage.

---

relation, and such further notions as may be involved in the general notion of propositions of the above form.” (*Russell: The principles of mathematics,* S. 3; Fettdruck GB).

“In mathematical logic, any **symbol** whose meaning is not determinate is called a *variable* […] Variables will be denoted by single letters, and so will certain constants.” (*Whitehead, Russell: Principia mathematica,* S. 4–5; Fettdruck GB). Daraus kann man schließen, dass Konstanten ebenfalls Symbole, d.h. Zeichen sind. Sie sind aber nicht Teile eines formalsprachlichen Ausdrucks, sondern werden von gewissen Buchstaben, die in solchen Ausdrücken vorkommen, denotiert. Vgl. *Frege: Wissenschaftlicher Briefwechsel,* S. 129–130, wo Frege ausführlich auf Schwierigkeiten mit dieser Stelle eingeht.

“But, after all, there are words that express **form**, […] Such words or symbols express what are called ‘logical constants.’ Logical constants may be defined exactly as we defined forms; in fact, they are in essence the same thing.” (*Russell: Introduction to mathematical philosophy,* S. 201; Fettdruck GB). Vgl. auch *Our knowledge of the external world,* S. 212–213. Symptomatisch für die terminologischen Probleme ist folgender Fehler in der deutschen Übersetzung: „Aber es gibt auch Worte, die nur die Form ausdrücken, […] Die sogenannten ‚logischen Konstanten‘ sind solche Worte oder Symbole …“ (*Russell: Einführung in die mathematische Philosophie,* S. 219).

42 „Mein Grundgedanke ist, dass die ‚logischen Konstanten‘ nicht vertreten.“ (*Wittgenstein: Tractatus,* 4.0312. Auch in *Wittgenstein: Tagebücher 1914–1916,* 25.12.14; vgl. Brief an Russell vom 22.6.1912 in *Wittgenstein: Briefwechsel,* S. 231). „Die Eine logische Konstante ist das, was *alle* Sätze, ihrer Natur nach, mit einander gemein haben. Das aber ist die allgemeine Satzform.“ (*Wittgenstein: Tractatus,* 5.47)

43 Z.B. *Carnap: Einführung in die symbolische Logik,* S. 16: „Wir teilen alle Zeichen unserer symbolischen Sprache in zwei Klassen ein, die K o n s t a n t e n und die V a r i a b l e n. […] Ferner teilen wir alle Zeichen in l o g i s c h e und d e s k r i p t i v e (oder nicht-logische) ein.“

44 Vgl. z.B. *Russell: Theory of knowledge,* S. 98; *Russell: Introduction to mathematical philosophy,* 198–202; *Russell: Our knowledge of the external world,* S. 52.

(ii) Logische Konstanten sind diejenigen Ausdrücke, die in einem Formalismus eine konstante Interpretation erhalten.

3. Die Frage, von der ich zu Beginn des Kapitels ausgegangen bin, betrifft die Unterscheidung zwischen Form und Inhalt einer Aussage nur auf der Ebene des Vorkommens von Ausdrücken in dieser Aussage. Diese Einschränkung spiegelt sich in den Antworten (6) und (7) wieder. Nun ist es aber so, dass neben dem Umstand, dass eine Aussage bestimmte Ausdrücke enthält, noch eine ganze Reihe weiterer Merkmale von Aussagen zu deren logischen Form gehören. Beispielsweise hat jede Aussage das Merkmal, eine Aussage zu sein, und dieses Merkmal lässt sich nicht darauf zurückführen, dass in jeder Aussage mindestens ein Ausdruck einer bestimmten Klasse, der „Aussage-Ausdrücke", vorkommt. Im Folgenden werde ich zunächst von der vereinfachten Frage ausgehen, was auf der Ebene des Vorkommens von Ausdrücken zur logischen Form einer Aussage gerechnet werden kann, um dann im nächsten Kapitel auf die uneingeschränkte Frage einzugehen, welche Merkmale von Aussagen zu deren logischen Merkmalen zählen.

4. In (6) und (7) fällt sofort auf, dass „logische Konstante" in zwei Bedeutungen vorkommt: in (i) wird damit ein Element einer Aussage bezeichnet, in (ii) ein Element einer formalen Sprache. Dieses Problem ist in den obigen Beispielen (1) bis (5) angelegt: Der Unterschied zwischen dem Vorkommen eines Ausdrucks in einer Aussage und dem Vorkommen eines Ausdrucks in einem Schema wird dadurch verschleiert, dass beispielsweise das Vorkommen von „frog" in (1.1) im Schema (2.1) ebenfalls durch den Ausdruck „frog" angezeigt wird. In der Literatur ist die Verwendung des Ausdrucks „logische Konstante" in Bezug auf die Unterscheidung zwischen logischem Formalismus und Umgangssprache alles andere als einheitlich. Weil sich aber nicht nur (ii), sondern die Mehrzahl der Definitionsvorschläge für logische Konstanten eindeutig auf Ausdrücke eines logischen Formalismus beziehen, werde ich im Folgenden „logische Konstante" nur in dieser Bedeutung benutzen und im Kontext der Umgangssprache auf den älteren Terminus „Synkategorem" zurückgreifen.[45] Ändert man (i) entsprechend, wird aus (7):

(8) (i) Zur logischen Form einer Aussage zählt nur das Vorkommen von Synkategoremata in dieser Aussage.
(ii) Logische Konstanten sind diejenigen Ausdrücke, die in einem Formalismus eine konstante Interpretation erhalten.

---

45 „Synkategorem" ist insofern ein passender Terminus, als die mittelalterlichen Logiker die Unterscheidung zwischen kategorematisch und synkategorematisch eindeutig auf die Umgangssprache und nicht auf einen Formalismus beziehen. („Umgangssprache" ist dabei im oben (Kapitel 1.1.2) erklärten technischen Sinn zu verstehen.) Dass in der Literatur immer wieder behauptet wird, die Synkategoremata der mittelalterlichen Logik entsprächen den heutigen logischen Konstanten, zeigt, dass der Unterschied zwischen Begriffen, die sich auf einen logischen Formalismus, auf die Umgangssprache oder auf beides beziehen, oft einfach übersehen wird.

Nun beantwortet (8) aber die gestellte Frage nicht mehr. Um eine Antwort zu erhalten, muss man beispielsweise ergänzen:

> (iii) In einer Aussage sind genau diejenigen Ausdrücke Synkategoremata, die in einer adäquaten Formalisierung dieser Aussage durch logische Konstanten repräsentiert werden.

Damit bewegen sich jetzt allerdings Fragen und Antworten im Kreis: Auch wenn man voraussetzt, dass (8) in richtiger Weise erklärt, welche Merkmale einer Aussage zu deren logischer Form gehören, hilft uns das hier überhaupt nicht weiter, weil (iii) voraussetzt, dass das Problem der adäquaten Formalisierung, also das Problem, um das es hier letztlich geht, schon gelöst ist.

Als Antwort auf die Frage, welche Merkmale zur logischen Form einer Aussage zu rechnen sind, ist (8) aber selbst dann höchst problematisch, wenn man voraussetzt, dass klar ist, was eine adäquate Formalisierung ist. Die Frage, was logische Konstanten sind, ist eines der notorischen und zu Recht berüchtigten Probleme der Philosophie der Logik.[46] Dabei geht es nicht um die Frage, welche Ausdrücke in einem bestimmten Formalismus logische Konstanten sind – das kann man durch eine Aufzählung beantworten –, sondern um allgemeine Kriterien dafür, dass ein Ausdruck eines Formalismus zu dessen logischen Konstanten gerechnet werden *soll*. Bedingung (8.ii), oder eine Variante davon, wird oft als solches Kriterium vorgeschlagen. Die Diskussion zeigt aber, dass dieser Vorschlag wie seine Konkurrenten auf beachtliche Probleme stößt.[47]

Es ist allerdings gar nicht nötig, das Problem der logischen Konstanten hier weiter zu verfolgen. Lässt man nämlich die oben provisorisch getroffene Einschränkung der logischen Merkmale (nur das Vorkommen bestimmter Ausdrücke in einer Aussage wird berücksichtigt) fallen, so sagt der Unterschied zwischen logischen Konstanten und anderen Ausdrücken in einer Wff ohnehin nichts mehr darüber aus, welche Merkmale von Aussagen zu deren logischen Form zählen. Da in einem Aussageschema nur eine logische Form, aber kein Inhalt von Aussagen berücksichtigt ist, repräsentieren offensichtlich alle Ausdrücke in einem solchen Schema Merkmale einer logischen Form. Ob sie zu dieser oder jener Klasse von Ausdrücken, zu den logischen Konstanten oder zu was auch immer gehören, interessiert überhaupt nicht. Vielmehr geht es um die Frage, was ein Schema zu einem *formal*-logischen Schema macht. Aber auch die Beantwortung dieser Frage kann man sich hier sparen, da sie nur dann etwas darüber sagt, welche Merkmale von Aussagen zur logischen Form gehören, wenn das Problem der adäquaten Formalisierung gelöst ist.

Nachdem die Um- und Irrwege zum Thema logische Konstanten abgeschritten sind, bleibt von der geprüften Antwort (8) noch (i): die Auffassung, dass logische Merkmale mit Hilfe der Synkategoremata erklärt werden können.

46 Für einen Überblick über die Diskussion vgl. *Sainsbury: Logical forms,* Kap. 6.5, und *Sher: Logical terms* sowie die dort angegebene Literatur.

47 Siehe z.B. *Sher: The bounds of logic,* S. 48–49, und *McCarthy: The idea of a logical constant.*

Synkategoremata

Der Ausdruck „Synkategoremata“ stammt aus Priscians *Institutiones grammaticae* und wurde zunächst zur Bezeichnung einer grammatischen Unterscheidung verwendet, wobei ein Wort als synkategorematisch galt, wenn es nicht allein (d.h. ohne ein zusätzliches anderes Wort) als Subjekts- oder Prädikatsterm verwendet[48] werden kann.[49] Von da her wurde im Mittelalter eine logische Unterscheidung zwischen Kategoremata und Synkategoremata entwickelt, die vor allem in der *logica modernorum* eine wichtige Rolle spielt.[50] Als „kategorematisch“ wurden Ausdrücke bezeichnet, die eine begrenzte und feststehende Bedeutung haben, das heißt Ausdrücke, mit denen auf etwas referiert wird, während Ausdrücke als „synkategorematisch“ galten, die für sich genommen gar nichts bezeichnen, sondern nur im Zusammenhang mit kategorematischen Ausdrücken bedeutungsrelevant sind, in dem sie eine bestimmte Funktion in Bezug auf die Bedeutung der kategorematischen Ausdrücke ausüben. Als typische Liste von Beispielen für Synkategoremata kann etwa diejenige Ockhams in der *Summa logicae* I.4.3 gelten: *omnis, nullus, aliquis, totus, praeter, tantum, inquantum*.[51]

Es ist also sicherlich nicht weit hergeholt, „Synkategoremata“ für diejenigen Ausdrücke zu verwenden, die in keiner Weise festlegen, worüber, über welche Gegenstände, eine Aussage, in der sie vorkommen, etwas aussagt. So verstanden sind Synkategoremata also themenneutrale Ausdrücke. Damit scheint es möglich, die Frage, welche Merkmale von Aussagen zu deren logischen Merkmalen zu zählen sind, wie folgt zu beantworten:

(9) (i) Zur logischen Form einer Aussage zählt nur das Vorkommen von Synkategoremata in dieser Aussage.
(ii) Ein Ausdruck ist genau dann synkategorematisch, wenn er themenneutral ist.

Zwei offensichtliche Schwierigkeiten mit (9) sind:

1. Gewisse Synkategoremata können in manchen Aussagen weggelassen werden, ohne dass sich die logische Form der Aussage ändert. Dies betrifft zum Beispiel viele der in der syllogistischen Tradition „a-Sätze“ genannten Aussagen:

[48] Diese Formulierung ist so zu verstehen, dass damit ausgeschlossen wird, dass eine *Erwähnung* des betreffenden Wortes den Subjekts- oder Prädikatsterm bildet.

[49] „Kategorematisch“ und „synkategorematisch“ sind also von κατηγορέω und nicht von der modernen Redeweise der „grammatischen Kategorie“, im Sinne einer syntaktischen Substitutionsklasse oder Wortart, her zu verstehen. Der Unterschied zwischen kategorematischen und synkategorematischen Ausdrücken besteht nicht darin, dass nur Erstere Element einer Substitutionsklasse wären. Vgl. dazu *Quine: Philosophy of logic,* S. 27.

[50] Zur Geschichte der Synkategoremata vgl. *Ritter: Historisches Wörterbuch der Philosophie,* <Synkategorem>, S. 787–788, und *Kretzmann: Syncategoremata, exponibilia, sophismata,* S. 211–218.

[51] Zitiert nach *Wilhelm von Ockham: Texte zur Theorie der Erkenntnis und der Wissenschaft,* S. 30.

(10) All tyrants are mortal.[52]
(11) Tyrants are mortal.

Somit zeigt sich nochmals deutlich, dass der Begriff der logischen Form nicht auf das Vorkommen bestimmter Ausdrücke reduziert werden kann. Darauf werde ich im nächsten Kapitel zurückkommen.[53]

2. Ein grundsätzliches, nicht nur (9.ii), sondern wohl jede Unterscheidung von kategorematischen und synkategorematischen Ausdrücken betreffendes Problem besteht darin, dass viele Ausdrücke sowohl kategorematisch wie synkategorematisch verwendet werden können. Auch diese Schwierigkeit wurde in der mittelalterlichen Logik diskutiert und hat bei einigen Autoren dazu geführt, dass sie die Unterscheidung zwischen kategorematisch und synkategorematisch nicht auf Ausdrücke, sondern auf den Gebrauch von Ausdrücken bezogen.[54] Es scheint mir am besten, dieses Problem als eine Form der Ambiguität aufzufassen, da ja ohnehin verschiedene Verwendungsweisen von synkategorematischen Ausdrücken unterschieden werden müssen.[55] Ich werde deshalb im Folgenden synkategorematische Ausdrücke mit verschiedenen Verwendungsweisen als verschiedene Ausdrücke auffassen. (Das Problem wird in Kapitel 5.3.1 nochmals aufgegriffen.)

Wichtiger als diese Schwierigkeiten ist allerdings der Umstand, dass Bedingung (9.ii) noch zu liberal ist. Dies führt zu dem in der Literatur häufig zu findenden Einwand, die logische Form könne nicht durch das Vorkommen von Synkategoremata erklärt werden, weil viele themenneutrale Ausdrücke – wie zum Beispiel „leider", „sehr", „überhaupt" oder „ohnehin" – für die logische Form unerheblich seien.[56] Tatsächlich ist Themenneutralität noch keine hinreichende Bedingung dafür, dass ein Ausdruck synkategorematisch ist. Das Problem besteht darin, dass Ausdrücke wie „leider" zwar themenneutral sind, da sie in Aussagen über beliebige Gegenstände vorkommen können; aber sie sind für die Gültigkeit von Schlüssen nicht relevant, da das Ergänzen oder Streichen solcher Ausdrücke in einer Prämisse oder Konklusion weder aus einem ungültigen Schluss einen gültigen erzeugen kann, noch umgekehrt. Auch dieser Punkt hat bereits in der mittelalterlichen Logik eine wichtige Rolle gespielt: Die Verfügbarkeit der *Sophistischen Widerlegungen* ab Mitte des zwölften Jahrhunderts war in entscheidender Weise für das Interesse an synkategorematischen Ausdrücken

52 Zu diesem Beispiel und zu Einzelproblemen beim Formalisieren kategorischer Aussagen vgl. *Suppes: Introduction to logic,* S. 190–194.

53 In Kapitel 5.3.2 wird die Möglichkeit diskutiert, solche „Anomalitäten" nicht als Probleme des Formalisierens, sondern der Zuordnung von Äußerungen zu Aussagen zu behandeln. Die Idee ist, Äußerungen mit und ohne ein weglassbares Synkategorem, wie z.B. (10) und (11), als Äußerungen derselben Aussage aufzufassen.

54 Vgl. *Kretzmann: Syncategoremata, exponibilia, sophismata,* S. 212–213.

55 Für Beispiele zur Ambiguität des Synkategorems „und" vgl. z.B. *Massey: Tom, Dick, and Harry, and all the King's men.* Kritisch dazu *LePore: Meaning and argument,* Kap. A1.

56 Z.B. *Patzig: Sprache und Logik,* S. 13.

verantwortlich, weil im Rahmen des Studiums von Fehlschlüssen Ausdrücke untersucht wurden, deren Vorkommen die üblichen logischen Beziehungen zwischen Aussagen stören. So wird beispielsweise die Konversion von „Etwas ist ein Lebewesen." *(aliquid est animal)* zu „Ein Lebewesen ist etwas." durch das Einfügen von „nur" (bzw. *tantum*) blockiert: „Etwas ist nur ein Lebewesen." kann nicht zu „Nur ein Lebewesen ist etwas." konvertiert werden.[57]

Dieses Problem mit Bedingung (9.ii) lässt sich beheben, indem man verlangt, dass ein Ausdruck neben Themenneutralität auch Gültigkeitsrelevanz aufweisen muss, um als Synkategorem zu gelten. Damit ergibt sich folgende Charakterisierung der logischen Form:[58]

(12) (i) Zur logischen Form einer Aussage zählt nur das Vorkommen von Synkategoremata in dieser Aussage.
(ii) Ein Ausdruck ist genau dann synkategorematisch, wenn er themenneutral und gültigkeitsrelevant ist.

Auch diese neue Bedingung (ii) ist noch relativ großzügig, insofern sie durch eine Reihe von Ausdrücken erfüllt wird, deren Vorkommen die klassische Standardlogik nicht zur Form einer Aussage rechnet. Oft genannte Beispiele sind etwa Modalwörter wie „notwendigerweise", „möglich" usw. oder auch das Komparative bildende Suffix *-er (than)*. Als Konsequenz ergibt sich, dass Schlüsse wie zum Beispiel

(13) Tom is taller than Dick; therefore Dick is not taller than Tom.[59]

zu den formal gültigen zählen.[60] Obwohl (12) den Begriff der logischen Form weiter fasst, als dies die Standardsysteme der klassischen Logik nahe legen, scheint mir dieser Begriff doch recht gut getroffen zu sein: Wenn (12) auch zu liberal ist, dann doch mindestens in der richtigen Weise.[61] Erstens wird nämlich keineswegs zugelassen, dass die Menge der Synkategoremata so erweitert wird, dass in beliebiger Weise Schlüsse, die in der Tradition als material gültige gelten, zu den formal gültigen geschlagen werden können. Beispielsweise kann epistemische Logik gemäß (12) nicht zur formalen Logik gerechnet werden, weil „wissen", „glauben" usw. nicht als themenneutral gelten können, ganz zu schweigen von Brandoms zoologischer Logik und Rosenbergs Theorie über die logische Form von Gemüsearten.[62] Zweitens können die Ausdrücke, die gemäß (12) zu

[57] Vgl. *Kretzmann: Syncategoremata, exponibilia, sophismata,* S. 214.
[58] Vgl. *Sainsbury: Logical forms,* S. 313. Geht man davon aus, dass alle nicht-synkategorematischen Ausdrücke kategorematisch sind, so bewirkt die zusätzliche Einschränkung in (12.ii), dass auch alle themenneutralen, aber nicht gültigkeitsrelevanten Ausdrücke zu den Kategoremata zählen. Das mag zwar nicht der üblichen Verwendung von „kategorematisch" entsprechen, spielt aber vom Standpunkt der formalen Gültigkeit aus keine Rolle.
[59] Vgl. *Quine: Grammar, truth, and logic,* S. 20.
[60] Vgl. *Evans: Semantic structure and logical form,* S. 59–60.
[61] Zu dieser Argumentationslinie vgl. *Haack: Philosophy of logics,* S. 5–6.
[62] *Brandom: Making it explicit,* S. 105; *Rosenberg: Die Autorität der logischen Analyse,* S. 78.

den Synkategoremata zu zählen sind, durchaus als Ausdrücke verstanden werden, die Merkmale einer logischen Form im Sinne der formalen Logik darstellen, auch wenn es sich dabei um Ausdrücke handelt, die in den Standardsystemen nicht berücksichtigt werden – vorausgesetzt ist dabei lediglich, dass die formale Logik nicht einfach auf die Standardsysteme der Aussagen- und Prädikatenlogik beschränkt wird. Damit wird also beispielsweise Modallogik zur formalen Logik gerechnet, was insofern plausibel ist, als gerade sie seit Aristoteles so verstanden wurde. Daran ändert übrigens auch Quines Kritik an der Modallogik nichts, da es ihm nicht darum geht, dass die Modallogik keine formale Logik wäre, sondern darum, dass die modalen Begriffe aus philosophischen Gründen überhaupt nicht verwendet werden sollten; Modallogik ist für Quine eine letztlich unverständliche formale Logik.[63]

Abgesehen davon, dass der in (12) formulierte Vorschlag zur Bestimmung der logischen Form immer noch die logische Form auf das Vorkommen synkategorematischer Ausdrücke reduziert (darauf werde ich im nächsten Kapitel eingehen), bleibt als wesentliches Problem noch die Vagheit des Begriffs der Themenneutralität, die deswegen noch kein klares und in allen Fällen eindeutiges Kriterium für die Synkategorematizität eines Ausdrucks darstellt. Auch die Vagheit des Begriffes *Synkategorem* gehört zum Problembestand der mittelalterlichen Diskussion. Dies zeigen nur schon die verschiedenen Listen mit synkategorematischen Ausdrücken, die manchmal neben den als Beispiele Ockhams genannten Ausdrücken Wörter wie „incipit“ und „desinit“ umfassen.[64]

Wie viel das Kriterium der Themenneutralität offen lässt, kann anhand einfachster Standardbeispiele gezeigt werden: Bekanntlich können viele Aussagen mit „aber“ anstelle von „und“, oder auch umgekehrt, formuliert werden, wobei „aber“ im Unterschied zu „und“ einen gewissen Gegensatz zwischen den verbundenen Aussagen ausdrückt. Nach Freges Argumentation in *Der Gedanke* spielt der resultierende Unterschied für die logische Form von Aussagen keine Rolle, da er nicht wahrheitsrelevant und also auch nicht gültigkeitsrelevant ist.[65] Man könnte nun einwenden, dass sich „aber“ und „und“ zwar bezüglich Gültigkeitsrelevanz nicht unterscheiden, dass jedoch „aber“ im Unterschied zu „und“ ein Thema, beispielsweise *Erstaunen,* einführt und daher nicht themenneutral und folglich kein Synkategorem ist. Als Resultat einer solchen Argumentation ergäbe sich, dass zwar

(14) Die Produktionskosten sinken, und der Bierpreis steigt.

63 *Quine: Grammar, truth, and logic,* S. 22.

64 Vgl. *Kretzmann: Syncategoremata, exponibilia, sophismata,* S. 212–213. “The notion [of syncategoremata] persisted and evolved because of its usefulness and not because it picked out a clearly recognisable category of linguistic or logical entities.” (S. 213) Auch für Ockham war nicht abschließend klar, welche Ausdrücke zu den Synkategoremata zu rechnen sind. (*Schulthess: Wilhelm von Ockham:* Summa logicae, S. 414.)

65 *Frege: Der Gedanke,* S. 37 (Orig. S. 64).

aber nicht

(15) Die Produktionskosten sinken, aber der Bierpreis steigt.

eine komplexe Aussage im Sinne einer formalen Aussagenlogik wäre.[66] In ähnlicher Weise könnte man sich beispielsweise fragen, ob etwa „alle“ das Thema *Individuen* oder *Gegenstände* einführt und deshalb nicht themenneutral ist.[67] Diese Schwierigkeiten rühren ganz offensichtlich daher, dass unklar ist, was genau damit gemeint ist, eine Aussage sei eine Aussage *über* etwas.[68] Allerdings erweist es sich als ausgesprochen schwierig, den Unterschied zwischen kategorematischen und synkategorematischen Ausdrücken präziser als mit Hilfe der Themenneutralität zu bestimmen. Dies lässt sich gut am Beispiel der Relation der Identität zeigen, die in der modernen formalen Logik im Allgemeinen zu den Synkategoremata gerechnet wird. Es liegt nahe, dagegen einzuwenden, dass Identität doch sicher ein Thema ist, wenn auch eines, das so allgemein ist, dass es alle Gegenstände betrifft. Andererseits kann man zur Verteidigung der üblichen Auffassung vorbringen, dass dadurch, dass eine Aussage eine Identität formuliert, noch in keiner Weise festgelegt ist, über welche Gegenstände etwas ausgesagt wird. Es gibt schließlich keine besonderen Gegenstände, die man kennen müsste, um zu verstehen, was Identität ist.[69] Quine präsentiert das Problem so:

> Consider, however, the logical truth ‘Everything is self-identical’, or ‘(x)(x = x)’. We *can* say that it depends for its truth on traits of the language (specifically on the usage of ‘=’), and not on traits of its subject matter; but we can also say, alternatively, that it depends on an obvious trait, viz., self-identity, of its subject matter, viz., everything. The tendency of our present reflections is that there is no difference.[70]

Für Quine ist dies natürlich ein Beispiel dafür, dass sich – entgegen der Behauptung der empiristischen Dogmatiker – die Wahrheitsbedingungen einer Aussage nicht scharf trennen lassen in solche, deren Erfüllung nur von der Sprache abhängt, und solche, bei denen auch die *subject matter* eine Rolle spielt. Folgt man dieser Argumentation, liegt es nahe, die Unterscheidung zwischen themenneutralen und anderen Ausdrücken aufzugeben und den Unterschied zwischen kategorematischen und synkategorematischen Ausdrücken anders zu fassen. Tatsächlich hat Quine vorgeschlagen, die hier „Synkategoremata“ genannten Ausdrücke als die Ausdrücke mit den kleinsten grammatikalischen

---

66 Dabei ist natürlich vorausgesetzt, dass „Die Produktionskosten sinken.“ und „Der Bierpreis steigt.“ aussagenlogisch nichtkomplexe Aussagen sind.

67 Vgl. *Haack: Philosophy of logics,* S. 5.

68 Insbesondere Goodman hat sich ausführlich mit dem Problem der Explikation von *about* beschäftigt. Seine Vorschläge sind allerdings im vorliegenden Kontext nicht einschlägig, da sie nur relativ zu einer gegebenen Formalisierung erklären, worüber eine Aussage etwas aussagt. (*Goodman: About,* insb. S. 109; vgl. dazu *Elgin: With reference to reference,* Kap. IX.)

69 Vgl. *Sainsbury: Logical forms,* S. 313–314.

70 *Quine: Carnap and logical truth,* S. 113. Vgl. auch *Quine: Philosophy of logic,* S. 61–64.

Substitutionsklassen zu definieren.[71] Im Wesentlichen führt das aber zu den gleichen Schwierigkeiten, wie ich sie eben diskutiert habe; die oben erwähnten Beispiele *taller,* epistemische Logik und Modallogik finden sich auch bei Quine. Dazu kommt noch die Schwierigkeit, ein solches quantitatives Kriterium zu motivieren. Wie Føllesdal ausgeführt hat, ist Quines Kriterium insofern plausibel, als es sich auf Themenneutralität zurückführen lässt: Themenneutrale Wörter haben kleine Substitutionsklassen, weil sie wegen ihrer Themenneutralität erstens sehr häufig gebraucht werden und deshalb in vielen idiomatischen Wendungen vorkommen und zweitens in verschiedensten Zusammenhängen benutzt und deshalb in verschiedensten sprachlichen Umgebungen vorkommen können. Andererseits führen die in der normalen Umgangssprache häufigen Überbleibsel veralteter Sprachformen dazu, dass es viele Wörter mit kleinen Substitutionsklassen gibt, die in keiner Weise themenneutral und auch nicht zu den Synkategoremata zu rechnen sind. Zum Beispiel besteht wegen der Komposita mit dem unikalen Morphem „Schorn" die Substitutionsklasse von „Stein" nur aus einem Wort.[72] Um solche Ausdrücke nicht zu den Synkategoremata rechnen zu müssen, muss Quine deshalb vorschlagen, die grammatische Analyse entsprechend anzupassen, so dass solche historisch bedingten Anomalitäten eliminiert werden.

Aufschlussreich ist hier, dass mit der Identität in der Rolle eines synkategorematischen Ausdrucks auch dann noch Schwierigkeiten bestehen, wenn man annimmt, es stünde ein präzises Kriterium zur Verfügung, mit Hilfe dessen gezeigt werden kann, dass Identität zu den synkategorematischen Ausdrücken gerechnet werden muss.[73] Das schwerwiegendste Problem scheint mir folgendes zu sein: Es gibt wohl kaum Zweifel daran, dass in der Standardprädikatenlogik mit Identität die Formalisierungen

(16)	Alles ist mit sich selbst identisch.	(18)	$\forall x(x=x)$
(17)	Etwas ist mit sich selbst identisch.	(19)	$\exists x(x=x)$

adäquat sind. Unterscheidet man in dieser Weise zwischen Form und Inhalt der Aussagen (16) und (17), dann werden aber offensichtlich die in Kapitel 4.2.1 angegebenen Strukturprinzipien (S2) und (S3) verletzt: (16) und (17) haben keinen Inhalt, sondern nur eine logische Form. Damit verliert der Schluss (16)–(17) die Eigenschaft der Schematisierbarkeit: Es gibt keinen anderen Schluss mit derselben Form und einem anderen Inhalt. Also können nicht gleichzeitig die Strukturprinzipien (S2) und (S3) richtig und diese Formalisierungen adäquat sein. Das

71 Quine erwähnt diesen Vorschlag eher beiläufig in *Quine: Philosophy of logic,* S. 29; ausführlicher ist er ausgearbeitet in *Quine: Grammar, truth, and logic.* In *Quine: Mr. Strawson on logical theory,* S. 141, schreibt Quine allerdings noch: "Logical vocabulary is specified only, I suppose, by enumeration." Gelegentlich finden sich auch Bemerkungen wie "[logical locutions] appear in statements on any and every subject." (*Quine: Elementary logic,* S. 1), die allerdings kaum definitorisch, sondern als informelle Erläuterungen intendiert sind (vgl. *Quine: Elementary logic,* S. 116).

72 Vgl. *Føllesdal: Comments on Quine,* S. 31–32.

73 Vgl. auch *Howson: Logic with trees,* S. 129–131.

ist nun eher ein Grund dafür, daran zu zweifeln, dass die Identität wirklich in die formale Logik gehört, als dafür, die Strukturprinzipien (S2) und (S3) aufzugeben. Letzteres hieße nämlich, die Schematisierbarkeit als zentrales Moment der formalen Logik aufzugeben, was mir insofern ausgeschlossen scheint, als gerade dies das klarste Moment im traditionellen Begriff der Formalität der Logik ist. Man muss also wohl die Konsequenz ziehen, dass die traditionelle Bestimmung der Formalität der Logik kaum so rekonstruiert werden kann, dass sie zum traditionellen Theoriebestand der formalen Logik passt, wenn zu diesem die Theorie der Identität gerechnet wird. Darin zeigt sich, dass auch die moderne formale Logik eine Disziplin ist, die nicht einfach aus Prinzipien deduziert wurde, sondern eine Entwicklungsgeschichte hat. Insgesamt scheint es doch sehr zweifelhaft, dass Kriterien zur Unterscheidung umgangssprachlicher Ausdrücke in kategorematische und synkategorematische Ausdrücke angegeben werden können, die tatsächlich genau die traditionellerweise als Synkategoremata behandelten Ausdrücke als solche ausscheiden und doch wesentlich präziser sind als das Kriterium der Themenneutralität.

4.3 Zur Definition der logischen Form

Bisher ist auf dem Weg zu einer Definition der logischen Form Folgendes entwickelt worden:

(12) (i) Zur logischen Form einer Aussage zählt nur das Vorkommen von Synkategoremata in dieser Aussage.
(ii) Ein Ausdruck ist genau dann synkategorematisch, wenn er themenneutral und gültigkeitsrelevant ist.

Wie ich bereits eingeräumt habe, ist diese Bestimmung der logischen Form viel zu eng, weil sich logische Formen nicht auf das Vorkommen synkategorematischer Ausdrücke reduzieren lassen. Dies zeigt sich schon darin, dass auch Aussagen ohne synkategorematische Wörter, wie zum Beispiel

(20) Matthäus kopiert Markus.

selbstverständlich eine logische Form haben. Man kann also logische Formen von Aussagen nicht ausschließlich unter Bezug auf Ausdrücke, die in der Aussage vorkommen, bestimmen, sondern muss auch Merkmale berücksichtigen, die nicht das Vorkommen eines Ausdrucks betreffen. Beispielsweise gehört zur prädikatenlogischen Form der Aussage (20) auch der Umstand, dass die Worte in der angegebenen und nicht etwa in der Reihenfolge

(21) Markus kopiert Matthäus.

angeordnet sind. Dass dem so ist, geht daraus hervor, dass im Gegensatz zu (22) der Schluss (23) ungültig ist:

(22) Matthäus kopiert Markus. Also: Matthäus kopiert Markus.
(23) Matthäus kopiert Markus. Also: Markus kopiert Matthäus.

Und dies bedeutet wiederum, dass auch die Gleichheit und Verschiedenheit von Ausdrücken zur logischen Form gerechnet werden muss, weil gerade dieses Merkmal dafür verantwortlich ist, dass (23) im Gegensatz zu (22) kein gültiger Schluss ist.

Weitere logische Merkmale, die sich nicht auf das Vorkommen synkategorematischer Ausdrücke reduzieren lassen, zeigen sich zum Beispiel in der folgenden aussagenlogischen Standardformalisierung:

(24) Epimenides lügt und Epimenides lügt nicht.
(25) $p \wedge \neg p$ p: Epimenides lügt

Nach (25) sind zur aussagenlogischen Form der Aussage (24) mindestens zu rechnen:

(26.1) dass (24) „und“ enthält,
(26.2) dass (24) „nicht“ enthält,
(26.3) dass in (24) zweimal die gleiche Aussage („Epimenides lügt.“) vorkommt.

Tatsächlich drückt (25) aber noch mehr aus, nämlich *wie* (24) aus den in (26) erwähnten Elementen aufgebaut ist: (24) ist eine Aussage, die aus zwei Aussagen besteht, die mit einer Konjunktion verbunden sind, wobei die zweite Teilaussage die Negation der ersten ist. Im Hinblick auf eine Prädikatenlogik sind, wie aus der Formalisierung

(27) $f(a) \wedge \neg f(a)$ a: Epimenides; f(x): x lügt

hervorgeht, noch weitere logische Merkmale von (24) zu verzeichnen, nämlich dass die in (24) zweimal vorkommende Aussage „Epimenides lügt.“ durch einen singulären Terminus („Epimenides“) und einen generellen Terminus („… lügt“) gebildet ist. Zur logischen Form gehört also auch die Art und Weise, wie eine Aussage aus Ausdrücken verschiedener logischer Kategorien aufgebaut ist.

Es empfiehlt sich, daraus zunächst eine terminologische Konsequenz zu ziehen: Statt von „Synkategoremata“ spricht man besser von „logischen Merkmalen“ einer Aussage, um klarzustellen, dass logische Formen nicht auf das Vorkommen von Ausdrücken reduziert werden sollen. Dass eine Aussage bestimmte Synkategoremata enthält, ist dann selbstverständlich ein logisches Merkmal dieser Aussage; aber nicht alle ihre logischen Merkmale sind von dieser Art. Aus der bisherigen Bestimmung der logischen Form (12) wird damit:

(28) (i) Zur logischen Form einer Aussage zählen nur logische Merkmale dieser Aussage.
(ii) Ein Merkmal einer Aussage ist genau dann ein logisches, wenn es themenneutral und gültigkeitsrelevant ist.

Insgesamt ergibt sich aus der Diskussion der Beispiele, dass folgende Merkmale zu den logischen gerechnet werden müssen:

(29) (i) welche synkategorematischen Ausdrücke im Schluss vorkommen,
(ii) welchen logischen Kategorien die Ausdrücke im Schluss angehören,
(iii) wie der Schluss strukturiert ist, das heißt wie der Schluss aus synkategorematischen Ausdrücken einerseits und kategorematischen Ausdrücken verschiedener logischer Kategorien andererseits aufgebaut ist. Dazu gehört insbesondere:
– Gleichheit und Verschiedenheit kategorematischer Ausdrücke[74]
– Funktions-Argument-Beziehungen zwischen Ausdrücken

Drei Bemerkungen zu dieser Definitionsskizze:

1. Gleichheit und Verschiedenheit kategorematischer Ausdrücke haben bezüglich der logischen Form nicht den gleichen Status. Grundsätzlich könnte man sich darauf beschränken, bloß zu verlangen, dass bei der Bestimmung einer logischen Form Verschiedenheit des Inhalts berücksichtigt wird. Lässt man nämlich eine vorliegende Gleichheit des Inhalts unberücksichtigt, so ergibt sich einfach, dass gewisse gültige Schlüsse nicht mehr als solche nachgewiesen werden können. (Wenn z.B. ein Schluss nach dem Modus ponens mit $p \rightarrow q$; $r \not\Rightarrow_{\mathbf{F}} s$ formalisiert wird.) Wird dagegen eine Verschiedenheit des Inhalts nicht als Merkmal der logischen Form berücksichtigt, so werden unzulässigerweise Gültigkeitsnachweise für ungültige Schlüsse möglich. Man könnte dann nämlich zwei beliebige Aussagen mit einer gleichen logischen Form und verschiedenem Inhalt gleich formalisieren und damit als äquivalent nachweisen. Um unnötige Komplizierungen zu vermeiden, werde ich im Folgenden immer davon ausgehen, dass Verschiedenheit und Gleichheit kategorematischer Ausdrücke bei der Unterscheidung zwischen logischer Form und Inhalt berücksichtigt werden.[75]

2. Die Bestimmung des Begriffs der logischen Form in (28) und (29) ist sehr allgemein gehalten; sie bezieht sich ja auch auf einen allgemein anwendbaren Begriff der logischen Form. Was unter einer logischen Form im Einzelnen zu verstehen ist, kann nur im Hinblick auf eine bestimmte logische Theorie genau festgelegt werden, da ja der Begriff der logischen Form nicht in allen logischen Systemen übereinstimmt.[76] Die wesentlichen Unterschiede betreffen das Inventar der logischen Kategorien und der Synkategoremata.[77] So gibt es zum Beispiel

---

[74] Zusammen mit einem Äquivokationsverbot, wie es in Kapitel 5.3.1 eingeführt wird, ist damit auch sichergestellt, dass die Definition der formalen Gültigkeit nicht an mehrdeutigen oder indexikalischen Ausdrücken scheitert. (Zu diesem Problem vgl. *Strawson: Propositions, concepts, and logical truths*.)

[75] Vgl. Kapitel 6.1 und den Abschnitt über Strukturerhaltung in 13.4.

[76] Eine detaillierte Entwicklung eines aussagen- und prädikatenlogischen Begriffs der logischen Form findet sich z.B. in *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 57–67, 196–203.

[77] Ich lasse hier offen, ob sich die Einteilung von Ausdrücken in logische Kategorien nur (wie üblicher) auf die kategorematischen Ausdrücke oder auch auf die synkategorematischen

in der Aussagenlogik nur eine Kategorie kategorematischer Ausdrücke, nämlich Aussagen, und die Synkategoremata sind üblicherweise auf eine kleine Anzahl von aussagenlogischen Verknüpfungen und die Negation beschränkt. In Prädikatenlogiken kommen noch Quantoren als zusätzliche Synkategoremata und weitere Kategorien, wie n-stellige Prädikate, Individuennamen oder n-stellige Funktionen hinzu. Die zur logischen Form zu rechnenden Strukturen umfassen dann neben Beziehungen zwischen Aussagen und aussagenlogischen Verknüpfungen die Argumentposition singulärer Terme und die Beziehung zwischen Quantoren und generellen Termen.

3. Aus historischer Perspektive ist anzumerken, dass sich nicht nur der Begriff des Synkategorems, sondern auch der hier entwickelte Begriff der logischen Form fast genau so bereits in Johannes Buridanus' *Tractatus de consequentiis* findet. Er definiert die logische Form einer Aussage als alles, ausgenommen die in ihr vorkommenden kategorematischen Termini, und weist explizit darauf hin, dass er dazu nicht nur die synkategorematischen Ausdrücke, wie etwa Kopulae und Negationen, rechnet, sondern auch die Anzahl der Termini, deren Anordnung, die Beziehung zwischen relativen Termini usw.[78] In der Literatur wird Buridanus' Erklärung gelegentlich sehr verkürzt wiedergegeben. Patzig schreibt ihm beispielsweise die These „Die logische Form einer Aussage ist das in ihr enthaltene Gerüst der sogenannten ‚synkategorematischen' Ausdrücke." zu, und King fasst ihn mit "The logical form of a sentence can be described as the exact series of syncategoremata."[79] zusammen. Dies ist deshalb sehr missverständlich, weil dabei eine entscheidende Einsicht von Buridanus unbemerkt zu bleiben droht: Der Begriff der logischen Form kann zwar mit Hilfe der Unterscheidung von kategorematischen und synkategorematischen Ausdrücken eingeführt werden, aber es wäre falsch, die logische Form einfach auf eine Abfolge von synkategorematischen Ausdrücken zu reduzieren.

Im Folgenden werde ich vom so erläuterten Begriff der logischen Form ausgehen. Ich betrachte ihn allerdings insofern als bloß vorläufig, als es in den späteren Kapiteln (ab Kapitel 11) auch darum gehen wird, aus der Perspektive der Formalisierung zu untersuchen, wie der Begriff der logischen Form näher bestimmt werden kann.

---

bezieht. Dies spielt deshalb keine Rolle, weil das Vorkommen der Synkategoremata (und nicht bloß deren Kategorie) zur logischen Form gehört, so dass es keine Rolle spielt, ob sie einer Kategorie zugeordnet sind oder nicht. (So gehört z.B. zur logischen Form von (24) nicht bloß, dass in dieser Aussage eine zweistellige extensionale Aussagenverknüpfung vorkommt, sondern dass sie das Synkategorem „und" enthält.)

78 *Johannes Buridanus: Tractatus de consequentiis,* I.7, S. 30–31. Dt. in *Bocheński: Formale Logik,* S. 181–182.

79 *Patzig: Sprache und Logik,* S. 13; *King: Buridan's philosophy of logic,* S. 15.

5 Aussagen als Gegenstand des Formalisierens

Da das Formalisieren ein Zuordnen von Formeln zu Aussagen ist, soll in diesem Kapitel untersucht werden, was in diesem Zusammenhang genauer unter „Aussagen“ zu verstehen ist; im nächsten werden dann die Formeln thematisiert. Die Frage nach dem Gegenstand oder Objekt des Formalisierens ist hier also nicht als eine ontologische Frage (etwa „Welche Art von Entität sind Aussagen?“) zu verstehen, sondern entsprechend der Bedeutung von „Objekt“ als Übersetzung von *obiectum* respektive ἀντικείμενον als die Frage, was in der Relation „… ist eine Formalisierung von …“ den Formeln gegenübersteht. Bei der Beantwortung dieser Frage kann man zwei verschiedene Perspektiven einnehmen:

1. *Sprachanalytische Perspektive.* Geht man davon aus, dass das Formalisieren eine Tätigkeit ist, bei der zu gegebenen Aussagen passende Formeln aufzufinden sind, so scheint es klar zu sein, was Gegenstand des Formalisierens ist. Offensichtlich können nur konkrete Äußerungen Ausgangspunkt des Formalisierens sein, das heißt genauer, einzelne physische Objekte oder Ereignisse, wie beispielsweise auf Notizzetteln niedergeschriebene Sätze. Dass die Tätigkeit des Formalisierens ihren Anlass in solchen Objekten oder Ereignissen findet, kann allerdings nicht heißen, dass diese selbst in einer Formalisierungstheorie vorkommen. Wenn Frege beispielsweise erklärt, dass die Aussage „Weil das Eis spezifisch leichter als Wasser ist, schwimmt es auf dem Wasser.“[1] nicht adäquat mit einem Konditional formalisiert werden kann, so ist das selbstverständlich keine Behauptung, die sich genau auf diejenigen Druckerschwärzepartikel bezieht, die sich in meinem Exemplar von *Über Sinn und Bedeutung* befinden. Wenn es eine Behauptung über konkrete Äußerungen ist, dann über eine Klasse von Äußerungen, die unter anderen diejenige enthält, die sich hier fünf Zeilen weiter oben zwischen Anführungszeichen befindet. Vom sprachanalytischen Gesichtspunkt her ist der interessante Aspekt der Frage „Was ist Gegenstand der Formalisierung?“ also nicht, mit welchen Objekten das Formalisieren beginnt – das sind die zu formalisierenden Äußerungen –, sondern die Frage, mit welcher Art von Beschreibung in einer Formalisierungstheorie auf Äußerungen Bezug genommen werden soll.

2. *Perspektive des logischen Formalismus.* Vom logischen Formalismus her gesehen, kann man die Frage nach dem Gegenstand der Formalisierung auch so stellen: „Wofür stehen Ausdrücke der Kategorie der Formeln?“ Im Kontext der Aussagenlogik kann diese Frage, weil jede Aussage trivialerweise durch eine Aussagenkonstante adäquat formalisiert werden kann, auch so formuliert werden: „Wofür stehen ‚p‘, ‚q‘ usw. in der Aussagenlogik?“ Ich gehe zunächst von dieser zweiten Perspektive aus und werde dann in Kapitel 5.3.2 auf die zuerst erwähnte zurückkommen.

[1] *Frege: Über Sinn und Bedeutung,* S. 63 (Orig. S. 48).

In der Literatur wird der Gegenstand des Formalisierens unterschiedlich bestimmt; die wichtigsten Vorschläge lauten: „Aussagen“, „Sätze“, „Äußerungen“, „Propositionen“, wobei diese Bezeichnungen in vielen verschiedenen Bedeutungen gebraucht werden.[2] Als Erstes müssen deshalb einige terminologische Entscheidungen getroffen werden. Das Folgende sind also keine Definitionen, sondern Hinweise auf meinen Sprachgebrauch.

Sätze sind grammatikalisch wohlgeformte Abfolgen von einem oder mehreren Wörtern einer Umgangssprache. Von zentraler Bedeutung ist es, zwischen Sätzen als *types* und Sätzen als *tokens* zu unterscheiden.[3] Nach der üblichen Erklärung ist ein *Satz-type* ein abstraktes Schema, das durch *Satz-tokens* als konkrete physische Objekte oder Ereignisse, wie zum Beispiel Inschriften oder Abfolgen von Schallwellen, realisiert oder, wie man auch sagt, instantiiert werden kann. Zur Vereinfachung werde ich im Folgenden *Satz* statt „Satz-type“ und – da die Art der physischen Realisation keine Rolle spielen wird – *Äußerung* anstelle von „Satz-token“ verwenden. Als *Aussagesätze* können diejenigen Sätze bestimmt werden, die wahrheitsdefinit, das heißt wahr oder falsch sind. Unter einer *Proposition* schließlich verstehe ich eine abstrakte Entität, nämlich das, was verschiedenen Sätzen mit gleicher Bedeutung oder verschiedenen Sätzen, die das Gleiche aussagen, gemeinsam ist, also das, was Frege als den Sinn eines Satzes bestimmt und „Gedanke“ genannt hat.[4]

Eine genauere Bestimmung des Begriffs der Aussage wird im Verlaufe dieses Kapitels entwickelt. Dabei gehe ich zunächst davon aus, dass Aussagen mit Aussagesätzen identifiziert werden können. Erst in Kapitel 5.3.2 wird diskutiert, wie hier noch weiter differenziert werden muss. Als Erstes soll kurz gezeigt werden, zu welchen Schwierigkeiten es führt, wenn man Äußerungen oder Propositionen als Gegenstand des Formalisierens betrachtet, und welche Anforderungen für einen besseren Vorschlag sich daraus ableiten lassen.[5]

---

2 Einen Überblick bieten die Artikel <Aussage>, <Äußerung>, <Proposition>, <Satz> und <type and token> in *Ritter: Historisches Wörterbuch der Philosophie* und der Artikel <Propositions, judgments, sentences, and statements> in *Edwards: The encyclopedia of philosophy*. Vgl. auch *Carnap: Introduction to semantics,* S. 235, und *Church: Propositions and sentences.*

3 Es gibt keine allgemein übliche deutsche Terminologie für die Unterscheidung von *type* und *token*. „Vorkommen“ oder „Vorkommnis“ ist als Übersetzung von *token* ungünstig, weil dann die Differenz zwischen *token* und *occurrence* nicht mehr ausgedrückt werden kann (vgl. dazu *Wetzel: What are occurrences of expressions?*). Wie Satz-*type* und das Verhältnis zwischen *type* und *token* genau definiert werden sollen, spielt für die nachfolgende Argumentation zunächst keine Rolle; ich lasse das deshalb offen und gehe auf diese Fragen erst in Kapitel 5.3.2 ein.

4 Diese Erklärung von Propositionen ist absichtlich sehr weit gefasst. Viele Autoren unterscheiden zwischen Frege'schen Gedanken, dem, was Sätzen mit gleicher Bedeutung gemeinsam ist, und dem, was Sätzen, die das Gleiche aussagen, gemeinsam ist. (Gelegentlich wird daran eine terminologische Unterscheidung zwischen *proposition* und *statement* bzw. „Proposition“ und „Aussage“ festgemacht; manche Autoren unterscheiden auch bei Propositionen zwischen *type* und *token*. Vgl. *Haack: Philosophy of logics,* Kap. 6.2; *Wolfram: Philosophical logic,* S. 31–39.) Für die folgenden Argumente spielen diese Differenzierungen aber keine Rolle.

5 Ich stütze mich im Folgenden einerseits auf die Position von Quine (vgl. z.B. *Quine: Philoso-*

5.1 Äußerungen

Geht man von einer sprachanalytischen Perspektive aus, nämlich von der Zielsetzung, mit Hilfe einer logischen Theorie die Gültigkeit eines Schlusses nachzuweisen, so ist es nahe liegend, Äußerungen als Gegenstand des Formalisierens anzunehmen. Das Argument dafür ist bereits erwähnt worden: Schlüsse können immer nur als physisch realisierte Texte vorliegen; also muss das Formalisieren bei solchen Äußerungen seinen Ausgangspunkt nehmen. Geht man aber von den Formeln aus und fragt sich, welchen Gegenständen sie als Formalisierungen zugeordnet sind, so lässt sich leicht zeigen, dass Äußerungen in diesem Sinne nicht als Gegenstand der Formalisierung in Betracht kommen. Da eine Äußerung immer ein konkretes physisches Objekt oder Ereignis ist, kann ein Schluss per definitionem nicht die gleiche Äußerung mehrfach enthalten. Wenn nun Äußerungen Gegenstand der Formalisierung wären, so könnte die Formalisierung eines Schlusses nie zwei gleiche Formeln enthalten. Somit müssten zum Beispiel die beiden Äußerungen im Schluss

(1) Wenn das Polareis schmilzt, ändert sich das Klima.
———————————————————
Wenn das Polareis schmilzt, ändert sich das Klima.

verschieden formalisiert werden, da es sich bei Prämisse und Konklusion um zwei verschiedene Inschriften handelt. Damit wäre man zur Behauptung gezwungen, dieser triviale Schluss sei keine Instanz des Schemas

(2) $A \Rightarrow_{\mathbf{F}} A$

was offensichtlich absurd ist.

Allgemein gilt, dass in jedem aussagenlogisch gültigen Schluss mindestens eine Aussage mehr als einmal vorkommen muss, womit Aussagen etwas Wiederholbares sein müssen – Äußerungen sind das gerade nicht. Soll die Logik dazu verwendet werden, die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen, so muss, was Gegenstand der Formalisierung ist, der Wiederholung fähig und in diesem Sinne etwas Abstraktes sein.[6]

---

phy of logic, Kap. 1; *Quine: Pursuit of truth,* S. 77–79) und übernehme andererseits einige wichtige Argumente von *Grandy: What do 'Q' and 'R' stand for anyway?* Für andere Positionen als die hier vertretene vgl. *Wolfram: Philosophical logic,* Kap. 2 (besonders Teil 1 und 4) und *Herrick: The many worlds of logic,* S. 249–258; für eine Übersicht: *Haack: Philosophy of logics,* Kap. 6.

[6] Diese Argumentation findet sich z.B. bei *Grandy: What do 'Q' and 'R' stand for anyway?,* S. 55, oder *Burge: On Davidson's "Saying that",* S. 202–204; detaillierter ausgearbeitet in *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 153–154, 273–275. Genau genommen gilt sie nur für Schlüsse, die keine Aussageverknüpfungen enthalten, die die aus der Verknüpfung resultierende Aussage in jedem Falle wahr oder in jedem Falle falsch machen (also keine umgangssprachlichen Entsprechungen zu konstanten Wahrheitsfunktionen wie *Tautologator* oder *Antilogator*), was keine wesentliche Einschränkung darstellt.

5.2 *Propositionen*

Die soeben geschilderten Schwierigkeiten mit Äußerungen sind mit ein Grund, weshalb oft vorgeschlagen wird, Propositionen als Gegenstand der Formalisierung anzunehmen. Das Standardargument zugunsten von Propositionen geht so: Viele Merkmale von Äußerungen sind für die Gültigkeit von Schlüssen unerheblich und brauchen deshalb beim Formalisieren nicht berücksichtigt zu werden. Für das Formalisieren ist nicht nur der Unterschied zwischen verschiedenen Äußerungen desselben Satzes unerheblich, es kommt auch nicht darauf an, welche Sätze zur Formulierung eines Schlusses verwendet werden. Für die Gültigkeit ist nur wichtig, welche Gedanken durch diese Sätze ausgedrückt werden, was diese Sätze aussagen.[7] So spielt es für die Gültigkeit zum Beispiel keine Rolle, in welcher Sprache ein Schluss formuliert ist oder ob eine Formulierung im Aktiv oder eine entsprechende im Passiv gewählt wird, solange die Bedeutung die Gleiche bleibt. Da die gleiche Proposition durch verschiedene Äußerungen ausgedrückt werden kann, haben Propositionen die aus der Perspektive der Formalisierung gewünschte Eigenschaft der Wiederholbarkeit. Diese Überlegungen suggerieren die Konsequenz, dass nicht Sätze, sondern die durch sie ausgedrückten Propositionen formalisiert werden müssen, und Sätze nur insofern Gegenstand der Formalisierung sind, als sie eine bestimmte Proposition ausdrücken. Unterschiede zwischen Sätzen, die die gleiche Proposition ausdrücken, werden aus dieser Perspektive oft als „grammatisch“ bezeichnet und ihre Untersuchung entsprechend der Grammatik zugewiesen.

Es sind aber gerade die in dieser Argumentation hervorgehobenen Eigenschaften von Propositionen, die diese als Gegenstand der Formalisierung ungeeignet machen.[8] Zuerst einmal verliert der Vorschlag, Propositionen zu formalisieren, leicht an Plausibilität, wenn man Beispiele wie das folgende betrachtet:

(3) If Socrates is wise, then Plato is not foolish.
Sokrates ist weise.
―――――――――――――――――――
Plato ist nicht töricht.

[7] Sehr deutlich ist diese Auffassung z.B. von Ramsey formuliert worden: “Now it seems to me as clear as anything can be in philosophy that the two sentences ‘Socrates is wise’, ‘Wisdom is a characteristic of Socrates’ assert the same fact and express the same proposition. They are not, of course, the same sentence, but they have the same meaning, just as two sentences in two different languages can have the same meaning. Which sentence we use is a matter either of literary style, or of the point of view from which we approach the fact. […] Now of one of these sentences ‘Socrates’ is the subject, of the other ‘wisdom’; and so which of the two is subject, which predicate, depends upon what particular sentence we use to express our proposition, and has nothing to do with the logical nature of Socrates or wisdom, but is a matter entirely for grammarians.” (*Ramsey: Universals,* S. 12) Vgl. auch *Frege: Der Gedanke,* S. 36–37 (Orig. S. 63–64).

[8] Die folgenden Argumente finden sich im Wesentlichen in *Grandy: What do ‘Q’ and ‘R’ stand for anyway?*

Formalisiert man hier Propositionen, so können die beiden Sätze

(4) Socrates is wise.
(5) Sokrates ist weise.

gleich formalisiert werden, da sie dieselbe Proposition ausdrücken. Als Konsequenz davon kann, wer so formalisieret, auch behaupten, (3) sei eine Instanz des Modus ponens. Dagegen lässt sich sofort einwenden, dass man (3) zwar als gültigen Schluss, aber nicht als Modus ponens auffassen kann, weil die Gültigkeit des Modus ponens nur auf den logischen Eigenschaften des Konditionals und nicht auf der Synonymie von Sätzen beruht.

Ernsthafte Probleme ergeben sich für die Auffassung, Gegenstand des Formalisierens seien Propositionen, bei Schlüssen, wie zum Beispiel:

(6) Wenn 2 eine Primzahl ist und 5 eine Primzahl ist, dann gibt es gerade und ungerade Primzahlen.
(7) 5 ist eine Primzahl und 2 ist eine Primzahl.
(8) Es gibt gerade und ungerade Primzahlen.

Formalisiert man hier Propositionen, wird auch dieser Schluss zu einer Instanz des Modus ponens, weil (7) und das Antezedens von (6) die gleiche Proposition ausdrücken. Dem ist aber entgegenzuhalten, dass auch dieser Schluss nicht einfach ein Modus ponens ist, weil seine Gültigkeit nicht nur auf den für den Modus ponens relevanten Eigenschaften des Konditionals, sondern genauso auf der Kommutativität der Konjunktion beruht.[9] Die Schwierigkeit lässt sich wie folgt verallgemeinern: Formalisiert man Propositionen, so wird jeder logische Beweis für die Äquivalenz zweier Sätze, die das Gleiche bedeuten oder aussagen, vollkommen trivial, weil solche Sätze die gleiche Proposition ausdrücken und deshalb gleich formalisiert werden, so dass bloß noch zu zeigen ist, dass jede Proposition zu sich selbst äquivalent ist.

Damit ist zwar noch nicht gezeigt, dass die Auffassung, die logische Beziehung der Gültigkeit bestehe zwischen Propositionen, unhaltbar wäre, aber es ist klar: Wenn Propositionen Gegenstand des Formalisierens sein sollen, dann dürfen die Identitätskriterien für Propositionen nicht in derart laxer Weise festgelegt werden, dass Sätze wie (7) und das Antezedens von (6) die gleiche Proposition ausdrücken. Viele Autoren benutzen allerdings Identitätskriterien für Propositionen, die die Auffassung, beim Formalisieren sei von Propositionen auszugehen, vor noch viel schwerwiegendere Probleme stellen. Vertritt man etwa die Auffassung, die beiden Sätze

(9) Nikolaus ist ein Junggeselle.
(10) Nikolaus ist ein unverheirateter Mann.

[9] Dieses Problem wird in Kapitel 12.1.1 nochmals aufgegriffen.

drückten die gleiche Proposition aus, da sie die gleiche Bedeutung hätten, dann wird der Schluss von (9) auf (10) – ein Standardbeispiel eines material gültigen Schlusses – zu einer Instanz des Schemas

(2) $A \Rightarrow_{\mathbf{F}} A$

und so auch zu einem Schluss, der trivialerweise aufgrund einer logischen Form gültig ist.

Die Schwierigkeiten, die hier geltend gemacht werden, beziehen sich nicht etwa darauf, dass Propositionen abstrakt sind respektive unstrukturierte oder ontologisch dubiose Entitäten wären, sondern darauf, dass sie in einer Weise individuiert werden, dass logisch bedeutsame Unterschiede zwischen verschiedenen Sätzen beim Übergang zu Propositionen verloren gehen. Um Propositionen als Gegenstand des Formalisierens zu retten, wären strengere Kriterien für deren Identität nötig. Wie die obigen Beispiele zeigen, müssten das Kriterien sein, die sich auch auf die grammatische Struktur von Sätzen beziehen. Welche grammatischen Strukturen zu berücksichtigen sind, wird noch zu diskutieren sein (vgl. Kapitel 5.3.2 und 12); es kann auf jeden Fall nicht zugelassen werden, dass verschiedene Sätze mit gleicher Bedeutung automatisch als identisch gelten. Dem steht aber die grundsätzliche Schwierigkeit entgegen, dass Propositionen gerade als etwas eingeführt werden sollen, das grammatisch unterschiedlichen Sätzen mit gleicher Bedeutung gemeinsam ist, wohingegen die obigen Beispiele zeigen, dass ebendiese grammatischen Unterschiede für die logische Analyse relevant sind.

5.3 Aussagen

Aus den bisherigen Überlegungen ergeben sich zwei Anforderungen an die Gegenstände der Formalisierung: sie müssen in einem Schluss mehrfach vorkommen können, und sie müssen grammatisch strukturiert sein. Die leitende Idee für das Folgende ist, dass sich diese beiden Forderungen erfüllen lassen, wenn man davon ausgeht, dass Aussagen, verstanden als Aussagesätze, also wahrheitsdefinite Satz-*types,* Gegenstand des Formalisierens sind. Qua Sätze sind Aussagen sprachliche Gegenstände und haben eine grammatische Struktur; qua *types* können sie in einem Schluss wiederholt auftreten.

Da ich mich mit dem Problem der adäquaten Formalisierung im Kontext der klassischen Aussagen- und Prädikatenlogik auseinander setzen werde, verwende ich den Begriff der Aussage im Sinne dieser Logik. Das bedeutet vor allem, dass das Merkmal der Wahrheitsdefinitheit, dass Aussagen also wahr oder falsch sind, so zu verstehen ist, dass jede Aussage wahr oder falsch, aber nicht beides oder keines von beiden ist, wobei nicht vorausgesetzt wird, dass bekannt ist oder sich praktisch feststellen lässt, ob sie wahr oder falsch ist. Dieser Begriff der Aussage steht in engem Zusammenhang mit demjenigen des Behauptungssatzes, kann mit ihm aber nicht gleichgesetzt werden: Der Zusammenhang besteht darin, dass die meisten Aussagen verwendet werden können, um etwas zu behaupten. Für logisch wahre und logisch falsche Aussagen (Tautologien und Kontradiktionen) ist das aber – mindestens im üblichen Sinne von „behaupten“ – nicht möglich. Darüber hinaus gibt es Gründe, die dafür sprechen, dass nicht jeder Behauptungssatz sinnvollerweise als wahr oder falsch aufgefasst werden kann, und deshalb auch nicht alle Behauptungssätze Aussagen sind. (Das bekannteste Argument dürfte sein, dass Behauptungen über zukünftige Ereignisse nicht als wahr oder falsch aufgefasst werden sollten, um sich nicht auf einen Determinismus festzulegen.[10])

Wenn ich davon ausgehe, dass Gegenstand des Formalisierens Aussagen in diesem klassischen Sinne sind, so ist das nicht eine Behauptung über die „richtige“ Analyse des Begriffs der Aussage, sondern eine Folge der Entscheidung, das Problem der adäquaten Formalisierung im Rahmen der klassischen Logik zu untersuchen. Für andere Logiken, die einen anderen Begriff der Aussage voraussetzen (z.B. mehrwertige oder intuitionistische Logiken) oder sich auf Sätze beziehen, die nicht sinnvollerweise als „wahr“ oder „falsch“ bezeichnet werden können (z.B. sog. Logik der Fragen), müsste der Gegenstand des Formalisierens anders bestimmt werden.[11]

In den folgenden beiden Abschnitten sollen einige Probleme diskutiert werden, die sich ergeben, wenn man Aussagen als Gegenstand des Formalisierens auffasst. Dabei geht es zuerst (Abschnitt 5.3.1) um Schwierigkeiten mit der Wahrheitsdefinitheit von Aussagen; in Abschnitt 5.3.2 kommen dann Schwierigkeiten im Verhältnis zwischen Äußerungen und Aussagen zur Sprache.

5.3.1 Wahrheitsdefinitheit und Äquivokation

Probleme mit der Wahrheitsdefinitheit

Die meisten Einwände gegen den Vorschlag, Aussagen als Gegenstand des Formalisierens aufzufassen, machen geltend, dass sehr viele oder vielleicht sogar alle Aussagen nicht wahrheitsdefinit sind. Ausgangspunkt dieser Einwände ist folgendes Prinzip der Wahrheitsdefinitheit von Aussagen:

(W1) Ein Satz-*type* ist wahrheitsdefinit und damit eine Aussage, wenn er wahr oder falsch ist; er gilt als wahr, wenn alle Äußerungen dieses Satzes wahr sind, als falsch, wenn sie alle falsch sind.

Zwei Bedingungen müssen nach (W1) erfüllt sein, damit ein Satz als Aussage gilt: Erstens muss für jede Äußerung des Satzes gelten, dass sie wahr oder falsch ist, und zweitens müssen alle diese Äußerungen den gleichen Wahrheitswert

[10] Vgl. die Diskussion, die sich an *Aristoteles: Peri hermeneias,* Kap. 9, und das Beispiel der morgigen Seeschlacht anschließt (siehe z.B. *Haack: Deviant logic, fuzzy logic,* Kap. 4). Andere Argumente gegen die Annahme, jede Behauptung sei wahr oder falsch, hat z.B. Dummett (*Dummett: Truth,* S. 14–17) vorgebracht.

[11] Vgl. dazu *Haack: Deviant logic, fuzzy logic,* Kap. 3.

haben, das heißt, sie müssen entweder alle wahr oder alle falsch sein. Bei beiden Bedingungen treten Schwierigkeiten auf, die gerne als Argumente gegen den Vorschlag, Aussagen zu formalisieren, geltend gemacht werden. Bei der ersten Bedingung besteht die Schwierigkeit darin, dass eine sehr große Zahl von Äußerungen vage oder mehrdeutig ist, so dass es problematisch ist, ihnen einen Wahrheitswert zuzuordnen. Beispiele sind einfach zu finden: „Ich habe ein Schloss gekauft." (eine Schließvorrichtung oder eine Behausung?) oder „Eine Autofahrt von Paris nach Marseille dauert lange." (wie lange muss eine Autofahrt dauern, um lange zu dauern?). Die Schwierigkeit mit der zweiten Bedingung besteht darin, dass es normalerweise vom Kontext (d.h. von der sprachlichen Umgebung und der Situation der Äußerung) abhängig ist, welchen Wahrheitswert die Äußerung eines bestimmten Satzes hat, so dass nicht garantiert ist, dass alle Äußerungen desselben Satzes den gleichen Wahrheitswert haben. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn ein Satz so genannte indexikalische Ausdrücke wie „hier", „gestern", „du", „dieser" usw. enthält, betrifft aber beispielsweise auch die meisten Sätze, die Eigennamen enthalten.[12] So ist etwa der Wahrheitswert eines Satzes wie „George ist Präsident." davon abhängig, auf welche Person sich „George" bezieht, zu welchem Zeitpunkt der Satz geäußert wird und von welcher Präsidentschaft die Rede ist. Weil tatsächlich nahezu alle umgangssprachlichen Sätze mit einer oder mehreren dieser Schwierigkeiten behaftet sind, stellt sich heraus – so die Vertreter dieser Einwände – dass fast alle der üblicherweise als „Aussagen" bezeichneten Sätze nicht wahr oder falsch und somit keine Aussagen im Sinne von (W1) sind, womit dann eine Logik, die Aussagen formalisieren will, ihren Gegenstand verloren hätte.

Eternal sentences

Ein radikaler Vorschlag zur Lösung dieser Schwierigkeiten wäre, solche Probleme an die Argumentationsanalyse zu delegieren und einfach vorauszusetzen, dass die Argumentationsanalyse Aussagen liefert. Das bedeutete, dass in der Argumentationsanalyse unter Berücksichtigung des Kontextes alle indexikalischen Ausdrücke aufgelöst sowie alle Mehrdeutigkeiten und Vagheiten beseitigt werden müssten. Da dabei fast immer die – meist bloß implizite – räumliche und zeitliche Indexikalität durch die Angabe genauer Raum-Zeit-Koordinaten aufgelöst werden muss, hat Quine für die resultierenden Sätze, deren Wahrheitswert nicht mehr vom Kontext der Äußerung abhängt, die Bezeichnung

12 „Indexikalisch" ist hier in einem weiten Sinne zu verstehen, so dass nicht nur Ausdrücke, die auf die Äußerungssituation (Sprecher, Zeitpunkt usw.) verweisen, sondern auch Ausdrücke mit innertextlicher Verweisfunktion (Relativpronomina und andere ana- oder kataphorische Ausdrücke) dazuzurechnen sind. Eine klare Unterscheidung zwischen indexikalischen und mehrdeutigen nichtindexikalischen Ausdrücken wird im Folgenden auch nicht vorausgesetzt; vgl. dazu *Goodman: The structure of appearance,* S. 261–264; zu verschiedenen Formen der Kontextabhängigkeit vgl. *Hodges: Logic,* S. 27–29.

eternal sentences eingeführt.[13] Besonders schwierige Probleme stellen sich im Zusammenhang mit Vagheit. Einerseits lässt sie sich oftmals nur in mehr oder weniger willkürlicher Weise beseitigen, indem man beispielsweise festsetzt, dass eine Autofahrt lange dauert, wenn sie mehr als drei Stunden beansprucht. Darüber hinaus ist es alles andere als klar, wann ein Satz als frei von Vagheit gelten soll, sofern es solche Sätze überhaupt gibt. Andererseits ist der Wahrheitswert bei sehr vielen Äußerungen vager Sätze nicht etwa unbestimmt, sondern einfach vom Kontext abhängig: „Dieser Elefant ist ein kleines Tier." ist vielleicht in einer Diskussion um die Körpergröße von Elefanten eine zweifellos wahre Behauptung, in einer Diskussion um Tiere im Allgemeinen aber falsch.[14]

Äquivokationsverbot

Glücklicherweise ist es für die Zwecke der Formalisierung gar nicht notwendig, zu verlangen, dass Aussagen frei von jeglicher Vagheit, Mehrdeutigkeit und Kontextabhängigkeit sind.[15] So ist es beispielsweise für die Gültigkeit eines Schlusses wie

(11) Wenn das wahr ist, bin ich Kindergärtner.
(12) Das ist wahr.
———————————————
(13) Ich bin Kindergärtner.

unerheblich, worauf sich „ich" und „das" beziehen, solange sichergestellt ist, dass das in den drei Sätzen (11)–(13) je das Gleiche ist. Ähnlich verhält es sich bei der Vagheit:

(14) Gutes Essen ist nicht billig.
———————————————
(15) Billiges Essen ist nicht gut.

Es spielt für die Gültigkeit dieses Schlusses überhaupt keine Rolle, was genau die Bedingungen dafür sind, dass ein Essen gut oder billig ist, solange nur sichergestellt ist, dass (14) und (15) je wahr oder falsch sind und „gut" und „billig" in (14) und (15) gleich verwendet werden. Der Grund dafür ist folgender: Da die formale Gültigkeit eines Schlusses nur von seiner logischen Form abhängt, ist für seine Gültigkeit nicht relevant, welche Bedeutung die in diesem Schluss vorkommenden kategorematischen Ausdrücke haben, sondern nur, ob es sich um Ausdrücke mit gleicher oder verschiedener Bedeutung handelt.

Es gilt somit allgemein: Um die Gültigkeit eines Schlusses beurteilen zu können, muss zwar vorausgesetzt werden, dass dieselben kategorematischen Ausdrücke im Kontext des Schlusses in gleicher Bedeutung verwendet werden,

---

[13] Vgl. *Quine: Word and object,* § 40; *Quine: Philosophy of logic,* S. 13–14; *Quine: Mr. Strawson on logical theory,* S. 145–148. Frege hat analoge Vorschläge für „zeitlose" Gedanken vorgebracht, siehe z.B. *Frege: Logik [1897],* S. 146–147; *Frege: Der Gedanke,* S. 52 (Orig. S. 76).

[14] Zur Problematik der Vagheit vgl. *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 21–25.

[15] Die folgenden Überlegungen beruhen im Wesentlichen auf Argumenten von Quine. Vgl. *Quine: Methods of logic (4),* S. 55–57; *Quine: Word and object,* S. 227.

aber es ist nicht nötig, diese Bedeutung genau angeben zu können. Aus der Perspektive eines semantischen Begriffs der formalen Gültigkeit lässt sich dies besonders leicht einsehen. Ein semantischer Nachweis der Gültigkeit zeigt ja gerade, dass es nicht darauf ankommt, wie die verschiedenen kategorematischen Ausdrücke des Schlusses interpretiert werden: so oder so ist die Konklusion wahr, vorausgesetzt, die Prämissen sind wahr. Verwendet man beispielsweise in der Aussagenlogik Wahrheitstafeln, um die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen, so dient diese Methode dazu, aufzuzeigen, dass die Gültigkeit des betreffenden Schlusses nicht davon abhängt, welchen Wahrheitswert die einzelnen Aussagen haben; vorausgesetzt ist nur, dass alle Äußerungen derselben Aussage im betreffenden Schluss den gleichen Wahrheitswert haben.

Diese Argumentation setzt voraus, dass die Probleme mit Mehrdeutigkeit, Vagheit und Kontextabhängigkeit lediglich die Bedeutung der am Schluss beteiligten kategorematischen Ausdrücke betreffen. Das braucht aber nicht immer so zu sein, weil analoge Probleme auch in Bezug auf die logische Form auftreten können. So ist beispielsweise bei vielen „oder"-Sätzen unklar, ob sie eine ausschließende oder einschließende Alternative formulieren sollen. Bevor diese Schwierigkeiten näher betrachtet werden, sollen zunächst einige Konsequenzen aus den bisherigen Überlegungen festgehalten werden.

Das entscheidende Resultat aus der Beobachtung, dass Mehrdeutigkeit, Vagheit und Kontextabhängigkeit die Gültigkeit von Schlüssen nicht in jedem Fall beeinträchtigen, ist das folgende Verbot von Äquivokationen:

(T1) Innerhalb eines Schlusses darf nicht derselbe Ausdruck in verschiedenen Bedeutungen gebraucht werden.

Mit dieser Voraussetzung kann der Begriff der Aussage für die Zwecke der Formalisierung wesentlich liberaler gehandhabt werden, als dies bei den zu Beginn dieses Kapitels erwähnten Einwänden vorausgesetzt wurde. Damit es zulässig ist, eine Aussage zu formalisieren, muss sie nicht unbedingt, wie in (W1) gefordert, absolut wahrheitsdefinit sein; es genügt, wenn sie im Kontext des zu formalisierenden Schlusses wahrheitsdefinit ist. Ob ein Satz als Gegenstand der Formalisierung in Frage kommt, ist demnach davon abhängig, in welchem Schluss er vorkommt. Ein auf das Formalisieren zugeschnittener Begriff der Aussage, der die beiden Momente der Wahrheitsdefinitheit und der Kontextgebundenheit enthält, lässt sich wie folgt charakterisieren:[16]

(T2) Ein Satz gilt im Kontext eines Schlusses als Aussage, wenn alle in diesem Schluss vorkommenden Äußerungen dieses Satzes im Kon-

---

[16] Dieser Begriff der Aussage gleicht dem aristotelischen Begriff der πρότασις, insofern auch in diesen die beiden Momente der Wahrheitsdefinitheit und der Kontextgebundenheit eingehen: eine πρότασις ist eine Aussage, die als λόγος καταφατικός wahr oder falsch ist und die Teil eines Schlusses, eines συλλογισμός, ist. *Aristoteles: Erste Analytik,* 24a16–17; *Aristoteles: Zweite Analytik,* 77a37–38; vgl. *Bonitz: Index Aristotelicus,* S. 651.

text dieses Schlusses erstens wahr oder falsch sind und zweitens den gleichen Wahrheitswert haben.

Bestimmt man den Begriff der Aussage in dieser Weise, so ist die Einteilung der Sätze in Aussagen und Nichtaussagen davon abhängig, im Kontext welchen Schlusses diese Sätze stehen. Weil der Begriff des Schlusses als einer Folge von Aussagen in der Rolle von Prämissen und Konklusion den Begriff der Aussage voraussetzt, hat (T2) auch eine begriffliche Interdependenz zwischen Schlüssen und Aussagen zur Folge: In jedem Schluss müssen die Sätze, aus denen er besteht, die Bedingungen von (T2) erfüllen, und dabei muss berücksichtigt werden, in welchem Schluss diese Sätze stehen. Das ist eine durchaus erwünschte Konsequenz, weil so gewährleistet wird, dass das Formalisieren von Schlüssen, obwohl Sätze nur im Kontext von Schlüssen als Aussagen gelten können, in der bereits in Kapitel 2.1.2 geschilderten Weise auf das Formalisieren von Aussagen reduziert werden kann.

Auch für das Formalisieren einzelner Sätze mit dem Ziel, nicht die Gültigkeit eines bestimmten Schlusses zu prüfen, sondern eine logische Form des betreffenden Satzes zu ermitteln, können aus (T2) sinnvolle Konsequenzen gezogen werden, wenn man (T2) nicht so versteht, dass das Formalisieren einzelner Sätze einfach dadurch ausgeschlossen wird, dass solche Sätze mangels Kontext nicht als Aussagen gelten können. Man kann entgegenhalten, dass das Formalisieren einzelner Sätze, sofern es sich um ein logisches, das heißt an der Gültigkeit von Schlüssen orientiertes Vorhaben handelt, auf das mögliche Vorkommen dieser Sätze in Schlüssen bezogen sein muss (vgl. Kapitel 2.1.2). Von der eben festgestellten Interdependenz her gesehen bedeutet das, dass man einen Satz nur im Hinblick auf bestimmte Folgen von Sätzen formalisieren kann, nämlich solche, in denen er in der Rolle von Prämisse oder Konklusion verwendet wird und die in (T2) formulierte Bedingung erfüllt. Das heißt, im Hinblick auf sein Vorkommen in Folgen von Sätzen, in denen er und die anderen Glieder dieser Folge Aussagen und die gesamte Folge ein Schluss ist.

Der Zusammenhang zwischen dem in (T2) bestimmten Begriff der Aussage und dem Verbot von Äquivokationen ist sehr eng. Einerseits ist die zweite Bedingung in (T2) – alle Äußerungen einer Aussage müssen im Kontext des Schlusses den gleichen Wahrheitswert haben – bereits im Äquivokationsverbot (T1) enthalten, weil zwei Äußerungen mit gleicher Bedeutung im gleichen Kontext nicht verschiedene Wahrheitswerte haben können. Andererseits ist es nur dann sinnvoll, den Begriff der Aussage im Sinne von (T2) einzuführen, wenn das Äquivokationsverbot vorausgesetzt wird. Letzteres zeigt zum Beispiel:

(16) Wenn ich ein Junggeselle bin, dann bin ich ein Mann.

---

(17) Wenn ich ein Junggeselle bin, dann bin ich ein Mann.

Weil die beiden Äußerungen (16) und (17) wahr sind, ist „Wenn ich ein Junggeselle bin, dann bin ich ein Mann.“ nach (T2) im Rahmen des Schlusses (16)–(17)

eine Aussage. Trotzdem handelt es sich bei (16)–(17) nur dann um einen formal gültigen Schluss, wenn (16) und (17) von derselben Person geäußert werden. Ist dies nicht der Fall, so liegt ein Äquivokationsfehlschluss vor. Analoges gilt natürlich bei nichtindexikalischen Ausdrücken, die mehrdeutig oder kontextabhängig sind. Für sich genommen lässt der in (T2) eingeführte Begriff der Aussage also zu, dass Sätze, deren Äußerungen verschiedene Bedeutungen haben, als Aussagen gelten; erst das Verbot von Äquivokationen schließt aus, dass Äußerungen derselben Aussage verschiedene Bedeutung haben.

Wenn (T2) nur dann als Bestimmung des Begriffs der Aussage und somit des Gegenstands des Formalisierens dienen kann, wenn das Äquivokationsverbot (T1) vorausgesetzt wird, dann bedeutet das, dass Äquivokationen grundsätzlich *vor* dem Formalisieren ausgeschlossen werden müssen. Somit ist die Aufgabe, Fehlschlüsse durch Äquivokation zu vermeiden, grundsätzlich zur Argumentationsanalyse und nicht zu den Problemen des Formalisierens zu rechnen. Selbstverständlich stellt sich in der Praxis manchmal erst beim Formalisieren heraus, dass diese Voraussetzung nicht erfüllt ist. Das bedeutet dann aber schlicht, dass es sich bei den fraglichen Sätzen nicht um Aussagen im Sinne von (T1) und (T2) handelt und diese also streng genommen nicht als Gegenstand der Formalisierung in Frage kommen. Ein weiterer Grund dafür, die Prüfung auf Äquivokationen zu den Aufgaben der Argumentationsanalyse zu rechnen, besteht darin, dass im Allgemeinen nur auf der Ebene des Arguments und unter Berücksichtigung des Kontexts, aber nicht für isoliert betrachtete Sätze geprüft werden kann, ob eine Äquivokation vorliegt.

Für die Praxis der Argumentationsanalyse resultiert damit ein wesentlich realistischeres Programm als der weiter oben erwähnte radikale Vorschlag, von der Argumentationsanalyse zu verlangen, dass sie sämtliche Vagheit und Kontextabhängigkeit eliminiert. Es genügt den Zwecken des Formalisierens, wenn die Argumentationsanalyse die Äußerungen, aus denen ein Argument besteht, soweit präzisiert, dass Äquivokationen ausgeschlossen und – wie noch auszuführen ist – die logische Form betreffende Mehrdeutigkeiten beseitigt sind; man braucht sich aber im Allgemeinen nicht die Mühe zu machen, diese Äußerungen durch *eternal sentences* zu ersetzen.

Da das Problem der Äquivokationsfehlschlüsse im Rahmen der Argumentationsanalyse angegangen werden muss und somit nicht Gegenstand einer Theorie des adäquaten Formalisierens ist, werde ich im Folgenden nicht näher auf Probleme der Äquivokation eingehen, sondern voraussetzen, dass die zu formalisierenden Aussagen – insbesondere die diskutierten Beispiele – frei von Äquivokationen sind. Mehrdeutigkeit, Vagheit und Kontextabhängigkeit, die den Inhalt von Aussagen betreffen, sind damit als Einwände gegen Aussagen als Gegenstände des Formalisierens ausgeräumt. Zu diskutieren bleiben noch die Probleme, die sich ergeben, wenn Mehrdeutigkeiten oder Vagheiten auftreten, die direkt die logische Form betreffen.

Unbestimmtheiten in der logischen Form

Ein erstes Problem betrifft die Synkategoremata. Hier ist es für das Formalisieren von entscheidender Bedeutung, welchen Beitrag ein Ausdruck zur logischen Form leistet. Es genügt nicht, vorauszusetzen, dass er im Schluss immer in gleicher Bedeutung verwendet wird. Dies lässt sich zum Beispiel anhand von „oder“, das im ausschließenden oder nichtausschließenden Sinne verwendet werden kann, illustrieren. So wird

(18) Ein Dirigent ist weißhaarig oder nicht berühmt.
Ein Dirigent hat Starallüren oder er ist nicht berühmt
Kent Nagano ist ein Dirigent ohne weiße Haare.
Kent Nagano hat keine Starallüren.

gültig, wenn dieser Schluss mit (19) oder (20) formalisiert wird, aber ungültig bei einer Formalisierung mit (21) oder (22) mithin unabhängig davon, ob „oder“ zweimal gleich formalisiert wird:

(19)
$$\begin{array}{l} \forall x(f(x)\rightarrow g(x)\vee\neg h(x)) \\ \forall x(f(x)\rightarrow k(x)\succ\!\!\prec\neg h(x)) \\ f(a)\wedge\neg g(a) \\ \hline \neg k(a) \end{array}$$

(20)
$$\begin{array}{l} \forall x(f(x)\rightarrow g(x)\succ\!\!\prec\neg h(x)) \\ \forall x(f(x)\rightarrow k(x)\succ\!\!\prec\neg h(x)) \\ f(a)\wedge\neg g(a) \\ \hline \neg k(a) \end{array}$$

(21)
$$\begin{array}{l} \forall x(f(x)\rightarrow g(x)\vee\neg h(x)) \\ \forall x(f(x)\rightarrow k(x)\vee\neg h(x)) \\ f(a)\wedge\neg g(a) \\ \hline \neg k(a) \end{array}$$

(22)
$$\begin{array}{l} \forall x(f(x)\rightarrow g(x)\succ\!\!\prec\neg h(x)) \\ \forall x(f(x)\rightarrow k(x)\vee\neg h(x)) \\ f(a)\wedge\neg g(a) \\ \hline \neg k(a) \end{array}$$

f(x): x ist ein Dirigent; g(x): x ist weißhaarig; h(x): x ist berühmt
k(x): x hat Starallüren; a: Kent Nagano

Schwierigkeiten ergeben sich auch mit syntaktischen Mehrdeutigkeiten wie etwa in der Aussage

(23) Kevin findet einen Elefanten im Pyjama.

die mindestens zwei Lesarten (Kevin oder ein Elefant befinden sich im Pyjama) hat, so dass es mehrere Formalisierungsmöglichkeiten gibt, die sich in der Gültigkeitsrelevanz erheblich unterscheiden:

(24) $\exists x(f(x)\wedge g(a,x)\wedge h(a))$ a: Kevin; f(x): x ist ein Elefant
(25) $\exists x(f(x)\wedge g(a,x)\wedge h(x))$ g(x,y): x findet y; h(x): x ist im Pyjama

Solche konstruierten Beispiele haben allerdings die Tendenz, die Schwierigkeiten zu verharmlosen. Zur Illustration ein Beispiel aus der deutschen Übersetzung von Rortys *Philosophy and the mirror of nature:*

(26) Wir können das Intentionale nur mit dem Immateriellen in Zusammenhang bringen, wenn wir es mit dem Phänomenalen identifizieren,

> und wir können das Phänomenale nur mit dem Immateriellen identifizieren, wenn wir Universalien hypostasieren.[17]

Hier gibt es zum Beispiel das Problem, worauf „es“ zu beziehen ist, oder die Frage, ob „nur“ jeweils im Sinne von „bloß“ oder als Teil einer „… nur dann, wenn …“-Konstruktion zu verstehen ist. Es ist offensichtlich, dass nur unter Berücksichtigung des Kontexts, dem (26) entnommen ist, entschieden werden kann, welche Leseweise zu wählen ist.

Betrachtet man die Konsequenzen aus diesen Schwierigkeiten, so kann als Erstes festgestellt werden, dass sich daraus kaum Argumente gegen die Auffassung, Aussagen als Gegenstände des Formalisierens aufzufassen, gewinnen lassen. Im Zusammenhang mit Äußerungen und Propositionen stellen sich nämlich exakt die gleichen Probleme.[18]

Zweitens ergibt sich, dass solche Mehrdeutigkeiten von Synkategoremata oder syntaktischer Struktur durch die Argumentationsanalyse beseitigt werden müssen, damit man überhaupt Aussagen im Sinne von (T2) erhält, die dann formalisiert werden können. Es wäre allerdings sehr problematisch, an dieser Stelle einfach, analog zum Äquivokationsverbot (T1), ein entsprechendes Prinzip der eindeutig bestimmten logischen Form einzuführen. Oft ist es nämlich erst mit Hilfe des Formalisierens möglich, Mehrdeutigkeiten, die die logische Form betreffen, aufzudecken.[19] Dies bedeutet im Hinblick darauf, dass Aussagen Gegenstand des Formalisierens sind, dass sich auch erst durch das Formalisieren herausstellen kann, dass ein soeben formalisierter Satz gar keine Aussage im Sinne von (T2) ist. Ein Prinzip der eindeutig bestimmten logischen Form müsste deshalb dazu führen, dass die Argumentationsanalyse das Formalisieren „absorbiert“. Andererseits kann der Entscheid darüber, welche der verschiedenen Formalisierungsmöglichkeiten, die sich aus einer Mehrdeutigkeit ergeben, zu wählen ist, nicht als ein Problem des Formalisierens aufgefasst werden, wenn das Formalisieren Aussagen zum Gegenstand hat. Weil dazu im Allgemeinen auf den Kontext des Schlusses zurückgegriffen werden muss, handelt es sich eben um ein Problem der Argumentationsanalyse.

Es zeigt sich hier, dass Argumentationsanalyse und Formalisierung oftmals wechselseitig aufeinander Bezug nehmen müssen: Ein Schluss wird aufgrund einer bestimmten Argumentationsanalyse formalisiert, aber aus der Formalisierung kann sich ergeben, dass die Argumentationsanalyse weiter verfeinert werden muss, was sich wiederum auf die Formalisierung auswirkt usw. Eine strikte Trennung von Argumentationsanalyse und Formalisieren scheint aus dieser Perspektive jedenfalls weder möglich noch wünschenswert. Vielmehr ist es so, dass Formalisieren und Argumentationsanalyse sich gegenseitig ihre wesentlichen Leistungen als philosophische Methoden ermöglichen.

---

17 *Rorty: Der Spiegel der Natur,* S. 43.
18 Vgl. *Haack: Philosophy of logics,* Kap. 6.4.
19 Ein ausführlich diskutiertes Beispiel findet sich in Kapitel 11.4.

5.3.2 *Aussagen, Aussagesätze und Äußerungen*

Äußerungen und Aussagesätze

Neben der Wahrheitsdefinitheit ergibt sich bei der Erklärung des Begriffs der Aussage ein zweites Problemfeld aus der Frage, unter welchen Bedingungen zwei Äußerungen als Äußerungen derselben Aussage gelten sollen. Geht man von der bisher benutzten Annahme aus, dass Aussagen nichts anderes als Aussagesätze sind, so geht es hier um das Verhältnis zwischen *type* und *token* auf der Ebene von Sätzen.

Ein erstes Problem mit diesem Begriffspaar besteht darin, die Kriterien genau anzugeben, nach denen zu entscheiden ist, zu welchem Satz-*type* eine Äußerung gehört. Wirft man einen Blick auf seine Handschrift, so wird sofort klar, dass die nahe liegende Idee, mit Hilfe des Begriffs der Ähnlichkeit zu erklären, welche Äußerungen zu demselben Satz gehören, nicht gerade weit führt.[20] Andere ebenso nahe liegende Antworten wie zum Beispiel „gleiche Wörter in gleicher Reihenfolge“ oder „gleiche Buchstabenfolge“ verschieben das Problem einfach von Sätzen zu Wörtern beziehungsweise Buchstaben. Nun ist es aus der Perspektive des Formalisierens sicher legitim, die hier zu leistenden Detailarbeiten an entsprechende Spezialwissenschaften zu delegieren und einfach ein solches Kriterium der *type*-Gleichheit, wie zum Beispiel

(AS) Zwei Äußerungen sind genau dann Äußerungen desselben Satzes, wenn sie aus den gleichen Wörtern in der gleichen Reihenfolge bestehen.

als erklärt vorauszusetzen.[21] Ebenso kann aus der Perspektive des Formalisierens die Frage nach den ontologischen Voraussetzungen verschiedener Begriffe von *type* und *token* ausgeklammert bleiben, weil auch die in diesem Zusammenhang diskutierten Schwierigkeiten in keiner Weise spezifisch für die Problematik des Formalisierens sind.[22]

Im Folgenden werde ich davon ausgehen, dass mit Hilfe eines Kriteriums wie beispielsweise (AS) in jedem Fall eindeutig entschieden werden kann, ob zwei Äußerungen zu demselben Satz-*type* gehören, wobei im Zusammenhang mit dem Formalisieren nicht alle Satz-*types* von Interesse sind, sondern nur die Aussagesätze, das heißt diejenigen Satz-*types,* die den im letzten Kapitel genannten Anforderungen der Wahrheitsdefinitheit und Äquivokationsfreiheit genügen.

---

[20] Vgl. *Goodman: Seven strictures on similarity,* S. 438–439.

[21] Für genauere Erläuterungen zu einem solchen Kriterium vgl. *Goodman: Languages of art,* Kap. IV.2–3. Ich spreche hier von „Gleichheit“ statt „Identität“, weil *type identity* und *token identity* in der *Philosophy of mind* in anderer Bedeutung terminologisch besetzt sind.

[22] Die Verwendung des Terminus *type* soll also keineswegs ein platonistisches Verständnis der *type – token*-Beziehung anzeigen; alles was folgt, kann in eine nominalistische Redeweise von Äußerungen und *replicas* übersetzt werden. Zu den ontologischen Fragen vgl. *Stegmüller: Sprache und Logik,* S. 81–82; *Quine: Quiddities,* Artikel <type–token>, *Goodman: The structure of appearance,* S. 259–263.

Aus der sprachanalytischen Perspektive scheint somit die Frage, was Gegenstand der Formalisierung ist, zufriedenstellend beantwortet. Man könnte hier folgendes Bild zeichnen: Das Formalisieren ist ein Zuordnen von Formeln zu Aussagesätzen, wobei die Formalisierungstheorie angibt, welche Formeln welchen Aussagesätzen als deren adäquate Formalisierung zugeordnet werden können. Für eine vollständige Erklärung, wie mit Hilfe einer logischen Theorie die Gültigkeit konkreter Schlüsse nachgewiesen werden kann, wird zwar auch noch eine Theorie über die Beziehung zwischen Äußerungen und Aussagesätzen benötigt, aber diese Beziehung ist lediglich diejenige zwischen *type* und *token*. Eine zufriedenstellende Erklärung des Verhältnisses zwischen *type* und *token* führt zwar auf philosophische und andere Probleme, aber diese sind nicht spezielle Probleme des Formalisierens, sondern Schwierigkeiten, die letztlich jede Theorie betreffen, die sich auf konkrete sprachliche Äußerungen bezieht.

Leider ist diese Erklärung aber zu einfach. Betrachtet man nämlich die Situation wieder von den logischen Formeln her und versteht Aussagen als das, was zu den Formeln in der Relation der Formalisierung steht, dann können Aussagen nicht mit Aussagesätzen identifiziert werden.

Aussagesätze und Aussagen

Ein typisches Beispiel für die Schwierigkeiten, die aus der Identifizierung von Aussagen mit Aussagesätzen resultieren, ist das Folgende.[23] Sollen Schlüsse wie

(27) Wenn *die Briefmarke ungestempelt ist,* dann ist die Briefmarke nicht wertvoll.
(28) *Die Briefmarke ist nicht gestempelt.*

---

(29) Die Briefmarke ist nicht wertvoll.

als Instanzen des Modus ponens nachgewiesen werden, dann muss man voraussetzen, dass die beiden kursiv gedruckten Inschriften zur gleichen Aussage gerechnet werden können. Nach dem Kriterium „gleiche Wörter in gleicher Reihenfolge“ geht es aber nicht an, diese beiden Äußerungen als Äußerungen desselben Aussagesatzes aufzufassen, weil sie nicht aus den gleichen Wörtern zusammengesetzt sind; „ungestempelt“ und „nicht gestempelt“ mögen zwar die gleiche Bedeutung haben, sind aber zwei verschiedene Ausdrücke.[24] Auch

[23] In einigen Punkten folge ich in diesem Abschnitt *Grandy: What do 'Q' and 'R' stand for anyway?*

[24] Das Beispiel ist noch relativ harmlos. Bei Schlüssen wie

Wenn *die Nachricht nicht erfreulich ist,* dann wird die Nachricht heute nicht veröffentlicht.
Die Nachricht ist unerfreulich.

Also: Die Nachricht wird heute nicht veröffentlicht.

besteht zusätzlich das Problem, dass „nicht erfreulich“ ja nicht einfach das Gleiche, wie „unerfreulich“ heißt – ganz abgesehen von Beispielen mit „unverfroren“, „unsauber“, „unbillig“, „unumgänglich“ usw. (Analog auch im Amerikanischen: *unpleasant, undead, unclean, unionized.*) Listen mit Synkategoremata, die das Präfix „un-“ als Zeichen für die Negation führen, sind also mit Vorsicht zu genießen (z.B. *Quine: Two dogmas of empiricism,* S. 22).

Ersetzen von „ungestempelt“ durch „nicht gestempelt“ in (27) löst das Problem nicht, weil der kursiv gedruckte Teil von (27) dann zu

(30) die Briefmarke nicht gestempelt ist

wird und zwar die gleichen Wörter wie (28), aber nicht in der gleichen Reihenfolge enthält (abgesehen davon, dass (30) kein grammatischer Satz der deutschen Sprache ist). Diese Schwierigkeit betrifft offensichtlich einen großen Teil der in deutscher Umgangssprache formulierten Schlüsse nur schon deshalb, weil das Verb im Deutschen in Haupt- und Nebensätzen nicht an gleicher Stelle steht.[25] Es droht mithin das Resultat, dass (27)–(29) und alle grammatisch analogen Beispiele nicht als Instanzen des Modus ponens formalisiert werden können, wenn man Aussagen mit Aussagesätzen identifiziert.

Übliche Strategien zur Vermeidung dieses Problems bestehen darin, entweder ohne genauere Erklärung anzunehmen, dass Aussagesätze wie (28) und der kursiv gedruckte Teil von (27) der gleichen Aussage zugerechnet werden können, oder das Problem kurzerhand in den Zuständigkeitsbereich der Argumentationsanalyse zu verweisen. Letzteres heißt aber genau genommen, dass der Schluss (27)–(29) trotz allem nicht als Modus ponens formalisiert werden kann, sondern lediglich eine Reformulierung von (27)–(29), wie beispielsweise:

(27') Wenn: die Briefmarke ist nicht gestempelt, dann: die Briefmarke ist nicht wertvoll.

(28') Die Briefmarke ist nicht gestempelt.

(29') Die Briefmarke ist nicht wertvoll.

Wollte man diese Strategie verfolgen, so müsste von der Argumentationsanalyse verlangt werden, dass sie generell Schlüsse in der in diesem Beispiel veranschaulichten Weise reformuliert. Gegen eine solche Lösung spricht, dass es kaum Zweifel daran geben dürfte, dass nicht nur (27')–(29'), sondern selbstverständlich auch (27)–(29) als Instanz des Modus ponens formalisiert werden können. Es ist einfach falsch, die traditionelle Formalisierungspraxis so zu rekonstruieren, dass eigentlich kaum je ein Schluss in der üblichen umgangssprachlichen Formulierung Gegenstand der Formalisierung sein kann, sondern nur Schlüsse, die zuvor in der Argumentationsanalyse einer derart massiven Reformulierung unterzogen wurden.

Lehnt man ein solches allgemeines Reformulieren von Schlüssen in der Argumentationsanalyse ab, scheint sich die übliche Formalisierungspraxis, die auch Schlüsse wie (27)–(29) als Modus ponens behandelt, nur erklären zu lassen, wenn man annimmt, dass das Verhältnis zwischen Aussagesätzen und Aussagen

[25] Angesichts der Trivialität solcher Beispiele ist es erstaunlich, wie selten bemerkt wird, dass das Kriterium „gleiche Wörter in gleicher Reihenfolge“ nicht den gesuchten Begriff der Aussage liefert (ganz zu schweigen vom Kriterium „Ähnlichkeit“). Englischsprachige Autoren können sich hier ein wenig mit der starreren Satzgliedfolge im Englischen entschuldigen.

wesentlich komplexer ist, als dies auf den ersten Blick scheinen mag. Dieses Problemfeld soll nun etwas näher betrachtet werden.

Angenommen, man verfügt über ein Kriterium für die Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen, das es erlaubt, (27)–(29) als Modus ponens zu formalisieren, so stellt sich die Frage, ob man auch bei Schlüssen wie

(31) 2 ist eine Primzahl und 5 ist eine Primzahl.

(32) 5 ist eine Primzahl und 2 ist eine Primzahl.

oder vielleicht sogar bei

(33) Nicht alle Marsbewohner sind grün.

(34) Einige Marsbewohner sind nicht grün.

in gleicher Weise vorgehen sollte, indem man (31) und (32) respektive (33) und (34) als zwei Sätze auffasst, mit denen dieselbe Aussage geäußert wird, so dass dann beide Schlüsse mit Hilfe des trivialen Schemas

(35) $A \Rightarrow_{\mathbf{F}} A$

als formal gültig nachgewiesen werden könnten. Die Gründe, weshalb man das nicht tun sollte, sind schon bei der Diskussion der Propositionen (Kapitel 5.2) vorgebracht worden: (31)–(32) ist wegen der Kommutativität der Konjunktion, und (33)–(34) wegen einer die Quantoren und die Negation betreffenden Äquivalenz gültig – und nicht, weil zweimal dieselbe Aussage geäußert würde. Einen sinnvolleren Nachweis als mit Hilfe des Schemas (35) wird man für die beiden Äquivalenzen (31)–(32) und (33)–(34) nur dann führen können, wenn man (31) und (32) respektive (33) und (34) je als zwei Äußerungen zweier verschiedener Aussagen formalisiert.

Das Problem ist nun, eine Grenze zwischen Beispielen vom Typ (27)–(29) und solchen vom Typ (31)–(32) oder (33)–(34) zu ziehen. Aus den Argumenten zu obigen Beispielen geht hervor, dass man mindestens nicht zulassen darf, dass solche logischen Merkmale, die im betreffenden Formalismus formalisiert werden können, durch den Übergang von Aussagesätzen zu Aussagen kurzerhand beseitigt werden. Ein Kriterium für die Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen muss demnach folgende Bedingung erfüllen:

(A1) Zwei im selben Schluss vorkommende Aussagesätze dürfen im Kontext einer Logik **L** mindestens dann nicht derselben Aussage zugeordnet werden, wenn sie sich durch ein logisches Merkmal unterscheiden, das in **L** formalisiert werden kann.

Damit ergibt sich für die Standardsysteme der Aussagen- und Prädikatenlogik: (27) und (27') können zur selben Aussage gerechnet werden, weil das Vorkommen von „nicht“ und „un-“ in diesen Logiken zwar zu den Merkmalen der logischen Form zählt, aber keine unterschiedliche Formalisierung für die beiden Formen der Negation existiert. Dagegen ist es nicht zulässig, (31) und (32) zur selben Aussage zu rechnen, da die verschiedene Reihenfolge der Konjunktionsglieder in (31) und (32) in der aussagenlogischen Formalisierung durchaus berücksichtigt werden kann. (Auf Beispiel (33)–(34) komme ich gleich noch zu sprechen.)

(A1) ist allerdings nur ein erster Schritt zu einer genaueren Bestimmung des Verhältnisses zwischen Aussagen und Aussagesätzen, weil damit nur bestimmt wird, wann es sicher verboten ist, zwei Aussagesätze zu derselben Aussage zu rechnen, aber nicht, wann das erlaubt ist. Mit anderen Worten: Wie lässt sich die hinreichende Bedingung von (A1) zu einer Bedingung verschärfen, die auch notwendig ist?

1. Gemäss (A1) ist es nur im Hinblick auf die Prädikatenlogik, aber nicht im Rahmen der Aussagenlogik verboten, (33) und (34) zu derselben Aussage zu rechnen. Aus (A1) ergibt sich also im Hinblick auf eine aussagenlogische Formalisierung kein Unterschied zwischen (27)–(29) und (33)–(34); bei beiden Schlüssen sind die fraglichen Gleichsetzungen von (27)–(29) mit (27')–(29') und (33) mit (34) nicht verboten. Aber im Gegensatz zu (27)–(29), das wohl die meisten Aussagenlogiker als Modus ponens nachweisen möchten, ist es völlig inakzeptabel, (33) und (34) zur selben Aussage zu rechnen, weil damit der offensichtlich aus prädikatenlogischen Gründen gültige Schluss von (33) auf (34) als ein Schluss dargestellt wird, der aus trivialsten aussagenlogischen Gründen, nämlich aufgrund von (35), gültig ist. (A1) schließt also nicht aus, die Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen so zu handhaben, dass jede prädikatenlogische Äquivalenz in dieser Weise aussagenlogisch „nachgewiesen“ werden kann. Verallgemeinert man dieses Prinzip, dass prädikatenlogisch relevante Differenzen in der Aussagenlogik nicht einfach eliminiert werden dürfen, so ergibt sich folgende Verschärfung zu (A1):

(A2) Zwei im selben Schluss vorkommende Aussagesätze dürfen im Kontext einer Logik **L** mindestens dann nicht derselben Aussage zugeordnet werden, wenn dies im Kontext einer anderen Logik nach (A1) verboten ist.

Die Formulierung „im Kontext einer anderen Logik“ wirft sofort die Frage auf, welche anderen Logiken im Zusammenhang mit (A2) zu berücksichtigen sind. Dazu zwei präzisierende Anmerkungen:

Einerseits ist (A2) nicht so zu verstehen, dass die bloße Tatsache, dass irgend jemand schon einmal eine logische Theorie vorgeschlagen hat, die es erlaubt, die fraglichen Aussagesätze verschieden zu formalisieren, bereits ausreichend Grund dafür ist, dass diese in jedem Falle verschiedenen Aussagen zugeordnet werden müssen. Welche Logiken bei der Anwendung von Bedingung (A2) berücksichtigt werden sollen, hängt nicht einfach nur davon ab, welche logischen Systeme es faktisch gibt, sondern davon, welche logischen Systeme im Kontext des Formalisierens als relevant betrachtet werden. In der Praxis ist die Antwort auf diese Frage oftmals weitgehend durch rein pragmatische Erwägungen vorgegeben.

Man berücksichtigt diejenigen Logiken, die man selbst gut kennt, die im aktuellen Lehrbuch behandelt werden, die zufriedenstellend implementiert werden können usw. Grundsätzlich ist aber zu fordern, dass Entscheidungen, bestimmte Logiken zu berücksichtigen und andere nicht, auch theoretisch begründet werden durch Argumente, die sich auf Eigenschaften der betreffenden logischen Systeme oder auf Hintergrundtheorien, beispielsweise Theorien des Sprachhandelns oder der Bedeutung, beziehen.

Andererseits ist der Bezug auf andere Logiken in (A2) nicht so zu verstehen, dass dabei nur voll entwickelte logische Theorien berücksichtigt werden könnten. Vielmehr wird man sich gerade dann auf (A2) berufen wollen, wenn es um die Formalisierung von logischen Merkmalen geht, die in den zur Verfügung stehenden logischen Systemen zwar noch nicht in zufriedenstellender Weise formalisiert werden können, für die man aber eine logische Theorie entwickeln möchte. Wer beispielsweise am Projekt einer Logik arbeitet, in der die Unterschiede zwischen den verschiedenen umgangssprachlichen Quantifikationsausdrücken wie „manche", „einige", „mindestens ein", „wenige" usw. adäquat formalisiert werden können, sollte sich auf (A2) berufen können, um gegen die Praktik zu argumentieren, in all diesen Fällen einfach mit Existenzquantoren zu formalisieren.

Wie der Effekt der Bedingung (A2) davon abhängt, welche Logiken bei ihrer Anwendung in Betracht gezogen werden, kann gut anhand der bisher diskutierten Beispiele gezeigt werden. Beschränkt man sich auf die Standardsysteme der Aussagen- und Prädikatenlogik, so ergibt sich das erwartete Resultat: (27) und (27') können als Sätze behandelt werden, in denen dieselbe Aussage geäußert wird; aber bei (31) und (32) und auch bei (33) und (34) ist das in der Aussagenlogik nicht zulässig. Damit lässt sich (27)–(29) als Instanz des Modus ponens formalisieren, ohne dass der Nachweis für (31)–(32) und (33)–(34) auf die Trivialität, dass jede Aussage aus sich selbst folgt, reduziert werden könnte. Würde man andererseits eine Aussagenlogik einführen, die es erlaubt, mit „nicht" und mit „un-" formulierte Negationen verschieden zu formalisieren und dann die Äquivalenz von Aussagen, die sich nur darin unterscheiden, nachzuweisen, so wäre es nach (A2) nicht mehr erlaubt, den Schluss (27)–(29) als Instanz des Modus ponens zu behandeln, weil (A2) dann kein Kriterium für die Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen zuließe, das es erlaubt

(36) die Briefmarke ungestempelt ist
(28) Die Briefmarke ist nicht gestempelt.

als Äußerungen derselben Aussage zu behandeln. Verfolgte man konsequent eine solche Strategie, so müsste man letztlich wieder bei (AS) landen und für die Äquivalenz zweier beliebiger Aussagesätze, die nicht als Wortfolgen identisch sind, einen logischen Nachweis verlangen.[26]

[26] Vgl. dazu die Diskussion um weitere Beispiele von Aussagen, die mit „un-" negierte Adjektive enthalten, in *Stegmüller: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie,* Bd. II, S. 43, und *Blau:*

2. Ein weiteres Problem mit Beispiel (27)–(29) besteht darin, dass sich die beiden Aussagesätze, in denen dieselbe Aussage geäußert wird, in Bezug auf die Stellung der Satzglieder unterscheiden. Damit das berücksichtigt werden kann, müsste eine präzisere Formulierung des Verhältnisses zwischen Aussagesätzen und Aussagen wesentlich auf grammatische Strukturen Bezug nehmen. Dazu ein weiteres Beispiel: Soll der Schluss

(37) Wenn es mehr Leerwohnungen als Wohnungssuchende gibt, sinken die Mieten.
(38) Es gibt mehr Leerwohnungen als Wohnungssuchende.
(39) Die Mieten sinken.

als Instanz eines Modus ponens formalisiert werden, dann müssen (38) und

(40) es mehr Leerwohnungen als Wohnungssuchende gibt

als zwei Aussagesätze gelten, in denen dieselbe Aussage geäußert wird, nicht aber (38) und

(41) Es gibt mehr Wohnungssuchende als Leerwohnungen.

Das hat zweierlei Konsequenzen: Einerseits muss eine entsprechende Bedingung an die Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen auf grammatische Strukturen der Aussagesätze Bezug nehmen, um festlegen zu können, welche Umstellungen von Satzgliedern dazu führen, dass eine neue Aussage vorliegt – und welche nicht. Andererseits müssen die Aussagen selbst als grammatisch strukturiert aufgefasst werden, damit auf der Ebene von Aussagen beispielsweise zwischen (38) und (41) unterschieden werden kann.[27]

Probleme mit Aussagen als Gegenstand der Formalisierung

Damit sind zwar einige Bedingungen aufgezählt, die ein Kriterium, das das Verhältnis von Aussagesätzen zu Aussagen regelt, erfüllen müsste. Das Resultat ist aber mehr eine detailliertere Beschreibung des Problems als ein Lösungsvorschlag.[28] Das Hauptproblem besteht darin, die grammatischen Bedingungen auszuformulieren, die darüber entscheiden, welche Aussagesätze derselben Aussage zugeordnet werden können und welche nicht. Eine weitere Schwierigkeit ist, dass Bedingung (A1) und damit auch (A2) voraussetzt, dass man zwischen logischen Merkmalen unterscheiden kann, die sich in einem bestimmten Formalismus formalisieren lassen, und solchen, bei denen das nicht möglich ist. Das wiederum unterstellt, dass man erklären kann, was es bedeutet, ein logisches Merkmal zu formalisieren. Davon war aber bisher nicht die Rede, sondern nur von der Formalisierung ganzer Aussagen.

Die dreiwertige Logik der Sprache, Kap. I.1.

27 Vgl. die Vorschläge in *Grandy: What do 'Q' and 'R' stand for anyway?,* S. 56–60.

28 Ich werde in den Kapiteln 12.1 und 12.2 nochmals auf diese Probleme zurückkommen.

In Anbetracht dieser Probleme stellt sich natürlich die Frage, ob dies nicht letztlich einfach gegen Aussagen als Gegenstand der Formalisierung spricht. Da Äußerungen wegen ihrer Unwiederholbarkeit als Gegenstand der Formalisierung nicht in Frage kommen, könnten allenfalls Propositionen wieder als Alternative zu Aussagen attraktiv erscheinen. Tatsächlich würden damit aber die Schwierigkeiten nur noch vermehrt. Erstens stellen sich sämtliche Probleme, die bei der Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen gelöst werden müssen, auch im Zusammenhang mit Propositionen, wenn angegeben werden soll, welche Kriterien darüber entscheiden, ob zwei Sätze dieselbe Proposition ausdrücken oder nicht. Zweitens würde man sich, weil Propositionen keine grammatische Struktur haben, das unüberwindliche Problem einhandeln, dass auf der Ebene von Propositionen allen grammatischen Unterschieden zwischen Sätzen nichts mehr entspricht. Damit würde eine ganze Reihe von Differenzen, die sich in den obigen Überlegungen für gleiches oder verschiedenes Formalisieren als entscheidend erwiesen haben, auf der Ebene von Propositionen einfach eliminiert. Propositionen als Gegenstand der Formalisierung bieten also den heimtückischen Vorteil, dass eine Reihe von Schwierigkeiten dadurch zum Verschwinden gebracht wird, dass diese einfach nicht mehr formuliert werden können.

Widersteht man der Versuchung, die in diesem Kapitel erörterten Fragen durch das Einführen von Propositionen unter den Teppich zu kehren, so resultiert als Problemlage für die Frage nach dem Gegenstand der Formalisierung:

1. *Begriff der Aussage.* Versteht man unter Aussagen das, was den Formeln in der Relation „… ist eine Formalisierung von …" gegenübersteht, so geht aus der bisherigen Diskussion hervor, dass Aussagen weder mit Äußerungen, mit Aussagesätzen, noch mit Propositionen gleichgesetzt werden können. Im Unterschied zu Äußerungen, die konkrete Einzeldinge oder -ereignisse sind, kann dieselbe Aussage wiederholt werden, im Gegensatz zu Propositionen sind Aussagen grammatisch strukturiert, und von Aussagesätzen unterscheiden sich Aussagen dadurch, dass ihre grammatische Struktur nicht einfach mit einer Abfolge von Wörtern, Buchstaben oder Lauten identifiziert werden kann. In welcher Weise genau Aussagen grammatisch strukturiert sein müssen, ist eine Frage, die im Hinblick auf konkrete logische Theorien beantwortet werden müsste, wobei sicher die Prinzipien (A1) und (A2) zu berücksichtigen wären. Auf diesen Punkt werde ich in Kapitel 10.3 nochmals zurückkommen.

2. *Gegenstand der Formalisierung.* Zu Beginn dieses Kapitels sind zwei Perspektiven unterschieden worden, von denen her nach dem Gegenstand der Formalisierung gefragt werden kann. Die nachfolgenden Erörterungen haben gezeigt, dass man durchaus verschiedene Antworten erhalten kann, je nachdem, ob man vom Problem ausgeht, wie Aussagen formalisiert werden können, oder von der Frage, wofür die logischen Symbole stehen. Während es von der sprachanalytischen Fragestellung her sinnvoll ist, Aussagesätze als Gegenstand der Formalisierung anzunehmen, hat die Diskussion im letzten Abschnitt ergeben, dass vom

logischen Formalismus her gesehen Aussagen als Gegenstand der Formalisierung gelten müssen. Vertritt man nun ohne weitere Erläuterungen, dass Aussagen Gegenstand der Formalisierung sind, so lädt dies dazu ein, den Ausdruck „Aussage“ in verschiedener Weise zu verstehen, je nachdem, ob von der Sprachanalyse oder vom logischen Formalismus her über die Relation der Formalisierung gesprochen wird. Man kann vermuten, dass die Frage nach dem Gegenstand der Formalisierung unter anderem deshalb ein so kontrovers diskutiertes Problem in der Philosophie der Logik ist, weil oft unbemerkt bleibt, dass diese Frage aus zwei unterschiedlichen Perspektiven gestellt werden kann.

Aussagen als Gegenstand der Formalisierung

Soll nun im Hinblick auf das Projekt einer Theorie der adäquaten Formalisierung bestimmt werden, was Gegenstand der Formalisierung ist, so muss zunächst untersucht werden, welche Rolle die beiden am Anfang dieses Kapitels unterschiedenen Perspektiven in diesem Zusammenhang spielen.

Geht man davon aus, dass die Frage nach dem Gegenstand der Formalisierung als die Frage, wofür logische Formeln stehen, zu verstehen ist, so wird man nach den Überlegungen in den obigen Abschnitten vertreten müssen, dass Aussagen, nicht Aussagesätze, Gegenstand der Formalisierung sind. Von diesem Standpunkt aus ist es nahe liegend, das Projekt einer Formalisierungstheorie aufzuteilen in eine Theorie der Aussagenanalyse, die die Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen regelt, und eine Formalisierungstheorie im engeren Sinne, die sich mit der Formalisierung von Aussagen befasst. Weiterhin mag es sich anbieten, die Aussagenanalyse einfach als ein dem Formalisieren vorgelagertes „vortheoretisches“ Problem aufzufassen, das die Logik getrost ignorieren oder zumindest an die Linguistik delegieren kann. Unterstellt man eine solche Auffassung von Formalisieren und Aussagenanalyse, ist es nicht weiter erstaunlich, dass die in den letzten Abschnitten erläuterten Probleme der Aussagenanalyse in der Literatur kaum Beachtung finden.

Die Auffassung, dass die Aussagenanalyse aus logischer Sicht kein wichtiges Problem darstellt, ist aus zwei Gründen abzulehnen. Erstens handelt es sich bei der Aussagenanalyse ohne Frage um ein spezifisch logisches Problem, da der Begriff der Aussage vom logischen Formalismus her erklärt werden muss. Gliederte man die Aussagenanalyse einfach als ein vortheoretisches Problem aus dem Projekt einer Formalisierungstheorie aus, so würde damit ein wesentlicher Teil der logischen Analyse schlicht ignoriert beziehungsweise vorausgesetzt. Zweitens: Wenn das Ziel einer Theorie der adäquaten Formalisierung weiterhin darin bestehen soll, den Begriff der adäquaten Formalisierung so zu erklären, dass die Adäquatheit konkreter Formalisierungen entschieden werden kann, muss man berücksichtigen, dass Aussagen nur als Äußerungen gegeben sein können, und kann also das Formalisieren nicht bei den Aussagen beginnen lassen, sondern muss auch die Aussagenanalyse zur Formalisierung rechnen.

Insgesamt bedeutet dies, dass die sprachanalytische Perspektive für das Projekt der Formalisierung zu wichtig ist, als dass Aussagesätze als Gegenstand der Formalisierung aufgegeben werden können.

Ich betone hier den sprachanalytischen Aspekt der Formalisierung deshalb, weil nur von diesem Gesichtspunkt her die beim Formalisieren zu lösenden Probleme klar formuliert werden können.[29] Für eine Rekonstruktion des traditionellen Projekts der Formalisierung, wie ich sie in den folgenden Kapiteln beabsichtige, wäre es allerdings nicht sinnvoll, die Formalisierung ausschließlich von der sprachanalytischen Perspektive her zu untersuchen. Vielmehr ist es für dieses Projekt gerade charakteristisch, dass es zwar auf eine Sprachanalyse abzielt, aber in vielen wichtigen Fragen mehr vom logischen Formalismus als von der Umgangssprache ausgeht, was wiederum nicht ausschließt, dass oftmals auch die Umgangssprache betreffende Gesichtspunkte darüber entscheiden, was als adäquate Formalisierung gilt. Es ist deshalb davon auszugehen, dass die Frage, was Gegenstand der Formalisierung ist, im Hinblick auf die traditionelle Formalisierungspraxis schlicht nicht eindeutig beantwortet werden kann. Dies schlägt sich nicht nur in sehr vielen Argumentationen um die Adäquatheit von Formalisierungen nieder, es zeigt sich auch darin, dass in der gängigen Formalisierungspraxis und ihrer Vermittlung in Lehrbüchern kaum je eine konsequente Aufteilung der Formalisierung in Aussagenanalyse und „eigentliche" Formalisierung, so wie sie oben skizziert wurde, zu finden ist. Man wird deshalb den traditionellen Formalisierungsproblemen eher gerecht werden können, wenn man nicht von Beginn weg eine solche Strukturierung des Problems in Aussagenanalyse plus Formalisierung voraussetzt und dann versucht, die gängigen Argumente für oder gegen bestimmte Formalisierungen darauf zu beziehen. Aus diesem Grund werde ich im Folgenden keine Trennung zwischen Formalisierungsproblemen im engeren Sinne und Problemen der Aussagenanalyse voraussetzen und entsprechend auch weiterhin von der Formalisierung von Aussagen sprechen. Allerdings werde ich in vielen meiner Argumentationen den sprachanalytischen Gesichtspunkt der Formalisierung viel stärker gewichten, als dies allgemein üblich ist, und in solchen Zusammenhängen den Begriff der Aussage dann auch mehr im Sinne von Aussagesätzen verwenden. Leitend für ein solches Vorgehen ist die Idee, dass eine Theorie der adäquaten Formalisierung im Optimalfall bloß den Begriff des Aussagesatzes voraussetzen müsste und auf dieser Grundlage vollständig erklären würde, unter welchen Bedingungen eine Formel einem Satz als adäquate Formalisierung zugeordnet werden kann.

---

29 Probleme der Aussagenanalyse werden in den folgenden Kapiteln immer wieder auftauchen, besonders prominent, wenn es in Kapitel 12.1 und 12.2 um das Formalisieren äquivalenter Aussagen geht.

6 Formeln als Resultate des Formalisierens

Bisher bin ich davon ausgegangen, dass offensichtlich ist, was das Resultat des Formalisierens ist, was also in der Relation der Formalisierung einer Aussage gegenübersteht: eine Formel. Dies ist allerdings eine unvollständige und ungenaue Bestimmung. Formalisiert man zum Beispiel der üblichen Praxis folgend

(1) Alle Pferde sind Tiere.

(1.1) $\forall x(f(x)\rightarrow g(x))$

dann stellt sich die Frage, wie die nichtlogischen Zeichen „f" und „g" in solchen Beispielen zu deuten sind: als (deskriptive) Konstanten, Variablen oder schematische Buchstaben?[1] Darauf werde ich in Kapitel 6.2 eingehen und erklären, weshalb man die in einer Formalisierung vorkommenden Symbole am besten als Konstanten auffasst. Zuvor muss noch ein anderes Problem diskutiert werden: Eine Formel wie (1.1) ist als Resultat des Formalisierens unvollständig, weil ihr nicht entnommen werden kann, wofür die Symbole stehen, die sie enthält.

6.1 Korrespondenzschemata

Wäre das Resultat des Formalisierens einfach eine Formel, so könnte im Allgemeinen nicht entschieden werden, ob eine Formalisierung einer Aussage adäquat ist oder nicht. Nimmt man beispielsweise an, dass

(2) Wenn *Torquato Tasso* aufgeführt wird, schlafen viele Zuschauer.

mit Hilfe eines Konditionals aussagenlogisch adäquat mit

(3) $p\rightarrow q$

formalisiert werden kann, so muss man sich – da das Konditional nicht kommutativ ist – entscheiden, welche Teilaussage von (2) das Antezedens und welche das Konsequens dieses Konditionals ist. In der Formel (3) gibt es aber nichts, dem entnommen werden könnte, wie diese Entscheidung getroffen wurde. Auch die Aussage

(4) Wenn viele Zuschauer schlafen, wird *Torquato Tasso* aufgeführt.

die sich von (2) gerade durch Vertauschung von Antezedens und Konsequens des Konditionals unterscheidet, kann mit derselben Formel

(5) $p\rightarrow q$

formalisiert werden. Obwohl (3) und (5) die gleiche Formel sind, müssen sie sich – wenn es sich um adäquate Formalisierungen handeln soll – natürlich darin

[1] In dieser Frage ist eine Unterscheidung zwischen logischen und nichtlogischen Zeichen vorausgesetzt. Es spielt hier aber keine Rolle, wie sich logische Konstanten *im Allgemeinen* von nichtlogischen Zeichen abgrenzen lassen (vgl. Kapitel 4.2.2); es genügt, wenn im Einzelfall klar ist, welche Zeichen in der betreffenden formalen Sprache als logische Konstanten verwendet werden, was sich durch eine einfache Definition (z.B. mit einer Liste) angeben lässt.

unterscheiden, dass „p“ und „q“ in (3) und (5) nicht für die gleichen Aussagen stehen. Damit man entscheiden kann, ob (3) und (5) adäquate Formalisierungen von (2) respektive (4) sind, braucht man deshalb zusätzlich zur Formel die Angabe, wofür die verwendeten deskriptiven Konstanten stehen. Im Folgenden werde ich eine Tabelle, die dies angibt, als *Korrespondenzschema* bezeichnen und als obligatorischen Bestandteil jeder Formalisierung auffassen. Das ist insofern ein eher unübliches Vorgehen, als in der Praxis meist ohne irgendwelche diesbezüglichen Kommentare einfach darauf vertraut wird, dass die Konstanten an die entsprechenden umgangssprachlichen Ausdrücke erinnern, oder dass aus dem Kontext hervorgeht, wofür sie stehen.[2] Wie wenig Beachtung dieses Problem erhält, zeigt sich nur schon darin, dass es wohl kaum zwei Autoren gibt, die die gleiche Bezeichnung für das, was hier „Korrespondenzschema“ genannt wird, verwenden.[3]

Im Folgenden wird also die Angabe eines Korrespondenzschemas nicht bloß eine Bedingung für die Adäquatheit einer Formalisierung sein, sondern eine Bedingung dafür, dass überhaupt eine Formalisierung gegeben ist. Als adäquate Formalisierung von (2) könnte dann beispielsweise

(6)	$p \rightarrow q$	p: *Torquato Tasso* wird aufgeführt q: viele Zuschauer schlafen

betrachtet werden. Die Formalisierung

(7)	$p \rightarrow q$	p: viele Zuschauer schlafen q: *Torquato Tasso* wird aufgeführt

mit derselben Formel und einem anderen Korrespondenzschema wäre dagegen nicht adäquat.

Um genauer zu bestimmen, wie Korrespondenzschemata auszusehen haben, betrachten wir ein prädikatenlogisches Beispiel:

(8) Zwar ist jedes psychische Ereignis durch ein physisches Ereignis verursacht, aber es gibt keine physischen Ereignisse, die durch ein psychisches Ereignis verursacht sind.

---

[2] Ausnahmen sind z.B. Copi und LePore, die die Richtlinie, nach Möglichkeit den ersten Buchstaben eines entsprechenden umgangssprachlichen Ausdrucks als Konstante zu verwenden, wenigstens ausdrücklich erwähnen. (*Copi: Symbolic logic,* S. 63; *Copi, Cohen: Introduction to logic,* S. 430; *LePore: Meaning and argument,* S. 44, vgl. auch S. 192–194.)

[3] „Korrespondenzschema“ *(correspondence scheme)* ist von *Sainsbury: Logical forms,* S. 51, entliehen. Andere Bezeichnungen sind z.B. „Abkürzungsliste“ *(von Savigny: Grundkurs im wissenschaftlichen Definieren),* „Parameter-Deutung“ *(Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik),* „*Zuordnung* der deskriptiven Konstanten zu Elementarausdrücken, für die sie eingesetzt wurden“ *(Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache),* „scheme of abbreviation“ *(Kalish, Montague, Mar: Logic),* „dictionary“ *(Purtill: A logical introduction to philosophy; LePore: Meaning and argument),* „translation key“ oder auch nur „key“ *(Gamut: Logic, language, and meaning).*

Wenn diese Aussage mit der Formel

(9) $\forall x(f(x)\rightarrow\exists y(g(y)\wedge h(x,y)))\wedge\neg\exists x\exists y(g(x)\wedge f(y)\wedge h(x, y))$

formalisiert werden soll, muss das Korrespondenzschema so lauten:

(10)	f(x):	x ist ein psychisches Ereignis
	g(x):	x ein physisches Ereignis
	h(x,y):	x ist durch y verursacht

Dieses Beispiel motiviert eine Reihe von formalen Eigenschaften von Korrespondenzschemata:

1. Ein Korrespondenzschema zu einer Formel φ ist eine Tabelle, die mindestens für jede der in φ vorkommenden deskriptiven Konstanten einen (und nur einen) Eintrag enthält, der angibt, wofür diese Konstante steht, indem er ihr einen umgangssprachlichen Ausdruck zuordnet. Ein Korrespondenzschema zu einer Formel kann also auch Einträge für Konstanten enthalten, die in dieser Formel gar nicht vorkommen. Bei Formalisierungen einzelner Aussagen macht dies im Allgemeinen keinen Sinn, ist aber nützlich bei der Formalisierung von Schlüssen oder wenn Beziehungen zwischen Formalisierungen untersucht werden sollen. (Vgl. unten S. 142.)

2. Die den Konstanten zugeordneten umgangssprachlichen Ausdrücke müssen den Konstanten in Bezug auf die syntaktische Kategorie entsprechen. Beispielsweise müssen für Aussagenkonstanten Aussagen und für Prädikatskonstanten umgangssprachliche Prädikate mit entsprechender Stellenzahl angegeben werden. Eine präzise Formulierung dieser Bedingung ist alles andere als trivial, weil sie eine Syntax der Umgangssprache voraussetzt, die es erlaubt, eine Zuordnungsfunktion zwischen syntaktischen Kategorien der Umgangssprache und der formalen Sprache anzugeben. Dies bedeutet aber, dass man über eine Syntax der Umgangssprache verfügen muss, die wesentlich an der Formalisierung umgangssprachlicher Aussagen orientiert ist. Der paradigmatische Vorschlag, die formalen Bedingungen anzugeben, die in diesem Zusammenhang an eine Syntax der Umgangssprache und eine entsprechende Zuordnung syntaktischer Kategorien zu stellen sind, findet sich in Montagues Theorie der *universal grammar*.[4] Für das traditionelle Problem der adäquaten Formalisierung ist hingegen charakteristisch, dass in dieser Hinsicht keine über die üblichen grammatischen Theorien hinausgehende Analyse der Umgangssprache vorausgesetzt wird; vielmehr wird das Formalisieren selbst als der Versuch, die Umgangssprache mit logisch relevanten Kategorien zu analysieren, aufgefasst.

3. Für die Zuordnung von umgangssprachlichen Prädikaten zu Prädikatskonstanten muss eine Möglichkeit vorgesehen werden, auf die verschiedenen Argumentstellen Bezug zu nehmen. In den obigen Beispielen habe ich zu diesem Zweck die gleichen Buchstaben verwendet, wie sie als Individuenvariablen in Formeln vorkommen. Da diese Hilfszeichen ausschließlich in

[4] Vgl. dazu die Literaturhinweise im Exkurs zu Montague in Kapitel 12.4.3.

Korrespondenzschemata verwendet werden, ist eine Verwechslung mit Individuenvariablen ausgeschlossen. Ich verzichte deshalb auf die Einführung spezieller Symbole.[5]

4. Ich werde im Folgenden immer davon ausgehen, dass die Zuordnung von Konstanten und umgangssprachlichen Ausdrücken im Korrespondenzschema eineindeutig ist. Man könnte zwar durchaus zulassen, dass verschiedenen Konstanten derselbe umgangssprachliche Ausdruck zugeordnet wird,[6] aber den vielen Komplizierungen, die sich daraus ergeben, steht kein nennenswerter Gewinn gegenüber. Besteht man auf eineindeutigen Korrespondenzschemata, bedeutet das zwar, dass nur noch solche Formalisierungen zulässig sind, bei denen nicht nur die Verschiedenheit, sondern auch die Gleichheit des Inhalts zur logischen Form gerechnet wird. (Vgl. dazu die Anmerkung in Kapitel 4.3, S. 113.) Dies stellt allerdings keine wesentliche Einschränkung dar, weil das Einführen zusätzlicher Konstanten, die denselben Ausdrücken wie andere Konstanten zugeordnet sind, offensichtlich an der Adäquatheit einer Formalisierung nichts ändern kann. Zudem können die so ausgeschlossenen Formalisierungen leicht nach einem offensichtlichen Verfahren angegeben werden.

Bislang wurden Korrespondenzschemata nur im Zusammenhang mit der Formalisierung einzelner Aussagen betrachtet. Geht es um die Formalisierung von Schlüssen, so müssen die eben erläuterten Bedingungen, denen ein Korrespondenzschema zu genügen hat, auf die Ebene von Schlüssen übertragen werden, damit sichergestellt ist, dass dieselben Konstanten im Kontext des ganzen Schlusses für dieselben umgangssprachlichen Ausdrücke stehen. Um diese Bedingung genauer formulieren zu können, ist es zweckmäßig, die folgenden zwei Beziehungen zwischen Korrespondenzschemata zu definieren:

(K1) Zwei Korrespondenzschemata sind genau dann *kompatibel,* wenn jeder deskriptiven Konstante, die in beiden Korrespondenzschemata vorkommt, in beiden Korrespondenzschemata derselbe umgangssprachliche Ausdruck zugeordnet wird.

(K2) Zwei Korrespondenzschemata sind genau dann *gleich,* wenn sie kompatibel sind und keine deskriptive Konstante nur in einem der beiden Korrespondenzschemata vorkommt.

Bei der Formalisierung von Schlüssen ist zu fordern, dass die Korrespondenzschemata der Formalisierungen aller beteiligten Aussagen paarweise kompatibel sind. Zur Vereinfachung kann man von der Konvention ausgehen, dass alle Aussagen, aus denen ein Schluss besteht, mit dem gleichen Korrespondenz-

---

[5] Als Hilfszeichen für die Bezugnahme auf Argumentstellen in Prädikaten würden sich z.B. die von Stegmüller verwendeten *Markierungszeichen* $*_1$, $*_2$, …, Quines *Kreisziffern* ①, ②, … oder Russells Schreibweise $\hat{x}$, $\hat{y}$, … anbieten. Vgl. *Quine: Methods of logic (1),* S. 131; *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 78; *Whitehead, Russell: Principia mathematica,* S. 14–15 (vgl. auch *Frege: Grundgesetze der Arithmetik,* I, S. 5–6; *Reichenbach: Elements of symbolic logic,* §17).

[6] Vgl. z.B. die Definitionen in *Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 8–9, 127–128, 209.

schema formalisiert werden; dieses den verschiedenen Formalisierungen gemeinsame Korrespondenzschema wird dann auch nur einmal angegeben. (Dabei muss im Allgemeinen von der Möglichkeit Gebrauch gemacht werden, dass das Korrespondenzschema einer bestimmten Formel auch Einträge zu Konstanten enthalten kann, die in dieser Formel nicht vorkommen.)

Aus der Forderung, beim Formalisieren von Schlüssen kompatible Korrespondenzschemata zu verwenden, resultiert, dass bei der Formalisierung eines Schlusses die Aussagen, aus denen er besteht, nicht vollständig unabhängig voneinander formalisiert werden können, weil die Wahl deskriptiver Konstanten dadurch eingeschränkt ist, dass diese im Kontext all dieser Aussagen in eineindeutiger Weise umgangssprachlichen Ausdrücken zugeordnet werden müssen. Es ist aber im Allgemeinen ohne Schwierigkeiten möglich, zuerst alle Aussagen, aus denen ein Schluss besteht, einzeln zu formalisieren, und anschließend so lange Konstanten zu ersetzen, bis kompatible Korrespondenzschemata für alle diese Aussagen angegeben werden können;[7] damit kann dann ohne weiteres zu einem gemeinsamen Korrespondenzschema übergegangen werden.

Da also zu jeder Formalisierung ein Korrespondenzschema gehört, kann man den Begriff der Formalisierung (im Sinne des Resultats, nicht des Prozesses) so definieren:

(F1) Eine Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ in einer Logik $\mathbf{L}$ ist ein geordnetes Paar $\langle\varphi,\kappa\rangle$, bestehend aus einer Formel φ von $\mathbf{L}$ und einem Korrespondenzschema κ.

Zur Vereinfachung werde ich im Folgenden allerdings davon absehen, in jedem Fall, wenn vom Resultat einer Formalisierung die Rede ist, das Korrespondenzschema explizit zu erwähnen und gelegentlich einfach von der Formel, die einer Aussage zugeordnet wird, sprechen. Ebenso wird im Allgemeinen das gleichlautende Korrespondenzschema bloß einmal angegeben, wenn mehrere Aussagen mit denselben Konstanten formalisiert oder für dieselbe Aussage mehrere Formalisierungen mit denselben Konstanten angegeben werden. Es gilt aber in jedem Fall: eine Formalisierung einer Aussage besteht aus einer Formel und einem Korrespondenzschema und zwei Formalisierungen sind nur dann gleich, wenn sie aus gleichen Formeln und gleichen Korrespondenzschemata bestehen.

6.2 *Formeln*

6.2.1 *Die doppelte Funktion der nichtlogischen Zeichen*

Nach der Einführung der Korrespondenzschemata muss noch der Formel-Teil von Formalisierungen genauer betrachtet werden. Soviel ist klar: Formeln sind wohlgeformte Ausdrücke einer formalen Sprache, die meist aus Elementen verschiedener syntaktischer Kategorien aufgebaut sind. Die Probleme, um die es

[7] Vgl. dazu die Ausführungen über Notationsvarianten in Kapitel 13.2.

hier geht, beziehen sich darauf, wie die in Formeln vorkommenden nichtlogischen Zeichen, das heißt diejenigen Zeichen, die nicht zu den logischen Konstanten oder den Hilfszeichen gerechnet werden, zu deuten sind. Die Schwierigkeiten beginnen schon bei der Terminologie: solche Zeichen werden von verschiedenen Autoren als „(deskriptive) Konstanten", „Variablen", „schematische Buchstaben", „Parameter" usw. bezeichnet, wobei diese Bezeichnungen auch noch in verschiedener Bedeutung verwendet werden. In diesem Punkt werde ich im Folgenden einfach einige terminologische Entscheidungen treffen, aber keinen Versuch machen, auf alle gängigen Verwendungsweisen dieser Termini einzugehen. Als neutraler Ausgangspunkt für die Diskussion kann „nichtlogische Zeichen" dienen. Hinter dem terminologischen Wirrwarr steht natürlich ein sachliches Problem, das in einer ersten Näherung so umrissen werden kann: Sind die Formeln, die beim Formalisieren Aussagen oder Schlüssen zugeordnet werden, Schemata, die durch verschiedene Aussagen oder Schlüsse instantiiert werden können, oder handelt es sich um Ausdrücke, die konstant sind, insofern sie für ganz bestimmte Aussagen oder Schlüsse stehen oder in einer ganz bestimmten Weise zu interpretieren sind?

Die zentrale Schwierigkeit ist Folgende: Betrachtet man das Formalisieren, wie ich das in Teil I getan habe, von der zentralen Zielsetzung der Logik aus, so ist es primär aus seiner Funktion im Kontext von Gültigkeitsnachweisen für Schlüsse mit Hilfe eines logischen Formalismus zu verstehen. Da ein Schluss genau dann formal gültig ist, wenn er eine Instanz eines gültigen Schlussschemas ist, geht es aus dieser Perspektive beim Formalisieren um die Frage, welche Schlüsse Instanzen welcher Schlussschemata und somit welche Aussagen Instanzen welcher Aussageschemata sind. Von da her wird man die beim Formalisieren resultierenden Formeln als Schemata interpretieren wollen, das heißt als Ausdrücke, die von Aussagen beziehungsweise Schlüssen beliebigen Inhalts instantiiert werden können. Andererseits hat sich im letzten Kapitel gezeigt, dass die Adäquatheit einer Formalisierung nur beurteilt werden kann, wenn klar ist, welchen umgangssprachlichen Ausdrücken die verschiedenen nichtlogischen Zeichen, die eine aus dem Formalisieren resultierende Formel enthält, entsprechen. Von diesem Gesichtspunkt aus können solche Formeln also nicht schematische Ausdrücke sein, sondern müssen, da sie und ihre Teile für ganz bestimmte Aussagen oder Teile von Aussagen stehen, als Konstanten aufgefasst werden. Im Zusammenhang mit der Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ eines gegebenen Schlusses S ergibt sich dann zum Beispiel für die nichtlogischen Zeichen der Aussagenlogik folgendes Problem: Einerseits müssen diese Zeichen als schematische Buchstaben für beliebige Aussagen verwendet werden können, weil dies entscheidend dafür ist, dass mit Hilfe der Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ die formale Gültigkeit des Schlusses S nachgewiesen werden kann. Andererseits sind solche Zeichen im Zusammenhang mit der Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ Konstanten, die für ganz bestimmte Aussagen stehen, nämlich für diejenigen, die ihnen das Korrespondenzschema zuordnet. Dies wiederum ist entscheidend dafür, dass die Adäquatheit der Formalisierung **Φ** überhaupt beurteilt werden kann. Das Problem ist also nicht, dass dieselben Zeichen im Zusammenhang mit verschiedenen Formalisierungen für Verschiedenes stehen können, im Zusammenhang mit einer Formalisierung aber nur für etwas Bestimmtes, sondern vielmehr, dass dieselben Zeichen im Zusammenhang derselben Formalisierung sowohl für etwas Bestimmtes wie auch für Verschiedenes stehen müssen.

Die nichtlogischen Zeichen müssen demnach eine doppelte Funktion erfüllen, so dass sich sowohl aus der Auffassung, es handle sich um Konstanten, wie aus der Gegenposition, es handle sich um schematische Buchstaben, Schwierigkeiten ergeben. Kurz: Als Konstanten können sie nicht gelten, weil sie, wenn sie zum Nachweis der Gültigkeit verwendet werden, als schematische Buchstaben gebraucht werden; als schematische Buchstaben können sie nicht gelten, weil sie, wenn sie zur Formalisierung verwendet werden, als Konstanten gebraucht werden.[8] Damit wird deutlich, dass die Schwierigkeiten gelöst werden können, wenn man für die beiden unterschiedlichen Funktionen, die die nichtlogischen Zeichen zu erfüllen haben, verschiedene Zeichen, nämlich deskriptive Konstanten und schematische Buchstaben, einführt. Beim Formalisieren werden dann Formeln mit deskriptiven Konstanten und einem Korrespondenzschema, beim Nachweis der Gültigkeit Schemata mit schematischen Buchstaben (ohne Korrespondenzschema) verwendet.[9]

Als Konsequenz einer solchen Unterscheidung zwischen deskriptiven Konstanten und schematischen Buchstaben ergibt sich eine Aufteilung der Zuordnung von Schemata zu Aussagen in zwei Schritte. In einem ersten Schritt, dem *Formalisieren,* wird eine logische Form einer Aussage ermittelt. Das Resultat ist eine Formalisierung, bestehend aus einer *Formel* mit deskriptiven Konstanten und einem Korrespondenzschema, wobei die Formel diese logische Form repräsentiert und das Korrespondenzschema angibt, welchen umgangssprachlichen Ausdrücken in der formalisierten Aussage die verschiedenen deskriptiven Konstanten entsprechen. (Ich werde die Termini „Formalisieren" und „Formel" fortan immer in diesem Sinne verwenden.) In einem zweiten Schritt kann man anschließend von einer solchen Formel zu einem *Schema* übergehen, indem man

---

8 Vgl. die Unterscheidung zwischen *regimentation* und *abstraction* in *Peregrin: Interpreting formal logic,* S. 6–7, und *Peregrin: Doing worlds with words,* S. 13–20.

9 Ich verwende den Terminus „schematische Buchstaben" so, wie er von Quine eingeführt worden ist (*Quine: Methods of logic (4),* S. 33, S. 145–146). Einige Autoren bezeichnen die hier „schematische Buchstaben" genannten Zeichen als „Variablen". Dies ist insofern ungünstig, als in den Standardsystemen der Aussagen- und Prädikatenlogik nur über Individuenvariablen quantifiziert werden kann, aber nicht über die hier diskutierten nichtlogischen Zeichen. Ich reserviere deshalb den Terminus „Variable" für solche Zeichen einer logischen Formalsprache, die durch einen Quantor dieser Sprache gebunden werden können. Vgl. *Quine: Logic and the reification of universals,* S. 109, 118–119; *Quine: Philosophy of logic,* S. 66–68; *Haack: Philosophy of logics,* S. 78–79. Eine dezidierte Argumentation gegen die Verwendung von schematischen Buchstaben findet sich in *Smiley: The schematic fallacy.*

deskriptive Konstanten durch passende schematische Buchstaben ersetzt. Diesen Schritt werde ich als *Schematisieren*[10] bezeichnen. Während eine Formalisierung also immer eine logische Form *einer bestimmten Aussage* repräsentiert, stellt das entsprechende Schema dieselbe logische Form als eine Form dar, die verschiedenen Aussagen gemeinsam ist.

Diese Unterscheidungen passen gut zu den verschiedenen Zielsetzungen, denen das Formalisieren dienen kann. Interessiert man sich nur dafür, logische Formen von Aussagen oder Schlüssen zu ermitteln, so genügt es, die betreffenden Aussagen zu formalisieren. Die resultierenden Formeln bieten alles, was man in diesem Zusammenhang braucht, nämlich eine transparente Repräsentation einer logischen Form dieser Aussagen. Nur wenn man tatsächlich die formale Gültigkeit eines Schlusses nachweisen möchte, ist es notwendig, ein Schema, das durch diesen Schluss instantiiert wird, zu ermitteln, da man in diesem Fall einen Nachweis dafür braucht, dass alle Schlüsse mit einer solchen logischen Form ebenfalls gültig sein müssen.

Im Folgenden sollen die skizzierte Unterscheidung zwischen Formalisieren und Schematisieren sowie eine Reihe damit zusammenhängender Fragen genauer erläutert werden. Da sich in der Literatur eine verwirrende Vielfalt verschiedener Möglichkeiten findet, zwischen Formeln und Schemata (nicht) zu unterscheiden, können diese hier nicht alle referiert werden. Stattdessen werde ich einfach einen Vorschlag zur Unterscheidung zwischen Formeln und Schemata machen, der sich an den Zielsetzungen des Formalisierens orientiert.[11]

6.2.2 Formelsprachen und Schemasprachen

Eine konsequente Unterscheidung zwischen Formalisieren und Schematisieren erfordert als Erstes, im logischen Formalismus zwischen Formeln und Schemata zu unterscheiden. Geht man, wie in Kapitel 1.3.4 skizziert, von einem logischen Formalismus aus, in dem die nichtlogischen Zeichen schematische Buchstaben und die Wffs Aussagenschemata sind, so müssen also neu deskriptive Konstanten und entsprechende Wffs, Formeln, eingeführt werden. Dazu wird, zusätzlich zur formalen Sprache der Schemata, eine zweite formale Sprache der Formeln eingeführt, die sich syntaktisch ausschließlich in den nichtlogischen Zeichen von der Schemasprache unterscheidet. Somit umfasst der logische Formalismus dann zwei Sprachen: eine Formelsprache $\mathbf{L}_F$, der beim Formalisieren die Formeln entnommen werden, und eine Schemasprache $\mathbf{L}_S$, die gebraucht wird, um die Theorie der formal gültigen Schlüsse zu formulieren.

---

10 In der englischsprachigen Literatur findet sich auch *disinterpretation* (z.B. *Quine: Success and limits of mathematization,* S. 150) oder *de-interpretation* (z.B. *Almog: The complexity of marketplace logic,* S. 552). Da ich „Interpretation“ für die formale Semantik reserviere, ziehe ich „Schematisierung“, das zu „schematische Buchstaben“ passt, vor. (Vgl. dazu auch S. 152.)

11 In einigen Punkten folge ich *Stegmüller: Das ABC der modernen Logik und Semantik* und *Hoyningen-Huene: Formale Logik* (insb. S. 59–60).

Eine solche Formelsprache $\mathbf{L}_F$ lässt sich einführen, indem man erstens eine Menge von deskriptiven Konstanten angibt, die gleichmächtig ist mit der Menge der nichtlogischen Zeichen von $\mathbf{L}_S$, den schematischen Buchstaben, und zweitens eine bijektive Funktion f von der Menge der Grundzeichen von $\mathbf{L}_S$ auf die Menge der Grundzeichen von $\mathbf{L}_F$ definiert, die jedem nichtlogischen Zeichen von $\mathbf{L}_S$ eine dieser deskriptiven Konstanten zuordnet und alle anderen Grundzeichen auf sich selbst abbildet. Damit können drittens die syntaktischen Kategorien in einfacher Weise von $\mathbf{L}_S$ auf $\mathbf{L}_F$ übertragen werden, indem man eine bijektive Funktion g definiert, die jeder syntaktischen Kategorie von $\mathbf{L}_S$ eine syntaktische Kategorie von $\mathbf{L}_F$ zuordnet, so dass gilt: Eine beliebige Zeichenkette $f(\alpha_1)\ldots f(\alpha_n)$ gehört genau dann zur Kategorie $g(\kappa)$, wenn $\alpha_1\ldots\alpha_n$ zur Kategorie κ gehört und $f(\alpha_1)\ldots f(\alpha_n)$ ist genau dann eine Formel, wenn $\alpha_1\ldots\alpha_n$ ein Schema ist. κ und $g(\kappa)$ werden als „entsprechende Kategorien" bezeichnet.

Führt man eine Formelsprache in der eben angegebenen Weise ein, so resultiert, dass Formelsprache und Schemasprache syntaktisch isomorph sind. Man kann deshalb solche „Sprachpaare" als eine Sprache behandeln, wenn man sich bloß für die syntaktische Struktur, aber nicht für das Vokabular interessiert. Von einem solchen Standpunkt aus spricht auch nichts dagegen, ein identisches Vokabular zu verwenden und somit die Differenz zwischen Formelsprache und Schemasprache vollständig als eine Differenz zwischen zwei Verwendungsweisen der Zeichen derselben Sprache aufzufassen. Dies scheint mir auch die beste Begründung dafür zu sein, weshalb eine klare Trennung zwischen Formel- und Schemasprachen in der Literatur eher unüblich ist und stattdessen einfach die gleichen Zeichen in verschiedenen Zusammenhängen als Konstanten oder als schematische Buchstaben verwendet werden. Allerdings wird in der Folge oft die doppelte Funktion der nichtlogischen Zeichen übersehen. Da die Differenz zwischen Konstanten und schematischen Buchstaben für das Verständnis der Formalisierung einige Konsequenzen hat, werde ich ab jetzt davon ausgehen, dass in der angegebenen Weise zwischen einer Formel- und einer Schemasprache unterschieden wird. (Wer es ablehnt, aus solchen Gründen einen Unterschied zwischen zwei Sprachen zu machen, kann die folgenden Ausführungen über Konstanten, schematische Buchstaben, deren Beziehungen usw. so lesen, dass sich alles auf zwei Verwendungsweisen derselben Sprache bezieht, die terminologisch durch die Rede von „Konstanten", „schematischen Buchstaben" usw. und symbolisch durch Groß- und Kleinschreibung der nichtlogischen Zeichen unterschieden werden.) Ferner werde ich voraussetzen, dass die sich entsprechenden Kategorien in Schemasprache und Formelsprache mit Ausnahme der Wffs, die „Schemata" beziehungsweise „Formeln" heißen, gleich benannt sind, und die Zeichenverwendung bei Konstanten und schematischen Buchstaben folgende Konvention berücksichtigt:[12]

[12] Zur Vereinfachung verwende ich nur bei Aussagen und Prädikaten unterschiedliche Zeichen für schematische Buchstaben und deskriptive Konstanten, nicht aber bei Individuen. Da alle

	Aussagen:	Prädikate:	Individuen:
Konstanten:	p, q, r, …	f( ), g( ), h( ), …	a, b, c, …
schematische Buchstaben:	A, B, C, …	F, G, H, …	a, b, c, …

Anschaulich formuliert bedeutet das, dass ich voraussetze, dass die Formelsprache dadurch eingeführt wird, dass die Syntax der Schemasprache abgeschrieben, die nichtlogischen Zeichen durch entsprechende Kleinbuchstaben ersetzt, und die Kategorie der Schemata in „Formeln“ umbenannt wird.

Nebenbei sei noch bemerkt, dass die übliche Redeweise von formalen *Sprachen* im Zusammenhang mit Formelsprachen insofern problematisch ist, als es bei diesen „Sprachen“ keine dem umgangssprachlichen Lexikon entsprechenden Beschränkungen dafür gibt, wofür die deskriptiven Konstanten stehen. Dies wird vielmehr erst beim Formalisieren immer wieder neu und nur für einen kleinen Teil der Konstanten bestimmt, nämlich durch die Angabe eines Korrespondenzschemas. Festgelegt wird in einer Logik nur, welche syntaktische Struktur die Formelsprachen haben müssen, die beim Formalisieren eingeführt werden. Dass die deskriptiven Konstanten im Zusammenhang verschiedener Formalisierungen immer wieder für etwas anderes stehen, ließe sich im Prinzip vermeiden. Man müsste dazu verlangen, dass es nur ein einziges Korrespondenzschema für sämtliche Formalisierungen gibt. Da man aber nicht zum Voraus alle je möglicherweise gebrauchten Konstanten angeben kann, könnte man höchstens immer genau dann eine neue Konstante wählen, wenn ein neuer umgangssprachlicher Ausdruck in einem Korrespondenzschema auftaucht. Abgesehen davon, dass damit das Formalisieren mit der Zeit immer umständlicher würde, wäre die Rede von einer Formel*sprache* auch in diesem Fall problematisch, insofern erst mit der Zeit und niemals vollständig festgelegt wäre, wofür die Ausdrücke dieser Sprache stehen.

6.2.3 Schematisieren und Instantiieren

Wegen der syntaktischen Isomorphie von Formelsprache und Schemasprache können die Beziehungen zwischen Formeln und Schemata ohne größere Schwierigkeiten definiert werden. Als Erstes kann man den Begriff *zugeordnetes Schema* einführen.[13] Dazu geht man von einer eineindeutigen Zuordnung zwischen deskriptiven Konstanten und schematischen Buchstaben aus. Das

Wffs Zeichen für Aussagen oder Prädikate enthalten, kann trotzdem immer leicht zwischen Schemata und Formeln unterschieden werden. (Die Ausnahmen in der Prädikatenlogik mit Identität (vgl. S. 110) übergehe ich hier.) Alle in der Tabelle angegebenen Zeichen verwende ich auch mit Indizes, bei Prädikaten aus mnemotechnischen Gründen gelegentlich auch Buchstabengruppen. Als metatheoretische Zeichen zur Bezugnahme auf Formeln, Schemata, Schlüsse und Schlussschemata verwende ich griechische Buchstaben. Eine Übersicht der verwendeten Symbole findet sich S. 365.

13 Den Terminus übernehme ich von *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 66.

zugeordnete Schema σ einer Formel φ ist dann der Ausdruck, den man erhält, wenn man in φ alle deskriptiven Konstanten durch die ihnen so zugeordneten schematischen Buchstaben ersetzt. φ wird dann als die σ *zugeordnete Formel* bezeichnet. Etwas komplizierter ist die Definition des allgemeinen Begriffs der *Instanz:* Aus einem Schema σ erhält man eine Formel φ als Instanz dieses Schemas, wenn man jeden in σ vorkommenden schematischen Buchstaben an allen Stellen, an denen er in σ vorkommt, durch einen Ausdruck der entsprechenden Kategorie einer Formelsprache ersetzt. Gleiche Buchstaben müssen also durch gleiche Ausdrücke ersetzt werden, aber nicht unbedingt verschiedene Buchstaben durch verschiedene Ausdrücke. In der Aussagenlogik läuft das darauf hinaus, in einem Schema alle schematischen Buchstaben durch Formeln zu ersetzen. In der Prädikatenlogik muss zusätzlich das Ersetzen von Prädikatsbuchstaben durch Prädikatskonstanten oder offene Formeln und von Individuenbuchstaben durch Individuenkonstanten oder andere Individuenbezeichnungen berücksichtigt werden. Dabei sind einige Einschränkungen zu beachten, damit sichergestellt ist, dass die Bindungsverhältnisse der Individuenvariablen gewahrt bleiben. Eine präzise Formulierung dieser Einzelheiten ist – je nachdem, von welcher logischen Formalsprache man ausgeht – mehr oder weniger umständlich; die dabei zu beachtenden Probleme sind jedoch wohl bekannt, weil sie genau denjenigen entsprechen, die im Zusammenhang mit der Substitution und den Substitutionstheoremen berücksichtigt werden müssen.[14]

Mit Hilfe der beiden Begriffe des zugeordneten Schemas und der Instanz kann erklärt werden, was es bedeutet, eine Formalisierung zu schematisieren oder ein Schema durch eine Formalisierung zu instantiieren: Eine Formalisierung wird *schematisiert,* indem man das Korrespondenzschema weglässt und die Formel durch ihr zugeordnetes Schema ersetzt. Aus einem Schema erhält man eine Formalisierung durch *Instantiieren,* indem man eine Formel und ein Korrespondenzschema angibt, so dass die Formel eine Instanz dieses Schemas ist und das Korrespondenzschema Einträge für alle in dieser Formel vorkommenden deskriptiven Konstanten enthält.

Um nicht noch weitere terminologische Komplizierungen einzuführen, ist es zweckmäßig, den Begriff der Instanz weiterhin auch in einem erweiterten Sinne für die Beziehung zwischen Aussagen und Schemata zu verwenden: Eine Aussage ist genau dann eine *Instanz* eines Schemas, wenn es eine adäquate Formalisierung dieser Aussage gibt, deren Formel dieses Schema instantiiert.

Die bisher eingeführten Begriffe beziehen sich alle auf Relationen zwischen einzelnen Aussagen, Formeln und Schemata. Um sie auch im Kontext von Schlüssen verwenden zu können, braucht man entsprechende Erweiterungen auf Folgen von Aussagen, Formeln und Schemata:

---

[14] Vgl. z.B. *Quine: Methods of logic (4),* §28, oder *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* Kap. 3.5.

Gegeben sei eine Folge von Aussagen $S=\langle A_1,\ldots,A_n\rangle$ und Formalisierungen $\mathbf{\Phi}=\langle \mathbf{\Phi}_1,\ldots,\mathbf{\Phi}_n\rangle$ mit: $\mathbf{\Phi}_i=\langle \varphi_i,\kappa_i\rangle$, φ_i ist eine Formel, κ_i ein Korrespondenzschema für φ_i, $\mathbf{\Phi}_i$ eine adäquate Formalisierung von A_i (für alle $1\leq i\leq n$).
Dann gilt:

(i) $\Sigma=\langle \sigma_1,\ldots,\sigma_n\rangle$ ist das $\langle \varphi_1,\ldots,\varphi_n\rangle$ *zugeordnete Schlussschema* gdw. σ_i ist das φ_i zugeordnete Schema für alle $1\leq i\leq n$.
(ii) $\langle \varphi_1,\ldots,\varphi_n\rangle$ ist eine *Instanz* des Schlussschemas Σ gdw. φ_i ist eine Instanz von σ_i für alle $1\leq i\leq n$.
(iii) Die Zuordnung von Σ zu $\mathbf{\Phi}$ ist die *Schematisierung* der Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ gdw. Σ das $\langle \varphi_1,\ldots,\varphi_n\rangle$ zugeordnete Schema ist.
(iv) Die Zuordnung von $\mathbf{\Phi}$ zu Σ ist eine *Instantiierung* von Σ gdw. $\langle \varphi_1,\ldots,\varphi_n\rangle$ eine Instanz von Σ ist.
(v) Der Schluss S ist eine *Instanz* eines Schlussschemas Σ gdw. es eine adäquate Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ von S gibt, die Σ instantiiert.

Damit ist gewährleistet, dass die zentralen Definitionen *gültiges Schlussschema* (D3) und *formal gültiger Schluss* (D4) aus Kapitel 1.2.3 unverändert weiterverwendet werden können.

6.2.4 Formalisieren und Verbalisieren

Als Letztes fehlt noch eine Bezeichnung für die zum Formalisieren konverse Relation, also für die Beziehung einer Formalisierung zu einer Aussage oder einem Schluss. Dafür gibt es keinen allgemein gebräuchlichen Ausdruck; ich werde „Verbalisierung"[15] verwenden. Insgesamt ergibt sich also:

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge] \text{Aussage} \arrow[r, shift left, "\text{formalisieren}"] & \text{Formalisierung (Formel und Korrespondenzschema)} \arrow[l, shift left, "\text{verbalisieren}"] \arrow[r, shift left, "\text{schematisieren}"] & \text{Schema} \arrow[l, shift left, "\text{instantiieren}"] \arrow[ll, bend left, "\text{instantiieren}"] \end{tikzcd}$$

Die eingeführten Begriffe können an folgender Aussage illustriert werden:

(11) Wenn eine Erkenntnis adäquat ist, dann ist sie klar und deutlich.

Dafür gibt es in der Prädikatenlogik unter anderem folgende Formalisierungsmöglichkeiten:

(12.1)	$\forall x(f(x)\rightarrow g(x))$	f(x):	x ist eine adäquate Erkenntnis
		g(x):	x ist klar und deutlich
(12.2)	$\forall x(f(x)\rightarrow h(x)\wedge k(x))$	h(x):	x ist klar
		k(x):	x ist deutlich

15 Ich übernehme den Ausdruck von *Oberschelp: Logik für Philosophen,* S. 93. Andere Vorschläge sind z.B. „Entformalisierung" *(Niedermair: Wittgensteins Tractatus und die Selbstbezüglichkeit der Sprache,* S. 71*)*, „Rückübersetzung" *(Beckermann: Einführung in die Logik,* S. 67*), translation (Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 8*)* oder *dis-abstraction (Peregrin: Interpreting formal logic,* S. 8–9*).*

(12.3) $\forall x(m(x) \wedge n(x) \rightarrow h(x) \wedge k(x))$ m(x): x ist eine Erkenntnis
n(x): x ist adäquat

Je nach Wahl der Zuordnung von deskriptiven Konstanten zu schematischen Buchstaben, erhält man als zugeordnete Schemata beispielsweise:

(13.1) $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$
(13.2) $\forall x(Fx \rightarrow Hx \wedge Kx)$
(13.3) $\forall x(Mx \wedge Nx \rightarrow Hx \wedge Kx)$

Alle drei Formalisierungen (12.1)–(12.3) sind Instanzen von (13.1), (13.2) hat (12.1) und (12.2) als Instanzen, und (12.3) ist die einzige Instanz von (13.3). Die Aussage (11) ist eine Verbalisierung aller drei Formeln (12.1)–(12.3) und im weiteren Sinne dieses Wortes eine Instanz aller drei Schemata (13.1)–(13.3).

Diese terminologischen Unterscheidungen dienen vor allem dazu, gelegentlich anzutreffende Konfusionen zu verhindern. Folgende Unterscheidungen werden oftmals nicht deutlich genug getroffen:

1. *Formalisieren vs. Schematisieren.* Geht man primär von der Zielsetzung aus, mit Hilfe einer logischen Theorie die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen, so wird man nicht bei Formeln stehen bleiben, sondern zu Schemata übergehen. Aus dieser Perspektive mag es vielleicht überflüssig erscheinen, zwischen Formalisieren und Schematisieren zu unterscheiden. Ohne eine solche Unterscheidung muss man allerdings die resultierenden Schemata in doppelter Funktion, als konstante und schematische Ausdrücke, verwenden. Die Bezeichnung „Schematisieren" für das Zuordnen von Schemata zu Aussagen wäre aber insofern sehr ungünstig, als damit das Missverständnis nahe gelegt wird, es gehe beim Formalisieren vor allem darum, einen Ausdruck mit gegebener Bedeutung durch einen solchen ohne zu ersetzen. Dabei übersieht man, dass die entscheidende Leistung des Formalisierens darin besteht, anzugeben, welche logische Form eine Aussage oder ein Schluss hat. Daran ändert auch die Tatsache nichts, dass ein wichtiges Ziel logischer Theorien darin besteht, eine formale Theorie dieser Formen zu entwickeln, das heißt, eine Theorie, die auf die Bedeutung der Zeichen, die die logische Form repräsentieren, keinen Bezug nimmt. Dazu ist es nämlich keineswegs erforderlich, dass diese Zeichen keine Bedeutung haben. Andernfalls wären zum Beispiel formale Theorien der Umgangssprache eine Absurdität – wie Beispiele solcher Theorien zeigen, sind sie aber lediglich sehr kompliziert. Spaltet man, wie vorgeschlagen, das Zuordnen von Schemata zu Aussagen in Formalisieren und Schematisieren auf, so resultieren allerdings zwei sehr ungleiche Teile. Der trivialen Schematisierung stehen die komplexen Probleme des adäquaten Formalisierens gegenüber. Aber Trivialität bedeutet keineswegs Überflüssigkeit: Wenn man die Gültigkeit eines Schlusses nachweisen möchte, so ist auch im hier vorgeschlagenen Aufbau des logischen Formalismus die Schematisierung unverzichtbar.

2. *Verbalisieren vs. Interpretieren.* Dass das Verbalisieren gelegentlich als „Interpretieren“ angesprochen wird, kann dadurch motiviert werden, dass die Angabe eines umgangssprachlichen Ausdrucks auch als indirekte Angabe eines semantischen Werts (z.B. eines Wahrheitswerts oder einer Extension eines Prädikats) verstanden werden kann und dadurch in die Nähe des formalsemantischen Interpretierens rückt.[16] Die „Umkehrung“ des Formalisierens gleicht aber eher dem Angeben eines Beispielsatzes, der die in der Formel repräsentierte logische Form hat – nur dass durch das Korrespondenzschema bereits vorgegeben ist, welches „Beispiel“ man wählen muss. Ich reserviere die Termini „Interpretieren“ und „Interpretation“ für die Semantik des Formalismus (vgl. Kapitel 1.3.4); in diesem Sinne ist beim Verbalisieren keine Interpretation im Spiel.[17]

6.2.5 Substitution

Eng verwandt mit den hier erläuterten Begriffen der Instanz und des zugeordneten Schemas sind die Begriffe der Substitution und der Substitutionsinstanz, die später in Kapitel 13.4 eine wichtige Rolle spielen werden. Die Idee ist, Substitution und Instantiierung als Relationen einzuführen, die strukturell analog sind und sich einzig darin unterscheiden, dass bei der Substitution nichtlogische Zeichen durch Ausdrücke derselben Sprache ersetzt werden, während bei der Instantiierung Ausdrücke der Schemasprache durch solche der Formelsprache ersetzt werden.[18] Dies lässt sich am einfachsten erreichen, indem man die eine dieser Relationen mit Hilfe der anderen definiert.[19] Als Definition für die Substitution ergibt das: Ein Schema σ entsteht genau dann durch *Substitution* aus einem Schema τ (σ ist eine *Substitutionsinstanz* von τ), wenn σ das zugeordnete Schema einer Instanz von τ ist. Da Substitutionen Abbildungen in nur einer Sprache sind, können sie nicht nur für Schemata, sondern auch für Formeln eingeführt werden: Eine Formel φ entsteht genau dann durch *Substitution* aus einer Formel ψ (φ ist eine *Substitutionsinstanz* von ψ), wenn φ eine Instanz des ψ zugeordneten Schemas ist. (Genauso gut könnte man den Begriff der Instanz mit Hilfe der Substitution definieren: Eine Formel φ ist genau dann eine Instanz eines Schemas τ, wenn es eine Substitution gibt, die aus τ das φ zugeordnete Schema erzeugt, bzw. wenn es eine Substitution gibt, die φ aus derjenigen Formel ψ erzeugt, deren zugeordnetes Schema τ ist.) Diese Zusammenhänge lassen sich wie folgt veranschaulichen:

---

16 Vgl. z.B. *Quine: Methods of logic (4),* S. 33. Ausführlich dazu: *Peregrin: Interpreting formal logic.*

17 Vgl. *Peregrin: The 'natural' and the 'formal',* S. 93–94.

18 Wegen des unterschiedlichen Wertebereichs scheint es mir ungünstig, terminologisch nicht zwischen „Instanzen“ und „Substitutionsinstanzen“, bzw. „Instantiierung“ und „Substitution“ zu unterscheiden. (So z.B. in *Avron: What is a logical system?,* S. 230–231.)

19 Zu den Problemen, die sich in der Prädikatenlogik stellen, vgl. *Wójcicki: Theory of logical calculi,* S. 406–407; *Pogorzelski, Pruncal: The substitution rule for predicate letters in the first-order predicate calculus.*

$$\begin{tikzcd}
\sigma & \tau \arrow[l, "\text{substituieren}"'] \arrow[dl, "\text{instantiieren}"] \\
\varphi \arrow[u, "\text{Schema zuordnen}"] & \psi \arrow[l, "\text{substituieren}"] \arrow[u, "\text{Schema zuordnen}"']
\end{tikzcd}$$

Der Begriff der Substitution lässt sich wie der Begriff der Instantiierung in nahe liegender Weise auf Folgen von Formeln oder von Schemata erweitern, so dass er auch im Zusammenhang mit Schlüssen und Schlussschemata gebraucht werden kann.

Die wichtigste Eigenschaft der Substitution wird im so genannten *Substitutionstheorem* formuliert, das besagt, dass jede Substitutionsinstanz eines gültigen Schlussschemas wieder ein gültiges Schlussschema ist, woraus sich als Spezialfall ergibt, dass alle Substitutionsinstanzen eines Theorems ebenfalls Theoreme sind.[20] Später wird auch die Eigenschaft, dass Substitutionen komponiert werden können, eine Rolle spielen: Werden mehrere Substitutionen hintereinander ausgeführt, so gibt es auch eine Substitution, die von der ersten Formel (dem ersten Schema) zur letzten Formel (zum letzten Schema) führt; die Relation *ist eine Substitutionsinstanz von* ist also transitiv. Im Zusammenhang mit Instanzen und zugeordneten Schemata gilt dann auch: Ist eine Formel φ eine Instanz des einer Formel ψ zugeordneten Schemas τ und die Formel ψ wiederum eine Instanz des einer Formel χ zugeordneten Schemas υ, so ist φ auch eine Instanz von υ (und eine Substitutionsinstanz von χ).[21]

Noch eine terminologische Anmerkung: Als „Substitution" bezeichne ich hier das simultane Ersetzen je aller Vorkommen von Grundzeichen $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ in einem Ausdruck φ durch Ausdrücke $\beta_1,\ldots,\beta_n$ (Notation: $\varphi[\alpha_1/\beta_1,\ldots,\alpha_n/\beta_n]$), wobei nicht vorausgesetzt ist, dass α_i und β_i äquivalent sind. (Ersetzen *aller* Vorkommen muss verlangt werden, weil sonst das Substitutionstheorem nicht gelten würde. Setzt man Äquivalenz von α_i und β_i ($1 \leq i \leq n$) voraus, so ist die Einschränkung auf *alle* Vorkommen von *Grundzeichen* nicht nötig.) Oft wird terminologisch zwischen „Einsetzung" und „Ersetzung" (engl. *substitution* und *replacement*) unterschieden, wobei meistens „Einsetzung" wie hier „Substitution" verwendet wird, „Ersetzung" dagegen für das Ersetzen eines Ausdrucks durch einen mit ihm äquivalenten.[22]

---

20 Vgl. z.B. *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 66–67.

21 Am einfachsten lässt sich dieses Resultat mit Hilfe einer algebraischen Formulierung der syntaktischen Begriffe zeigen. Die Menge der Substitutionen in einer Sprache kann dann als die Halbgruppe der Endomorphismen in der syntaktischen Algebra definiert werden. Das erwähnte Resultat ergibt sich daraus, dass die Komposition zweier Homomorphismen wieder ein Homomorphismus ist. Vgl. *Wójcicki: Theory of logical calculi,* S. 16–17. Für weitere strukturelle Eigenschaften von Substitution und Instantiierung vgl. *Avron: What is a logical system?*, S. 231–232.

22 So z.B. *Carnap: Logische Syntax der Sprache,* S. 33; *Reichenbach: Elements of symbolic logic,* §§12–13. In der Literatur findet sich auch „Einsetzung" für das Ersetzen durch äquivalente Formeln

6.2.6 Zur Deutung von Formeln und Korrespondenzschemata

Nach dieser Skizze eines logischen Formalismus, in dem klar zwischen deskriptiven Konstanten und schematischen Buchstaben, zwischen Formelsprache und Schemasprache unterschieden wird, muss jetzt noch näher erläutert werden, in welchem Sinne die neu eingeführten Konstanten als konstant zu verstehen sind und welches ihr Verhältnis zu schematischen Buchstaben und umgangssprachlichen Ausdrücken ist. Ein guter Ausgangspunkt ist die Frage, wie die Doppelpunkte in den Korrespondenzschemata zu verstehen sind. Mit anderen Worten: In welchem Sinne *stehen* Konstanten *für* umgangssprachliche Ausdrücke?

Betrachtet man diese Frage ausschließlich aus der Perspektive des Ziels zu formalisieren, um dann die Gültigkeit eines Schlusses nachweisen zu können, so ist das Einzige, was an einer Formalisierung von Belang ist, die Schemata, die von ihr instantiiert werden. Interessiert man sich ausschließlich für Gültigkeitsnachweise, könnte man demnach direkt, ohne den Zwischenschritt über die Formeln, von einem Schluss zu einem dieser Schemata übergehen. Sobald aber Formalisierungen von Aussagen auf ihre Adäquatheit hin geprüft werden sollen, braucht man die Formeln mit den Korrespondenzschemata, weil dazu die Angabe erforderlich ist, welche Konstante welchem umgangssprachlichen Ausdruck entspricht. Entscheidend ist dabei tatsächlich, um welchen umgangssprachlichen Ausdruck es sich handelt, nicht etwa bloß, was dessen Bedeutung ist. Auch wenn man annimmt, dass die beiden Ausdrücke „vernunftbegabtes Lebewesen“ und „Mensch“ synonym sind, so ist doch nur

(14) $\forall x(f(x)\rightarrow g(x))$ f(x): x ist ein Mensch
g(x): x ist ein vernunftbegabtes Lebewesen

eine adäquate Formalisierung von

(15) Alle Menschen sind vernunftbegabte Lebewesen.

aber nicht

(16) $\forall x(g(x)\rightarrow f(x))$

(mit gleichem Korrespondenzschema). Solche und eine Reihe weiterer Beispiele, wie ich sie insbesondere in Kapitel 12.3.1 diskutieren werde, zeigen, dass es letztlich für die Adäquatheit einer Formalisierung tatsächlich relevant ist, für welchen umgangssprachlichen Ausdruck die Konstanten, die in ihr vorkommen, stehen. Dem lässt sich in einfacher Weise Rechnung tragen, wenn man die Konstanten schlicht als Abkürzungen für umgangssprachliche Ausdrücke interpretiert, so dass die Formelsprachen als „halbformale“ Sprachen aufgefasst werden

(z.B. *Hilbert, Ackermann: Grundzüge der theoretischen Logik,* S. 27), „Ersetzung“ für die Substitution (z.B. *Ritter: Historisches Wörterbuch der Philosophie,* <Substitution>, S. 553–554) oder „Substitution“ für Einsetzung und Ersetzung (z.B. *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 89–95).

können.[23] „Halbformal“ ist hier nicht im beweistheoretischen Sinne[24], sondern dahingehend zu verstehen, dass die Formeln einerseits Ausdrücke einer formalen Sprache sind, insofern ihre Syntax und die Bedeutung der logischen Konstanten durch eine formale Theorie geregelt ist. Andererseits enthalten die Formeln – allerdings in abgekürzter Form – auch umgangssprachliche Ausdrücke, mithin Ausdrücke, deren Bedeutung von der Umgangssprache her gegeben ist. Beispielsweise wäre die Formel in der obigen Formalisierung (14) also eine Abkürzung für

(17) $\forall x$(x ist ein Mensch$\rightarrow$x ist ein vernunftbegabtes Lebewesen)

Ein solches Auflösen der Abkürzungen ist übrigens nicht dem Verbalisieren gleichzusetzen. Weil das Verbalisieren von einer Formalisierung zu einem umgangssprachlichen Ausdruck führt, können in einer Verbalisierung keine Zeichen einer logischen Formalsprache vorkommen. Selbstverständlich kann man beim Verbalisieren schrittweise vorgehen und beispielsweise bei der Formalisierung (14) zuerst durch Auflösen der Abkürzungen zu (17) übergehen, dann die logischen Zeichen durch umgangssprachliche Ausdrücke ersetzen, so dass man einen Ausdruck wie

(18) Für alle x gilt: Wenn: x ist ein Mensch, dann: x ist ein vernunftbegabtes Lebewesen.

erhält, und schließlich auch noch die Variablen und Hilfszeichen beseitigen, so dass zum Beispiel die Aussage (15) resultiert.[25] Zwischenprodukte wie (18) können zwar durchaus als Ausdrücke einer um gewisse Hilfszeichen, in diesem Fall „x“, angereicherten und grammatisch abweichenden Variante der Umgangssprache[26] aufgefasst werden, sie unterscheiden sich dann aber von Formeln dadurch, dass sie keine Zeichen mehr enthalten, deren Bedeutung durch einen logischen Formalismus geregelt ist.

Im Hinblick auf die Korrespondenzschemata folgt aus der Deutung der Konstanten als Abkürzungen, dass die umgangssprachlichen Ausdrücke, die im Korrespondenzschema rechts vom Doppelpunkt zu finden sind, dort nicht verwendet, sondern erwähnt werden. Epstein schlägt deshalb vor, sie in Anführungszeichen einzuschließen.[27] Das stellt allerdings keine echte Verbesserung dar, weil sie im Falle der Prädikatenlogik auch Platzhalter enthalten können, so dass man sie korrekterweise vielmehr in Quine'sche Quasi-Anführungszeichen einschließen müsste, worauf ich aus Gründen der Vereinfachung verzichte.

Neben ihrer Funktion, das Verbalisieren anzuleiten, werden die Korrespondenzschemata vor allem gebraucht, um die Adäquatheit von Formalisierungen

23 So z.B. *semi-formal English* bei *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* S. 12.

24 Vgl. Artikel <Non-constructive rules of inference> in *Craig: Routledge encyclopedia of philosophy.*

25 Verschiedene Verfahren des Verbalisierens werden in Kapitel 10.2 diskutiert.

26 Von Quine als *semi-ordinary language* (*Quine: Word and object,* S. 159), von Davidson (*Davidson: Radical interpretation,* S. 133) als *gerrymandered language* (vgl. Kapitel 8.2.1) bezeichnet.

27 *Epstein: The semantic foundations of logic. Propositional logics,* S. 16.

beurteilen zu können – deshalb sind sie ja eingeführt worden. In der einen oder anderen Form nehmen alle Kriterien des adäquaten Formalisierens, die später diskutiert werden, darauf Bezug. In diesem Zusammenhang werden die Korrespondenzschemata unter anderem dazu verwendet werden, eine Interpretationsfunktion auszuzeichnen, indem man die Zuordnung von umgangssprachlichen Ausdrücken zu Konstanten als eine Anleitung deutet, die betreffenden formalsprachlichen Zeichen in einer bestimmten Weise zu interpretieren, nämlich so, dass ihre Interpretation der Bedeutung des ihnen zugeordneten umgangssprachlichen Ausdrucks entspricht. Wie dies im Einzelnen zu geschehen hat, spielt hier keine Rolle.[28] Es geht mir lediglich darum, darauf hinzuweisen, dass diese Verwendungsweise des Korrespondenzschemas sich problemlos mit der oben gegebenen Deutung der Zuordnung von umgangssprachlichen Ausdrücken zu Konstanten vereinbaren lässt: Zeichnet man mit Hilfe eines Korrespondenzschemas eine bestimmte Interpretation aus, so benutzt man nicht diese Ausdrücke als Bedeutung der Konstanten, sondern verwendet den Umstand, dass sie eine Bedeutung haben, um eine Interpretationsfunktion auszuzeichnen. Aufgrund dieser Verwendungsmöglichkeit der Korrespondenzschemata wird die in ihnen angegebene Zuordnung von umgangssprachlichen Ausdrücken zu Konstanten oft als „Interpretation“ bezeichnet. Aus den oben (S. 152) angegebenen Gründen – Verwechslung mit der formalsemantischen Interpretation – scheint mir dieser Sprachgebrauch aber ungünstig zu sein.[29]

Dass Konstanten *für* etwas *stehen,* ist also anders zu verstehen als im Falle der schematischen Buchstaben. Bei diesen bedeutet „stehen für“ soviel wie „werden instantiiert durch“. In diesem Sinne könnte man sagen, dass ein Schema für alle seine Instanzen steht, wobei diese Relation zwischen Schema und Instanz genauso wenig eine referentielle ist wie die Relation zwischen Abkürzung und Abgekürztem. Um mit Quine zu reden: Dass schematische Buchstaben für Prädikate, Aussagen usw. stehen, heißt nicht, dass sie irgendwelche Entitäten benennen, sondern vielmehr, dass sie Prädikate, Aussagen usw. „simulieren“.[30] Auch die Erklärung der schematischen Buchstaben als Platzhalter ist so zu verstehen. Wenn in einem Schema die freigehaltenen Plätze besetzt werden, dann sind dort Konstanten oder aus Konstanten gebildete Ausdrücke so einzusetzen, dass man als Resultat eine Formel erhält. Beispielsweise steht das Schema

(19) $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

---

[28] Näheres dazu in Kapitel 11.1.

[29] Die terminologische Verwirrung lässt sich natürlich vermeiden, wenn man verschiedene Formen des Interpretierens unterscheidet, indem man beispielsweise wie Stegmüller die Angabe des abgekürzten Ausdrucks als *semiotische* und die formalsemantische als *semantische* Interpretation bezeichnet (*Stegmüller: Das ABC der modernen Logik und Semantik,* S. 18). Die Unterscheidung zwischen extensionaler und intensionaler Interpretation ist übrigens für diesen Zweck nicht geeignet, da sie mit der in gewissen Logiken benötigten Einteilung der formalsemantischen Interpretationen in Extensionen und Intensionen kollidiert.

[30] *Quine: Philosophy of logic,* S. 66–67.

im Gegensatz zur Formel $\forall x(f(x) \rightarrow g(x))$ in (14), die einfach eine Abkürzung des halbformalen Ausdrucks (17) ist, für alle Formeln, die die durch (19) repräsentierte logische Form haben, das heißt für alle (unendlich vielen) Formeln, in denen zwei bezüglich der gleichen Variablen offene Formeln durch ein Konditional verknüpft sind und die resultierende offene Formel durch genau einen Allquantor über diese Variable abgeschlossen ist.

Betrachtet man von diesen Überlegungen her nochmals den Unterschied zwischen Formeln und Schemata im Hinblick auf die Ziele des Formalisierens, so wird deutlich, welch entscheidende Bedeutung der syntaktischen Isomorphie von Formel- und Schemasprache zukommt. Sie ist letztlich dafür verantwortlich, dass sich keine unerwünschten Konsequenzen daraus ergeben, dass sich Formeln und Schemata darin unterscheiden, dass Schemata einfach eine logische Form darstellen, während die Formeln viel mehr als nur eine logische Form repräsentieren, weil sie Konstanten enthalten, die umgangssprachliche Ausdrücke abkürzen. Im Hinblick darauf, dass Formalisierungen verwendet werden sollen, um die formale Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen, stellt dies kein Problem dar, da solche Nachweise ja mit Schemata geführt werden, und die Schematisierung gerade dazu dient, alles und nur das, was nicht die logische Form betrifft, zu eliminieren. Durch den Übergang von Formeln zu Schemata kann deshalb sichergestellt werden, dass in Gültigkeitsnachweisen tatsächlich einzig die logische Form von Aussagen berücksichtigt wird. In welcher Weise eine Zuordnung von Formeln zu Schemata definiert werden kann, spielt dabei allerdings keine Rolle, solange garantiert ist, dass die zugeordneten Schemata tatsächlich eine logische Form der Formeln und sonst nichts repräsentieren. Betrachtet man die Differenz zwischen Formeln und zugeordneten Schemata aber von der Zielsetzung her, durch das Formalisieren eine transparente Repräsentation einer logischen Form einer Aussage zu gewinnen, so muss man sich fragen, ob Formeln für diesen Zweck wirklich geeigneter als umgangssprachliche Aussagen sind. Als Ausdrücke einer halbformalen Sprache repräsentieren sie nicht nur eine logische Form, sondern haben in vielerlei Hinsicht noch die gleiche Bedeutung wie die Aussagen, deren Formalisierungen sie sind.[31] Die Antwort auf diese Frage hängt natürlich davon ab, was unter „Transparenz" genauer zu verstehen ist (das ist Thema des nächsten Kapitels). Geht man vom Vorverständnis aus, wonach Transparenz darin besteht, dass einem Ausdruck logische Formen „abgelesen" werden können, dass ein Ausdruck also eine logische Form umso transparenter repräsentiert, je einfacher diese zu identifizieren ist, so ist leicht einzusehen, dass Formeln in dieser Hinsicht nicht schlechter abschneiden als Schemata: Weil die Syntax der Formelsprache isomorph zu derjenigen der Schemasprache ist und allein die syntaktische Struktur darüber entscheidet,

[31] Bedeutungsgleichheit ist selbstverständlich nicht vorauszusetzen, weil logische Zeichen formaler Sprachen, wie z.B. „$\wedge$", nicht einfach die gleiche Bedeutung wie ihre umgangssprachlichen Entsprechungen, in diesem Fall z.B. „und", haben: Synonymie ist kein Kriterium für adäquates Formalisieren. Mehr dazu in Kapitel 8.1.

welche Formeln Instanzen welcher Schemata sind, kann die Beziehung zwischen Schemata und Formeln auf die einfachst mögliche Weise, nämlich als eine bijektive Zuordnung von Grundzeichen definiert und in der Praxis einfach durch Großschreiben der Konstanten in der Formel bewerkstelligt werden – ganz im Gegensatz zur wesentlich komplexeren Zuordnung von Formalisierungen zu Aussagen.

7 Transparente Repräsentation

Eine erste Erklärung dessen, was mit transparenter (engl. meist *perspicuous,* gelegentlich auch *transparent*) Repräsentation logischer Merkmale gemeint ist, könnte lauten: Ein Ausdruck repräsentiert logische Merkmale auf transparente Weise, wenn diese direkt seiner sprachlichen Oberfläche abgelesen werden können – im Gegensatz etwa zu logischen Merkmalen, die in der „Tiefe" des Ausdrucks „verborgen" sind. In diesem Sinn erklärt beispielsweise Sainsbury das Ziel der Formalisierung, wenn er schreibt: “By translating a natural sentence into an artificial one, the hidden logical features of the proposition expressed will be brought to the surface.”[1] Für ein Verständnis des Begriffs der Transparenz ist damit nur wenig gewonnen, weil die zu seiner Erklärung eingeführte Metaphorik ja ihrerseits wieder der Erklärung bedarf. Als Erstes sei auf einige Missverständnisse hingewiesen, zu denen diese Metaphorik einladen kann:

1. Die Redeweise von den in der Tiefe „verborgenen" logischen Merkmalen ist insofern problematisch, als damit suggeriert wird, dass logische Formen einer Aussage in der Aussage schon fertig gegeben sind und es nur mit einigem Aufwand verbunden ist, sie zu ermitteln. Dem ist entgegenzuhalten, dass es unabhängig von einer logischen Theorie keinen Sinn macht, davon zu sprechen, eine Aussage hätte diese logischen Merkmale, jene aber nicht; Aussagen haben nicht einfach logische Merkmale, sondern diese werden genauso erst durch logische Theorien in Aussagen hineingelegt. (Auf diesen Punkt komme ich in Kapitel 8.2.2 ausführlicher zu sprechen.)

2. Der Ausdruck „Tiefe" legt die Frage nahe, ob die logische Form mit der syntaktischen Tiefenstruktur identifiziert werden kann. Die Antwort hängt wesentlich davon ab, was man unter einer Tiefenstruktur genauer versteht – eine Frage, die ganz unterschiedlich beantwortet wird. Am häufigsten ist wohl vorgeschlagen worden, Syntax in der Tradition der generativen Grammatik Chomskys mit Semantik nach Davidsons Konzept einer Bedeutungstheorie zu verbinden. Zu Beginn der 1970er-Jahre wurde vor allem untersucht, ob und wie die gleichen Strukturzuschreibungen sowohl als Tiefenstrukturen einer generativen Transformationsgrammatik und somit als Grundlage für syntaktische Transformationen, als auch als logische Form verwendet werden können.[2] Später ist die von Chomsky postulierte Strukturebene der LF (was natürlich an „logische Form" erinnern soll[3]) ins Zentrum des Interesses

[1] *Sainsbury: Logical forms,* S. 35; vgl. auch S. 304.

[2] Z.B. *Harman: Logical form; Harman: Deep structure as logical form; Lakoff: Linguistics and natural logic; McCawley: A program for logic.*

[3] Allerdings ist hier Vorsicht geboten. Was Chomsky unter „logischer Form" versteht, ist nicht das, was üblicherweise in der Logik mit diesem Ausdruck gemeint ist. Er schreibt: “The status and properties of LF are empirical matters, not to be settled in terms of considerations of valid inference and the like.” (*Chomsky: Knowledge of language,* S. 67, Fußnote 11; vgl. *Chomsky: Rules and representations,* S. 143). Chomskys Projekt verfolgt das Ziel, mentale Repräsentationen empirisch zu untersuchen. Da die resultierenden Strukturen gewissen

gerückt.[4] Davidson selbst nimmt in dieser Frage keine definitive Position ein, sondern weist darauf hin, dass es zwischen grammatischer Tiefenstruktur und logischer Form sowohl Berührungspunkte als auch Differenzen gibt.[5] Gemeinsam ist beiden vor allem, dass sie einer Semantik als Grundlage dienen sollen. Darüber hinaus soll die grammatische Tiefenstruktur zur Erklärung der grammatischen Oberflächenstruktur verwendet werden können, und in der Theorie der generativen Grammatik muss sie noch zur Erklärung der internen, das heißt, mental realisierten Grammatik eines Sprechers geeignet sein. Die Frage, ob logische Form und grammatische Tiefenstruktur gleichgesetzt werden können, ist schließlich auch eine empirische Frage, nämlich: Ist es möglich, eine Strukturbeschreibung zu entwickeln, die sowohl die Anforderungen an eine logische (und bei Davidson heißt das auch semantische) wie an eine syntaktische Struktur erfüllt?

3. Die Rede von der „Oberfläche", an der logische Merkmale zu finden sind, erinnert an Wittgensteins „Oberflächengrammatik" und die „Oberflächenstruktur" in der generativen Grammatik Chomskys[6], ist hier aber im Sinne einer „naiven" Syntax, die sich auf einen vortheoretischen Begriff des grammatischen Satzes stützt, zu verstehen. Um Missverständnissen vorzubeugen, werde ich deshalb diese naive Syntax als „Grammatik" und die Struktur, die sie einer Aussage zuschreibt, als „grammatische Form" bezeichnen. Die grammatische Form einer Aussage ist dann die Art und Weise, wie diese aus Elementen verschiedener grammatischer Kategorien aufgebaut ist, wobei grammatische Kategorien dadurch bestimmt sind, dass zwei Ausdrücke X und Y genau dann zur gleichen grammatischen Kategorie gehören, wenn in allen grammatischen Sätzen, in denen X vorkommt, X durch Y ersetzt werden kann, so dass durch diese Ersetzung wiederum ein grammatischer Satz entsteht. Unter „Grammatik" im Sinne naiver Syntax ist also ein vortheoretisches Konglomerat von Urteilen über Grammatikalität, Substituierbarkeit von Ausdrücken usw. zu verstehen, nicht eine Theorie, die sich bestimmten Grammatikern oder vorfregeschen Logikern zuschreiben ließe.[7] Es ist zweckmäßig, den Begriff der grammatischen Form auch für formale Sprachen einzuführen und ihn in diesem Falle einfach mit der syntaktischen Struktur gleichzusetzen.

---

logischen Systemen gleichen, werden sie „logische Form" genannt (vgl. *Chomsky: Language and problems of knowledge,* S. 89–90; *Chomsky: Lectures on government and binding,* S. 324). Kurz erklärt ist die Idee der LF in *Taylor: Truth and meaning,* S. 118–125.

4 Z.B. *Neale: Logical form and LF; Larson, Segal: Knowledge of meaning.* Vgl. dazu *Higginbotham: Linguistic theory and Davidson's program in semantics* und *Carlson: Logical form. Types of evidence.*

5 Vgl. *Davidson: Semantics for natural languages,* S. 63–64.

6 *Wittgenstein: Philosophische Untersuchungen,* § 664. Chomsky führt den Terminus ein in: *Chomsky: Aspects of the theory of syntax,* S. 16, bes. Fußnote 12; vgl. auch *Chomsky: Cartesian linguistics,* S. 33. Für die spätere Entwicklung: *Chomsky: Rules and representations,* S. 141–155; *Chomsky: Lectures on government and binding,* S. 41–42. Zur Differenz zwischen Chomskys und Wittgensteins Oberflächengrammatik vgl. *Glock: A Wittgenstein dictionary,* S. 154–155.

7 Vgl. dazu *Oliver: A few more remarks on logical form.*

Dies ergibt folgende vorläufige Erklärung der Transparenz beziehungsweise Intransparenz von Formeln und Aussagen in Bezug auf logische Merkmale: In Formeln sind logische Merkmale transparent repräsentiert, weil sie direkt grammatischen Merkmalen entsprechen. Die formalen Sprachen der Logik sind gerade auf das Ziel einer möglichst direkten Entsprechung von logischer und grammatischer Form hin konstruiert. Bei umgangssprachlichen Aussagen hingegen besteht kein ohne weiteres angebbarer Zusammenhang zwischen ihren logischen Merkmalen und ihrer grammatischen Form, was auch der Grund dafür ist, dass formale Methoden im Allgemeinen nicht direkt auf Aussagen der Umgangssprache angewendet werden können. Die Metapher der Transparenz kann also so gedeutet werden: Die logische Form einer Formel lässt sich, weil sich in den logischen Formalsprachen grammatische und logische Form direkt entsprechen, aus ihrer grammatischen Form ablesen, während bei umgangssprachlichen Aussagen mangels einer solchen Entsprechung die logische Form aus der Perspektive der grammatischen Form im Allgemeinen nicht sichtbar ist.

Transparenz und Intransparenz sind demnach Eigenschaften der Beziehung zwischen grammatischer und logischer Form von Aussagen oder Formeln einer bestimmten Sprache. Sie kommen deshalb Aussagen oder Formeln nur relativ auf eine Sprache, eine Grammatik und eine Logik zu. Wenn im Folgenden von *transparenten Formeln* und Ähnlichem die Rede ist, so ist das stets als verkürzte Redeweise zu verstehen, die die entsprechenden Relativierungen voraussetzt.

Für die weitere Diskussion der Transparenz gehe ich nun von deren Gegensatz, der Intransparenz, und der damit verbundenen These der *misleading form* aus.

7.1 Intransparenz und misleading form thesis

Die Auffassung, dass die zentrale Aufgabe des Formalisierens darin besteht, logische Merkmale von Aussagen mit Hilfe von Formeln in transparenter Weise zu repräsentieren, ist offensichtlich nur überzeugend, wenn Aussagen im Allgemeinen bezüglich ihrer logischen Merkmale intransparent sind. Diese Voraussetzung steht in engem Zusammenhang mit der so genannten *misleading form thesis,* worunter allerdings meistens eine wesentlich stärkere These verstanden wird. Nach dieser für die Geschichte der modernen Logik zentralen These ist die grammatische Form umgangssprachlicher Aussagen irreführend, weil die Beziehung zwischen grammatischer und logischer Form von Aussagen derart undurchsichtig ist, dass wir, wenn wir von der grammatischen Form ausgehen, den Aussagen sehr häufig und vielleicht sogar in systematischer Weise logische Formen falsch zuordnen. Die *misleading form thesis* besagt also nicht, dass umgangssprachliche Aussagen irreführend wären oder irreführende logische Formen hätten, sondern dass die grammatische Form umgangssprachlicher Aussagen in Bezug auf deren logische Form irreführend ist. Ein Standardbeispiel zur Motivation der *misleading form thesis* ist etwa:[8]

(1) Odysseus hat mich geblendet.
(2) Niemand hat mich geblendet.

Diese beiden Aussagen haben die gleiche grammatische Form, werden prädikatenlogisch aber ganz unterschiedlich analysiert. Ein anderes wichtiges Beispiel sind die kategorischen Urteilsformen der aristotelischen Logik und traditionellen Syllogistik: Orientiert sich die logische Analyse an der grammatischen Form, so ist es nahe liegend, die beiden Aussagen

(3) Alle Menschen sind sterblich.
(4) Einige Lust ist ein Gut.

so zu verstehen, dass sie etwas über alle Menschen beziehungsweise einige Lust aussagen.[9] Die prädikatenlogische Analyse lehrt uns aber, dass diese Analyse verkehrt ist. „Alle Menschen" und „Einige Lust" sind Teile dieser Aussagen, die in logischer Hinsicht gar nicht zusammengehören. Dafür wird den beiden Aussagen das logische Merkmal, ein Konditional respektive eine Konjunktion zu enthalten, zugeschrieben, obwohl sie beide keinen entsprechenden Ausdruck enthalten.[10] Umgekehrt gibt es viele Aussagen mit ganz verschiedenen grammatischen Formen, die gemäß den in der Standardlogik üblichen Formalisierungen die gleiche logische Form haben. Bekannte Beispiele sind konjunktive Nominal- und Verbalphrasen:[11]

(5.1) Jack and Jill went up the hill.
(5.2) Jack went up the hill and Jill went up the hill.
(6.1) Jack fell down and broke his crown.
(6.2) Jack fell down and Jack broke his crown.

Philosophiegeschichtlich besonders bedeutend sind Beispiele zur Mehrdeutigkeit von „ist" im Sinne der Identität und der Prädikation:

(7) Thomas Mann ist der Autor des *Zauberberg*.
(8) Thomas Mann ist ein Schriftsteller.

---

8 Vgl. z.B. *Russell: Our knowledge of the external world,* S. 50. Kritisch zu diesen Beispielen: *Oliver: A few more remarks on logical form.* Zu „niemand" als Name vgl. *Stegmüller: Sprache und Logik,* S. 79–81; *Fricke: „Niemand wird lesen, was ich hier schreibe",* bes. S. 23–32.

9 Zur Frage, in welchem Sinne es sich hier um eine Analyse in Subjekt und Prädikat handelt, vgl. *van Heijenoort: Subject and predicate in Western logic,* S. 17–24.

10 Zur Geschichte der logischen Analyse von Nominalphrasen vgl. *van Eijck: Aspects of quantification in natural language,* Kap. I; siehe auch *Neale: Grammatical form, logical form, and incomplete symbols,* S. 106–107; vgl. auch den Exkurs in Kapitel 12.4.1.

11 Vgl. *Davidson: The method of truth in metaphysics,* S. 209–211. (Die Beispiele stammen aus dem Kinderreim "Jack and Jill went up the hill / To fetch a pail of water. / Jack fell down and broke his crown / And Jill came tumbling after.") Ich werde in Kapitel 12.1.1 und 12.2 Vorbehalte gegen diese Formalisierungspraxis diskutieren.

Historisch wird die *misleading form thesis* vor allem mit Russell, insbesondere mit seiner Analyse der Nominalphrasen in *On denoting,* in Verbindung gebracht; sie findet sich genauso bei Frege, Carnap, dem frühen Wittgenstein und vielen anderen Logikern.[12] Wittgenstein beispielsweise schreibt bereits 1913: "Distrust of grammar is the first requisite for philosophizing."[13] und gibt dann im *Tractatus* die bekannte Formulierung der *misleading form thesis:*

> Es ist menschenunmöglich, die Sprachlogik aus ihr [der Umgangssprache] unmittelbar zu entnehmen. Die Sprache verkleidet den Gedanken. Und zwar so, dass man nach der äußeren Form des Kleides, nicht auf die Form des bekleideten Gedankens schließen kann; weil die äußere Form des Kleides nach ganz anderen Zwecken gebildet ist als danach, die Form des Körpers erkennen zu lassen.[14]

Wittgenstein scheint an dieser Stelle tatsächlich eine sehr starke These über den Zusammenhang zwischen logischer und grammatischer Form zu vertreten: Logische und grammatische Form sind nicht nur nicht identisch, sondern so verschieden, dass von der grammatischen auf die logische Form nicht einmal geschlossen werden kann. Dieser Interpretation stehen allerdings andere Bemerkungen im *Tractatus* wie „Alle Sätze unserer Umgangssprache sind tatsächlich, so wie sie sind, logisch vollkommen geordnet."[15] entgegen, die genau das Gegenteil einer *misleading form thesis* zu behaupten scheinen. Wie diese letzte Stelle zu verstehen ist, erklärt Wittgenstein in einem Brief an Ogden:

> '… *logically completely ordered.*' By this I meant to say that the propositions of our ordinary language are not in any way *less correct* or less exact or *more confused* than propositions written down, say, in Russell's symbolism or any other 'Begriffsschrift'. (Only it is easier for us to gather their logical form when they are expressed in an appropriate symbolism.)[16]

Wittgensteins *misleading form thesis* ist hier also nur, dass es schwierig ist, die logische Form umgangssprachlicher Sätzen zu ermitteln. Es empfiehlt sich deshalb, verschieden starke Versionen der *misleading form thesis* zu unterscheiden:[17]

(9.1) Geht man von der grammatischen Form der Aussagen aus, so ist es schwierig, ihnen logische Formen korrekt zuzuordnen.

(9.2) Geht man von der grammatischen Form der Aussagen aus, so neigt man dazu, ihnen inkorrekte logische Formen zuzuschreiben.

---

12 Vgl. z.B. *Frege: Begriffsschrift,* S. XII–XIII (Orig. S. VI–VII); *Russell: The philosophy of logical atomism,* S. 253; *Russell: Theory of knowledge,* S. 93–95; *Carnap: Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache,* S. 157–160 (Orig. S. 227–230). Zu Russells Position in *On denoting* vgl. *Neale: Grammatical form, logical form, and incomplete symbols,* S. 106–107. Zur Geschichte der *misleading form thesis* vgl. *van Eijck: Aspects of quantification in natural language,* S. 64–71.

13 *Wittgenstein: Notes on logic,* S. 106 (*Wittgenstein: Aufzeichnungen über Logik,* S. 206).

14 *Wittgenstein: Tractatus,* 4.002, vgl. 4.0031.

15 *Wittgenstein: Tractatus,* 5.5563.

16 *Wittgenstein: Letters to C.K. Ogden,* S. 50.

17 Vgl. die Diskussion in *Sainsbury: Logical forms,* S. 291–298.

(9.3) Geht man von der grammatischen Form der Aussagen aus, so ist es nicht möglich, ihre logischen Formen korrekt zu ermitteln.

Am häufigsten wird das Etikett *misleading form thesis* wohl im Sinne der stärksten These (9.3) verwendet: Die „naive“ grammatische Analyse ist für die Zwecke der Logik wertlos und muss durch eine eigenständige logische Analyse ersetzt werden. Eine radikale Konsequenz dieser Auffassung besteht darin, jegliches Formalisieren umgangssprachlicher Aussagen für aussichtslos zu halten und sich in der Logik ausschließlich mit logischen Formalismen zu beschäftigen (vgl. oben Kapitel 2.2.1). Es darf aber nicht übersehen werden, dass viele der Autoren, denen die *misleading form thesis* üblicherweise zugeschrieben wird, eine differenziertere Position vertreten. Betrachtet man beispielsweise die Konzepte von Logik und Grammatik, die Quine in *Philosophy of logic* und *Grammar, truth, and logic* ausgearbeitet hat, so zeigt sich, dass dort Logik und Grammatik in einem komplexen gegenseitigen Abhängigkeitsverhältnis gedacht werden, so dass Logik und Grammatik weder zusammenfallen noch einfach getrennt werden können. Quine schlägt keineswegs vor, die angeblich nutzlosen grammatischen Analysen kurzerhand durch logische Analysen zu ersetzen. Zwar bedingen die Zwecke der Logik auch Anpassungen in der Grammatik, aber logische Formen werden trotzdem auch von den grammatischen Strukturen her verstanden, nämlich von denjenigen her, die geeignet sind, zu erklären, wie die Wahrheitswerte verschiedener Aussagen voneinander abhängig sind. Mit anderen Worten: Logische Formen sind wahrheitsrelevante grammatische Formen. In diesem Sinn formuliert Quine dann seinen Slogan *logic chases truth up the tree of grammar*.[18]

Auf der anderen Seite ist auch versucht worden, These (9.1) gegen die Thesen (9.2) und (9.3) stark zu machen. Besonders deutlich ist das bei Montagues sprachanalytischem Programm, das unter anderem dadurch charakterisiert ist, dass es sich bei der Analyse natürlicher Sprachen weitgehend an der grammatischen Form orientiert und dafür im Gegenzug einen viel komplizierteren logischen Formalismus einführt, als dies in der klassischen Logik üblich ist. Dadurch wird es beispielsweise möglich, die oben erwähnten Beispiele (1) bis (4) einheitlich zu analysieren.[19] Montague schlägt sogar eine einheitlich Formalisierung von „ist“ als Identität und als Prädikation vor und greift damit eines der

[18] *Quine: Philosophy of logic,* S. 35. Vgl. *Quine: Grammar, truth, and logic,* S. 21.

[19] Vgl. *Montague: The proper treatment of quantification in ordinary English,* S. 261–262. Eine prägnante Skizze von Montagues Strategie zur einheitlichen Formalisierung der Nominalphrasen bietet *van Eijck: Computational semantics and type theory,* S. 101: “All is well, however, when we say that the subject always takes the predicate as its argument, and make this work for simple subjects by raising their status from argument to function. Using λ, this is easy enough: we translate *John* not as the constant *j,* but as the expression $(\lambda P.(Pj))$. This expression denotes a function from properties to truth values, so it can take a predicate translation as its argument. The translation of *no-one* is of the same type: $(\lambda P.\neg\exists x.((person\,x)\wedge(Px))$. Before reduction, the translations of *John walks* and *no-one walks* look very similar. These similarities disappear only after both translations have been reduced to their simplest forms.”

philosophiegeschichtlich brisantesten Beispiele für die *misleading form thesis* an.[20] Das zeigt deutlich, dass die Richtigkeit der beiden Thesen (9.2) und (9.3) nicht nur von der Umgangssprache und der Grammatik abhängt, sondern genauso davon, welchen logischen Formalismus man beim Formalisieren verwendet. Die grammatischen Formen derselben umgangssprachlichen Aussagen können aus der Perspektive eines bestimmten logischen Formalismus irreführend sein, mit Blick auf einen anderen Formalismus aber nicht. So ist zum Beispiel die Subjekt-Prädikat-Analyse bei (3) und (4) für die moderne Standardlogik irreführend, während sie das vom Standpunkt der aristotelischen und syllogistischen Tradition der Logik her gesehen oder auch für Montagues Logik nicht ist.

Für die Idee der Formalisierung spielt es keine entscheidende Rolle, ob eine der Thesen (9.2) und (9.3) richtig ist, weshalb ich sie im Folgenden auch nicht voraussetze. Bereits die schwächste These (9.1) genügt als Motivation für das Projekt der Formalisierung: Die Idee der Formalisierung lebt davon, dass Formeln logische Formen von Aussagen repräsentieren und den Formeln logische Merkmale in einfacherer und eindeutigerer Weise zugeordnet werden können als umgangssprachlichen Aussagen. Im Folgenden soll diese Eigenschaft der Transparenz unter zwei Gesichtspunkten genauer erläutert werden.

7.2 Kognitive Transparenz

Ein erstes Verständnis der Idee einer transparenten Repräsentation logischer Merkmale lässt sich gewinnen, wenn man von der optischen Metapher der Durchsichtigkeit ausgeht. Die Transparenz logischer Formeln kann dahingehend gedeutet werden, dass logische Merkmale direkt an der syntaktischen Struktur der Formeln ablesbar sind, dass man sie den logischen Formeln ansieht. Kurz: Formeln bieten eine anschauliche Darstellung von logischen Formen.

Diese Idee der Transparenz ist in der Geschichte der Logik in vielfacher Weise bedeutend gewesen. Wie Patzig gezeigt hat, spielt sie schon in der Theorie der vollkommenen Syllogismen bei Aristoteles eine entscheidende Rolle: Die Unterscheidung zwischen vollkommenen und unvollkommenen Syllogismen bezieht sich nicht, wie gelegentlich behauptet wurde, auf die Gültigkeit der Schlüsse, sondern auf deren Evidenz, das heißt darauf, wie unmittelbar die Gültigkeit der Schlüsse aus deren Formulierung ersichtlich ist.[21] Besonders wichtig ist die Idee der Transparenz für Leibniz, bei dem sie eine prominente Rolle in der Erkenntnistheorie spielt: Indem Leibniz Descartes' Wahrheitskriterium der

20 *Montague: The proper treatment of quantification in ordinary English,* S. 261, 267; vgl. dazu z.B. *Dowty, Wall, Peters: Introduction to Montague Semantics,* S. 227–230, oder *Gamut: Logic, language, and meaning,* Bd. 2, S. 187–190. (Siehe auch unten S. 170 sowie den Exkurs zu Montague in Kapitel 12.4.3.) In der Folge sind verschiedene Analysen vorgeschlagen worden, die die traditionelle These der Mehrdeutigkeit von „sein“ teilweise oder vollständig ablehnen. Vgl. dazu *Dölling: Ist die Kopula mehrdeutig?*

21 *Patzig: Die Aristotelische Syllogistik,* Kap. III; vgl. auch *Ebert: Was ist ein vollkommener Syllogismus des Aristoteles?*

Klarheit und Deutlichkeit durch das Kriterium der Beweisbarkeit ergänzt beziehungsweise ersetzt, wird Wahrheit auf eine ganz andere Art von Evidenz gestützt. Beweisen als eine Form des symbolischen Denkens ist ein Operieren, das heißt ein Rechnen nach formalen Gesetzen, mit Zeichen; und im Gegensatz zu Descartes' Evidenz der dem Geist präsenten Sache ist Leibniz' Evidenz der bewiesenen Wahrheit die Augenfälligkeit der rein formalen Übergänge von Symbolen zu Symbolen.[22]

Auch das Programm der so genannten logischen Idealsprache, das die Entwicklung der modernen Logik entscheidend vorangetrieben hat, ist stark von der Idee der Transparenz geprägt. Frege erklärt Zweck und Leistung seiner formalen Sprache durch den berühmten Vergleich mit einem Mikroskop:[23] Die Begriffsschrift soll Formen von Gedanken sichtbar machen, indem sie eine „anschauliche Darstellung der Denkformen“[24] bietet. Ausdrücklich erklärt Frege, dass die Zweidimensionalität seiner Notation der „Übersichtlichkeit der Darstellung“[25] dient. Russell spricht davon, dass eine logisch perfekte Sprache die logische Struktur „auf den ersten Blick zeigt“.[26] Wittgenstein geht in diesem Punkt wohl am weitesten, wenn er im *Tractatus* die These vertritt, dass sich in einer idealen Notation die logischen Beziehungen direkt den Zeichen ablesen ließen.[27]

Schließlich ist Transparenz im Sinne der Augenfälligkeit auch die wesentliche Motivation für die Verwendung von speziellen Symbolen und graphischen Darstellungsmitteln in der Logik.[28] Solche Hilfsmittel erlauben es, logische Merkmale auf besonders übersichtliche Weise darzustellen, so dass wir sie in den Formeln oder Diagrammen gewissermaßen direkt sehen können. Für die praktische Handhabung eines logischen Systems ist das ein entscheidender Vorteil; Whitehead schreibt: “By the aid of symbolism, we can make transitions in reasoning almost mechanically by the eye, which otherwise would call into play the higher faculties of the brain.”[29]

---

22 *Descartes: Meditationes de Prima Philosophia,* S. 35; *Descartes: Principia Philosophiae,* I.45; *Leibniz: Meditationes de cognitione, veritate et ideis,* S. 590–591; Vgl. *Schulthess: Erkenntnislehre, Logik und Charakteristik,* S. 1053; *Krämer: Berechenbare Vernunft,* Kap. II.2.2–2.3, und *Krämer: Symbolische Maschinen,* Kap. 2.2.3.

23 *Frege: Begriffsschrift,* S. XI (Orig. S. V).

24 *Frege: Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift,* S. 114 (Orig. S. 56).

25 *Frege: Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift,* S. 113 (Orig. S. 55).

26 *Russell: The philosophy of logical atomism,* S. 198.

27 *Wittgenstein: Tractatus,* 6.122, vgl. 5.1311, 6.113. Auch wenn sich Wittgenstein später von der Idee einer idealen logischen Sprache distanziert hat, spielt der Gedanke einer übersichtlichen Darstellung auch in seinem Spätwerk immer noch eine zentrale Rolle. Siehe z.B. *Wittgenstein: Philosophische Bemerkungen,* S. 52; *Wittgenstein: Philosophische Untersuchungen,* §122; vgl. *Baker, Hacker: Wittgenstein. Meaning and understanding,* Kap. XIV; *von Savigny: Wittgensteins „Philosophische Untersuchungen“,* S. 169–170. Zu Formalisieren und übersichtlicher Darstellung im Sinne Wittgensteins vgl. *Peregrin: Formal logic and the pursuit of meaning,* Kap. 8.

28 Zur Rolle graphischer Methoden in der Logik vgl. *Dipert: Logic machines and diagrams* und die dort angegebene Literatur.

29 *Whitehead: An introduction to mathematics,* S. 41. Vgl. *Whitehead, Russell: Principia mathematica,* S. 2.

Das zentrale Moment dieser Erklärung des Begriffs der Transparenz liegt darin, dass ein Ausdruck dann als transparent gilt, wenn ihm seine logischen Merkmale unmittelbar entnommen werden können. Im Kontext der modernen formalen Logik ist klar, dass Transparenz in diesem Sinne Augenfälligkeit bedeutet und an die Verwendung schriftlicher Zeichen gebunden ist. Dass dies nicht die einzige Möglichkeit zur transparenten Repräsentation logischer Formen darstellt, zeigt sich am Beispiel der scholastischen Logik. In dieser insgesamt viel stärker am mündlichen Diskurs orientierten Kultur wurde keine den heutigen Notationen vergleichbare symbolische Schreibweise verwendet. Stattdessen kamen mnemotechnische Ausdrücke und Merkverse zum Einsatz, die nicht nur die Funktion hatten, das Erinnern gültiger syllogistischer Modi zu vereinfachen, sondern auch dazu dienten, logische Formen von Schlüssen auf einfache und eindeutige Weise zu bezeichnen und mitzuteilen. Welchen Einfluss diese medialen Voraussetzungen auf die Entwicklung der Logik im Mittelalter hatten, ist eine Frage, die genauer zu erforschen wäre.[30]

In dieser Weise verstanden, hat der Begriff der Transparenz eine stark kognitive Färbung. Als Konsequenz ergibt sich einerseits, dass die Frage, wie transparent eine bestimmte Formel logische Merkmale repräsentiert, letztlich auch eine empirische ist; man könnte zum Beispiel versuchen, solche Transparenz durch Lesbarkeitstests zu messen. Darüber hinaus ist damit zu rechnen, dass die kognitive Transparenz desselben Ausdrucks von verschiedenen Personen unterschiedlich beurteilt wird, wobei solche individuellen Differenzen wohl zu einem guten Teil durch Gewöhnung an eine bestimmte Notation erklärbar sein dürften. Kognitive Transparenz ist sicherlich ein wichtiger Grund dafür, dass verschiedene Autoren unterschiedliche Notationen bevorzugen. Quine beispielsweise übernimmt in *Methods of logic* teilweise die Punkte-Notation aus *Principia Mathematica,* weil er sowohl eine reine Klammernotation wie auch die polnische Notation, die ohne Gruppierungszeichen auskommt, zu intransparent findet.[31] Dass die Punkte-Notation trotzdem im Aussterben begriffen ist und es kaum noch Logiker gibt, die Quines Urteil bezüglich der Vorteile der Punkte-Notation teilen, dürfte nicht zuletzt daran liegen, dass heute fast niemand mehr das Studium der Logik mit den *Principia Mathematica* beginnt.

Betrachtet man nur diesen kognitiven Aspekt der Transparenz logischer Formalsprachen, so könnte man versucht sein, die Konsequenz zu ziehen, dass der Begriff der logischen Form letztlich vollständig psychologisch zu interpretieren sei. In diesem Sinne ist beispielsweise der Begriff der *Logical Form* in der

---

30 Zu den mnemotechnischen Ausdrücken der Scholastik vgl. *Bocheński: Formale Logik,* S. 244–256, 625–626. Zur Bedeutung des Gebrauchs schriftlicher Symbole für die Entwicklung der Logik seit der Neuzeit vgl. *Krämer: Berechenbare Vernunft* und *Krämer: Symbolische Maschinen.* Über die Schriftlichkeit als Kennzeichen von formalen Sprachen (gegenüber natürlichen Sprachen) vgl. *Fitch: The relation between natural languages and formalized languages* und *Geach: Comment to Fitch: The relation between natural languages and formalized languages.*

31 Vgl. *Quine: Methods of logic (4),* S. viii, 29–31.

generativen Grammatik zu verstehen. Geht man von einer solchen Auffassung der logischen Form aus, könnte man die Transparenz logischer Notationen damit erklären, dass diese besonders direkt mentalen Repräsentationen entsprechen. Passend dazu schreibt Chomsky:

> The logical notions are embedded in our deepest nature, in the very form of our language and thought, which is presumably why we can understand some kinds of logical systems quite readily, whereas others are inaccessible to us without considerable effort and conscious understanding, if at all.[32]

Auch in Quines Verständnis des Formalisierens gibt es Momente, die ihn in die Nähe dieser Auffassung rücken. Wenn er betont, dass Formalisieren für ihn weniger heißt, nach bestimmten Regeln einem umgangssprachlichen Ausdruck einen Ausdruck der kanonischen Notation zuzuordnen, sondern vielmehr das in einer Umgangssprache Ausgedrückte in kanonischer Notation neu zu formulieren, *re-think the whole in logical symbols*[33], dann setzt er natürlich voraus, dass wir in logischen Symbolen denken können, freilich ohne damit eine mentalistische Theorie der Grammatik oder der logischen Form zu vertreten.[34]

Eine solche psychologisierende Auffassung der logischen Form soll hier keineswegs vertreten werden. Im Gegenteil: Dass der kognitive Begriff der Transparenz starke psychologische Facetten hat, zeigt vielmehr, dass es ziemlich verfehlt wäre, die mit dem Formalisieren angestrebte Transparenz auf dieses kognitive Moment zu reduzieren. Damit würde ein für das Formalisieren entscheidendes Moment unterschlagen, wie folgende Überlegung zeigt: Wenn beim Formalisieren einer Aussage ein Formalismus verwendet wird, der einer Person nur wenig geläufig ist, sind die logischen Merkmale der Aussage für diese Person im Allgemeinen in der Formalisierung kognitiv viel weniger transparent repräsentiert als in der Aussage selbst. Daraus folgt nun aber keineswegs, dass das Formalisieren in solchen Fällen irgendwie misslungen wäre. Vielmehr ist unter „Transparenz“ ganz offensichtlich noch etwas anderes zu verstehen, wenn denn die entscheidende Leistung des Formalisierens darin bestehen soll, eine transparente Repräsentation logischer Merkmale zu liefern.

7.3 Kalkulatorische Transparenz

Ein nicht auf die menschliche Kognition bezogener Begriff von Transparenz ergibt sich, wenn man „transparent“ im Hinblick auf Mechanisierbarkeit deutet. Aus dieser Perspektive steht die Formalisierung im Dienst der Leibniz'schen Idee der logischen Maschine, heute *theorem prover* genannt, also eines Algorithmus, der die Gültigkeit von Argumenten errechnet.[35] Das setzt voraus, dass die

[32] *Chomsky: Language and problems of knowledge,* S. 99.
[33] *Quine: Methods of logic (4),* S. 57.
[34] Vgl. Kapitel 2.2.1. Zur Differenz zu Chomsky vgl. *Quine: Methodological reflections on current linguistic theory.*
[35] Zur Geschichte dieser Idee vgl. *Krämer: Symbolische Maschinen.* Eine kurze Übersicht findet

logischen Merkmale der Ausdrücke, die diese Maschine verarbeiten soll, auf mechanische Art und Weise bestimmt werden können. Damit eine Aussage oder Formel in diesem Sinne transparent sein kann, muss es sich demnach um einen Ausdruck handeln, der einem logischen Formalismus angehört, das heißt um einen Ausdruck einer formalen Sprache, für die eine formale Definition der Gültigkeit und eine formale Semantik oder Ableitungsregeln vorliegen. Die Transparenz solcher Ausdrücke besteht darin, dass explizite, formale und effektive Regeln bestimmen, welche logischen Merkmale sie haben;[36] je einfacher der dafür erforderliche Algorithmus ausfallen kann, umso transparenter sind die logischen Merkmale repräsentiert; insoweit es für umgangssprachliche Aussagen keine solchen Regeln gibt, sind sie intransparent. Ich werde diesen Begriff der Transparenz als „kalkulatorisch" bezeichnen, um ihn terminologisch gegen die in den vorangehenden Abschnitten erläuterte kognitive Version der Transparenz abzugrenzen. Dabei bezieht sich „kalkulatorisch" auf die Möglichkeit, logische Formen nach einem effektiven Verfahren aus grammatischen Formen zu „errechnen"; es geht nicht darum, den Begriff der Transparenz auf Kalküle im Gegensatz zu semantischen Formalismen zu beschränken und Transparenz im kalkulatorischen Sinne hat nichts damit zu tun, wie einfach es für einen Logiker ist, aufgrund grammatischer Formen logische Formen zu bestimmen.

Mehr noch als die kognitive lebt die kalkulatorische Transparenz von der Idee einer idealen, logisch perfekten Sprache, einer Sprache, in der es eine wohldefinierte und eindeutige Entsprechung von logischen und grammatischen Formen gibt. Entsprechend der Diskussion der logischen Form in Kapitel 4.3 heißt das insbesondere, dass sich sowohl logische und grammatische Kategorien wie auch Synkategoremata und logische Konstanten eineindeutig entsprechen müssten.[37] Somit lässt sich die entscheidende Leistung des Formalisierens auch dadurch charakterisieren, dass einer Aussage eine Formel aus einer logisch perfekten Sprache zugeordnet wird, so dass die Formel eine logische Form der Aussage repräsentiert. Der Ausdruck „ideale Sprache" ist zwar weitgehend außer Gebrauch gekommen, vor allem aufgrund übermäßigen polemischen Gebrauchs gegen die tatsächlichen und angeblichen Vorschläge, natürliche Sprachen für philosophische Zwecke durch logische Formalismen zu ersetzen. Die Idee einer logisch perfekten Sprache bleibt aber für jede an der modernen Tradition orientierte Theorie der formalen Logik unverzichtbar, so dass die Geschichte dieser Idee im Wesentlichen auch die Geschichte dieser Logiktradition seit Leibniz' Projekten einer *characteristica universalis* und eines *calculus ratiocinator* ist.[38]

---

sich in *Dipert: Logic machines and diagrams.*

36 „Formale Regeln" ist hier im Sinne von formal_2 in Kapitel 1.3.2 zu verstehen: sie nehmen nur auf die Form, nicht auf die Bedeutung von Ausdrücken Bezug.

37 Zur Idee einer logisch perfekten Sprache im Zusammenhang mit dem Formalisieren vgl. *Sainsbury: Logical forms,* S. 295–297.

38 Vgl. dazu *Krämer: Symbolische Maschinen; Lorenz: Elemente der Sprachkritik,* insb. Kap. I.2.

In den vorangehenden Abschnitten habe ich „Transparenz“ sowohl in einem absoluten wie in einem graduellen Sinne verwendet, so dass sich zwei Aspekte der kalkulatorischen Transparenz unterscheiden lassen: in erster Linie bezeichnet „kalkulatorische Transparenz“ eine eindeutige Entsprechung von logischer und grammatischer Form. Ist dies gegeben, kommt dazu noch das graduelle Moment der Einfachheit, wonach ein Ausdruck umso transparenter ist, je einfacher die Beziehung zwischen logischer und grammatischer Form beschrieben werden kann. Zusätzliche Komplexität ergibt sich, wenn man noch den ebenfalls graduellen Begriff der kognitiven Transparenz dazunimmt. Das Resultat lässt sich am Beispiel der Gruppierung komplexer Aussagen mit mehreren Junktoren vorführen: Fragt man sich, ob eine Formalisierung einer Aussage in polnischer Notation transparenter ist als ihr Gegenstück in einer der üblichen Klammer-Notationen, so hängt die Antwort offensichtlich davon ab, welchen Aspekt der Transparenz man wie stark gewichtet und dies wiederum ist davon abhängig, für wen oder was und im Hinblick auf welchen Verwendungszweck man diese Frage stellt.[39] Für eine Maschine wird wohl die Formel in polnischer Notation transparenter sein, da solche Formeln im Allgemeinen einfachere Algorithmen erlauben und kognitive Transparenz in diesem Zusammenhang keine Rolle spielt. Soll die Formel von Menschen gelesen werden, spielt natürlich gerade die kognitive Transparenz eine besondere Rolle; obwohl wahrscheinlich die meisten Logikerinnen die polnische Notation als weniger transparent einstufen würden, ist auch mit umgekehrten Präferenzen zu rechnen.[40]

An dieser Stelle ist es interessant, einen Blick auf Montagues Sprachtheorie zu werfen.[41] Einerseits lässt sich dadurch nochmals illustrieren, wie kognitive und kalkulatorische Transparenz in der Idee des Formalisierens zusammenspielen, andererseits werden auch gewisse Grenzen des bisher entwickelten Konzepts des Formalisierens sichtbar.

1. Gehen wir als Erstes von einer Aussage und deren Formalisierung in Montagues intensionaler Typenlogik aus, ohne zu berücksichtigen, wie diese Formalisierung hergestellt wurde. Zum Beispiel:[42]

(10) John is a man.

(10.1) $\lambda P[P\{j\}]({}^{\wedge}\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}\{{}^{\wedge}\lambda y[x=y]\}({}^{\wedge}\lambda P[\lambda Q\exists z[P\{z\}\wedge Q\{z\}]]({}^{\wedge}\mathbf{man'})))$

Man kann sich hier sehr gut vorstellen, dass die Repräsentation logischer Merkmale von (10) durch (10.1) in kognitiver Hinsicht fast vollständig intransparent ist für jemanden, der zwar Englisch versteht und die intensionale Typenlogik grundsätzlich kennt, aber mit ihr nur wenig vertraut ist – ganz im Gegensatz zum umgangssprachlichen Satz (10). Trotzdem ist natürlich die

39 Vgl. *Elgin: With reference to reference,* S. 87–88.

40 Vgl. *Sobel: Sentential notations,* S. 381–382; *Quine: Methods of logic (4),* S. 30–32.

41 Zum Folgenden vgl. auch Kapitel 2.2.2 und den Exkurs in Kapitel 12.4.3.

42 Vgl. *Dowty, Wall, Peters: Introduction to Montague Semantics,* S. 229.

Formel (10.1) eine Formalisierung der Aussage (10), und nicht umgekehrt. Damit werden die drei folgenden Punkte veranschaulicht:

i. In dieser Situation ist für die betreffende Person die Aussage kognitiv transparenter als die Formel. In Bezug auf die kalkulatorische Transparenz verhält es sich dagegen umgekehrt. Kalkulatorische und kognitive Transparenz sind also unabhängig voneinander.
ii. Weil das Formalisieren ein Zuordnen von Formeln, also Ausdrücken eines logischen Formalismus, zu Aussagen ist, ist jede Formalisierung kalkulatorisch transparent. Kognitive Transparenz dagegen ist, wie sich gezeigt hat, weder eine notwendige, noch eine hinreichende Bedingung.
iii. Obwohl es erwünscht ist, dass Formalisierungen kognitiv transparenter als die formalisierten Aussagen sind, kann es sinnvoll sein, Formalisierungen zu verwenden, die das nicht sind.

2. Berücksichtigt man zusätzlich, wie Montague mit seiner Methode der indirekten Interpretation Formalisierungen aus englischen Aussagen gewinnt, ergibt sich folgendes Bild: Da diese Methode unter anderem ein Formalisierungsverfahren umfasst, das explizit, formal und effektiv regelt, welchen Aussagen welche Formeln zugeordnet werden, resultiert, dass nicht nur die Formalisierung (10.1), sondern auch die Aussage (10) kalkulatorisch transparent ist.[43] Da damit umgangssprachliche Aussagen zu Formeln einer formalen Sprache gemacht werden, stellt sich die Frage, ob man wirklich noch davon sprechen kann, dass (10.1) eine Formalisierung von (10) ist. Bisher bin ich immer davon ausgegangen, dass umgangssprachliche Aussagen, nicht Ausdrücke einer formalen Sprache, Gegenstand des Formalisierens sind (vgl. Kapitel 1.1.2). Von dieser Annahme her droht das etwas paradoxe Resultat, dass es kein Formalisierungsverfahren geben kann, weil jedes Verfahren dieser Art die Umgangssprache zu einer formalen Sprache macht und deshalb von Formalisierung keine Rede mehr sein kann. Mir scheint das allerdings eher zu zeigen, dass das auf die Standardlogik zugeschnittene Verständnis des Formalisierens, das ich bisher diskutiert habe, im Zusammenhang mit einer Sprachtheorie wie derjenigen von Montague an seine Grenzen stößt, weil man die Voraussetzung, die alltäglichen Umgangssprachen könnten nicht als formale Sprachen behandelt werden, nicht unbedingt zu teilen braucht. Im Hinblick auf solche Sprachtheorien muss man das Konzept des Formalisierens so erweitern, dass auch Formeln, die mit einem formalen Verfahren aus Aussagen gewonnen werden, als deren Formalisierungen gelten. Dabei ist weiterhin zu fordern, dass Formalisierungen immer kalkulatorisch transparenter sein müssen als die Aussagen, deren Formalisierungen sie sein sollen. (Sonst könnte man, wenn (10) als kalkulatorisch transparent gilt,

[43] Dass das tatsächlich der Fall ist, d.h., dass die Zuordnung logischer Merkmale zu Formeln zusammen mit dem Formalisierungsverfahren eine Zuordnung logischer Merkmale zu Aussagen ergibt, muss natürlich nachgewiesen werden. Vgl. *Montague: Universal grammar,* S. 225, 231–233; *Link: Montague-Grammatik,* S. 64–67, 249–253.

absurderweise genauso gut die Aussage (10) als Formalisierung der Formel (10.1) auffassen.)

3. Schließlich kann man noch Montagues Methode der direkten Interpretation berücksichtigen. Damit sind Theorien gemeint, die umgangssprachlichen Sätzen nicht Formeln zuordnen, sondern sie direkt formalsemantisch interpretieren. Zusammen mit einer entsprechenden Definition der formalen Gültigkeit bildet diese Theorie der direkten Interpretation einen logischen Formalismus; somit werden die umgangssprachlichen Aussagen wiederum zu kalkulatorisch transparenten Ausdrücken. Also ist dieselbe Aussage im Kontext der Grammatik, verstanden als naive Syntax, (kalkulatorisch) intransparent, im Kontext der Montague-Grammatik aber transparent. (Zur Erinnerung: Transparenz ist ein Begriff, der relativ auf eine Sprache, eine Grammatik und eine Logik ist.) Damit droht die Konsequenz, dass in dieser Version von Montagues Sprachtheorie Aussagen ihre eigenen Formalisierungen sind. Es scheint mir hier allerdings besser, am bisher diskutierten Konzept der Formalisierung festzuhalten und nur dann von „Formalisierung" zu sprechen, wenn logische Formen von Aussagen durch Ausdrücke aus einer zu diesem Zweck entwickelten formalen Sprache repräsentiert werden. In diesem Sinne ist Montagues direkte Interpretation keine Formalisierung.

Diese Überlegungen zu Montagues Sprachtheorie zeigen auch, dass die gelegentlich anzutreffende Auffassung, der Witz des Formalisierens bestehe im Gegensatz zwischen natürlichen und künstlichen Sprachen, den Kern der Sache nicht trifft: Dieser Gegensatz ist für das Formalisieren nur insoweit von Bedeutung, als er mit dem Übergang von intransparent zu transparent repräsentierten logischen Merkmalen einhergeht. Formalisieren macht nur Sinn, wenn die logischen Merkmale in den resultierenden Formeln tatsächlich transparenter repräsentiert sind als in den Ausgangssätzen. Eine Bedingung hierfür ist zwar, dass die Formalisierung ein Ausdruck aus einem logischen Formalismus ist; aber die Auffassung, es handle sich bei den natürlichen Sprachen und den formalen Sprachen der Logik um zwei grundsätzlich verschiedene Arten von Sprachen, muss gerade vom Formalisieren her gesehen als übertrieben beurteilt werden. Allerdings kann das Verhältnis von natürlichen Sprachen und logischen Formalsprachen auch nicht einfach auf den Unterschied in der Transparenz reduziert werden. Entscheidend für das Formalisieren ist nämlich auch die Möglichkeit, dass Ausdrücke beider Sprachen gleiche logische Merkmale haben, weil nur dann Formeln logische Formen von Aussagen repräsentieren können. Es ist deshalb vom Standpunkt der Formalisierung her sinnvoller, Formalismen, die beim Formalisieren verwendet werden, überhaupt nicht als eigene Sprachen, sondern als Erweiterungen natürlicher Sprachen aufzufassen – ein Vorschlag, für den beispielsweise Davidson argumentiert hat und der sich bezeichnenderweise auch im Lehrtext von Kalish und Montague findet.[44]

[44] *Kalish, Montague: Logic,* S. 5. Zu Davidson vgl. Hinweise in Kapitel 8.2.1.

Insgesamt resultiert aus dieser Diskussion eine Akzentverschiebung im Problem der adäquaten Formalisierung gegenüber der vorläufigen Formulierung in der Einleitung und in Teil I. Da die Ausgangsfrage war: „Welche Formel soll beim Formalisieren einer Aussage zugeordnet werden?“, schien das Problem der adäquaten Formalisierung weitgehend von einem Gegensatz zwischen Aussagen und Formeln zu leben. Nun zeigt sich aber, dass dieser Gegensatz für das Formalisieren nur insofern von Bedeutung ist, als Formeln logische Merkmale von Aussagen transparenter repräsentieren als die Aussagen selbst. Deshalb ist das Ziel des Formalisierens nicht einfach, umgangssprachlichen Aussagen Formeln zuzuordnen, sondern besteht vielmehr darin, logische Formen von Aussagen zu bestimmen und diese in möglichst transparenter Weise zu repräsentieren. Die entscheidende Leistung des Formalisierens ist also nicht das Zuordnen von Formeln zu Aussagen, sondern besteht darin, dass eine logische Form einer Aussage transparent gemacht wird. Das Zuordnen von Formeln ist *eine* Möglichkeit dies zu tun, nämlich diejenige, die in der Standardlogik favorisiert wird. Dass es nicht die Einzige ist, zeigt Montagues Theorie der direkten Interpretation; sein Resultat, dass aus jeder indirekten eine direkte Interpretation gewonnen werden kann, zeigt, dass die Methode des Formalisierens – konsequent, nämlich bis zu einem effektiven Formalisierungsverfahren, durchgeführt – letztlich das Formalisieren im üblichen Sinne einer Zuordnung von Formeln zu Aussagen überflüssig macht.[45]

[45] Montague ist natürlich nicht der Einzige, der Schritte in diese Richtung unternommen hat. Davidson beispielsweise schlägt vor, bei der Entwicklung einer Theorie der logischen Form zuerst von einer kanonischen Notation auszugehen, um dann Schritt für Schritt diese Notation und die dazu gehörende Theorie in Richtung Umgangssprache zu erweitern, bis man die Theorie schließlich direkt auf diese anwenden kann. Davidsons Konzept des Formalisierens wird in Kapitel 12.4.3 noch ausführlicher erörtert.

8 Die Zuordnung von Formalisierungen zu Aussagen

Dass die Tätigkeit des Formalisierens als ein Zuordnen von Formeln (und Korrespondenzschemata) zu Aussagen beschrieben werden kann, ist offensichtlich. Allerdings ist in diesem Zusammenhang häufiger von „Übersetzung" die Rede. Damit geht die Auffassung einher, das Formalisieren könne als eine Art von Übersetzen erklärt werden. Kapitel 8.1 erläutert, weshalb diese Erklärung einigen Verwirrungen Vorschub leistet und nur wenig zum Verständnis des Formalisierens beiträgt. Als Alternative dazu werde ich in Kapitel 8.2 mit Bezug auf Quine und Carnap für die Auffassung argumentieren, dass sich das Formalisieren als eine Form der Explikation verstehen lässt.

8.1 Formalisieren als Übersetzen

Wie verbreitet die Auffassung ist, das Formalisieren sei ein Übersetzen, zeigt sich schon im Sprachgebrauch: Sucht man in einem Lehrbuch nach Ausführungen zum Formalisieren, so muss man, vor allem in englischsprachigen Lehrbüchern, meist unter dem Stichwort „Übersetzung" beziehungsweise *translation,* allenfalls noch „Paraphrase" nachschlagen.[1] Was der Begriff der Übersetzung zum Verständnis der Formalisierung beiträgt, ist aber vorerst einmal so unklar wie dieser Begriff selbst (oder auch derjenige der Paraphrase).[2] Tatsächlich wird „übersetzen" in derart vielfältiger Weise verwendet, dass sich das Formalisieren ohne weiteres als ein Übersetzen *in irgendeinem Sinne* auffassen lässt. Nur ist das aus dem gleichen Grund noch überhaupt keine Erklärung, was „Formalisieren" heißt. Soll die Rede von „übersetzen" mehr als bloß eine stilistische Variante zu „formalisieren" darstellen, so muss klar sein, auf welchen Übersetzungsbegriff man sich bezieht. Damit dies nicht darauf hinausläuft, zuerst herauszufinden, was Formalisieren genauer ist und dann den entsprechenden Übersetzungsbegriff einzuführen, muss man sich an paradigmatische Verwendungen von „übersetzen" halten, also an die Übersetzung von Literatur und Gebrauchstexten und die Übersetzung gesprochener Sprache, wie sie etwa Dolmetscher praktizieren. So vergleicht beispielsweise Guttenplan das Formalisieren mit dem Übersetzen von Gedichten und Gebrauchsanleitungen für Waschmaschinen;[3]

[1] Einige Beispiele: *Barwise, Etchemendy: The language of first-order logic; Beckermann: Einführung in die Logik; Bühler: Einführung in die Logik; Tennant: Natural logic.* Gelegentlich wird mit „Übersetzung" auch die zur Formalisierung konverse Beziehung, die Verbalisierung, bezeichnet (z.B. *Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 8). Bei Quine ist „Paraphrase" nicht im hier diskutierten Sinn von Übersetzung zu verstehen. Vgl. Kapitel 8.2.

[2] Zu den vielfältigen Verwendungsweisen von „Übersetzung" vgl. *Schreiber: Übersetzung und Bearbeitung.*

[3] *Guttenplan: The languages of logic,* S. 105–106: "It is, in short, very hard to achieve a good translation. Suppose you are asked to translate a poem that you know and enjoy from English into French. […] On the other hand, suppose you were asked to translate an instruction manual from English into French. For specificity, we can suppose that the manual clearly and accurately describes the setting up and functioning of a washing machine. […] The

Hintikka und Bachman empfehlen Logikstudierenden, sich an der Praxis erfahrener Übersetzer zu orientieren.[4] Zu prüfen ist also, ob und inwiefern eine Analogie zwischen Formalisieren und paradigmatischen Formen des Übersetzens zu einer Erklärung des Formalisierens beiträgt.

Natürlich ist es einfach, das Formalisieren als Analogon zum Übersetzen aufzufassen: eine Aussage zu übersetzen bedeutet, ihr einen Satz in einer anderen natürlichen Sprache zuzuordnen; sie zu formalisieren bedeutet, ihr eine Formel zuzuordnen. Damit wird immerhin schon betont, dass das Formalisieren darin besteht, einer Aussage einen sprachlichen Ausdruck und nicht etwa einen nichtsprachlichen Gegenstand zuzuordnen.[5] Die Frage ist aber, ob es darüber hinaus wirklich aufschlussreiche Ähnlichkeiten zwischen Übersetzen und Formalisieren gibt. Guttenplan und Hintikka/Bachman betonen vor allem drei Punkte: (1) Übersetzen ist eine Praxis, die mitunter mit sehr schwierigen, manchmal fast unlösbaren Problemen verbunden ist. (2) Es ist extrem schwierig, für das Übersetzen genaue Regeln anzugeben. (3) Die Adäquatheit einer Übersetzung muss nach dem intendierten Gebrauch beurteilt werden. Wichtig sind vor allem (2) und (3); der erste Punkt ist viel zu allgemein, um eine Analogie des Formalisierens mit dem Übersetzen zu begründen.

Die Folgerung, die Guttenplan aus Punkt (3) zieht, ist sicher richtig: Wer wissen möchte, was eine adäquate Formalisierung ist, muss fragen, welchen Zielen das Formalisieren dient. Die Antwort lautet, dass sich das logische Formalisieren primär am zentralen Ziel der Logik – eine Theorie gültiger Schlüsse – orientieren muss, egal für welchen Zweck die Formalisierung weiter verwendet werden soll. Der entscheidende Unterschied zwischen Formalisieren und Übersetzen ist also: Beim Formalisieren geht es *nur* um die logische Form der formalisierten Ausdrücke, während beim Übersetzen ganz andere Ansprüche wie zum

languages between which translation is to be effected are the same, but the task is easier because it is less difficult to see what is wanted in the second case. […] What these examples illustrate is that the quality of a translation is relative to the specific purpose for which the translation is required. […] Sentential is a very different language from, say, French. It is a language of structure. Nonetheless, the move from English to Sentential does involve many of the problems of translation. Given this, we must keep firmly in mind the purpose of the translation as set out in the Strategy. What we are interested in is validity."

4 *Hintikka, Bachman: What if ...?,* S. 247: "[…] translation from English into the formal notation of logic is an art, not a science, which has to be learned by means of examples rather than by rules. Strict rules are extremely hard to formulate for such a translation. Instead of relying on rules, try to do what experienced translators do in translating from one natural language to another. Such translators do not rely on the form of words of the sentence to be translated. They try to grasp what the speaker or writer means and to express it in the other language, often by means of a different-looking sentence. Likewise, you should not try to translate English into formal notation word by word or phrase by phrase. In fact, English phrases are often destroyed in the translation and their parts separated from each other."

5 Für Peregrin *(Peregrin: Linguistics and philosophy)* beispielsweise ist das der Grund, weshalb er im Zusammenhang mit dem Formalisieren von *translation* spricht, obschon sich sein Verständnis des Formalisierens in den wesentlichen Punkten mit demjenigen deckt, das ich im nächsten Kapitel erläutern werde.

Beispiel gleiche Bedeutung, analoge Verwendungsmöglichkeiten, ähnliche stilistische Wirkung usw. zu erfüllen sind.[6] Damit ist aber klar, dass die Analogie von Übersetzen und Formalisieren nicht viel hergibt. Wenn Übersetzen und Formalisieren so klar unterschiedenen Zielen dienen und also ihre Adäquatheit nach verschieden Maßstäben zu beurteilen ist, so bedeutet das zum Beispiel, dass der Hinweis darauf, dass es keine Regeln gibt, nach denen sich eine Übersetzung bewerkstelligen lässt, wenig bis nichts darüber sagt, ob es für das Formalisieren solche Regeln gibt. Wie wenig die Analogie zur Übersetzung zum Verständnis der Formalisierung beiträgt, zeigt sich in Etchemendys Frage:

> In any adequate translation of English sentences into a regimented first-order language, two English sentences with different logical properties will go over into sentences that differ formally. But there is no reason to believe, at least not yet, that such translation reveals any formal or structural properties of the original sentences. Translation into French doesn't; why should translation into Fregean?[7]

Etwas zugespitzt könnte man die Sache so auf den Punkt bringen: Insofern das Formalisieren ein Übersetzen ist, hat es nichts mit einer Analyse der logischen Form zu tun, oder genauer gesagt nur soviel wie etwa eine Übersetzung ins Französische, die jedoch keine Analyse der logischen Form ist, sondern lediglich die Angabe eines Ausdrucks, der (möglichst) dasselbe besagt.

Gegen die Redeweise von Übersetzen im Zusammenhang mit dem Formalisieren spricht nicht nur, dass damit kaum etwas erklärt wird, sondern vor allem, dass verschiedenen Missverständnissen Vorschub geleistet wird. Der Kern der handelsüblichen Idee, Formalisieren lasse sich am besten als eine Form des Übersetzens erklären, kann so zusammengefasst werden: Das entscheidende Ziel sowohl des Übersetzens wie des Formalisierens besteht darin, einem quellsprachlichen Ausdruck ein Äquivalent in einer Zielsprache zuzuordnen; der differenzierende Unterschied zwischen Übersetzen und Formalisieren ist, dass die Zielsprache beim Formalisieren nicht eine natürliche, sondern eine künstliche Sprache, ein Symbolismus ist. Damit werden drei gängige, aber letztlich nicht haltbare Auffassungen nahe gelegt:

1. *Die Adäquatheit einer Formalisierung lässt sich als eine Form der Synonymie erklären.* Die Schwierigkeiten dieser Auffassung lassen sich wiederum am Beispiel von Etchemendy (und Barwise) aufzeigen: Ausgehend davon, dass eine adäquate Übersetzung einen Ausdruck liefern muss, der möglichst die gleiche Bedeutung wie der übersetzte Ausdruck hat, weisen sie darauf hin, dass dies im Falle des Formalisierens bedeutet, dass eine Aussage und deren adäquate Formalisierung unter allen möglichen Umständen den gleichen Wahrheitswert haben müssen.[8] Der Parallele von Übersetzung und Formalisierung folgend, behaupten Barwise und Etchemendy anschließend, dass äquivalente Formalisierungen das Analogon

[6] Vgl. *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 143–144; *Haas: Syntax and semantics of ordinary language,* S. 153.

[7] *Etchemendy: The doctrine of logic as a form,* S. 320–321.

[8] *Barwise, Etchemendy: The language of first-order logic,* S. 47–48, vgl. auch S. 5 und 163.

zu verschiedenen, bloß stilistisch sich unterscheidenden Übersetzungsmöglichkeiten sind, da sie ja gleiche Wahrheitsbedingungen haben und also bezüglich des erwähnten Kriteriums für adäquates Formalisieren gleich gut abschneiden. Eine solche Gleichsetzung äquivalenter Formeln mit stilistischen Varianten ist schon deshalb unplausibel, weil die Äquivalenz von Aussagen oder Formeln doch gerade etwas ist, was die Logik nachweisen können sollte – und nicht bloß eine Nebensächlichkeit des logischen Stils. Tatsächlich verbirgt sich hinter der Frage nach dem Status äquivalenter Formalisierungen eine Reihe von Problemen, die für eine angemessene Erklärung der Adäquatheit von Formalisierungen eine entscheidende Rolle spielen. Auf dieses Thema werde ich in Kapitel 12.1 ausführlich eingehen.

2. *Der Unterschied zwischen natürlichen und künstlichen Sprachen spielt für das Formalisieren eine entscheidende Rolle.* Diese Auffassung evoziert die doch eher abwegige Frage, ob eine Aussage zu formalisieren im Grunde etwas Ähnliches sei, wie sie auf Esperanto oder Volapük zu übersetzen. Der Unterschied ist offenkundig, wenn man einen Blick in Peanos *Formulario mathematico* wirft, wo Formeln in der Kunstsprache *latino sine flexione* erklärt und in dieser Sprache formulierte Aussagen formalisiert werden. Der Gegensatz zwischen „natürlichen" und „künstlichen" Sprachen ist selbst stark erklärungsbedürftig, da diese Bezeichnungen im Hinblick auf ganz unterschiedliche Differenzen – zum Beispiel Ursprung, Gebrauch oder Erwerb einer Sprache – verwendet werden. Je nachdem, welche Differenz man im Auge hat, kann mit dem Gegensatz natürliche – künstliche Sprache beispielsweise betont werden, dass eine Sprache (nicht) durch explizite Übereinkunft entstanden ist, für die alltägliche Kommunikation (nicht) gebräuchlich ist oder unter normalen Umständen (nicht) als Primärsprache gelernt wird oder werden kann.[9] Dies alles spielt für das Formalisieren keine entscheidende Rolle, obwohl es natürlich zutrifft, dass die formalen Sprachen der Logik meist durch explizite Vereinbarungen eingeführt, für ziemlich spezielle Zwecke verwendet und nicht als Primärsprache gelernt werden.[10] Das Problem, das entsteht, wenn man das Formalisieren aus der Perspektive des Gegensatzes natürlich – künstlich zu erklären versucht, ist also nicht, dass dieser Gegensatz nicht einschlägig wäre, sondern dass damit ein Aspekt in den Vordergrund gerückt wird, der letztlich für das Formalisieren bloß nebensächlich ist: Zwar ist die Umgangssprache, in der die zu formalisierenden Aussagen formuliert sind, meist eine mehr oder weniger natürliche Sprache, und alle üblichen formalen Sprachen der modernen Logik sind künstliche Sprachen, doch Natürlichkeit und

9 Zu verschiedenen Bedeutungen von „natürlicher" und „künstlicher Sprache" vgl. *Otto: The linguistic basis of logic translation,* S. 11–12; *Moravcsik: Natural languages and formal languages,* S. 227–228; *Quine: Quiddities,* Artikel <Artificial languages>.

10 Im Einzelnen ist die Situation allerdings nicht so klar. So gibt es z.B. Argumente dafür, dass bezüglich Lernbarkeit zwischen natürlichen Sprachen und logischen Formalsprachen weniger gravierende Unterschiede bestehen, als man vielleicht annehmen möchte. *Kroy: Logic, language and formalization* beispielsweise versucht zu zeigen, dass es analog zur grammatischen Kompetenz auch eine Kompetenz des Formalisierens gibt.

Künstlichkeit – was auch immer damit genauer gemeint ist – spielen schlicht keine Rolle, wenn es darum geht, zu verstehen, was es bedeutet, eine Aussage zu formalisieren.

3. *Der Gebrauch von Symbolen spielt für das Formalisieren eine entscheidende Rolle.* Diese Auffassung motiviert wohl bei einigen Autoren die Bezeichnung „Symbolisieren" für das Formalisieren. Ähnlich wie beim Gegensatz natürliche – künstliche Sprachen wird damit ein letztlich doch entbehrlicher Zug der formalen Sprachen der Logik über Gebühr betont, so dass Gefahr besteht, dass der formale Charakter der Logik mit dem Gebrauch von speziellen Symbolen gleichgesetzt und die Formalität der Logik mit einem Typographie-Erlebnis verwechselt wird. Wie sich aber beispielsweise Horoskope auch ohne Symbole erstellen ließen, indem man „Zwillinge" statt „♊" schreibt usw., könnte man auch ohne den Einsatz spezieller Symbole formalisieren, indem man anstelle der logischen Symbole Worte verwendet.[11] Das Resultat wäre in beiden Fällen natürlich für praktische Zwecke ziemlich nutzlos, weil in der Handhabung viel zu umständlich, aber doch ein Horoskop respektive eine Formalisierung.[12]

8.2 *Formalisieren als Explikation*

Mit dem Vorschlag, das Formalisieren als eine Form der Explikation aufzufassen, beziehe ich mich einerseits auf die von Carnap eingeführte Verwendung dieses Begriffs[13] und orientiere mich andererseits an Quines Ausführungen zum Formalisieren (*paraphrase* und *regimentation*) in *Word and object*[14].

---

[11] Vgl. *Quine: Word and object,* S. 159; Näheres dazu in Kapitel 8.2.1.

[12] Dass diese Umständlichkeit relativ ist, zeigt ein Blick in eine mittelalterliche Abhandlung über formale Logik, wo oft ausgesprochen komplexe Schlussweisen diskutiert werden, ohne dass besondere schriftliche Symbole zur Anwendung kommen (vgl. S. 167). Die gleiche Situation besteht z.B. auch beim Symbolgebrauch in Chemie oder Musik (vgl. die Beispiele in *Herrick: The many worlds of logic,* S. 40–41). Für die verschiedenen Leistungen der Symbolik vgl. *Knobloch: Einfluss der Symbolik.*

[13] *Carnap: The two concepts of probability,* S. 438. Ausführlicher in: *Carnap: Logical foundations of probability,* §§2–3; *Carnap, Stegmüller: Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit,* S. 12–20. Vgl. auch *Carnap: Replies and systematic expositions,* S. 933–937.

[14] *Quine: Word and object,* §33 und §53. Quine weist in *Word and object* (S. 258–259) ausdrücklich darauf hin, dass sein Konzept der Explikation mit demjenigen Carnaps übereinstimme und nichts mit Synonymie zu tun habe. Diese Feststellung verträgt sich allerdings nicht mit Quines Ausführungen in *Two dogmas of empiricism* (S. 25), wo er vertritt, dass Carnap'sche Explikationen letztlich Synonymien voraussetzen. Koppelberg (*Die Aufhebung der analytischen Philosophie,* S. 151–153) weist darauf hin, dass es im Kern um die Frage geht, wie Carnaps Adäquatheitsbedingung der Ähnlichkeit zu verstehen ist. Koppelberg deutet sie wie Quine in *Two dogmas of empiricism* als Bedeutungsgleichheit in bestimmten Kontexten und muss deshalb insistieren, dass Quine in *Word and object* faktisch das Adäquatheitskriterium der Ähnlichkeit aufgibt, womit – was Quine freilich entgangen wäre – ein entscheidender Unterschied zwischen seinem und Carnaps Begriff der Explikation gegeben ist. Mir scheint es dagegen plausibler, Carnap (wie Quine in *Word and object*) pragmatischer zu lesen und seine Bedingung der Ähnlichkeit so zu deuten, dass diese unabhängig von Synonymie ist und nur verlangt, dass

Explikation ist das Ersetzen eines mehr oder weniger unexakten Begriffs („Explikandum") durch einen exakten Begriff („Explikat"), dessen Gebrauch explizit geregelt ist und der für bestimmte Zwecke anstelle des Explikandums gebraucht werden kann. Für dasselbe Explikandum sind verschiedene Explikationen möglich; diese sind nicht wahr oder richtig (bzw. falsch), sondern mehr oder weniger adäquat. Dabei spielen vier Faktoren eine Rolle: Ähnlichkeit, Exaktheit, Fruchtbarkeit und Einfachheit. Diese Adäquatheitsbedingungen sind im Hinblick auf den Zweck zu beurteilen, dem die Explikation dienen soll, das heißt im Hinblick auf die Theorie oder das Begriffssystem, in dem das Explikat verwendet werden soll. Damit können relevante Anwendungsfälle von Explikandum und Explikat von irrelevanten unterschieden werden. Die Anforderung der Ähnlichkeit ist zunächst darauf beschränkt, dass das Explikat dem Explikandum soweit ähnlich sein muss, dass es in diesen relevanten Anwendungsfällen anstelle des Explikandums verwendet werden kann. Weitergehende Ähnlichkeit ist dann weniger wichtig als die beiden Forderungen der Exaktheit und Fruchtbarkeit. (Damit wird übrigens auch das Paradox der Analyse vermieden, wonach eine Analyse nur uninformativ oder falsch sein kann, Ersteres wenn ihr Resultat mit dem Analysierten synonym ist, und Letzteres wenn es das nicht ist.[15]) Mit Exaktheit ist gemeint, dass der Gebrauch des Explikats für die Zwecke, denen die Explikation dienen soll, durch möglichst genaue Regeln festgelegt ist. Mindestens muss das Explikat in diesem Sinne exakter als das Explikandum sein, sonst verfehlt die Explikation ihren Zweck. Ein Explikat ist umso fruchtbarer, je mehr Gesetzmäßigkeiten es zu formulieren erlaubt. Schließlich sollten Gebrauchsregeln und Gesetzmäßigkeiten für das Explikat möglichst einfach sein. Standardbeispiele für Explikationen sind Tarskis Wahrheitsdefinition oder die Definition der natürlichen Zahlen und die Analyse der Kennzeichnungen durch Frege und Russell; für Carnap wären auch seine Begriffe der L-Semantik, die logische Wahrheit, Analytizität usw. explizieren, zu nennen.[16]

Das Formalisieren lässt sich als eine spezielle Form des Explizierens auffassen, wenn man folgende Punkte berücksichtigt:

1. Explikation bezieht sich auf Begriffe, Formalisieren auf Aussagen.

2. Dem allgemeinen Ziel der Explikation, Unexaktes durch Exaktes zu ersetzen, entspricht beim Formalisieren das Ziel, Intransparentes durch (kalkulatorisch) Transparentes zu ersetzen. Wie die obige Diskussion zur Transparenz

das Explikat zu bestimmten Zwecken als Ersatz für das Explikandum verwendet werden kann. Die Konsequenz einer solchen Interpretation ist, dass man Quine unterstellen muss, dass er seine Interpretation von Carnaps Begriff der Explikation in *Two dogmas of empiricism* später aufgegeben hat, was allerdings seinen Hauptpunkt in *Two dogmas of empiricism* (Analytizität und Synonymie sind zu unklare Begriffe, um expliziert zu werden) nicht berührt.

15 *Carnap: Meaning and necessity,* S. 63–64; *Quine: Word and object,* S. 259. Die klassische Formulierung findet sich in: *Langford: The notion of analysis in Moore's philosophy; Moore: A reply to my critics,* S. 660–667.

16 *Carnap: Meaning and necessity,* S. 7–8; *Quine: Word and object,* S. 259–262.

(Kapitel 7.3) gezeigt hat, stellt diese durchaus eine Form von Exaktheit dar, da Exaktheit hier ja nichts anderes als exakte Regelung des Gebrauchs bedeutet.

3. Während Explikationen im Allgemeinen zu ganz verschiedenen Zwecken vorgenommen werden können, ist dies beim Formalisieren durch das zentrale Ziel der Logik vorgegeben. Eine Formalisierung ist eine logische, insofern sie geeignet ist, für Gültigkeitsnachweise von Schlüssen verwendet zu werden.

Damit lässt sich das Formalisieren wie folgt als Explikation beschreiben: Formalisieren ist das Ersetzen einer mehr oder weniger intransparenten Aussage durch einen transparenten Ausdruck einer formalen Sprache, der für den Nachweis der Gültigkeit von Schlüssen anstelle der Aussage gebraucht werden kann.

Betrachtet man die Adäquatheitsbedingungen, die Explikationen zu erfüllen haben, so ergibt sich, dass Exaktheit, Fruchtbarkeit und Einfachheit bei Formalisierungen in wesentlichen Punkten dadurch bestimmt sind, dass sie Ausdrücke einer formalen Sprache (genauer: Formeln mit einem Korrespondenzschema) sind, die in einer bestimmten logischen Theorie verwendet werden sollen. Exaktheit ist dadurch sichergestellt, dass der Gebrauch der Formalisierung für die Zwecke, auf die es hier ankommt, nämlich Schlüsse als gültig nachzuweisen, im Formalismus der entsprechenden Logik explizit durch formale Regeln geregelt ist (durch semantische Interpretationsregeln, syntaktische Ableitungsregeln und den formalen Begriff der Gültigkeit). Soweit Umgangssprachen keine formalen Sprachen sind, ergibt sich daraus auch, dass Formalisierungen sicher exakter sind als die Aussagen, deren Formalisierung sie sind. Auch Fruchtbarkeit und Einfachheit sind im Wesentlichen durch das betreffende logische System bestimmt, hängen aber auch noch davon ab, wie „genau“ eine Formalisierung ist, das heißt, wie viele logische Merkmale der Aussage sie berücksichtigt. Eine genauere Formalisierung wird häufig fruchtbarer, aber weniger einfach sein.[17]

Die Adäquatheitsbedingung der Ähnlichkeit schließlich verlangt, dass eine Formalisierung immer dann anstelle der Aussage verwendet werden kann, wenn es um den Zweck geht, zu dem man sie formalisiert hat. Das bedeutet, da es hier um Logik geht: In jedem Gültigkeitsnachweis, der mit der betreffenden logischen Theorie geführt werden kann, muss eine Formalisierung die Aussage, deren Formalisierung sie sein soll, vertreten können. Da für die Gültigkeit von Schlüssen nur deren logische Form relevant ist, ist die Adäquatheitsbedingung der Ähnlichkeit offensichtlich genau dann erfüllt, wenn alle durch die Formalisierung repräsentierten logischen Formen auch logische Formen der formalisierten Aussage sind. Damit sind die Überlegungen wieder beim Problem der adäquaten Formalisierung angelangt, und die Frage, mit welchen Kriterien sich die Adäquatheit von Formalisierungen prüfen lässt, ist aus der Perspektive der Explikation einfach die Frage, unter welchen Bedingungen eine Formalisierung einer Aussage genug ähnlich ist, um als deren Formalisierung gelten zu können.

[17] Zu verschieden genauen Formalisierungen und zur Frage, ob genauere Formalisierungen immer fruchtbarer sind, vgl. Kapitel 13.

Durch eine solche Darstellung des Formalisierens als Explikation werden vor allem zwei Punkte betont, die geeignet sind, ein ganz anderes Bild des Formalisierens zu zeichnen, als dies durch eine Orientierung am Paradigma der Übersetzung nahe gelegt wird:

1. Für adäquates Formalisieren ist nur in ganz bestimmten Hinsichten eine Ähnlichkeit von Formalisierung und Aussage erforderlich. Welche Hinsichten das sind, wird durch die Ziele, denen das Formalisieren dient, bestimmt; Unterschiede in anderen Hinsichten können, um mit Quine zu sprechen, als „don't cares" behandelt werden.[18] Während die paradigmatischen Formen der Übersetzung dem Ziel der Kommunikation über Sprachgrenzen hinweg dienen und deshalb irgendeine Version von Synonymie die zentrale Adäquatheitsbedingung für Übersetzungen ist, ist das beim Formalisieren anders: Es dient dazu, Gültigkeitsnachweise in einer logischen Theorie führen zu können; dabei – wie beim Explizieren im Allgemeinen – spielt Synonymie keine Rolle.[19] Damit erübrigt es sich auch, zu erklären, wie die für adäquates Formalisieren erforderliche Beziehung zwischen Aussage und Formalisierung als eine Form der Synonymie oder Bedeutungsgleichheit erklärt werden kann.[20]

2. Betrachtet man das Formalisieren als eine Form der Explikation, so resultiert die zentrale Bedingung, dass Formalisierungen von Aussagen immer exakter sein müssen als diese Aussagen. Damit wird dem Umstand Rechnung getragen, dass eine transparente Repräsentation logischer Merkmale für die Idee der Formalisierung von zentraler Bedeutung ist. Für die Idee der Übersetzung dagegen spielt Exaktheit in diesem Sinne überhaupt keine Rolle; bei allen typischen Formen des Übersetzens im üblichen Sinne besteht das Ziel eher darin, eine Übersetzung herzustellen, die etwa gleich exakt ist wie das Übersetzte.

Die Auffassung, Formalisieren sei eine Art von Übersetzen, kann also polemisch so zusammengefasst werden: Wenn Formalisieren Übersetzen ist, dann ist Exaktheit Synonymie.

Auf zwei weitere Aspekte des Formalisierens, die sich aus der Perspektive der Explikation erklären lassen, möchte ich etwas ausführlicher eingehen:

8.2.1 Formalisieren und der Gegensatz Umgangssprache – formale Sprache

Es ist offensichtlich, dass der Gegensatz zwischen Umgangssprachen und logischen Formalsprachen für die Idee des Formalisierens eine zentrale Rolle spielt. Weniger offensichtlich ist, welche Aspekte dieses Gegensatzes dabei wichtig sind und welche weniger. Geht man davon aus, dass das Formalisieren eine Form der Explikation ist, so ist vor allem der Aspekt der Exaktheit bedeutsam. Demgegenüber ist der Umstand zweitrangig, dass diese Exaktheit durch die

18 *Quine: Word and object,* S. 182, 259.

19 Quine betont diesen Punkt an vielen Stellen, z.B. *Quine: On Austin's method,* S. 87 ("Each explication stands on its own merits, without broaching the general problem of synonymy or meaning."), oder *Quine: Word and object,* S. 159–161.

20 Vgl. dazu das Beispiel von Barwise und Etchemendy oben, S. 177.

Verwendung einer formalen Sprache sichergestellt wird; und ob es sich tatsächlich um zwei verschiedene Sprachen handelt, spielt überhaupt keine entscheidende Rolle. Für Quines Verständnis des Formalisierens sind dies wichtige Gesichtspunkte, die zu den Gründen gehören, weshalb er den Terminus „Paraphrasieren" (und nicht etwa „Übersetzen") verwendet.

Grundlegend für Quines Konzept der Paraphrase ist die Einsicht, dass jede „künstliche" formale Sprache letztlich in einer Umgangssprache, in der *ordinary language,* erklärt werden muss.[21] Davidson betont, dass sich daraus die Konsequenz ergibt, dass die formalen Sprachen der Logik weniger als eigenständige Sprachen, sondern vielmehr als Erweiterungen oder Fragmente einer Umgangssprache aufgefasst werden sollten.[22] Für Quine ist der entscheidende Punkt, dass sich aus der umgangssprachlichen Erläuterung einer logischen Formalsprache im Prinzip ein Verfahren gewinnen lässt, nach dem jede Formel (quasi-)mechanisch in einen umgangssprachlichen oder doch mindestens „quasi-umgangssprachlichen" Satz umgesetzt werden kann. Unter einer Quasi-Umgangssprache versteht Quine dabei eine Umgangssprache, die um die Hilfsmittel der Klammern (in der Verwendung als Gruppierungsmittel) und der Variablen ergänzt ist. Das Formalisieren kann deshalb auch als Paraphrasieren von Aussagen in (quasi-)umgangssprachliche Ausdrücke aufgefasst werden.[23] Damit vertritt Quine eine Auffassung, die derjenigen Davidsons sehr nahe kommt: Einerseits gehören die resultierenden Paraphrasen zu einer erweiterten Umgangssprache, insofern sie eine Ergänzung der Umgangssprache durch neue Zeichen voraussetzen; andererseits bilden sie ein Fragment der Umgangssprache, insofern nicht jeder umgangssprachliche Satz eine solche Paraphrase einer logischen Formel darstellt.

Quine betont, dass es eine wichtige Parallele gibt zwischen dem Paraphrasieren im Sinne des Formalisierens und dem Paraphrasieren, wie es im Alltag zur Verdeutlichung einer Äußerung eingesetzt wird. In beiden Fällen dient das Paraphrasieren dazu, eine präzisere Formulierung zu erhalten. Der entscheidende Unterschied besteht darin, zu welchem Zweck dies getan wird. Während es beim alltäglichen Paraphrasieren darum geht, besser verstanden zu werden, geht es in der Logik darum, einen logischen Formalismus anwenden zu können.[24] Damit

[21] *Quine: Word and object,* S. 159; vgl. auch *Quine: Logic and the reification of universals,* S. 106; *Quine: Carnap and logical truth,* S. 127.

[22] *Davidson: In defence of Convention T,* S. 71; vgl. auch *Davidson: Semantics for natural languages,* S. 59–60. Zum Verhältnis zu Quine: *Davidson: The method of truth in metaphysics,* S. 203. Zu Davidsons Konzept vgl. Kapitel 12.4.3.

[23] Nimmt man an, dass es möglich ist, die Umsetzung von Formeln in umgangssprachliche Ausdrücke so genau zu regeln, dass daraus eine eineindeutige Zuordnung solcher Ausdrücke zu Formeln resultiert, dann wäre dieses Vorgehen nicht einmal mit einem Verlust an Exaktheit verbunden. Allerdings ist es nicht gerade einfach, ein Verfahren anzugeben, dass das für jede beliebige Formel leistet. Praktikabel wäre es wohl nur dann, wenn man die Umgangssprache nicht nur durch zusätzliche Ausdrucksmittel wie Klammern und Variablen erweitert, sondern bereit wäre, grammatische Abweichungen in Kauf zu nehmen. (Vgl. dazu die Ausführungen zum Verbalisieren in Kapitel 10.2 und 10.3.)

[24] *Quine: Word and object,* S. 159.

rückt Quine wiederum einen Gesichtspunkt in den Vordergrund, der bestens in das Konzept der Explikation passt: Es geht beim Formalisieren vor allem darum, dass die Verwendung der Formalisierung exakter geregelt ist als die Verwendung der formalisierten Aussage.

8.2.2 Abstraktive und konstruktive Aspekte des Formalisierens

Ein wichtiges Moment des Begriffs der Explikation, so wie ihn Carnap eingeführt hat, besteht darin, dass er unter einer Explikation grundsätzlich das *Ersetzen* eines Begriffs durch einen anderen versteht. Damit ist die Carnap'sche Explikation nicht nur deutlich von der Explikation Kants[25] unterschieden, sondern von jeder Begriffsanalyse, die darauf abzielt, für einen gegebenen Begriff Merkmale anzugeben, seien dies Merkmale im Sinne von Produkten der Zerlegung komplexer Begriffe in einfachere Begriffe oder Merkmale im Sinne von Kennzeichen oder Verfahren, die es erlauben, zu entscheiden, welche Gegenstände unter den Begriff fallen. Carnap räumt zwar ein, dass Explikationen oftmals durch solche Begriffsanalysen gewonnen werden, betont aber ausdrücklich, dass das Explikat nicht derselbe Begriff wie das Explikandum zu sein braucht, sondern von diesem erheblich abweichen kann, solange es nur für bestimmte Zwecke anstelle des Explikandums verwendet werden kann.[26] Explizieren ist also auch eine kreative Tätigkeit: Der exakte Begriff wird nicht einfach durch Merkmale für den unexakten Begriff gewonnen, sondern durch Gebrauchsregeln neu eingeführt. Explikation ist nicht nur Begriffsanalyse, sondern immer auch Begriffs*konstruktion;* in Carnaps Worten: eine „Nachkonstruktion".[27]

Angewendet auf das Formalisieren wird damit hervorgehoben, dass das Formalisieren auch einen konstruktiven Aspekt hat und nicht einfach als eine bloße Abstraktion verstanden werden kann. Mit einem rein abstraktiven Verständnis des Formalisierens meine ich folgende Auffassung: Da es beim Formalisieren ja um diejenigen logischen Merkmale geht, die eine Aussage tatsächlich hat, muss man lediglich den Inhalt der Aussage weglassen, um eine Formalisierung zu erhalten. In der Literatur wird für dieses Verständnis des Formalisierens gelegentlich die Metapher des Skeletts verwendet: Der Inhalt einer Aussage ist das Fleisch am Knochengerüst der logischen Form, so dass das Formalisieren dem Herstellen einer Röntgenaufnahme gleicht.[28] Eine Motivation dafür, das Formalisieren als ein Weglassen von Inhalt zu verstehen, ist sicher das traditionelle, durch die Bestimmungen Kants geprägte Verständnis der formalen Logik,

---

25 *Kant: Kritik der reinen Vernunft,* A727–728, B755–756.

26 *Carnap: Logical foundations of probability,* S. 3.

27 *Carnap: Der logische Aufbau der Welt,* S. X (Vorwort zur 2. Aufl., 1961). Der Terminus „rationale Nachkonstruktion" bzw. *rational reconstruction* wird von Carnap aber meist nicht mit Bezug auf einzelne Begriffe, sondern auf ganze Theorien verwendet. Vgl. z.B. *Carnap: Der logische Aufbau der Welt,* §100; *Carnap: Logical foundations of probability,* S. 576–577.

28 Z.B. *Strawson: Introduction to logical theory,* S. 49; *Haack: Philosophy of logics,* S. 23; *Peregrin: Doing worlds with words,* S. 20.

wonach sich diese *qua* formale dadurch auszeichnet, dass sie von allem Inhalt abstrahiert.[29] Wer allerdings die Auffassung vertritt, dass damit das Formalisieren schlicht als ein Weglassen von Inhalt erklärt sei, macht sich die Sache allzu einfach. Erstens ist ein Abstrahieren von logischem Inhalt nicht nur ein Weglassen desselben, sondern vor allem ein Unterscheiden in einer bestimmten Hinsicht: Bevor Inhalt weggelassen werden kann, muss man entscheiden, was zum Inhalt und was zur logischen Form gerechnet werden soll; und das hängt davon ab, in welchem logischen System man formalisiert. Nur dadurch, dass man von einem logischen System ausgeht, das bestimmt, welche Merkmale einer Aussage zu den logischen zu zählen sind (und also beim Formalisieren berücksichtigt werden können), kann man zwischen logischer Form und Inhalt unterscheiden. Zweitens muss man, um eine Formalisierung zu erhalten, das durch Abstraktion Gewonnene auch noch darstellen, indem man eine entsprechende Formel (und ein Korrespondenzschema) angibt.[30]

Mit diesen Präzisierungen wird deutlich, weshalb eine Aussage mehrere logische Formen haben kann: welche Logik man zugrunde legt, bestimmt, welche Merkmale einer Aussage zu den logischen gerechnet werden können. Dass dem so ist, zeigt aber auch, wo das Problem mit dem abstraktiven Verständnis des Formalisierens liegt: Dass eine Aussage logische Formen hat, die beim Formalisieren gegenüber dem Inhalt unterschieden und in einer Formalisierung dargestellt werden, ist erst die eine Hälfte der Geschichte. Die andere Hälfte ist, dass es überhaupt erst im Rahmen einer logischen Theorie Sinn macht, davon zu reden, dass eine Aussage diese logischen Formen hat, jene aber nicht. (Etwas ganz anderes wäre die Behauptung, man könne, ohne von einer logischen Theorie auszugehen, überhaupt nicht davon sprechen, dass Aussagen logische Merkmale haben; damit würde es unverständlich, dass Schlüsse, für die keine Formalisierungen vorliegen, gültig sein können.[31]) Kurz: Durch das Formalisieren wird nicht nur eine logische Form einer Aussage freigelegt, sondern genau so viel oder so wenig in sie hineingelegt. Der übliche Sprachgebrauch, der das Formalisieren gerne als eine „logische Analyse" bezeichnet, erweist sich in dieser Hinsicht als ungünstig, weil damit zu stark suggeriert wird, dass es ausschließlich darum geht, eine in der Aussage bereits fertig vorhandene logische Form aufzufinden. Quine schreibt dazu:

> The important point thus emerges that logical analysis itself – better, logical paraphrase – may go one way or another depending on one's specific logical purpose. The image of exposing an already present logical structure by analysis is a poor one.

---

29 Vgl. oben Kapitel 1.2.4 und die Einleitung zu Kapitel 1.

30 Zu diesen zwei Punkten vgl. *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 24–27.

31 Wittgenstein hat diesen Punkt immer wieder betont, z.B. wenn er Moores „höllische Idee" der Analyse angreift; vgl. z.B. *McGuinness: Wittgenstein und der Wiener Kreis,* S. 129–130; *Wittgenstein: Philosophische Untersuchungen,* §60–64.

> I find the phrase 'logical analysis' misleading, in its suggestion that we are exposing a logical structure that lay hidden in the sentence all along.[32]

Fasst man das Formalisieren als eine Form der Explikation auf, so wird dieser Fehler vermieden und einige weitere Eigentümlichkeiten des Formalisierens lassen sich besser verstehen:

1. *Oftmals zeigt erst der Versuch, eine Aussage zu formalisieren, auf, dass und in welcher Weise eine Aussage mehrdeutig oder vage ist.* Wenn sich dadurch, dass eine Aussage im Kontext einer bestimmten logischen Theorie „analysiert" wird, herausstellt, dass deren logische Form nicht nur verschieden genau, sondern in unterschiedlicher Weise bestimmt werden kann, können sich damit Differenzen ergeben, die in der umgangssprachlichen Verwendung der betreffenden Aussage überhaupt nicht gemacht werden.[33] Natürlich wird man eine solche Aussage, liegen entsprechende unterschiedliche Formalisierungen erst einmal vor, als eine mehrdeutige Aussage auffassen. Gerade in dieser Möglichkeit, durch Formalisieren „verborgene" Mehrdeutigkeiten aufzuzeigen und die verschiedenen Deutungen in einer exakten Weise, nämlich durch Formalisierungen, darzustellen, liegt eine entscheidende Leistung der Logik für die Philosophie. Es wäre aber abwegig, zu behaupten, solche Mehrdeutigkeiten seien in jedem Fall schon vor dem Formalisieren in der Aussage „vorhanden" gewesen und bloß nicht bemerkt worden. Damit würde es nämlich witzlos, zwischen mehrdeutigen und nicht mehrdeutigen umgangssprachlichen Aussagen zu unterscheiden. Vielmehr müsste jede Aussage als potentiell mehrdeutig gelten, da ja nie ausgeschlossen ist, dass eine neue Formalisierung oder eine neue logische Theorie eine bisher unbeachtete Mehrdeutigkeit „aufdeckt". Statt als Entdeckungen verborgener Mehrdeutigkeiten betrachtet man solche aus verschiedenen Formalisierungen resultierenden Mehrdeutigkeiten besser als unterschiedliche Möglichkeiten, dieselbe unexakte Aussage in unterschiedlicher Weise zu explizieren. Damit gewinnt man gleichzeitig eine Erklärung dafür, weshalb die umgangssprachliche Aussage, trotz ihrer jetzt durch das Formalisieren aufgezeigten Mehrdeutigkeit, verwendet werden kann, ohne dass diese Mehrdeutigkeit sich irgendwie bemerkbar macht, und eine Erklärung dafür, weshalb die durch das Formalisieren aufgewiesene Mehrdeutigkeit eine wichtige Klärung der Aussage bedeuten kann. Die Erklärung besteht darin, dass die betreffende Mehrdeutigkeit für die Mitteilungszwecke umgangssprachlicher Kommunikation belanglos, für die Gültigkeit von Schlüssen, in denen diese Aussage vorkommt, aber sehr wohl bedeutsam sein kann.

2. *Oftmals gelten Formalisierungen als adäquat, obwohl sie sich auch in gültigkeitsrelevanter Hinsicht mehr oder weniger erheblich von den Aussagen, deren Formalisierung sie sind, unterscheiden.* Die bekanntesten und umstrittensten Beispiele dafür sind die in der Standardlogik üblichen Formalisierungen von „wenn … dann …"-Aussagen mit

---

[32] *Quine: Methodological reflections on current linguistic theory,* S. 397 und 395.

[33] Vgl. dazu Kapitel 11.4 oder die Diskussion des Beispiels „In Gesellschaften ohne soziale Schichtung gelten gewisse Gesetze von Klassengesellschaften nicht." in *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 203–207.

dem Konditional und die Formalisierung von singulären Termen als Kennzeichnungen nach den Vorschlägen von Frege, Russell, Quine oder anderen. Solche Aussagen haben in vielen ihrer umgangssprachlichen Verwendungen keinen Wahrheitswert, ihre Formalisierungen haben aber keine so genannten Wahrheitswertlücken. Gewisse Aussagen, wie zum Beispiel „Alle Zentauren sind Einhörner." werden durch viele Standardformalisierungen zu wahren Aussagen erklärt, obwohl sie in ihrer umgangssprachlichen Verwendung als falsch gelten. Gemeinsam ist diesen Beispielen, dass es eine Reihe von umgangssprachlichen Schlüssen gibt, deren Gültigkeit von der logischen Theorie anders beurteilt wird als durch informelle Überlegungen. Versteht man das Formalisieren als ein Übersetzen oder als ein Analysieren der logischen Formen, die die betreffenden Aussagen schon haben, so kann solche etablierte Formalisierungspraxis wohl kaum anders als grotesk erscheinen. Für eine Explikation sind derartige Effekte aber nicht untypisch, weil die Adäquatheitsbedingung der Ähnlichkeit nicht der wichtigste Maßstab zur Beurteilung einer Explikation ist. Formalisierungen, die Wahrheitswertlücken vermeiden oder unter gewissen Bedingungen andere Wahrheitswerte als die formalisierten Aussagen ergeben, werden in vielen Fällen vorgezogen, weil sie bezüglich Exaktheit, Fruchtbarkeit oder Einfachheit besser abschneiden als solche, die den umgangssprachlichen Aussagen ähnlicher sind.[34]

Solche Abweichungen führen bei Personen, die die entsprechenden Formalisierungen für adäquat halten, oft zur Konsequenz, dass sie informelle Urteile über die Gültigkeit von Schlüssen revidieren, weil sie mit diesen Formalisierungen bestimmte Schlüsse als gültig nachweisen können, die sie bisher informell als weder gültig noch ungültig oder gar als eindeutig ungültig angesehen haben. Dies muss kein Zeichen dafür sein, dass gewisse Logiker gerne die Umgangssprache im Sinne ihrer Theorie zurechtbiegen möchten. Vielmehr würde eine logische Theorie, die nie zu Revisionen in informellen Gültigkeitsurteilen führen könnte, ihren Namen nicht verdienen.[35]

3. *Die Bedeutung eines umgangssprachlichen Ausdrucks kann sich im Hinblick auf eine seiner Formalisierungen verändern* – mindestens für diejenigen, die mit der entsprechenden logischen Theorie vertraut sind. Auch dies ist eine bekannte „Nebenwirkung" von Explikationen: beispielsweise ist es eine Folge der zoologischen Explikation des Begriffs des Fisches, dass die Rede von Walen als „Fischen" in der Alltagssprache heute oft als falsch aufgefasst wird.[36] In der Logik lässt sich ein solcher Effekt zum Beispiel bei denjenigen Aussagen beobachten, die in der syllogistischen Tradition „a-Sätze" genannt werden. Wenn ihr Subjektsterm leer ist, können solche Aussagen in umgangssprachlicher Verwendung wahr, falsch oder ohne Wahrheitswert sein – in der Standardformalisierung nach dem

[34] Vgl. *Quine: Word and object,* S. 159–160, 258–261. Siehe auch *Quine: The scope and language of science,* S. 239.

[35] Vgl. die Diskussion über den deskriptiv-normativen Doppelcharakter der Logik und die Methodologie des Überlegungsgleichgewichts in Kapitel 3.

[36] Vgl. *Carnap: Logical foundations of probability,* S. 5–6. Siehe auch *Quine: Word and object,* S. 261.

Schema $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$ sind sie alle wahr, wenn die Extension von F leer ist. Wie sich am Beispiel von Russell zeigt,[37] kann dies bei Logikerinnen und Philosophen, die sich logischer Theorien bedienen, durchaus dazu führen, dass sie umgangssprachliche Aussagen in diesem Sinne verstehen. Sie haben damit einfach weniger Breitenwirkung erzielt als die Zoologen mit der Umklassifizierung der Walfische.

Natürlich stoßen diese konstruktiven Aspekte des Formalisierens auch bei Logikern immer wieder auf Widerstand. Nur schon der gesammelte Protest gegen die übliche Formalisierung von „wenn … dann …“-Aussagen würde einem Herausgeber die Arbeit nicht ausgehen lassen. Was hier für Quine eine willkommene und willentliche Abkehr vom alltäglichen Sprachgebrauch ist, beweist anderen Logikern nur, dass damit das umgangssprachliche Schließen in eine völlig abwegige Theorie gepresst werden soll.[38] Das zeigt vor allem: Man verstünde das traditionelle Projekt der Logik genauso falsch, wenn man es als eine bloße Konstruktion deuten wollte, wie wenn man meinte, die Logik sei einfach aus der Umgangssprache zu abstrahieren. Wären Formalisierungen reine Konstruktionen, könnte man wohl kaum argumentieren, dass eine bestimmte Formalisierung eine Formalisierung dieser und nicht irgendeiner anderen Aussage ist. Es ist ein Vorteil der Auffassung, Formalisieren sei eine Form von Explizieren, dass sie das Formalisieren als eine abstraktive wie auch konstruktive Tätigkeit begreift.

In den folgenden Kapiteln werde ich mich nun der Frage zuwenden, welchen Kriterien adäquate Formalisierungen genügen müssen. Damit wird der abstraktive Aspekt des Formalisierens wieder in den Vordergrund treten, geht es doch um Kriterien, die – in der Terminologie der Explikation formuliert – sicherstellen sollen, dass eine Formalisierung der formalisierten Aussage ausreichend ähnlich ist.

---

37 Ausführlich diskutiert im Exkurs in Kapitel 12.4.1, S. 271 ff.

38 Vgl. z.B. *Quine: The scope and language of science,* S. 239, und *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 12.

Teil III Aspekte der Adäquatheit

Im Zentrum dieses dritten Teils steht die Frage, mit welchen Kriterien Formalisierungen auf Adäquatheit geprüft werden können. Nach den vorwiegend begriffsanalytischen Untersuchungen zum Konzept der Formalisierung soll das Problem der adäquaten Formalisierung nun aus einer Perspektive angegangen werden, die direkt auf die Praxis des Formalisierens bezogen ist. Neben der weiterhin aktuellen Frage, was adäquat Formalisieren eigentlich bedeutet, geht es um konkrete Tests zum Prüfen von Formalisierungen und deren Anwendung auf Beispiele. Ich stelle deshalb als Erstes einige Beispiele vor, an denen sich die Fragen, die in diesem Teil diskutiert werden, exemplarisch aufzeigen lassen.

9 De Morgans Problem: Pferdeköpfe I

In der Logik der Relationen gibt es ein bekanntes Formalisierungsproblem, das sich eignet, verschiedene Aspekte der Frage, was adäquat Formalisieren bedeutet, zu diskutieren. Als Erstes einige historische Formulierungen:[1]

(1) Because a horse is an animal, the head of a horse is the head of an animal.

(2) Jeder Kreis ist eine Figur, also beschreibt, wer immer einen Kreis beschreibt, eine Figur.

(3) Jede Lust ist eine Todsünde, also befreit, was immer uns von der Lust befreit, uns auch von der [einer] Todsünde.

(4) Alles, wie Genusssucht, Begierde, Trunksucht, ist ein Laster, also, wer immer Genusssucht, Begierde, Trunksucht tadelt, tadelt ein Laster.

Ähnlich gelagerte Beispiele finden sich bereits in Aristoteles' *Topik*[2] und sind im Verlauf der Geschichte der Logik immer wieder diskutiert worden. Im Folgenden werde ich diese drei Beispiele verwenden:

(P.P) Alle Pferde sind Tiere.
___
(P.K) Alle Pferdeköpfe sind Tierköpfe.

---

1 Beispiel (1) wurde von Jevons (*Jevons: Principles of science,* S. 18) De Morgan zugeschrieben (vgl. *Whitehead, Russell: Principia mathematica,* *37.62). De Morgan selbst formuliert z.B. “because every man is an animal, therefore every head of a man is a head of an animal” (*De Morgan: On the syllogism IV,* S. 216). Belegstellen für weitere Formulierungen von De Morgan finden sich in *Merrill: On De Morgan's argument,* S. 133, und *Sánchez Valencia: Head or Tail?,* S. 124–126. Beispiele (2) bis (4) stammen aus *Jungius: Logica Hamburgensis,* S. 123, 475. Zur Geschichte dieser Beispiele und den Lösungsvorschlägen dazu vgl. *Sánchez: Studies on natural logic and categorial grammar,* S. 25–27 (De Morgan), S. 33–35 (Jungius, Leibniz) und S. 36–44 (Ockham, De Morgan). Zu De Morgan vgl. *Merrill: Augustus De Morgan and the logic of relations* und *Sánchez Valencia: Head or Tail?*

2 *Aristoteles: Topik,* II.8, 114a18–20. Vgl. *Bocheński: Formale Logik,* S. 109–110; *Kneale, Kneale: The development of logic,* S. 41–42.

(K.P) Jeder Kreis ist eine Figur.
(K.K) Wer einen Kreis zeichnet, zeichnet eine Figur.

(G.P) Alle Gewinnzahlen sind Primzahlen.
(G.K) Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.[3]

De Morgan hat bekanntlich das Beispiel mit den Pferdeköpfen (bzw. ein ganz Ähnliches) vorgebracht, um damit zu zeigen, dass die aristotelische Logik für gewisse Schlüsse keinen Nachweis erlaubt, obwohl diese eindeutig formal gültig sind.[4] Unterdessen findet sich dieses Beispiel oder das Beispiel mit den Kreisen in vielen Lehrbüchern als nicht ganz triviales Formalisierungsproblem, wobei es völlig unumstritten zu sein scheint, wie eine adäquate Formalisierung dieser Beispiele aussieht. Wie ich im Folgenden zeigen möchte, ist die Lage aber nicht ganz so einfach. Es ist nämlich keineswegs ausgemacht, ob und vor allem aus welchen Gründen die übliche prädikatenlogische Formalisierung dieser Beispiele adäquat ist.

Zunächst kann man De Morgans Argument vom Kontext der Syllogistik auf die Prädikatenlogik übertragen, indem man von folgender Formalisierung ausgeht:[5]

(P.P1)	$\forall x(p(x) \rightarrow t(x))$	p(x):	x ist ein Pferd
(P.K0)	$\forall x(pk(x) \rightarrow tk(x))$	t(x):	x ist ein Tier
		pk(x):	x ist ein Pferdekopf
		tk(x):	x ist ein Tierkopf

Gegen diese Formalisierung der einzelnen Aussagen ist auf den ersten Blick nichts einzuwenden, was allerdings nicht viel besagt, solange keine Kriterien für adäquates Formalisieren zur Verfügung stehen. Das Problem mit Formalisierung (P.K0) ist einfach, dass sich damit nicht nachweisen lässt, dass der Schluss von

3 „(K.P)" bezeichnet die **P**rämisse des **K**reis-Beispiels usw. Zur Übersicht sind die Beispiele und die diskutierten Formalisierungen auf S. 363 zusammengestellt.

4 Vgl. *De Morgan: On the syllogism II,* S. 29. In der aristotelischen und syllogistischen Tradition der Logik, die De Morgan hier angreift, sind solche Beispiele meist als unmittelbare Schlüsse behandelt worden (vgl. *Keynes: Studies and exercises in formal logic,* S. 149 und 387–388). Gegenüber der ebenfalls vorgeschlagenen Lösung, die Beispiele als Enthymeme zu rekonstruieren, hat dies den Vorteil, wenigstens zu berücksichtigen, dass ein solcher Schluss gar keiner weiteren Prämissen bedarf, um gültig zu sein. (Zur Rekonstruktion als Enthymem vgl. *Merrill: On De Morgan's argument,* S. 137.) Die Rekonstruktion als Enthymem vermeidet zwar den Rückgriff auf die in dieser Tradition oftmals für höchstens zweitrangig angesehene Theorie der unmittelbaren Schlüsse, doch ist das für sich genommen noch kein nennenswerter Erfolg, weil damit noch überhaupt nichts darüber gesagt ist, weshalb solche Schlüsse gültig sind – schließlich kann jeder Schluss als Enthymem rekonstruiert werden (vgl. *Massey: Tom, Dick, and Harry, and all the King's men,* S. 89–90).

5 Aus Gründen der Übersichtlichkeit werde ich im Folgenden bei den hier diskutierten Beispielen die Korrespondenzschemata meist weglassen; sie sind immer mit den auf S. 363 angegebenen identisch.

(P.P) auf (P.K) formal gültig ist. Zur Lösung dieses Problems bieten sich drei Strategien an:

1. Den Anspruch auf die formale Gültigkeit für diesen Schluss aufgeben;
2. die logische Theorie so ändern oder erweitern, dass die Gültigkeit dieses Schlusses nachgewiesen werden kann;
3. eine bessere Formalisierung für diesen Schluss suchen.

1. Für die erste Lösung sind verschiedene Versionen denkbar. Die Möglichkeit, auf die Gültigkeit ganz zu verzichten, will ich hier nicht in Betracht ziehen.[6] Das hieße vor De Morgans Problem einfach zu kapitulieren. Ein anderer Vorschlag besteht darin, an der Gültigkeit des Schlusses zwar festzuhalten, aber auf einen formalen Nachweis zu verzichten. Man könnte etwa behaupten, für solche Schlüsse seien gar keine logischen Nachweise nötig, weil sie einfach evident seien. So zu argumentieren mag zwar im vorliegenden Kontext absurd erscheinen, tatsächlich ist es aber vollkommen üblich, für Aussagen wie zum Beispiel

(5) Der Mars ist unbesiedelt.
(6) Der Mars ist nicht besiedelt.

die gleiche Formalisierung zu verwenden und damit schlicht vorauszusetzen, dass für die Äquivalenz von (5) und (6) kein logischer Nachweis notwendig ist. Wer so argumentiert, handelt sich die Schwierigkeit ein, angeben zu müssen, welche Schlüsse die Logik als evident voraussetzen kann und welche sie nachweisen können sollte. Wie auch immer man diese Frage beantwortet, De Morgans Problem löst man so nicht.[7]

Eine andere Möglichkeit wäre, die Meinung zu vertreten, der Schluss von (P.P) auf (P.K) sei material, aber nicht formal gültig.[8] Man könnte etwa auf die Idee kommen, diesen Schluss ähnlich zu behandeln wie einen Schluss, der auf einem analytischen Satz beruht. (Also z.B. analog zu: „Diese Figur ist ein Kreis. Also ist diese Figur rund.“) Dem lässt sich entgegnen, dass De Morgans Herausforderung ist, diesen Schluss als *formal* gültig nachzuweisen. Andererseits muss die Behauptung, dass es sich um einen formal gültigen Schluss handelt, solange als Hypothese betrachtet werden, als die formale Gültigkeit nicht erwiesen ist. Diese Hypothese lässt sich aber soweit plausibilisieren, dass es sinnvoll ist, sie weiter zu verfolgen. Es scheint nämlich ohne weiteres möglich zu sein, weitere

[6] Russell und Whitehead haben in *Principia mathematica,* *37.62, für die Ungültigkeit des Pferdekopf-Schlusses argumentiert, weil sie von der Formulierung “The head of a horse is the head of an animal.” ausgehen und diese im Sinne einer Relationskennzeichnung lesen. Beispiel (2) von Jungius formalisieren sie dagegen in *37.2 als gültigen Schluss. Sie insistieren also darauf, dass es einen wichtigen Unterschied zwischen “*The* head of a horse is *the* head of an animal.” und “*Every* head of a horse is *a* head of an animal.” gibt. (Vgl. dazu *Merrill: On De Morgan's argument,* S. 134–135.) Ich werde dieses Problem nicht diskutieren und nur auf das Beispiel in der Formulierung „Every …“ bzw. (P.K) eingehen.

[7] Vgl. *Stegmüller: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie,* Bd. II, S. 43; siehe auch Kapitel 5.3.2.

[8] Zu dieser Argumentationsstrategie gegen De Morgan vgl. *Merrill: Augustus De Morgan and the logic of relations,* Kap. IV.

Beispiele von gültigen Schlüssen anzugeben, die aus Aussagen bestehen, die dieselbe logische Form haben, aber von ganz anderem als von Pferden handeln, beispielsweise von Kreisen oder Primzahlen. Allerdings verhalten sich die deutschen Beispielen in dieser Hinsicht anders als die englischen: Auf den ersten Blick möchte man wohl annehmen, dass das deutsche Beispiel mit den Pferdeköpfen das einstellige Prädikat „X ist ein Tierkopf" enthält, wo im Kreis-Beispiel das zweistellige Prädikat „X zeichnet Y" vorkommt; in der englischen Formulierung "Every head of a horse is a head of an animal." dagegen besteht kein solcher Kontrast. Man wird sich einmal mehr auf die *misleading form thesis* berufen müssen, um zu begründen, dass der Ausdruck „… ist ein Tierkopf" logisch wesentlich komplexer strukturiert ist, als dies die grammatische Form der Aussage „Alle Pferdeköpfe sind Tierköpfe." nahe legt. Im Folgenden gehe ich zunächst von der Hypothese aus, dass die drei Beispiele mit den Pferdeköpfen, Kreisen und Gewinnzahlen tatsächlich die gleiche logische Form haben und komme später in Kapitel 11.4 auf diese Frage ausführlicher zu sprechen.

2. Auch für die zweite Lösungsstrategie, nämlich die logische Theorie zu ändern oder zu erweitern, gibt es zwei verschiedene Versionen. Was sicher ausscheidet, ist die Idee, die Prädikatenlogik so zu ändern, dass der Schluss von (P.P1) auf (P.K0) als gültig nachgewiesen werden kann. Eine solche Modifikation hätte die unsinnige Konsequenz, dass alle Instanzen des Schemas

(7) $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \not\Rightarrow \forall x(Hx \rightarrow Jx)$

als gültige Schlüsse „nachgewiesen" werden könnten. Ein besserer Vorschlag wäre, die logische Theorie so zu modifizieren oder durch eine alternative Theorie zu ersetzen, dass eine andere Formalisierung dieses Beispiels möglich wird. Das entspricht dem Argumentationskontext bei De Morgan: Das Beispiel zeigt, dass gewisse Schlüsse mit der aristotelischen Logik nicht nachgewiesen werden können und deshalb eine neue Logik, nämlich eine Logik der Relationen, entwickelt werden muss. In einem analogen Kontext kommt dieses Beispiel und dasjenige mit den Kreisen auch in modernen Lehrbüchern, beispielsweise in Quines *Methods of logic*,[9] vor; es wird verwendet, um die Einführung von mehrstelligen Prädikaten in der Quantorenlogik zu motivieren. Wenn wir uns aber bereits im Kontext der üblichen Prädikatenlogik mit mehrstelligen Prädikaten befinden, so ist diese Erweiterung nicht nötig.

3. Es bleibt noch die Möglichkeit, eine bessere Formalisierung zu suchen. Das könnte Verschiedenes bedeuten, nämlich, dass die Formalisierung (P.K0) entgegen dem ersten Anschein nicht adäquat ist, oder auch nur, dass es mehrere adäquate Formalisierungen gibt und die „richtige", das heißt diejenige adäquate Formalisierung, die den gewünschten Nachweis erlaubt, noch nicht gefunden ist. Somit fragt sich, ob und in welcher Hinsicht es verschiedene adäquate Formalisierungen derselben Aussage geben kann. Dieser Frage werde ich in Kapitel 13

[9] *Quine: Methods of logic (4),* S. 168, 173, 251.

nachgehen. Zunächst möchte ich einige Alternativen zur obigen Formalisierung vorstellen.

Stellen wir uns eine Gruppe von Logikstudierenden vor, die das Kreis-Beispiel als Übung lösen muss. Gesucht ist eine Formalisierung, die es erlaubt,

(K.P) Jeder Kreis ist eine Figur.

(K.K) Wer einen Kreis zeichnet, zeichnet eine Figur.

nachzuweisen. Die folgenden Lösungsvorschläge sind recht nahe liegend:[10]

(K.P1)	$\forall x(k(x)\rightarrow f(x))$	k(x):	x ist ein Kreis
(K.K1)	$\forall x\forall y(k(y)\wedge z(x,y)\rightarrow f(y)\wedge z(x,y))$	f(x):	x ist eine Figur
(K.K2)	$\forall x(\exists y(k(y)\wedge z(x,y))\rightarrow\exists y(f(y)\wedge z(x,y)))$	z(x,y):	x zeichnet y
(K.K3)	$\forall x\exists y(k(y)\wedge z(x,y)\rightarrow f(y)\wedge z(x,y))$		
(K.K4)	$\neg\exists x\exists y((k(y)\wedge z(x,y))\wedge\neg(f(y)\wedge z(x,y)))$		

Als Erstes ist zu prüfen, ob einer der Lösungsvorschläge (K.K1)–(K.K4) zusammen mit (K.P1) als Prämisse einen formal gültigen Schluss ergibt. Das Ergebnis ist, dass alle vier Vorschläge es erlauben, den Schluss als prädikatenlogisch gültig nachzuweisen, und insofern Lösungen der Aufgabe sind. Für eine differenziertere Beurteilung helfen deshalb Argumente, die sich lediglich auf die Gültigkeit des Schlusses (K.P1) $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K…) beziehen, nicht weiter.[11]

Als Nächstes empfiehlt es sich, zu untersuchen, ob nicht einige dieser Vorschläge äquivalent sind. Wie sich leicht zeigen lässt, ist das nur für (K.K1) und (K.K4) der Fall. Das wirft die Frage auf, wie äquivalente Formalisierungen zu beurteilen sind: Können sich zwei äquivalente Formalisierungen bezüglich Adäquatheit unterscheiden? Auf diese Frage gehe ich ab Kapitel 12.1.1 näher ein und berücksichtige deshalb (K.K4) vorerst nicht. Die übrigen Gültigkeitsverhältnisse sind wie folgt:[12]

(K.K1) $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K2)	(K.K2) $\not\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K1)	(K.K3) $\not\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K1)
(K.K1) $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K3)	(K.K2) $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K3)	(K.K3) $\not\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K2)

Das heißt, (K.K1) ist stärker[13] als (K.K2), und (K.K2) ist stärker als (K.K3).

10 Analoge Formalisierungen bieten sich auch für die beiden anderen Beispiele an; vgl. S. 363. In den Kursen, in denen ich diese Aufgabe gestellt habe, haben etwa 80% der Teilnehmenden Lösung (K.K1) vorgeschlagen; die restlichen 20% haben etwa zu gleichen Teilen eine der Formalisierungen (K.K2)–(K.K4) und noch einige weitere gewählt.

11 Nachweise für (K.P1)$\Rightarrow_{\mathbf{F}}$(K.K2) finden sich in vielen Lehrbüchern, z.B. *Barker: The elements of logic,* S. 141, *Copi: Symbolic logic,* S. 131–132, *Kirwan: Logic and argument,* S. 245–248, *Quine: Methods of logic (4),* S. 251, *Lemmon: Beginning logic,* S. 131–132, *Suppes: Introduction to logic,* S. 93–94.

12 Die informelle Schreibweise „(K.P1)$\Rightarrow_{\mathbf{F}}$(K.K1)" besagt, dass der Schluss von der Formel mit dem Namen „(K.P1)" auf die Formel mit dem Namen „(K.K1)" formal gültig ist. Es ist also eine Abkürzung für $\forall x(k(x)\rightarrow f(x))\Rightarrow_{\mathbf{F}}\forall x\forall y(k(y)\wedge z(x,y)\rightarrow f(y)\wedge z(x,y))$.

13 φ ist *stärker* als ψ (ψ *schwächer* als φ) genau dann, wenn gilt: $\varphi\Rightarrow_{\mathbf{F}}\psi$ und $\psi\not\Rightarrow_{\mathbf{F}}\varphi$. Zur Rolle von Stärker- und Schwächer-Beziehungen im Zusammenhang mit dem Formalisieren vgl. *Sainsbury: Logical forms,* S. 56, 97, und *Sherry: A note on the scope of truth-functional logic.*

Wer ein Lehrbuch gelesen hat, das eines dieser Beispiele behandelt, wird sich wohl an Formalisierung (K.K2) erinnern. So weit ich es überblicke, erwähnt kein Lehrbuch eine andere Lösung.[14] Wie lässt sich aber begründen, dass (K.K2) eine adäquate Formalisierung von (K.K) ist? Und angenommen, es ist eine adäquate Formalisierung von (K.K), was bedeutet das für die anderen Formalisierungsvorschläge? Können sie auch adäquat sein, oder ist das ausgeschlossen? Insgesamt stellen sich angesichts der unterschiedlichen Formalisierungsvorschläge und der bisherigen Ausführungen folgende Fragen, die in den nächsten Kapiteln diskutiert werden:

– Wie kommen Formalisierungsvorschläge überhaupt zustande? Wie geht man beim Formalisieren vor? (Kapitel 10)
– Welche(r) der obigen Formalisierungsvorschläge sind (ist) adäquat, und wie lässt sich das begründen? (Kapitel 11 bis 13)
– Wie sind mehrere äquivalente Formalisierungen derselben Aussage zu beurteilen? (Kapitel 12)
– Gibt es *die* adäquate Formalisierung einer Aussage? Inwiefern kann die gleiche Aussage verschieden formalisiert werden? (Kapitel 13)

[14] Erstaunlicherweise habe ich in der Literatur bisher bloß an einer einzigen Stelle eine andere Formalisierung gefunden. *Wengert: Schematizing De Morgan's argument* argumentiert dafür, dass (P.K1), aber nicht (P.K2) eine adäquate Formalisierung von (P.K) sei. *Merrill: On De Morgan's argument* hat dies als eine inadäquate Interpretation von De Morgan kritisiert. (Die in Fußnote 6 zu S. 191 erwähnte Formalisierung von Russell und Whitehead bezieht sich auf eine andere Version des Beispiels.)

10 Das Standardverfahren des Formalisierens und der Verbalisierungstest

Als Einleitung zu den verschiedenen Kriterien, mit denen die Adäquatheit einer Formalisierung geprüft werden kann, werden in diesem Kapitel zwei der wichtigsten Elemente der gängigen Praxis des Formalisierens etwas näher betrachtet. Es geht einerseits um das übliche, mehr oder weniger informelle Verfahren des Formalisierens und andererseits um dessen Umkehrung, die Verbalisierung, die oft als Adäquatheitstest verwendet wird.

10.1 Das Standardverfahren des Formalisierens

Das in der Praxis allgemein gebräuchliche Vorgehen, mit dem umgangssprachlichen Aussagen Formalisierungen zugeordnet werden, wird meist informell gehandhabt, das heißt, es folgt nicht ausdrücklich formulierten Regeln. Es läst sich aber, wie in diesem Kapitel gezeigt werden soll, durch ein einfaches Schema, das ich „Standard-(Formalisierungs)Verfahren" nenne, rekonstruieren. Definitionen in irgendeinem anspruchsvollen Sinne sind dabei allerdings nicht zu erwarten.

Die Art der Behandlung dieses Themas in den Lehrbüchern variiert enorm. Viele Autoren gehen über Methoden des Formalisierens einfach hinweg, andere geben ihnen viel Raum in ihren Darstellungen. Ganz gemäß der Auffassung, Formalisieren sei weniger ein streng reglementierbares Verfahren als vielmehr eine Kunst, wird meistens auf eine theoretische Beschreibung des Vorgehens beim Formalisieren verzichtet, oder diese wird sehr knapp und allgemein gehalten. Die besten Darstellungen zeichnen sich besonders durch eine sorgfältige und eingehende Diskussion der Beispiele aus. Darüber hinaus finden sich manchmal Vorschläge, wie das informelle Vorgehen durch Faustregeln oder Tests im Stil der in der Grammatik gebräuchlichen Umstell- oder Streich-Proben ergänzt werden kann.[1]

Nach einem Vorschlag von Blau lässt sich das Standardverfahren für die Prädikatenlogik als ein Vorgehen in vier Schritten schematisch darstellen:[2]

1. Die zu formalisierende Aussage wird paraphrasiert, mit dem Ziel, eine prädikatenlogische Form dieser Aussage möglichst explizit wiederzugeben. Als Resultat erhält man eine *Explizitfassung*.

[1] Eine Auswahl von Logiklehrbüchern, die in dieser Hinsicht nützlich sind: *Hintikka, Bachman: What if ...?; Kirwan: Logic and argument; Sainsbury: Logical forms; Walther: Philosophisches Argumentieren.* Elaboriertere Verfahren finden sich in *Otto: The linguistic basis of logic translation.*

[2] *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 4–6; ähnlich auch in *Link: Intensionale Semantik,* S. 112 und *Stegmüller: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie,* Bd. II, S. 44–45. Eine detailliertere Beschreibung, die sich auch im Rahmen des hier dargestellten Standardverfahrens bewegt, bieten *Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 11–13, 57, 130–131, 211–213, 266–267, 316–317; vgl. auch die Erläuterungen zu den entsprechenden Übungsaufgaben.

Für die Aussagen:

(1) Johannes Paul II. ist unfehlbar.
(2) Fehlbare Päpste gibt es nicht.

erhält man beispielsweise

(1.1) Es ist nicht der Fall, dass Johannes Paul II. fehlbar ist.
(2.1) Es ist nicht der Fall, dass: (für irgendein x: x ist ein fehlbarer Papst).

Wie (2.1) zeigt, sind als Explizitfassungen auch quasi-umgangssprachliche Sätze zugelassen, also Sätze einer um Kunstzeichen wie Klammern oder Variablen ergänzten und syntaktisch abweichenden Variante der betreffenden Umgangssprache.

2. Als Nächstes werden die prädikatenlogisch relevanten Einheiten in der Explizitfassung identifiziert:

(1.2) Es-ist-nicht-der-Fall,-dass Johannes-Paul-II. fehlbar-ist.
(2.2) Es-ist-nicht-der-Fall,-dass: (für-irgendein x: x ist-ein-fehlbarer-Papst).

3. Die in Schritt (2) isolierten Einheiten werden entsprechend den syntaktischen Kategorien der Prädikatenlogik klassifiziert. Dabei wird zwischen Ausdrücken unterschieden, die deskriptiven Konstanten (Prädikate verschiedener Stellenzahl, Individuenausdrücke), logischen Konstanten, Variablen und Klammern entsprechen.

4. Schließlich werden die so klassifizierten Ausdrücke durch Symbole einer passenden Kategorie der logischen Formelsprache ersetzt. Dabei werden gleiche kategorematische Ausdrücke durch gleiche und verschiedene durch verschiedene Symbole ersetzt; insgesamt muss die logisch relevante Struktur der Aussage erhalten bleiben. Zusätzlich wird die Zuordnung von deskriptiven Konstanten zu umgangssprachlichen Ausdrücken in einem Korrespondenzschema festgehalten:

(1.3)	$\neg f(a)$	a: Johannes Paul II.; f(x): x ist fehlbar
(2.3)	$\neg \exists x f(x)$	f(x): x ist ein fehlbarer Papst

Diese Darstellung soll in keiner Weise den Eindruck erwecken, dass das Standardverfahren irgendwie streng definiert wäre – ganz im Gegenteil. Dazu einige Bemerkungen:

1. Insbesondere der erste Schritt erfordert in seiner Durchführung sowohl Sprach- wie Sachkenntnis und gelegentlich einiges an Phantasie, Geschick und vor allem Übung. Beim zweiten bis vierten Schritt spielt das vergleichsweise immer weniger eine Rolle. Selbstverständlich sind die verschiedenen Schritte voneinander abhängig. Insbesondere kann eine brauchbare Explizitfassung nur im Hinblick auf die folgenden Formalisierungsschritte hergestellt werden, da sie ja gerade dazu dient, die verschiedenen Ausdrücke in ihrer Einheit und ihren Beziehungen gemäß logisch relevanten Kategorien deutlich darzustellen.

2. Es gibt eine ganze Reihe von Faustregeln, die als Anleitung für den ersten Schritt, das Erstellen einer Explizitfassung, verwendet werden können. Besonders wichtig sind Regeln über die (Nicht)Entsprechung sprachlicher Partikel und logischer Konstanten, über die Auflösung von Pronomina und die richtige Behandlung von Gruppierungen und Skopus. Die wohl wichtigste Ergänzung zum Standardverfahren dürfte allerdings die Strategie des schrittweisen Paraphrasierens von außen nach innen sein.[3] (Ein Analogon dazu ist das Verfahren des schrittweisen Formalisierens, das in Kapitel 12.4.2 erläutert wird.) Für (2) könnte eine schrittweise Paraphrasierung zum Beispiel so aussehen:

(2.4) Es ist nicht der Fall, dass: es gibt fehlbare Päpste.
(2.1) Es ist nicht der Fall, dass: (für irgendein x: x ist ein fehlbarer Papst).
(2.5) Es ist nicht der Fall, dass: {für irgendein x: [(x ist fehlbar) und (x ist ein Papst)]}.

Damit erhält man die Formalisierung

(2.6) $\neg\exists x[f(x)\wedge g(x)]$ f(x): x ist fehlbar; g(x): x ist ein Papst

Praktische Vorteile dieser Strategie sind: Erstens kann ein komplexes Problem in besser handhabbare Teilprobleme zerlegt werden. Zweitens kann bei jedem Zwischenergebnis geprüft werden, ob es eine Paraphrase aller vorhergehenden und der ursprünglichen Aussage darstellt, was einiges einfacher ist als der direkte Vergleich einer komplexen Explizitfassung mit einer Aussage. Drittens gewährleistet die Methode des schrittweisen Paraphrasierens bis zu einem gewissen Grade, dass aussagenlogische Gruppierungen und Quantoren-Skopus richtig ermittelt und dargestellt werden.

3. Dass das Standardverfahren, wie die Erfahrung zeigt, leicht zu erlernen ist und in der Praxis meist zum gewünschten Resultat führt, verdankt es jedenfalls nicht seiner präzisen Definition. Als stur zu befolgendes Rezept eignet es sich überhaupt nicht; dazu ist viel zu ungenau beschrieben, wie die einzelnen Schritte wirklich durchgeführt werden können – eine Maschine könnte schon gar nichts damit anfangen. Unter anderem liegt dies daran, dass die Beschreibung eine ganze Menge unerklärter Ausdrücke enthält: „Paraphrase“, „logisch relevante Einheit“, „logisch relevante Struktur“ usw. Doch auch wenn man die entsprechenden Begriffe als bekannt und genauer bestimmt voraussetzt, bedarf die Anwendung des Verfahrens noch weitgehend des Rückgriffs auf die (sprachliche) Intuition. Nur in einem sehr weiten Sinn des Wortes kann deshalb von einem „Verfahren“ die Rede sein. Es ist noch weit entfernt von einem Verfahren, das wirklich präzise Anleitungen gibt, wie die einzelnen Schritte des Formalisierens ausgeführt werden können. Als Maßstab für die Präzision eines Verfahrens bietet sich seine Mechanisierbarkeit an. Im besten Fall hätte ein Verfahren die Explizitheit eines Algorithmus und könnte somit auch von einer Maschine

[3] Vgl. z.B. *Quine: Elementary logic,* §§11–13, 38; *Quine: Methods of logic (4),* S. 57–59, 196–199; *Copi: Symbolic logic,* S. 66–68; *Copi, Cohen: Introduction to logic,* S. 435–437.

ausgeführt werden. Ein solches *effektives* Verfahren müsste dann allerdings rein formaler Natur sein, sich also ausschließlich auf die Form sprachlicher Zeichen beziehen. Einen solchen Formalisierungsalgorithmus zu entwickeln, ist mindestens so sehr ein sprachwissenschaftliches und informatisches wie ein logisches Programm: ein Standardproblem der Künstliche-Intelligenz-Forschung.[4] Ich werde in Kapitel 12.4.3 nochmals auf effektive Formalisierungsverfahren zu sprechen kommen.

4. Das Standardverfahren ist sowohl bezüglich der Explizitfassung wie des Resultats nicht eindeutig: derselben Aussage können verschiedene Explizitfassungen und Formalisierungen zugeordnet werden. Dabei können selbstverständlich verschiedene Explizitfassungen zur gleichen Formalisierung führen. So hätte man anstelle von (2.1) beispielsweise auch

(2.7) Es gibt kein x, so dass x ein fehlbarer Papst ist.

wählen können. Andererseits kann auch dieselbe Explizitfassung zu verschiedenen Formalisierungen führen. Beides ist nur schon deshalb möglich, weil die gleiche Aussage verschieden genau formalisiert werden kann. So könnte in Beispiel (1) aufgrund der Explizitfassung (1.1) trivialerweise auch

(1.4) p p: Es ist nicht der Fall, dass Johannes Paul II. fehlbar ist.

als Formalisierung gewählt werden. (Was im Einzelnen unter „verschieden“ und „verschieden genau“ zu verstehen ist, wird in Kapitel 13 diskutiert.)

10.2 Der Verbalisierungstest

Wenn es in der Praxis darum geht, für oder gegen eine gegebene Formalisierung zu argumentieren, so wird sehr oft eine Strategie verwendet, die sich als eine Umkehrung des soeben beschriebenen Formalisierungsverfahrens verstehen lässt. Die Idee dieses Tests ist, die Formalisierung wieder rückgängig zu machen und zu prüfen, ob man dabei die ursprüngliche Aussage oder doch mindestens eine sehr nahe Paraphrase zurückerhält. Dieser Test ist so nahe liegend, dass er keinen allgemein bekannten Namen hat, sondern meist ohne Erklärung einfach benutzt wird;[5] ich nenne ihn „Verbalisierungstest“.

---

[4] Eine zentrale Voraussetzung für ein effektives Verfahren wäre offensichtlich eine erschöpfende Syntax der betreffenden Umgangssprache. Das heißt aber nicht, dass diese unbedingt mit einer linguistisch anerkannten Theorie übereinstimmen müsste, da hinter einer solchen Sprachanalyse evtl. andere Ziele stehen als hinter einer logischen. Das Problem der Formalisierungsverfahren sollte deshalb nicht einfach an die Linguistik delegiert werden. Andererseits muss zwischen logischer und grammatischer Analyse auch nicht zwingend ein Gegensatz bestehen, wie dies z.B. die von Montague ausgehende Tradition der Sprachanalyse zeigt.

[5] Sainsbury diskutiert ihn unter der Bezeichnung „recovered argument“ in *Sainsbury: Logical forms,* S. 52–53, 141, G 2.17–18.

Ganz grob ist das Vorgehen bereits in Kapitel 6.2.6 skizziert worden. Eine präzisere Darstellung bieten Kalish und Montague, die zwei Stufen der Verbalisierung unterscheiden:

1. Die *wörtliche Verbalisierung* geschieht schrittweise nach expliziten Regeln, die angeben, wie die deskriptiven Konstanten durch die im Korrespondenzschema angegebenen umgangssprachlichen Ausdrücke zu ersetzen sind, welcher Standardausdruck für die logischen Konstanten eingesetzt werden muss und wie Klammern, Variablen und andere Elemente des logischen Formalismus zu behandeln sind. Das Resultat einer solchen Verbalisierung entspricht in etwa dem, was man erhält, wenn man die Formalisierung einfach liest und dabei für alle logischen Kunstzeichen einen umgangssprachlichen Standardausdruck verwendet. Im besten Fall ist das Resultat eine umgangssprachliche Aussage; meist erhält man aber einen Ausdruck, der noch mit Klammern und im Falle der Prädikatenlogik auch noch mit Variablen durchsetzt ist, also einen quasi-umgangssprachlichen Satz.

2. Auf der Basis der wörtlichen Verbalisierung können *freie Verbalisierungen* hergestellt werden, die Paraphrasen oder, wie Kalish und Montague es nennen, stilistische Varianten der wörtlichen Verbalisierung sein müssen. Zwar lassen sich damit in jedem Fall umgangssprachliche Aussagen als Resultate der Verbalisierung gewinnen, aber es dürfte beinahe ähnlich schwierig sein, für diesen zweiten Verbalisierungsschritt genaue Regeln zu formulieren wie ein genau definiertes Formalisierungsverfahren anzugeben. Man muss sich im Allgemeinen mit einer Reihe von Hinweisen begnügen.[6]

Auf der Grundlage dieser beiden Verbalisierungsschritte kann nun der Verbalisierungstest in zwei Versionen formuliert werden. Geht man von einer wörtlichen Verbalisierung aus, kann natürlich im Allgemeinen nicht erwartet werden, dass man wieder genau diejenige Aussage erhält, die man formalisiert hat. (Zum Beispiel wird die wörtliche Verbalisierung quantifizierter Formeln noch Variablen enthalten.) In diesem Fall kann nur gefordert werden, dass die wörtliche Verbalisierung eine Paraphrase der ursprünglich formalisierten Aussage ist. Damit ist der Verbalisierungstest in dieser Fassung genau so unbestimmt wie der Begriff der Paraphrase. Will man beispielsweise die beiden Formalisierungsvorschläge (K.K1) und (K.K2) prüfen und dazu das von Kalish und Montague beschriebene Verfahren verwenden[7], muss man entscheiden, ob

---

[6] Zur wörtlichen Verbalisierung *(literal translation): Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 9 und 53–54 (Aussagenlogik), 129 und 209–211 (Prädikatenlogik), 264–265 (Identität), 315 (Kennzeichnungen). Zur freien Verbalisierung *(free translation): Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 10–11 und 54–57 (Aussagenlogik), 129–130 und 210–211 (Prädikatenlogik), 265–266 (Identität), 315–316 (Kennzeichnungen).

[7] Überträgt man die Regeln von Kalish und Montague auf die deutsche Sprache, so ergeben sich Resultate mit einigen zusätzlichen grammatischen Abweichungen gegenüber der Umgangssprache, insbesondere, was die Wortstellung betrifft.

(1) Für jedes x, für jedes y (wenn (y ist ein Kreis und x zeichnet y), dann (y ist eine Figur und x zeichnet y)).

oder

(2) Für jedes x (wenn es gibt ein Objekt y, so dass (y ist ein Kreis und x zeichnet y), dann es gibt ein Objekt y, so dass (y ist eine Figur und x zeichnet y)).

eine bessere Paraphrase von „Wer einen Kreis zeichnet, zeichnet eine Figur." ist.

In der Praxis behilft man sich, indem man zu freien Verbalisierungen übergeht, das heißt, man paraphrasiert so lange, bis man wieder eine umgangssprachliche Aussage erhält. Wenn man auf diesem Weg die Aussage, die man zuvor formalisiert hat, zurückerhält, so hat die Formalisierung den Verbalisierungstest bestanden. Diese zweite Version des Verbalisierungstests, die auf freien Verbalisierungen beruht, funktioniert oft recht gut. Im vorliegenden Fall werden wir aber vielleicht zweimal wieder beim Ausgangssatz landen und so gescheit sein wie zuvor. Die Erfahrung zeigt, dass inkorrekte Formalisierungen oft besonders schwierig zu verbalisieren sind. Man neigt dazu, sie fälschlicherweise mit der formalisierten Aussage zu paraphrasieren.

Das Hauptproblem des Verbalisierungstests ist aber nicht, dass er in der Praxis versagen kann, sondern, dass er in theoretischer Hinsicht nichts leistet. Die Frage „Welche Formalisierung passt zu dieser Aussage?" wird in beiden Versionen des Tests letztlich durch die Frage „Welche Paraphrase passt zu dieser Aussage?" ersetzt, was aber nichts anderes ist als das ursprüngliche Problem in neuer Fassung. Denn im Zusammenhang des Formalisierens ist der Maßstab dafür, dass eine Aussage als Paraphrase einer anderen gelten kann, dass beide Aussagen bezüglich logischer Merkmale übereinstimmen.

Mehr zu erwarten wäre allerdings auch verfehlt. So wie der Test eingeführt wird, ist der Bezug zum Formalisieren völlig anspruchslos. Es wird lediglich die Eigenschaft benutzt, dass das Formalisieren durch Verbalisieren wieder rückgängig gemacht werden kann. Vom Standardverfahren der Formalisierung unterscheidet sich der Verbalisierungstest ja nur dadurch, dass die Paraphrasen in umgekehrter Richtung gesucht werden. Eine Verbesserung stellt diese Umkehrung insofern dar, als der erste Schritt, die wörtliche Verbalisierung, klar reglementierbar ist, wodurch sich in der Praxis oft schon Fehlformalisierungen erkennen lassen. Ein typischer Anwendungsfall sind die Standardbeispiele zur so genannten *quantifier shift fallacy*. Angenommen, es ist nicht klar, ob

(3) Alle lieben jemanden.

durch

(3.1) $\forall x \exists y f(x,y)$ $\quad$ $f(x,y)$: x liebt y

oder durch

(3.2) $\exists y \forall x f(x,y)$ $\qquad$ $f(x,y)$: x liebt y

formalisiert werden soll (vorausgesetzt ist, dass die Quantoren über einen Bereich laufen, der nur Personen umfasst), so lässt sich dies mit Hilfe der Verbalisierung relativ zuverlässig herausfinden:

(3.1V) Für alle x gilt: es gibt ein y, so dass x y liebt.
Für alle Personen gibt es jemanden, den sie lieben.
Alle lieben jemanden.

(3.2V) Es gibt ein y, so dass für alle x gilt: x liebt y.
Es gibt eine Person, so dass für alle gilt: sie lieben diese Person.
Jemand wird von allen geliebt.

Insgesamt ergibt sich, dass zwischen dem Standardverfahren der Formalisierung und dem Verbalisierungstest insofern eine Asymmetrie besteht, als sich der erste Schritt des Verbalisierens relativ einfach regeln lässt, während umgekehrt beim Formalisieren gerade die ersten Schritte am schwierigsten zu regeln sind. Dies liegt natürlich daran, dass die Verbalisierung bei der formalen Sprache ansetzt, während man bei der Formalisierung von der Umgangssprache ausgehen muss, für die man im Allgemeinen nicht über eine exakte Beschreibung, schon gar nicht über eine auf die Probleme des Formalisierens ausgerichtete, verfügt. Diese Asymmetrie lässt sich zwar nutzen, indem man die Formalisierung als die Umkehrung der Verbalisierung definiert und damit etwas genauer bestimmen kann, was als Formalisierung einer Aussage in Frage kommt, als wenn man sich bloß auf das Standardverfahren zur Formalisierung stützt.[8] Im Hinblick auf den Begriff der adäquaten Formalisierung ist damit aber nur wenig gewonnen.

10.3 Schritte der Formalisierung und Verbalisierung

Bevor andere Kriterien für adäquates Formalisieren diskutiert werden, ist an dieser Stelle ein Überblick über die verschiedenen Schritte beim Formalisieren und Verbalisieren nützlich, da dieses Problemfeld nun schon aus verschiedenen Perspektiven thematisiert worden ist:

1. In Kapitel 1.1.4 habe ich eine erste Unterscheidung zwischen Argumentationsanalyse und Formalisierung vorgenommen. Ihnen ist gemeinsam, dass beide ihren Gegenstand in der Umgangssprache finden. Während sich aber die Argumentationsanalyse mit Sätzen und Argumenten als Teilen von Diskursen beschäftigt, ist der Ausgangspunkt des Formalisierens immer eine Aussage beziehungsweise ein aus Aussagen aufgebauter Schluss. Aus der Perspektive des Formalisierens ist demnach die wichtigste Aufgabe der Argumentationsanalyse, Aussagen oder Schlüsse bereitzustellen.

2. Was die Argumentationsanalyse dabei genauer zu leisten hat, ist in Kapitel 5.3.1 durch eine nähere Bestimmung des Begriffs der Aussage umrissen

8 Dieser Vorschlag findet sich z.B. in *Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 8, 11–12.

worden. Daraus ergibt sich, dass die Argumentationsanalyse im Hinblick auf Schlüsse sicherstellen muss, dass Aussagen im Kontext dieser Schlüsse wahrheitsdefinit sind. Dazu ist es erforderlich, durch Auflösen von indexikalischen Ausdrücken oder andere Reformulierungen, Vagheiten, Mehrdeutigkeiten und Kontextabhängigkeiten soweit zu beseitigen, dass Äquivokationsfehlschlüsse und Mehrdeutigkeiten in der logischen Form ausgeschlossen werden. Letzteres ist zwar eine Aufgabe, die sich nicht einfach unabhängig von der auf die Argumentationsanalyse folgenden Formalisierung erledigen lässt, aber doch grundsätzlich in die Zuständigkeit der Argumentationsanalyse fällt.

3. Da die Aussagen, die aus der Argumentationsanalyse resultieren, nicht anders als in Form von Äußerungen vorliegen können, sieht sich die Formalisierung als Erstes vor das Problem gestellt, diese Äußerungen Aussagen zuzuordnen. Wie sich in Kapitel 5.3.2 gezeigt hat, lässt sich die übliche Formalisierungspraxis nur unter den beiden folgenden Bedingungen angemessen rekonstruieren: Erstens ist davon auszugehen, dass beim Formalisieren zwei verschiedene Begriffe der Aussage im Spiel sind, nämlich der Begriff des Aussagesatzes (erklärt als wahrheitsdefiniter Satz-*type;* im Folgenden: „Aussagesatz") und der Begriff der Aussage im engeren Sinne (erklärt als dasjenige, für das logische Formeln stehen; im Folgenden: „Aussage"). Zweitens ist die Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen, die eine Reihe komplexer, insbesondere auch grammatischer Regelungen erfordert, als integraler Teil des Formalisierens aufzufassen.

4. Das in Kapitel 10.1 dargestellte Standardverfahren des Formalisierens lässt sich so auffassen, dass damit das Formalisieren vor allem in zwei Teile gegliedert wird: Das Erstellen einer Explizitfassung und das Zuordnen einer Formalisierung zu dieser Explizitfassung. Explizitfassungen sind quasi-umgangssprachliche Sätze, das heißt Sätze, die sich von umgangssprachlichen Sätzen dadurch unterscheiden, dass sie auch Hilfszeichen, Variablen und grammatische Abweichungen enthalten können.

5. Bei der Diskussion der Verbalisierung im letzten Kapitel ist zwischen freien und wörtlichen Verbalisierungen unterschieden worden. Freie Verbalisierungen sind umgangssprachliche Aussagesätze, wobei für jede adäquate Formalisierung eines Aussagesatzes gelten muss, dass er eine der freien Verbalisierungen dieser Formalisierung ist. Während beim Erstellen freier Verbalisierungen Paraphrasen eine wesentliche Rolle spielen, können wörtliche Verbalisierungen nach einem geregelten Verfahren hergestellt werden. Das Resultat sind in diesem Falle aber nicht umgangssprachliche, sondern wiederum bloß quasi-umgangssprachliche Sätze.

6. Eines der Zwischenprodukte, die beim schrittweisen Erstellen einer wörtlichen Verbalisierung entstehen, entspricht dem, was man erhält, wenn man in einer Formel anstelle der deskriptiven Konstanten die Ausdrücke, die diese abkürzen, einsetzt. In Kapitel 6.2.6 habe ich das einen „halbformalen" Ausdruck

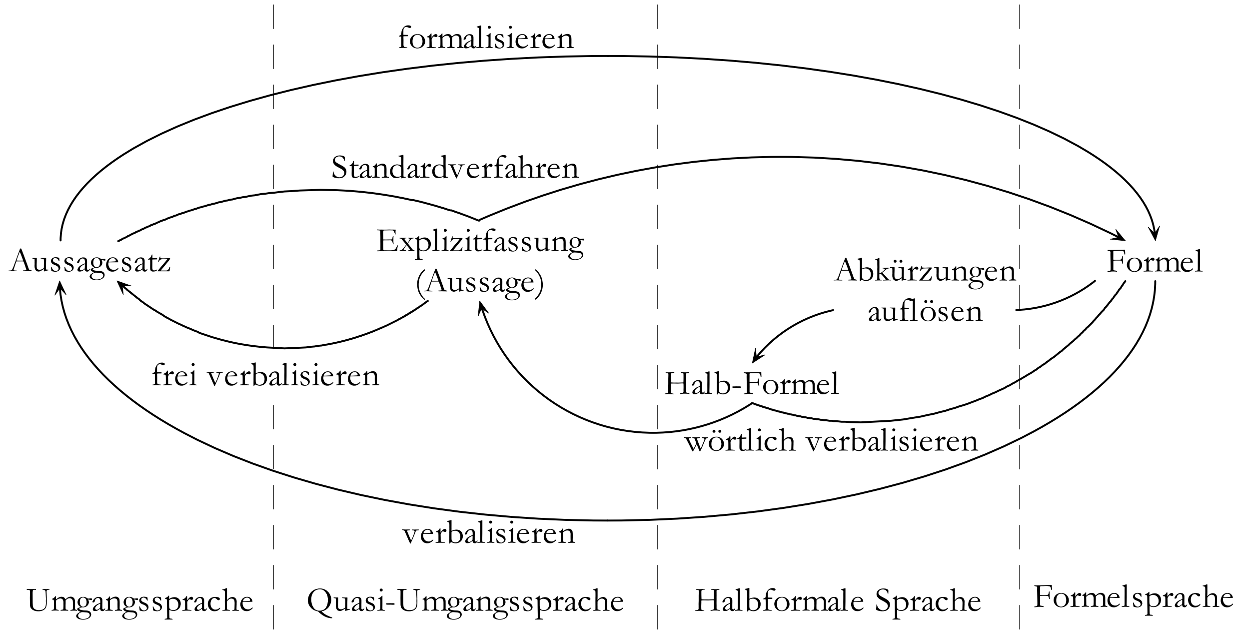
genannt. Halbformale Ausdrücke sind zwischen quasi-umgangssprachlichen Sätzen und Formeln anzusiedeln. Im Gegensatz zu Ersteren können sie logische Konstanten enthalten, im Gegensatz zu Letzteren enthalten sie umgangssprachliche Ausdrücke; ihre Syntax ist ein Hybrid aus der Syntax der Umgangssprache und derjenigen der Formelsprache.

7. Schließlich lässt sich Quines Begriff der Paraphrase, der in Kapitel 8.2.1 kurz besprochen wurde, in diese Darstellung integrieren. Quines Paraphrasen sind nichts anderes als die quasi-umgangssprachlichen Sätze, die durch wörtliche Verbalisierungen entstehen.

Eine erste Vereinheitlichung dieser verschiedenen Gesichtspunkte lässt sich erreichen, wenn man an Explizitfassungen etwas höhere Ansprüche stellt als in der obigen Darstellung des Standardverfahrens der Formalisierung und nur solche Explizitfassungen zulässt, die mit wörtlichen Verbalisierungen und Quines Paraphrasen identifiziert werden können.

Etwas weniger einfach ist die Lage bei den Aussagen: Können sie auch mit Explizitfassungen und wörtlichen Verbalisierungen identifiziert werden? Einerseits ist klar, dass sich durch eine Identifikation von Aussagen mit Explizitfassungen die in Kapitel 5.3.2 diskutierten Probleme bei der Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen mindestens dann lösen lassen, wenn man davon ausgeht, dass jeder Formel genau eine wörtliche Verbalisierung zugeordnet wird. Aussagen sind dann das, wofür Formeln stehen; dass eine Formel beispielsweise zweimal die gleiche Aussagenkonstante enthält, heißt dann immer auch, dass diesen beiden Konstanten in der formalisierten Aussage zwei gleiche Teilaussagen entsprechen. Gleichzeitig lässt sich die Position aufrechterhalten, wonach das Formalisieren Aussagesätze zum Gegenstand hat, da das Erstellen einer Explizitfassung ja Teil des Formalisierens ist. Andererseits ist aus sprachanalytischer Perspektive eine Identifikation der Aussagen mit Explizitfassungen nicht gerade das, was man erwartet, wenn man davon ausgeht, dass Aussagen Gegenstand der Formalisierung sind, da man in dieser Funktion wohl umgangssprachliche, nicht quasi-umgangssprachliche Ausdrücke erwarten würde. Dem kann man entgegenhalten, dass die hier vorgebrachten Überlegungen einfach zeigen, dass das, was sich zunächst als eine Zuordnung von Äußerungen zu Aussagen präsentiert hat, einfach ein erster Schritt der Formalisierung ist, nämlich ein Paraphrasieren, verstanden als das Erstellen einer Explizitfassung.

Sieht man von der Argumentationsanalyse ab, so lassen sich die Schritte des Formalisierens und Verbalisierens wie auf der folgenden Seite dargestellt schematisch organisieren:



Dieser Darstellung liegen folgende Voraussetzungen zugrunde: Zunächst ist vorausgesetzt, dass die Zuordnung von Aussagensätzen zu Aussagen auf den ersten Schritt des Standardverfahrens reduziert werden kann; dabei wird wiederum davon ausgegangen, dass Explizitfassungen mit wörtlichen Verbalisierungen identifiziert werden können. Diese zweite Voraussetzung kann aus zwei Perspektiven bewertet werden. Betrachtet man das Formalisieren rekonstruktiv, so ist sie dadurch gerechtfertigt, dass klarerweise jedes Formalisieren so verstanden werden kann, wie wenn in zwei Schritten vorgegangen worden wäre: der erste umfasst das Erstellen einer Explizitfassung, die zugleich eine wörtliche Verbalisierung der resultierenden Formalisierung ist, und der zweite das Erstellen einer Formalisierung auf der Grundlage dieser Explizitfassung.[9] Damit wird klar, dass dies keine Beschreibung des oder Anleitung zum tatsächlichen Vorgehen beim Formalisieren sein kann, weil ja der erste Schritt den zweiten bereits voraussetzt. Nur von einer Formalisierung her kann beurteilt werden, ob eine vorgeschlagene Explizitfassung tatsächlich mit einer wörtlichen Verbalisierung identifiziert werden kann. Aus der Perspektive einer Anleitung zum Formalisieren machen die im Schema vorausgesetzten Identifikationen also wenig Sinn. Daraus ziehe ich folgende Konsequenzen:

1. Aussagen und Explizitfassungen, die mit wörtlichen Verbalisierungen identisch sind, haben ihren Platz in einer Rekonstruktion des Formalisierens; es macht aber wenig Sinn, sie als „Zwischenprodukte“ zu verstehen, die auf jeden Fall beim Formalisieren tatsächlich hergestellt werden müssten.

---

[9] Quine macht deutlich, dass sein Konzept der Paraphrase, auf das ich hier und in Kapitel 8.2.1 Bezug nehme, als eine solche Rekonstruktion zu verstehen ist, wenn er schreibt: “Hence to paraphrase a sentence of ordinary language into logical symbols is *virtually* to paraphrase it into a special part still of ordinary or semi-ordinary language.” (*Quine: Word and object,* S. 159, Hervorhebung GB)

2. Da das obige Bild rekonstruktiv zu verstehen ist, eignet es sich zwar nicht als Anleitung zum Vorgehen beim Formalisieren, bietet aber einen gewissen Maßstab für die Adäquatheit von Formalisierungen. Es besagt dann: formalisiere so, dass sich dies gemäß dem obigen Schema rekonstruieren lässt. Die praktische Anwendung davon sind die besprochenen Verbalisierungstests.

3. Die wichtigste Konsequenz für das Folgende ist: Wenn Kriterien für die Adäquatheit von Formalisierungen untersucht werden sollen, ist es nicht sinnvoll, davon auszugehen, dass Formalisierungen nach dem Standardverfahren gemäß obigem Schema erstellt wurden. Vielmehr ist zunächst von den einfachen Beziehungen der Formalisierung und Verbalisierung zwischen Aussagesätzen und Formeln auszugehen, wobei die im Schema dargestellten Zwischenschritte als Problemkreise gelten können, die beim adäquaten Formalisieren eine Rolle spielen, ohne dass daraus folgen würde, dass diese in der angegebenen Weise streng voneinander unterschieden werden könnten. Wie die folgenden Untersuchungen zu Kriterien des adäquaten Formalisierens zeigen werden, schlagen sich die mit den hier diskutierten Schritten des Formalisierens und Verbalisierens verbundenen Schwierigkeiten alle wieder in den verschiedenen Vorschlägen für solche Kriterien nieder.

11 Korrekt formalisieren

In diesem und dem folgenden Kapitel werden Kriterien für die Adäquatheit von Formalisierungen untersucht. Bis zu einem gewissen Grade mache ich damit einen Neuanfang: Die Diskussion solcher Kriterien wird sich zwar in vielfacher Weise auf das in Teil II entwickelte Konzept des Formalisierens beziehen; ich werde aber dieses Konzept nicht als eine unrevidierbare Grundlage verwenden, aus der dann Adäquatheitskriterien abgeleitet werden. Vielmehr werde ich mich an der Praxis des Formalisierens orientieren und gängige Argumentationsweisen für oder gegen die Adäquatheit von Formalisierungen zum Ausgangspunkt der Untersuchungen nehmen. Dabei soll nicht nur gezeigt werden, wie sich solche Adäquatheitskriterien durch das oben entwickelte Formalisierungskonzept motivieren lassen; genauso soll dieses Konzept und der skizzierte Begriff der logischen Form von den Adäquatheitskriterien her kritisch geprüft werden.

Auf dem Hintergrund des Konzepts des Formalisierens, das in Teil II erläutert wurde, ist offensichtlich, was in ganz allgemeiner Hinsicht von adäquaten Formalisierungen zu fordern ist: Adäquate Formalisierungen sollen ausschließlich solche logischen Formen haben, die auch logische Formen derjenigen Aussagen sind, deren Formalisierungen sie sind. In diesem Kapitel werde ich Kriterien für adäquates Formalisieren diskutieren, die sich dadurch erklären lassen, dass logische Merkmale von Aussagen gültigkeitsrelevant sein müssen. Entsprechend der Diskussion in Kapitel 4.1 werde ich drei Kriterien diskutieren: ein Kriterium, das sich an der Wahrheitsrelevanz orientiert, eines, das sich an der Schlussrelevanz orientiert, und ein allgemeines Kriterium der Gültigkeitsrelevanz. Es wird schnell offensichtlich werden, dass ein beachtlicher Teil der Argumente, die man in der Literatur für oder gegen Formalisierungsvorschläge findet, als Anwendung eines dieser Kriterien rekonstruiert werden kann. Allerdings schöpfen sie das Thema Adäquatheitskriterien noch keineswegs aus. Aus der Perspektive der Diskussion logischer Merkmale in Kapitel 4 ist das auch nicht zu erwarten, da Gültigkeitsrelevanz bloß eine notwendige Bedingung dafür ist, dass ein Merkmal einer Aussage zu den logischen Merkmalen dieser Aussage gehört. Die Leistungsfähigkeit der in den nächsten Abschnitten diskutierten Kriterien ist deshalb recht beschränkt; sie formulieren nur notwendige Bedingungen für adäquates Formalisieren (in Kapitel 12 werde ich zeigen, wo ihre Grenzen liegen, und untersuchen, welche zusätzlichen Anforderungen an adäquate Formalisierungen gestellt werden sollen). Zur terminologischen Unterscheidung bezeichne ich die in diesem Kapitel diskutierten Kriterien als *Korrektheitskriterien.* Ein Korrektheitskriterium verlangt von einer Formalisierung bloß, dass ihre gültigkeitsrelevanten Merkmale auch Merkmale der formalisierten Aussage sind. Die Bezeichnung *Adäquatheitskriterien* verwende ich weiterhin als allgemeine Bezeichnung für die Bedingungen, die eine Formalisierung erfüllen muss, damit sichergestellt ist, dass sie nur solche logischen Merkmale repräsentiert, die auch Merkmale der formalisierten Aussage sind.

11.1 Das Kriterium der Wahrheitsrelevanz

Ein erstes Kriterium für korrektes Formalisieren lässt sich motivieren, wenn man von einem Verständnis der Logik ausgeht, das sich an der Wahrheitsrelevanz orientiert (vgl. Kapitel 4.1.1). Charakteristisch für ein solches Konzept der Logik ist, dass im Zentrum der Begriff der Wahrheit steht: Erstens wird der Begriff der Gültigkeit mit Hilfe des Begriffs der Wahrheit erklärt, indem genau diejenigen Schlüsse zu den gültigen gerechnet werden, deren Konklusion unter allen möglichen Umständen wahr ist, unter denen ihre Prämissen wahr sind; zweitens ergibt sich als eine Folge daraus, dass zu den logischen Merkmalen einer Aussage nur Merkmale gehören, die für deren Wahrheitsbedingungen relevant sind, so dass logische Formen in einem solchen Logikverständnis immer wahrheitsrelevante Strukturen sind.

Geht man von einem solchen Verständnis der Logik aus, wird man von einer korrekten Formalisierung einer Aussage fordern müssen, dass sie eine wahrheitsrelevante Struktur repräsentiert, die tatsächlich eine wahrheitsrelevante Struktur dieser Aussage ist. Ein Korrektheitskriterium, das sich darauf bezieht, muss deshalb sicherstellen, dass eine Formalisierung in wahrheitsrelevanter Hinsicht nur solche Merkmale hat, die auch Merkmale der Aussage sind, deren Formalisierung sie ist. Ich werde ein solches Kriterium kurz „W-Kriterium" nennen. Es lässt sich in einer ersten Näherung wie folgt einführen:

> Eine Formalisierung **Φ** einer Aussage A ist genau dann korrekt, wenn **Φ** und A die gleichen Wahrheitsbedingungen haben, wobei die Formel in **Φ** entsprechend dem Korrespondenzschema zu interpretieren ist.

Die Idee ist also, eine Formalisierung zu prüfen, indem man testet, ob die Bedingungen, unter denen die Aussage A wahr ist, auch Bedingungen sind, unter denen die Formalisierung **Φ** wahr ist und umgekehrt. Das W-Kriterium ist also nicht bloß eine neue Version des Verbalisierungstests. Es geht nicht darum, die Wahrheitsbedingungen einer Aussage mit denjenigen einer gemäß dem Korrespondenzschema verbalisierten Formel zu vergleichen, also mit den Wahrheitsbedingungen einer umgangssprachlichen oder quasi-umgangssprachlichen Aussage. Vielmehr soll in der Semantik der betreffenden Logik eine Interpretationsfunktion gemäß den Angaben im Korrespondenzschema konstruiert und dann geprüft werden, ob die Bedingungen, unter denen sich für die in der Formalisierung enthaltene Formel der Wert *wahr* ergibt, denen entsprechen, unter denen auch die Aussage wahr ist, deren Formalisierung untersucht wird. Zur Illustration ein erstes einfaches Beispiel:

(1) Müller starb, weil er Tomatensorbet aß.[1]

(2) $p \wedge q$ p: Müller starb; q: Müller aß Tomatensorbet

[1] Vgl. *Quine: Methods of logic (4),* S. 17.

Mit dem W-Kriterium kann man so argumentieren: Angenommen, die Aussagen „Müller starb." und „Müller aß Tomatensorbet." sind beide wahr, die Aussage (1) aber falsch, so ist p und q in einer entsprechenden Interpretation der Wahrheitswert *wahr* zuzuordnen und somit gemäß der formalen Semantik der Aussagenlogik auch der Konjunktion $p \land q$. Also kann (2) keine korrekte Formalisierung von (1) sein, weil in der angenommenen Situation die Formalisierung den Wert *wahr* erhält, die formalisierte Aussage aber falsch ist.

Auch ohne genauere Erläuterung des W-Kriteriums wird klar, dass es hier um ein altbekanntes Kriterium geht; es ist in der Literatur verschiedentlich mehr oder weniger explizit formuliert worden,[2] und eine beachtliche Zahl der Argumente, die man für oder gegen bestimmte Formalisierungen findet, lässt sich als Anwendung eines solchen Kriteriums rekonstruieren.[3] Das prominenteste Beispiel ist vielleicht Russells Diskussion der korrekten Formalisierung von Kennzeichnungen in *On denoting*. Russell gibt zu, dass sein Vorschlag, die Aussage

(3) The King of France is bald.

durch

(4) $\neg\forall x\neg(f(x)\land g(x)\land\forall y(f(x)\rightarrow y=x))$ f(x): x is King of France
g(x): x is bald

zu formalisieren, einigermaßen unglaublich erscheint, aber es lässt sich – so Russells Position – nachweisen, dass diese Formalisierung korrekt ist. Dazu untersucht er im Einzelnen, unter welchen Bedingungen (3) wahr ist, und zeigt, dass (4) ebenfalls unter genau diesen Bedingungen wahr ist.[4]

In der obigen Formulierung des W-Kriteriums sind vor allem zwei Punkte erklärungsbedürftig. Erstens ist der Begriff der entsprechenden Interpretation näher zu erläutern beziehungsweise einzuführen, und zweitens muss genauer erklärt werden, was damit gemeint ist, dass eine Formalisierung und eine Aussage gleiche Wahrheitsbedingungen haben.

Entsprechende Interpretation

Die Idee der entsprechenden Interpretation ist, das Korrespondenzschema zu verwenden, um in der formalen Semantik eine Interpretationsfunktion zu konstruieren, so dass die Interpretation der formalsprachlichen Ausdrücke derjeni-

[2] Z.B. *Sainsbury: Logical forms,* S. 53; *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* S. 166. *Barwise, Etchemendy: The language of first-order logic,* S. 47; *Beckermann: Einführung in die Logik,* S. 60–61. Die ausführlichste Diskussion findet sich unter der Bezeichnung „semantisch korrekte Formalisierung" in *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 6–10. Daran werde ich mich im Folgenden orientieren.

[3] Im Zusammenhang mit De Morgans Pferdeköpfen argumentiert beispielsweise *Wengert: Schematizing De Morgan's argument,* S. 166, mit dem W-Kriterium. Weitere Beispiele finden sich massenweise in den Logiklehrbüchern.

[4] Ausführliche Analysen dieser Argumente findet man in *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 30–46; *Neale: Grammatical form, logical form, and incomplete symbols.*

gen der ihnen zugeordneten umgangssprachlichen Ausdrücke entspricht. Eine genauere Charakterisierung wird etwas kompliziert, wenn man die in Kapitel 6.2 eingeführte Unterscheidung von Formel- und Schemasprache (die ich bisher in diesem Kapitel unterschlagen habe) beachtet. Berücksichtigt man dies und den formalen Charakter der logischen Semantik, so lässt sich der Begriff der entsprechenden Interpretation wie folgt bestimmen:

(EI) Eine *entsprechende Interpretation* einer Schemasprache **L**, relativ zu einer Formalisierung **Φ** der Aussage A, ist ein **L**-Modell mit einer Interpretationsfunktion $\mathfrak{I}$, die die schematischen Buchstaben von **L** so interpretiert, dass für alle im Korrespondenzschema vorkommenden Konstanten **κ** gilt: $\mathfrak{I}$ ergibt für den **κ** zugeordneten schematischen Buchstaben **σ** eine Interpretation, die der Bedeutung desjenigen Ausdrucks entspricht, der **κ** im Korrespondenzschema von **Φ** zugeordnet ist.

Damit kann nun folgende Definition für das W-Kriterium angegeben werden:

(WK) Eine Formalisierung **Φ** einer Aussage A in einer Logik **L** ist genau dann *korrekt,* wenn das Schema **σ**, das der in **Φ** enthaltenen Formel **φ** zugeordnet ist, in einer entsprechenden **L**-Interpretation die gleichen Wahrheitsbedingungen wie A hat.

Drei Voraussetzungen spielen für (EI) eine wichtige Rolle:

1. Trivialerweise setzt (EI) beziehungsweise das W-Kriterium allgemein eine Logik mit einer Semantik voraus. Das heißt aber nicht, dass das W-Kriterium nur in einem an der Wahrheitsrelevanz orientierten Konzept der Logik sinnvoll wäre; es kann auch in einer Logik angewendet werden, in der die Semantik gegenüber den Schlussregeln als sekundär gilt.

2. Ob die Interpretation eines formalen Ausdrucks der Bedeutung eines umgangssprachlichen Ausdrucks entspricht, lässt sich nur prüfen, wenn man über eine Deutung der formalen Semantik verfügt (vgl. Kapitel 1.4.3). Um beispielsweise in einer Aussagenlogik eine entsprechende Interpretation angeben zu können, muss man wissen, welcher formalsemantische Wert als *wahr* zu deuten ist; je nach Formalismus kann das 1, *w* oder irgendein anderer Wert sein.

3. Daraus ergibt sich, dass das W-Kriterium nur angewendet werden kann, wenn in der Metasprache, in der man die Argumentation für oder gegen eine Formalisierung einer umgangssprachlichen Aussage führt, eine geeignete semantische Begrifflichkeit zur Verfügung steht. Beispielsweise muss man, um eine entsprechende Interpretation in der klassischen Prädikatenlogik angeben zu können, einen Individuenbereich und die Extension aller im Korrespondenzschema angegebenen Ausdrücke bestimmen, um die entsprechenden Größen in der formalen Semantik festlegen zu können. Dazu muss man in einer Metasprache, in der sich sowohl über die zu formalisierende Aussage wie über die

Formalisierung sprechen lässt, über die entsprechenden Begriffe verfügen.[5] Im Falle der klassischen Prädikatenlogik kann das wohl als weitgehend unproblematisch angesehen werden. Möchte man das W-Kriterium aber beispielsweise auf eine intensionale Logik anwenden, so muss man voraussetzen, dass informelle semantische Begriffe von möglichen Welten, Individuenkonzepten oder Propositionen zur Verfügung stehen.[6] Dass das keine triviale Annahme ist, zeigt schon die Kontroverse über diese Begriffe mit so gegensätzlichen Standpunkten wie etwa denjenigen von Quine, Kripke oder David Lewis.

Gleiche Wahrheitsbedingungen

Es wäre ein grobes Missverständnis, das W-Kriterium so zu verstehen, dass es einfach verlangt, dass das einer Formalisierung zugeordnete Schema bei einer entsprechenden Interpretation den gleichen Wahrheitswert hat wie die Aussage, deren Formalisierung beurteilt werden soll. Ginge man von einem solchen Kriterium aus, wäre jede beliebige Tautologie eine korrekte Formalisierung jeder beliebigen wahren Aussage. Der Maßstab des W-Kriteriums ist demgegenüber wesentlich anspruchsvoller: Da Übereinstimmung in den Wahrheitsbedingungen verlangt wird, ist nicht bloß Übereinstimmung im Wahrheitswert gefordert, sondern Übereinstimmung im Wahrheitswert unter allen möglichen Umständen.[7] Dies provoziert die Frage, wie sich diese möglichen Umstände alle einzeln durchmustern lassen. Um das W-Kriterium anwenden zu können, ist dies allerdings nicht nötig. Dazu reicht es im Allgemeinen aus, geeignete Klassen von Umständen zu betrachten. Ein einfaches Beispiel zeigt das:

(5) Alle Tiere haben einen Kopf.
(6) $\forall x(f(x) \rightarrow g(x))$ f(x): x ist ein Tier; g(x): x hat einen Kopf

Nimmt man an, dass $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$ das zugeordnete Schema von (6) ist, kann wie folgt gezeigt werden, dass (6) gemäß dem W-Kriterium eine korrekte Formalisierung von (5) ist:

1. Zuerst kann man alle Umstände betrachten, unter denen (5) wahr ist. In diesem Fall ist die Menge der Tiere eine Teilmenge der Gegenstände, die einen Kopf haben. Für die entsprechende Interpretation $\mathfrak{I}$ muss somit $\mathfrak{I}(F) \subseteq \mathfrak{I}(G)$ gelten; im Übrigen kann $\mathfrak{I}$ beliebig sein, ebenso der Individuenbereich $\mathcal{E}$. Nach den üblichen Regeln der prädikatenlogischen Semantik gilt dann für ein

[5] Vgl. dazu die Definition der entsprechenden Interpretation für die klassische Prädikatenlogik in *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 7.

[6] Ich komme auf diesen Punkt in Kapitel 11.3 zurück.

[7] Vgl. zu diesem Punkt *Blau: Zur 3-wertigen Logik der natürlichen Sprache,* S. 22–23: „Was das eigentlich heißt [formalisieren], lässt sich nur ungenau sagen; jedenfalls wird man erwarten, dass es sich dabei um ein allgemeines Verfahren handelt, das jedem natürlichen Satz P annähernd eindeutig eine logische Struktur P' zuordnet, wobei P' bei entsprechender Interpretation der deskriptiven Konstanten auf Grund der semantischen Regeln für die logischen Konstanten in jedem Fall denselben Wahrheitswert hat wie P." (unterstrichen im Original).

beliebiges Element ξ von $\mathcal{E}$:

i. Wenn $\xi \in \mathfrak{I}(F)$, dann gilt: $\xi \in \mathfrak{I}(G)$, wegen $\mathfrak{I}(F) \subseteq \mathfrak{I}(G)$. Also ist sowohl $\mathfrak{I}(F\xi)=w$ wie auch $\mathfrak{I}(G\xi)=w$ und deshalb auch $\mathfrak{I}(F\xi \rightarrow G\xi)=w$.
ii. Wenn $\xi \notin \mathfrak{I}(F)$, dann gilt: $\mathfrak{I}(F\xi)=f$ und somit ebenfalls $\mathfrak{I}(F\xi \rightarrow G\xi)=w$.

Also ist $\mathfrak{I}(F\xi \rightarrow G\xi)=w$ für alle $\xi \in \mathcal{E}$ und somit gilt auch $\mathfrak{I}(\forall x(F\xi \rightarrow G\xi))=w$.

2. Ist (5) falsch, so gibt es Tiere ohne Kopf. Für die entsprechende Interpretation $\mathfrak{I}$ bedeutet das, dass es mindestens Element ξ des Individuenbereichs $\mathcal{E}$ geben muss, für das gilt $\xi \in \mathfrak{I}(F)$ und $\xi \notin \mathfrak{I}(G)$. Somit gilt für dieses ξ auch, dass $\mathfrak{I}(F\xi)=w$ und $\mathfrak{I}(G\xi)=f$, woraus sich $\mathfrak{I}(F\xi \rightarrow G\xi)=f$ und somit auch $\mathfrak{I}(\forall x(F\xi \rightarrow G\xi))=f$ ergibt.

Betrachtet man dieses Vorgehen genauer, können nochmals einige Voraussetzungen des W-Kriteriums ausgemacht werden:

1. Da bei der Anwendung des W-Kriteriums nicht einfach nur festzustellen ist, ob die formalisierte Aussage wahr oder falsch ist, muss man in der Metasprache, in der das Kriterium benutzt wird, über einen Wahrheitsbegriff verfügen, der es erlaubt, für beliebige Bedingungen zu entscheiden, ob die Aussage, deren Formalisierung geprüft werden soll, unter diesen Bedingungen wahr ist. Das bedeutet, dass man in einem solchen Nachweis nicht einen absoluten, sondern einen auf Bedingungen relativierten Wahrheitsbegriff benötigt.[8]

2. Nachweise für die Korrektheit einer Formalisierung setzen auf metatheoretischer Ebene einiges voraus. Typisch für den Kontext der klassischen Logik ist beispielsweise die Voraussetzung, dass sich alle möglichen Umstände in genau zwei disjunkte Klassen teilen lassen, in diejenigen, in denen (5) wahr ist, und diejenigen, in denen (5) falsch ist.

3. Eine wesentliche Rolle für obige Argumentation spielt, dass die dabei gezogenen Folgerungen tatsächlich gültig sind; dies muss nach den Maßstäben einer informellen Logik beurteilt werden. Nach den Ausführungen zum normativen Charakter der Logik in Kapitel 3 ist dies allerdings ein Resultat, das zu erwarten war. (Ich komme im nächsten Kapitel auf diesen Punkt zurück.)

4. Schließlich ist vorausgesetzt, dass die für den Nachweis der Korrektheit erforderlichen entsprechenden Interpretationen existieren. Im obigen Beispiel und allgemein im Rahmen der klassischen Aussagen- und Prädikatenlogik ist das unproblematisch, in nichtklassischen Logiken dagegen nicht immer trivial.[9]

Beispiel Gewinnzahlen

Zur Illustration des W-Kriteriums soll der Formalisierungsvorschlag (G.K3) für die Konklusion des Beispiels mit den Gewinnzahlen dienen:

---

[8] Vgl. *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* S. 167.
[9] Vgl. *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 9, und Kap. II.5.

(G.K) Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.
(G.K3) $\forall x \exists y(g(y) \wedge t(x,y) \rightarrow p(y) \wedge t(x,y))$ g(x): x ist eine Gewinnzahl
p(x): x ist eine Primzahl
t(x,y): x hat y getippt

Zur Anwendung des W-Kriteriums gilt es zu prüfen, ob (G.K) und die entsprechend interpretierte Formel aus (G.K3) unter allen möglichen Umständen den gleichen Wahrheitswert erhalten. Wie das bewerkstelligt werden kann, ist in diesem Fall ziemlich einfach zu sehen. Es genügt, sich zu überlegen, dass (G.K3) im Gegensatz zu (G.K) bereits dann wahr ist, wenn es irgendein Objekt gibt, das keine Gewinnzahl ist. Nehmen wir an, 41 sei ein solches Objekt, dann ist

(G.K3') $\exists y(g(y) \wedge t(x,y) \rightarrow p(y) \wedge t(x,y))$

für jeden Wert von x wahr, weil sich immer ein y-Wert finden lässt (nämlich 41), der das Antezedens falsch werden lässt. (G.K3) ist also keine korrekte Formalisierung von (G.K), weil es Situationen gibt, in denen (G.K) einen anderen Wahrheitswert als (G.K3) hat: zum Beispiel alle Situationen, in denen 41 keine Gewinnzahl ist und ich eine Gewinnzahl getippt habe, aber keine Primzahlen.

Ein Nachweis mit dem W-Kriterium kann für eine Standard-Prädikatenlogik erster Stufe wie folgt geführt werden: Aufgrund der obigen Überlegungen gehen wir von einer Situation (S) aus, die in folgender Weise charakterisiert ist:

(S.1) Primzahlen sind: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41.
(S.2) Gewinnzahlen sind: 5, 7, 11, 13, 17, 18.
(S.3) Tim hat getippt: 18, 20, 22, 24, 26, 28.

In dieser Situation ist die Aussage (G.K) offensichtlich falsch. Es gilt nämlich, dass Tim zwar die Gewinnzahl 18 getippt hat, aber keine Primzahlen. Deshalb ist es in der Situation (S) nicht wahr, dass, wer eine Gewinnzahl getippt hat, eine Primzahl getippt hat. Nun ist zu zeigen, dass die Formalisierung (G.K3) unter den Annahmen der Situation (S) wahr ist. Bevor die entsprechende Interpretation $\mathfrak{I}$ für (G.K3) festgelegt werden kann, muss zuerst noch ein der Situation (S) entsprechender Individuenbereich $\mathcal{E}$ eingeführt werden. Beispielsweise:

$\mathcal{E} = \{\text{Tim}, 1, \ldots, 42\}$

Als Nächstes müssen die in (G.K3) vorkommenden Konstanten mit einer dem Korrespondenzschema entsprechenden Interpretation $\mathfrak{I}$ versehen werden. Das heißt, die Funktion $\mathfrak{I}$ muss den drei Prädikatskonstanten, die in (G.K3) vorkommen, je eine zur Situation (S) passende Extension zuordnen:

(I1) $\mathfrak{I}(p) = \{x \mid x \text{ ist eine Primzahl}\}$
$= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41\}$
(I2) $\mathfrak{I}(g) = \{x \mid x \text{ ist Gewinnzahl}\} = \{5, 7, 11, 13, 17, 18\}$
(I3) $\mathfrak{I}(t) = \{\langle x,y \rangle \mid x \text{ hat y getippt}\}$
$= \{\langle \text{Tim}, 18\rangle, \langle \text{Tim}, 20\rangle, \langle \text{Tim}, 22\rangle, \langle \text{Tim}, 24\rangle, \langle \text{Tim}, 26\rangle, \langle \text{Tim}, 28\rangle\}$

Mit Hilfe der Eigenschaften, die $\mathfrak{I}$ als prädikatenlogische Interpretation haben muss, kann jetzt nachgerechnet werden, dass (G.K3) unter $\mathfrak{I}$ wahr wird. Es gilt:

$$\begin{aligned}\mathfrak{I}(g(41))=f \quad &\Rightarrow \mathfrak{I}(g(41)\wedge t(\xi, 41))=f \text{ für alle } \xi\in\mathcal{E}\\ &\Rightarrow \mathfrak{I}(g(41)\wedge t(\xi, 41)\rightarrow p(41)\wedge t(\xi,41))=w \text{ für alle } \xi\in\mathcal{E}\\ &\Rightarrow \mathfrak{I}(\exists y(g(y)\wedge t(\xi,y)\rightarrow p(y)\wedge t(\xi,y)))=w \text{ für alle } \xi\in\mathcal{E}\\ &\Rightarrow \mathfrak{I}(\forall x\exists y(g(y)\wedge t(x,y)\rightarrow p(y)\wedge t(x,y)))=w\end{aligned}$$

Damit wäre also gezeigt, dass

(G.K3) $\forall x\exists y(g(y)\wedge t(x,y)\rightarrow p(y)\wedge t(x,y))$

keine korrekte Formalisierung von

(G.K) Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.

ist. Der Fehler in (G.K3) ist natürlich mit etwas Übung im Formalisieren auch ohne das W-Kriterium leicht zu finden. Es ist eine Version des Anfängerfehlers, die in der syllogistischen Tradition „i-Sätze“ genannten Aussagen in Analogie zu a-Sätzen mit einem Konditional anstelle einer Konjunktion zu formalisieren. Die daraus abgeleitete Faustregel[10], dass existenzquantifizierte Konditionale meist keine korrekten Formalisierungen umgangssprachlicher Aussagen sind, macht es recht einfach, den Fehler in (G.K3) zu sehen. Auch wenn es in der Praxis ohne W-Kriterium leicht zu sehen ist, dass (G.K3) kaum eine korrekte Formalisierung sein dürfte, wird das W-Kriterium damit aber keineswegs überflüssig. Vielmehr liefert erst ein Korrektheitskriterium wie das W-Kriterium die Begründung für eine solche Faustregel und die Inkorrektheit einer Formalisierung wie (G.K3).

11.2 Das Kriterium der Schlussrelevanz

Geht man von einem Verständnis der Logik aus, das nicht an der Wahrheits-, sondern an der Schlussrelevanz orientiert ist, so steht ein Korrektheitskriterium im Zentrum des Interesses, das sich nicht auf die Semantik, sondern auf die Schlussregeln bezieht. In einem solchen Konzept der Logik sind logische Merkmale von Aussagen diejenigen Merkmale, die bestimmen, wie mit dieser Aussage und grundlegenden Schlussregeln gültige Schlüsse gezogen werden können. Das motiviert ein Korrektheitskriterium, das auf folgender Idee basiert: eine Formalisierung ist genau dann korrekt, wenn die Schlüsse, die mit ihr gebildet und mit Schlussregeln als gültig nachgewiesen werden können, auch informell gültig sind. Ein solches Kriterium (kurz „S-Kriterium“) lässt sich wie folgt einführen:

(SK) Eine Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ einer Aussage A in einer Logik **L** ist genau dann korrekt, wenn jeder Schluss S informell gültig ist, für den gilt: die Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ von S enthält $\mathbf{\Phi}$ als Prämisse oder Konklusion und $\mathbf{\Psi}$ kann mit Hilfe der Schlussregeln von **L** als gültig nachgewiesen werden.

[10] Vgl. z.B. *Suppes: Introduction to logic,* S. 49–50.

Um eine Formalisierung mit diesem Kriterium zu prüfen, muss man zuerst Schlüsse finden, die diese Formalisierung als Prämisse oder Konklusion enthalten und mit Hilfe der Schlussregeln der betreffenden Logik als gültig nachgewiesen werden können. Anschließend ist zu prüfen, ob diese Schlüsse tatsächlich informell gültige Schlüsse sind. Wichtig ist zu bemerken, dass das Kriterium verlangt, dass formal gültige Schlüsse informell gültig sind, nicht umgekehrt. Würde man ein Kriterium einführen, das von einer Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ einer Aussage A fordert, dass alle gültigen umgangssprachlichen Schlüsse, in denen A vorkommt, in der betreffenden Logik als gültig nachgewiesen werden können, wäre das eher ein Kriterium für die Vollständigkeit, nicht für die Korrektheit einer Formalisierung.[11] Abgesehen davon, dass solche Vollständigkeit kaum erreichbar sein dürfte, würde das zum Beispiel bedeuten, dass eine Formalisierung von

(1) Theaitetos fliegt.

mit einer Aussagenkonstanten in der Prädikatenlogik nicht korrekt wäre, weil der gültige Schluss von (1) auf

(2) Jemand fliegt.

damit nicht nachgewiesen werden kann. Korrektheit im Sinne des S-Kriteriums soll demgegenüber lediglich garantieren, dass eine Aussage nicht so formalisiert wird, dass mit Hilfe dieser Formalisierung Schlüsse als gültig nachgewiesen werden können, die informell nicht gültig sind.

Zur Illustration des S-Kriteriums greife ich nochmals auf das Beispiel

(3) Müller starb, weil er Tomatensorbet aß.

(4) $p \wedge q$ p: Müller starb; q: Müller aß Tomatensorbet

aus dem letzten Kapitel (S. 208) zurück. Um mit dem S-Kriterium zu zeigen, dass (4) keine korrekte Formalisierung von (3) in einer Logik **L** ist, geht man wie folgt vor: Als Erstes sind Schlüsse zu bilden, die (4) enthalten und nach den Schlussregeln von **L** als formal gültig erwiesen werden können. Wenn **L** beispielsweise ein Standardsystem des natürlichen Schließens mit den üblichen Einführungs- und Beseitigungsregeln für die Konjunktion

(5) $\dfrac{A \quad B}{A \wedge B}$ (6) $\dfrac{A \wedge B}{A}$ (7) $\dfrac{A \wedge B}{B}$

ist, so lassen sich in dieser Logik insbesondere die Schlüsse

(8) $p; q \vdash p \wedge q$

(9) $p \wedge q \vdash p$

(10) $p \wedge q \vdash q$

[11] Ein solches Kriterium führt beispielsweise *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* S. 167, ein.

beweisen. Nun ist zu prüfen, ob die (8) bis (10) entsprechenden umgangssprachlichen Schlüsse gültig sind. Für die (9) und (10) entsprechenden Schlüsse

(3) Müller starb, weil er Tomatensorbet aß.
―――――――――――――――――――――――――
(11) Müller starb.

(3) Müller starb, weil er Tomatensorbet aß.
―――――――――――――――――――――――――
(12) Müller aß Tomatensorbet.

trifft das zu, aber der (8) entsprechende Schluss

(3) Müller starb. Müller aß Tomatensorbet.
―――――――――――――――――――――――――
(8) Müller starb, weil er Tomatensorbet aß.

ist ungültig. Somit ist (4) nach dem S-Kriterium keine korrekte Formalisierung von (3).

Nach dieser Einführung des S-Kriteriums müssen einige Voraussetzungen und Probleme des S-Kriteriums diskutiert werden:

1. Dass das S-Kriterium Bezug auf Schlussregeln nimmt und sich deshalb besonders von einem an der Schlussrelevanz orientierten Konzept der Logik her motivieren lässt, bedeutet nicht, dass dieses Kriterium nur in solchen Logiken verwendet werden könnte. Es lässt sich in jeder Logik anwenden, die über ein Schlussregelsystem verfügt, auch wenn dieses als bloßer „Reflex“ der Semantik aufgefasst wird.

2. Selbstverständlich kann man bei der Anwendung des S-Kriteriums auf eine Formalisierung **Φ** nicht *alle* Schlüsse durchgehen, die **Φ** enthalten und als gültig nachgewiesen werden können, da dies unendlich viele sind. Andererseits ist klar, dass es nicht sinnvoll ist, ein Urteil über die Korrektheit einer Formalisierung beispielsweise auf hundert Schlüsse, die Instanzen von

(13) $A \vdash A \vee B$

sind, zu stützen. Das hat zwei Konsequenzen: Erstens muss man sich bei der Anwendung des S-Kriteriums offensichtlich auf eine vernünftige Menge von Schlüssen beschränken; das heißt nicht möglichst viele, sondern möglichst „relevante“ Schlüsse. (Ich komme weiter unten auf diesen Punkt zu sprechen.) Zweitens bedeutet die Unmöglichkeit, alle einschlägigen Schlüsse zu prüfen, auch, dass das S-Kriterium die Korrektheit einer Formalisierung nicht definitiv nachweisen, sondern höchstens widerlegen oder allenfalls bestätigen kann.

3. Da sich das S-Kriterium wesentlich auf Schlüsse bezieht und diese abgesehen von trivialen Fällen aus mehr als einer Aussage bestehen, kann das S-Kriterium nicht so formuliert werden, dass es sich nur auf einzelne Aussagen und deren Formalisierung bezieht. Die Konsequenz davon ist, dass man, um die Korrektheit einer Formalisierung mit dem S-Kriterium beurteilen zu können, Formalisierungen anderer Aussagen beiziehen und dabei selbstverständlich voraussetzen muss, dass diese Formalisierungen korrekt sind. (Im obigen Beispiel

ist das die triviale Voraussetzung, dass (11) und (12) mit den Aussagenkonstanten „p“ und „q“ korrekt formalisiert werden können.) Damit wird die Korrektheit der Formalisierung einer Aussage davon abhängig, dass andere Aussagen korrekt formalisiert sind; man kann von einer einzelnen, isoliert betrachteten Formalisierung nicht sagen, sie sei nach dem S-Kriterium (nicht) korrekt. Verwendet man ausschließlich das S-Kriterium, um die Korrektheit von Formalisierungen zu beurteilen, handelt man sich einen gewissen Holismus in Bezug auf korrektes Formalisieren ein.

4. Schon in der Formulierung des S-Kriteriums wird deutlich, dass dieses Kriterium einen informellen Begriff der Gültigkeit voraussetzt. Wenn nicht klar entschieden werden kann, ob die Schlüsse, die zur Prüfung der Korrektheit verwendet werden, gültig sind oder nicht, leistet das S-Kriterium gar nichts. Dieses Problem ist allerdings schon im Zusammenhang mit dem W-Kriterium aufgetaucht, das in dieser Hinsicht sogar noch mehr voraussetzt: Damit die metatheoretische Argumentation über die Übereinstimmung von Wahrheitsbedingungen tatsächlich als Nachweis für die Korrektheit einer Formalisierung gelten kann, muss nicht nur vorausgesetzt werden, dass diese informellen Maßstäben für die Gültigkeit von Schlüssen genügt, sondern auch, dass die ganze für einen solchen Nachweis erforderliche semantische Begrifflichkeit zur Verfügung steht. Dass solche Voraussetzungen nicht einfach bedeuten, dass die Korrektheitskriterien bloß willkürliche oder triviale Aussagen über die Korrektheit von Formalisierungen zulassen, lässt sich einsehen, wenn man diese Problematik im Lichte der Ausführungen zur Normativität und Methodologie der Logik in Kapitel 3 betrachtet. Zwei Punkte spielen hier eine Rolle: Erstens darf der normative Anspruch einer logischen Theorie nicht dahingehend missverstanden werden, dass Schlüsse nur aufgrund einer logischen Theorie überhaupt erst gültig wären, sondern ist vielmehr so zu verstehen, dass eine logische Theorie den Anspruch erhebt, vorausgesetzte Normen zu explizieren. Es ist deshalb nicht grundsätzlich problematisch, sondern unvermeidlich, dass eine Argumentation über korrektes Formalisieren, weil es ja eine Argumentation im Rahmen einer logischen Theorie ist, informelle Urteile über die Gültigkeit von Schlüssen voraussetzt. Zweitens kann man die Situation, die sich beim Anwenden der Korrektheitskriterien ergibt, von der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts her so auffassen: Beim Nachweis der Gültigkeit von Schlüssen muss bereits vorausgesetzt werden, dass gewisse Schlüsse gültig sind; deshalb kann man nicht die Gültigkeit aller Schlüsse nachweisen wollen, ohne dabei bereits vorauszusetzen, dass gewisse dieser Schlüsse gültig sind. Fasst man diese Situation als ein *virtuous circle* im Sinne Goodmans auf, so wird man einerseits verlangen müssen, dass Schlüsse, deren Gültigkeit besonders gut gesichert ist, für den Nachweis der Gültigkeit von Schlüssen verwendet werden, bei denen das weniger der Fall ist – und nicht etwa umgekehrt. Andererseits müssen bei der Beurteilung der Gültigkeit auch Argumentationen zugelassen werden, die sich auf Hintergrundtheorien

beziehen. Letzteres legt die Strategie nahe, W-Kriterium und S-Kriterium zu kombinieren, indem man beispielsweise die Korrektheit der Formalisierungen, die bei der Anwendung des S-Kriteriums verwendet werden, mit dem W-Kriterium prüft. Ersteres führt wieder auf die Frage, welche Schlüsse man auswählen soll, um eine Formalisierung mit dem S-Kriterium zu prüfen.

Ein erstes negatives Kriterium für die Auswahl der Schlüsse bei der Anwendung des S-Kriteriums ergibt sich beinahe von selbst: Es ist auf jeden Fall auszuschließen, dass Schlüsse, die mit Hilfe einer bestimmten Formalisierung als gültig nachgewiesen werden sollen, bereits dazu verwendet werden, die (Nicht)Korrektheit ebendieser Formalisierung nachzuweisen, weil dann die gesuchten Gültigkeitsnachweise von der Voraussetzung abhängig wären, dass die Schlüsse, deren Gültigkeit sie nachweisen sollen, gültig sind.

Etwas schwieriger ist es, positive Auswahlkriterien zu formulieren. Wünschenswert wäre natürlich ein Rezept, das erklärt, wie sich rein mit Bezug auf eine vorliegende Formalisierung Schlüsse angeben lassen, die man bei der Anwendung des S-Kriteriums prüfen sollte. Ein Gesichtspunkt ist relativ einfach anzugeben: Wird eine Formalisierung mit dem S-Kriterium geprüft, sind dabei Schlüsse zu berücksichtigen, für deren Gültigkeit die Struktur der Formalisierung eine Rolle spielt. Wenn φ die in der Formalisierung Φ der Aussage A enthaltene Formel ist, lässt sich zum Beispiel nichts Interessantes über die Korrektheit der Formalisierung Φ aussagen, wenn man Schlüsse nach dem Schema

(14) $A; A \rightarrow B \vdash B$

oder dem oben erwähnten Schema (13) bildet und dann prüft, ob die ihnen entsprechenden umgangssprachlichen Schlüsse gültig sind. Diese Schlüsse sind ohnehin alle gültig, ganz unabhängig davon, welche Aussagen mit φ korrekt formalisiert werden können. In allgemeiner Weise kann man die „Strukturempfindlichkeit" wie folgt definieren:[12]

(15) Ein gültiger Schluss $\psi_1,\ldots,\psi_n \vdash \chi$ ist bezüglich einer Formel φ genau dann strukturempfindlich, wenn das Resultat, das man erhält, wenn man in $\psi_1,\ldots,\psi_n \vdash \chi$ alle Vorkommen von φ durch eine und dieselbe, in $\psi_1,\ldots,\psi_n \vdash \chi$ nicht vorkommende Aussagenkonstante ersetzt, kein gültiger Schluss ist.

[12] Um zu verhindern, dass Schlüsse nach Schemata wie (13) und (14) für das S-Kriterium herangezogen werden, reicht es nicht aus, von strukturempfindlichen Schlüssen zu verlangen, dass sie echte Teilformeln der fraglichen Formalisierung enthalten. Die Struktur der für A eingesetzten Formel φ spielt nämlich in (13) und (14) auch dann keine Rolle, wenn für B Teilformeln von φ eingesetzt werden. (Zur Definition des Begriffs *Teilformel* vgl. *Gentzen: Untersuchungen über das logische Schließen,* S. 210, Orig. S. 180.) Fordert man, dass bei der Anwendung des S-Kriteriums nur strukturempfindliche Schlüsse verwendet werden, lassen sich Formalisierungen, die bloß aus einer Aussagenkonstante bestehen, mit diesem Kriterium nicht mehr als korrekt nachweisen. Da solche Formalisierungen trivialerweise korrekt sind, lässt sich das Problem einfach durch eine Zusatzklausel in (SK) beheben.

Im Hinblick auf ein bestimmtes logisches System könnte man weitere positive Auswahlkriterien formulieren. Beispielsweise wären bei der Anwendung des S-Kriteriums in einer Logik des natürlichen Schließens bevorzugt Schlüsse zu berücksichtigen, die direkt der Anwendung einer Einführungs- oder Beseitigungsregel auf die zu prüfende Formalisierung entsprechen (vgl. Beispiel (3) auf S. 215). Mit den Einzelheiten solcher „Anwendungsrezepte" werde ich mich hier nicht weiter beschäftigen. Mit der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts lässt sich ohnehin argumentieren, dass die Strategie, sich bei der Auswahl der zu prüfenden Schlüsse ausschließlich auf solche rein formalen Kriterien zu stützen, das Problem auf der falschen Ebene anpackt. Entscheidend ist nämlich, dass die wohlüberlegten Urteile über die (Un)Gültigkeit der Schlüsse, die zur Beurteilung der Korrektheit einer Formalisierung verwendet werden, besonders gut gesichert sind, jedenfalls besser als das Urteil über die (Un)Gültigkeit derjenigen Schlüsse, deren Gültigkeit man mit Hilfe der fraglichen Formalisierung nachweisen möchte. Welche Schlüsse diese Bedingung erfüllen, lässt sich aber nicht unter ausschließlichem Bezug auf Formeln entscheiden.

Dies alles bedeutet nicht, dass es in der Praxis immer schwierig wäre, zu entscheiden, welche Schlüsse bei der Anwendung des S-Kriteriums zu berücksichtigen sind. Da das S-Kriterium vorzugsweise dazu verwendet werden sollte, die *In*korrektheit einer Formalisierung nachzuweisen, wird man versuchen, einen klarerweise ungültigen Schluss zu finden, der sich mit der fraglichen Formalisierung als gültig erweisen lässt. Dabei können insbesondere semantische Überlegungen eine wichtige Hilfe sein (was natürlich eine Logik voraussetzt, für die eine Semantik zur Verfügung steht). Ein gutes Beispiel ist wiederum die Formalisierung von (G.K) mit (G.K3):

(G.K) Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.

(G.K3)	$\forall x \exists y(g(y) \wedge t(x,y) \rightarrow p(y) \wedge t(x,y))$	$g(x)$:	x ist eine Gewinnzahl
		$p(x)$:	x ist eine Primzahl
		$t(x,y)$:	x hat y getippt

Mit einer Überlegung, wie ich sie im letzten Kapitel vorgeführt habe, ist leicht zu sehen, dass der Fehler in der Formalisierung (G.K3) mit folgendem Schluss nachgewiesen werden kann:

(16)	$\neg g(a)$	a: 41
(G.K3)	$\forall x \exists y(g(y) \wedge t(x,y) \rightarrow p(y) \wedge t(x,y))$	

Wie sich einfach beweisen lässt, ist dieser Schluss formal gültig. Es gilt:

(17) $\neg Fa \vdash \forall x \exists y(Fy \wedge Gxy \rightarrow Hy \wedge Gxy)$

Unter den beiden Voraussetzungen

(18) 41 ist keine Gewinnzahl $\not\Rightarrow$ Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.

(19) (16) ist eine korrekte Formalisierung von „41 ist keine Gewinnzahl."

ist damit nachgewiesen, dass (G.K3) keine korrekte Formalisierung von (G.K) ist. (Ganz analog kann auch gezeigt werden kann, dass (P.K3) und (K.K3) ebenfalls keine korrekten Formalisierungen von (P.K) resp. (K.K) sind, weil Schlüsse von Aussagen, die behaupten, dass etwas kein Pferd resp. kein Kreis ist, auf (P.K) resp. (K.K) nicht gültig sind.)

Vergleicht man die beiden Nachweise für die Inkorrektheit der Formalisierung (G.K3) mit dem W- und dem S-Kriterium, so verdienen zwei Punkte einen Kommentar:

1. Der Nachweis mit dem S-Kriterium bietet gegenüber demjenigen mit dem W-Kriterium den Vorteil, dass (17) bewiesen werden kann; das heißt, der Nachweis für die Gültigkeit von (17) kann nach expliziten formalen Regeln der betreffenden Logik geführt werden. Ob der Nachweis dafür, dass (G.K) und (G.K3) nicht die gleichen Wahrheitsbedingungen haben, tatsächlich erbracht ist, kann aber nicht mit formalen Mitteln geprüft, sondern muss nach Maßstäben der informellen Logik nachgegewiesen werden. Allerdings ist (17) noch nicht der ganze Nachweis der Inkorrektheit von (G.K3). Erst zusammen mit den beiden Voraussetzungen (18) und (19) ergibt sich nach (SK), dass (G.K3) keine korrekte Formalisierung von (G.K) ist.

2. An die Stelle der beiden Voraussetzungen (18) und (19), die die Gültigkeit eines Schlusses und die Korrektheit einer Formalisierung betreffen, treten bei einem Nachweis mit dem W-Kriterium metasprachliche Urteile, einerseits über die semantischen Eigenschaften der Aussage (G.K) und ihrer Teile, andererseits über die Wahrheit dieser Aussage unter bestimmten Bedingungen. Semantische Überlegungen können zwar auch bei der Anwendung des S-Kriteriums eingesetzt werden, sie spielen dann aber eine ganz andere Rolle; sie dienen nicht dazu, die Korrektheit einer Formalisierung zu begründen, sondern haben bloß eine heuristische Funktion, indem sie, wie im obigen Beispiel, benutzt werden können, um Schlüsse zu finden, mit denen sich eine inkorrekte Formalisierung gegebenenfalls mit Hilfe des S-Kriteriums als solche nachweisen lässt.

Es ist nun aufschlussreich, die unterschiedlichen Voraussetzungen von W- und S-Kriterium aus der Perspektive der Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts zu betrachten. Geht man davon aus, dass logische Theorien in erster Linie Theorien über die Gültigkeit von Schlüssen sind, so ergibt sich, dass eine Anwendung des S-Kriteriums lediglich wohlüberlegte logische Urteile, nämlich Urteile über die Gültigkeit von Schlüssen und über logische Formen bestimmter Aussagen voraussetzt. Da zur Anwendung des W-Kriteriums auch Urteile erforderlich sind, die die Semantik umgangssprachlicher Ausdrücke und die Wahrheit von Aussagen unter bestimmten Bedingungen betreffen, involviert die Anwendung dieses Kriteriums dagegen auch wesentlich Hintergrundtheorien. Dass Urteile über die (In)Korrektheit von Formalisierungen mit Hilfe des W-Kriteriums damit wesentlich mehr voraussetzen, kann aus der Perspektive des weiten Überlegungsgleichgewichts durchaus als ein Vorteil bewertet werden:

Der Einbezug semantischer Hintergrundtheorien beim Formalisieren bedeutet auch, dass logische Nachweise für die Gültigkeit von Schlüssen breiter abgestützt sind, als wenn sich diese ausschließlich auf wohlüberlegte Urteile über Gültigkeit von Schlüssen und logische Formen von Aussagen stützen. Dass eine logische Theorie, die sich ausschließlich an der Schlussrelevanz orientiert und über keinerlei Semantik verfügt, tatsächlich eine wesentlich ärmere Theorie darstellt, zeigt sich sehr deutlich im Zusammenhang mit den hier diskutierten Kriterien des korrekten Formalisierens. Eine Theorie des Formalisierens, die sich allein auf das S-Kriterium stützt, ist gegenüber einer Theorie, die auch das W-Kriterium einbezieht, ziemlich anspruchslos. Erstens erlaubt eine solche Theorie nur Nachweise für die *In*korrektheit von Formalisierungen, da Korrektheitsnachweise wegen der unendlichen Anzahl zu prüfender Schlüsse nicht durchführbar sind. Zweitens gibt es in einer solchen Theorie dafür, dass eine Formalisierung einer Aussage korrekt ist, nur die eine Begründung: Mit dieser Formalisierung lassen sich – soweit das geprüft wurde und unter der Voraussetzung, dass gewisse Formalisierungen anderer Aussagen korrekt sind – keine ungültigen Schlüsse als gültig nachweisen. Zu einem guten Teil ist eine solche Formalisierungstheorie deshalb bloß eine Systematisierung vortheoretischer Urteile über korrekte Formalisierungen.

11.3 Das Kriterium der Gültigkeitsrelevanz

Das Kriterium der Gültigkeitsrelevanz (kurz: „G-Kriterium“) kann als eine liberalisierte Version des S-Kriteriums eingeführt werden, indem man einfach die Bedingung weglässt, dass Nachweise für die Gültigkeit von Schlüssen mit Hilfe von Schlussregeln geführt werden müssen. Damit erhält man ein dem S-Kriterium entsprechendes Kriterium, das auch in einer Logik ohne ein Schlussregelsystem angewendet werden kann:

(GK) Eine Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ einer Aussage A in einer Logik **L** ist genau dann korrekt, wenn jeder Schluss S informell gültig ist, für den gilt: die Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ von S enthält $\mathbf{\Phi}$ als Prämisse oder Konklusion und $\mathbf{\Psi}$ kann in **L** als gültig nachgewiesen werden.

Die Strategie, die Formalisierung einer Aussage mit dem Argument anzugreifen, dass sich damit Schlüsse als gültig nachweisen lassen, die klar ungültig sind, ist sicher die im Zusammenhang mit Fragen des korrekten Formalisierens beliebteste Argumentationsweise. Wie beim W-Kriterium findet man beim G-Kriterium beispielhafte Argumentationen bei Russells Analyse der Kennzeichnungen.[13] Da solche Argumentationen vielfach ohne Bezug auf ein ganz bestimmtes logisches System geführt werden, fasst man sie am besten als Anwendungen des G-Kriteriums auf, da dieses nicht einschränkt, mit welchen

[13] Z.B. *Russell: Introduction to mathematical philosophy,* S. 177. Zu De Morgans Beispiel mit den Pferdeköpfen vgl. *Wengert: Schematizing De Morgan's argument,* S. 166.

Mitteln man zeigt, dass die Schlüsse gültig sind, die zur Beurteilung der Korrektheit herangezogen werden.

Da das G-Kriterium im Gegensatz zum W- und zum S-Kriterium auf der allgemeinen Ebene der Gültigkeitsrelevanz ansetzt, kann es in jeder Logik verwendet werden. Was den logischen Formalismus anbelangt, setzt es lediglich einen formalen Begriff der Gültigkeit voraus, was ohnehin ein unverzichtbares Element jeder logischen Theorie ist. Die Seite 216–218 im Zusammenhang mit dem S-Kriterium diskutierten Einschränkungen und Voraussetzungen betreffen das G-Kriterium in gleicher Weise. Trotzdem ist dieses Kriterium in der Praxis außerordentlich nützlich, nur schon deshalb, weil der für das W-Kriterium zu führende semantische Nachweis in vielen Fällen erheblich komplizierter ausfällt als ein Nachweis für die Gültigkeit eines Schlusses mit Hilfe von Schlussregeln. Wohl aus diesem Grund, und weil das G-Kriterium direkt mit Bezug auf den zentralen Begriff der logischen Gültigkeit formuliert ist, spielt es auch im Kontext von Logiken, die eindeutig am Konzept der Wahrheitsrelevanz orientiert sind, eine prominente Rolle.

Dass das G-Kriterium in keiner Weise an ein an der Schlussrelevanz orientiertes Konzept der Logik und auch nicht an Logiken mit einem Schlussregelsystem gebunden ist, zeigt sich besonders deutlich an der wichtigen Rolle, die es im Zusammenhang mit intensionalen Logiken spielt. Da solche Theorien oft als deskriptive Theorien semantischer Strukturen verstanden werden und häufig unter dem Etikett „formale Semantik“ auftreten, würde man wohl eher erwarten, dass in diesem Kontext Formalisierungsvorschläge bevorzugterweise mit dem W-Kriterium begründet werden. Wenn man sich allerdings fragt, wie sich die vorgeschlagenen intensionalen Formalisierungen begründen lassen, so scheint dies in sehr vielen Fällen nur durch direkten Rekurs auf die Gültigkeitsrelevanz möglich.[14] Eine bestimmte Formalisierung wird vorgeschlagen, weil mit ihrer Hilfe gewisse Schlüsse in einem bestimmten Formalismus als gültig nachgewiesen werden können, oder eben gerade nicht. Ein gutes Beispiel ist Montagues Vorschlag zur Formalisierung der Aussage

(1) Hans sucht ein Einhorn.

(bzw. *John seeks a unicorn*). Das Problem mit dieser Aussage ist, dass die nahe liegende prädikatenlogische Formalisierung

(2) $\exists x(f(a,x) \wedge g(x))$ f(x,y): x sucht y; g(x): x ist ein Einhorn; a: Hans

nicht korrekt ist. Das lässt sich mit dem G-Kriterium einfach zeigen, da aus ihr

(3) $\exists x g(x)$ g(x): x ist ein Einhorn

also eine Formalisierung von

(4) Es gibt ein Einhorn.

[14] Zur These, dass modelltheoretische Semantik eine Theorie der Gültigkeitsrelevanz ist, vgl. *Peregrin: Language and its models.*

abgeleitet werden kann, wohingegen der entsprechende umgangssprachliche Schluss nicht gültig ist:

(5) Hans sucht ein Einhorn. $\not\Rightarrow$ Es gibt ein Einhorn.

Montague formalisiert nun (1) mit Hilfe der Formel[15]

(6) $\mathbf{suchen'}({}^{\wedge}j,\hat{P}\exists u[\mathbf{Einhorn'}_{*}(u)\wedge P\{{}^{\wedge}u\}])$

Wie das Korrespondenzschema für (6) auszusehen hätte, lässt folgende, ziemlich wörtliche Verbalisierung von (6) erahnen:

(7) Die Relation *suchen* besteht zwischen dem Individuenkonzept *Hans* und dem Konzept, zur Menge der Eigenschaften zu gehören, die auf das Individuenkonzept *Einhorn* zutreffen.

Nun kann man sich ernsthaft fragen, wie jemand auf die Idee kommen kann, für die relativ einfache Aussage (1) eine derart komplizierte Formalisierung vorzuschlagen. Der Grund dafür ist natürlich, dass Montague zeigen kann, dass die Formalisierung von (1) mit (6) garantiert, dass in der von ihm benutzten intensionalen Typenlogik der ungültige Schluss (5) nicht nachgewiesen werden kann. Somit trifft das entscheidende Argument gegen Formalisierung (2) – dass diese wegen (5) nach dem G-Kriterium nicht korrekt sein kann – die Formalisierung (6) nicht. Ganz offensichtlich zählen solche Argumente zu den wichtigsten, die für eine intensionale Logik und die entsprechenden Formalisierungsvorschläge ins Feld geführt werden können.

Ein Grund dafür, dass bei solchen Formalisierungen üblicherweise mit dem G-Kriterium argumentiert wird, ist sicher, dass die Anwendung des W-Kriteriums hier auf Schwierigkeiten stößt. Um nämlich eine entsprechende Interpretation konstruieren zu können, muss man in der Metasprache, in der die Argumentation für die Korrektheit der Formalisierung geführt werden soll, über eine Reihe von semantischen Begriffen verfügen, unter denen *Individuenkonzept* und *Eigenschaft* noch relativ einfach sind. Das lässt an der Möglichkeit, die Korrektheit von (6) überzeugend mit dem W-Kriterium nachzuweisen, ernste Zweifel aufkommen und ist ein wichtiger Grund, weshalb gerade von semantisch orientierten Logikern immer wieder Bedenken gegen intensionale Logiken geltend gemacht werden. So bemerkt Blau zu Montagues Formalisierung von Beispielen wie dem obigen: „Besser wäre eine Semantik auf der Basis der Hl. Dreifaltigkeit,

15 *Montague: The proper treatment of quantification in ordinary English,* S. 266. Meine Darstellung von Montagues Analyse ist in verschiedener Hinsicht stark vereinfachend: (i) Montague fasst Aussage (1) als mehrdeutig auf und diskutiert neben (6) auch eine (2) entsprechende Formalisierung. (ii) Genau genommen ist (6) nicht Montagues Formalisierung von (1), insofern sein Formalisierungsverfahren für (1) eine wesentlich kompliziertere Formel ergibt, die dann mit Hilfe einer Reihe von Äquivalenzen zu (6) vereinfacht werden kann. (iii) Das hier diskutierte Argument ist nur eines von vielen, das bei der Bewertung eines solchen Formalisierungsvorschlags zu berücksichtigen ist. Für Einzelheiten vgl. *Dowty, Wall, Peters: Introduction to Montague Semantics,* S. 215–223.

denn dort sind die Existenz- und Identitätsverhältnisse eher noch durchschaubar als in den möglichen Welten. Wer diesen Fiktionen etwas abgewinnen kann, sollte einmal zu definieren versuchen, was in einer sog. ‚intensionalen' Logik eine *semantisch korrekte* Formalisierung ist. Ich sehe dazu keine Möglichkeit.“[16]

Ähnliche Kritik an intensionalen Logiken findet sich bei Davidson. Er geht allerdings noch einen Schritt weiter als Blau, indem er Argumente vorbringt, die ein Kriterium von der Art des W-Kriteriums sogar im Kontext der extensionalen Prädikatenlogik ausschließen und stattdessen ein dem G-Kriterium sehr ähnliches Kriterium ins Zentrum des Interesses rücken. Da ich in Kapitel 12.4.3 ausführlicher auf Davidsons Konzept des Formalisierens eingehen werde, soll hier kurz umrissen werden, wie die diskutierten Kriterien für korrektes Formalisieren aus der Perspektive von Davidsons Sprachphilosophie zu beurteilen sind. Ausgangspunkt der Argumentationslinie ist die in Kapitel 4.1.1 vorgestellte Position Davidsons, dass eine logische Theorie im Rahmen einer Bedeutungstheorie für die entsprechende Umgangssprache entwickelt werden muss und deshalb die Zuschreibung von logischen Formen zu Aussagen nur im Kontext einer solchen Bedeutungstheorie überhaupt einen klaren Sinn macht. Die Frage der Korrektheit stellt sich dann nicht auf der Ebene von einzelnen Formalisierungen, sondern primär in Bezug auf Bedeutungstheorien. Nun ist es für Davidson eine grundlegende Anforderung an eine Bedeutungstheorie, dass für deren Überprüfung an semantischen Begriffen ausschließlich ein absoluter Wahrheitsbegriff (p ist wahr) vorausgesetzt werden muss; ein relativer Wahrheitsbegriff (z.B. p ist wahr unter Bedingung x / im Modell y usw.) und andere semantische Begriffe, wie Referenz oder Denotation, dürfen dagegen nicht vorausgesetzt werden, weil solche semantischen Begriffe durch eine Bedeutungstheorie überhaupt erst eingeführt und erklärt werden sollen. Sie müssen deshalb als Bedeutungstheorie-interne Begriffe behandelt werden und dürfen bei ihrer Beurteilung nicht vorausgesetzt werden.[17] Aufgrund der vorausgesetzten semantischen Begriffe kommt deshalb das W-Kriterium als Kriterium zur Beurteilung einer Bedeutungstheorie nicht in Betracht. An dieser Stelle muss allerdings bemerkt werden, dass die Korrektheit von Formalisierungen auch im Kontext von Davidsons Verständnis der Logik nicht einfach mit der Korrektheit der entsprechenden Bedeutungstheorie gleichgesetzt werden kann, weil Letztere sich auf die Wahrheitsbedingungen von Aussagen bezieht, Erstere aber nur auf deren wahrheitsrelevante Struktur.[18] Damit stellt sich die Frage, welche Möglichkeit es

[16] *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 123. Mit „semantisch korrekt“ bezieht sich Blau auf das W-Kriterium.

[17] Zum absoluten Wahrheitsbegriff: *Davidson: The structure and content of truth,* S. 314; *Davidson: The method of truth in metaphysics,* S. 204; *Davidson: In defence of Convention T,* S. 74–75. Zu anderen semantischen Begriffen: *Davidson: Semantics for natural languages,* S. 56–57; *Davidson: Radical interpretation,* S. 128, 133–134; *Davidson: In defence of Convention T,* S. 68, 74.

[18] Als Kriterium zur Prüfung von Bedeutungstheorien schlägt Davidson W-Äquivalenzen vor (z.B. *Davidson: Truth and meaning,* insb. S. 22–27; vgl. auch *Davidson: Radical interpretation,* S. 133–138; *Davidson: In defence of Convention T,* S. 65–71). Obwohl dies an das W-Kriterium

im Kontext von Davidsons Sprachphilosophie gibt, die Korrektheit von Formalisierungen zu prüfen, ohne diese von der Korrektheit der ganzen Bedeutungstheorie abhängig zu machen. Zu diesem Zweck schlägt Davidson vor, zu prüfen, ob eine Bedeutungstheorie den analysierten Aussagen den richtigen logischen Ort zuweist, wobei er unter „logischem Ort" die Gesamtheit der logischen Beziehungen meint, die eine Aussage zu anderen Aussagen hat.[19] Er formuliert folgendes Kriterium:

> Since the entailments that depend on quantificational form can be completely formalized, it is an easy test of our success in capturing logical form within a theory of truth to see whether our paraphrases articulate the entailments we independently recognize as due to form.[20]

Dieses Kriterium stimmt in den Grundzügen mit dem G-Kriterium überein und ist in ähnlicher Weise von informellen Urteilen über die Gültigkeit von Schlüssen abhängig. Die Unterschiede ergeben sich aus dem Holismus der Davidson'schen Sprachphilosophie: Das Kriterium des logischen Orts ist im Gegensatz zum G-Kriterium erstens nicht auf der Ebene einzelner Aussagen formuliert, sondern als ein Kriterium, das prüfen soll, ob eine Bedeutungstheorie insgesamt allen Aussagen einer Umgangssprache korrekte Formalisierungen zuordnet. Zweitens verlangt Davidson nicht nur, dass die mit einer Formalisierung nachweisbaren Schlüsse informell gültig sein müssen, sondern umgekehrt auch, dass eine korrekte Formalisierung es erlauben muss, alle nach informellen Maßstäben formal gültigen Schlüsse, in denen die betreffende Aussage vorkommt, mit Hilfe des logischen Formalismus als gültig zu erweisen. Das Kriterium des logischen Orts soll für Davidson also nicht einzelne Formalisierungen auf ihre Korrektheit hin prüfen, sondern sicherstellen, dass die logischen Beziehungen zwischen den Aussagen einer Umgangssprache beim Formalisieren insgesamt korrekt und vollständig erfasst werden. Ein solches Kriterium macht eigentlich nur Sinn in Bezug auf ein Formalisierungsverfahren und gerade in diesem Sinne wird es von Davidson verstanden.[21]

---

erinnern mag, unterscheiden sich W-Äquivalenzen und W-Kriterium doch wesentlich dadurch, dass in W-Äquivalenzen zwei umgangssprachliche Aussagen in Bezug auf ihre Wahrheitsbedingungen verglichen werden, während das W-Kriterium dazu dient, die wahrheitsrelevante Struktur einer Aussage mit derjenigen einer Formel zu vergleichen. Während Ersteres nach Davidson lediglich den absoluten Wahrheitsbegriff voraussetzt, müssen für Letzteres, wie die Diskussion des W-Kriteriums bereits gezeigt hat, weitere semantische Begriffe zur Verfügung stehen.

19 "I am happy to admit that much of the interest in logical form comes from an interest in logical geography: to give the logical form of a sentence is to give its logical location in the totality of sentences, to describe it in a way that explicitly determines what sentences it entails and what sentences it is entailed by." (*Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 139–140).

20 *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 144.

21 Vgl. *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 123; *Davidson: Radical interpretation,* S. 138–139. Ich gehe auf Formalisierungsverfahren im Kontext von Davidsons Sprachphilosophie in Kapitel 12.4.3 noch näher ein.

Zusammenfassend kann man festhalten, dass gerade aus der Perspektive des semantischen Verständnisses der Logik, wie es Davidson vertritt, die Korrektheit von Formalisierungen nicht mit Bezug auf semantische Eigenschaften von Aussagen oder Teilen von Aussagen zu beurteilen ist, weil die Theorie der Formalisierung ein Teil der semantischen Theorie ist, durch die die Rede von solchen Eigenschaften überhaupt erst einen klaren Sinn bekommt. Vielmehr sind es informelle Urteile über logische Beziehungen zwischen umgangssprachlichen Aussagen, welche den Maßstab dafür liefern, wie die logische Form und somit zu einem gewissen Teil auch die Semantik dieser Aussagen zu analysieren ist.

11.4 Pferdeköpfe II

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie W- und G-Kriterium auf die Formalisierungsvorschläge zu den relationenlogischen Beispielen angewendet werden können. Einerseits können damit einige der ausstehenden Fragen in Bezug auf diese Beispiele geklärt werden, andererseits zeigen diese – wie sich weisen wird – relativ widerspenstigen Beispiele deutlich, was die Korrektheitskriterien zu leisten vermögen. Ausgangspunkt ist die Frage, welche der vier Formalisierungsvorschläge zu den drei Beispielen nun korrekt sind. In den vorangehenden Kapiteln ist bereits gezeigt worden, dass der dritte Vorschlag nicht korrekt ist und die Diskussion des vierten Vorschlags ist bis zum Kapitel 12 aufgeschoben worden, so dass also die Frage, wie die ersten beiden Vorschläge zu bewerten sind, in Angriff zu nehmen ist.

Wahrheitsbedingungen

Als Vorbereitung zur Anwendung des W-Kriteriums untersuche ich zuerst die Wahrheitsbedingungen der beiden Formalisierungen (K.K1) und (K.K2) für das Kreis-Beispiel etwas genauer. Bereits in Kapitel 9 ist festgestellt worden, dass diese beiden Formalisierungen zwar nicht äquivalent sind, dass aber gilt:

(1) $\forall x(k(x) \rightarrow f(x)) \Rightarrow_{\mathbf{F}} \forall x \forall y(k(y) \wedge z(x,y) \rightarrow f(y) \wedge z(x,y))$
(2) $\forall x(k(x) \rightarrow f(x)) \Rightarrow_{\mathbf{F}} \forall x(\exists y(k(y) \wedge z(x,y)) \rightarrow \exists y(f(y) \wedge z(x,y)))$

abgekürzt:

(1') (K.P1) $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K1)
(2') (K.P1) $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (K.K2)

Das bedeutet, dass (K.K1) und (K.K2) beide wahr sind, wenn (K.P1) wahr ist. Weil sie nicht äquivalent sind, folgt daraus, dass sie nur dann unterschiedliche Wahrheitswerte haben, wenn (K.P1) falsch beziehungsweise die Negation von (K.P1)

(3) $\neg \forall x(k(x) \rightarrow f(x))$

oder äquivalent dazu

(3') $\exists x(k(x) \wedge \neg f(x))$

wahr ist. Dies ist dann der Fall, wenn es mindestens einen Gegenstand gibt, der ein Kreis, aber keine Figur ist. Dass (K.K1) und (K.K2) nur unter dieser abwegigen Voraussetzung einen verschiedenen Wahrheitswert haben, lässt einige Schwierigkeiten erwarten, wenn man versucht, sich den Unterschied zwischen (K.K1) und (K.K2) zu veranschaulichen. Eine analoge Überlegung lässt sich für das Beispiel mit den Pferdeköpfen anstellen. In diesem Fall setzt ein Unterschied zwischen den beiden Formalisierungen (P.K1) und (P.K2) voraus, dass es mindestens ein Objekt gibt, das zwar ein Pferd, aber kein Tier ist. Eine genauso absurde Vorstellung wie ein Kreis, der keine Figur ist.

Es geht hier übrigens nicht um eine Mehrdeutigkeit des Wortes „Pferd" (oder „Kreis"), das beispielsweise auch für Turngeräte oder Skulpturen verwendet werden kann. Dass das Wort „Pferd" in der Prämisse und der Konklusion des Beispiels verschieden verwendet wird, ist bereits durch das Äquivokationsverbot in Kapitel 5.3.1 ausgeschlossen worden. Dagegen ist prinzipiell möglich, das Beispiel so zu interpretieren, dass es nicht von Pferden im üblichen Sinn handelt, sondern beispielsweise von Turngeräten. In diesem Fall ist die Aussage

(4) Es gibt mindestens ein Pferd, das kein Tier ist.

natürlich nicht falsch oder verblüffend. Wenn man von der üblichen Bedeutung von „Pferd" ausgeht, beruht die Schwierigkeit, sich eine Situation vorzustellen, in der (4) wahr ist, darauf, dass die Prämisse des Beispiels eine Aussage ist, die man traditionellerweise „analytisch" nennen würde. Beim Beispiel mit den Kreisen ist die Problemlage ganz analog. Hingegen besteht ein wesentlicher Unterschied zum dritten Beispiel mit den Gewinnzahlen. In diesem Fall kann keine Rede davon sein, dass die Prämisse

(G.P) Alle Gewinnzahlen sind Primzahlen.

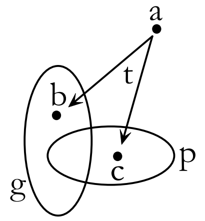
irgendwie analytisch wäre; sie ist bekanntlicherweise in den meisten Kontexten falsch. Die weiteren Überlegungen werden deshalb weniger kontraintuitiv, wenn man sich zunächst an dieses Beispiel hält und versucht, die Differenz zwischen (G.K1) und (G.K2) zu klären.

Als weitere Information kann den in Kapitel 9 angegebenen Folgerungsverhältnissen auch noch entnommen werden, dass zwar (G.K1) $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (G.K2), aber (G.K2) $\not\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (G.K1) gilt. Ein Modell, das die Nichtäquivalenz von (G.K1) und (G.K2) zeigt, muss demnach (G.K2) wahr und (G.K1) falsch machen. Um ein solches Modell zu bestimmen, dürfte es am einfachsten sein, ein Baum- oder Tableau-Verfahren für (G.K2) $\Rightarrow ?_{\mathbf{F}}$ (G.K1) anzuwenden; ich übergehe hier die Einzelheiten. Ein Modell, das man für

(G.K2)	$\forall x(\exists y(g(y) \wedge t(x,y)) \rightarrow \exists y(p(y) \wedge t(x,y)))$	wahr
(G.K1)	$\forall x \forall y(g(y) \wedge t(x,y) \rightarrow p(y) \wedge t(x,y))$	falsch

erhält, lässt sich durch folgendes Diagramm veranschaulichen:

(5)



(G.K2) ist also wahr in einem Modell, in dem es ein Objekt a gibt, das in der Relation t zu zwei anderen Objekten b und c steht, wobei eines dieser beiden Objekte (b) zur Extension des Prädikats g, aber nicht zur Extension von p, das andere (c) zur Extension des Prädikats p, aber nicht zur Extension von g gehört. In einem solchen Modell ist (G.K1) falsch, weil b in der Schnittmenge von g und p liegen müsste, damit diese Formel wahr wäre.

Es ist offensichtlich, dass dieses Resultat eine Folge davon ist, dass in (G.K1) alle Vorkommen der Variable y durch denselben Quantor gebunden werden, während in (G.K2) die beiden ersten und die beiden letzten Vorkommen je durch einen separaten Quantor gebunden sind, weshalb diese Formel auch dann wahr sein kann, wenn für die ersten beiden Vorkommen von y etwas anderes (z.B. b) eingesetzt wird, als für die letzten beiden (z.B. c). Dies lässt sich gut veranschaulichen, wenn man (G.K2) durch eine Notationsvariante ersetzt:[22]

(G.K2') $\forall x(\exists y(g(y) \wedge t(x,y)) \rightarrow \exists z(p(z) \wedge t(x,z)))$

Damit haben wir ein deutliches Bild der Wahrheitsbedingungen von (G.K1) und (G.K2) gewonnen und können versuchen, das W-Kriterium anzuwenden, um herauszufinden, ob es sich um korrekte Formalisierungen handelt.

W-Kriterium und Verbalisierungstest

Für die Anwendung des W-Kriteriums sind die obigen Überlegungen der einfache Teil. Es ist nun klar, in welcher Situation die Wahrheitswerte der Aussage (G.K) und der Formalisierungen (G.K1) respektive (G.K2) verglichen werden müssen und wie die entsprechende Interpretation zu konstruieren ist. Auf Letzteres verzichte ich hier, weil das Hauptproblem nicht die Konstruktion einer solchen Interpretation ist, sondern vielmehr die Frage, ob (G.K) in einer Situation, wie sie (5) veranschaulicht, nun wahr oder falsch ist. Das scheint allerdings keine besonders einfache Entscheidung zu sein.

Um den Unterschied in den Wahrheitsbedingungen noch klarer herauszuarbeiten, kann man auf die Verbalisierungsmethode zurückgreifen. Als wörtliche Verbalisierungen erhält man beispielsweise:

(G.K1V) Für jedes x, für jedes y (wenn (y ist eine Gewinnzahl und x hat y getippt), dann (y ist eine Primzahl und x hat y getippt)).

[22] Vgl. *Cauman: First-order logic,* S. 234.

(G.K2V) Für jedes x (wenn es gibt ein Objekt y, so dass (y ist eine Gewinnzahl und x hat y getippt), dann es gibt ein Objekt y, so dass (y ist eine Primzahl und x hat y getippt)).

Wie bereits in Kapitel 10.2 im Hinblick auf das Beispiel mit den Kreisen festgestellt worden ist, kommt man allein mit diesen wörtlichen Verbalisierungen noch nicht viel weiter. Allerdings können jetzt die obigen Überlegungen zu den Wahrheitsbedingungen der beiden Formalisierungen (G.K1) und (G.K2) genutzt werden, um freie Verbalisierungen herzustellen. Bildet man ausgehend von (G.K1V) und (G.K2V) Paraphrasen und behält dabei stets die unterschiedlichen Wahrheitsbedingungen im Auge, so lassen sich beispielsweise diese freien Verbalisierungen gewinnen:

(G.K1P) Alle, die irgendeine Gewinnzahl getippt haben, haben *damit* eine Primzahl getippt.

(G.K2P) Alle, die mindestens eine Gewinnzahl getippt haben, haben *auch* eine Primzahl getippt.

Die Differenz in den Wahrheitsbedingungen, die entscheidet, ob (G.K1) oder (G.K2) gemäß W-Kriterium eine korrekte Formalisierung von (G.K) ist, entspricht der Differenz in den Wahrheitsbedingungen zwischen (G.K1P) und (G.K2P). Das Problem, vor dem man steht, wenn man sich für (G.K1) oder (G.K2) als korrekte Formalisierung von (G.K) entscheiden muss, lässt sich also auch so formulieren: Hat (G.K) die Wahrheitsbedingungen von (G.K1P) oder diejenigen von (G.K2P)? Bevor diese Frage weiter diskutiert wird, soll zuerst gezeigt werden, wie man bei der Anwendung des G-Kriteriums auf dasselbe Problem stößt.

G-Kriterium

Für die Anwendung des G-Kriteriums kann man ebenfalls die obigen Überlegungen zu den Wahrheitsbedingungen von (G.K1) und (G.K2) nutzen, um herauszufinden, welche Schlüsse einen Unterschied zwischen (G.K1) und (G.K2) zeigen. Wie die Ausführungen zum Modell, das in (5) veranschaulicht ist, gezeigt haben, läuft der Unterschied zwischen den beiden Formalisierungen auf die Frage hinaus, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist: *Wenn etwas eine Gewinnzahl ist, die von jemandem getippt wurde, so ist diese Zahl eine Primzahl.* Wir können also untersuchen, ob aus (G.K1) beziehungsweise (G.K2) zusammen mit einer Prämisse wie

(6) Meine Lieblingszahl ist eine Gewinnzahl, die von jemandem getippt wurde.

die Aussage

(7) Meine Lieblingszahl ist eine Primzahl.

folgt. Dazu formalisieren wir diese beiden Aussagen mit:

(6.1) $g(a) \wedge \exists x(t(x,a))$ a: meine Lieblingszahl
(7.1) $p(a)$

Nun lässt sich Folgendes beweisen:

(8) $\forall x \forall y(g(y) \wedge t(x,y) \rightarrow p(y) \wedge t(x,y))$; $g(a) \wedge \exists x(t(x,a)) \Rightarrow_{\mathbf{F}} p(a)$
(9) $\forall x(\exists y(g(y) \wedge t(x,y)) \rightarrow \exists y(p(y) \wedge t(x,y)))$; $g(a) \wedge \exists x(t(x,a)) \not\Rightarrow_{\mathbf{F}} p(a)$

Mit anderen Worten; der Schluss von (G.K1) und (6.1) auf (7.1) ist gültig, derjenige von (G.K2) und (6.1) auf (7.1) aber nicht:

(8') (G.K1); (6.1) $\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (7.1)
(9') (G.K2); (6.1) $\not\Rightarrow_{\mathbf{F}}$ (7.1)

Zu entscheiden ist jetzt, ob der Schluss von (G.K) und (6) auf (7) informell gültig ist oder nicht:

(G.K) Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.
(6) Meine Lieblingszahl ist eine Gewinnzahl, die von jemandem getippt wurde.
(7) $\Rightarrow$? Meine Lieblingszahl ist eine Primzahl.

Sollte dieser Schluss informell ungültig sein, wäre (G.K1) gemäß G-Kriterium keine korrekte Formalisierung von (G.K). (Für (G.K2) bringt das G-Kriterium hier wegen der Ungültigkeit von (9) nichts.) Damit sind die Überlegungen wieder am gleichen Punkt angelangt wie oben beim W-Kriterium.

Überträgt man diese Überlegungen auf das Beispiel mit den Pferdeköpfen, erhält man beispielsweise die beiden Schlüsse

(P.K1) $\forall x \forall y(p(y) \wedge k(x,y) \rightarrow t(y) \wedge k(x,y))$
(10.1) $p(a) \wedge \exists x(k(x,a))$ a: Fury
(11.1) $t(a)$

(P.K2) $\forall x(\exists y(p(y) \wedge k(x,y)) \rightarrow \exists y(t(y) \wedge k(x,y)))$
(10.1) $p(a) \wedge \exists x(k(x,a))$
(11.1) $t(a)$

Zur Anwendung des G-Kriteriums muss deshalb geprüft werden, ob

(P.K) Alle Pferdeköpfe sind Tierköpfe.
(10) Das Pferd Fury hat einen Kopf.
(11) Fury ist ein Tier.

kurz:

(12) (P.K); (10) $\Rightarrow$? (11)

ein gültiger Schluss ist. Dies scheint auf den ersten Blick klar der Fall zu sein und damit zu bestätigen, dass (P.K1) gemäß dem G-Kriterium eine korrekte Formalisierung von (P.K) ist. Hier ist allerdings Vorsicht geboten: Zu prüfen ist, ob (11) *allein* aus (10) zusammen mit (P.K) folgt. Das läuft auf die Frage hinaus, ob (P.K) so zu verstehen ist, dass diese Aussage auch dann wahr ist, wenn nicht alle Pferde Tiere sind, was der logischen Urteilsfähigkeit in der Umgangssprache doch einiges abverlangt. Im Hinblick auf die Ausführungen zu den Voraussetzungen der Korrektheitskriterien in den vorangegangenen Kapiteln stellt sich deshalb die Frage, ob es tatsächlich sinnvoll ist, ein Urteil über die formale Gültigkeit des Schlusses (12) oder die Wahrheitsbedingungen von (P.K) heranzuziehen, um damit die Korrektheit der betrachteten Formalisierungen von (P.K) nachzuweisen oder abzulehnen.

Diskussion der Resultate

Diese Überlegungen zur Anwendung des W- und G-Kriteriums machen deutlich, dass es wohl nicht unproblematisch sein dürfte, allein aufgrund solcher Argumente in einem der drei diskutierten Beispiele jeweils eine der beiden Formalisierungen als *die* richtige auszuzeichnen. Ich werde später (Kapitel 12.3.2 und 13.6) noch zeigen, wie man in dieser Frage ein Stück weiter kommen kann, wenn man zusätzliche Aspekte der Adäquatheit von Formalisierungen berücksichtigt. Zuvor müssen die bisher erzielten Ergebnisse interpretiert werden.

Eine nahe liegender Vorschlag ist: Bei der Anwendung des W- und G-Kriteriums zeigt sich, dass der Versuch, die Konklusion der drei Beispiele mit den Pferdeköpfen, Kreisen und Gewinnzahlen zu formalisieren, dazu geführt hat, dass eine Mehrdeutigkeit in diesen Aussagen aufgedeckt wurde, die zuvor wohl kaum bemerkt wurde. Im Beispiel mit den Gewinnzahlen ist es relativ einfach, sich Kontexte auszudenken, in denen klar ist, ob (G.K) im Sinne von (G.K1) oder von (G.K2) zu deuten ist:

(13) Jemand erzählt von den Ergebnissen einer Lottoanalyse und sagt: „Man hat tatsächlich herausgefunden: *wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.* Ist das nicht erstaunlich?“ Eine solche Bemerkung würde gegen die Konversationsmaxime der Informativität[23] verstoßen, wenn dieses Resultat einfach darauf beruhte, dass nur Primzahlen Gewinnzahlen waren (und der Sprecher annehmen kann, dass dem Hörer dies bekannt ist). In dieser Situation wäre (G.K) sicher im Sinn von (G.K2) und nicht von (G.K1) zu lesen.

(14) Lottospieler A erzählt Lottospieler B von seinem phantastischen Gewinn. Da B weiß, dass nur Primzahlen gezogen wurden, bemerkt er: „Deine Strategie ist offensichtlich. Du tippst Primzahlen.“ A weiß aber nicht, dass nur Primzahlen gezogen wurden und erwidert: „Wie kommst Du auf diese Idee? Ich habe gar keine Strategie.“ Darauf sagt B nun: „*Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.* Alle Gewinnzahlen waren nämlich Primzahlen.“ In dieser Situation ist die Aussage eindeutig im Sinne von (G.K1) zu verstehen.

[23] Vgl. *Grice: Logic and conversation,* S. 26–27.

Normalerweise dürfte die Mehrdeutigkeit von (G.K) einfach übersehen werden. Entweder weil der Unterschied zwischen den beiden Deutungen nicht interessiert und deshalb die Mehrdeutigkeit auch nicht stört, oder weil die Aussage aufgrund des Kontextes sofort in einem bestimmten Sinn verstanden wird, ohne dass die Möglichkeit einer anderen Deutung überhaupt bemerkt wird.

Damit resultiert für das Beispiel mit den Gewinnzahlen eine Situation, wie ich sie am Ende des Kapitels 5.3.1 beschrieben habe: Das Formalisieren führt dazu, dass eine zuvor unbemerkte, die logische Form betreffende Mehrdeutigkeit im Satz „Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt." aufgedeckt wird, und damit zum Resultat, dass es sich dabei genau genommen gar nicht um eine Aussage handelt. Man könnte also, wenn die Mehrdeutigkeit einmal erkannt ist, die Strategie einschlagen, die widerspenstige Konklusion (G.K) im Sinne einer Argumentationsanalyse durch (G.K1P) oder (G.K2P) zu ersetzen, um dann die Korrektheitskriterien auf diese Aussage anzuwenden.

Stellt man analoge Überlegungen für die beiden anderen Beispiele an, ergeben sich klare Unterschiede. Das Beispiel mit den Pferden und dasjenige mit den Kreisen unterscheiden sich vom Beispiel mit den Gewinnzahlen dadurch, dass man sich üblicherweise keine Situation vorstellen kann, in der die Prämisse falsch wäre, da die Prämisse bei diesen Beispielen im Gegensatz zu derjenigen bei den Gewinnzahlen analytisch ist. Bei den Beispielen mit Pferden und Kreisen ist ein Unterscheiden zwischen den beiden Deutungen der Konklusion deshalb von einer absurden Voraussetzung abhängig. Dies führt dazu, dass die Korrektheitskriterien für diese Beispiele ziemlich schwierig zu handhaben sind und es einige Probleme bereitet, sich Kontexte auszudenken, in denen eindeutig die eine oder andere der beiden Deutungen zu wählen wäre. Man kann sich zwar allenfalls noch vorstellen, dass Pferde keine Tiere, sondern vom Mars aus ferngesteuerte Roboter sind; aber bekanntlicherweise führt das zuallererst zur Frage, ob dann wirklich noch von Pferden die Rede sein kann.[24] Beim Beispiel mit den Pferdeköpfen kommt hinzu, dass hier im Gegensatz zu den zwei anderen Beispielen umgangssprachlich überhaupt keine Relation beteiligt zu sein scheint, sondern nur ein einstelliges Prädikat. Das erschwert es zusätzlich, sich eine Situation vorzustellen, in der etwas zugleich Kopf an zwei Dingen ist. (Dies gilt nur für die deutsche Fassung mit dem Kompositum „Pferdekopf"; beim englischen „head of a horse" liegt die Analyse mit einer Relation näher.)

Die diskutierten Formalisierungsvorschläge für die Beispiele mit den Kreisen und Pferden geben schöne Beispiele für das ab, was gerne als logische „Haarspalterei" bezeichnet wird: Die logische Analyse strapaziert den so genannten gesunden Menschenverstand, indem sie eine Bedeutungsdifferenzierung verlangt, die man in der Umgangssprache nicht macht, weil der Unterschied de facto irrelevant ist und in diesen Beispielen sogar einer analytischen Prämisse widerspricht. Reklamiert man nun als Logikerin diese Mehrdeutigkeit, so ist das

24 *Putnam: It ain't necessarily so,* S. 238.

insofern ein typischer Fall von logischer Haarspalterei, als damit ein Unterschied beansprucht wird, der ohne den Hintergrund des formalen Systems den entsprechenden Aussagen kaum entnommen werden könnte und jedenfalls für die nicht auf logische Klärung abzielende Kommunikation völlig irrelevant ist, weshalb er auf den ersten Blick vielleicht schlicht als unverständlich erscheinen mag. Wer auf solchen Unterschieden beharrt, verstößt damit in fast allen Kontexten (dieser Text ist natürlich eine der Ausnahmen) wegen der Irrelevanz seiner Ausführungen gegen die Konversationsmaxime der Informativität.

Haarspalterei kann im Kontext des logischen Formalisierens durchaus auch positiv gewertet werden, wenn man das Aufdecken einer unbemerkten Mehrdeutigkeit als Beispiel für den explikativen Charakter des Formalisierens auffasst (vgl. Kapitel 8.2.2). Die unterschiedlichen Formalisierungsmöglichkeiten für die fraglichen Aussagen können als zwei verschiedene Vorschläge interpretiert werden, eine in Bezug auf ihre logischen Merkmale mehrdeutige und in diesem Sinne unexakte Aussage durch eine Formel zu ersetzen, die keine solche Unexaktheit aufweist. Diese Möglichkeit ergibt sich daraus, dass Formalisierungen, verstanden als Explikate, nicht in erster Linie den formalisierten Aussagen möglichst ähnlich sein müssen, sondern vor allem exakter, nämlich als Ausdrücke einer formalen Sprache in einen logischen Formalismus eingebettet. Gerade dies ermöglicht eine entscheidende Leistung des Formalisierens: Schlüsse werden logischen Beweisführungen zugänglich gemacht, und weil Exaktheit in diesem Sinne wichtiger als Ähnlichkeit ist, bekommt das Formalisieren einen konstruktiven Aspekt, der sich in den hier diskutierten Beispielen darin zeigt, dass der Formalismus der Prädikatenlogik beim Formalisieren eine Unterscheidung zwischen zwei Deutungen der betreffenden Aussagen provoziert. Ginge man bloß von den zu formalisierenden Aussagen aus und versuchte, rein abstraktiv deren logische Form „herauszuschälen", so wäre zu erwarten, dass die resultierenden Formalisierungen auch die entsprechenden Mehrdeutigkeiten enthalten. Allerdings trifft letztere Beschreibung schlecht auf das zu, was beim Formalisieren geschieht: Man geht nicht einfach von einer Aussage aus und sucht eine Formalisierung; vielmehr ist der Ausgangspunkt eine Aussage und ein logischer Formalismus, und man versucht dann, in diesem Formalismus eine adäquate Formalisierung für die Aussagen zu finden. Damit wird, was als adäquate Formalisierung überhaupt in Frage kommt, nicht einfach nur durch die zu formalisierende Aussage bestimmt, sondern genauso durch den Formalismus.

Weil der Unterschied zwischen den beiden Formalisierungsmöglichkeiten im Fall des Kreise- und Pferdeköpfe-Beispiels nicht nur faktisch irrelevant, sondern auch noch unverträglich mit einem analytischen Satz ist, haben wir in der Umgangssprache guten Grund, ihn gar nicht zu machen. Damit könnte man erklären, weshalb dieser Unterschied – soweit ich sehe – in allen Logiklehrbüchern, die das Beispiel von De Morgan oder Jungius verwenden, nicht erwähnt wird.[25]

---

[25] *Wengert: Schematizing De Morgan's argument* (und im Anschluss daran *Merrill: On De Morgan's*

Das mag plausibel sein. Aber wie soll man sich erklären, dass alle Autoren Formalisierung (P.K2) respektive (K.K2) benutzen? Aufgrund der obigen Ausführungen wäre doch eher das Gegenteil zu erwarten. Versteht man die Konklusionen im Sinne der Formalisierungen (P.K2) und (K.K2), müsste man nämlich zugestehen, dass die betreffenden Aussagen auch unter höchst dubiosen Umständen wahr sind, nämlich dann, wenn Pferde keine Tiere oder Kreise keine Figuren sind. Offenbar bleibt – vermutlich weil solche Annahmen analytischen Sätzen widersprechen – auch dies unbemerkt, sonst wären immerhin entsprechende Begründungen für die üblichen Formalisierungen zu erwarten.[26] Damit stellt sich für die weitere Diskussion der relationenlogischen Beispiele die Frage, wie sich diese Praxis allenfalls erklären lässt. Ich werde nach der Diskussion weiterer Kriterien für adäquates Formalisieren in Kapitel 12.3.2 und 13.6 auf dieses Problem zurückkommen.

---

argument) ist die einzige mir bekannte Stelle, wo (P.K1) überhaupt erwähnt wird. Wengert kommt mit Argumenten, die den in diesem Kapitel vorgebrachten sehr ähnlich sind, zum Ergebnis, dass eindeutig (P.K1) gegenüber der Standardformalisierung (P.K2) vorzuziehen wäre. Merrill sympathisiert mit dieser Auffassung.

26 Eine Ausnahme ist Cauman, der anmerkt “the original ordinary-language sentence [does not] address the question of whether the circle that one draws is the same item as the plane figure that one draws.” (*Cauman: First-order logic,* S. 234).

12 Adäquat formalisieren

In den ersten beiden Abschnitten dieses Kapitels wird zunächst ein negatives Resultat aufgezeigt und analysiert: Die bisher diskutierten Korrektheitskriterien stellen für sich allein genommen lediglich notwendige Bedingungen für die Adäquatheit einer Formalisierung dar und setzen einen derart tiefen Standard für Formalisierungen, dass Formalisierungen als korrekt gelten, die jeder Logiker als hoffnungslos inadäquat zurückweisen würde. Somit stellt sich die Frage, welche zusätzlichen Anforderungen eine korrekte Formalisierung erfüllen muss, um als adäquat gelten zu können. In dieser Hinsicht werde ich zwei Ansätze genauer untersuchen. Beim ersten geht es um Adäquatheitsregeln, die Bedingungen an die Beziehung zwischen den Ausdrücken in einer Aussage und den Zeichen in einer Formalisierung stellen (Kapitel 12.3). Die zweite Idee ist, von adäquaten Formalisierungen zu verlangen, dass sie in einem noch zu erläuternden Sinne durch ein systematisches Verfahren hergestellt werden müssen (Kapitel 12.4).

12.1 Grenzen der Korrektheitskriterien: Skrupelloses Formalisieren

In Kapitel 11 hat sich gezeigt, dass die Korrektheitskriterien durchaus einen praktischen Nutzen haben. Beim Beispiel mit den Pferdeköpfen erlauben sie es, fehlerhafte Formalisierungen wie (P.K3) auszuschließen und helfen bei Formalisierungen wie (P.K1) und (P.K2) mindestens zu sehen, was der entscheidende Unterschied zwischen den beiden Formalisierungsvorschlägen ist. Wenn in diesem Fall eine Entscheidung für *eine* korrekte Formalisierung problematisch war, so lag das weniger an den Kriterien als an der Schwierigkeit, aufgrund informeller Überlegungen ein klares Urteil zu fällen über die Wahrheitsbedingungen der zu formalisierenden Aussagen und die Gültigkeit der Schlüsse, in denen sie vorkommen. Da die Korrektheitskriterien wesentlich auf informellen Urteilen über wahrheits- oder gültigkeitsrelevante Merkmale von Aussagen basieren, sind die Entscheidungen über die Korrektheit einer Formalisierung, die sie stützen, genauso gut oder schlecht gesichert wie die involvierten informellen Urteile über die Wahrheitsbedingungen von Aussagen oder die Gültigkeit von Schlüssen. Die Probleme, die in diesem Kapitel diskutiert werden, zeigen nun, dass die Korrektheitskriterien auch dann, wenn kein Zweifel an den benötigten informellen Urteilen besteht, nicht akzeptable Resultate garantieren. Dieses Problem soll in den beiden folgenden Abschnitten in einigen Varianten aufgezeigt werden.

12.1.1 Logische Form und Äquivalenz

Ein guter Grund für die Auffassung, dieselbe Aussage könne in verschiedener Weise adäquat formalisiert werden, wird oft darin gesehen, dass zu einer korrekten Formalisierung immer Alternativen angegeben werden können, die zu ihr äquivalent sind. Somit stellt sich die Frage, ob alle zu einer gegebenen Formalisierung äquivalenten Formalisierungen als gleichermaßen adäquat gelten können.

Um diese Frage zu klären, muss zuerst definiert werden, was „äquivalent" in Bezug auf Formalisierungen heißen soll. Dabei ist zu beachten, dass zwei Formalisierungen nicht schon als äquivalent gelten können, wenn sie äquivalente Formeln haben. Sonst müssten nämlich die beiden folgenden Formalisierungen als äquivalent gelten:

(1)	Wenn es blitzt, dann donnert es.		
(1.1)	$p \rightarrow q$	p: Es blitzt	q: Es donnert
(1.2)	$p \rightarrow q$	p: Es donnert	q: Es blitzt

Diesem Problem kann man Rechnung tragen, indem man bei der Definition von „äquivalent" für Formalisierungen kompatible Korrespondenzschemata voraussetzt:

(ÄF) Eine Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ mit der Formel φ und dem Korrespondenzschema κ ist genau dann äquivalent zu einer Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ mit der Formel ψ und dem Korrespondenzschema λ, wenn $\varphi \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} \psi$ und κ kompatibel λ.

Es ist ziemlich offensichtlich, dass sich äquivalente Formalisierungen nicht bezüglich der Korrektheit unterscheiden können. Im Falle des W-Kriteriums genügt es, zu bemerken, dass für jede Interpretation $\mathfrak{I}$ gilt: wenn $\varphi \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} \psi$, dann $\mathfrak{I}(\varphi)=\mathfrak{I}(\psi)$; also liefert die entsprechende Interpretation in jedem Fall für φ und ψ den gleichen Wahrheitswert. Auch G- und S-Kriterium müssen für äquivalente Formalisierungen zum gleichen Resultat führen: aus $\varphi \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} \psi$ folgt, dass jeder formal gültige Schluss, der φ als Prämisse oder Konklusion enthält, auch als formal gültig nachgewiesen werden kann, wenn man φ durch ψ ersetzt (bzw. umgekehrt); also sind bei der Anwendung des S- und G-Kriteriums die gleichen Schlüsse zu prüfen, egal, ob man mit φ oder ψ formalisiert. Es gilt also:

(Ä1) Wenn $\mathbf{\Phi}$ eine korrekte Formalisierung einer Aussage A ist, dann ist jede zu $\mathbf{\Phi}$ äquivalente Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ ebenfalls eine korrekte Formalisierung von A.

Dieses Ergebnis scheint gut zur allgemein üblichen Formalisierungspraxis zu passen, wie folgendes Beispiel illustriert:

(2)	Jede Primzahl ist ungerade oder gleich 2.	
(2.1)	$\forall x[p(x) \rightarrow (u(x) \vee x=a)]$	a: 2
(2.2)	$\forall x[(p(x) \rightarrow u(x)) \vee (p(x) \rightarrow x=a)]$	p(x): x ist eine Primzahl
		u(x): x ist ungerade

Man muss sich schon etwas einfallen lassen, wenn man argumentieren möchte, dass nur eine dieser beiden äquivalenten Formalisierungen adäquat sei; korrekt sind sie jedenfalls beide. Von solchen Beispielen her erscheint es sinnvoll, dass das W- und das G-Kriterium gemäß Ergebnis (Ä1) alle zu einer korrekten Formalisierung äquivalenten Formalisierungen ebenfalls als korrekt gelten lassen.

Man könnte sogar auf die Idee kommen, das Formalisieren allgemein so aufzufassen, dass es einer Aussage nicht eine bestimmte Formalisierung, sondern eine ganze Äquivalenzklasse von Formalisierungen zuordnet. Wie die folgenden Abschnitte zeigen, hätte dies allerdings ganz unerwünschte Konsequenzen.

Erste Zweifel an der Erfreulichkeit von (Ä1) dürften sich melden, wenn jemand auf die Idee käme,

(3) Es regnet.

aussagenlogisch nicht wie üblich mit

(3.1) p p: es regnet

sondern zum Beispiel so zu formalisieren:

(3.2) $\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg p$ p: es regnet
(3.3) $p\wedge((p\rightarrow(q\wedge r))\rightarrow((t\rightarrow t)\wedge((s\rightarrow\neg q)\rightarrow(p\rightarrow\neg s))))$ p: es regnet
q: es schneit
r, s, t: …

An der Absurdität solcher Formalisierungen wie (3.2) und (3.3) dürfte kein Zweifel bestehen, obschon sie äquivalent zur trivialerweise korrekten Formalisierung (3.1) und somit nach (Ä1) ebenfalls korrekt sind. Zur Verteidigung der beiden Korrektheitskriterien ließe sich allenfalls einwenden, so zu formalisieren sei sicher aus sprachanalytischer Sicht inakzeptabel, aber aus logischer Sicht letztlich unproblematisch: schließlich lassen sich mit (3.2) keine Schlüsse nachweisen, die sich nicht auch mit (3.1) nachweisen ließen.

Weniger leicht lassen sich die Probleme wegdiskutieren, die entstehen, wenn man sich (Ä1) zu Nutze macht, um den Nachweis von Äquivalenzen zu „vereinfachen". Geht man zum Beispiel von den beiden Aussagen

(4) Jack went up the hill and Jill went up the hill.[1]
(5) Jill went up the hill and Jack went up the hill.

aus, so kann man nach (Ä1) anstelle der nahe liegenden Formalisierungen

(4.1) $p\wedge q$ p: Jack went up the hill
(5.1) $q\wedge p$ q: Jill went up the hill

genauso gut

(4.1) $p\wedge q$ p: Jack went up the hill
(5.2) $p\wedge q$ q: Jill went up the hill

wählen. Damit handelt man sich aber das Problem ein, dass der Nachweis der Äquivalenz von (4) und (5) vollkommen trivial wird und nichts als das Schema

(6) $A \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} A$

1 Vgl. *Davidson: The method of truth in metaphysics,* S. 209.

voraussetzt. Das ist aber nicht, was wir von einer Logik erwarten. Kein Logiker und keine Logikerin würde bestreiten, dass (4) und (5) aus logischen Gründen äquivalent sind, weil nämlich die Konjunktion (im Gegensatz z.B. zum Konditional) kommutativ ist. Also wäre die Äquivalenz von (4) und (5) mit den Formalisierungen (4.1) und (5.1) sowie dem Schema

(7) $A \wedge B \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} B \wedge A$

nachzuweisen. Geht man aber von den Formalisierungen (4.1) und (5.2) aus, so sind (4) und (5) schlicht deshalb äquivalent, weil es sich um Aussagen gleicher Form handelt.

Noch deutlicher wird dieses Problem mit (Ä1), wenn man ein etwas komplexeres Beispiel betrachtet:

(2) Jede Primzahl ist ungerade oder gleich 2.
(8) $\Leftrightarrow$? Es gibt keine Primzahl, die nicht ungerade und nicht gleich 2 ist.

Eine übliche Formalisierung wäre beispielsweise:

(2.1)	$\forall x[p(x) \rightarrow (u(x) \vee x=a)]$	a: 2
(8.1)	$\neg\exists x[p(x) \wedge (\neg u(x) \wedge x \neq a)]$	p(x): x ist eine Primzahl
		u(x): x ist ungerade

Unter der Voraussetzung, dass dies korrekte Formalisierungen sind, könnte man nun auf die Idee kommen, dass man sich den Aufwand für einen Beweis von

(9) $\forall x[Fx \rightarrow (Gx \vee x=a)] \Leftrightarrow ?_{\mathbf{F}} \neg\exists x[Fx \wedge (\neg Gx \wedge x \neq a)]$

sparen kann, indem man unter Hinweis auf (Ä1) Formalisierung (2.1) anstelle von (8.1) als Formalisierung von (8) verwendet, worauf dann wiederum das triviale Schema

(6) $A \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} A$

für einen „Nachweis" der Äquivalenz ausreicht. Dem ist entgegenzuhalten, dass (2) und (8) zwar äquivalent sind, aber nicht aufgrund des Schemas (6), sondern aufgrund einer Reihe von aussagenlogischen Gesetzen beziehungsweise Schlussregeln und bestimmter Beziehungen zwischen all- und existenzquantifizierten Aussagen, was sich darin ausdrückt, dass der Beweis von (9) entsprechend komplizierter ist als derjenige von (6). Korrekte Formalisierungen, die in solcher Weise zur Trivialisierung logischer Nachweise führen, werde ich (in Anlehnung an Blau[2]) als „skrupellose" Formalisierungen bezeichnen.

Den obigen Beispielen lässt sich eine allgemeine Strategie ablesen, wie Äquivalenzen immer mit Hilfe von skrupellosen Formalisierungen und dem Schema (6) „nachgewiesen" werden können: Wenn $\mathbf{\Phi}$ eine korrekte Formalisierung der Aussage A, $\mathbf{\Psi}$ eine korrekte Formalisierung der zu A äquivalenten Aussage B und $\mathbf{\Phi}$ äquivalent zu $\mathbf{\Psi}$ ist, dann ist $\mathbf{\Phi}$ wegen (Ä1) auch eine korrekte Formalisie-

[2] *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 18. Vgl. dazu Kapitel 12.1.2.

rung von B. Somit können beide Aussagen mit Φ korrekt formalisiert und die Äquivalenz von A und B mit Hilfe des Schemas (6) nachgewiesen werden.

Was als skrupellose Formalisierung gilt, hängt natürlich davon ab, im Rahmen welcher logischen Theorie formalisiert wird. Wenn in einer Logik aus Vereinfachungsgründen beispielsweise nur der All-, aber kein Existenzquantor definiert ist, so bleibt nichts anderes übrig, als Aussagen der Form „Alle X sind Y." und „Es gibt keine X, die nicht Y sind." gleich zu formalisieren, so dass dann (2.1) in dieser Hinsicht nicht mehr als skrupellose Formalisierung von (8) gelten müsste. In einer solchen Logik wäre nicht skrupelloses Formalisieren, sondern der logische Formalismus dafür verantwortlich, dass für gewisse Äquivalenzen nur triviale Nachweise gegeben werden können. Ein interessantes Beispiel in diesem Zusammenhang sind aussagenlogische Formalisierungen von Aussagen, die ein ausschließendes „oder" enthalten. Solche Aussagen müssen in den meisten Aussagenlogiken als eine komplexe Verknüpfung zweier Aussagen mit Hilfe verschiedener Junktoren formalisiert werden. Üblich ist es beispielsweise, Konjunktion, Disjunktion und Negation zu verwenden, so dass man Formeln wie zum Beispiel

(10) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

erhält.[3] Formalisiert man in einer Logik, in der die Kontravalenz als Junktor zur Verfügung steht, kann man stattdessen

(11) $p \succ\!\!\prec q$

verwenden. Dass hier ein relevanter Unterschied besteht, zeigt sich darin, dass in einer Logik mit Kontravalenz nachgewiesen werden kann, dass Aussagen, die mit (11), und solche, die mit (10) adäquat formalisiert werden können, äquivalent sind; in einem aussagenlogischen System ohne Kontravalenz dagegen kann dies nur in trivialer Weise mit Hilfe von Schema (6) „nachgewiesen" werden, weil solche Aussagen dann überhaupt nur mit einer Formel wie (10) adäquat formalisiert werden können. Man könnte von da her polemisieren: Wer die Kontravalenz für einen überflüssigen Junktor hält, soll doch gleich Konjunktionen nach dem Schema

(12) $\neg(\neg A \vee \neg B)$

formalisieren und sich so den Beweis der De Morgan'schen Gesetze ersparen. Die interessante Frage an dieser Stelle ist aber vielmehr, wie weit man die Kontravalenz-Strategie treiben soll. Sollten sechzehn verschiedene zweistellige Junktoren verwendet werden? Oder wäre es besser, für gewisse Wahrheitsfunktionen eine ganze Menge von Junktoren einzuführen, so dass beispielsweise auch die Äquivalenz von „A und B", „Sowohl A wie auch B", „A aber B." usw. nachgewiesen werden könnte?

[3] Vgl. *Stegmüller: Das ABC der modernen Logik und Semantik,* S. 9. Allgemein zu den Problemen bei der Formalisierung von „oder": *Jennings: The genealogy of disjunction.*

Die Konsequenzen für eine Theorie des adäquaten Formalisierens, die sich aus diesen Schwierigkeiten mit der Formalisierung äquivalenter Aussagen ergeben, werden in Kapitel 12.2 eingehend diskutiert. Zuvor soll noch ein weiteres, eng verwandtes Problem kurz erörtert werden.

12.1.2 Blaus Trivialitätsargument gegen das Kriterium der Wahrheitsrelevanz

Wie Blau gezeigt hat, kann im Zusammenhang mit dem W-Kriterium ein noch gravierenderes Problem auftreten, weil das W-Kriterium nämlich nicht verhindert, dass logische Nachweise durch skrupelloses Formalisieren auf einen kleinen Teil der Aussagenlogik trivialisiert werden.[4] Das Argument geht so: Ausgangspunkt ist ein Schluss, der nach informellen Maßstäben gültig ist, wobei es keine Rolle spielt, ob der Schluss formal oder material gültig ist. Zum Beispiel:

(13) Fury ist ein Pferd.
(14) Fury ist ein Tier.

Die traditionelle Strategie, solche Schlüsse als formal gültig nachzuweisen, besteht darin, sie argumentationsanalytisch als Enthymeme zu rekonstruieren, indem man eine Prämisse, nämlich

(15) Alle Pferde sind Tiere.

ergänzt. Das W-Kriterium lässt allerdings zu, dass dieser Schluss auch ohne zusätzliche Prämisse mit Hilfe einer skrupellosen Formalisierung und einfachster Aussagenlogik nachgewiesen wird. Dazu formalisiert man die Prämisse (13) kurzerhand mit

(13.1) $p \wedge q$ p: Fury ist ein Pferd; q: Fury ist ein Tier

Da nun

(14.1) q q: Fury ist ein Tier

eine korrekte Formalisierung der Konklusion (14) ist, lässt sich der Schluss von (13) auf (14) auf einfachste Weise, nämlich als Instanz des aussagenlogischen Schemas

(16) $A \wedge B \Rightarrow_F B$

als formal gültig nachweisen. Dass (13.1) gemäß dem W-Kriterium tatsächlich eine korrekte Formalisierung von (13) ist, lässt sich in zwei Schritten zeigen:

i. Angenommen, (13) sei wahr, dann muss sicher p als wahr interpretiert werden. Daraus folgt aufgrund der Voraussetzung, dass der Schluss von (13) auf (14) material gültig ist, dass auch (14) wahr ist; somit muss q ebenfalls als

[4] Unter der Bezeichnung „Intuitives Vollständigkeitstheorem“ in *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 17–18. Vgl. auch *Sainsbury: Logical forms,* S. 299, und *Evans: Semantic structure and logical form,* S. 56–59.

wahr interpretiert werden. Also wird nach den Regeln der aussagenlogischen Interpretation auch

(13.1) $p \wedge q$

wahr. Somit hat (13.1) den gleichen Wahrheitswert wie (13).

ii. Angenommen, (13) sei falsch, so muss p als falsch interpretiert werden. Also erhält man auch für (13.1) den Wahrheitswert falsch.

Da also (13) und (13.1) unter allen möglichen Bedingungen den gleichen Wahrheitswert haben, ist (13.1) nach dem W-Kriterium eine korrekte Formalisierung von (13). Diese Methode der skrupellosen Formalisierung erlaubt es ganz offensichtlich, jeden Schluss mit bloß einer Prämisse so zu behandeln, wenn er nach informellen Maßstäben gültig ist. Es spielt überhaupt keine Rolle, ob der fragliche Schluss sinnvollerweise als Enthymem rekonstruiert oder seine Gültigkeit mit einem analytischen Satz wie (15) begründet werden kann. Wer zum Beispiel davon überzeugt ist, dass der Schluss von

(17) Alle Chimären speien Feuer.

---

(18) Es gibt Chimären.

formal gültig sei, kann ihn „nachweisen", indem er einfach (17) mit

(17.1) $\forall x(f(x) \rightarrow g(x)) \wedge \exists x f(x)$ f(x): x ist eine Chimäre
g(x): x speit Feuer

oder, noch einfacher, wiederum mit

(17.2) $p \wedge q$ p: Alle Chimären speien Feuer; q: Es gibt Chimären

formalisiert. Stützt man sich bloß auf das W-Kriterium, kann man also mit simpelster Aussagenlogik Schlüsse als formal gültig nachweisen, wenn sie nach informellen Maßstäben gültig sind. Die Methode des skrupellosen Formalisierens lässt sich auch in nahe liegender Weise auf Schlüsse mit mehreren Prämissen anwenden, indem man einfach beim Formalisieren alle Prämissen und die Konklusion mit Konjunktionen verbindet. Als Resultat ergibt sich, dass jeder gültige Schluss in der gleichen Weise als formal gültig nachgewiesen werden kann; man braucht dafür nur ein einziges einfaches Gesetz (bzw. eine einfache Schlussregel), die Simplifikation (bzw. die Beseitigungsregel für die Konjunktion). Damit wird es vollkommen trivial, die Gültigkeit von Schlüssen nachzuweisen. Soweit Blaus Trivialisierungsargument. Einige Bemerkungen dazu:

1. Es geht bei diesem Trivialisierungsargument nicht darum, dass sich die Gültigkeit von material gültigen Schlüssen irgendwie nachweisen lässt. Das ist für sich genommen unproblematisch, zumindest wenn man nicht grundsätzliche Einwände gegen den Begriff der materialen Gültigkeit geltend machen will. Das Skandalöse am obigen Nachweis ist vielmehr, *wie* dieser geführt wird. Wenn jeder formal oder material gültige Schluss mit Hilfe eines kleinen Teils der

Aussagenlogik nachgewiesen werden kann, kann diese offensichtlich nicht mehr als eine Theorie der *formalen* Gültigkeit gelten. Vielmehr sollte es unmöglich sein, mit Hilfe einer aussagenlogischen Theorie irgendeinen Schluss als gültig nachzuweisen, der material, aber nicht formal gültig ist.

2. Das Trivialisierungsargument zeigt, dass das W-Kriterium in gewisser Hinsicht nicht leistet, was man von einem Kriterium adäquaten Formalisierens wohl erwarten darf: dass adäquates Formalisieren von Schlüssen mindestens mehr bedeutet, als jeden gültigen Schluss als Instanz desselben Schemas zu formalisieren. Trotzdem garantiert das Kriterium natürlich Korrektheit in einem bestimmten Sinn, nämlich insofern, als diese in gleichen Wahrheitsbedingungen besteht. Wenn das Trivialisierungsargument den Eindruck erweckt, das W-Kriterium leiste nicht, was es zu leisten verspricht, so täuscht das. Es leistet genau das, was es verspricht. Das Problem ist nicht, dass (13) und (13.1) nicht die gleichen Wahrheitsbedingungen hätten, sondern dass die Wahrheitsbedingungen gleich sind. Das bedeutet: gleiche Wahrheitsbedingungen sind nicht hinreichend dafür, dass zwei Aussagen gleiche logische Formen haben.

3. Gegen den obigen Korrektheitsnachweis für die Formalisierung (13.1) könnte man allenfalls einwenden, dass sich dieser auf ein informelles Urteil über die materiale Gültigkeit eines Schlusses stützt, wenn aus der Annahme, (13) sei wahr, gefolgert wird, dass auch (14) wahr sein muss. Dieser Einwand überzeugt allerdings in zweierlei Hinsicht nicht. Erstens lässt es sich vermeiden, diesen informellen materialen Schluss explizit zu ziehen, indem man an der entsprechenden Stelle ausschließlich mit Wahrheitsbedingungen argumentiert und einfach darauf verweist, dass in jeder Situation, in der (13) wahr ist, auch (14) wahr ist. Da Letzteres natürlich nichts anderes als die Formulierung eines materialen Schlusses in semantischen Begriffen ist, könnte man versuchen, das W-Kriterium dadurch zu retten, dass man Einschränkungen für die beim Korrektheitsnachweis zulässigen semantischen Urteile einführt. Damit kann aber zweitens – und das ist die entscheidende Entgegnung – das Trivialisierungsargument nicht genügend entschärft werden, da die Methode der skrupellosen Formalisierung selbstverständlich auch bei formal gültigen Schlüssen angewendet werden kann.

4. Will man die Methode des skrupellosen Formalisierens auf Schlüsse mit mehreren Prämissen anwenden, kann man im Allgemeinen nicht einfach die Konklusion als ein Konjunktionsglied in eine der Prämissen „hineinstecken". Geht man beispielsweise davon aus, dass

(19) Fury ist ein Pferd.
(20) Fury ist weiß.
―――――――――――
(21) Fury ist ein Schimmel.

ein material gültiger Schluss ist und wählt für die Prämissen

(19.1)	$p \wedge r$	p: Fury ist ein Pferd; r: Fury ist ein Schimmel
(20.1)	q	q: Fury ist weiß

als skrupellose Formalisierungen, so lässt sich leicht zeigen, dass (19.1) nach dem W-Kriterium keine korrekte Formalisierung von (19) ist: In einer Situation, in der das Pferd Fury kein Schimmel ist, wird (19.1) falsch, obwohl (19) wahr ist. Die skrupellose Formalisierung gelingt nur, wenn man den Schluss mit

(22) $p \wedge q \wedge r \Rightarrow ?_{\mathbf{F}}\ r$

formalisiert. Beim Versuch, formal gültige Schlüsse durch skrupelloses Formalisieren zu trivialisieren, ergibt sich dasselbe Resultat. Der Grund, weshalb sich Schlüsse mit mehreren Prämissen in dieser Hinsicht anders verhalten als solche mit bloß einer, liegt darin, dass gilt:

(23) $(A \Rightarrow_{\mathbf{F}} B) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} A \wedge B)$
(24) $(A \wedge B \Rightarrow_{\mathbf{F}} C) \not\Rightarrow (A \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} A \wedge C)$

Somit erweist sich Blaus Trivialisierungsargument für Schlüsse mit einer Prämisse als ein Korollar zu (Ä1): Bei einem gültigen Schluss mit nur einer Prämisse ist die Prämisse äquivalent zur Konjunktion dieser Prämisse mit der Konklusion. Wegen (24) kann Blaus Trivialisierungsargument für Schlüsse mit mehreren Prämissen blockiert werden, indem man darauf besteht, dass alle Prämissen einzeln korrekt formalisiert werden müssen. Aus der Perspektive des Trivialisierungsarguments betrachtet wäre es also keine gute Idee, das Formalisieren von Schlüssen auf das Formalisieren von genau zwei Aussagen, der Konjunktion der Prämissen und der Konklusion, zurückzuführen. Nach der Definition des Verhältnisses zwischen Schluss- und Aussageschemata in Kapitel 2.1.2 geht dies auch nicht an. (Damit soll übrigens nicht behauptet werden, dass die Gültigkeit von Schlüssen nicht mit Hilfe von Schlusskonditionalen nachgewiesen werden sollte. Dagegen ist nichts einzuwenden, so lange Schlusskonditionale erst gebildet werden, nachdem die Korrektheit der einzelnen Prämissen-Formalisierungen geprüft wurde.)

5. Für Schlüsse mit einer Prämisse zeigt das Trivialisierungsargument, dass jeder solche Schluss, wenn er formal gültig ist, mit Hilfe einfachster Aussagenlogik als gültig nachgewiesen werden kann. Damit zeichnet sich eine Möglichkeit ab, das Trivialisierungsargument zu blockieren, indem man verlangt, dass beim Nachweis der Korrektheit einer Formalisierung im Rahmen eines bestimmten Schlusses nicht vorausgesetzt werden darf, dass dieser Schluss formal gültig ist. Dies ist allerdings kein ganz neuer Punkt; er ist bereits bei der Diskussion des S-Kriteriums aufgetaucht (vgl. Punkt 4, S. 217). Das Trivialisierungsargument macht also nochmals deutlich, dass in dieser Hinsicht die Voraussetzungen des W-Kriteriums im Wesentlichen die gleichen sind wie diejenigen des S- beziehungsweise G-Kriteriums.

Dieser Punkt lässt sich verdeutlichen, wenn man versucht, Blaus Trivialisierungsargument auf das G- oder S-Kriterium zu übertragen. Geht man nochmals vom Schluss (13)–(14) und den Formalisierungen

(13.1) $p \wedge q$ p: Fury ist ein Pferd; q: Fury ist ein Tier
(14.1) q q: Fury ist ein Tier

aus, könnte man für die Anwendung des G-Kriteriums auf (13.1) beispielsweise folgende Schlüsse wählen:

(25) $p \wedge q \Rightarrow_{\mathbf{F}} p$
(26) $p \wedge q \Rightarrow_{\mathbf{F}} q$
(27) $p; q \Rightarrow_{\mathbf{F}} p \wedge q$

Für die Korrektheit von (13.1) wäre dann erforderlich, dass folgende Schlüsse nach informellen Maßstäben gültig sind:

(28) Fury ist ein Pferd ⇒ Fury ist ein Pferd.
(29) Fury ist ein Pferd ⇒ Fury ist ein Tier.
(30) Fury ist ein Pferd; Fury ist ein Tier ⇒ Fury ist ein Pferd.

In zwei Hinsichten ergeben sich Unterschiede zum obigen Nachweis der Korrektheit von (13.1) nach dem W-Kriterium:

1. Dass (13.1) nur korrekt ist, wenn man einen materialen Schluss als gültig voraussetzt, lässt sich beim G-Kriterium nicht in semantischen Urteilen „verstecken", sondern ist jetzt explizit in (29) gefordert. Analog wie beim W-Kriterium gilt aber, dass diese Schwierigkeit verschwindet, wenn man die Trivialisierungsstrategie auf einen formal gültigen Schluss anwendet. Dann wäre nämlich der (29) entsprechende Schluss formal gültig.

2. Dass die skrupellose Formalisierung von (13) durch (13.1) die Voraussetzung verletzt, dass der nachzuweisende Schluss beim Nachweis der Korrektheit nicht verwendet werden darf, zeigt sich beim G-Kriterium nicht nur darin, dass dieser Schluss explizit wieder auftaucht (im Beispiel als (29)). Dies könnte und müsste selbstverständlich vermieden werden, weil damit eine Voraussetzung für die Anwendung des G-Kriteriums verletzt wird. Was sich aber nicht vermeiden lässt, ist ein Problem, das bei (25) und (27) auftritt: nämlich die Frage, wie „p" zu verbalisieren ist. Diese Verbalisierung kann natürlich nicht anders als „Fury ist ein Pferd." lauten, weil sonst für (25) und (27) kein zulässiges Korrespondenzschema angegeben werden kann. Das führt nun aber dazu, dass für (13) im Rahmen des gleichen Schlusses zwei verschiedene Formalisierungen verwendet werden müssen (nämlich „p" und „$p \wedge q$"). Damit scheint sich eine Möglichkeit zu eröffnen, skrupellose Formalisierungen à la Blau im Rahmen des G-Kriteriums zu blockieren, indem man Formalisierungen für inadäquat erklärt, die bei der Anwendung des G-Kriteriums dazu führen, dass dieselbe Aussage zweimal in verschiedener Weise formalisiert werden muss. (Ich werde in Kapitel 12.3.1 auf eine entsprechende Regel für adäquates Formalisieren eingehen.)

Im nächsten Kapitel soll nun erörtert werden, wie die hier diskutierten Probleme mit den Korrektheitskriterien erklärt und welche Folgerungen bezüglich Kriterien für adäquates Formalisieren daraus gezogen werden können.

12.2 Adäquatheit versus Korrektheit

Das Problem der skrupellosen Formalisierung kann so auf den Punkt gebracht werden: Verlangt man von Formalisierungen bloß, dass sie korrekt sind, so lässt sich nicht verhindern, dass jeder Äquivalenznachweis in vollkommen trivialer Weise geführt wird, indem die Äquivalenz – bis auf die Trivialität, dass jede Aussage zu sich selbst äquivalent ist – nicht durch eine logische Beweisführung nachgewiesen, sondern durch gleiches Formalisieren gewissermaßen vorweggenommen wird. Selbstverständlich gibt es triviale Äquivalenzen, die dann auch triviale Beweise haben, solche nämlich, zu deren Beweis bloß das Schema $A \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} A$ erforderlich ist. Solche Beweise sollten aber nur dann möglich sein, wenn es darum geht, die Äquivalenz einer Aussage mit sich selbst nachzuweisen. Verlangt man allerdings von Formalisierungen bloß Korrektheit, so können *alle* Äquivalenzen als triviale „bewiesen" werden. Die von Blau vorgebrachte Argumentation zeigt weiter, dass sich dieses Resultat unter gewissen Bedingungen auf Gültigkeitsnachweise für Schlüsse ausdehnen lässt. Will man eine solche Trivialisierung logischer Nachweise nicht akzeptieren, muss die dem Resultat (Ä1) von Seite 236 entsprechende These für die Adäquatheit

(Ä2) Wenn $\mathbf{\Phi}$ eine adäquate Formalisierung einer Aussage A ist, dann ist jede zu $\mathbf{\Phi}$ äquivalente Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ ebenfalls eine adäquate Formalisierung von A.

verworfen und von einer adäquaten Formalisierung mehr als bloß Korrektheit verlangt werden. Adäquatheit lässt sich also nicht auf Korrektheit reduzieren; vielmehr ist von adäquaten Formalisierungen zu fordern, dass sie nicht zulassen, dass nichttriviale Äquivalenzen in trivialer Weise nachgewiesen werden.

Als ein erstes allgemeines Prinzip des adäquaten Formalisierens formuliert:

(Q1) Wenn sich zwei Aussagen A und B in einem logischen Merkmal unterscheiden, das in **L** formalisiert werden kann, so ist jede **L**-Formalisierung $\mathbf{\Phi}$, die zugleich eine korrekte Formalisierung von A und B ist, keine adäquate Formalisierung von A oder keine adäquate Formalisierung von B.

An die Stelle von (Ä2) tritt dann:

(Ä3) Zwei äquivalente Aussagen A und B können verschiedene adäquate Formalisierungen und damit verschiedene logische Formen haben.

Auf dem Hintergrund der Erörterungen zum Begriff der logischen Form in Kapitel 4 ist dieses Resultat natürlich nicht überraschend. Korrektheit einer Formalisierung bedeutet ja bloß, dass in einer Formalisierung keine gültigkeitsrelevanten Merkmale repräsentiert sind, die nicht auch solche der formalisierten Aussage wären. Da sich logische Merkmale von Aussagen aber nicht auf gültigkeitsrelevante Merkmale reduzieren lassen, kann man nicht erwarten, dass sich adäquates Formalisieren auf korrektes Formalisieren reduzieren lässt. Vielmehr ist davon auszugehen, dass Formalisierungen nur dann adäquat sind, wenn sie neben der Gültigkeitsrelevanz auch die anderen, in Kapitel 4.2 und 4.3 diskutierten Aspekte der logischen Form berücksichtigen. Das heißt insbesondere, dass für die Adäquatheit einer Formalisierung neben der gültigkeitsrelevanten Struktur auch entscheidend ist, welche synkategorematischen Ausdrücke in einer Aussage vorkommen und in welcher Weise sie aus Ausdrücken verschiedener logischer Kategorien aufgebaut ist. Wie sich in Kapitel 4.2 gezeigt hat, sind dies diejenigen logischen Merkmale, die für die Schematisierbarkeit und damit für den Unterschied zwischen formal gültigen im Gegensatz zu bloß gültigen Schlüssen eine zentrale Rolle spielen. Es sind aber auch diejenigen Aspekte der logischen Form, die deren Definition ziemlich schwierig machen, was einerseits am unscharfen Begriff der Themenneutralität und andererseits daran liegt, dass es sich um Aspekte handelt, die wesentlich damit zusammenhängen, wie eine Aussage in der Umgangssprache formuliert ist.

Dies lässt erstens erwarten, dass Kriterien für adäquates Formalisieren sich zwar durch die verschiedenen Aspekte des Begriffs der logischen Form motivieren lassen, dass es aber kaum möglich sein dürfte, sie daraus einfach abzuleiten. Deshalb werde ich mich im Folgenden vor allem auf die Praxis des Formalisierens und Beispiele stützen. Zweitens bietet die Beobachtung, dass die über die Korrektheit hinausgehenden Aspekte des adäquaten Formalisierens vor allem mit der Schematisierbarkeit von Schlüssen und also mit deren umgangssprachlichen Formulierung zusammenhängen, eine gewisse Erklärung dafür, weshalb Argumente, die sich auf die Korrektheit von Formalisierungen beziehen, in der Literatur vergleichsweise häufig zu finden sind, während die in Kapitel 12.1 diskutierten Probleme, kaum angesprochen werden. Der Grund dürfte im Selbstverständnis vieler Logikerinnen liegen, die die Logik als eine Formalwissenschaft begreifen. Falls sie sich mit dem Formalisieren, das ihnen bloß als Anwendung der Logik gilt, überhaupt beschäftigen, dann betrachten sie sich zwar als zuständig für den Aspekt der Gültigkeitsrelevanz und somit der Korrektheit von Formalisierungen, weil sich die Gültigkeit von Schlüssen im logischen Formalismus ja beweisen lässt, aber nicht für die mit Schematisierbarkeit und Umgangssprache enger zusammenhängende Adäquatheit. Wenn Sprachanalytiker als Anwender der Logik absurde Formalisierungen im Stil der Beispiele in Kapitel 12.1 produzieren und sich in der Folge nur für triviale Beweise interessieren sollten, so wäre das deren Problem. Aus den in Kapitel 2.2 genannten Gründen sollen diese Probleme im Folgenden nun etwas ernster genommen werden.

Um näher zu erklären, um welche Art von Problemen es hier geht, gehe ich von den Schwierigkeiten aus, die sich im Zusammenhang mit „und“-Aussagen gestellt haben (vgl. Beispiel (4)–(5) und (12) in Kapitel 12.1). Dazu hat sich Davidson an verschiedenen Stellen geäußert:

> Of course it can happen that two sentences are logically equivalent, yet have different logical forms; for example a sentence with the logical form of a conjunction

> is logically equivalent to the conjunction in reverse order. Here we assume the theory gives the truth-conditions of each sentence, and it will be possible to prove that one sentence is true if and only if the other is.[5]
>
> In attempting to achieve generality, any theory of language will have the task of deciding which problems, which sorts of sentences and contexts, are to be dealt with by head-on methods, and which are better handled by preliminary transformations, translations and analyses. Even the decision to transform 'John laughed and cried' into 'John laughed and John cried', before confiding it to the formal system represents, on a low level, such a decision.[6]

Nach Davidson ist also

(1) Jack and Jill went up the hill.[7]

gleich zu formalisieren wie

(2) Jack went up the hill and Jill went up the hill.

Hingegen sind (2) und

(3) Jill went up the hill and Jack went up the hill.

als zwei äquivalente Aussagen mit verschiedenen logischen Formen zu behandeln. Davidsons Position bezüglich Aussagen vom Typ (1) und (2) kann durchaus als logischer Mainstream gelten. Auch seine Begründung dürfte wohl von den meisten Logikerinnen, die mit aussagen- und prädikatenlogischen Standardsystemen arbeiten, geteilt werden. Weil es in diesen Logiken keine Möglichkeit gibt, (1) und (2) verschieden zu formalisieren, so dass dann ihre Äquivalenz nachgewiesen werden könnte, muss (1) eben durch eine „Vorbehandlung" in (2) umgewandelt werden. Damit sind zwei Problemkreise angesprochen:

1. *Die Beschränkungen der Standardlogik*. Das Argument, dass gewisse Aussagen in der Standardlogik nur in einer ganz bestimmten Weise formalisiert werden können, ist mit Vorsicht zu genießen. Davidsons Analyse der Handlungs- und Ereignissätze ist zwar nicht unumstritten, zeigt aber jedenfalls, dass gewisse Typen von Aussagen in der Standardlogik auch ganz anders als in der nahe liegenden und allgemein üblichen Weise formalisiert werden können.[8] Von da her kann man sich vorstellen, dass im Rahmen der Prädikatenlogik vielleicht eine Möglichkeit gefunden werden kann, die es erlaubt, (1) so zu formalisieren, dass auf nichttriviale Weise nachgewiesen werden kann, dass diese Aussage äquivalent zu (2) ist und aus ihr auch die beiden Aussagen

---

5 *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 145. Davidsons Konzept der logischen Form geht wohl am klarsten aus der Replik auf Cargile *(Cargile: Davidson's notion of logical form)* in *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* Abschnitt H, hervor. Kommentare zu Davidsons Position finden sich z.B. in *Dale: Logical equivalents and logical form* und *Künne: Handlungs- und andere Ereignissätze,* S. 29–31.

6 *Davidson: The method of extension and intension,* S. 349.

7 *Davidson: The method of truth in metaphysics,* S. 209.

8 *Davidson: The logical form of action sentences.*

(4) Jack went up the hill.
(5) Jill went up the hill.

folgen.

Klarer ist die Lage, wenn man sich auf die Aussagenlogik beschränkt, da in diesem Falle nur eine Formalisierung mit einer Konjunktion in Frage kommt. Interessanter als Davidsons Beispiele mit „and“ sind hier Fragen, wie sie oben (Beispiel (10) und (11) in Kapitel 12.1.1) im Zusammenhang mit der Kontravalenz aufgetaucht sind. Wie Beckermann bemerkt, wird bei den Beispielen

(6) Hans ist blond und 1.80m groß.
(7) Hans ist blond und Hans ist 1.80m groß.
(8) Es ist nicht der Fall, dass Hans nicht 1.80m groß oder dass Hans nicht blond ist.

zwar im Allgemeinen die Auffassung vertreten, dass (6) und (7) die gleiche logische Form haben; aber es gibt „nach übereinstimmender Meinung aller Logiker keinen Zweifel daran“, dass (8) eine andere logische Form als (6) und (7) hat.[9] Die Begründung ist wiederum: wer Standardlogik betreibt, hat sich für eine Logik entschieden, die bei (6) und (7) nur diese Wahl lässt. Allerdings kann man hier fragen, weshalb denn kaum ein Logiker konsequenterweise darauf insistiert, dass Aussagen vom Typ „Entweder A oder sonst B.“ als Instanzen des Schemas

(9) $A \succ\!\!\!\prec B$

und nicht von

(10) $(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$

oder einem ähnlichen Schema formalisiert werden. Der Grund dürfte darin liegen, dass normalerweise mit einer Logik gearbeitet wird, in der es für die Kontravalenz keinen speziellen Junktor gibt. Das wiederum wird meist mit der praktischen Erwägung begründet, dass man diesen Junktor so selten brauche, dass es sich nicht lohne, durch seine Einführung den logischen Formalismus zu komplizieren. Andererseits sind Formalismen, die in dieser Hinsicht noch einfacher sind, indem sie mit nur einem einzigen Junktor, etwa dem Sheffer'schen Strich, auskommen, auch nicht gerade beliebt. Entscheidend ist in dieser Frage offensichtlich, wie bequem es sich mit einem Formalismus arbeiten lässt. Der Preis für solche Bequemlichkeit ist, dass die Nachweise von gewissen Äquivalenzen und gegebenenfalls auch Schlüssen unnötigerweise trivial werden. Soll dies vermieden werden, so wäre von einer Aussagenlogik zu verlangen, dass sie mindestens all diejenigen zweistelligen Junktoren einführt, die beim Formalisieren verwendet werden können, was die 14 sein dürften, die nicht konstant sind.

Bei der Diskussion des Kontravalenz-Beispiels (in Kapitel 12.1.1) ist ferner die Frage aufgetaucht, ob es nicht eine Inkonsequenz darstellt, einerseits für Logiken zu argumentieren, die auch weniger übliche Junktoren berücksichtigen,

[9] *Beckermann: Einführung in die Logik,* S. 44–46.

und andererseits nicht zu verlangen, dass verschiedene umgangssprachliche Formulierungen für dieselben wahrheitsfunktionalen Verknüpfungen beim Formalisieren berücksichtigt werden müssen. Aus der Perspektive der Diskussion in diesem Kapitel könnte man zugunsten der üblichen Systeme der Logik damit argumentieren, dass mit der Einführung von beispielsweise zwei Negationen zur unterschiedlichen Formalisierung von

(11) Die Briefmarke ist nicht gestempelt.
(12) Die Briefmarke ist ungestempelt.

die Menge der möglichen nichttrivialen Nachweise für Äquivalenzen nicht in einem interessanten Sinne vermehrt wird, da die beiden Negationen ja gleich zu definieren wären. (Wobei zwei einstellige Junktoren τ_1 und τ_2 in einer Logik **L** genau dann als gleich definiert gelten, wenn $\tau_1 A \Leftrightarrow_{\mathbf{L}} \tau_2 A$; analog für zwei- und mehrstellige.)

2. *„Vorgängige Transformation, Übersetzung und Analyse“.* Beschränkt man sich auf irgendein System der Standardlogik, wird man nicht darum herumkommen, verschiedene Aussagen gleich zu formalisieren und also, um mit Davidson zu sprechen, auf „vorgängige Transformation, Übersetzung und Analyse“ zurückzugreifen. Damit stellt sich die Frage, welchen Status solchen „Vorbehandlungen“ im Kontext des Formalisierens zukommen soll. Nimmt man Davidsons Argumentation zum Beispiel der Kommutativität der Konjunktion ernst, so stellt sich die Frage, wie denn mit

(13) Jill and Jack went up the hill.

zu verfahren wäre. Offensichtlich muss man auch hier verlangen, dass die Äquivalenz von (13) und (1) mit Hilfe einer logischen Theorie nachgewiesen wird, und deshalb darauf bestehen, dass (13) gleich wie (3) und nicht etwa wie (2) zu formalisieren ist. Das bedeutet aber auch, dass die interne Struktur von konjunktiven Nominalphrasen für die logische Form relevant ist, obschon sie bloß als Konjunktionen von Aussagen formalisiert werden. Folgt man dieser Argumentation, wird man die entsprechenden „Voranalysen“ nicht einfach in den Bereich des Vortheoretischen, etwa die linguistische Kompetenz der Logikerin, verweisen wollen. Dies ist auch Davidsons Position, wenn er solche Probleme zum Zuständigkeitsbereich einer grammatischen *Theorie* zählt.[10] Aus der Perspektive einer Theorie des adäquaten Formalisierens, so wie ich sie hier verstehe, wäre nach (Q1) zu fordern, dass Kriterien für die Adäquatheit von Formalisierungen garantieren, dass Unterschiede in der logischen Form, wie sie (1)/(13) und (2)/(3) zeigen, mindestens dann nicht durch gleiches Formalisieren eliminiert werden, wenn sie in der betreffenden Logik formalisiert werden können. In diesem Sinne wären Unterschiede, die in Davidsons Verständnis grammatischer Natur sind, in einer Theorie des adäquaten Formalisierens zu berücksichtigen.

[10] *Davidson, Harman: The logic of grammar,* S. 5.

Damit ist die Diskussion wieder bei altbekannten Problemen angelangt, nämlich solchen, die sich bereits gestellt haben, als es in Kapitel 5.3.2 um die Frage ging, welche umgangssprachlichen Differenzen bei der Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen berücksichtigt werden müssen. Dies deutet darauf hin, dass die hier aus den Grenzen der Korrektheitskriterien entwickelte Problematik der Adäquatheit gewissermaßen als eine „Erbschaft“ des Problems, wie Aussagesätze Aussagen zuzuordnen sind, interpretiert werden kann. Tatsächlich entspricht das obige Prinzip (Q1) des adäquaten Formalisierens weitgehend dem in Kapitel 5.3.2 diskutierten Kriterium für die Zuordnung von Aussagesätzen zu Aussagen:

(A1) Zwei im selben Schluss vorkommende Aussagesätze dürfen im Kontext einer Logik **L** mindestens dann nicht derselben Aussage zugeordnet werden, wenn sie sich durch ein logisches Merkmal unterscheiden, das in **L** formalisiert werden kann.

Auch die Überlegungen, die zu (A1) geführt haben, sind ganz analog zu denjenigen, mit denen (Q1) begründet wurde: Lässt man zu, dass Äußerungen nicht nach einem einfachen Kriterium, wie beispielsweise „gleiche Worte in gleicher Reihenfolge“, Aussagen zugeordnet werden, so riskiert man damit, logische Nachweise zu trivialisieren.

In den folgenden Kapiteln werden nun ausgehend von (Q1) Kriterien für adäquates Formalisieren diskutiert werden. Dies ist deshalb nötig, weil (Q1) zwar durchaus als ein Grundprinzip des adäquaten Formalisierens aufgefasst werden kann, in verschiedener Hinsicht aber nicht das bietet, was man von einem Kriterium für Adäquatheit wohl erwarten würde:

1. (Q1) formuliert bloß eine notwendige Bedingung für adäquates Formalisieren. Um einen möglichst lückenlosen Nachweis für die Gültigkeit eines Schlusses führen zu können, möchte man sich natürlich auf hinreichende Bedingungen berufen können. Eine erste Verstärkung von (Q1) in Richtung einer hinreichenden Bedingung lässt sich ganz analog wie bei (A1) bewerkstelligen. Es gilt beispielsweise zu verhindern, dass die prädikatenlogische Äquivalenz

(14) Alle Katzen sind schwarz. $\Leftrightarrow$ Es gibt keine Katzen, die nicht schwarz sind.

kurzerhand aussagenlogisch mit dem Schema

(16) $A \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} A$

„nachgewiesen“ wird, weil (14) keine aussagenlogische, sondern eine prädikatenlogische Äquivalenz ist. Diese Art von Pseudonachweisen kann man ausschließen, indem man zu (Q1) noch eine zweite Bedingung hinzufügt:

(Q2) Jede Formalisierung $\boldsymbol{\Phi}$ in einer Logik **L**, die zugleich eine korrekte Formalisierung der Aussage A und der Aussage B ist, ist mindestens dann keine adäquate Formalisierung von A oder keine adäquate Formalisierung von B, wenn sie dies im Kontext einer anderen Logik[11] gemäß (Q1) nicht ist.

Was diese Verschärfung von (Q1) im Einzelnen bedeutet, ist davon abhängig, welche Logiken man berücksichtigt. Dies ist eine durchaus wünschenswerte Konsequenz: Adäquate Formalisierungen können dadurch zu inadäquaten werden, dass eine Logik verfügbar wird, die es erlaubt, zusätzliche logische Merkmale zu formalisieren.

2. Streng genommen können (Q1) und (Q2) auf Formalisierungen einzelner Aussagen nicht angewendet werden. Dies ist aber die typische Problemstellung, nicht nur in der Lehre der Logik, wo vorwiegend Formalisierungen einzelner Aussagen diskutiert oder als Aufgabe gestellt werden, sondern auch im Kontext des Formalisierens als Methode der philosophischen Analyse, die sehr oft nicht darauf abzielt, konkrete Schlüsse als gültig nachzuweisen. In beiden Situationen geht es meist darum, zu zeigen, wie bestimmte Aussagen formalisiert werden können, so dass möglichst beliebige gültige Schlüsse (und nur solche), die diese Aussage enthalten, als gültig nachgewiesen werden können. In einem ähnlichen Sinne können auch die Adäquatheitsprinzipien (Q1) und (Q2) auf einzelne Aussagen übertragen werden. Als zentrale Anforderung an adäquate und nicht bloß korrekte Formalisierungen einer Aussage A resultiert dann, dass sie im Allgemeinen nicht identisch sind mit korrekten Formalisierungen anderer Aussagen, die sich von A durch formalisierbare logische Merkmale unterscheiden. Es ist aber klar, dass sich im Hinblick auf eine einzelne Formalisierung nicht definitiv zeigen, sondern immer nur abschätzen lässt, ob sie diesem Grundsatz genügt oder nicht, weil sie eben nicht mit allen Formalisierungen aller anderen Aussagen verglichen werden kann. Ich werde im nächsten Kapitel einige Vorschläge für Adäquatheitsregeln diskutieren, die man verwenden kann, um eine solche Abschätzung vorzunehmen. Eine andere Möglichkeit, zu berücksichtigen, dass (Q1) und (Q2) letztlich auf alle korrekten Formalisierungen aller Aussagen angewendet werden müssten, besteht darin, ein allgemeines Formalisierungsverfahren vorzuschlagen, von dem man sich überzeugen kann, dass es im Allgemeinen zu Formalisierungen führt, die diese Adäquatheitsprinzipien erfüllen. Darauf werde ich in Kapitel 12.4 zu sprechen kommen.

Noch eine terminologische Anmerkung zum Ausdruck „adäquat", der im Zusammenhang mit Formalisierungen in recht unterschiedlichem Sinne verwendet wird. Soweit ich sehe, hat nur Blau[12] klare Vorschläge für deutsche Termini formuliert. Blau definiert den Begriff der semantischen Adäquatheit einer Formalisierung als semantische Korrektheit plus semantische Vollständigkeit und kommt zum Ergebnis, dass es nicht sinnvoll ist, adäquate Formalisierungen zu verlangen, da der Begriff der semantischen Vollständigkeit in diesem

11 „In einer anderen Logik" ist in demselben Sinne zu verstehen wie die Formulierung in (A2); vgl. die Erläuterung S. 133.

12 *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 6–20.

Zusammenhang keinen klaren Sinn hat. Er schlägt deshalb vor, zusätzlich zur semantischen Korrektheit zu verlangen, dass Formalisierungen syntaktisch korrekt sein müssen und definiert syntaktische Korrektheit im Hinblick auf ein einfaches und allgemeines Formalisierungsverfahren. In der Terminologie dieses Buches entspricht Blaus semantischer Korrektheit die Korrektheit im Sinne des W-Kriteriums. Ein Gegenstück zu Blaus semantischer Vollständigkeit werde ich unter der Bezeichnung „spezifische Formalisierung“ in Kapitel 13.5.1 einführen und diskutieren. Da ich aus ähnlichen Gründen wie Blau die Auffassung vertrete, dass es nur wenig Sinn macht, von einer Formalisierung semantische Vollständigkeit zu fordern, betrachte ich sie nicht als Teil der Adäquatheit, sondern verstehe Adäquatheit so, wie ich sie in diesem Kapitel erörtert habe. Wie sich in Kapitel 12.4 zeigen wird, entsprechen die zusätzlichen Forderungen, die ich für adäquate Formalisierungen noch herausarbeiten werde, in gewisser Weise Blaus Forderung nach syntaktischer Korrektheit.

12.3 Regeln für adäquates Formalisieren

Das Resultat der bisherigen Überlegungen zu den Korrektheitskriterien ist, dass diese zwar gewährleisten, dass korrekte Formalisierungen nur den Nachweis gültiger Schlüsse erlauben, aber sie lassen Formalisierungen zu, die jeder Logiker als offensichtlich absurd zurückweisen würde; vor allem verhindern sie nicht skrupellose Formalisierungen, die es erlauben, völlig triviale „Nachweise“ für die Gültigkeit von Schlüssen zu führen. Als eine erste Möglichkeit, strengere Bedingungen für die Adäquatheit von Formalisierungen anzugeben, werden in diesem Kapitel vier Regeln diskutiert, die man verwenden kann, um solche Formalisierungen als inadäquat auszuschließen, die in der Praxis nicht als adäquat akzeptiert werden. „Regeln“ nenne ich sie, weil es sich nicht um absolut verpflichtende Anforderungen handelt, denen jede adäquate Formalisierung genügen müsste, sondern um ziemlich offen formulierte Prinzipien, die sich vor allem als Richtlinien zur Wahl zwischen verschiedenen Formalisierungsmöglichkeiten eignen. Dies dürfte auch ein Grund dafür sein, weshalb solche Formalisierungsregeln in der Literatur im Allgemeinen nicht ausdrücklich formuliert werden, obschon viele Argumentationen für oder gegen die Adäquatheit von Formalisierungen so verstanden werden können, dass dabei implizit eine dieser Regeln in Anspruch genommen wird.[13]

---

[13] Einige dieser Regeln werden in *Sainsbury: Logical forms,* S. 301–303, diskutiert. In vielen Punkten überschneiden sie sich mit den Formalisierungskriterien in *Epstein: The semantic foundations of logic. Propositional logics,* S. 32–33, und *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* Kap. V.L.

12.3.1 Vier Formalisierungsregeln

Regel der logischen Konstanten

Eine erste Idee für eine zusätzliche Anforderung an adäquate Formalisierungen besteht darin, dass diese keine logischen Konstanten enthalten sollten, zu denen in der entsprechenden Aussage kein umgangssprachliches Gegenstück existiert. Ein solches Argument bietet sich zum Beispiel gegen die Formalisierung von „es regnet" mit einer Aussagenkonstante und einer geraden Anzahl von Negationen an (vgl. (3) in Kapitel 12.1): Solche Formalisierungen sind vor allem deshalb zu verwerfen, weil „es regnet" keinerlei Negationsausdrücke enthält. Auf der gleichen Argumentationslinie kann man gegen die Formalisierung von „es regnet nicht" mit drei Negationen einwenden, dass zwei der drei Negationen nichts in der Aussage entspricht. In eine Regel für adäquates Formalisieren gefasst:

(LK) *Regel der logischen Konstanten.* Eine adäquate Formalisierung Φ einer Aussage A soll nur logische Konstanten enthalten, denen je ein Ausdruck in A entspricht.

Diese Regel bietet eine gewisse Handhabe gegen Blaus skrupellose Formalisierungen: Wenn beim Formalisieren der Prämisse dieser einfach die Konklusion beigefügt wird, muss man in der Formalisierung eine Konjunktion einführen, der in der Prämissen-Aussage nichts entspricht.

Mit der LK-Regel verbinden sich vor allem zwei Probleme:

1. Die Regel setzt voraus, dass man erklären kann, was es bedeutet, dass in einer Aussage ein Ausdruck vorkommt, der einer logischen Konstante „entspricht". Listen mit möglichen umgangssprachlichen Formulierungen für verschiedene logische Konstanten finden sich zwar in den meisten Lehrbüchern, aber es ist offensichtlich, dass dies nur ein Notbehelf ist.

2. Es dürfte kaum möglich sein, eine Fassung dieser Regel zu finden, die nicht durch einen großen Teil auch der einfachsten und völlig unkontroversen Formalisierungen verletzt wird, insbesondere in der Prädikatenlogik. Auch wenn man die Regel sehr großzügig handhabt, genügen ihr zum Beispiel die folgenden Formalisierungen nicht:

(1) Müller ist da, Schmidt ist fort.
(2) Krokodile sind grün.
(3) Hans besitzt ein rotes Fahrrad.

(1.1)	$p \wedge q$	p: Müller ist da	q: Schmidt ist fort
(2.1)	$\forall x(f(x) \rightarrow g(x))$	f(x): x ist ein Krokodil	g(x): x ist grün
(3.1)	$\exists x(f(x) \wedge g(x) \wedge h(a,x))$	f(x): x ist ein Fahrrad	g(x): x ist rot
		a: Hans	h(x,y): x besitzt y

Diese Aussagen enthalten überhaupt kein Gegenstück zu irgendeiner der logischen Konstanten, die in den Formeln vorkommen. Bei (1) kann man das als

Folge der Möglichkeit deuten, in einer Aussage synkategorematische Ausdrücke wegzulassen; bei (2) wäre eine solche Deutung teilweise, nämlich in Bezug auf das Konditional, bei (3) vollständig absurd.

Obwohl die LK-Regel also sicher nicht ein unverrückbares Prinzip des adäquaten Formalisierens darstellt, wird damit doch ein wichtiger Aspekt erfasst. Das zeigt folgendes Beispiel (vgl. Beispiele (2) und (8) in Kapitel 12.1):

(4) Jede Primzahl ist ungerade oder gleich 2.
(5) ⇔? Es gibt keine Primzahl, die nicht ungerade und nicht gleich 2 ist.

(4.1)	$\forall x[p(x) \rightarrow (u(x) \vee x=a)]$	a: 2
(5.1)	$\neg\exists x[p(x) \wedge (\neg u(x) \wedge x \neq a)]$	p(x): x ist eine Primzahl
		u(x): x ist ungerade

Offensichtlich ist der entscheidende Grund, weshalb (4) und (5) verschieden zu formalisieren sind, dass in ihnen verschiedene synkategorematische Ausdrücke vorkommen. Die LK-Regel verlangt, dass dies berücksichtigt wird.

Korrespondenz-Regel

Geht man nochmals von der skrupellosen Formalisierung (Beispiele (13) und (14) in Kapitel 12.1)

(6) Fury ist ein Pferd.

(7) Fury ist ein Tier.

(6.1)	$p \wedge q$	p: Fury ist ein Pferd
(7.1)	q	q: Fury ist ein Tier

aus, kann man zwar mit der LK-Regel argumentieren. Viel näher liegend ist es aber, anzumerken, dass Prämisse und Konklusion getrennt formalisiert werden müssen: Weil in der Prämisse überhaupt nicht die Rede von Tieren ist, kann q in der Formalisierung der Prämisse nicht vorkommen. Der entscheidende Punkt dieser Kritik ist, dass Formalisierung (6.1) eine deskriptive Konstante enthält, die gemäß Korrespondenzschema für einen umgangssprachlichen Ausdruck steht, der in Aussage (6) nicht vorkommt. Solche Argumente motivieren eine der LK-Regel analoge Regel für die deskriptiven Konstanten einer Formalisierung:

(KS) *Korrespondenz-Regel.* Eine adäquate Formalisierung **Φ** einer Aussage A soll im Korrespondenzschema nur umgangssprachliche Ausdrücke enthalten, die auch in A vorkommen.

Besonders einschlägig ist diese Regel bei der absurden Formalisierung (Beispiel (3) in Kapitel 12.1)

(8) Es regnet

(8.1)	$p \wedge ((p \rightarrow (q \wedge r)) \rightarrow ((t \rightarrow t) \wedge ((s \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \rightarrow \neg s))))$	p: es regnet
		q: es schneit
		r, s, t: …

Die KS-Regel verdeutlicht nochmals, wie entscheidend es für die Beurteilung der Adäquatheit von Formalisierungen ist, dass zu einer Formalisierung neben einer Formel auch ein Korrespondenzschema gerechnet wird.

Probleme ergeben sich mit der KS-Regel in erster Linie dadurch, dass diese, was die genauere Interpretation von „vorkommen“ anbelangt, ganz offensichtlich in geeigneter Weise liberal angewendet werden muss. Andernfalls könnten nur ganz wenige auch der allerüblichsten Formalisierungen als adäquat gelten. Wie das Beispiel

(9) Kühe sind Vegetarier.

(9.1) $\forall x(f(x) \rightarrow g(x))$ f(x): x ist eine Kuh; g(x): x ist ein Vegetarier

zeigt, muss man einige Abweichungen zwischen den Ausdrücken in der Aussage und denjenigen im Korrespondenzschema zulassen: in diesem Beispiel der Wechsel von Singular zu Plural, der morphologische Modifikationen und das Verschwinden des unbestimmten Artikels zur Folge hat. Weitere Liberalisierungen sind zum Beispiel nötig, um (P.K1) und (P.K2) als adäquate Formalisierung von „Pferdeköpfe sind Tierköpfe.“ zuzulassen, da in diesem Falle auch die Auflösung von Nominalkomposita erforderlich ist.

Etwas weniger klar ist die Frage, wie man den Umstand werten soll, dass die KS-Regel, auch bei liberaler Interpretation, unkonventionellere Formalisierungsvorschläge wie beispielsweise Davidsons Analyse der Handlungs- und Ereignissätze oder die von Quine vorgebrachte Idee, „looking for“ durch „endeavor to find“ zu analysieren, verbietet.[14] Ich werde in Kapitel 13.5.1 auf diese Frage nochmals zurückkommen.

Regel der Anordnung

Trotz ihrer Unschärfe erfassen die beiden genannten Regeln wohl für die meisten der in Kapitel 12.1 diskutierten Beispiele die wichtigsten Argumente, die man spontan gegen die absurden Formalisierungsvorschläge vorbringen möchte. Einzig die Beispiele zur Kommutativität der Konjunktion (Beispiele (4) und (5) in Kapitel 12.1) haben auch bei einer strengen Anwendung keine Probleme mit der LK- oder KS-Regel. Sollen Äquivalenzen, die auf Kommutativität beruhen, in nichttrivialer Weise nachgewiesen werden, so muss beim Formalisieren vor allem berücksichtigt werden, in welcher Reihenfolge die deskriptiven Ausdrücke stehen. Das motiviert folgende Regel:

(LA) *Regel der linearen Abfolge.* In einer adäquaten Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ einer Aussage A sollen die deskriptiven Konstanten in derselben linearen Abfolge stehen wie die ihnen gemäß dem Korrespondenzschema entsprechenden Ausdrücke in A.

---

14 *Quine: Word and object,* §32. Vgl. *Sainsbury: Logical forms,* S. 303.

Diese Regel garantiert nun, dass

(10) Jack went up the hill and Jill went up the hill.
(11) Jill went up the hill and Jack went up the hill.

verschieden formalisiert werden müssen und der Beweis ihrer Äquivalenz auf der Kommutativität der Konjunktion beruht.

Auch die LA-Regel muss in verschiedener Hinsicht liberal interpretiert werden. Weil es bei der LA-Regel eine Rolle spielt, welche umgangssprachlichen Ausdrücke welchen deskriptiven Konstanten entsprechen, treten zuerst einmal die gleichen Schwierigkeiten wie bei der KS-Regel auf. Zusätzliche Probleme entstehen vor allem deshalb, weil die Bedingung der gleichen linearen Abfolge zu stark ist:

1. Abgesehen von Problemen der Richtung, die sich mit Freges Notation oder arabischen Aussagen ergeben, ist die Regel streng genommen auch für einfachste prädikatenlogische Formalisierungen in der üblichen Notation nicht erfüllbar. Soll zum Beispiel die Aussage

(12) Tom jagt Jerry.

formalisiert werden, sollte die LA-Regel

(12.1) $f(a,b)$ $f(x,y)$: x jagt y; a: Tom; b: Jerry

als adäquat gelten lassen. Das wird durch die heute allgemein verbreitete Präfixnotation für Relationen verhindert, wohingegen die Infixnotation im Stil der *Principia Mathematica* hier kein Problem hätte. Die Regel sollte aber solche Eigenheiten der Notation nicht zu Fragen des adäquaten Formalisierens machen.

2. Wer die Äquivalenz von (10) und (11) mit Hilfe der Formalisierungen

(10.1) $q \wedge p$ p: Jack went up the hill
(11.1) $p \wedge q$ q: Jill went up the hill

nachweisen möchte, würde ebenfalls gegen die LA-Regel verstoßen. In gewisser Weise ist das plausibel, insofern nämlich, als die LA-Regel tatsächlich beim Formalisieren implizit befolgt wird. Allerdings ist es etwas ganz anderes, die Äquivalenz von (10) und (11) mit Hilfe von (10.1) und (11.1) nachzuweisen, als den Pseudonachweis mit

(10.2) $p \wedge q$ p: Jack went up the hill
(11.1) $p \wedge q$ q: Jill went up the hill

vorzuschlagen, da Ersterer ja genauso gut wie der übliche mit Hilfe von

(10.2) $p \wedge q$ p: Jack went up the hill
(11.2) $q \wedge p$ q: Jill went up the hill

auf der Kommutativität der Konjunktion beruht. Damit der Nachweis nicht trivialisiert wird, ist nur wichtig, dass der unterschiedlichen Reihenfolge der beiden Teilaussagen eine unterschiedliche Reihenfolge in den Formeln entspricht.

Besser als die LA-Regel, die eine bestimmte Reihenfolge vorschreibt, wäre deshalb eine allgemeine Regel der Anordnung, die verlangt, dass es eine regelmäßige Beziehung zwischen der Anordnung der deskriptiven Konstanten in der Formel und den ihnen entsprechenden umgangssprachlichen Ausdrücken in der Aussage gibt. Damit wäre das Problem bei Beispiel (12) gelöst. Soll eine solche Regel auch auf Formalisierungen einzelner Aussagen angewendet werden können, bleibt allerdings nichts anderes übrig, als eine bestimmte Reihenfolge vorzuschreiben, da Regelmäßigkeit nur im Hinblick auf Formalisierungen verschiedener Aussagen eine wirksame Bedingung darstellt; betrachtet man bloß eine Formalisierung einer Aussage, so kann trivialerweise immer eine entsprechende Regelmäßigkeit angegeben werden. Interessant wird die Idee einer regelmäßigen Beziehung deshalb vor allem im Zusammenhang mit einem Formalisierungsverfahren. Darauf komme ich in Kapitel 12.4 zu sprechen.

Regel der eindeutigen Formalisierung

Die letzte Regel, die ich vorstellen möchte, wird durch ein bisher noch nicht diskutiertes Problem motiviert. Bei gewissen Aussagen scheint es nicht sinnvoll, von zwei korrekten und äquivalenten Formalisierungen die eine als adäquat und die andere als nichtadäquat auszeichnen zu wollen.[15] So ist es etwa im Beispiel

(13) Der Täter ist blond, dick und kleingewachsen.

offensichtlich irrelevant, welche der beiden äquivalenten Formalisierungen

(13.1)	$p\wedge(q\wedge r)$	p: Der Täter ist blond; q: Der Täter ist dick
(13.2)	$(p\wedge q)\wedge r$	r: Der Täter ist kleingewachsen

man wählt, weshalb meist Klammerersparnisregeln eingeführt werden, die solchen Entscheidungen abhelfen. Damit entsteht aber das Problem, dass nun nicht ausgeschlossen ist, dass jemand vorschlägt, mit Hilfe von

(14) $[A\wedge(B\wedge C)] \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} [(A\wedge B)\wedge C]$

nachzuweisen, dass (13) äquivalent zu (13) ist. Das ist selbstverständlich absurd, da diese Äquivalenz nichts mit der Assoziativität der Konjunktion zu tun hat, sondern auf der Trivialität beruht, dass jede Aussage zu sich selbst äquivalent ist. Wer das mit Hilfe des Schemas (14) nachweisen möchte, würde einen Fehler begehen, der der Trivialisierung von Äquivalenznachweisen mittels skrupellosen Formalisierungen gerade entgegengesetzt ist. Gelegenheit dazu bieten nicht nur die Assoziativität von Konjunktion und Disjunktion, sondern beispielsweise auch der Skopus von Quantoren. So etwa bei der Aussage

(15) Alle Menschen sind sterblich, Gott aber ist unsterblich.

die als Instanz der beiden folgenden Schemata formalisiert werden kann:

[15] Vgl. *Grandy: Some remarks on logical form,* S. 159.

(15.1) $\forall x[(Fx \rightarrow Gx) \wedge A]$
(15.2) $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \wedge A$

Solche Beispiele motivieren eine Regel, die es untersagt, im gleichen Kontext die gleiche Aussage verschieden zu formalisieren:

(EF) *Regel der eindeutigen Formalisierung.* In einer adäquaten Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ einer Aussage A oder eines Schlusses S soll nicht dieselbe Aussage in verschiedener Weise formalisiert werden.

Die Idee zu einer solchen Regel taucht an dieser Stelle nicht zum ersten Mal auf. Sie findet sich in Kapitel 12.1.2 bei der Diskussion der Frage, wie sich Blaus skrupellose Formalisierungen bezüglich Korrektheit gemäß G-Kriterium verhalten. Dort habe ich darauf hingewiesen, dass sich Pseudonachweise für gültige Schlüsse dadurch bemerkbar machen, dass für die gleiche Aussage verschiedene Formalisierungen verwendet werden müssen. Die Formalisierungen waren:

(6)	Fury ist ein Pferd.	
(7)	Fury ist ein Tier.	
(6.1)	$p \wedge q$	p: Fury ist ein Pferd
(7.1)	q	q: Fury ist ein Tier

Der Verstoß gegen die EF-Regel lässt sich hier zwar nicht direkt auf der Ebene der Zuordnung von Formeln zu Aussagen festmachen, zeigt sich aber, wenn man das Korrespondenzschema berücksichtigt: Formalisierung (6.1) setzt voraus, dass (6) sowohl durch „p“ wie durch (6.1) formalisiert wird. Diese Voraussetzung tritt klar zutage, wenn man – zum Beispiel bei der Anwendung des G-Kriteriums auf (6.1) – Schlüsse wie die folgenden betrachtet:

(16) $p \wedge q \Rightarrow_{\mathbf{F}} p$
(17) $p; q \Rightarrow_{\mathbf{F}} p \wedge q$

Wenn nun (6.1) tatsächlich eine Formalisierung von (6) sein soll, müssen die Verbalisierungen dieser Schlüsse wie folgt lauten:

(16.1) Fury ist ein Pferd ⇒ Fury ist ein Pferd.
(17.1) Fury ist ein Pferd; Fury ist ein Tier ⇒ Fury ist ein Pferd.

Das heißt, in (16) und (17) muss (6) sowohl mit „p“ wie mit „$p \wedge q$“ formalisiert werden.

Drei wichtige Probleme stellen sich im Zusammenhang mit der EF-Regel:

1. Bei der Formalisierung einer Aussage A muss die Regel so verstanden werden, dass Teilaussagen, die in A vorkommen, nicht verschieden formalisiert werden dürfen. Dazu bräuchte man genau genommen eine Erklärung, was eine Formalisierung einer Teilaussage ist. Der Versuch, dies zu definieren, stößt auf die Schwierigkeit, dass ein Begriff der Teilaussage benötigt wird, der für umgangssprachliche Aussagen brauchbar ist, und zwar so, dass zum Beispiel auch die beiden Aussagen

(18) Jack went up the hill.
(19) Jill went up the hill.

entsprechend der üblichen Praxis als Teile von

(20) Jack and Jill went up the hill.

gelten.

2. Die EF-Regel setzt voraus, dass klar ist, was es bedeutet, dieselbe Aussage verschieden zu formalisieren. Ich werde in Kapitel 13 im Einzelnen auf die Möglichkeiten eingehen, wie dieselbe Aussage verschieden formalisiert werden kann. Vorläufig können zwei Formalisierungen als verschieden gelten, wenn sie sich in der Formel oder im Korrespondenzschema (oder beidem) unterscheiden.

3. Damit die EF-Regel als sinnvoll akzeptiert werden kann, sollte ausgeschlossen sein, dass die Situation eintritt, dass die Gültigkeit eines Schlusses nur nachgewiesen werden kann, wenn für eine Aussage zwei verschiedene Formalisierungen verwendet werden, so dass der Nachweis also nur unter Verstoß gegen die EF-Regel möglich ist. Wie die Untersuchungen in Kapitel 13 (insb. 13.5.2) zeigen werden, stellt dies kein ernsthaftes Problem dar.

Noch offensichtlicher als die LA-Regel ist die EF-Regel der Idee verpflichtet, nicht willkürlich, sondern irgendwie systematisch zu formalisieren. Die Systematik, die die EF-Regel erzwingt, ist allerdings recht bescheiden, insofern sie nur fordert, eine Aussage im selben Formalisierungskontext gleich zu formalisieren. Die EF-Regel weist damit aber bereits in Richtung eines systematischen Verfahrens der Formalisierung; darauf werde ich in Kapitel 12.4 näher eingehen.

12.3.2 Zur Anwendung der Adäquatheitsregeln: Pferdeköpfe III

Fragt man sich, wie die vorgestellten Regeln für adäquates Formalisieren in der Praxis angewendet werden sollen, so besteht mindestens in einem Punkt kein Zweifel: Die Adäquatheitsregeln sollen nicht die Korrektheitskriterien ersetzen; sie setzen diese vielmehr voraus und sind deshalb bei nichtkorrekten Formalisierungen gar nicht anzuwenden. Schwierigkeiten ergeben sich, weil die Regeln zwar in vielen Fällen verwendet werden können, um inadäquate Formalisierungen auszuschließen, bei konsequenter Anwendung aber dazu führen würden, dass die meisten üblichen Formalisierungen als nichtadäquat gelten müssten. Es droht das Resultat, dass die Regeln Gültigkeitsnachweise mit traditionellen Mitteln beinahe unmöglich machen. Aus diesem Grund sind die Regeln als „soll"-, nicht als „muss"-Bedingungen formuliert und mit verschiedenen Liberalisierungen versehen worden. Ein weiteres Problem ist die Frage, wie die verschiedenen Regeln zusammenspielen sollen. Man muss sich deshalb fragen, ob die ernüchternde Bilanz nicht einfach ist: Die Adäquatheitsregeln eignen sich bestenfalls als Faustregeln, als Ad-hoc-Argumente gegen inadäquate Formalisierungen. Bevor im nächsten Kapitel Gründe für die offensichtlichen Schwächen der Adäquatheitsregeln diskutiert werden, soll näher ausgeführt werden, wie sie sich sinnvoll einsetzen lassen.

Adäquatheit als komparativer Begriff

Da die Adäquatheitsregeln nicht als zwingend zu erfüllende Forderungen aufgefasst werden können, eignen sie sich besser dazu, verschiedene Formalisierungen zu vergleichen, als die Adäquatheit einer einzelnen Formalisierung zu beurteilen. Adäquatheit im Sinne der Adäquatheitsregeln ist deshalb am besten als komparativer Begriff aufzufassen: Wenn mehrere Formalisierungsvorschläge für die gleiche Aussage oder den gleichen Schluss zur Diskussion stehen, ist diejenige Formalisierung vorzuziehen, die am wenigsten gegen die Adäquatheitsregeln verstößt. Bis zu einem gewissen Punkt lässt sich damit die Unschärfe der Adäquatheitsregeln kompensieren, indem man derjenigen Formalisierung den Vorzug gibt, die eine weniger liberale Deutung der betreffenden Regel erfordert, um als regelkonform zu gelten.

Auf derselben Argumentationslinie liegt folgende Überlegung: Wenn eine Formalisierung die LK-, KS-Regel oder LA-Regel nicht erfüllt, muss sie mindestens dann als inadäquat gelten, wenn im Rahmen des gleichen Schlusses eine Formalisierung für die gleiche Aussage vorkommt, die in diesem Punkt nicht mit der betreffenden Regel kollidiert, wenn also eine Verletzung der EF-Regel vorliegt. Wenn allerdings ausschließlich ein Problem mit der EF-Regel vorliegt, wie etwa bei den Beispielen (13) und (15) oben, verlangen die Adäquatheitsregeln lediglich eine freie Entscheidung für *eine* Formalisierung. Wendet man die Regeln in diesem Sinne an, dürften sie ausreichend Handhabe bieten, um triviale Äquivalenznachweise mittels skrupelloser Formalisierungen zu blockieren.

Dass man trotzdem nicht erwarten kann, dass die Adäquatheitsregeln in jedem Falle eine Entscheidung zwischen zwei Formalisierungsvorschlägen erlauben, zeigt sich deutlich, wenn man sie auf die relationenlogischen Beispiele mit Pferdeköpfen, Kreisen und Gewinnzahlen anwendet. Da die drei Beispiele sich in Bezug auf die Adäquatheitsregeln ganz analog verhalten, konzentriere ich mich im Folgenden auf das Beispiel mit den Pferdeköpfen.

1. Die Adäquatheitsregeln erlauben – was mit den Korrektheitskriterien allein nicht möglich war – eine nähere Beurteilung der beiden äquivalenten Formalisierungsvorschläge

(P.K1)	$\forall x \forall y(p(y) \wedge k(x,y) \rightarrow t(y) \wedge k(x,y))$	p(x):	x ist ein Pferd
(P.K4)	$\neg \exists x \exists y((p(y) \wedge k(x,y)) \wedge \neg(t(y) \wedge k(x,y)))$	t(x):	x ist ein Tier
		k(x,y):	x ist Kopf von y

für die Konklusion

(P.K) Alle Pferdeköpfe sind Tierköpfe.

Einschlägig ist hier allein die LK-Regel, weil in Bezug auf KS- und LA-Regel keine Unterschiede bestehen, wie man leicht sieht. (Die EF-Regel scheidet aus, weil im Kontext von De Morgans Argument nur eine der beiden Formalisierungen auftritt.) Das Resultat ist eindeutig: Zwar sind bei beiden Formalisierungen einige Verstöße gegen die LK-Regel zu verzeichnen, aber (P.K4) schneidet eindeutig schlechter ab. Während sich zugunsten von (P.K1) wenigstens eine umgangssprachliche Formulierung für einen Allquantor in (P.K) angeben lässt, ist dies bei den Existenzquantoren, die in (P.K4) vorkommen, nicht möglich. Dazu kommt, dass (P.K4) zwei Negationen enthält, die in (P.K1) nicht vorkommen und ebenfalls ohne umgangssprachliches Gegenstück in (P.K) sind. (P.K4) scheidet somit als adäquate Formalisierung von (P.K1) aus.

Bei den zwei anderen Beispielen ergibt sich das gleiche Resultat, wenn man „wer“ als umgangssprachlichen Ausdruck, der einem Quantor entspricht, gelten lässt; jedenfalls haben (K.K4) und (G.K4) gegenüber (K.K1) und (G.K1) das Problem der beiden zusätzlichen Negationen.

Nimmt man den Verbalisierungstest zu Hilfe, so bestätigt sich dieses Resultat. Für (P.K4) erhält man als Verbalisierung beispielsweise

(P.K') Es gibt keine Pferdeköpfe, die nicht Tierköpfe sind.

Aus der EF-Regel und Überlegungen, die völlig analog zu den obigen sind, ergibt sich, dass die Adäquatheitsregeln garantieren, dass ein Nachweis für die Äquivalenz von (P.K) und (P.K') nicht durch die Verwendung von (P.K1) oder (P.K4) als Formalisierung für beide Aussagen trivialisiert werden kann.

2. Damit bleibt die Frage zu diskutieren, was die Anwendung der Adäquatheitsregeln auf (P.K1) und (P.K2) ergibt. Vergleicht man

(P.K1)	$\forall x \forall y(p(y) \wedge k(x,y) \rightarrow t(y) \wedge k(x,y))$	$p(x)$:	x ist ein Pferd
(P.K2)	$\forall x(\exists y(p(y) \wedge k(x,y)) \rightarrow \exists y(t(y) \wedge k(x,y)))$	$t(x)$:	x ist ein Tier
		$k(x,y)$:	x ist Kopf von y

sieht man wiederum sofort, dass sich bezüglich der KS- und der LA-Regel keine Unterschiede zwischen (P.K1) und (P.K2) ergeben. Da die EF-Regel nicht anwendbar ist, bleibt die LK-Regel, um allenfalls eine der beiden Formalisierungen als adäquater auszuzeichnen. Ein Unterschied lässt sich aber nur an den unterschiedlichen Quantoren in (P.K1) und (P.K2) festmachen. Da (P.K) ohnehin nur einen umgangssprachlichen Ausdruck, nämlich „Alle“, enthält, den man als Gegenstück eines Quantors deuten kann, bleibt schließlich nur das Argument, dass in (P.K2) zwei logische Konstanten (die Existenzquantoren) vorkommen, denen in (P.K) nichts entspricht, während bei (P.K1) lediglich das Problem besteht, dass zwei Allquantoren bloß ein umgangssprachlicher Ausdruck entspricht. Für die Entscheidung zugunsten *einer* adäquaten Formalisierung ist ein solches Argument nicht gerade schlagend, aber man kann mindestens eine Tendenz zugunsten von (P.K1) begründen. Immerhin stimmt dieses Resultat mit den Überlegungen zur Korrektheit in Kapitel 11.4 überein, denen insofern mehr Gewicht beizumessen ist, als dass Korrektheit eine klarer definierte Bedingung der Adäquatheit ist.

Ein interessantes Ergebnis erhält man, wenn man zusätzlich

(P.K0) $\forall x(pk(x) \rightarrow tk(x))$ pk(x): x ist ein Pferdekopf
tk(x): x ist ein Tierkopf

berücksichtigt. Wie sich leicht prüfen lässt, reduzieren sich die Verstöße gegen die Adäquatheitsregeln bei dieser Formalisierung darauf, dass dem Konditional in (P.K0) kein Ausdruck in (P.K) entspricht und die umgangssprachlichen Ausdrücke im Korrespondenzschema nicht genau mit denjenigen in der Aussage übereinstimmen. Dies sind jedoch beides Abweichungen, die systematisch bei allen Aussagen vom Typ „alle X sind Y" auftreten.[16] Damit ergibt sich, dass (P.K0) gemäß den Adäquatheitsregeln eindeutig (P.K1) und (P.K2) vorzuziehen ist. Zu einem gewissen Teil mag dies erklären, weshalb das Pferdekopfbeispiel eine eher schwierige Formalisierungsaufgabe ist: Der informell zweifellos gültige Schluss von (P.P) auf (P.K) lässt sich mit Hilfe einer klar adäquaten Formalisierung nicht nachweisen, sondern nur mit den Formalisierungen (P.K1) und (P.K2), die bezüglich der Adäquatheitsregeln klar schlechter abschneiden.

Die Anwendung der Adäquatheitsregeln auf (P.K1) und (P.K4) sowie (P.K1) und (P.K2) bietet Gelegenheit zu drei wichtigen Beobachtungen: Erstens zeigt sich deutlich, dass die Adäquatheitsregeln sich besser dazu eignen, zwischen zwei äquivalenten Formalisierungsvorschlägen zu entscheiden, als dazu, eine Wahl zwischen zwei Formalisierungen zu begründen, die sich auch in Bezug auf die Gültigkeitsrelevanz unterscheiden. Zweitens bietet das nicht besonders deutliche Resultat bei der Anwendung auf (P.K1) und (P.K2) eine gewisse Erklärung für die Schwierigkeiten, die Logikschüler und -schülerinnen mit diesem Beispiel haben, was ein Hinweis darauf wäre, dass die praktische Fähigkeit des Formalisierens tatsächlich durch solche Adäquatheitsregeln geprägt ist. Drittens zeigt das Beispiel (P.K1)/(P.K2) vor allem, dass die Adäquatheitsregeln keineswegs einen unverrückbaren Maßstab für das Formalisieren abgeben. Mindestens dann, wenn die Möglichkeit, einen informell klar gültigen Schluss nachzuweisen, auf dem Spiel steht, ist man im Allgemeinen bereit, auch Formalisierungen als adäquat zu akzeptieren, die Probleme mit den Adäquatheitsregeln haben.

Ist Adäquatheit vom Kontext abhängig?

Wie lässt sich das Problem entschärfen, dass die meisten gängigen Aussagen streng genommen in irgendeiner Hinsicht eine der Adäquatheitsregeln nicht erfüllen? Geht man von der Formalisierungspraxis aus, bietet sich folgende – wie sich zeigen wird problematische – Strategie an: Man macht die Adäquatheit

[16] Dieses Problem stellt sich nicht, wenn man wie beispielsweise Blau die Auffassung vertritt, dass das Konditional primär dazu dient, beschränkte Allsätze zu formalisieren, für die Formalisierung von „Wenn … dann …"-Aussagen aber nicht brauchbar ist (*Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 92–95). Dann kann man davon ausgehen, dass einem einzelnen Konditional überhaupt kein umgangssprachlicher Ausdruck entsprechen muss, sondern nur in Kombination mit einem Quantor.

einer Formalisierung vom Kontext des Schlusses abhängig, in dem eine Aussage steht. Wenn beispielsweise die Äquivalenz von

(4) Jede Primzahl ist ungerade oder gleich 2.
(5) ⇔? Es gibt keine Primzahl, die nicht ungerade und nicht gleich 2 ist.

nachgewiesen werden soll, ist klar, dass es nicht angeht, beide Aussagen gleich zu formalisieren und die Äquivalenz mit Hilfe des Schemas A $\Leftrightarrow_{\mathbf{F}}$ A nachzuweisen. In einem anderen Kontext kann es dagegen weniger wichtig sein, welche der beiden folgenden Formalisierungen

(4.1)	$\forall x[p(x) \rightarrow (u(x) \vee x=a)]$	a: 2
(5.1)	$\neg\exists x[p(x) \wedge (\neg u(x) \wedge x \neq a)]$	p(x): x ist eine Primzahl
		u(x): x ist ungerade

man für (4) wählt. So zum Beispiel, wenn der Schluss

(21) Jede Primzahl ist ungerade oder gleich 2.
438 ist weder ungerade noch gleich 2.
―――――――――――――――――
438 ist keine Primzahl.

geprüft werden soll. Es scheint mir aber falsch, daraus zu schließen, dass im Kontext von (21) die beiden Formalisierungen (4.1) und (5.1) als gleich adäquat zu gelten hätten. Wenn der Schluss (21) mit Hilfe der Formalisierung (5.1) nachgewiesen wird, deutet man das besser als einen verkürzten Nachweis: Man erlaubt sich, den Nachweis mit Hilfe der weniger adäquaten Formalisierung (5.1) zu führen, weil man voraussetzt, dass die Äquivalenz von (5.1) und (4.1) nachgewiesen werden kann. Ein Nachweis von (21) mit der Formalisierung (5.1) ist einfach deshalb akzeptabel, weil man sich ohne weiteres einen unverkürzten Nachweis mit Hilfe der adäquateren Formalisierung (4.1) vorstellen kann.

Dieser Punkt wird besonders wichtig, wenn man davon ausgeht, dass logisch relevante von logisch irrelevanten Differenzen zwischen Wörtern unterschieden werden müssen. Frege schreibt :

> Ob ich das Wort „Pferd“ oder „Ross“ oder „Gaul“ oder „Mähre“ gebrauche, macht keinen Unterschied im Gedanken. Die behauptende Kraft erstreckt sich nicht auf das, wodurch sich diese Wörter unterscheiden. Was man Stimmung, Duft, Beleuchtung in einer Dichtung nennen kann, was durch Tonfall und Rhythmus gemalt wird, gehört nicht zum Gedanken.[17]

Auch wenn man Freges Theorie der Gedanken nicht teilt und, wie ich, nicht davon ausgeht, dass Gedanken (oder Propositionen) Gegenstand des Formalisierens sind, wird man trotzdem nicht darum herum kommen, eine solche Differenz, zwischen Unterschieden anzunehmen, die bloß unerhebliche Färbungen betreffen, und solchen, die beim Formalisieren berücksichtigt werden müssen. So beispielsweise, wenn man den Schluss

[17] *Frege: Der Gedanke,* S. 37 (Orig. S. 63).

(22) Wale sind Planktonfresser.
Mobby Dick ist ein Walfisch.
―――――――――――――――
Mobby Dick ist ein Planktonfresser.

nachweisen möchte. Nach den Maßstäben der üblichen Formalisierungspraxis ist es völlig unproblematisch, dazu Formalisierungen zu verwenden, die einen Nachweis mit Hilfe des Schemas

(23) $\forall x(Fx \rightarrow Gx); Fa \Rightarrow_{\mathbf{F}} Ga$

erlauben, weil der Unterschied zwischen den Prädikaten „Walfisch" und „Wal" als logisch belangloser „Duft" eingestuft werden kann. Aus diesem Grund wird man auch nicht mit der KS-Regel gegen die Adäquatheit solcher Formalisierungen argumentieren wollen.

Ein Beispiel, das direkter an Freges Beispiele anschließt, wäre:

(24) Alle Pferde sind Tiere.
Fury ist ein Gaul.
―――――――――
Fury ist ein Tier.

Gerade an diesem Beispiel kann man gut zeigen, welche Schwierigkeiten drohen, wenn die KS-Regel so großzügig auslegt wird, dass auch dieser Schluss als Instanz von (23) adäquat formalisiert werden kann. Erlaubt man das, droht nämlich die Folge, dass man einen „Nachweis" von

(25) Fury ist ein Gaul.
―――――――
Fury ist ein Pferd.

mit Hilfe des Schemas

(26) $A \Leftrightarrow_{\mathbf{F}} A$

akzeptieren müsste. Dagegen bietet sich wiederum die Argumentation an, dass die Adäquatheit kontextabhängig zu verstehen sei, nämlich so, dass die Verletzung der KS-Regel im Kontext der Schlüsse (22) und (24) für die Adäquatheit nicht erheblich sei, wohl aber bei (25). Wer sich auf diese *slippery slope* begibt, wird sich die Frage gefallen lassen müssen, unter welchen Bedingungen nun genau die Formalisierung

(27) Fury ist ein Schimmel
(27.1) $f(a) \wedge g(a)$ a: Fury; f(x): x ist ein Pferd; g(x): x ist weiß

gegen die KS-Regel verstößt. In all diesen Fällen scheint es mir falsch, zu argumentieren, Adäquatheit im Sinne der KS-Regel sei kontextabhängig. Besser ist es, darauf zu bestehen, dass (25) kein formal gültiger Schluss ist, sondern vielmehr ein material gültiger, der auf einer semantischen Äquivalenz beruht. Womit man sich die Konsequenz einhandelt, zugeben zu müssen, dass auch der Nachweis von (24) mit Hilfe von (23) eine semantische Äquivalenz voraussetzt.

Weil solche Argumente bedingen, dass gewisse semantische Differenzen für die logische Form relevant sind, andere aber nicht, stellt sich die Frage, nach welchen Kriterien eine solche Unterscheidung zu treffen ist. Dass sich diese Frage kaum in einfacher Weise beantworten lässt, zeigen die Debatten um die Frage, inwiefern Analytizität und Synonymie auf logische Äquivalenz reduzierbar sind. Betrachtet man die Formalisierungspraxis, wie sie in den gängigen Lehrbüchern vermittelt wird, so ist – sofern nicht ausschließlich in dieser Hinsicht unproblematische Schulbeispiele diskutiert werden – der Verdacht nicht von der Hand zu weisen, dass eine Unterscheidung zwischen logisch bedeutsamen und logisch unerheblichen semantischen Differenzen in Anspruch genommen wird, die letztlich auf keine konsistente Position zu bringen ist. Allerdings kann die Position in dieser Frage, und damit auch gegenüber den hier diskutierten Formalisierungen, einfach nicht klarer sein als das zugrunde liegende philosophische Konzept der logischen Form. Dabei scheinen mir die Probleme, die auftauchen, wenn man versucht, Semantik gegen Logik abzugrenzen, zu einem guten Teil daher zu rühren, dass man diese Frage allein von der Logik her angeht. (Eine Strategie, die auch ich in diesem Text verfolge.) Die Schwierigkeit ist wohl weniger, dass man nicht zwischen semantischen und logischen Äquivalenzen unterscheiden könnte, sondern vielmehr, dass man, solange man keine semantische Theorie zur Verfügung hat, auf mehr oder weniger wohlüberlegte vortheoretische Entscheidungen angewiesen ist. Hätte man andererseits passende Theorien für logische und semantische Äquivalenzen, wäre es auch weniger entscheidend, an welcher Stelle die Grenze zwischen Logik und Semantik gezogen wird. Es spricht alles dafür, dass diese Grenze keine messerscharfe sein kann.[18]

12.3.3 Adäquatheitsregeln und der Begriff der logischen Form

Die Adäquatheitsregeln stellen insofern nicht einfach eine Sammlung von Adhoc-Argumentationsweisen gegen bestimmte Formalisierungsfehler dar, als sie sich durchaus durch die Diskussionen zum Begriff der logischen Form in Kapitel 4 motivieren lassen. Eine Zusammenfassung der dort erzielten Resultate war, dass folgende Merkmale von Aussagen zu den logischen zu zählen sind:

(28) (i) welche synkategorematischen Ausdrücke im Schluss vorkommen,
(ii) welchen logischen Kategorien die Ausdrücke im Schluss angehören,
(iii) wie der Schluss strukturiert ist, das heißt wie der Schluss aus synkategorematischen Ausdrücken einerseits und kategorematischen Ausdrücken verschiedener logischer Kategorien andererseits aufgebaut ist. Dazu gehört insbesondere:
– Gleichheit und Verschiedenheit kategorematischer Ausdrücke
– Funktions-Argument-Beziehungen zwischen Ausdrücken

[18] In Kapitel 13.5 werden diese Probleme nochmals zur Sprache kommen.

LK- und KS-Regel können mit (28) wie folgt motiviert werden: diese Regeln prüfen, ob eine Formalisierung nur Vorkommen synkategorematischer beziehungsweise kategorematischer Ausdrücke repräsentiert, die in der formalisierten Aussage tatsächlich gegeben sind. Die LK-Regel lässt sich direkt auf (i) beziehen: Mit ihr soll sichergestellt werden, dass die in einer Formalisierung enthaltenen logischen Konstanten tatsächlich das Vorkommen synkategorematischer Ausdrücke in der formalisierten Aussage repräsentieren. Die KS-Regel lässt sich insofern durch (iii) motivieren, als nur kategorematische Ausdrücke, die in einer Aussage tatsächlich vorkommen, zur Art und Weise ihres Aufbaus aus kategorematischen und synkategorematischen Ausdrücken beitragen können. Die LA-Regel schließlich bezieht sich auf die in (iii) angesprochene logisch relevante Struktur der Aussage, insofern sie sicherstellen soll, dass die durch die lineare Anordnung von Zeichen ausgedrückte Struktur der Aussage nicht in der Formalisierung „durcheinander gebracht" wird.

Etwas anders präsentiert sich die Lage bei der EF-Regel. Sie lässt sich nicht direkt auf einen Aspekt des Begriffs der logischen Form in (28) beziehen, sondern stellt eine Richtlinie für das Vorgehen beim Formalisieren dar, die direkt durch das Problem nichttrivialer Nachweise für triviale Schlüsse motiviert ist. Ich werde mich deshalb im Folgenden auf die ersten drei Regeln konzentrieren.

Betrachtet man die Adäquatheitsregeln aus dieser Perspektive, fällt erstens auf, dass sich nur gewisse Aspekte des Begriffs der logischen Form in diesen Regeln niederschlagen. Nicht nur fehlt den Regeln jeglicher Bezug zur Gültigkeitsrelevanz, sie beziehen sich auch nicht direkt auf logische Kategorien, Funktions-Argument-Beziehungen zwischen Ausdrücken sowie Gleichheit und Verschiedenheit kategorematischer Ausdrücke. Dies spricht allerdings nicht unmittelbar gegen die Adäquatheitsregeln, da man berücksichtigen muss, dass sie Korrektheit voraussetzen. Das Ziel der Adäquatheitsregeln ist nicht, insgesamt zu beurteilen, ob eine Formalisierung eine logische Form einer Aussage repräsentiert, sondern lediglich, eine Entscheidung zwischen verschiedenen korrekten Formalisierungen zu ermöglichen. Zweitens scheint leicht zu erklären, weshalb die Regeln in liberaler Weise angewendet werden müssen. Da sie Tests sind, die sich auf die mit der Schematisierbarkeit zusammenhängenden Aspekte der logischen Form beziehen, übertragen sich alle Probleme und Unschärfen, die in dieser Hinsicht bei der Bestimmung des Begriffs der logischen Form aufgetreten sind, auf die Adäquatheitsregeln.

Allerdings sollte man sich mit solchen Erklärungen nicht einfach zufrieden geben. Geht man von den Adäquatheitsregeln in ihrer strengen Version, das heißt ohne die diskutierten Liberalisierungen, aus, prägen zwei Probleme das Verhältnis zwischen Adäquatheitsregeln, Begriff der logischen Form und Formalisierung:[19]

[19] Vgl. *Sainsbury: Logical forms,* S. 301–303.

1. Wollte man den Begriff der logischen Form ganz von den Adäquatheitsregeln her verstehen, wäre das Resultat etwas ganz anderes als der in obiger Zusammenfassung umrissene Begriff. Auch das dazu passende Konzept der Formalisierung hätte nur wenig mit demjenigen zu tun, das in Teil II entwickelt wurde. Man erhielte etwa Folgendes: Eine Aussage ist eine lineare Folge von Ausdrücken, die in kategorematische und synkategorematische eingeteilt werden; Formalisieren besteht im Wesentlichen darin, synkategorematische Ausdrücke durch logische Konstanten zu ersetzen und die restlichen Ausdrücke durch deskriptive Konstanten abzukürzen; „Synkategorematische Gerüste“, die man auf diese Weise erhält, stellen logische Formen der betreffenden Aussage dar.

Dass der Begriff der logischen Form nicht in solcher Weise auf ein synkategorematisches Gerüst reduziert werden kann, ist bereits in Kapitel 4.2.2 und 4.3 ausgeführt worden. Das dazu gehörende Konzept der Formalisierung ist rein abstraktiv und reduziert die Idee einer transparenten Repräsentation auf Übersicht durch Abkürzen und Verwenden von speziellen Symbolen. Tatsächlich wäre dies, um mit Sainsbury zu sprechen, *deeply unambitious*.[20] Ein solcher Begriff der logischen Form und ein derartiges Konzept des Formalisierens eignen sich auf jeden Fall eher als Pappkameraden, die man jemandem zuschreiben kann, um seine eigene Auffassung dagegen zu kontrastieren. In dieser Rolle sind sie in der Literatur auch zu finden.[21]

2. Die Adäquatheitsregeln stehen auch in ihrer schwächsten Variante in ziemlich direktem Widerspruch zur *misleading form thesis*. Dies lässt sich an einfachsten Standardbeispielen illustrieren: Die *misleading form thesis* lehrt, dass wer sich von der Grammatik (im Sinne einer naiven Syntax, vgl. S. 160) leiten lässt, gute Chancen hat, nach dem Muster

(29) Sokrates ist weise.
(30) Alle Menschen sind sterblich.
(31) Einige Lust ist ein Gut.

(29.1)	$f(a)$	$f(x)$: x ist weise;	a: Sokrates
(30.1)	$f(a)$	$f(x)$: x sind sterblich;	a: alle Menschen
(31.1)	$f(a)$	$f(x)$: x ist ein Gut;	a: einige Lust

inkorrekte Formalisierungen, wie hier (30.1) und (31.1), zu produzieren. Beispiele für adäquate Formalisierungen sind vielmehr

(30.2)	$\forall x(f(x) \rightarrow g(x))$	$f(x)$: x ist ein Mensch;	$g(x)$: x ist sterblich
(31.2)	$\exists x(f(x) \wedge g(x))$	$f(x)$: x ist eine Lust;	$g(x)$: x ist ein Gut

LK- und KS-Regel liefern genau das umgekehrte Resultat. (29.1), (30.1) und (31.1) verstoßen in keinerlei Weise gegen diese Regeln, wohl aber (30.2) und (31.2): (30) enthält keinen Ausdruck, der einem Konditional entsprechen würde, in (31) ist kein Ausdruck zu finden, der einer Konjunktion entspräche, und von

20 *Sainsbury: Logical forms,* S. 301.

21 Vgl. die auf S. 114 zitierten Kommentare zu Johannes Buridanus.

den Ausdrücken in den Korrespondenzschemata zu (30.2) und (31.2) kommt lediglich „ist ein Gut" in der Aussage (31) vor.

Dazu ist allerdings zu bemerken, dass die *misleading form thesis* sich gegen Formalisierungen richtet, die sich an der grammatischen Form orientieren. Für die Adäquatheitsregeln spielt diese aber keine nennenswerte Rolle, da die Regeln sich einfach auf Teile, im Sinne von Abschnitten einer Zeichenkette, der Aussage beziehen. Die Regeln setzen nicht nur die grammatischen Kategorien nicht voraus, sondern überhaupt keine syntaktischen Kategorien außer dem Begriff des Teils einer Zeichenkette. Man könnte daher die Adäquatheitsregeln als Versuche deuten, sich an der *misleading form thesis* vorbeizumogeln, indem man an die Stelle der grammatischen Form das noch einfachere Konzept des Teils einer Aussage setzt, was ganz gut zur oben genannten Auffassung passt, die logische Form könne mit einem synkategorematischen Gerüst identifiziert werden.

Geht man hingegen von den liberalisierten Versionen der Adäquatheitsregeln aus, ergibt sich ein ziemlich anderes Bild. Einerseits lösen die verschiedenen Liberalisierungen den Widerspruch zur *misleading form thesis* auf; sie sind ja gerade eingeführt worden, um solche Probleme zu neutralisieren, wie sie mit den Beispielen (30) und (31) auftreten. Andererseits lockern die Liberalisierungen den strengen Bezug zwischen der Abfolge von logischen respektive deskriptiven Konstanten in der Formel und Ausdrücken in der Aussage. Dadurch entsteht genug Spielraum für ein anspruchsvolles Konzept der logischen Form: Wer die Adäquatheitsregeln in ihrer liberalen Version anwendet, verpflichtet sich damit allein noch nicht auf den anspruchslosen Begriff der logischen Form, der diese einfach als synkategorematisches Gerüst versteht, und muss sich nicht vorwerfen lassen, er ignoriere die *misleading form thesis*. Das taugt allerdings als Ehrenrettung für die Adäquatheitsregeln nicht besonders viel. Insgesamt ergibt sich nämlich: Die Adäquatheitsregeln sind umso plausibler, je vager sie formuliert werden. Ihr trügerischer Vorteil besteht darin, dass sie sich einfach formulieren lassen; der Preis dafür ist, dass sie derart liberal interpretiert werden müssen, dass sie bedeutungslos zu werden drohen. Somit steht man vor der Frage, wie sich die Brauchbarkeit der Adäquatheitsregeln erklären lässt. Die Antwort dürfte sein, dass die Regeln vor allem einen Appell darstellen, sich seine vortheoretischen Urteile über die Adäquatheit von Formalisierungen genau zu überlegen.

Diese Überlegungen zeigen auch, wo man ansetzen muss, wenn man anspruchsvollere Adäquatheitskriterien entwickeln möchte. Die Freiheit, die Adäquatheitsregeln in liberaler Wiese anzuwenden, wäre durch eine genaue Anleitung zu ersetzen, die angibt, wie Formalisierungen auf Adäquatheit geprüft werden können. Das heißt vor allem, es wäre zu erklären, wie Aussagen nach logisch relevanten Kategorien zu analysieren sind. Der einfache Teil dabei ist, die im Kontext einer bestimmten Logik logisch relevanten Kategorien anzugeben, weil dies im betreffenden logischen Formalismus bereits festgelegt ist. Das anspruchsvollere Problem ist, genauer zu erklären, wie mit Hilfe dieser Kategorien umgangssprachliche Aussagen zu analysieren sind. Dass eine solche Erklärung nicht dem logischen Formalismus entnommen werden kann, ist offensichtlich. Ein Ansatzpunkt ergibt sich vielmehr, wenn man von zweifellos adäquaten Formalisierungen ausgeht und versucht, diese als Vorbild für die Formalisierung weiterer Aussagen zu verwenden. Sinnvoll erscheint dieser Ansatz besonders im Hinblick auf die Methodologie des weiten Überlegungsgleichgewichts. Damit lässt sich das Vorgehen wie folgt skizzieren: Ausgangspunkt sind wohlüberlegte Urteile über adäquate Formalisierungen. Ordnende Prinzipien für diese Urteile anzugeben, heißt dann, ein systematisches, also durch möglichst genaue Regeln angeleitetes Verfahren anzugeben, nach dem man beim Formalisieren vorgehen kann. Dabei ist als Hintergrundtheorie die Theorie des gültigen Schließens von zentraler Bedeutung. Insbesondere wird die erste Bedingung, die ein solches Formalisierungsverfahren zu erfüllen hat, selbstverständlich die Korrektheit der resultierenden Formalisierungen sein. Ein zweiter wichtiger Gesichtspunkt wäre, dass ein solches Formalisierungsverfahren die Trivialisierung logischer Nachweise ausschließt; das heißt, die resultierenden Formalisierungen hätten den Bedingungen (Q1) und (Q2) aus Kapitel 12.2 zu genügen. Die Adäquatheitsregeln schließlich könnten im Sinne von regulativen Prinzipien verwendet werden: Es ist ein Formalisierungsverfahren anzustreben, das zu Formalisierungen führt, die möglichst weitgehend diesen Regeln genügen. Diese Idee soll nun eingehender diskutiert werden.

12.4 Formalisieren nach einem systematischen Verfahren

Im Zentrum dieses Kapitels steht das Programm, Formalisierungen nach einem systematischen Verfahren herzustellen. Im Folgenden werde ich auf Möglichkeiten eingehen, dieses Vorhaben in mehr oder weniger anspruchsvoller Weise umzusetzen. Die konsequenteste Version ist sicher der Versuch, einen Formalisierungsalgorithmus zu entwickeln, so dass das Formalisieren grundsätzlich durch eine Maschine erledigt werden könnte. Da ein solches Vorhaben weit über das traditionelle Projekt des Formalisierens hinausgeht, werde ich mich auf grundsätzliche Überlegungen beschränken und in einem Exkurs auf ein wichtiges Paradigma für ein solches Verfahren und einige sprachphilosophische Hintergründe eines solchen Projekts eingehen (Kapitel 12.4.3). Das Hauptgewicht der folgenden Diskussion liegt aber nicht auf solchen Verfahren, sondern auf der Bedeutung, die die Idee, Formalisieren sollte eine systematische Tätigkeit sein, für die traditionelle Formalisierungspraxis hat. Ein erste konkrete Deutung von „systematisch formalisieren“ bietet das Prinzip, analoge Aussagen analog zu formalisieren (Kapitel 12.4.1). Zweitens (Kapitel 12.4.2) werde ich auf das Prinzip eingehen, dass systematisches Formalisieren bedeutet, schrittweise zu formalisieren, und erörtern, wie dieser Gedanke als Grundlage für ein Formalisierungsverfahren im eigentlichen Sinne aufgefasst werden kann.

12.4.1 Das Analogie-Prinzip

Was ich hier als „Analogie-Prinzip" des Formalisierens bezeichne, lässt sich gut anhand einer Argumentationsstrategie gegen Blaus Methode des skrupellosen Formalisierens erklären. Ausgangspunkt ist nochmals (und zum letzten Mal) das Beispiel

(1) Fury ist ein Pferd.
(1.1) $p \wedge q$ p: Fury ist ein Pferd; q: Fury ist ein Tier

Statt mit der KS-Regel einzuwenden, dass in (1) kein Ausdruck wie „Fury ist ein Tier" vorkommt, könnte man vorbringen, diese Formalisierung sei völlig willkürlich: Wer ernsthaft (1) mit (1.1) formalisieren möchte, müsste konsequenterweise zum Beispiel auch so formalisieren:

(2) Fury ist berühmt.
(2.1) $p \wedge q$ p: Fury ist berühmt; q: Fury ist ein Tier

und so weiter bei einer unabsehbaren Anzahl von Beispielen. Damit erhielte man aber eine Menge inkorrekter Formalisierungen, wie zum Beispiel (2.1), und dazu passende triviale und inkorrekte Gültigkeitsnachweise, etwa für

(3) Fury ist berühmt $\not\Rightarrow$ Fury ist ein Tier.

Wer so gegen die Formalisierung (1.1) argumentiert, macht offensichtlich geltend, dass adäquate Formalisierungen analog zu adäquaten Formalisierungen analoger Aussagen sein müssen. Ausdrücklich formuliert findet man ein solches Kriterium der *parity of form* beispielsweise in Epsteins Lehrbüchern: "formalizations should be regular in the sense that each proceeds in analogy with agreed upon formalizations of other examples, the requirement of *parity of form*."[22] Damit man mit einem solchen Kriterium tatsächlich weiter als mit den Adäquatheitsregeln kommt, muss vor allem erklärt werden, was unter „analog" beziehungsweise *parity of form* zu verstehen ist.

In der Praxis hat man damit oft nur wenig Mühe. Bei den meisten Aussagen der Form „X ist ein Y" oder „Alle X sind Y" wird niemand mit einer gewissen Übung im Formalisieren noch besondere Überlegungen anstellen, sondern einfach eine Formel nach den Schemata

(4) Fa
(5) $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

hinschreiben. Das zeigt vor allem, wie gut das Prinzip des analogen Formalisierens verinnerlicht ist, erklärt es aber nicht.

Eine erste Erklärung von „analog Formalisieren" ergibt sich aus der Überlegung, dass davon nicht in Bezug auf einzelne Formalisierungen und Aussagen

22 *Epstein: The semantic foundations of logic. Propositional logics,* S. 33; *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* S. 171. Was Epstein mit *parity of form* genauer meint, wird in Kapitel 12.4.2 erläutert.

gesprochen werden kann. „Analoge Aussagen sind analog zu formalisieren." ist vielmehr eine Forderung, die sich auf Formalisierungen für eine nicht von vornherein beschränkte Anzahl von Aussagen bezieht. Da sich diese Formalisierungen nicht alle einzeln prüfen lassen, versteht man das Analogie-Prinzip am besten als eine Richtlinie, die sich auf das Vorgehen beim Formalisieren bezieht: Adäquate Formalisierungen sollen das Resultat eines systematischen Formalisierungsverfahrens sein; oder mindestens sollte man plausibel machen können, dass sie Resultat eines solchen Verfahrens sein könnten. Letzteres ist Blaus Argumentationsstrategie gegen die skrupellosen Formalisierungen im Stil von (1.1). Für die Adäquatheit einer Formalisierung zu argumentieren, bedeutet dann, zusätzlich zu einem Nachweis der Korrektheit plausibel zu machen, dass diese Formalisierung mit einem möglichst einfachen und allgemeinen Verfahren aus der Aussage erzeugt werden kann.[23] Für eine Argumentation gegen offensichtlich willkürliche Formalisierungen wie (1.1) kann man sich damit vielleicht zufrieden geben; im Hinblick auf die Probleme, die im Zusammenhang mit äquivalenten Formalisierungen diskutiert wurden, kommt man aber nicht allzu weit. Ausschließlich mit Allquantoren zu formalisieren, ist beispielsweise kein komplizierteres oder weniger allgemeines Verfahren als eines, das auch noch Existenzquantoren verwendet.

Ich werde die Idee, Adäquatheit im Hinblick auf ein Formalisierungsverfahren zu erklären, in Kapitel 12.4.2 und 12.4.3 weiter verfolgen. Zuvor soll in einem Exkurs erläutert werden, welche Bedeutung das Analogie-Prinzips für das traditionelle Programm der Formalisierung als logische Analyse hat.

Exkurs: Zu Russells Programm der logischen Analyse

Welch zentrale Bedeutung das Prinzip des analogen Formalisierens für die traditionelle Formalisierungspraxis und das philosophische Programm der logischen Analyse hat, lässt sich gut anhand von klassischen Texten Russells aufzeigen.

Ein günstiger Einstiegspunkt ist Russells Position in der Kontroverse um die Syllogismen nach dem Modus *Darapti.*[24] Dies ist folgende syllogistische Figur:

(6) Alle M sind S
(7) Alle M sind P
(8) Einige S sind P

In der Geschichte der Logik gibt es einen Streit darüber, ob solche Schlüsse gültig sind oder nicht.[25] Für die Gültigkeit sprechen Beispiele wie

23 *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 18–20.

24 Für eine historische Darstellung vgl. *Menne: Logik und Existenz.* Eine Darstellung der verschiedenen Aspekte des Problems bietet *Mulder: The existential assumptions of traditional logic.*

25 Der Modus *Darapti* wird von Aristoteles in der *Ersten Analytik,* 28a16–27, eingeführt. Zu den aristotelischen Beweisen dieses Modus vgl. *Patzig: Die Aristotelische Syllogistik,* S. 147, 169–174, und *Łukasiewicz: Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic,* S. 61–64.

(9) Alle Menschen sind Lebewesen.
(10) Alle Menschen sind vernunftbegabt.
(11) Einige Lebewesen sind vernunftbegabt.

Der Streit um diesen Modus bezieht sich darauf, dass ein solcher Schluss offenbar auf der Annahme beruht, dass es Menschen gibt. Ist dies nämlich nicht der Fall, so kann man so auch nicht schließen, dass es vernunftbegabte Lebewesen gibt. Setzt man für M, S und P drei geeignete Termini ein, ergeben sich Fehlschlüsse wie zum Beispiel:[26]

(12) Alle Chimären sind Lebewesen.
Alle Chimären speien Feuer.
Einige Lebewesen speien Feuer.

Solche Fehlschlüsse sind allerdings in der traditionellen Logik durch die allgemeine Voraussetzung ausgeschlossen, dass in einem Syllogismus keine leeren Termini vorkommen. Russell hat an verschiedenen Stellen gegen diese traditionelle Existenzvoraussetzung argumentiert und dafür plädiert, alle a-Sätze als Instanzen von

(5) $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

zu formalisieren.[27] Abgesehen davon, dass er damit verhindern will, dass aus der Formalisierung von Prämissen der Form (6) und (7) eine Instanz des Schemas

(13) $\exists x(Fx \wedge Gx)$

als Konklusion abgeleitet und so Schlüsse wie (12) als gültig nachgewiesen werden können, argumentiert er vor allem damit, dass bei Beispielen wie[28]

(14) Gesetzesbrecher werden verfolgt.
(15) Alle geflügelten Pferde sind Pferde.

eindeutig nur Formalisierungen nach dem Schema (5) korrekt und deshalb alle a-Sätze so zu formalisieren seien. Mit anderen Worten: er beansprucht das Analogie-Prinzip. Wittgenstein hat sich später ausführlich mit dieser Position auseinandergesetzt und dabei besonders die Auffassung angegriffen, alle a-Sätze seien als Instanzen desselben Schemas zu formalisieren.[29] Einerseits besteht er darauf, dass die Formalisierung von

---

[26] *Russell: The philosophy of logical atomism,* S. 229–230.

[27] *Russell: The philosophy of logical atomism,* Kap. 5; *Russell: Mathematical logic as based on the theory of types,* Kap. 3.

[28] *Russell: The philosophy of logical atomism,* S. 237, und *Russell: My philosophical development,* S. 52. Beispiel (14) adaptiert Russell von Bradleys "All persons found trespassing on this ground will be prosecuted." (*Bradley: The principles of logic,* vol. I, S. 48).

[29] Zusätzlich zu den im Folgenden genannten Stellen: *McGuinness: Wittgenstein und der Wiener Kreis,* S. 38–41, 51–53; *Wittgenstein: Philosophische Grammatik,* Teil II, Kap. II; *Wittgenstein: Vorlesungen 1930–1935,* S. 36, 150–152; *Moore: Wittgenstein's lectures in 1930–33,* S. 296–300.

(16) Alle Menschen sind sterblich.

nach dem Schema (5) nicht korrekt sei:

> Zum Beispiel ‚Alle Menschen sind sterblich'. So wie Russell (x) $\varphi x \supset \psi x$ verwendet, bleibt es sogar dann wahr, wenn es nichts gibt, was der Beschreibung φx entspricht. Also bleibt ‚Alle Menschen sind sterblich' auch dann wahr, wenn es keine Gegenstände gibt, die der Beschreibung ‚Menschen' entsprechen, d.h. wenn φx niemals zutrifft. Das meinen wir jedoch bestimmt nicht, wenn wir derartige Ausdrücke verwenden. Wir meinen nicht, dass alle Menschen auch dann sterblich sind, wenn es keine Menschen gibt.[30]

Andererseits wehrt sich Wittgenstein vor allem dagegen, alle a-Sätze gleich zu behandeln und betont, dass die Ausdrücke für Allgemeinheit („alle", „jeder" usw.) auf sehr unterschiedliche Weise verwendet werden: Es mache einen großen Unterschied, ob sie sich auf Kardinalzahlen, reelle Zahlen, Menschen usw. beziehen; die einzelnen Sätze, in denen sie vorkommen, müssten auf ihre Grammatik hin untersucht werden.[31] Russells Auffassung wie dem *Tractatus* liege die falsche Auffassung zugrunde, es gäbe *eine* grundlegende Logik, die die allgemeine Form aller Sätze angibt.

Auch wenn diese Diskussion keineswegs als abgeschlossen betrachtet werden kann, hat sich doch Russells Standpunkt in der traditionellen Formalisierungspraxis weitgehend durchgesetzt. Fast alle Lehrbücher schließen sich (oft nicht ausdrücklich, aber doch der Sache nach) seiner Position an und gehen davon aus oder erklären explizit, dass a-Sätze generell als Instanzen von Schema (5) adäquat formalisiert werden können. Das Beispiel mit den Pferdeköpfen ist auch hier instruktiv: Kaum jemand hat bezweifelt, dass die einfache Formalisierung (P.K0) der Konklusion (P.K) adäquat ist; ihr Problem ist lediglich, dass sie den gewünschten Nachweis nicht erlaubt.[32] Wenn das Problem der Formalisierung der a-Sätze angesprochen wird, geht es bezeichnenderweise meist um die Frage, ob die syllogistische oder die moderne Analyse die korrekte sei. Was selten ernsthaft erwogen wird, ist die Auffassung, dass es verschiedene Klassen von a-Sätzen gibt, die unterschiedlich formalisiert werden müssen. Hält man dem Wittgensteins Einwand entgegen, die Formalisierung von

(17) Alle Menschen sind sterblich.

durch eine Instanz des Schemas

(5) $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

sei nicht einmal korrekt, zeigt sich sehr deutlich, wie viel Gewicht das Argument, analoge Aussagen seien analog zu formalisieren, gegenüber den Gesichtspunkten der Adäquatheit und sogar gegenüber der Korrektheit hat.

---

30 *Wittgenstein: Vorlesungen 1930–1935,* S. 74–75. Im Text steht fälschlicherweise zweimal „ψx" statt „φx".

31 *Wittgenstein: Vorlesungen 1930–1935,* S. 109, 233–234, 296–297, 326–327.

32 Auf einige Konsequenzen dieser Auffassung gehe ich in Kapitel 13.6 näher ein.

Diese Situation ist geradezu ein Musterbeispiel für die Methodologie des Überlegungsgleichgewichts:[33] Aufgrund wohlüberlegter Urteile über die Adäquatheit von Formalisierungen bestimmter Aussagen, im Falle Russells unter anderem (14) und (15), lässt sich ein einfaches Verfahren – „formalisiere a-Sätze als Instanzen von $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$"– formulieren, das erlaubt, diese Formalisierungsstrategie auf weitere Beispiele auszudehnen. Wenn sich dann als Resultat unter anderem ergibt, dass Aussagen wie zum Beispiel

(18) Alle Einhörner sind violett.
(19) Alle Einhörner sind violett und orange.

als Instanzen von (5) formalisiert werden, so dass sie als wahr gelten, wenn es keine Einhörner gibt, ist das wohl kaum das, was jemand von einem vortheoretischen Standpunkt aus hätte behaupten wollen. Das bedeutet nun nicht zwingend, dass man anders formalisieren müsste, sondern kann im Gegenteil so verstanden werden, dass man dank dem Formalisierungsverfahren für a-Sätze etwas über die logischen Formen der Aussagen (18) und (19) gelernt hat.

In wesentlichen Zügen ist das die Standardmethode der Logik-Didaktik, die so karikiert werden kann: Zuerst wird anhand einiger besonders klarer Beispiele gezeigt, wie man bestimmte Aussagen adäquat formalisieren kann. Vielleicht wird noch erklärt, wie einige weniger klare Beispiele ganz analog behandelt werden können, oder werden Beispiele erörtert, die nicht in analoger Weise adäquat formalisiert werden können; gelegentlich resultieren aus solchen Diskussionen Faustregeln, die man zum Formalisieren verwenden kann; in einzelnen Fällen wird sogar ein Kriterium für die Korrektheit von Formalisierungen eingeführt. Auf jeden Fall muss anschließend das Formalisieren anhand von neuen Beispielen geübt werden. Dabei geht es vor allem darum, dass gelernt wird, zwischen Aussagen zu unterscheiden, die in der vorgeführten Weise adäquat formalisiert werden können, und solchen, bei denen das nicht zu den gewünschten Resultaten führt. Dabei erfahren die Lernenden auch, welche ihrer vortheoretischen Urteile über logische Formen von Sätzen bestätigt werden und welche sie korrigieren müssen. Natürlich erschöpft sich die Didaktik des Formalisierens nicht in diesem Vorgehen; aber die Methodologie des Überlegungsgleichgewichts bietet eine gute Erklärung dafür, weshalb man in der Logiklehre wohl kaum ohne diese Methode auskommen kann.

Von philosophischem Interesse ist das Prinzip, analoge Aussagen in analoger Weise zu formalisieren, aber weniger, weil es sich in der Lehre bewährt. Vielmehr ist ein solches Prinzip zentral für die Idee, das Formalisieren als Methode der Philosophie, als logische Analyse, die zur Klärung von Aussagen dient, zu verwenden. Das Analogie-Prinzip ermöglicht es, anhand von Formalisierungen einzelner Aussagen aufzuzeigen, wie man ganze Klassen von Aussagen analysieren kann. Anderenfalls müsste man für jede Aussage einzeln bestimmen, wie sie adäquat formalisiert werden kann. Dies lässt sich gut an einem Standardbeispiel

[33] *Haack: Philosophy of logics,* S. 33 (von dort stammen auch die beiden folgenden Beispiele).

der logischen Analyse, Russells *On denoting,* illustrieren. Dieser Essay wäre kein Paradigma der analytischen Philosophie, wenn Russell darin lediglich zeigte, wie “The present King of France is bald”, “The round square is round.” und einige weitere Aussagen analysiert werden können. Das hat Russell auch nicht interessiert, sondern vielmehr die Frage, wie diese Aussagen, verstanden als Beispiele für Aussagen, die Kennzeichnungen enthalten, logisch zu analysieren sind. Kurz: es geht nicht um die adäquate Formalisierung von “The present King of France is bald”, sondern um die adäquate Formalisierung von Kennzeichnungen.

Die entscheidende Frage, die das Analogie-Prinzip aufwirft, ist natürlich immer noch, was „analog“ in „analoge Aussagen werden analog formalisiert“ heißen soll. Im Hinblick auf Formalisierungen ist die Erklärung einfach: Zwei Aussagen werden analog formalisiert, wenn die Formalisierung der einen Aussage eine Instanz des Schemas ist, das der Formalisierung der anderen Aussage zugeordnet ist. Die schwierigere Frage betrifft die Analogie von Aussagen. Auf Russells *On denoting* angewendet, ergibt das kurz die Frage: Welche Aussagen enthalten Kennzeichnungen?[34]

Zumindest ein Punkt ist in *On denoting* völlig klar: Es geht Russell sicher nicht darum, Aussagen mit gleicher grammatischer Form als Instanzen derselben Schemata zu formalisieren – das ist ja gerade die Pointe der *misleading form thesis.* Damit beginnt auch Russells Aufsatz: *Denoting phrases* sind Ausdrücke einer bestimmten Form, wobei „Form“ hier offensichtlich in einem grammatischen Sinne zu verstehen ist, so dass kennzeichnende Ausdrücke also Nominalphrasen im Nominativ sind. Da man aber drei verschiedene Weisen des Kennzeichnens unterscheiden kann, muss man in der Logik diese grammatische Klasse in drei Klassen aufteilen.[35] Das weitere Vorgehen Russells ist, im Einzelnen die Wahrheitsbedingungen für Ausdrücke dieser drei Klassen zu untersuchen. Da Russell Kennzeichnungen als *incomplete symbols* behandelt, heißt das genauer: die Wahrheitsbedingungen von Aussagen, die solche Ausdrücke enthalten. Welches diese Wahrheitsbedingungen sind, ist hier weniger von Interesse als die Frage, nach welchem Gesichtspunkt Russell die untersuchten Aussagen in Klassen einteilt. Wiederum handelt es sich um eine „parity of form“;[36] die Frage ist nur, um welche Form es geht. Ganz analog kann man im Hinblick auf die Diskussion des Modus *Darapti* fragen, nach welchem Kriterium zu entscheiden ist, ob ein Satz ein a-Satz ist. Die Interpretation von *On denoting* stößt bei dieser Frage auf die Schwierigkeit, dass Russell von „Propositionen“, „verbalen Ausdrücken von Propositionen“ und von „Sätzen“ spricht, die kennzeichnende Ausdrücke enthalten.[37] Setzt man Sätze mit verbalen Ausdrücken von Propositionen gleich,

---

34 Zum Folgenden vgl. *Neale: Descriptions,* Kap. 2.4, und *Neale: Grammatical form, logical form, and incomplete symbols.*

35 *Russell: On denoting,* S. 41.

36 *Russell: On denoting,* S. 46.

37 “The explanation of *denotation* is now as follows. Every **proposition in which** ‘the author of *Waverley*’ **occurs** being explained as above, the proposition ‘Scott was the author of

bleiben zwei Interpretationen, die allerdings beide Schwierigkeiten bringen:

1. Geht man von einer Unterscheidung auf der Ebene von Propositionen aus, ist das charakteristische Merkmal beispielsweise der a-Sätze, dass sie je Propositionen einer bestimmten Form ausdrücken. Weil sich die Identitätskriterien für die Form einer Proposition aber auf deren logische Form beziehen, läuft das darauf hinaus, dass ein Satz nur dann ein a-Satz sein kann, wenn er als Instanz des Schemas

(5) $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

korrekt formalisiert werden kann. Das führt zweifellos zum richtigen Resultat, ist aber witzlos, weil ein solches Kriterium nicht erlaubt, einen a-Satz als solchen zu erkennen, bevor man ihn formalisiert hat.

2. Sind a-Sätze solche, die sich von anderen Sätzen dadurch unterscheiden, dass sie bestimmte Teile enthalten, dann ist Russells Theorie wesentlich interessanter. Sie erklärt dann die Wahrheitsbedingungen von Sätzen, in denen bestimmte Ausdrücke als Teile vorkommen, und daher auch, wie diese korrekt formalisiert werden können. Für die a-Sätze würde das darauf hinauslaufen, dass zum Beispiel alle Sätze der Form

(20) Alle X sind …

als Instanz des Schemas (5) korrekt formalisiert werden können. Bei Russell lassen sich zahlreiche Äußerungen finden, die eine solche Interpretation nahe legen. So spricht er oft davon, dass *definite descriptions* Ausdrücke der Form „the so-and-so“ seien, oder dass sich die Theorie der *definite descriptions* mit dem Wort „*the* (in the singular)“ befasse.[38] Das Problem dieser Interpretation ist, dass sie zu inkorrekten Formalisierungen führt. So zum Beispiel bei der Aussage:

(21) Alle Teiler einer Zahl sind kleiner als die Quadratwurzel dieser Zahl.

Im Falle der Kennzeichnungen argumentiert beispielsweise Moore mit

(22) The whale is a mammal.

und einer Reihe ähnlicher Beispiele dafür, dass viele Sätze, die mit „the“, gefolgt von einem Substantiv im Singular, beginnen, nicht als Kennzeichnungsaussagen formalisiert werden können.[39]

Waverley' (i.e. 'Scott was identical with the author of *Waverley*') becomes 'One and only one entity wrote *Waverley,* and Scott was identical with that one'.” (*Russell: On denoting,* S. 51; Fettdruck GB).

“The resulting proposition is interpreted according to the rules already given for interpreting **propositions whose verbal expression contains a denoting phrase**.” (*Russell: On denoting,* S. 55; Fettdruck GB).

“According to the view which I advocate, **a denoting phrase is** essentially ***part* of a sentence**, and does not, like most single words, have any significance on its own account.” (*Russell: On denoting,* S. 51; Fettdruck GB).

38 *Russell: Introduction to mathematical philosophy,* S. 167.

39 *Moore: Russell's 'Theory of descriptions',* S. 185–186.

Man kann sich an dieser Stelle an die Diskussion der Adäquatheitsregeln erinnern: Der Vorschlag, alle Sätze, die die Form von (20) haben, als Instanzen desselben Schemas zu formalisieren, ist wiederum ein Versuch, die *misleading form thesis* zu unterlaufen, indem man an die Stelle der grammatischen Form den Begriff des Teils einer Aussage im Sinne eines Abschnitts einer Zeichenkette setzt.

Will man beim Formalisieren nach einem Analogie-Prinzip vorgehen, gerät man also leicht in eine unbequeme Lage: Macht man geltend, dass diejenigen Aussagen analog zu formalisieren seien, die eine gleiche logische Form haben, dann ist das Prinzip nutzlos. Formalisiert man Aussagen gleicher grammatischer Form als Instanzen desselben Schemas, erhält man inkorrekte Formalisierungen; dies gilt ebenso, wenn man versucht, die *misleading form thesis* dadurch zu unterlaufen, dass Sätze, in denen bestimmte Ausdrücke vorkommen, als Instanzen desselben Schemas formalisiert werden.

Diese unbequeme Lage kann durchaus positiv als ein Spannungsfeld verstanden werden, das für die moderne formale Logik als philosophische Methode in der Nachfolge von Frege und Russell typisch ist und von dem diese Tradition der logischen Analyse auch lebt: Einerseits ist Russells Analyse in *On denoting* vor allem deshalb interessant, weil sie zeigt, dass die logische Form nicht einfach aus der grammatischen Form abgeleitet werden kann, da einer grammatischen Form keineswegs nur eine bestimmte wahrheitsrelevante Struktur entsprechen muss. Andererseits wären Russells Analysen nicht interessant, wenn sie sich nicht allgemein auf Sätze mit analoger Form anwenden ließen. Hier bezieht sich „analoge Form“ zwar einerseits auf Wahrheitsbedingungen und andererseits auf das Vorkommen bestimmter Ausdrücke in einer Aussage, bleibt aber letztlich ein offenes Konzept. Womit dafür gesorgt ist, dass dem Projekt der logischen Analyse durch Formalisieren die Probleme nicht ausgehen werden.

Andererseits kann man bezüglich des Projekts, Umgangssprachen mittels Formalisierungen logisch zu analysieren, die Auffassung vertreten, dass die philosophische Problemstellung darin bestehe, Wege der logischen Analyse für interessante Klassen von Aussagen aufzuzeigen, während die Frage, wie sich die resultierenden Analysen systematisch auf die Umgangssprache anwenden lassen, bloß von sprachanalytischem Interesse sei. Da zu einer *philosophischen* Problemstellung immer auch die Reflexion der Voraussetzungen derselben und der vorgeschlagenen Lösungen gehört, scheint mir eine solche Aufgabentrennung allerdings ziemlich problematisch. Das Formalisieren einzelner Aussagen, mit der Absicht, dadurch exemplarische Analysen zu entwickeln, zieht jedenfalls die Frage nach sich, inwiefern und unter welchen Bedingungen solche Analysen den Anspruch erheben können, exemplarische zu sein. Es ist ziemlich trivial zu bemerken, dass mindestens vorausgesetzt werden muss, dass die Analyse exemplarischer Aussagen sich in nicht beliebiger, sondern systematischer Weise nutzen lässt, um andere Aussagen zu analysieren. Somit ist es eine Aufgabe der so verstandenen analytischen Philosophie, sich Klarheit darüber zu verschaffen, was denn eine systematische Anwendung ihrer Einsichten als solche auszeichnet und welches deren Voraussetzungen sind. Die Entwicklung eines Verfahrens, das es für eine bestimmte Umgangssprache tatsächlich erlaubt, Formalisierungen einzelner Aussagen in systematischer Weise zu nutzen, um andere Aussagen zu formalisieren, kann allenfalls als sprachanalytische Aufgabe aufgefasst werden. Dies ist aber deshalb keine zweitrangige Aufgabe, weil einen philosophisch interessanten Formalisierungsvorschlag zu begründen unter anderem auch heißt, zu zeigen, dass er sich in systematischer Anwendung bewährt. Das spricht dafür, das offene Analogie-Prinzip durch die Forderung zu ersetzen, dass adäquate Formalisierungen das Resultat eines systematischen Formalisierungsverfahrens sein sollten. In den beiden folgenden Abschnitten werde ich zwei Vorschläge in diese Richtung diskutieren.

12.4.2 Schrittweise formalisieren

Ein erster, ziemlich bescheidener Schritt in Richtung eines klarer definierten Formalisierungsverfahrens bietet die Idee, das Standardverfahren dadurch aufzuwerten, dass man verlangt, dass die Formalisierung einer Aussage nicht „auf einen Schlag“ hergestellt, sondern in Schritten entwickelt wird.

In diesem Sinne schlägt zum Beispiel Epstein unter dem Etikett *inductive approach to formalizing* vor, die Formalisierung einer Aussage aus Formalisierungen ihrer Teile zusammenzusetzen. Er erläutert seine Idee an der Aussage

(23) Dogs bark and cats meow.

und den beiden äquivalenten Formalisierungsmöglichkeiten

(23.1)	$\forall x[f(x)\rightarrow g(x)]\wedge\forall x[h(x)\rightarrow i(x)]$	f(x): x is a dog	g(x): x barks
(23.2)	$\forall x\forall y[(f(x)\rightarrow g(x))\wedge(h(y)\rightarrow i(y))]$	h(x): x is a cat	i(x): x meows

Epsteins Argument ist, Formalisierung (23.1) sei adäquater als Formalisierung (23.2), weil (23.1) berücksichtigt, dass die Formalisierung von (23) aus den beiden Formalisierungen

(24) Dogs bark.

(24.1) $\forall x(f(x)\rightarrow g(x))$ f(x): x is a dog g(x): x barks

(25) Cats meow.

(25.1) $\forall x(h(x)\rightarrow i(x))$ h(x): x is a cat i(x): x meows

zusammengesetzt werden kann. In ein allgemeines Prinzip des systematischen Formalisierens gefasst, bedeutet das: “We formalize parts of propositions […], then formalize the way those parts are put together in the original.”[40] Es ist ziemlich offensichtlich, dass ein solches Verfahren des schrittweisen Formalisierens zur Standardtechnik des Formalisierens gehört. Das Problem ist, genau anzugeben, wie dieses Verfahren funktioniert: Was heißt es, Teile einer Aussage zu

40 *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* S. 182.

formalisieren, und was bedeutet es, die Art und Weise, wie diese Teile in einer Aussage zusammengesetzt sind, zu formalisieren?

Eine einfache „Lösung“ besteht darin, diesen Fragen dadurch auszuweichen, dass man nicht von den Teilen, sondern von der ganzen Aussage ausgeht. Man beginnt beispielsweise bei (23) mit der einfachst möglichen Formalisierung

(23.3) p p: Dogs bark and cats meow

und gelangt über die Formalisierung

(23.4) $q \wedge r$ q: Dogs bark; r: Cats meow

als Zwischenschritt schließlich zu

(23.1) $\forall x[f(x) \rightarrow g(x)] \wedge \forall x[h(x) \rightarrow i(x)]$ f(x): x is a dog g(x): x barks
h(x): x is a cat i(x): x meows

Die Idee eines solchen Vorgehens ist keineswegs neu. Sie ist offensichtlich eng verwandt mit der Maxime, beim Herstellen von Explizitfassungen schrittweise von außen nach innen zu paraphrasieren (vgl. Kapitel 10.1). Da die einzelnen Formalisierungen immer noch mit dem Standardverfahren gewonnen werden, ist diese Methode des schrittweisen Formalisierens allerdings als Formalisierungsverfahren keine wesentlich präzisere Anleitung als das Standardverfahren. Aber immerhin lässt sich diese Formalisierungsmethode in ein Adäquatheitskriterium ummünzen, das genau definiert werden kann. Dazu geht man von folgender Argumentationsstrategie aus: Wenn (23.4) eine adäquate Formalisierung von (23) ist, so ist das ein gutes Argument dafür, dass (23.2) im Gegensatz zu (23.1) keine adäquate Formalisierung von (23) ist, weil nämlich in (23.2) nicht berücksichtigt ist, dass (23) gemäß (23.4) eine Konjunktion zweier Aussagen ist. Der Witz dieser Überlegung ist natürlich, dass man den Umstand nutzen kann, dass es wesentlich leichter ist, die Adäquatheit einer einfachen Formalisierung, wie zum Beispiel (23.4), zu beurteilen, um für respektive gegen die Adäquatheit einer komplizierteren Formalisierung zu argumentieren. Eine präzise Definition eines Adäquatheitskriteriums, das sich auf diese Argumentationsweise stützt, kann mit Hilfe des Begriffs der genaueren Formalisierung gewonnen werden. Da ich diesen Begriff in Kapitel 13 ausführlich diskutieren werde, schiebe ich die Definition dieses Adäquatheitskriteriums bis dahin auf (vgl. Kapitel 13.6) und lasse es im Moment bei der Veranschaulichung der Idee an obigem Beispiel bewenden.

Einen wesentlichen Schritt über das Standardverfahren des Formalisierens hinaus käme man mit einem Formalisierungsverfahren, das die Formalisierungsstrategie klar definiert, auf die Epstein anspielt: Komplexe Aussagen werden formalisiert, indem ihre Teile und die Art und Weise, wie die Aussage aus diesen Teilen zusammengesetzt ist, formalisiert werden. Verfolgt man diese Idee konsequent weiter, resultiert allerdings ein Projekt, das in verschiedener Hinsicht den Rahmen eines traditionellen Konzepts des Formalisierens sprengt.

12.4.3 Formalisierungsverfahren

Ein konkretes Formalisierungsverfahren für eine gegebene Umgangssprache zu entwickeln, ist ein ausgesprochen komplexes Projekt, so dass hier aus Platzgründen nicht in Einzelheiten darauf eingegangen werden kann. Im Folgenden werden deshalb lediglich einige Leitideen für Formalisierungsverfahren diskutiert und anhand der Vorschläge von Montague und Davidson exemplarisch illustriert, damit wenigstens einige der Konsequenzen aufgezeigt werden können, die sich ergeben, wenn man das Problem des adäquaten Formalisierens von einem Formalisierungsverfahren her angeht.

Anforderungen an ein Formalisierungsverfahren

Will man ein Formalisierungsverfahren entwickeln, das wesentlich anspruchsvoller ist als das in Kapitel 10.1 beschriebene Standardverfahren, so sind vor allem drei Anforderungen von zentraler Bedeutung:

1. *Adäquatheit.* Die erste Bedingung, die ein Formalisierungsverfahren erfüllen sollte, ist selbstverständlich, dass den Aussagen nicht irgendwelche, sondern adäquate Formalisierungen zugeordnet werden. (Im Folgenden kurz: „adäquates Verfahren".) Das soll nicht heißen, dass zuerst für alle Aussagen eine adäquate Formalisierung festgelegt und dann ein Verfahren gesucht wird, das ihnen diese Formalisierungen zuordnet. Es geht vielmehr um ein Überlegungsgleichgewicht: Einzelne Aussagen, bei denen ein klares Urteil über deren adäquate Formalisierung(en) verfügbar ist, werden verwendet, um die Adäquatheit des Verfahrens zu prüfen; sie bilden zusammen mit einer Begründung des Verfahrens in Hintergrundtheorien die Grundlage dafür, es auf andere Aussagen anzuwenden.

Ein Formalisierungsverfahren macht also keineswegs die bisher diskutierten Kriterien der Korrektheit und Adäquatheit überflüssig, weil diese Kriterien benötigt werden, um die Adäquatheit des Verfahrens beurteilen zu können. Dadurch erhalten diese Kriterien aber einen anderen Status als im Kontext des Formalisierens einzelner Aussagen, weil sie nicht nur zum Überprüfen der Resultate des Verfahrens eingesetzt, sondern auch als „Designprinzipien" für adäquate Verfahren aufgefasst werden können. Insbesondere wird man versuchen müssen, zu zeigen, dass ein Formalisierungsverfahren die Adäquatheitsprinzipen (Q1) und (Q2) aus Kapitel 12.2 respektiert, dass es also nicht Formalisierungen liefert, die unnötigerweise zu trivialen Äquivalenznachweisen führen. Lässt sich in überzeugender Weise zeigen, dass ein Formalisierungsverfahren diese Bedingungen erfüllt, kann das Verhältnis zu den Adäquatheitskriterien auch umgekehrt gedeutet werden, insofern man dann für die Adäquatheit einer Formalisierung damit argumentieren kann, dass sie nach diesem Verfahren hergestellt wurde. Damit kommen die diskutierten Aspekte der Adäquatheit und Korrektheit in einer ganz neuen Weise zum Tragen: Statt die Korrektheitskriterien und Adäquatheitsregeln im Zusammenhang mit einzelnen Formalisierungen vorzubringen, wo ihre Anwendung in vielen Fällen nicht unmittelbar zu einem eindeutigen Resultat führt, kann man argumentieren, dass eine Formalisierung diese Anforderungen deshalb erfüllt, weil sie durch ein Verfahren hergestellt wurde, von dem man zeigen kann, dass es im Allgemeinen zu adäquaten Formalisierungen führt.

2. *Systematik*. Was unter einem systematischen Formalisierungsverfahren verstanden werden soll, lässt sich gut anhand der Überlegungen in den vorangehenden Kapiteln aufzeigen. Die erste Deutung von „systematisch" war Blaus Forderung, dass ein Formalisierungsverfahren möglichst allgemein und einfach sein sollte. Die Forderung der Allgemeinheit kann man hier in einem doppelten Sinne verstehen: Erstens lässt sie sich als die Richtlinie deuten, dass ein Formalisierungsverfahren nicht nur für bestimmte einzelne, sondern für eine möglichst große Anzahl von Aussagen, im Idealfall für eine Umgangssprache oder doch wenigstens ein Fragment einer Umgangssprache, definiert werden sollte. Im Hinblick auf die skrupellosen Formalisierungen wichtiger ist zweitens der Gesichtspunkt, dass ein allgemeines Formalisierungsverfahren nach Möglichkeit nicht Regeln angeben soll, die sich auf ganz bestimmte Ausdrücke beziehen, sondern solche, die auf ganze Klassen von Ausdrücken angewendet werden können. Dies gilt in besonderer Weise für die kategorematischen Ausdrücke. Damit werden zum Beispiel Formalisierungsverfahren, die Formalisierungen wie

(26) Paul ist ein Junggeselle.
(26.1) $f(a) \wedge \neg g(a)$ f(x): x ist ein Mann; g(x): x ist verheiratet; a: Paul

produzieren, als zu wenig allgemein und in diesem Sinne unsystematisch ausscheiden. Wie sich oben (S. 271) gezeigt hat, wird damit noch nicht garantiert, dass die resultierenden Formalisierungen den Adäquatheitsprinzipen (Q1) und (Q2) genügen. Dazu muss man vielmehr mit dem Gedanken des Analogie-Prinzips Ernst machen und erklären, welche Klassen von Aussagen analog, das heißt als Instanzen desselben Schemas, formalisiert werden sollen. Das offene Analogie-Prinzip muss durch präzise Regeln ersetzen werden, die es erlauben, tatsächlich zu entscheiden, wie eine Aussage zu formalisieren ist.

Eine wichtige Möglichkeit, hier einen Schritt weiterzukommen, lässt sich wiederum anhand von Epsteins Argumentation (vgl. Kapitel 12.4.2) aufzeigen. Formuliert man Epsteins Anleitung zur Formalisierung seines Beispiels

(23) Dogs bark and cats meow.

etwas detaillierter, erhält man beispielsweise Folgendes: (i) Eine konjunktive Aussage ist eine Aussage, in der eine erste Aussage, die Konjunktion „and" und eine zweite Aussage hintereinander stehen. (ii) Konjunktive Aussagen werden formalisiert, indem man die erste Aussage formalisiert, das Zeichen „∧" anfügt und eine Formalisierung der zweiten Aussage folgen lässt. An dieser Anleitung ist zweierlei bemerkenswert: Erstens gliedert sie sich in zwei Schritte, von denen der erste eine Strukturbeschreibung gewisser umgangssprachlicher Aussagen darstellt, während der zweite Schritt erklärt, wie Aussagen zu formalisieren sind, auf die diese Strukturbeschreibung zutrifft. Zweitens ist ein solches Verfahren insofern nicht bloß allgemein, sondern auch systematisch, als es angibt, welcher Zusammenhang zwischen den Formalisierungen einer Aussage und den Formalisierungen der in ihr enthaltenen Teilaussagen besteht. Verallgemeinert man diese Idee, resultiert etwas, das man als „Kompositionalitätsprinzip des Formalisierens“ bezeichnen könnte: Wie eine Aussage zu formalisieren ist, ist dadurch bestimmt, wie ihre Teile formalisiert werden und wie sie aus diesen Teilen aufgebaut ist.

3. *Effektivität.* Das in Kapitel 10.1 geschilderte Standardverfahren ist vor allem deshalb unbefriedigend, weil es eine sehr unpräzise Anleitung zum Vorgehen beim Formalisieren gibt. Besser wäre ein Verfahren, das in allen Einzelheiten regelt, wie ausgehend von einer Aussage eine adäquate Formalisierung dieser Aussage hergestellt werden kann. Als Leitbild kann die Idee eines effektiven Verfahrens, das heißt eines Formalisierungsalgorithmus dienen. Ein solches Formalisierungsverfahren müsste erstens ein formales Verfahren sein, das sich also nur unter dem Aspekt auf Aussagen bezieht, dass diese Zeichenketten sind, und zweitens ein Verfahren, das so genau geregelt ist, dass es auch von einer Maschine ausgeführt werden könnte.[41]

Die offensichtlichste Folge dieser drei Anforderungen ist die Komplexität eines solchen Verfahrens: Das obige Beispiel mit den konjunktiven Aussagen ist natürlich von ausgesuchter Einfachheit; man käme mit dieser Anleitung, abgesehen davon, dass sie nicht effektiv ist, nicht gerade weit. Daraus sollte man allerdings nicht schließen, dass die Idee eines Formalisierungsverfahrens, das den angeführten drei Prinzipien verpflichtet ist, offensichtlich unrealisierbar oder unsinnig wäre. Allerdings wird ein Verfahren, das diesem Idealbild signifikant näher kommt als das traditionelle Standardverfahren, in drastischer Weise komplizierter als dieses ausfallen müssen. Der Punkt, der hauptsächlich dafür verantwortlich ist, ist gleichzeitig auch derjenige, der den entscheidenden Unterschied zur traditionellen Formalisierungspraxis markiert: Damit ein Formalisierungsverfahren systematisch im erklärten Sinne sein kann, muss eine Strukturbeschreibung der Umgangssprache zur Verfügung stehen, die für die Zwecke des Formalisierens brauchbar ist; wenn ein effektives Verfahren angestrebt wird, muss diese Strukturbeschreibung eine formale sein. Das Programm eines Formalisierungsverfahrens umfasst also als Teilprojekt eine formale Analyse der Umgangssprache. Damit rückt eine Problemstellung in den Vordergrund, die das Formalisieren zu einem sprachanalytischen Programm macht, das der Linguistik näher zu stehen scheint als dem traditionellen Projekt der logischen Analyse von Aussagen zu philosophischen Zwecken, wie man sie etwa von Russell her kennt.

---

41 Die Entwicklung solcher Verfahren ist ein traditionelles Problem der Computerlinguistik. Vgl. z.B. *Carstensen, Ebert, Endriss: Computerlinguistik und Sprachtechnologie* oder *Hausser: Foundations of computational linguistics.*

Daraus nun abzuleiten, dass Formalisierungsverfahren philosophisch uninteressant und der Sprachwissenschaft zu überlassen seien, ist allerdings eine Auffassung, die aus einer allzu oberflächlichen Analyse des Problems der adäquaten Formalisierung resultiert. Demgegenüber ist zu betonen, dass das Projekt eines Formalisierungsverfahrens nicht einfach bedeutet, sich radikal von der traditionellen Formalisierungspraxis abzuwenden, wie sie in klassischen Aufsätzen exemplarisch vorgeführt und in zahllosen Lehrbüchern vermittelt wird. Dass dies nicht der Fall ist, zeigt nur schon eine historische Betrachtungsweise. Es ist durchaus offensichtlich, dass eine kontinuierliche Entwicklungslinie der logischen Analyse von Frege über Montague zu den heute als „formale Semantik" bezeichneten Forschungen besteht.

Am besten versteht man die verschiedenen Projekte zur Entwicklung von Formalisierungsverfahren als „Generalangriff" auf die Probleme der traditionellen Formalisierungspraxis. Neben den Fragen der Korrektheit und Adäquatheit sind dies einerseits die Schwierigkeiten, die sich beim Zuordnen von Äußerungen zu Aussagen ergeben, und vor allem das Problem, wie sich Formalisierungen exemplarischer Aussagen in systematischer Weise als Musterbeispiele für weitere Formalisierungen nutzen lassen. So gesehen ist die Idee, ein effektives und systematisches Formalisierungsverfahren zu entwickeln, nichts anderes als eine, gegenüber der philosophischen Logiktradition vielleicht radikale, Konsequenz aus dem Anspruch der Logik, Normen des gültigen Schließens so zu formulieren, dass auch umgangssprachliche Schlüsse als gültig nachgewiesen werden können.

Wie sich Formalisierungsverfahren sprachphilosophisch motivieren lassen, zeigt sich auch gut anhand der Position von Davidson.[42] Im semantischen Verständnis der Logik, das Davidson vertritt (vgl. Kapitel 4.1.1 und 11.3), macht das Formalisieren nur dann einen Sinn, wenn es Teil einer Bedeutungstheorie einer Sprache ist. Da eine solche Theorie die Wahrheitsbedingungen von Aussagen angeben muss, gehört dazu auch, dass sie die wahrheitsrelevante Struktur von Aussagen, also deren logische Form, analysiert. Somit ist für Davidson umgekehrt die logische Analyse auch ein unverzichtbarer Bestandteil einer Bedeutungstheorie. Versteht man diese Analyse im Sinne des Formalisierens, so bedeutet das, dass an das Formalisieren grundsätzlich die gleichen Anforderungen zu stellen sind wie an eine Bedeutungstheorie. Eine erste solche Forderung ist für Davidson, dass eine Bedeutungstheorie ein Verfahren bieten muss, das es gestattet, für beliebige Aussagen einer Sprache aufgrund einer formalen (d.h. nicht auf die Bedeutung bezogenen) Beschreibung tatsächlich zu entscheiden, was deren Bedeutung ist. Somit muss auch die Analyse der logischen Form

[42] Da hier kein Überblick über Davidsons sprachtheoretische Position gegeben werden kann, sei auf einige deutschsprachige Publikationen verwiesen, die entsprechende Darstellungen enthalten: *Glüer: Donald Davidson zur Einführung; Schaedler-Om: Der soziale Charakter sprachlicher Bedeutung und propositionaler Einstellungen* und *Stüber: Donald Davidsons Theorie sprachlichen Verstehens.*

durch ein effektives Formalisierungsverfahren geleistet werden.[43] Zweitens fordert Davidson, dass eine Bedeutungstheorie kompositional sein muss, das heißt, die Bedeutung eines komplexen Ausdrucks muss festgelegt sein durch die Bedeutung seiner Teile und die Art und Weise, wie er aus diesen Teilen aufgebaut ist.[44] Daraus folgt, dass Formalisierungsverfahren insofern systematisch sein müssen, als die resultierenden Formalisierungen in systematischer Weise durch die syntaktische Struktur der analysierten Ausdrücke festgelegt sein müssen. Drittens bedingt Davidsons Holismus, der eine Bedeutungstheorie prinzipiell auf der Ebene einer Sprache, nicht auf der Ebene einzelner Aussagen verlangt, dass ein solches Verfahren allgemein sein muss, in dem Sinne, dass es Formalisierungen für alle Aussagen einer Sprache anzugeben erlaubt.[45] Schließlich entsprechen Davidsons Anforderungen bezüglich der Adäquatheit von Formalisierungen im Wesentlichen den Adäquatheitsprinzipien (Q1) und (Q2), die in Kapitel 12.2 auch unter Bezug auf seine Argumentation eingeführt wurden. Davidson fasst diese Anforderungen, die im Wesentlichen die Gleichen sind, wie ich sie oben (S. 280–282) bereits eingeführt habe, verschiedentlich im Idealbild der Bedeutungstheorie als Interpretations- und das heißt auch Formalisierungsmaschine zusammen.[46]

Damit steht auch Davidsons Programm vor dem Problem, dass Wege zur formalen Analyse umgangssprachlicher Äußerungen gefunden werden müssen. Wie dieses Problem konkret zu lösen wäre, ist auch für Davidson eine empirische Frage, die mehr der Linguistik als der Philosophie zuzurechnen ist. Sein zentrales Interesse gilt vielmehr der sprachphilosophischen Frage, welche Form eine Bedeutungstheorie für eine Umgangssprache haben müsste. Als Antwort hat er in *Truth and meaning* und anderen Texten die These entwickelt, dass die Struktur einer Bedeutungstheorie grundsätzlich diejenige einer Wahrheitstheorie nach den Vorschlägen von Tarski ist. Selbstverständlich ist aber auch für Davidsons sprachphilosophische Fragestellung entscheidend, dass sich zeigen lässt, dass dieses Programm einer Bedeutungstheorie im Stil einer Tarski'schen Wahrheitstheorie realisiert werden könnte.[47]

Im folgenden Exkurs soll etwas näher darauf eingegangen werden, wie ein Formalisierungsverfahren nach der Vorstellung von Davidson aussehen könnte. Dabei skizziere ich auch Montagues Sprachtheorie, soweit diese als exemplarischer Vorschlag für die Realisation eines solchen Verfahrens gelten kann.

---

43 *Davidson: Theories of meaning and learnable languages,* S. 8; *Davidson: Truth and meaning,* S. 20; *Davidson: Semantics for natural languages,* S. 56.

44 *Davidson: A nice derangement of epitaphs,* S. 436–438; *Davidson: Theories of meaning and learnable languages.*

45 Vgl. *Davidson: Truth and meaning,* S. 22; *Davidson: Radical interpretation,* S. 138–139.

46 *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 123, 128; *Davidson: Truth and meaning,* S. 29; *Davidson: A nice derangement of epitaphs,* S. 437–438.

47 *Davidson: Truth and meaning,* S. 29.

Exkurs: Formalisierungsverfahren bei Davidson und Montague

Um zu sehen, wie ein Formalisierungsverfahren im Rahmen einer Davidsonschen Bedeutungstheorie zu realisieren wäre, kann man die Strategie näher untersuchen, die Davidson zur Entwicklung einer Bedeutungstheorie vorschlägt. Ein guter Ausgangspunkt ist die Frage, welche Rolle die logischen Formeln für Davidson in einer Bedeutungstheorie spielen. Hier fällt zuerst auf, dass Davidson den Begriff der kanonischen Notation weiter als üblich verwendet. Er rechnet dazu nicht nur Ausdrücke einer logischen Formalsprache, sondern auch „geläuterte“ *(purified)* umgangssprachliche Sätze, die ihre semantische Struktur (oder mindestens einen Aspekt davon) explizit zeigen. In diesem Sinn fasst er beispielsweise die rechte Seite des Bikonditionals

(27) 'Jack and Jill went up the hill' is true if and only if Jack went up the hill and Jill went up the hill.

als eine kanonische Notation für die auf der linken Seite erwähnte Aussage auf.[48] Hinter diesem Sprachgebrauch steht seine Auffassung, dass die kanonische Notation, mindestens in letzter Instanz, nur in einer Umgangssprache eingeführt und erklärt werden kann und deshalb alles, was in einer kanonischer Notation ausgedrückt werden kann, prinzipiell auch in der Umgangssprache gesagt werden könnte.[49] Somit sind kanonische Notationen für die Zwecke einer Bedeutungstheorie grundsätzlich entbehrlich, obschon sie natürlich sehr nützlich sind, da sie den entscheidenden Vorteil bieten, dass mit ihrer Hilfe logische Formen „an die Oberfläche gebracht“, das heißt transparent repräsentiert werden können. Man kann deshalb auch jeden Ausdruck, der eine logische Form transparent repräsentiert, als kanonische Notation auffassen.[50]

Kanonische Notationen erfüllen für Davidson noch eine andere wichtige Funktion, indem sie es erlauben, eine Bedeutungstheorie für eine Umgangssprache wie folgt in zwei Teile aufzuteilen:

> I view formal languages or canonical notations as devices for exploring the structure of natural language. We know how to give a theory of truth for the formal language; so if we also knew how to transform the sentences of a natural language systematically into sentences of the formal language, we would have a theory of truth for the natural language. From this point of view, standard formal languages are intermediate devices to assist us in treating natural languages as more complex formal languages.[51]

Anstelle einer direkten formalen Analyse der Umgangssprache sollen also zuerst den Aussagen kanonische Ausdrücke zugeordnet und diese dann analysiert

48 *Davidson: The method of truth in metaphysics,* S. 209. Vgl. dazu *Künne: Truth, meaning and logical form,* S. 11–12.

49 Davidsons Position ist in diesem Punkt sehr nahe bei derjenigen Quines. Vgl. Kapitel 8.2.1.

50 *Davidson: The method of truth in metaphysics,* S. 209–210.

51 *Davidson: The method of truth in metaphysics,* S. 203. Vgl. *Davidson: Truth and meaning,* S. 29; *Davidson: Causal relations,* S. 155.

werden.[52] Dahinter steht die Idee, dass die Analyse eines kanonischen Ausdrucks auch als Analyse einer umgangssprachlichen Aussage verwendet werden kann: Sobald man nämlich weiß, welchen Aussagen welche Ausdrücke der kanonischen Notation entsprechen, kann die Analyse der kanonischen Ausdrücke als Analyse der betreffenden Aussagen interpretiert werden. Die Pointe dieses Vorschlags ist für Davidson, dass als kanonische Notation eine formale Sprache verwendet werden kann, für die bereits eine Wahrheitstheorie verfügbar ist, weil dann „bloß“ noch gezeigt werden muss, wie umgangssprachliche Äußerungen in kanonische Notation übertragen, mit anderen Worten: formalisiert, werden können. Dass Davidson genau darauf hinauswill, zeigt sich klar in seinen Vorschlägen zur Lösung konkreter sprachanalytischer Probleme: Wenn er etwa zu zeigen versucht, wie Handlungssätze oder indirekte Rede analysiert werden können, so beschäftigt er sich mit Vorschlägen, wie entsprechende Äußerungen formalisiert werden können, und geht davon aus, dass wir dank Tarski für die betreffende kanonische Notation eine Wahrheitstheorie haben.[53]

Das Resultat ist also kurz gesagt: Man kann sich eine Bedeutungstheorie als Kombination eines Formalisierungsverfahrens mit einer Wahrheitstheorie denken. Die Schwierigkeiten, die sich bei der formalen Analyse der Umgangssprache ergeben, sind damit natürlich noch nicht gelöst. Sie können zwar in der Wahrheitstheorie unberücksichtigt bleiben, sind aber immer noch ein zentrales Problem für die Entwicklung eines Formalisierungsverfahrens. Einen Hinweis, wie sie gelöst werden könnten, bietet Davidsons Vorschlag, zunächst von einer „zurechtgestutzten“ *(gerrymandered)* Version der Umgangssprache auszugehen:

> The work of applying a theory of truth in detail to a natural language will in practice almost certainly divide into two stages. In the first stage, truth will be characterized, not for the whole language, but for a carefully gerrymandered part of the language. This part, though no doubt clumsy grammatically, will contain an infinity of sentences which exhaust the expressive power of the whole language. The second part will match each of the remaining sentences to one or (in the case of ambiguity) more than one of the sentences for which truth has been characterized. We may think of the sentences to which the first stage of the theory applies as giving the logical form, or deep structure, of all sentences.[54]

Zuerst soll also für eine zurechtgestutzte Sprache, in der sich alles ausdrücken lässt, was in der Umgangssprache gesagt werden kann, eine Theorie entwickelt werden, um dann den „normalen“ umgangssprachlichen Aussagen bereits analysierte Sätze aus der zurechtgestutzten Sprache zuzuordnen. Damit können den umgangssprachlichen Aussagen indirekt logische Formen der zurechtgestutzten Ausdrücke zugeordnet werden. Zwei Vorteile sprechen für dieses zweistufige Verfahren: Erstens kann die formale Analyse der Umgangssprache erheblich

---

52 Davidsons Projekt wird deshalb gelegentlich als „proxy semantics“ bezeichnet (z.B. *Sainsbury: Logical forms,* S. 326–327).

53 *Davidson: The logical form of action sentences* und *Davidson: On saying that.*

54 *Davidson: Radical interpretation,* S. 133.

vereinfacht werden, wenn man die Umgangssprache in grammatischer Hinsicht der Analyse anpasst, und zweitens kann die Mehrdeutigkeit umgangssprachlicher Aussagen in einfacher Weise berücksichtigt werden, indem solchen Aussagen mehrere zurechtgestutzte Ausdrücke zugewiesen werden.

Es bleibt allerdings unklar, wie man sich eine solche zurechtgestutzte Sprache vorzustellen hat. Aufgrund des Zwecks, dem die Zurechtstutzung dienen soll, kann man vermuten, dass Davidson hier an eine Umgangssprache denkt, die morphologisch oder syntaktisch vereinfacht und beispielsweise um Klammern oder Indizes zum Auflösen von Mehrdeutigkeiten ergänzt ist. Eine andere Deutungsmöglichkeit wäre, dass Davidson mit einer zurechtgestutzten Sprache einfach eine kanonische Notation meint. Dies wäre insofern plausibel, als Davidson ja den Begriff der kanonischen Notation weiter als üblich fasst und die Gemeinsamkeiten von Umgangssprache und kanonischer Notation betont, so dass ein allfälliger Unterschied zwischen zurechtgestutzter Sprache und kanonischer Notation sowieso mehr gradueller als prinzipieller Natur wäre. Sollte „zurechtgestutzte Sprache" aber bloß eine andere Bezeichnung für die kanonische Notation sein, so wäre für die Frage, wie ein Formalisierungsverfahren entwickelt werden kann, natürlich nichts gewonnen, weshalb ich nicht von einer solchen Gleichsetzung ausgehe.

Da Davidson nicht im Einzelnen ausführt, wie diese Strategien zur Entwicklung einer Bedeutungstheorie umgesetzt werden könnten, greife ich auf die Sprachtheorie von Montague zurück, um zu zeigen, wie ein Formalisierungsverfahren aussehen könnte. Dabei werde ich mich nicht auf Montagues konkrete Vorschläge für Formalisierungsverfahren[55] beziehen, sondern auf seine *universal grammar* (im Folgenden: UG), die eine allgemeine Theorie solcher Verfahren ist. Da diese Theorie vollständig mathematisch formuliert ist, bedingt eine gründliche Darstellung von UG die Behandlung vieler formaler Einzelheiten. Da dies eine längere Abhandlung erfordern würde, kann es hier lediglich darum gehen, einige für das Verständnis des Formalisierens wichtige Punkte zu erläutern.[56] Dabei werde ich zuerst anhand von Montagues Sprachtheorie skizzieren, wie ein Formalisierungsverfahren aufgebaut sein könnte, und anschließend kurz darauf eingehen, inwiefern sich ein solches Formalisierungsverfahren als Realisation von Davidsons Vorschlägen auffassen lässt.

Montague schlägt vor, bei der Analyse von Umgangssprachen in drei Schritten vorzugehen:

---

[55] Diese finden sich in *Montague: English as a formal language; Montague: The proper treatment of quantification in ordinary English* und in *Montague: Universal grammar,* S. 233–246.

[56] *Link: Montague-Grammatik* ist das einzige Einführungsbuch, das UG eingehend behandelt. Einen kurzen, aber ausgezeichneten Kommentar zu UG bieten *Halvorsen, Ladusaw: Montague's 'Universal Grammar'.* Die im Folgenden erwähnten Prinzipien von Montagues Sprachanalyse sind in *Link: Intensionale Semantik,* S. 110–147, ausführlicher diskutiert; vgl. auch *Stegmüller: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie,* Bd. II, Kap. I.2. Ansonsten ist die Standardeinführung zu Montagues Sprachtheorie *Dowty, Wall, Peters: Introduction to Montague Semantics.*

1. *Disambiguierung.* Als Erstes werden den umgangssprachlichen Aussagen Ausdrücke einer disambiguierten Sprache zugeordnet. Montague lässt offen, wie dies im Einzelnen zu bewerkstelligen ist, definiert hingegen explizit, was disambiguierte Sprachen sind. Die Einzelheiten dieser Definition sind hier weniger interessant; entscheidend ist, dass für sie eine explizite und formale Syntax vorliegt, die den Begriff des wohlgeformten Ausdrucks entscheidbar macht. Mit anderen Worten: disambiguierte Sprachen werden von Montague als formale Sprachen behandelt.

2. *Übersetzung.* Anschließend werden den Ausdrücken der disambiguierten Sprache Formeln einer logischen Formelsprache zugeordnet. Da es Montague auch darum ging, Wege aufzuzeigen, wie man Aussagen analysieren kann, die in den Standardsystemen der Logik nicht korrekt formalisiert werden können, ist er immer von wesentlich komplexeren logischen Systemen ausgegangen, die man etwas pauschal als intensionale Typenlogiken charakterisieren kann.[57] Montagues Theorie der UG kann zwar auch auf die übliche Prädikatenlogik angewendet werden,[58] allerdings gehen damit einige wichtige Pointen seiner Sprachtheorie verloren.

3. *Interpretation.* Der letzte Schritt besteht in einer formalen Semantik, die den Ausdrücken der logischen Formelsprache – und dadurch indirekt denjenigen der disambiguierten Sprache – eine Interpretation zuordnet. Damit kann in der üblichen Weise die Gültigkeit von Schlüssen nachgewiesen werden.

Von besonderem Interesse sind hier die ersten beiden Schritte, weil der dritte Schritt nicht direkt das Formalisieren betrifft.

Das Ziel der Disambiguierung besteht, wie ihr Name sagt, in der Auflösung von Mehrdeutigkeiten. Da zu diesem Zweck Hilfszeichen wie Klammern und Indizes verwendet werden, sind die resultierenden Ausdrücke quasi-umgangssprachliche Sätze. Wie bereits erwähnt, gibt Montague nicht explizit an, welche Aufgaben die Disambiguierung erfüllen soll; er formuliert auch kein Verfahren zur Disambiguierung, sondern definiert lediglich den Begriff der disambiguierten Sprache. Neben dem Auflösen von Mehrdeutigkeiten können deshalb grundsätzlich noch weitere Probleme zur Disambiguierung geschlagen werden. Für die Analyse von deutschen Aussagen bietet es sich zum Beispiel an, in der Disambiguierung eine morphologische Normalisierung vorzunehmen, um sich zu ersparen, in der Syntax der disambiguierten Sprache alle morphologischen Einzelheiten berücksichtigen zu müssen.[59] Damit nun nicht alle Formalisierungsprobleme in diesen vortheoretischen Bereich abgeschoben und im Extremfall den Aussagen kurzerhand logische Formeln als disambiguierte Ausdrücke zugeordnet werden, muss man offensichtlich fordern, dass die

[57] Dass sich Montague damit weniger weit von der Standardlogik entfernt hat, als gelegentlich angenommen wird, zeigt sich darin, dass seine Formalisierungen in einem bestimmten Sinne auf prädikatenlogische reduzierbar sind. Vgl. dazu *Link: Intensionale Semantik,* S. 122–125.

[58] Ein Beispiel findet sich in *Link: Montague-Grammatik,* S. 242–245.

[59] Vgl. *Link: Montague-Grammatik,* S. 8.

Disambiguierung so einfach wie möglich zu halten ist.[60] Betrachtet man Montagues Beispiele, wird sofort klar, dass er nach diesem Prinzip vorgeht: eine große Zahl seiner disambiguierten Sätze sind schlicht englische Sätze. In der Disambiguierung werden also im Wesentlichen Probleme gelöst, die ich zur Argumentationsanalyse rechne, nämlich solche, die sich aus der Mehrdeutigkeit von Aussagen ergeben.

Damit konzentriert sich das Interesse auf den nachfolgenden Schritt der Übersetzung, der das eigentliche Formalisierungsverfahren darstellt. Darauf soll aus der Perspektive der oben (ab S. 280) erläuterten Anforderungen an ein solches Verfahren etwas näher eingegangen werden:

1. *Effektivität.* Die von Montague beschriebenen Übersetzungsverfahren sind vollständig explizit und formal definiert; sie behandeln die Umgangssprache in ihrer disambiguierten Version als eine formale Sprache. Ein Teil von Montagues sprachanalytischem Projekt ist deshalb auch die Entwicklung einer für die Logik brauchbaren formalen Syntax der Umgangssprache oder, genauer gesagt, der disambiguierten Quasi-Umgangsspache. Montague schlägt vor, zu diesem Zweck eine Kategorialgrammatik zu verwenden.[61]

Folgt man der angegebenen Maxime, die Disambiguierung möglichst nur einzusetzen, um Mehrdeutigkeiten zu beseitigen, und berücksichtigt man, dass ein formales Verfahren voraussetzt, dass nach einem einfachen Kriterium festgelegt ist, welche Aussagen in den zu formalisierenden Äußerungen vorliegen, so ergibt sich, dass die Probleme, die ich als solche des Zuordnens von Äußerungen zu Aussagen beschrieben habe (Kapitel 5.3.2), ebenfalls im Rahmen der Formalisierungstheorie behandelt werden müssen. Das hat einerseits eine beachtliche Verkomplizierung des Formalisierungsverfahrens zur Folge; andererseits werden dadurch, dass für die disambiguierte Sprache eine formale Syntax verfügbar ist, diese Probleme einer Theorie zugänglich und brauchen nicht mehr in informeller Weise behandelt oder an eine noch zu entwickelnde syntaktische Theorie delegiert zu werden.

2. *Adäquatheit.* Im Hinblick auf die Adäquatheit ist der entscheidende Punkt, dass ein Formalisierungsverfahren es möglich macht, die Adäquatheitsprinzipien (Q1) und (Q2) wirklich umzusetzen. Weil nicht nur die Logik eine formale Theorie, sondern auch das Formalisierungsverfahren ein explizit formuliertes formales Verfahren ist, verschwindet das Problem, dass Äquivalenznachweise in den vortheoretischen Bereich der Formalisierung verschoben und dadurch trivialisiert werden können, weil solche Nachweise immer vollständig im Rahmen einer Theorie geführt werden. (Q1) und (Q2) verlangen aber noch mehr: formalisierbare logische Merkmale von Aussagen dürfen beim Formalisieren nicht eliminiert werden. Dieses Prinzip ist in Montagues sprachanalytischem

[60] Im Idealfall lässt sie sich einfach dadurch rückgängig machen, dass eingefügte Klammern und Indizes getilgt werden. Vgl. *Link: Intensionale Semantik,* S. 114–116.

[61] Allgemein über Kategorialgrammatik informiert z.B. *Buszkowski, Marciszewski, van Benthem: Categorial grammar.*

Programm dadurch umgesetzt, dass Aussagen zuerst in Abhängigkeit von ihrer syntaktischen Struktur formalisiert und erst anschließend die resultierenden, ziemlich komplexen Formeln auf äquivalente einfachere Formeln reduziert werden.[62] Für die bereits in Kapitel 7.3 erwähnte Aussage

(28) John is a man.

schlägt Montague als Formalisierung beispielsweise

(28.1) $\lambda P[P\{j\}](^\wedge\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}\{^\wedge\lambda y[x=y]\}(^\wedge\lambda P[\lambda Q\exists z[P\{z\}\wedge Q\{z\}]](^\wedge\mathbf{man'})))$

vor, wobei gezeigt werden kann, dass (28.1) äquivalent ist zu[63]

(28.2) $\mathbf{man'}(j)$

3. *Systematik*. Ein Kompositionalitätsprinzip der Formalisierung, wie es oben (S. 281) skizziert wurde, spielt für Montagues Sprachtheorie eine entscheidende Rolle. Dass die Formalisierung einer Aussage eine Funktion der Formalisierungen ihrer Teile und ihres syntaktischen Aufbaus sein soll, wird im theoretischen Rahmen von UG dadurch sichergestellt, dass (grob gesagt) die Übersetzungsfunktion ein Homomorphismus von der Syntax der disambiguierten Sprache in die Syntax der logischen Formelsprache sein muss.[64] Dazu muss das bisherige Konzept des Formalisierens erweitert werden, indem der Begriff der Formalisierung nicht nur für Aussagen, sondern auch für Teile von Aussagen, wie Prädikate, Individuenbezeichnungen usw., eingeführt wird. Insgesamt liefert Montagues Sprachtheorie eine klare Definition der oben (S. 278) genannten Idee, dass Formalisierungen aus den Formalisierungen ihrer Teile „zusammengesetzt“ werden sollen. Das Prinzip kann wiederum am Beispiel (28.1) illustriert werden: Die Formalisierung (28.1) ist eine Funktion der Formalisierungen von „John“

(29) $\lambda P[P\{j\}]$

und „is a man“

(30) $\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}\{^\wedge\lambda y[x=y]\}(^\wedge\lambda P[\lambda Q\exists z[P\{z\}\wedge Q\{z\}]](^\wedge\mathbf{man'}))$

Formalisierung (30) wiederum entsteht aus den Formalisierungen von „a“, „man“, und „be“ in folgender Weise:

---

[62] Vgl. *Link: Montague-Grammatik,* S. 193.

[63] Vgl. *Dowty, Wall, Peters: Introduction to Montague Semantics,* S. 229.

[64] Ein solches Kompositionalitätsprinzip für Formalisierungen, ist vom üblichen Kompositionalitätsprinzip der Bedeutung zu unterscheiden, wonach die Bedeutung eines komplexen Ausdrucks eine Funktion der Bedeutung seiner Teile ist. Letzteres bildet für Montague selbstverständlich die Motivation für Ersteres. Sein Ziel ist eine kompositionale Semantik für die disambiguierte Sprache. Zu verschiedenen Versionen des Kompositionalitätsprinzips vgl. *Janssen: Compositionality.* Das Kompositionalitätsprinzip der Bedeutung wird üblicherweise Frege zugeschrieben; zu Frege vgl. *Dummett: Frege. Philosophy of language,* S. 152–157; zu historischen Fragen: *Janssen: Foundations and applications of Montague grammar,* Bd. 1, S. 5–11.

(31) **a** $\lambda P[\lambda Q\exists z[P\{z\}\wedge Q\{z\}]]$
man **man'**
a man $\lambda P[\lambda Q\exists z[P\{z\}\wedge Q\{z\}]](^\wedge\mathbf{man'})$
be $\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}\{^\wedge\lambda y[x=y]\}$
is a man $\lambda\mathcal{P}\lambda x\mathcal{P}\{^\wedge\lambda y[x=y]\}(^\wedge\lambda P[\lambda Q\exists z[P\{z\}\wedge Q\{z\}]](^\wedge\mathbf{man'}))$

Auch das in Kapitel 12.4.1 diskutierte Analogie-Prinzip spielt für Montagues Sprachtheorie eine wichtige Rolle, allerdings nicht in der allgemeinen Theorie von UG, sondern in seinen konkreten Vorschlägen für Formalisierungsverfahren und Bedeutungstheorien. Montague verwendet dabei Strukturanalysen für umgangssprachliche Aussagen und Formalisierungsregeln, die sich weitestgehend an den Kategorien der „naiven" Grammatik orientieren, so dass Sätze mit analoger grammatischer Struktur wenn immer möglich analog formalisiert werden.[65] Beispielsweise wird die in (31) angegebene Formalisierung von „is a man" auch bei der Formalisierung von Aussagen wie "Every man is a man." oder "The iron man is a man." verwendet. Montagues Formalisierungsverfahren zeigen somit, dass das Analogieprinzip des Formalisierens tatsächlich in präziser Weise umgesetzt werden kann. Damit scheinen sie aber zu zeigen, dass die *misleading form thesis* nicht haltbar ist. Dies ist jedoch bloß insofern richtig, als Montagues Sprachanalysen tatsächlich – gegen die *misleading form thesis* – die grammatische Form zum Leitfaden der logischen Analyse nehmen. Andererseits wird die *misleading form thesis* keineswegs widerlegt, weil sie sich nämlich damit erklären lässt, dass die grammatische Form im Hinblick auf reduzierte Formalisierungen wie oben (28.2) irreführend ist, nicht aber in Bezug auf die „eigentlichen" Formalisierungen wie zum Beispiel (28.1).[66]

Setzt man Montagues Theorie der Formalisierungsverfahren in Beziehung zu Davidsons Sprachtheorie, kann man die Theorie von UG durchaus als eine Theorie interpretieren, die angibt, wie Davidsons Programm realisiert werden kann. Dies ist besonders dann plausibel, wenn man Davidsons zurechtgestutzte Sprache mit Montagues disambiguierter Sprache und Davidsons kanonische Notation mit Montagues logischer Formelsprache identifiziert. Begründen lässt sich dieser Vorschlag vor allem damit, dass die Rolle, die die kanonische Notation bei Davidson spielt, ziemlich genau Montagues Idee der indirekten Interpretation entspricht, und Davidsons Methode, mit einer zurechtgestutzten Umgangssprache zu arbeiten, im Wesentlichen den gleichen Zielen dient, wie Montagues disambiguierte Sprache. Damit soll nun nicht etwa gegen Davidson die Auffassung zu vertreten werden, (zurechtgestutzte) Umgangssprachen und formale Sprachen seien zwei wesentlich verschiedene Typen von Sprachen. Vielmehr eröffnet Davidsons Auffassung, dass sowohl die Ausdrücke der zurechtgestutzten Sprache wie diejenigen der kanonischen Notation zwar für bestimmte Zwecke eingeführt werden, grundsätzlich aber entbehrlich (weil

[65] Vgl. dazu *Link: Intensionale Semantik,* S. 117–122.
[66] Vgl. dazu die Ausführungen zu Montague in Kapitel 7.

durch umgangssprachliche ersetzbar) wären, die Möglichkeit, die verschiedenen Verwendungszwecke klar zu unterscheiden. Zurechtgestutzte Sprachen dienen in dieser Interpretation dem Zweck einer dem Formalisierungsverfahren vorangehenden vortheoretischen „Bereinigung", während kanonische Notationen verwendet werden, um das Resultat der logischen Analyse darzustellen.

Davidsons bedeutungstheoretisches Programm wird in der Literatur allerdings meist nicht mit demjenigen Montagues in Verbindung gebracht, sondern viel eher mit der generativen Grammatik.[67] Der wichtigste Grund dafür ist wohl, dass Montagues intensionale Typenlogik damit unvereinbar scheint, dass Davidson darauf insistiert, dass eine Bedeutungstheorie wenn immer möglich im Rahmen der Quantorenlogik erster Stufe realisiert und dabei lediglich ein absoluter (insbesondere nicht auf mögliche Welten relativierter) Wahrheitsbegriff vorausgesetzt werden sollte (vgl. S. 224). Dieses Hindernis ist aus zwei Gründen nicht unüberwindlich: Erstens ist Montagues UG-Theorie von seiner intensionaler Typenlogik unabhängig; sie lässt sich grundsätzlich auch auf extensionale Sprachen anwenden. Zweitens erstreckt sich Davidsons Gebot, auf semantische Begriffe zu verzichten, nur auf seine W-Äquivalenzen, das heißt auf diejenigen Sätze, die nach Davidson in einer Bedeutungstheorie bewiesen werden müssen und eine entscheidende Rolle bei deren Überprüfung spielen. Grundsätzlich lässt dies die Möglichkeit offen, W-Äquivalenzen, so wie sie von Davidson gefordert werden, mit Hilfe einer Theorie im Stil der UG zu beweisen und so den ganzen intensionalen Apparat von Montagues Logik in der Theorie, die für solche Beweise verwendet wird, zu „verstecken".[68]

Die Deutung von Montagues sprachtheoretischem Programm als eine mögliche Realisation von Davidsons Traum einer mechanischen Zuordnung von kanonischen Ausdrücken zu umgangssprachlichen Aussagen hat verschiedene Vorteile. Erstens gewinnt man damit genaue Definitionen von zurechtgestutzten Sprachen, kanonischen Notationen, Formalisierungsverfahren und Interpretation. Von entscheidender Bedeutung für Davidsons Sprachtheorie ist zweitens, dass sich im Rahmen der UG nachweisen lässt, dass (mindestens unter bestimmten wohldefinierten Voraussetzungen) Formalisierungstheorie und Wahrheitstheorie für die kanonische Notation tatsächlich so kombiniert werden können, dass die gewünschte Eigenschaft der Kompositionalität erhalten bleibt. Damit ist auch gezeigt, dass aus der Kombination von Formalisierungsverfahren und Wahrheitstheorie tatsächlich eine Bedeutungstheorie der Umgangssprache (bzw. ihrer zurechtgestutzten Version) resultiert, die Davidsons Anforderungen genügt. Für dieses Resultat muss zwar vorausgesetzt werden, dass sich Davidsons Kompositionalitätsprinzip tatsächlich in der von Montague vorgeschlagenen Fassung adäquat algebraisch formulieren lässt,[69] doch kann man entsprechenden

67 Vgl. Punkt 2, S. 159.

68 Vgl. *Evans: Semantic structure and logical form,* S. 69–70; *Montague: English as a formal language,* S. 209.

69 Zur Frage, welche Version des Kompositionalitätsprinzips durch Montagues algebraische

Einwänden entgegenhalten, dass Davidson demgegenüber einfach davon ausgeht, dass das mehrstufige Vorgehen bei der Anwendung einer Tarski'schen Wahrheitstheorie auf eine Umgangssprache die Eigenschaft der Kompositionalität wahrt.

Formalisieren aus der Perspektive eines Formalisierungsverfahrens

Zieht man in dieser Weise aus den bisher diskutierten Problemen der adäquaten Formalisierung die Konsequenzen in Form eines Formalisierungsverfahrens, kann das natürlich für das Konzept des Formalisierens und seine Rolle im Ganzen der Logik nicht ohne Folgen bleiben:

1. *Formale Analyse der Umgangssprache.* Die Anforderung, dass ein Formalisierungsverfahren effektiv und systematisch sein soll, hat zur Folge, dass das Formalisieren nicht mehr einfach als ein Zuordnen von Formalisierungen zu Aussagen verstanden werden kann, das zwar gewissen Adäquatheitsbedingungen genügen muss, aber sonst weitgehend unreglementiert bleibt. Vielmehr wird diese Zuordnung im Kontext eines Formalisierungsverfahrens Regeln unterworfen, die formal und effektiv bestimmen, welche Formalisierungen welchen Aussagen zugeordnet werden. Formalisierungsverfahren treten also mit dem Anspruch auf, einen großen Teil der gängigen Formalisierungsprobleme dadurch zu lösen, dass an die Stelle von Sprachkompetenz, Phantasie usw. eine Theorie gesetzt wird, indem die Methode des Formalismus so ausgedehnt wird, dass sie auf die Umgangssprache angewendet werden kann. Dies wiederum setzt eine geeignete formale Strukturbeschreibung der umgangssprachlichen Aussagen voraus. Ein zentraler Unterschied zur Standardpraxis des Formalisierens besteht deshalb darin, dass Formalisierungsverfahren den sprachanalytischen Aspekt des Formalisierens sehr viel ernster nehmen. Wer ein Formalisierungsverfahren angeben will, das den hier diskutierten Anforderungen genügt, ist gezwungen, Einzelheiten der Analyse der Umgangssprache in Regeln zu fassen, die von den meisten Logikern einfach unter der Etikette „Kunst“ in den vortheoretischen Bereich abgeschoben werden. Dieser Aspekt der Formalisierungsverfahren ist es denn auch, der für die auffälligsten Unterschiede zu den traditionelleren logischen Theorien verantwortlich ist, nämlich für die massive Erweiterung des Formalismus und den Eingang vieler Probleme in die Logik, die üblicherweise als linguistische aufgefasst werden. Wichtiger sind jedoch die bereits in Kapitel 2.2.2 und 7.3 diskutierten Konsequenzen: Weil Formalisierungsverfahren gerade darauf abzielen, auch für das Formalisieren eine formale Theorie anzugeben, sind sie ein Programm zur Auflösung der Differenz zwischen der formalen Theorie der logischen Kalküle und der informellen „Kunst“ des Formalisierens zugunsten einer vollständig formal verfassten Logik. Damit wird auch die für das Formalisieren zunächst absolut zentral erscheinende Differenz

Definition adäquat erfasst wird, vgl. *Janssen: Foundations and applications of Montague grammar,* Bd. 1, Kap. 1, und *Tichý: The foundations of Frege's logic,* S. 130–135.

zwischen den formalen Sprachen der Logik und den nichtformalen Umgangssprachen aufgehoben: Im Kontext eines Formalisierungsverfahrens werden auch die betreffenden Umgangssprachen als formale Sprachen behandelt.

2. *Logische Formeln und kognitive Transparenz.* Durch die Einführung eines Formalisierungsverfahrens verändert sich auch die Rolle, die Formalisieren und logische Formeln in der Logik spielen. Bereits aus dem letzten Abschnitt geht hervor, dass das Formalisieren im Kontext eines Formalisierungsverfahrens nicht mehr den Schlüssel für die Anwendung des logischen Formalismus auf die Umgangssprache darstellt. Vielmehr wird der logische Formalismus dadurch, dass er um ein Formalisierungsverfahren erweitert wird, direkt auf die Umgangssprache anwendbar. In der Folge sind die logischen Formeln nicht mehr Schnittstelle zwischen nichtformaler Umgangssprache und logischem Formalismus, sondern eine Klasse von Ausdrücken innerhalb einer formalen Theorie.

Darüber hinaus hat Montague gezeigt, dass die formale Semantik der logischen Formelsprache unter geeigneten Bedingungen auf die disambiguierte Sprache übertragen werden kann (in seiner Terminologie: dass aufgrund einer indirekten Interpretation eine direkte Interpretation konstruiert werden kann). Aus einer bedeutungstheoretischen Perspektive, wie sie Davidson einnimmt, ist gerade ein solches Resultat die eigentliche Motivation für ein Formalisierungsverfahren, weil damit nämlich aufgezeigt wird, dass auf dem Weg über das Formalisieren tatsächlich eine Semantik der Umgangssprache entwickelt werden kann. Aus einer rein logischen Perspektive, also vom Ziel einer Theorie der Gültigkeit umgangssprachlicher Schlüsse her gesehen, bedeutet dieses Resultat auch, dass das Projekt des Formalisierens in seiner traditionellen Form in einer wichtigen Hinsicht überflüssig wird, sobald ein Formalisierungsverfahren zur Verfügung steht. Man kann dann nämlich dazu übergehen, direkt die Gültigkeit von Schlüssen der disambiguierten Sprache nachzuweisen, ohne dafür noch Ausdrücke einer logischen Formalsprache bemühen zu müssen, wie sie den Aussagen üblicherweise als Formalisierungen zugeordnet werden.

Formeln und Formalisierungen sind deswegen aber nicht schlichtweg überflüssig. Sie werden zwar nicht mehr benötigt, um umgangssprachliche Schlüsse einer formalen Theorie zugänglich zu machen, weil deren Gültigkeit nun auch ohne sie nachgewiesen werden kann. Sie spielen aber immer noch eine zentrale Rolle, wenn logische Formen umgangssprachlicher Aussagen in transparenter Weise repräsentiert werden sollen.[70] In dieser Hinsicht kann auf logische Formeln und auf das Formalisieren wohl kaum verzichtet werden. Geht man von einer Logik aus, in der die formale Semantik auf die umgangssprachlichen Aussagen angewendet wird, ohne dass dabei die üblichen logischen Formeln eine Rolle spielen, so ergibt sich nämlich in Bezug auf die Repräsentation logischer Formen folgende Situation: Einerseits kann nun die Umgangssprache selbst als

70 Auf diesen Punkt zielt Montague wohl mit der Bemerkung, die indirekte Interpretation sei „a somewhat more perspicuous method" als die direkte Interpretation (*Montague: Universal grammar,* S. 241).

kalkulatorisch transparent gelten, da sie von der logischen Theorie als formale Sprache behandelt wird. Andererseits ändert dies in Bezug auf die kognitive Transparenz der umgangssprachlichen Aussagen nicht viel. Zwar ist es grundsätzlich möglich, logische Formen umgangssprachlicher Aussagen einem Gültigkeitsnachweis zu entnehmen, weil solche Nachweise entsprechend den logischen Formen der betreffenden Aussagen verschieden ausfallen müssen. Im Allgemeinen ist es aber nicht gerade einfach, die betreffenden logischen Formen aus solchen Gültigkeitsnachweisen abzulesen. Auch wenn eine vollständig formale Theorie der Gültigkeit umgangssprachlicher Schlüsse verfügbar wäre, wäre es offensichtlich höchst umständlich, auf Formeln im üblichen Stil zu verzichten. Der entscheidende Grund, weshalb auf die logischen Formelsprachen kaum verzichtet werden kann, liegt also darin, dass diese Sprachen außerordentlich leistungsfähig sind, wenn es darum geht, logische Form kognitiv transparent zu repräsentieren. Dass das Projekt des Formalisierens als ein Zuordnen von Formeln zu Aussagen vom Gegensatz zwischen Umgangssprache und formaler Sprache in Hinsicht auf kognitiv transparente Repräsentation logischer Formen lebt, ist nichts Neues (vgl. Kapitel 7); aber es zeigt sich jetzt nochmals deutlich, dass dieser Gegensatz nicht einfach eine Folge davon ist, dass Formalsprachen kalkulatorisch transparent sind, Umgangssprachen aber nicht.

13 Verschieden formalisieren

Dass dieselbe Aussage verschieden formalisiert werden kann, ist offensichtlich; eine entsprechende Warnung, man sollte nicht von *der* Formalisierung einer Aussage sprechen, findet sich in fast jedem Lehrbuch. Damit rückt ein neuer Aspekt des Problems der adäquaten Formalisierung ins Zentrum, nämlich die Frage, ob und inwiefern die verschiedenen Formalisierungsmöglichkeiten für dieselbe Aussage als eine Einheit aufgefasst werden können. Mit anderen Worten: die Frage, ob und in welchem Sinne es so etwas wie *die* logische Form einer Aussage gibt. Im Folgenden geht es deshalb nicht mehr um die bisher ausführlich erörterte Tatsache, dass eine Aussage korrekt oder nichtkorrekt respektive adäquat oder nichtadäquat formalisiert werden kann, sondern um die Frage, wie eine Aussage in verschiedener Weise adäquat formalisiert werden kann. Selbstverständlich kann mit „verschieden formalisieren" Verschiedenes gemeint sein.

Eine erste Möglichkeit, verschieden zu formalisieren, liegt auf der Hand und braucht nicht ausführlich erörtert zu werden: Formalisierungen können sich dadurch unterscheiden, dass sie zu verschiedenen logischen Systemen gehören. Eine interessante Frage in diesem Zusammenhang wäre: Inwiefern kann davon gesprochen werden, dass zwei Formalisierungen, die zu verschiedenen Logiken gehören, gleich sind? Für das Problem des adäquaten Formalisierens ist diese Frage allerdings sekundär, weil die Wahl eines logischen Systems der Frage nach der Adäquatheit einer Formalisierung vorausgeht. Nur in Bezug auf einen bestimmten logischen Formalismus kann die Adäquatheit einer Formalisierung überhaupt diskutiert werden. Ich werde in Kapitel 13.1 kurz anhand einiger sehr einfacher Beispiele illustrieren, welche Probleme sich stellen, wenn ein Begriff der gleichen Formalisierung eingeführt werden soll, der es zulässt, dass Formalisierungen, die verschiedenen Logiken angehören, als gleich gelten.

Interessant ist nun die Frage, in welchem Verhältnis unterschiedliche Formalisierungsmöglichkeiten für dieselbe Aussage in der gleichen Logik stehen. Als Erstes kann man zwischen trivialen und nichttrivialen Formen der Verschiedenheit unterscheiden: Zwei adäquate Formalisierungen derselben Aussage gelten genau dann als bloß trivialerweise verschieden, wenn sie sich in gültigkeitsrelevanter Hinsicht nicht unterscheiden, mit anderen Worten: wenn die Wahl zwischen den beiden Formalisierungsmöglichkeiten keinen Einfluss darauf hat, welche Schlüsse als gültig nachgewiesen werden können. Ich werde in Kapitel 13.2 und Kapitel 13.3 kurz auf zwei triviale Formen der Verschiedenheit von Formalisierungen eingehen, nämlich auf Formalisierungen, die sich lediglich in der Notation unterscheiden, sowie auf das bereits diskutierte Thema der äquivalenten Formalisierungen. Die zentrale Frage wird aber vielmehr sein: Welche nichttrivialen Möglichkeiten gibt es, die gleiche Aussage in derselben Logik in verschiedener Weise adäquat zu formalisieren?

Es ist einfach zu sehen, dass mindestens einige, vielleicht sogar alle Aussagen in nichttrivialer Weise verschieden formalisiert werden können: Man kann sie unterschiedlich genau formalisieren. In Kapitel 13.4 werde ich zeigen, wie sich dieses Vorverständnis durch eine Explikation der Relation *genauer* präzise fassen lässt. Anschließend werde ich auf diesem Hintergrund zwei Aspekte der Frage nach der Eindeutigkeit des Formalisierens diskutieren: Gibt es so etwas wie eine maximal genaue Formalisierung einer Aussage, oder kann man zu jeder adäquaten Formalisierung einer Aussage eine genauere angeben, die ebenfalls adäquat ist? (Kapitel 13.5.1) Und gibt es Möglichkeiten – und wenn ja, welche? –, die gleiche Aussage in einer solchen Weise verschieden zu formalisieren, dass die resultierenden Formalisierungen sich nicht durch die Möglichkeit, verschieden genau zu formalisieren, erklären lassen? (Kapitel 13.5.2) Diesen Fragen kommt in zweierlei Hinsicht besondere Relevanz zu:

1. Wenn sich zeigen ließe, dass mindestens für einige, vielleicht sogar für alle Aussagen mehrere adäquate Formalisierungen angegeben werden können, die in nichttrivialer Weise verschieden sind und sich nicht mit Hilfe einer genauer-Beziehung erklären lassen, so resultierte daraus die nicht nur für das Problem der adäquaten Formalisierung spannende Frage, wie dieses Resultat zu interpretieren wäre: Bedeutet es, dass solche Aussagen verschiedene logische Formen haben? Oder ihre logischen Merkmale nicht eindeutig bestimmt sind? Oder bedeutet es, dass an adäquate Formalisierungen zusätzliche Anforderungen gestellt werden müssen, so dass man sicher sein kann, dass adäquate Formalisierungen bloß in trivialer Weise oder im Hinblick auf ihre Genauigkeit verschieden sind? Ich werde in Kapitel 13.5.2 für die zuletzt genannte Möglichkeit argumentieren und dann in Kapitel 13.6 zeigen, wie sich daraus ein weiteres Kriterium für die Adäquatheit von Formalisierungen gewinnen lässt.

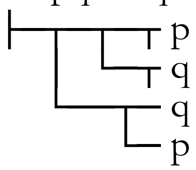
2. Möchte man mit Hilfe einer Formalisierung nachweisen, dass ein bestimmter Schluss relativ zu einer bestimmten Logik formal *nicht* gültig ist, muss man aufzeigen, dass *alle* Möglichkeiten, den betreffenden Schluss adäquat zu formalisieren, zu ungültigen Formalisierungen führen. Ob dies möglich ist oder nicht, ist eine umstrittene Frage. Wer vertreten möchte, dass solche Nachweise der Ungültigkeit geführt werden können, müsste zeigen, dass man sich über die verschiedenen adäquaten Formalisierungen eines Schlusses einen vollständigen Überblick verschaffen kann. Dies wäre mindestens dann plausibel, wenn sich zeigen ließe, dass verschiedene adäquate Formalisierungen einer Aussage entweder nur in trivialer Weise verschieden sind oder sich andernfalls als weniger genaue Varianten einer maximal genauen Formalisierung auffassen lassen.

13.1 Verschiedene Logiken

Die Frage, inwiefern sich die gleiche Aussage in verschiedenen Logiken gleich formalisieren lässt, verweist auf die Frage, was unter „verschiedenen Logiken“ zu verstehen ist. Zwischen zwei logischen Systemen können jedenfalls in sehr verschiedener Hinsicht Unterschiede bestehen. Sie lassen sich grob in Unterschiede in der Syntax, der Semantik und der Metatheorie (insbesondere der Definition des Begriffs der Gültigkeit und des Beweises) einteilen. Dazu kommen die verschiedenen Aspekte der philosophischen Frage, ob und inwiefern es überhaupt verschiedene korrekte logische Systeme geben kann. Für die Philosophie der Logik ist dies natürlich ein zentrales Problem, das direkt zur Frage führt, ob es so etwas wie ein Wesen der Logik gibt, und was dieses allenfalls ist.[1] Diese Probleme können hier nicht angemessen diskutiert werden; es ist aber klar, dass man, ohne eine Position in diesen Fragen zu vertreten und den Begriff der Gleichheit für logische Systeme genauer zu definieren, sehen kann, dass es zwischen adäquaten Formalisierungen in verschiedenen logischen Systemen Zusammenhänge gibt. In gewisser Hinsicht scheint es doch gleichgültig zu sein, ob eine adäquate aussagenlogische Formalisierung zum Beispiel im System von Freges *Grundgesetzen* oder im System der *Principia Mathematica* formuliert wird. Insofern spricht man schnell einmal davon, dass es sich in beiden Fällen um die gleiche Formalisierung handelt. Will man etwas präziser sein, zeigt sich sofort, dass zwei Formalisierungen, die je verschiedenen Logiken angehören, in ganz verschiedener Hinsicht „zusammenpassen" können: Ein einfacher Fall liegt vor, wenn der einzige Unterschied zwischen den beiden logischen Systemen im Gebrauch verschiedener Symbole liegt, für die aber die genau gleichen syntaktischen und semantischen Regeln definiert sind. So entsprechen sich zum Beispiel die beiden Formalisierungen

(1.1) $p \wedge q$
(1.2) $p \& q$

(mit gleichem Korrespondenzschema), wenn die zu (1.1) gehörende Aussagenlogik mit der bei (1.2) zugrunde liegenden bis auf die Verwendung von „$\wedge$" anstelle von „&" übereinstimmt. Etwas komplizierter wird die Frage, bei den vier Formalisierungen

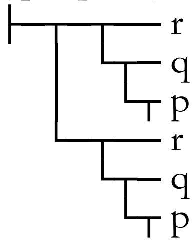
(2.1) $(p \to q) \to (\neg q \to \neg p)$
(2.2) $p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim p$
(2.3) **CC**pq**CN**q**N**p
(2.4) 

Hier ist klar, dass sich die logischen Systeme, zu denen diese vier Formeln gehören, in der Syntax nicht nur in Bezug auf einzelne Symbole, sondern auch in den syntaktischen Regeln unterscheiden müssen. Trotzdem könnte man behaupten, dass sich diese logischen Systeme nur in Bezug auf die Notation unterscheiden. Die Begründung dafür könnte aber nicht bloß im Hinweis auf unterschiedliche

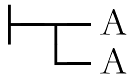
[1] Für eine kurze Übersicht über die wichtigsten Fragen und Positionen vgl. *Haack: Philosophy of logics,* Kap. 12.1.

Symbole liegen, sondern müsste geltend machen, dass sich die syntaktischen Strukturen der betreffenden Logiken in eine 1:1-Entsprechung setzen lassen. Unterschiede, die klar über eine bloße Differenz in der Notation hinausgehen, liegen bei Beispielen wie

(3.1) $((p \vee q) \rightarrow r) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow r)$

(3.2) 

vor. Das zeigt sich darin, dass (3.2) unter anderem eine Instanz des Schemas

(3.3) 

ist, während (3.1) keine Instanz des Schemas

(3.4) $A \rightarrow A$

ist, das (3.3) bis auf die Notation entspricht.

Ein weiteres Problem zeigt sich, wenn man Formalisierungen betrachtet, die Logiken angehören, die sich in semantischer Hinsicht oder in den Schlussregeln unterscheiden. So möchte man vielleicht sagen, dass die Aussage „Zombies verhalten sich wie Menschen, haben aber kein Bewusstsein.“ sowohl in der Aussagen- wie in der Prädikatenlogik oder in einer modalen Aussagenlogik immer gleich mit

(3.5) $p \wedge \neg q$ p: Zombies verhalten sich wie Menschen
q: Zombies haben Bewusstsein

formalisiert werden kann. Eine solche Behauptung lässt sich damit stützen, dass die klassische Aussagenlogik ein Teilsystem der Prädikatenlogik und der modalen Aussagenlogik bildet.[2] Betrachtet man aber zum Beispiel zwei Formeln gleicher Gestalt in einer klassischen und einer intuitionistischen Aussagenlogik, so können die Formalisierungen aufgrund der unterschiedlichen Schlussregeln beziehungsweise der unterschiedlichen Semantik der beiden Logiken, kaum als gleich bezeichnet werden, auch wenn es durchaus möglich ist, das Verhältnis zwischen klassischer und intuitionistischer Logik so zu deuten, dass die eine ein Teilsystem der anderen ist.[3]

Wollte man noch genauer bestimmen, unter welchen Bedingungen zwei Formalisierungen, die unterschiedlichen logischen Formalismen angehören, als gleich gelten, müssten verschiedene Möglichkeiten, ein logisches System in ein anderes zu übersetzen, untersucht und darauf aufbauend unterschiedliche

[2] Vgl. dazu *Wójcicki: Theory of logical calculi,* Kap. 6.1.

[3] *Gödel: Zur intuitionistischen Arithmetik und Zahlentheorie;* vgl. *van Dalen: Intuitionistic logic.*

Formen der Äquivalenz von logischen Systemen unterschieden und genauer definiert werden.[4] Ich werde diesen Fragen hier nicht im Einzelnen nachgehen und für das Folgende voraussetzen, dass von vornherein ausgemacht ist, welches logische System beim Formalisieren verwendet wird, nämlich wie bisher ein Standardsystem der Aussagen- und Prädikatenlogik.

13.2 Notationsvarianten

Formalisierungen, die der gleichen Logik angehören und deren Verschiedenheit nur die Notation betrifft, sind wohl die simpelste Möglichkeit, die gleiche Aussage verschieden zu formalisieren. Eine Möglichkeit, Notationsvarianten zu erzeugen, besteht darin, für die gleichen deskriptiven Ausdrücke verschiedene Konstanten zu wählen. Zum Beispiel:

(1.1)	$(p\wedge q)\rightarrow p$	p: es blitzt; q: es donnert
(1.2)	$(q\wedge p)\rightarrow q$	q: es blitzt; p: es donnert

Was eine Notationsvariante in diesem Sinne ist, lässt sich leicht mit Hilfe des Begriffs der Substitution definieren, wobei dieser gerade auf Folgen von Formalisierungen angewendet werden kann, damit auch Notationsvarianten bei Formalisierungen von Schlüssen berücksichtigt werden können: Zwei Folgen von Formalisierungen $\mathbf{\Phi}_1,\ldots,\mathbf{\Phi}_n$ und $\mathbf{\Psi}_1,\ldots,\mathbf{\Psi}_n$ derselben Folge von Aussagen gelten mindestens dann als Notationsvarianten, wenn es eine eineindeutige Substitution von deskriptiven Konstanten für deskriptive Konstanten (angewendet auf Formeln *und* Korrespondenzschemata) gibt, die jedes $\mathbf{\Phi}_i$ $(1\leq i\leq n)$ in $\mathbf{\Psi}_i$ verwandelt.[5] Beispielsweise lässt sich (1.1) in (1.2) umwandeln (und auch umgekehrt), indem q für p und (simultan) p für q substituiert wird.

Eine weitere wichtige Form von Notationsvarianten betrifft die gebundenen Variablen. So können zum Beispiel auch die beiden Formalisierungen

(2.1) $\forall x\exists y f(x,y)$
(2.2) $\forall y\exists x f(y,x)$

(mit gleichem Korrespondenzschema) als gleich gelten.

Diese beiden Beispiele genügen, um die Idee der Notationsvariante zu veranschaulichen. In der Praxis ist eine ganze Menge weiterer Variationen üblich, insbesondere bei der Schreibung der Klammern (durch Verwendung verschiedener Symbole wie „(…)“, „[…]“ oder „{…}“ sowie durch Ersparnisregeln). Welche Möglichkeiten zur Variation der Notation in den einzelnen logischen Formalismen bestehen, ist allerdings weniger wichtig. Entscheidend ist, dass die

[4] Eine kurze Übersicht und Hinweise auf die wichtigste Literatur finden sich in *D'Ottaviano, Feitosa: Paraconsistent logics and translations.* Für eine Diskussion zum Hintergrund dieser Problematik vgl. *Haack: Philosophy of logics,* S. 17–22, und *Haack: Deviant logic, fuzzy logic,* Kap. 1.

[5] Eineindeutigkeit muss verlangt werden um sicherzustellen, dass die Relation „… ist eine Notationsvariante von …“ symmetrisch ist. Sonst wäre z.B. $(p\wedge q)\rightarrow p$ eine Notationsvariante von $(p\wedge q)\rightarrow r$, und dann würde (3.3) nicht gelten.

Behauptung, zwei Formalisierungen unterschieden sich *nur* in der Notation, impliziert, dass sie sich in keinem Aspekt unterscheiden, der für die Adäquatheit der Formalisierungen und die Gültigkeit von Schlüssen relevant ist. Daraus lassen sich folgende Adäquatheitsbedingungen für eine Definition des Begriff *Notationsvariante im Formalismus* **F**[6] ableiten:

(3.1) Wenn $\mathbf{\Phi}$ eine korrekte Formalisierung einer Aussage A in **F** ist, dann ist jede Notationsvariante $\mathbf{\Psi}$ von $\mathbf{\Phi}$ ebenfalls eine korrekte Formalisierung von A in **F**.

(3.2) Wenn $\mathbf{\Phi}$ eine adäquate Formalisierung einer Aussage A in **F** ist, dann ist jede Notationsvariante $\mathbf{\Psi}$ von $\mathbf{\Phi}$ ebenfalls eine adäquate Formalisierung von A in **F**.

(3.3) Wenn $\varphi_1,\ldots,\varphi_n$ eine Notationsvariante von $\psi_1,\ldots,\psi_n$ ist, dann gilt: $\varphi_1; \ldots; \varphi_{n-1} \Rightarrow_{\mathbf{F}} \varphi_n$ genau dann, wenn $\psi_1; \ldots; \psi_{n-1} \Rightarrow_{\mathbf{F}} \psi_n$.
Kurz: Notationsvarianten von (un)gültigen Schlüssen sind (un)gültige Schlüsse.

Für das W-Kriterium der Korrektheit bedeutet (3.1), dass Notationsvarianten die gleiche entsprechende Interpretation haben müssen; für das S- und das G-Kriterium folgt (3.1) aus (3.3). Was (3.2) im Einzelnen bedeutet, hängt im Detail davon ab, welche Anforderungen an adäquate Formalisierungen gestellt werden. Es ist aber klar, dass Notationsvarianten wie die obigen Beispiele (1) und (2) bezüglich der in Kapitel 12 diskutierten Kriterien der Adäquatheit gleich gut oder schlecht abschneiden. Da Notationsvarianten aufgrund von (3.3) eine triviale Form der Verschiedenheit von Formalisierungen darstellen, werde ich Notationsvarianten im Folgenden öfter wie gleiche Formalisierungen behandeln.

13.3 Äquivalente Formalisierungen

Die Möglichkeit, für dieselbe Aussage verschiedene, aber äquivalente Formalisierungen anzugeben, ist bereits in den Kapiteln 12.1.1 und 12.2 diskutiert worden. Das Ergebnis war, dass zwar

(Ä1) Wenn $\mathbf{\Phi}$ eine korrekte Formalisierung einer Aussage A ist, dann ist jede zu $\mathbf{\Phi}$ äquivalente Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ ebenfalls eine korrekte Formalisierung von A.

gilt, aber die These

(Ä2) Wenn $\mathbf{\Phi}$ eine adäquate Formalisierung einer Aussage A ist, dann ist jede zu $\mathbf{\Phi}$ äquivalente Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ ebenfalls eine adäquate Formalisierung von A.

[6] Für Details zu einer Definition von Notationsvarianten und zum Nachweis, dass Notationsvarianten von gültigen Schlüssen wiederum gültige Schlüsse sind, vgl. z.B. *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 68, 91–92; *Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 346–348, 361.

nicht akzeptabel ist. Bei der Diskussion der EF-Regel (S. 257–259) hat sich auch gezeigt, dass daraus, dass (Ä2) nicht gilt, nicht etwa folgt, dass die dazu entgegengesetzte These

(1) Wenn $\mathbf{\Phi}$ eine adäquate Formalisierung einer Aussage A ist, dann sind alle zu $\mathbf{\Phi}$ äquivalenten Formalisierungen $\mathbf{\Psi}$, die keine Notationsvarianten von $\mathbf{\Phi}$ sind, keine adäquaten Formalisierungen von A.

gelten würde.[7] Somit besteht die Möglichkeit, für dieselbe Aussage verschiedene adäquate Formalisierungen anzugeben, die zueinander äquivalent sind. Allerdings ist auch diese Möglichkeit, eine Aussage verschieden zu formalisieren, definitionsgemäß (vgl. S. 297) trivial: Welche der verschiedenen äquivalenten und adäquaten Formalisierungsmöglichkeiten für eine Aussage man wählt, hat keinen Einfluss darauf, welche Schlüsse sich als gültig erweisen lassen.

13.4 Verschieden genaue Formalisierungen

Dass es möglich ist, zu fast jeder Aussage unterschiedlich genaue adäquate Formalisierungen anzugeben, zeigt sich schon darin, dass jede Aussage trivialerweise durch eine einzelne Aussagenkonstante adäquat formalisiert werden kann. Im Allgemeinen ist das nicht die einzige Formalisierungsmöglichkeit; es lassen sich leicht andere, eben genauere Formalisierungen angeben, wobei „genauer“ in diesem Fall lediglich so viel wie strukturiert heißt. Sobald hingegen strukturierte Formalisierungen verglichen werden sollen, wird die Frage interessant, ob es sich dabei um unterschiedlich genaue oder um „echt“ verschiedene Formalisierungen handelt. Um solche Fragen beantworten zu können, muss zuerst näher bestimmt werden, was unter „verschieden genau formalisieren“ zu verstehen ist. Die grundlegende Idee ist klar: Wenn eine Formalisierung „genauer“ (manchmal auch „tiefer“, „differenzierter“ oder „feinkörniger“) als eine andere genannt wird, so ist damit gemeint, dass sie detaillierter ist, mehr Struktur zeigt, aber trotzdem zu der weniger genauen Formalisierung „passt“.

Im Folgenden werde ich dieses Vorverständnis von „verschieden genau formalisieren“ anhand von Beispielen untersuchen und einen Vorschlag präsentieren, wie der Begriff der genaueren Formalisierung expliziert werden kann. Dabei greife ich im Wesentlichen Ideen von Castañeda auf.[8] In Kapitel 13.4.2 werde ich ausführlich diskutieren, wie die genauer-Relation für die Aussagenlogik expliziert werden kann. Anschließend werde ich in Kapitel 13.4.3 eine analoge Explikation für die Prädikatenlogik skizzieren.

---

[7] (1) folgt nicht etwa aus der EF-Regel. Diese verbietet lediglich, verschiedene Formalisierungen für dieselbe Aussage im gleichen Kontext zu verwenden.

[8] *Castañeda: Thinking and doing,* S. 68–71; vgl. dazu *Kapitan: Form and implication,* S. 18; *Sainsbury: Logical forms,* S. 211–213.

13.4.1 *Allgemeines zur Explikation der Relation „genauer“*

1. *Terminologische Konventionen:* (i) Die Relation, die ich im Folgenden untersuche, müsste genau genommen mit „genauer im Formalismus **F**“ bezeichnet werden. Da ich mich nicht mit genauer-Beziehungen beschäftigen werde, die zwischen Formalisierungen bestehen, die zu verschiedenen logischen Systemen gehören, lasse ich im Folgenden „im Formalismus **F**“ weg. (ii) Zur besseren Unterscheidung werde ich das Explikandum (genauer) nichtkursiv, sein Explikat *(genauer)* kursiv setzen.

2. *Genauere Formeln und genauere Formalisierungen.* Das Ziel der folgenden Abschnitte ist, die Beziehung näher zu untersuchen, die zwischen zwei Formalisierungen besteht, wenn die eine als genauer als die andere gilt. Dazu werde ich eine Explikation der genauer-Relation vorschlagen, die sich nur auf Formeln, aber nicht auf Korrespondenzschemata bezieht (weshalb ich bei den Beispielen keine Korrespondenzschemata angeben werde). Für Formalisierungen lässt sich dann in einfacher Weise die Relation *genauer* einführen: Eine Formalisierung **Φ** ist genau dann *genauer* als **Ψ**, wenn die Formel in **Φ** *genauer* ist als diejenige in **Ψ**. Da das Explikat *genauer* verwendet werden soll, um Beziehungen zwischen Formalisierungen zu formulieren, ist die Explikation selbstverständlich immer darauf ausgerichtet, dass es nicht um eine genauer-Relation zwischen irgendwelchen Formeln geht, sondern um eine Relation zwischen solchen Formeln, die Teil verschiedener Formalisierungen derselben Aussage sind.

3. *Notationsvarianten und Korrespondenzschema.* Notationsvarianten stehen offensichtlich weder untereinander in einer genauer-Beziehung noch unterscheiden sie sich bezüglich ihrer genauer-Beziehungen zu anderen Formeln. Diesen Umstand kann man ausnutzen, um den Vergleich zwischen verschieden genauen Formalisierungen übersichtlicher zu machen, indem man folgende Konvention einführt: Wenn zwei Formalisierungen bezüglich Genauigkeit verglichen werden sollen, sind aus den Mengen der Notationsvarianten der zu vergleichenden Formalisierungen solche mit kompatiblen Korrespondenzschemata auszuwählen. Da damit gewährleistet ist, dass alle Konstanten in den zu vergleichenden Formalisierungen gleich verwendet werden, kann jeweils ein gemeinsames Korrespondenzschema für die verschiedenen Formalisierungen angegeben werden.

4. *Unabhängigkeit von Korrektheit und Adäquatheit.* Obwohl die Explikation von „genauer“ hier im Kontext der Frage steht, welche Möglichkeiten es gibt, eine Aussage in verschiedener Weise adäquat zu formalisieren, werde ich den Begriff „genauer“ unabhängig von der Korrektheit und Adäquatheit von Formalisierungen explizieren. Damit soll ermöglicht werden, auch in Bezug auf Formalisierungen, deren Adäquatheit oder Korrektheit nicht feststeht, davon zu sprechen, dass eine Formalisierung *genauer* ist als eine andere. Dies hat insbesondere den Vorteil, dass das Bestehen oder Nichtbestehen von *genauer*-Beziehungen als Argument für die Adäquatheit oder Korrektheit einer Formalisierung benutzt werden kann. Dieser Punkt lässt sich an folgendem Beispiel verdeutlichen:

(1) Der Skat enthält entweder zwei wertlose Karten oder eine wertlose Karte und einen Trumpf.

Bei der Formalisierung dieses Beispiels stellt sich unter anderem die Frage, ob „oder“ hier als Disjunktion oder als Kontravalenz zu verstehen ist. Je nachdem, für welche Interpretation von „oder“ man sich entscheidet, bieten sich Formalisierungen wie die folgenden an:

(1.1)	p	p: Der Skat enthält entweder zwei wertlose Karten oder eine wertlose Karte und einen Trumpf.
(1.2)	$q \lor r$	q: Der Skat enthält zwei wertlose Karten.
(1.3)	$q \lor (s \land t)$	r: Der Skat enthält eine wertlose Karte und einen Trumpf.
(1.4)	$q >\!\!-\!\!< r$	s: Der Skat enthält eine wertlose Karte.
(1.5)	$q >\!\!-\!\!< (s \land t)$	t: Der Skat enthält einen Trumpf.

Im üblichen Verständnis von „genauer“ ist klar, dass (1.3) genauer ist als (1.2) und diese Formalisierung wiederum genauer als (1.1). Analog sind (1.4) und (1.5) ebenfalls genauer als (1.1). Hingegen ist (1.3) nicht genauer als (1.4) und (1.5) ist nicht genauer als (1.2), weil (1.2) und (1.3) auf einer anderen Interpretation von „oder“ beruhen als (1.4) und (1.5). Aufgrund dieser Verhältnisse kann man über die Korrektheit der Formalisierungen von (1) zum Beispiel Folgendes aussagen: Weil (1.2) und (1.4) sich lediglich dadurch unterscheiden, dass in (1.2) eine Disjunktion an der Stelle der Kontravalenz von (1.4) steht und dieser Unterschied gerade die Differenz zwischen der Interpretation des „oder“ im einschließenden und im ausschließenden Sinne wiedergibt, kann höchstens eine der beiden Formalisierungen (1.2) und (1.4) korrekt sein. Interpretieren wir das „oder“ im ausschließenden Sinne, so sind (1.2) und alle Formalisierungen, die genauer als (1.2) sind, nicht korrekt; interpretieren wir im einschließenden Sinne, so sind (1.4) und alle genaueren Formalisierungen nicht korrekt. Um solche Aussagen machen zu können, muss man aber von genauer-Verhältnissen zwischen nicht korrekten Formalisierungen sprechen können.

13.4.2 Genauer-Beziehungen in der Aussagenlogik

Adäquatheitsbedingungen für eine Explikation der genauer-Relation

Als erster Schritt auf dem Weg zu einer Definition der genauer-Relation werden im Folgenden sechs zentrale Eigenschaften der genauer-Relation anhand von Beispielen herausgearbeitet und als Adäquatheitsbedingungen für die Explikation der genauer-Relation formuliert.

1. *Strukturverfeinerung.* Als Erstes ist wichtig festzuhalten, dass die Redeweise „$\mathbf{\Phi}$ ist eine genauere Formalisierung der Aussage A als $\mathbf{\Psi}$“ nichts damit zu tun hat, dass die Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ weniger adäquat oder irgendwie unschärfer als die Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ wäre. Beispielsweise ist die Formalisierung

(1.1) p

zwar ausgesprochen ungenau, aber doch ohne Zweifel eine adäquate Formalisierung der Aussage (1); sie repräsentiert genauso präzise ein logisches Merkmal von (1), wie

(1.2) $q \lor r$
(1.3) $q \lor (s \land t)$

dies tun. Als „weniger genau“ wird (1.1) bezeichnet, weil in dieser Formel weniger logische Merkmale von (1) repräsentiert sind als in den beiden anderen. Aus dem gleichen Grund ist eine Formalisierung mit (1.3) genauer als eine mit (1.2): sie ist detaillierter. Was damit gemeint ist, sieht man deutlich, wenn man sich vergegenwärtigt, wie man verschieden genaue Formalisierungen derselben Aussage erzeugen kann. Die Grundidee ist, dass man zu einer gegebenen Formalisierung genauere erhält, indem man sie schrittweise verfeinert. Dazu untersucht man die gegebene Formalisierung daraufhin, ob sie Teile enthält, die sich selbst noch formalisieren lassen. Das heißt, man prüft, ob das Korrespondenzschema Aussagen enthält, die anders als mit einer Aussagenkonstante formalisiert werden können. Allgemein lässt sich das Vorgehen so beschreiben: Um zu einer gegebenen Formalisierung **Φ** eine genauere Formalisierung zu finden, prüft man der Reihe nach für alle Aussagen, die in **Φ** mit Aussagenkonstanten formalisiert sind, ob sie sich auch anders formalisieren lassen, nämlich durch eine Formel, die nicht bloß aus einer Aussagenkonstante besteht. Findet sich eine solche Aussage A, wird sie formalisiert. Die so gewonnene Formalisierung von A wird dann in der ursprünglichen Formalisierung **Φ** an die Stelle der entsprechenden Konstante eingesetzt und das Korrespondenzschema wird um entsprechende Einträge erweitert, falls neue Konstanten eingeführt worden sind. (Damit das Korrespondenzschema eineindeutig bleibt, muss natürlich darauf geachtet werden, dass die Aussagenkonstanten, die bereits in **Φ** vorkommen, nur entsprechend dem Korrespondenzschema von **Φ** verwendet werden.) Dieses Verfahren der Verfeinerung kann wie folgt veranschaulicht werden:

(1.1)	p	p: Der Skat enthält entweder zwei wertlose Karten oder eine wertlose Karte und einen Trumpf.
(1.2)	$q \lor r$	q: Der Skat enthält zwei wertlose Karten. r: Der Skat enthält eine wertlose Karte und einen Trumpf.
(1.3)	$q \lor (s \land t)$	s: Der Skat enthält eine wertlose Karte. t: Der Skat enthält einen Trumpf.

Etwas salopp könnte man dieses Beispiel wie folgt kommentieren: Formalisierung (1.2) ist genauer als (1.1), weil in (1.2) zusätzlich etwas in der Formel wiedergegeben ist, das in (1.1) noch im Korrespondenzschema steckt. In Bezug auf die beteiligten Formeln, beispielsweise in (1.1) und (1.2), lässt sich der

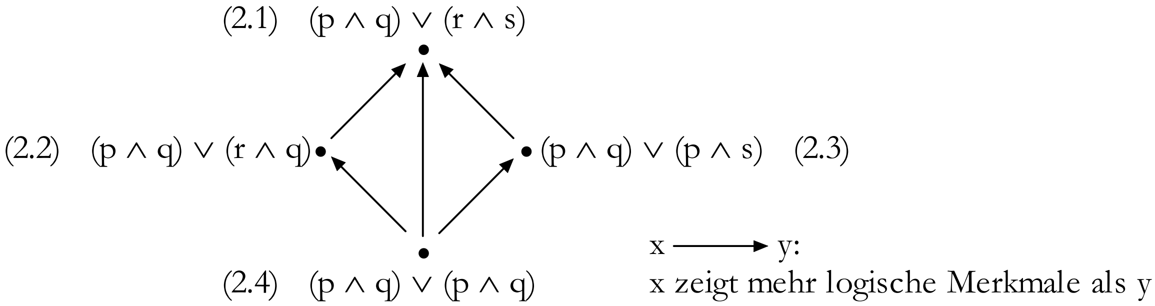
Unterschied in der Genauigkeit wie folgt präzise charakterisieren: In (1.2) steht an einer Stelle ein syntaktisch komplexer Ausdruck, an der in der ungenaueren Formel (1.1) bloß eine deskriptive Konstante steht. Daraus lässt sich folgende Adäquatheitsbedingung für die Explikation der genauer-Relation gewinnen:

(G1) In jeder Formel φ, die genauer als eine gegebene Formel ψ ist, muss an mindestens einer Stelle, an der in der Formel ψ eine deskriptive Konstante steht, ein syntaktisch komplexer Ausdruck stehen.

Zwei Bemerkungen zu dieser Eigenschaft der genauer-Relation:

i. Aus (G1) folgt, dass keine Formalisierung zu sich selbst oder zu einer ihrer Notationsvarianten in einer genauer-Beziehung stehen kann. Die genauer-Relation ist also irreflexiv.

ii. Neben der in (G1) beschriebenen Form der Strukturverfeinerung gibt es noch eine weitere Möglichkeit, wie sich zwei Formalisierungen einer Aussage dadurch unterscheiden können, dass die eine mehr logische Merkmale wiedergibt als die andere. Diese resultiert daraus, dass das mehrfache Vorkommen derselben Teilaussage beim Formalisieren berücksichtigt oder ignoriert werden kann. Die folgenden vier Formeln veranschaulichen dies:



Formalisierungen, die sich in dieser Weise bezüglich der Genauigkeit unterscheiden, sind allerdings ausgeschlossen, wenn die Konvention aus Kapitel 6.1 berücksichtigt wird, wonach Korrespondenzschemata grundsätzlich eineindeutig sein müssen. Ich werde weiterhin diese Konvention voraussetzen und deshalb auch diese weiteren Möglichkeiten, unterschiedlich genau zu formalisieren, im Folgenden nicht berücksichtigen. Diese Vereinfachung ist deshalb unproblematisch, weil es im Allgemeinen ohnehin nicht sinnvoll ist, im selben Kontext dieselbe Aussage durch verschiedene Aussagenkonstanten zu formalisieren.

2. *Strukturerhaltung*. Eine zweite Adäquatheitsbedingung für die Explikation der genauer-Relation ergibt sich aus der Forderung, dass eine genauere Formel zu einer ungenaueren „passen“ muss. Das bedeutet, dass jede Formel, die genauer als eine gegebene Formel ist, ebenfalls die Struktur dieser weniger genauen Formel haben muss. Man kann diese zentrale Eigenschaft der genauer-Relation deshalb als „Strukturerhaltung“ bezeichnen. Was Strukturerhaltung im Einzelnen bedeutet, soll nun in zwei Schritten erläutert werden:

i. Wenn man sich beim obigen Beispiel (1) fragt, welche Formeln es gibt, die genauer als (1.2) sind, ist klar, dass es neben (1.3) eine unendliche Menge solcher Formeln gibt. Trotzdem ist diese Menge insofern überschaubar, als man sich die einzelnen Formeln zwar als beliebig komplex strukturiert vorstellen kann, es sich aber trotzdem in jedem Fall um eine Disjunktion handeln muss. Ebenso klar ist, dass es in dieser Menge keine Formel geben kann, die genauer als (1.4) ist, weil jede solche Formel offensichtlich immer noch eine Kontravalenz wäre und deshalb nicht genauer als (1.2) sein könnte:

$$\begin{tikzcd}
 & (1.1)\quad p & \\
(1.2)\quad q \lor r \arrow[ur] & & q \succ\!\!-\!\!\prec r \quad (1.4) \arrow[ul] \\
\ldots \lor \ldots \arrow[u] & & \ldots \succ\!\!-\!\!\prec \ldots \arrow[u]
\end{tikzcd}
\qquad x \longrightarrow y\text{: x ist genauer als y}$$

Diese Überlegung betrifft natürlich nicht nur das Hauptzeichen einer Formel, wie sich an komplexeren Beispielen sofort zeigt:

(3.1) $(p\rightarrow q)\land(q\rightarrow p)$
(3.2) $((r\lor s)\rightarrow q)\land(q\rightarrow p)$
(3.3) $(p\rightarrow q)\land(q\rightarrow (r\lor s))$
(3.4) $((r\lor s)\rightarrow q)\land(q\rightarrow (r\lor s))$
$\vdots$
(3.n) $(\ldots\rightarrow\ldots)\land(\ldots\rightarrow\ldots)$
$\vdots$

ii. Bei diesem Beispiel stellt sich die Frage, ob nun (3.2) – und ganz analog (3.3) – als genauer als (3.1) gelten soll. Dafür spricht, dass (3.2) gegenüber (3.1) eine Strukturverfeinerung aufweist. Das Problem mit (3.2) ist: Wie soll man den Umstand bewerten, dass (3.2) – im Gegensatz zu (3.4) – nur an einer der beiden Stellen, an denen in (3.1) die Aussagenkonstante „p“ vorkommt, eine Strukturverfeinerung aufweist. Ich werde Formeln mit dieser Eigenschaft im Folgenden als „teilweise genauer“ bezeichnen und teilweise genauere Formeln nicht zu den genaueren rechnen.

Tatsächlich wäre es ein schwerwiegender Fehler, teilweise genauere Formeln zu den genaueren zu rechnen. Weil zur logischen Form Gleichheit und Verschiedenheit des Inhalts gehören, geht nämlich beim Übergang von einer Formel zu einer teilweise genaueren Formel auch Information über die logische Form verloren. Zum Beispiel unterschlagen die beiden Formeln (3.2) und (3.3) etwas, das (3.1) ausdrückt: dass das Antezedens des ersten und das Konsequens des zweiten Konditionals durch die gleiche Teilaussage gebildet werden.

Zur Strukturerhaltung gehört also noch mehr, als durch ein Schema wie (3.n) angedeutet wird, nämlich die Gleichheit respektive Verschiedenheit der in (3.n) durch Auslassungspunkte markierten Leerstellen. Dies kann in einfacher Weise durch ein Schema ausgedrückt werden, nämlich das (3.1) zugeordnete Schema:

(3S) $(A \to B) \wedge (B \to A)$

Mit Hilfe des Begriffs des zugeordneten Schemas lässt sich die Adäquatheitsbedingung der Strukturerhaltung wie folgt formulieren:

(G2) Jede Formel φ, die genauer als eine gegebene Formel ψ ist, muss eine Instanz des ψ zugeordneten Schemas sein.

Von der Voraussetzung, dass teilweise genauere Formeln nicht als genauer gelten, hängt auch die folgende zentrale Eigenschaft der genauer-Relation ab:

3. *Gültigkeitserhaltung*. Von der Logik her gesehen ist die Gültigkeitserhaltung die entscheidende Eigenschaft der genauer-Relation: Kann ein Schluss mit Hilfe einer adäquaten Formalisierung **Φ** als gültig nachgewiesen werden, so erweist er sich auch mit jeder adäquaten Formalisierung **Ψ**, die genauer als **Φ** ist, als gültig. Die Bedeutung dieser Eigenschaft der genauer-Relation liegt darin, dass sie garantiert, dass ein bereits einmal als gültig nachgewiesener Schluss sich nicht plötzlich als ungültig erweisen kann, wenn man ihn genauer formalisiert. Wäre dem nicht so, wäre die Logik beim Nachweis der Gültigkeit in einer ähnlich schwierigen Situation wie beim Nachweis der Ungültigkeit: Es würde nicht genügen, nachzuweisen, dass ein Schluss *eine* gültige logische Form hat, sondern man müsste zusätzlich nachweisen, dass es unmöglich ist, eine genauere Formalisierung des betreffenden Schlusses zu finden, die dann doch noch seine Ungültigkeit aufzeigt.

Um die Gültigkeitserhaltung präzise formulieren zu können, muss zuerst die genauer-Relation, die ich bis jetzt nur auf der Ebene einzelner Formeln betrachtet habe, auf der Ebene von Schlüssen eingeführt werden. Dabei ist wiederum ein Problem zu beachten, das aus einer neuen Form von teilweise-genauer-Beziehungen entsteht. Das folgende Beispiel illustriert die Schwierigkeit:

(4.1) $\dfrac{\begin{array}{l} p \to q \\ p \end{array}}{q}$ (4.2) $\dfrac{\begin{array}{l} p \to q \\ r \wedge s \end{array}}{q}$ (4.3) $\dfrac{\begin{array}{l} (r \wedge s) \to q \\ r \wedge s \end{array}}{q}$ (4.4) $\dfrac{\begin{array}{l} (r \wedge s) \to q \\ t \wedge u \end{array}}{q}$

Im Gegensatz zu (4.1) und (4.3) sind (4.2) und (4.4) keine Instanzen des Modus ponens und stellen auch keine gültigen Schlussformen dar. Der Grund dafür ist bei (4.2), dass „p" nur in der zweiten Prämisse durch eine genauere Formel ersetzt worden ist, nicht aber in der ersten; bei (4.4) sind die beiden Vorkommen von „p" durch Verschiedenes ersetzt worden. In beiden Fällen geht damit ein logisches Merkmal verloren, das für die Gültigkeit des Schlusses wesentlich ist, dass nämlich das Antezedens in der ersten Prämisse den gleichen Inhalt hat wie die zweite Prämisse. Um solche Schwierigkeiten auszuschließen, muss sichergestellt werden, dass ein Schluss **Φ** nur dann als genauer als ein Schluss **Ψ** gelten kann, wenn gleichen Formeln in **Ψ** auch gleiche Formeln in **Φ** entsprechen. Dies lässt sich am einfachsten erreichen, indem man die genauer-Beziehung zwischen Schlüssen mit Hilfe einer 1:1-Zuordnung von Schlüssen zu Formeln auf die genauer-Beziehung zwischen Formeln zurückführt. Dazu können zum Beispiel Schlusskonditionale verwendet werden:[9]

(5) Ein Schluss $\mathbf{\Phi}$ ist genau dann genauer als ein Schluss $\mathbf{\Psi}$, wenn das Schlusskonditional von $\mathbf{\Phi}$ genauer als das Schlusskonditional von $\mathbf{\Psi}$ ist.

Damit garantiert die Strukturerhaltung, wie sie im letzten Kapitel eingeführt wurde, dass auch auf der Ebene von Schlüssen keine teilweise-genauer-Beziehungen als genauer-Beziehungen gelten. Aus (5) ergibt sich folgendes Analogon zu (G2) für Schlüsse:

(G2') Jeder Schluss $\mathbf{\Phi}$, der genauer als ein gegebener Schluss $\mathbf{\Psi}$ ist, muss eine Instanz des $\mathbf{\Psi}$ zugeordneten Schlussschemas sein.

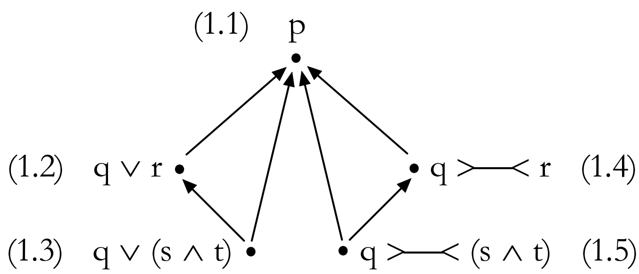
Nun lässt sich die Adäquatheitsbedingung der Gültigkeitserhaltung wie folgt formulieren:

(G3) Wenn ein Schluss $\mathbf{\Phi}$ gültig ist, so muss jeder Schluss $\mathbf{\Psi}$, der genauer als $\mathbf{\Phi}$ ist, ebenfalls gültig sein.

Daraus ergibt sich direkt als Spezialfall:

(6) Wenn φ ein Theorem (eine Kontradiktion) ist, dann ist jede Formel ψ, die genauer als φ ist, ebenfalls ein Theorem (eine Kontradiktion).

4. *Strukturelle Eigenschaften der* genauer-*Relation.* Die genauer-Relation hat eine Reihe von strukturellen Eigenschaften, die auch vom Explikat *genauer* zu fordern sind. Sie lassen sich gut anhand des Beispiels (1) veranschaulichen. Folgendes Diagramm stellt die betreffenden genauer-Beziehungen übersichtlich dar:[10]



9 Schlusskonditionale werden hier nur für eine 1:1-Abbildung von Schlüssen auf Formeln benutzt. Dass sie genau dann Theoreme sind, wenn die entsprechenden Schlüsse gültig sind, spielt dabei keine Rolle. (5) ist deshalb unabhängig von den Theoremen über Schlusskonditionale (vgl. Kap. 1.3.4). Statt die genauer-Beziehungen zwischen Schlüssen auf solche zwischen Formeln zu reduzieren, könnte man natürlich auch die genauer-Relation als Beziehung zwischen Folgen von Formeln einführen.

10 In diesem Diagramm sind alle genauer-Beziehungen eingezeichnet. Im Folgenden werde ich wie üblich diejenigen Beziehungen, die sich aus der Transitivität ergeben, weglassen, um die Übersichtlichkeit zu erhöhen.

i. Bei der Diskussion der Strukturverfeinerung (S. 305) hat sich ergeben, dass keine Formalisierung genauer ist als sie selbst, dass also die Relation *genauer* irreflexiv sein muss.[11]

ii. Betrachtet man beispielsweise (1.1), (1.2) und (1.3), also die Formeln mit einer Disjunktion als Hauptzeichen, so lässt sich ersehen, dass „genauer" transitiv verwendet wird: (1.3) gilt schon deshalb als genauer als (1.1), weil (1.3) genauer als (1.2) und (1.2) genauer als (1.1) ist. Die Transitivität von „genauer" folgt übrigens nicht aus den bisher erläuterten Eigenschaften. Diese lassen durchaus die Möglichkeit offen, beispielsweise zu fordern, dass eine Formel φ nur dann genauer als eine Formel ψ ist, wenn es keine Formel χ gibt, so dass φ genauer als ψ und χ genauer als ψ ist (was natürlich unsinnig wäre).

iii. Aus Transitivität und Irreflexivität folgt, dass die *genauer*-Relation auch asymmetrisch sein muss. Von zwei Formalisierungen ist höchstens eine genauer als die andere; es ist nicht möglich, dass zwischen zwei Formalisierungen eine genauer-Beziehung in beiden Richtungen besteht.

iv. Nicht alle Formalisierungen können bezüglich Genauigkeit verglichen werden. Beispielsweise verhindert die Forderung der Strukturerhaltung, dass (1.2) und (1.4) in einer genauer-Beziehung stehen. Die *genauer*-Relation soll also nicht konnex sein.

Diese Struktureigenschaften (irreflexiv, transitiv, asymmetrisch und nicht konnex) können in folgender Adäquatheitsbedingung zusammengefasst werden:

(G4) Die *genauer*-Relation ist eine strenge Ordnung (auch: „Reihe"), aber keine Kette.

5. *Verhältnis zu Notationsvarianten und äquivalenten Formeln*. Es ist offensichtlich, dass Notationsvarianten untereinander nicht in einer genauer-Beziehung stehen und sich auch nicht in ihren genauer-Beziehungen zu anderen Formeln unterscheiden. Dies lässt sich in folgender Adäquatheitsbedingung formulieren:

(G5) Ist eine Formel φ eine Notationsvariante einer Formel ψ, dann darf erstens weder φ *genauer* als ψ noch ψ *genauer* als φ sein; zweitens muss für jede Formel χ gelten: φ ist genau dann *(un)genauer* als χ, wenn ψ *(un)genauer* als χ ist.

Auch das Verhältnis der genauer-Beziehung zur Beziehung der Äquivalenz lässt sich leicht klären. Erstens ist offensichtlich, dass aus der (Nicht)Äquivalenz zweier Formeln weder geschlossen werden kann, dass eine der beiden genauer als die andere ist, noch dass dies nicht der Fall ist. Zweitens folgt daraus, dass eine Formel genauer als eine andere Formel ist, im Allgemeinen weder, dass sie äquivalent sind, noch dass sie das nicht sind. Dass verschieden genaue Formeln äquivalent sein können, hat sich schon bei der Diskussion der Gültigkeitserhaltung am Beispiel der Theoreme gezeigt:

[11] Die verwendeten Begriffe der Relationen- und Ordnungstheorie folgen dem Sprachgebrauch in *Essler, Brendel: Grundzüge der Logik*.

(8.1) $p \rightarrow p \vee q$
(8.2) $(r \wedge s) \rightarrow (r \wedge s) \vee q$

Selbstverständlich folgt aus einer genauer-Beziehung nicht immer Äquivalenz:

(7.1) $\neg p$
(7.2) $\neg(q \wedge \neg r)$

Andererseits können auch verschieden genaue Formeln, die keine Theoreme oder Kontradiktionen sind, äquivalent sein:

(9.1) p
(9.2) $\neg\neg p$

Als letzte Adäquatheitsbedingung ergibt sich also:

(G6) Wenn eine Formel φ kein Theorem und keine Kontradiktion ist, so muss die Frage, ob eine Formel ψ *genauer* als φ ist, unabhängig davon sein, ob φ und ψ äquivalent sind.

Definition der genauer-*Relation*

Von der Eigenschaft der Strukturverfeinerung her ist es recht nahe liegend, die genauer-Relation mit Hilfe des Begriffs der Substitution zu explizieren.[12] Im Folgenden schlage ich eine solche Definition der *genauer*-Relation vor, wobei ich mich an der Idee orientiere, dass die Definition besonders nützlich ist, wenn sie Hinweise darauf gibt, wie man *genauere* Formeln aus *ungenaueren* herstellen kann.

Als Erstes kann festgestellt werden, dass nicht alle Substitutionen zu *genaueren* Formeln führen. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn bei einer Substitution lediglich eine oder mehrere Aussagenkonstanten durch andere Aussagenkonstanten ersetzt werden. Da man mit solchen Substitutionen keine Strukturverfeinerungen erhält, kann man sie im Zusammenhang mit der Definition der *genauer*-Relation ausschließen und von einer eingeschränkten Form der Substitution ausgehen, die es nur erlaubt, Aussagenkonstanten durch komplexe Formeln zu ersetzen. Als *komplexe Formeln* gelten dabei einfach alle Formeln, die nicht bloß aus einer Aussagenkonstante bestehen. Diese Version der Substitution nenne ich „Verfeinerung"; sie kann wie folgt definiert werden:

Verfeinerung: Eine Formel φ entsteht aus einer Formel ψ durch *Verfeinerung der Aussagenkonstante* α *durch die komplexe Formel* χ (symbolisch: $\varphi = \psi[\alpha/\chi]$) genau dann, wenn φ das Resultat ist, das man erhält, wenn man an allen Stellen, an denen α in ψ vorkommt, dieses Vorkommen von α durch χ ersetzt.

Für eine Definition der Relation *genauer* mit Hilfe der *Verfeinerung* sind nun noch die folgenden zwei Punkte zu berücksichtigen:

1. Nicht nur jede Formel φ, die aus einer Formel ψ durch Verfeinerung entsteht, ist genauer als ψ, sondern zusätzlich auch alle Notationsvarianten von φ.

[12] Ein ähnlicher Vorschlag findet sich in *Castañeda: Thinking and doing,* S. 70.

2. Wenn eine Formel ψ die Aussagenkonstante α nicht enthält, so sind die Formeln φ, die aus ψ durch Verfeinerungen der Form $[\alpha/\chi]$ entstehen, mit ψ identisch und deshalb nicht genauer als ψ.

Die Relation *genauer* kann nun wie folgt definiert werden:

> *genauer*: Eine Formel φ ist genau dann *genauer* als eine Formel ψ, wenn es eine Formel χ gibt, die durch eine oder mehrere Verfeinerungen aus ψ entsteht, so dass φ eine Notationsvariante von χ, aber keine Notationsvariante von ψ ist.

Auf der Grundlage dieses Begriffs der *genaueren* Formel können nun *genauer*-Relationen für Schlüsse, für Formalisierungen von Aussagen und Schlüssen sowie für Schemata eingeführt werden:

> *genauer* für Formalisierungen von Aussagen: Eine Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ einer Aussage, bestehend aus der Formel φ und dem Korrespondenzschema κ, ist genau dann *genauer* als eine Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ derselben Aussage, bestehend aus der Formel ψ und dem Korrespondenzschema μ, wenn φ *genauer* ist als ψ.

> *genauer* für Schlüsse: Ein Schluss $\mathbf{\Phi}$ ist genau dann genauer als ein Schluss $\mathbf{\Psi}$, wenn das Schlusskonditional von $\mathbf{\Phi}$ *genauer* als das Schlusskonditional von $\mathbf{\Psi}$ ist.

> *genauer* für Formalisierungen von Schlüssen: Eine Formalisierung $\mathbf{\Phi}$ eines Schlusses, bestehend aus den Formeln $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ und dem Korrespondenzschema κ, ist genau dann *genauer* als eine Formalisierung $\mathbf{\Psi}$ desselben Schlusses, bestehend aus der Formel $\psi_1, \ldots, \psi_n$ und dem Korrespondenzschema μ, wenn der Schluss $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ *genauer* ist als der Schluss $\psi_1, \ldots, \psi_n$.

> *genauer* für (Schluss-)Schemata: Ein Schema φ (Schlussschema $\mathbf{\Phi}$) ist genau dann *genauer* als ein Schema ψ (Schlussschema $\mathbf{\Psi}$), wenn die φ zugeordnete Formel (der $\mathbf{\Phi}$ zugeordnete Schluss) *genauer* als die ψ zugeordnete Formel (der $\mathbf{\Psi}$ zugeordnete Schluss) ist.

Schließlich sei noch die Bezeichnung *ungenauer* für die Konversen dieser *genauer*-Relationen eingeführt.

Folgendes Beispiel illustriert die verschiedenen Definitionen:

(10.1) $p \vee q$

wird durch Verfeinerung von q mit $\neg p$ respektive mit $(p \to q)$ zu

(10.2)	$p \vee \neg p$	$= p \vee q[q/\neg p]$
(10.3)	$p \vee (p \to q)$	$= p \vee q[q/(p \to q)]$

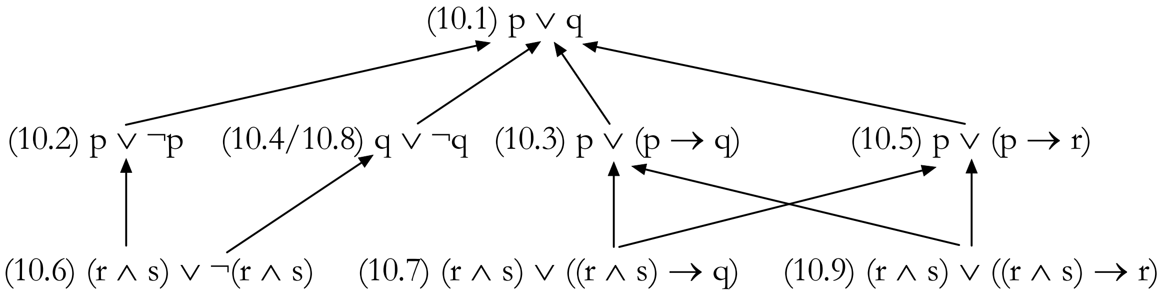
Dazu gibt es zum Beispiel die Notationsvarianten

(10.4)	$q \vee \neg q$	zu (10.2)
(10.5)	$p \vee (p \to r)$	zu (10.3)

Aus (10.2) bis (10.5) entstehen durch Verfeinerungen von p mit (r∧s) wiederum

(10.6)	$(r\wedge s)\vee\neg(r\wedge s)$	$=p\vee\neg p[p/(r\wedge s)]$
(10.7)	$(r\wedge s)\vee((r\wedge s)\rightarrow q)$	$=p\vee(p\rightarrow q)[p/(r\wedge s)]$
(10.8)	$q\vee\neg q$	$=q\vee\neg q[p/(r\wedge s)]$
(10.9)	$(r\wedge s)\vee((r\wedge s)\rightarrow r)$	$=p\vee(p\rightarrow r)[p/(r\wedge s)]$

Es gilt zum Beispiel: (10.2) ist *genauer* als (10.1) und *ungenauer* als (10.6); (10.1) ist *ungenauer* als alle anderen Formeln; (10.8) wiederum ist *genauer* als (10.1), aber nicht *genauer* als (10.4) usw. In einer Übersicht:



Im Folgenden soll kurz erläutert werden, dass die eingeführte Relation *genauer* die oben diskutierten Adäquatheitsbedingungen erfüllt. Dies folgt in einfacher Weise aus der Definition der Verfeinerung, derjenigen von *genauer* und einigen Eigenschaften von Notationsvarianten und Substitutionen[13]:

(EV1) Jede Verfeinerung ist eine Substitution: Wenn eine Formel φ aus einer Formel ψ durch Verfeinerung entsteht, dann gibt es eine Substitution, die φ aus ψ erzeugt.

(EN1) Wenn eine Formel φ eine Notationsvariante der Formel ψ ist, dann gibt es eine Substitution, die φ aus ψ erzeugt.

(EG1) Wenn eine Formel φ *genauer* ist als eine Formel ψ ist, dann gibt es eine Substitution, die φ aus ψ erzeugt.

(ES1) Wenn s_1 und s_2 Substitutionen sind, so ist auch die Komposition von s_1 und s_2 (geschrieben: $s_1 \circ s_2$; definiert als $s_1(s_2(x))$) eine Substitution.

(ES2) Eine Formel φ ist genau dann eine Instanz des einer Formel ψ zugeordneten Schemas, wenn es eine Substitution gibt, die φ aus ψ erzeugt.

(ES3) Wenn φ eine Tautologie (eine Kontradiktion) ist, dann ist auch jede Formel ψ, die aus φ durch Substitution entsteht, eine Tautologie (eine Kontradiktion).

13 (EV1) folgt trivialerweise aus der Definition der Verfeinerung; für (EN1) vgl. Kapitel 13.2, für (ES1) und (ES2) Kapitel 6.2.5. (ES3) ist das sog. Substitutionstheorem (vgl. z.B. *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 66–67). (EG1) folgt aus den Definitionen der Verfeinerung und der Relation *genauer* zusammen mit (EV1), (EN1), (ES1).

(G1) *Strukturverfeinerung.* Diese Adäquatheitsbedingung ist sichergestellt durch die Definition der Verfeinerung zusammen mit der Bedingung, dass *genauere* Formeln nicht Notationsvarianten von *ungenaueren* sein dürfen.

(G2) *Strukturerhaltung.* Aus (EG1) und (ES2) folgt, dass für alle Formeln φ und ψ gilt: wenn φ *genauer* als ψ ist, so ist φ eine Instanz des ψ zugeordneten Schemas. Damit ist die Strukturerhaltung garantiert.

(G3) *Gültigkeitserhaltung.* Da nach (EG1) eine *genauere* Formel immer durch Substitution aus einer *ungenaueren* erzeugt werden kann, folgt die Gültigkeitserhaltung aus (ES3).

(G4) *Strukturelle Eigenschaften.* Da die Definition von *genauer* erlaubt, dass eine *genauere* Formel aus einer *ungenaueren* nicht bloß durch eine, sondern durch mehrere Verfeinerungen entstehen kann, ist sichergestellt, dass die *genauer*-Relation transitiv ist. Des Weiteren garantiert die Definition der *genauer*-Relation auch unmittelbar deren Irreflexivität und somit (wegen der Transitivität) auch die Asymmetrie. Dass die Relation *genauer* nicht konnex ist, zeigt Beispiel (10).

(G5) *Notationsvarianten.* Dass zwei Formeln, die Notationsvarianten voneinander sind, untereinander nicht in einer *genauer*-Relation stehen können, aber in der gleichen *genauer*-Relation zu jeder dritten Formel stehen, wird unmittelbar durch die Definition von *genauer* sichergestellt.

(G6) *Äquivalente Formeln.* Die Unabhängigkeit von Äquivalenz und *genauer* lässt sich anhand des Beispiels (10) prüfen. Die Abhängigkeit bei Theoremen und Kontradiktionen folgt aus der Gültigkeitserhaltung.

Zusätzlich zu den bereits genannten sind noch zwei weitere strukturelle Eigenschaften erwähnenswert:

1. Die Relation *ungenauer* hat als Konverse zur Relation *genauer* alle deren Ordnungseigenschaften.[14]

2. Die Menge der maximalen Elemente der durch die Relation *genauer* geordneten Menge der Formeln ist gleich der Menge der Aussagenkonstanten, weil einzelne Aussagenkonstanten definitionsgemäß nicht durch eine Verfeinerung erzeugt werden können; andererseits kann trivialerweise jede komplexe Formel aus jeder beliebigen Aussagenkonstante durch Substitution erzeugt werden. Somit gilt: Formalisierungen, die aus einer einzelnen Aussagenkonstante bestehen, sind *ungenauer* als alle anderen Formalisierungen derselben Aussage.

Zusammenhänge zwischen Genauigkeit, Korrektheit und Adäquatheit

Nach den obigen Definitionen ist das Bestehen von *genauer*-Beziehungen zwischen Formalisierungen nur davon abhängig, welche Formeln in diesen Formalisierungen vorkommen. Weil für die Korrektheit und Adäquatheit von Formalisierungen das Korrespondenzschema eine wesentliche Rolle spielt, ist damit klar, dass *genauer*-Beziehungen zwischen Formalisierungen unabhängig von deren Korrektheit und Adäquatheit bestehen. Das bedeutet insbesondere:

14 Vgl. *Essler, Brendel: Grundzüge der Logik,* S. 104–108.

Aus dem Umstand, dass für eine Aussage eine adäquate (korrekte) Formalisierung vorliegt, kann nicht ohne weiteres geschlossen werden, dass andere Formalisierungen, die *genauer* (oder *ungenauer*) sind, dann auch adäquat (korrekt) sein müssten. Es besteht aber der folgende wichtige Zusammenhang zwischen *genauer*-Beziehungen zwischen Formalisierungen und deren Korrektheit:

(11) Wenn eine Aussage A eine korrekte Formalisierung mit der Formel φ hat, dann gibt es für jede Formel ψ, die *ungenauer* als φ ist, eine korrekte Formalisierung von A mit der Formel ψ.

Dazu zwei Bemerkungen:

1. Wenn für eine Aussage A eine korrekte Formalisierung Φ mit der Formel φ vorliegt, so besagt (11) nicht, dass jede *ungenauere* Formalisierung Ψ von A mit der Formel ψ korrekt wäre, sondern lediglich, dass nicht alle dieser *ungenaueren* Formalisierungen nichtkorrekt sind. Welche *ungenaueren* Formalisierungen Ψ korrekt sind, kann nicht davon abhängen, welche Formel in Ψ vorkommt (das ist immer ψ), sondern ausschließlich vom Korrespondenzschema von Ψ. Dabei schließt (11) allerdings aus, dass die Konvention (3) von Seite 304, die verlangt, nur Formalisierungen mit kompatiblem Korrespondenzschema bezüglich der *genauer*-Relation zu vergleichen, immer eingehalten wird. Dies lässt sich anhand einfachster Beispiele zeigen:

(12) Knoblauch und Zwiebeln sind Grundnahrungsmittel.

(12.1) $p \wedge q$ p: Knoblauch ist ein Grundnahrungsmittel
q: Zwiebeln sind ein Grundnahrungsmittel

Wenn (12.1) eine korrekte Formalisierung von (12) ist, muss es nach (11) beispielsweise auch eine korrekte Formalisierung von (12) mit der Formel

(12.2) p

geben. Dies ist trivialerweise der Fall, setzt aber voraus, dass „p" in (12.2) für (12) steht und nicht für dieselbe Aussage wie in der Formalisierung (12.1).

2. Der in (11) formulierte Zusammenhang beruht darauf, dass erstens eine Formalisierung nur dann korrekt sein kann, wenn die formalisierte Aussage alle gültigkeitsrelevanten Merkmale hat, die durch die Formel in der Formalisierung repräsentiert werden, und zweitens eine Formel, die *genauer* als eine andere ist, alle gültigkeitsrelevanten Merkmale repräsentiert, die durch die *ungenauere* Formel repräsentiert werden. Dies zeigt sich in der Gültigkeitserhaltung: Jeder Schluss, der sich mit Hilfe der *ungenaueren* Formalisierung als gültig erweisen lässt, kann auch mit der *genaueren* Formalisierung als gültig erwiesen werden.

Ganz analog zu (11) kann auch ein Zusammenhang zwischen *genauer*-Beziehungen und Adäquatheit formuliert werden:

(13) Wenn eine Aussage A eine adäquate Formalisierung mit der Formel φ hat, dann gibt es für jede Formel ψ, die *ungenauer* als φ ist, eine adäquate Formalisierung von A mit der Formel ψ.

Die obigen Bemerkungen zu (11) treffen analog auch auf (13) zu. Für eine Begründung von (13) muss aber berücksichtigt werden, dass dafür, dass **Φ** eine adäquate Formalisierung einer Aussage A ist, A nicht nur alle durch **Φ** repräsentierten gültigkeitsrelevanten Merkmale haben muss, sondern alle durch **Φ** repräsentierten logischen Merkmale.[15] Damit stellt sich die Frage, in welchem Verhältnis (13) zu den Adäquatheitsregeln aus Kapitel 12.3 steht. Es scheint plausibel, dass – wie in (13) verlangt – zu einer gegebenen Formalisierung **Φ** *ungenauere* Formalisierungen gefunden werden können, die bezüglich der Adäquatheitsregeln gleich gut abschneiden wie **Φ** selbst. Mehr als Plausibilität wäre hier aber zuviel verlangt, da die Regeln zuwenig streng formuliert sind. Es bietet sich deshalb an, (13) nicht als nachweisbares Resultat, sondern als selbstständiges Kriterium für die Adäquatheit aufzufassen; analog kann (11) als Korrektheitskriterium verwendet werden. Diese Idee wird in Kapitel 13.6 weiterverfolgt.

Man kann sich auch fragen, ob die Relation *genauer* nicht auf der Grundlage von (11) oder allenfalls (13) definiert werden könnte. Castañedas Vorschlag geht in dieser Richtung: "Let us say that a logical form φ is a *refinement* of a logical form ψ just in case whatever proposition has φ also has ψ."[16] Diese Definition bezieht sich allerdings bei Castañeda nicht auf eine Beziehung zwischen Formeln, sondern auf eine Beziehung zwischen logischen Formen, also dem, was durch Formeln repräsentiert wird. Überträgt man das auf die Ebene von Formalisierungen beziehungsweise Formeln, erhält man im Hinblick auf (11):

(14) Eine Formel φ ist genau dann *mindestens so genau** wie eine Formel ψ, wenn jede Aussage, die unter Verwendung von φ korrekt formalisiert werden kann, auch unter Verwendung von ψ korrekt formalisiert werden kann.

Dieser Vorschlag bringt allerdings ein anderes Verständnis der genauer-Beziehung zwischen Formeln und Formalisierungen mit sich, als ich es in den vorangehenden Kapiteln entwickelt habe. Dies wird deutlich, wenn man die Möglichkeiten betrachtet, aufgrund von (14) eine Relation *genauer** (ein irreflexives und asymmetrisches Gegenstück zu *mindestens so genau**) zu definieren:[17]

(15) Eine Formel φ ist genau dann *genauer** als eine Formel ψ, wenn φ *mindestens so genau** wie ψ, aber nicht identisch mit ψ ist.

(16) Eine Formel φ ist genau dann *genauer** als eine Formel ψ, wenn φ *mindestens so genau** wie ψ, aber nicht äquivalent zu ψ ist.

Mit (15) ergibt sich das Problem, dass alle äquivalenten, aber verschiedenen Formeln wechselseitig *genauer** sind, was dem Prinzip der Strukturerhaltung widerspricht. Nach (16) kann eine Formel nicht *genauer** als eine zu ihr äquiva-

---

15 Vgl. die Unterscheidung zwischen Adäquatheit und Korrektheit in Kapitel 12.2.

16 *Castañeda: Thinking and doing,* S. 69.

17 Zur Vereinfachung übergehe ich hier die Möglichkeit von Notationsvarianten, da sie für die folgenden Überlegungen keine entscheidende Rolle spielen.

lente Formel sein, was es zum Beispiel unmöglich macht, dass Theoreme in *genauer**-Beziehungen stehen. Es scheint mir keine Möglichkeit zu geben, eine zu *genauer* äquivalente Relation *genauer** auf der Basis von *mindestens so genau** zu definieren, ohne auf die ursprüngliche Definition von *genauer* zurückzugreifen. Es ist deshalb sinnvoller, Eigenschaft (11) nicht für eine Definition der *genauer*-Relation zu verwenden, sondern *genauer* unabhängig von (11) zu definieren und dann zu zeigen, dass (11) aus dieser Definition folgt.

Diese Probleme mit äquivalenten Formeln ließen sich lösen, wenn man die Relation *mindestens so genau** ausgehend von (13) mit Hilfe der Adäquatheit statt ausgehend von (11) mit Hilfe der Korrektheit definierte (man erhält dasselbe wie in (14), mit „adäquat“ anstelle von „korrekt“). Aus der Perspektive des Problems der adäquaten Formalisierung wäre dieser Vorschlag allerdings noch problematischer. Er hätte erstens den Nachteil, dass *genauer* nur noch für adäquate Formalisierungen definiert wäre, so dass man zum Beispiel nicht mehr davon sprechen könnte, dass eine Formalisierung zwar *genauer* als eine andere, aber nicht adäquat ist. Zweitens würden sich alle Schwierigkeiten, die sich ergeben, wenn man versucht, näher zu erklären, unter welchen Bedingungen eine Formalisierung adäquat ist, auf die Relation *genauer* übertragen; schließlich wäre es nicht mehr sinnvoll, Kriterien für die Adäquatheit zu formulieren, die auf die Relation *genauer* zurückgreifen (was in Kapitel 13.6 erfolgen wird).

13.4.3 Genauer-Beziehungen in der Prädikatenlogik

Nachdem die genauer-Beziehungen in der Aussagenlogik ausführlich erörtert wurden, beschränke ich mich bei der Prädikatenlogik auf eine Skizze, zumal die zentralen Punkte gleich bleiben und die Unterschiede vor allem in den technischen Schwierigkeiten bestehen, die sich aus den komplexeren Substitutionsmöglichkeiten in der Prädikatenlogik ergeben. Vorab ist noch eine terminologische Vereinbarung zu treffen: Ich gehe im Folgenden davon aus, dass in der Prädikatenlogik auch Aussagenkonstanten vorkommen, und bezeichne prädikatenlogische Formeln, die nur Aussagenkonstanten und Junktoren enthalten, als „aussagenlogisch“ und alle anderen als „prädikatenlogisch“, obwohl es sich genau genommen in beiden Fällen um Formeln handelt, die zu einer Prädikatenlogik gehören. Da es aber nach wie vor nur um verschiedene Formalisierungen geht, die zur gleichen Logik gehören, sind Missverständnisse ausgeschlossen.

Adäquatheitsbedingungen und Definition der genauer*-Relation*

Die Adäquatheitsbedingungen (G1)–(G6) für die Definition der genauer-Beziehung zwischen Formeln können für die Prädikatenlogik unverändert übernommen werden. Bei der Bedingung der Strukturverfeinerung (G1) muss allerdings berücksichtigt werden, dass es in der Prädikatenlogik verschiedene Arten von deskriptiven Konstanten gibt, die in der Definition der prädikatenlogischen Verfeinerung berücksichtigt werden müssen.

Eine Definition der Relation *genauer* für die Prädikatenlogik lässt sich deshalb aufgrund der aussagenlogischen Definition entwickeln, indem der auf die Aussagenlogik zugeschnittene Begriff der Verfeinerung aus Kapitel 13.4.2 erweitert wird. Die folgenden Formen der Verfeinerung sind in irgendeiner Form in den meisten Standardsystemen der Prädikatenlogik zulässig:

1. Ersetzen von Aussagenkonstanten durch aussagenlogisch komplexe Formeln.
2. Ersetzen von Aussagenkonstanten durch prädikatenlogische Formeln.
3. Ersetzen von Prädikatskonstanten durch offene Formeln, die aussagenlogisch komplex sind.
4. Ersetzen von Prädikatskonstanten durch offene Formeln, die einen Quantor enthalten.
5. Ersetzen von Prädikatskonstanten durch offene Formeln, die eine Prädikatskonstante mit mehr Argumentstellen enthalten.

In vielen Systemen der Prädikatenlogik sind auch Verfeinerungen von Individuenausdrücken möglich:

6. Ersetzen von Individuenkonstanten durch Funktionsausdrücke.
7. Ersetzen von elementaren Funktionsausdrücken durch Funktionsausdrücke, die mehrere Funktionsausdrücke enthalten oder Funktionsausdrücke mit mehr Argumentstellen.
8. Ersetzen von Individuenkonstanten durch Kennzeichnungsausdrücke.

Ich werde mich im Folgenden auf die Verfeinerungsformen (1) bis (5) beschränken. Das Verfeinern von Formalisierungen mittels Funktionsausdrücken ist zwar an gewisse Einschränkungen gebunden, wirft aber keine grundsätzlich neuen Probleme auf.[18] Kennzeichnungen hingegen werden in verschiedenen Logiken ganz unterschiedlich behandelt; in vielen Systemen ist Verfeinerung von Individuenkonstanten durch Kennzeichnungsausdrücke nicht zulässig.[19]

Verfeinerungen vom Typ (1) entsprechen denjenigen, die bereits für die Aussagenlogik definiert wurden. Die zweite Verfeinerungsform erlaubt den Übergang von aussagenlogischen zu prädikatenlogischen Formeln; weil jede Aussage mit einer Aussagenkonstante formalisiert werden kann, gibt es zu jeder prädikatenlogischen Formalisierung eine ungenauere aussagenlogische Formalisierung. Wesentlich komplizierter sind die Verfeinerungsarten (3) bis (5), weil dabei sichergestellt sein muss, dass sich beim Ersetzen von Prädikatskonstanten durch

18 Verfeinerungen mittels Funktionsausdrücken sind nur in Formeln zulässig, die unendlich viele Funktionsausdrücke derselben Stellenzahl nicht enthalten (vgl. *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 94–95), weil sonst die Gültigkeitserhaltung nicht garantiert ist. Im Zusammenhang mit Formalisierungen umgangssprachlicher Sätze ist das aber keine relevante Einschränkung.

19 Kennzeichnungstheorien werden üblicherweise eingeführt, weil sich Individuenbezeichnungen und Kennzeichnungsausdrücke in gültigkeitsrelevanter Weise unterscheiden. In solchen Theorien ist die Substitution von Individuenkonstanten durch Kennzeichnungen nicht gültigkeitserhaltend und kann deshalb nicht zu den Verfeinerungen gerechnet werden.

komplexere Ausdrücke die Bindungsverhältnisse der Variablen nicht ändern. Die Schwierigkeiten, die sich hier ergeben, sind die gleichen wie diejenigen, die die Definition der Substitution für die Prädikatenlogik ziemlich umständlich machen. Auf die technischen Einzelheiten einer solchen Definition gehe ich hier nicht ein, da die Definition der Substitution und das Substitutionstheorem für die verschiedenen prädikatenlogischen Systeme in der einschlägigen Literatur zu finden sind.[20] Wichtiger im vorliegenden Kontext ist die Definition der Verfeinerung für die Prädikatenlogik auf der Grundlage des Begriffs der Substitution:

> *(Prädikatenlogische) Verfeinerung:* Eine Formel φ ist genau dann eine (prädikatenlogische) *Verfeinerung* der Formel ψ, wenn φ aus ψ durch eine Substitution $[\alpha/\beta]$ entsteht, die eine der beiden folgenden Bedingungen erfüllt:
> (i) α ist eine Aussagenkonstante, β ist eine aussagenlogisch komplexe oder eine prädikatenlogische Formel
> (ii) α ist eine n-stellige Prädikatskonstante, β ist eine offene Formel mit n freien Variablen, die mindestens einen Junktor, einen Quantor oder eine Prädikatskonstante mit mehr als n Stellen enthält.

Die benötigten Definitionen von *genauer* und *ungenauer* können unverändert aus Kapitel 13.4.2 übernommen werden. Wiederum lässt sich zeigen, dass eine solche Definition von *genauer* die Adäquatheitsbedingungen für eine Explikation der genauer-Relation erfüllt. Im Folgenden sollen einige typische Beispiele illustrieren, wie durch Verfeinerung *genauere* prädikatenlogische Formalisierungen entwickelt werden können.

Ein Beispiel für eine Verfeinerung einer Prädikatskonstante durch eine aussagenlogisch komplexe offene Formel ist:

(17) Jeder Mensch hat einen Bruder oder eine Schwester.

Aus der einfachen Formalisierung

(17.1)	$\forall x(f(x) \rightarrow g(x))$	f(x): x ist ein Mensch
		g(x): x hat einen Bruder oder eine Schwester

erhält man durch die Substitution $[g(x)/(h(x) \vee i(x))]$ die *genauere* Formalisierung

(17.2)	$\forall x(f(x) \rightarrow (h(x) \vee i(x)))$	h(x): x hat einen Bruder
		i(x): x hat eine Schwester

Ähnlich ist das Vorgehen auch beim Beispiel

(18) Johannes hat einen Bruder.

[20] Da sich die verschiedenen Systeme der Prädikatenlogik in der Syntax zum Teil erheblich unterscheiden, gibt es recht unterschiedliche Möglichkeiten, Substitutionsbedingungen zu formulieren. Vgl. z.B. *Pogorzelski, Pruncal: The substitution rule for predicate letters in the first-order predicate calculus; Quine: Methods of logic (4),* Kap. 26 und 28; *Bostock: Intermediate logic,* S. 103–107; *Stegmüller, Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik,* S. 92–93; *Kalish, Montague, Mar: Logic,* S. 349–355.

Hier erhält man aus der Formalisierung

(18.1) $f(a)$ $f(x)$: x hat einen Bruder; a: Johannes

die *genauere* Formalisierung

(18.2) $\exists y k(a,y)$ $k(x,y)$: x ist Bruder von y

indem man die offene Formel $\exists y k(x,y)$ für $f(x)$ substituiert. Wie die beiden Beispiele zeigen, können für n-stellige Prädikatbuchstaben nur offene Formeln mit n freien Variablen substituiert werden. Dass dabei Einschränkungen beachtet werden müssen, damit die Variablenbindungen nicht in unzulässiger Weise verändert werden, zeigt sich zum Beispiel anhand von (17.2): Man kann hier – analog zu (18) – eine Verfeinerung mit $[h(x)/\exists y k(x,y)]$ durchführen und erhält

(17.3) $\forall x[f(x)\rightarrow(\exists y k(x,y)\vee i(x))]$ $k(x,y)$: x ist Bruder von y

In diesem Fall ist es entscheidend, dass $h(x)$ durch $\exists y k(x,y)$ und nicht etwa durch $\exists x k(y,x)$ substituiert wird, weil sonst der Ausdruck

(17.4*) $\forall x[f(x)\rightarrow(\exists x k(y,x)\vee i(x))]$

resultieren würde, was zu zwei Problemen führt: Erstens gilt (17.4*) in einigen logischen Systemen nicht als wohlgeformt, weil sich darin die Bereiche zweier Quantoren überschneiden, die dieselbe Variable binden. Zweitens enthält (17.4*) eine freie Variable und kann deshalb nicht eine adäquate Formalisierung einer Aussage sein.

Wie Beispiel (18) zeigt, bilden Aussagen, die sich durch Prädikate mit unterschiedlicher Stellenzahl formalisieren lassen, eine ergiebige Quelle für verschieden *genaue* Formalisierungsmöglichkeiten. Zu jeder adäquaten Formalisierung, die ein mehrstelliges Prädikat mit n Argumenten ($n\geq 2$) enthält, gibt es offensichtlich eine *ungenauere* adäquate Formalisierung mit einem Prädikat mit $n-1$ Stellen. Das lässt sich gut an Beispielen wie

(19) Köln liegt zwischen Oslo und Rom.

zeigen. Drei nahe liegende Formalisierungen für (19) wären etwa:

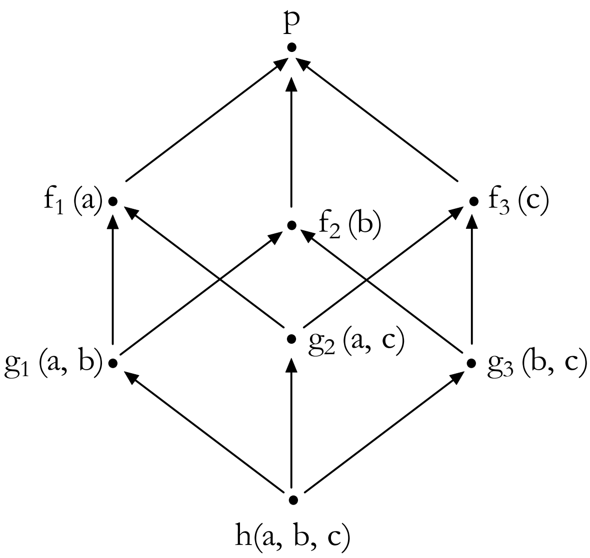
(19.1)	$f(a)$	$f(x)$:	x liegt zwischen Oslo und Rom
(19.2)	$g(a,b)$	$g(x,y)$:	x liegt zwischen y und Rom
(19.3)	$h(a,b,c)$	$h(x,y,z)$:	x liegt zwischen y und z
		a: Köln; b: Oslo; c: Rom	

Die dazu gehörenden Substitutionen sind:

(19.4) $g(a,b) = f(a)[f(x)/g(x,b)]$
(19.5) $h(a,b,c) = g(a,b)[g(x,y)/h(x,y,c)]$
$= f(a)[f(x)/g(x,b)][g(x,y)/h(x,y,c)]$

Berücksichtigt man alle Möglichkeiten, die sich nach diesem Muster ergeben, erhält man zusammen mit der aussagenlogischen Formalisierung insgesamt acht

Formalisierungen, die in den folgenden *genauer*-Beziehungen stehen:



p:	Köln liegt zwischen Oslo und Rom
f_1 (x):	x liegt zwischen Oslo und Rom
f_2 (x):	Köln liegt zwischen x und Rom
f_3 (x):	Köln liegt zwischen Oslo und x
g_1 (x, y):	x liegt zwischen y und Rom
g_2 (x, y):	x liegt zwischen Oslo und y
g_3 (x, y):	Köln liegt zwischen x und y
h(x, y, z):	x liegt zwischen y und z
	a: Köln; b: Oslo; c: Rom

13.4.4 Quines Maxime der minimalen Analyse

Da es im Allgemeinen für dieselbe Aussage verschieden *genaue* adäquate Formalisierungen gibt, stellt sich nun die Frage, welche man wählen soll. Ist eine Formalisierung umso besser, je *genauer* sie ist? Es lässt sich sofort feststellen, dass dies keine Frage der Adäquatheit sein kann. Erstens hat die *Genauigkeit* nach den bisherigen Adäquatheitskriterien keinen Einfluss auf die Adäquatheit, und zweitens würde es wenig Sinn machen, möglichst große *Genauigkeit* zu einem Adäquatheitskriterium zu erheben. Es ist ohnehin nicht immer sinnvoll, eine möglichst *genaue* Formalisierung zu entwickeln. Bei Schlüssen, die Instanzen des Modus ponens sind, werden nie mehr als zwei Aussagenkonstanten benötigt, um die Gültigkeit nachweisen zu können; jede *genauere* Formalisierung könnte nur wieder zum gleichen Ergebnis führen. Andererseits sind allzu *ungenaue* Formalisierungen im Allgemeinen auch nicht brauchbar: Wer prinzipiell jede Aussage nur mit einer Aussagenkonstante formalisiert, wird zwar nur adäquate Formalisierungen produzieren (passende Korrespondenzschemata vorausgesetzt), aber die Gültigkeit der meisten Schlüsse nicht nachweisen können. Daraus sollte man nicht die Lehre ziehen, dass generell doch *genauere* Formalisierungen *ungenaueren* vorzuziehen wären. Als praktische Regel bedient man sich besser Quines *maxim of shallow analysis:* Formalisiere nur so *genau,* wie für den Nachweis der Gültigkeit des untersuchten Schlusses nötig ist.[21]

Es ist offensichtlich, dass Quines Maxime nur sinnvoll ist, weil sich zeigen lässt, dass der Nachweis, dass ein Schluss gültig ist, durch eine *genauere* Formalisierung unmöglich noch in Frage gestellt werden kann. Wenn ein Schluss mit einer adäquaten Formalisierung **Φ** als gültig nachgewiesen werden kann, dann auch mit jeder adäquaten Formalisierung, die *genauer* als **Φ** ist. Dies ist – wie

[21] *Quine: Methods of logic (4),* S. 198; *Quine: Word and object,* S. 160.

oben bereits gezeigt wurde – dadurch garantiert, dass die Relation *genauer* die Eigenschaft der Gültigkeitserhaltung hat. Mit anderen Worten: Wenn es gelingt, die Gültigkeit eines Schlusses nachzuweisen, ist es nicht nötig, *genauere* Formalisierungen zu prüfen, weil sie alle das gleiche Resultat ergeben.

Nach Quines Maxime vorzugehen, bedeutet natürlich nicht, dass man immer zum Voraus wissen könnte, wie *genau* man formalisieren muss, um die Gültigkeit eines bestimmten Schlusses nachzuweisen. Dies ist insbesondere dann sicher nicht der Fall, wenn man nicht weiß, ob er überhaupt gültig ist. Praktisch bedeutet die Maxime also, dass man am besten mit *ungenauen* Formalisierungen beginnt und bei Bedarf zu *genaueren* übergeht. Dies war beispielsweise die Strategie, die in Kapitel 9 bei De Morgans Beispiel angewendet wurde: Zwar ist (P.K0) eine adäquate Formalisierung von (P.K); wenn man aber De Morgans Beispiel beweisen möchte, braucht man eine genauere Formalisierung. Ein Vorgehen nach Quines Maxime empfiehlt sich aus praktischen Gründen, weil es unökonomisch ist, mehr Formalisierungsaufwand zu betreiben als für den angestrebten Zweck nötig. Die Maxime ist aber weder ein Kriterium für Korrektheit noch für Adäquatheit. Hält man sich nicht an sie, bedeutet das höchstens zuviel Arbeit, aber nicht, dass sich ungültige Schlüsse „nachweisen" ließen oder der Nachweis der Gültigkeit trivial würde.

Man kann in Quines Maxime noch mehr als eine rein praktische Regel zur Arbeitsersparnis sehen, weil sie ein Gegengewicht zur problematischen Annahme bildet, es gäbe für jede Aussage eine beste Formalisierung, nämlich die *genauest* mögliche.[22] Diese Annahme ist insofern problematisch, als nicht klar ist, ob es überhaupt einen Sinn macht, *die genaueste* Analyse zu verlangen, das heißt diejenige, die alle logisch relevante Struktur erfasst. Diese Frage wird im folgenden Kapitel erörtert.

13.5 Probleme mit der Einheit der logischen Form

Aufgrund der bisherigen Diskussion über Möglichkeiten, eine Aussage verschieden genau zu formalisieren, kann nun die offene Frage, ob und inwiefern im Rahmen einer bestimmten Logik Formalisieren zu einem eindeutigen Resultat führt, auf zwei Probleme verengt werden:

(1) Kann es für die gleiche Aussage verschiedene adäquate Formalisierungen geben, die sich nicht durch genauer-Beziehungen erklären lassen?

(2) Sind die Möglichkeiten, genauere adäquate Formalisierungen für die gleiche Aussage zu finden, irgendwie begrenzt?

---

22 Für Quine ist diese Annahme vor allem problematisch, weil sie die Adäquatheit von Paraphrasen auf Synonymie zurückzuführen droht. Vgl. *Quine: Word and object,* S. 160; oben Kapitel 8.2.

In zweierlei Hinsicht sind diese Fragen von erheblicher Bedeutung: Erstens sind damit direkt Kernprobleme der Philosophie der Logik angesprochen, nämlich die Fragen, ob jede Aussage *eine* bestimmte logische Form hat und wie die Einheit der logischen Form konstituiert ist. Könnte Frage (1) negativ, Frage (2) aber positiv beantwortet werden, bedeutete dies, dass es tatsächlich so etwas wie ein eindeutiges Resultat des Formalisierens gibt, nämlich *die* maximal genaue adäquate Formalisierung dieser Aussage. Damit wäre auch klar, dass jede Aussage im Hinblick auf das betreffende logische System genau eine logische Form hat. Auch wenn man Frage (2) nicht positiv beantworten könnte, es also möglich wäre, zu jeder adäquaten Formalisierung eine noch genauere zu finden, die ebenfalls adäquat ist, könnte man immer noch argumentieren, diese Formalisierungen seien nicht grundlegend verschieden, weil sie sich ja nur in der Genauigkeit unterscheiden. Dies könnte man so deuten, dass eine Aussage lediglich deshalb nicht eindeutig formalisiert werden kann, weil sich immer eine Formalisierung angeben lässt, die ihre logische Form noch genauer erfasst. Eine positive Antwort auf Frage (1) hieße, dass es Aussagen gibt, die über zwei adäquate Formalisierungen verfügen, die sich nicht durch genauer-Beziehungen erklären lassen. Dies müsste man wohl so deuten, dass solche Aussagen tatsächlich – auch aus der Perspektive bloß eines logischen Systems – mehr als eine logische Form haben.

Zweitens sind die beiden oben formulierten Fragen direkt für die Zielsetzung von Logik und Formalisierung relevant. Sie zu beantworten, bedeutet auch, eine Antwort auf die Frage zu geben, ob es möglich ist, nachzuweisen, dass ein Schluss im Rahmen einer bestimmten Logik *nicht* gültig ist. Weil ein Schluss genau dann gültig ist, wenn er mindestens eine gültige Schlussform hat, müsste man, um seine Ungültigkeit nachzuweisen, nämlich zeigen, dass er in dieser Logik keine gültige Schlussform hat. Das heißt, man müsste zeigen, dass sich keine adäquate Formalisierung angeben lässt, mit deren Hilfe seine Gültigkeit nachgewiesen werden kann. Das bedeutet, dass man sich einen vollständigen Überblick über alle Formalisierungsmöglichkeiten für den fraglichen Schluss verschaffen können müsste (vgl. Kapitel 1.2.3). Insbesondere Massey hat auf die Bedeutung dieser Problematik an verschiedenen Stellen hingewiesen und dabei die These vertreten, dass sich die Möglichkeiten, denselben Schluss verschieden zu formalisieren, nicht überblicken lassen und es deshalb keine Theorie der formalen Ungültigkeit gibt.[23] Wer dagegen die Möglichkeit von Ungültigkeitsnachweisen verteidigen möchte, müsste vorbringen, dass es durchaus möglich ist, für eine gegebene Menge von adäquaten Formalisierungen zu zeigen, dass sie nicht nur alle keinen Nachweis der Gültigkeit erlauben, sondern auch, dass es keine weiteren adäquaten Formalisierungen für diesen Schluss gibt, mit denen die Gültigkeit allenfalls nachgewiesen werden könnte.[24]

23 *Massey: Are there any good arguments that bad arguments are bad?; Massey: The fallacy behind fallacies; Massey: Logic and linguistics.* Vgl. *Finocchiaro: Informal factors in the formal evaluation of arguments.*

24 Dies vertritt z.B. McKay gegen Massey: *McKay: On showing invalidity,* S. 99.

Als Erstes soll nun gezeigt werden, wie die beiden oben genannten Fragen zur Eindeutigkeit der Formalisierung mit Hilfe der Relation *genauer* präzise formuliert werden können, so dass sich für die weitere Diskussion eine klare Problemstellung ergibt.

Das Postulat der hierarchischen Struktur

Anhand einfacher Beispiele kann erläutert werden, worauf die Frage

(1) Kann es für die gleiche Aussage verschiedene adäquate Formalisierungen geben, die sich nicht durch genauer-Beziehungen erklären lassen?

abzielt. Angenommen, eine Aussage könne mit folgenden Formeln in unterschiedlich genauer Weise adäquat formalisiert werden:

(3.1) $p \vee q$
(3.2) $(r \wedge s) \vee q$
(3.3) $p \vee (t \wedge u)$
(3.4) $(r \wedge s) \vee (t \wedge u)$

Nun sind zwar (3.2) und (3.3) je *genauer* als (3.1), aber (3.2) und (3.3) sind bezüglich der *genauer*-Beziehung nicht vergleichbar, weil weder (3.2) *genauer* als (3.3) ist noch umgekehrt. Trotzdem ist klar, dass sich diese beiden unterschiedlichen Formalisierungsmöglichkeiten durch eine *genauer*-Beziehung erklären lassen, insofern nämlich, als (3.4) *genauer* als (3.2) und *genauer* als (3.3) ist:

$$\begin{tikzcd}
 & \text{(3.1)}\ p \vee q & \\
\text{(3.2)}\ (r \wedge s) \vee q \arrow[ur] & & p \vee (t \wedge u)\ \text{(3.3)} \arrow[ul] \\
 & \text{(3.4)}\ (r \wedge s) \vee (t \wedge u) \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Die interessante Frage ist nun, ob zwei verschiedene, bezüglich Genauigkeit nicht vergleichbare Formalisierungen derselben Aussage in jedem Fall auf eine *genauere* Formalisierung zurückgeführt werden können. Castañeda bejaht diese Frage und postuliert ein entsprechendes Prinzip der „hierarchischen Struktur der logischen Form“ (im Folgenden: PHS), wonach es beim Vorliegen zweier bezüglich *Genauigkeit* nicht vergleichbarer Formalisierungen immer eine dritte Formalisierung geben muss, die *genauer* ist, als die ersten beiden.[25] Beispiele wie (3) oder auch (19) in Kapitel 13.4.3 lassen dieses Postulat als plausibel erscheinen. Allerdings scheint es auch einfach, Gegenbeispiele zu finden. Kandidaten wären etwa Aussagen, die sich mit Instanzen der beiden Schemata

---

25 *Castañeda: Thinking and doing,* S. 69–70.

(4.1) $A \lor B$
(4.2) $\neg(\neg A \land \neg B)$

oder von

(5.1) $A \land (B \land C)$
(5.2) $(A \land B) \land C$

formalisieren lassen. Solche Beispiele widerlegen aber weniger das PHS, als dass sie zeigen, um welches Problem es genauer geht: Instanzen von (4.1) und (4.2) sind als Gegenbeispiele ungeeignet, weil sie – obschon äquivalent – nach den bisher entwickelten Kriterien nicht beide adäquate Formalisierungen derselben Aussage sein können. Das ist bei Instanzen von (5.1) und (5.2) zwar nicht der Fall;[26] sie sind aber insofern relativ uninteressant, als es sich um Formalisierungen handelt, die lediglich in trivialer Weise verschieden sind, so dass jeder Gültigkeitsnachweis, der mit der einen Formalisierungsvariante geführt werden kann, auch mit der anderen geführt werden könnte. Berücksichtigt man dies, so kann man das PHS wie folgt formulieren:

(PHS) *Postulat der hierarchischen Struktur:* Wenn eine Aussage A zwei adäquate Formalisierungen **Φ** und **Ψ** hat, so gilt: entweder sind **Φ** und **Ψ** äquivalent, oder **Φ** ist *genauer* als **Ψ**, oder **Ψ** ist *genauer* als **Φ**, oder es gibt eine adäquate Formalisierung **X** von A, die *genauer* als **Φ** und *genauer* als **Ψ** ist.

Aus Frage (1) wird somit die Frage, ob das (PHS) gilt.

Spezifische Formalisierungen

Die zweite Frage, ob es eine Grenze des *genauer* Formalisierens gibt, lässt sich mit Hilfe des Begriffs der *spezifischen* Formalisierung prägnant formulieren. Dieser Begriff wird wie folgt eingeführt:[27]

(SPF) *Spezifische Formalisierung:* **Φ** ist genau dann eine *spezifische* Formalisierung einer Aussage A, wenn **Φ** eine adäquate Formalisierung von A ist und es keine adäquate Formalisierung von A gibt, die *genauer* als **Φ** ist.

Wenn man das Postulat der hierarchischen Struktur voraussetzt, kann die Frage, ob es eine Grenze des *genauer* Formalisierens gibt, nun einfach so formuliert werden: Hat jede Aussage eine spezifische Formalisierung? Setzt man das

---

[26] Die EF-Regel aus Kapitel 12.3.1 schließt lediglich aus, bei der Formalisierung desselben Schlusses beide Formalisierungsmöglichkeiten zu verwenden, aber nicht, denselben Schluss einmal mit der einen und ein anderes Mal mit der anderen Formalisierung zu formalisieren.

[27] Vgl. *Kapitan: Form and implication,* S. 18. (Kapitans Definition von „spezifisch“ enthält folgenden (Druck)Fehler: “[…] if a statement has a form F, but none of the refinements [recte: deeper refinements] of F, then F is a *specific* form of that statement.”) Neben „spezifisch“ sind auch andere Ausdrücke wie z.B. „feinkörnigst“, „differenziertest“ (*Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 86) gebräuchlich.

Postulat nicht voraus, so könnte eine Aussage gegebenenfalls mehrere spezifische Formalisierungen haben. Unabhängig vom Postulat der hierarchischen Struktur kann die Frage (2) so gestellt werden:

(6) Gilt für jede Aussage, dass alle ihre adäquaten Formalisierungen entweder selbst spezifische Formalisierungen oder *ungenauer* als eine spezifische Formalisierung sind?

Diese Frage soll nun eingehender untersucht werden, bevor ich auf das Postulat der hierarchischen Struktur zurückkomme.

13.5.1 Spezifische Formalisierungen

Auf den ersten Blick scheint in der Aussagenlogik klar zu sein, dass jeder Versuch, die Formalisierung einer Aussage immer weiter zu verfeinern, irgendwann an eine Grenze stößt. Früher oder später gelangt man zu Aussagen, die nicht mehr aus Teilaussagen zusammengesetzt sind; deshalb sind alle noch *genaueren* Formalisierungen nicht mehr adäquat. Dies oder etwas recht Ähnliches scheinen viele Autoren, die von spezifischen Formalisierungen sprechen, im Sinne zu haben.[28] Bei der Prädikatenlogik andererseits scheint das weniger klar zu sein. Die einschlägige Argumentation findet sich bei Blau dargestellt.[29] Sie lässt sich an folgendem Beispiel illustrieren:

(7) Der Papst lebt.

Diese Aussage kann zum Beispiel in folgender Weise verschieden *genau* formalisiert werden:

(7.1)	f(a)	f(x): x lebt; a: der Papst
(7.2)	$g(a) \wedge h(a) \wedge \ldots$	g(x): x ist stoffwechselfähig
		h(x): x ist anpassungsfähig

Offensichtlich ist völlig unklar, wie (7.2) aussehen müsste, wenn es sich um eine in semantischer Hinsicht vollständige Formalisierung handeln sollte. Blau schließt daraus, dass die Idee der semantisch vollständigen Formalisierung letztlich dazu führt, dass man semantische Atome postulieren muss und dadurch in einen ähnlichen „Elementarteilchensumpf" gerät wie die Physiker.[30] An Beispiel (7) lässt sich auch zeigen, wie dieses Problem auf die Aussagenlogik übertragen

[28] Z.B. *Copi, Cohen: Introduction to logic,* S. 701, 370 und 382, *Copi: Symbolic logic,* S. 21, 27; *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 63–64, 86. Beide Autoren sprechen – soweit ich das sehe – nur in der Aussagenlogik, aber nicht in der Prädikatenlogik von spezifischen (resp. feinkörnigsten) Formalisierungen.

[29] *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 16–17; vgl. auch Wittgensteins Argumente in den *Philosophischen Untersuchungen,* z.B. §60, gegen seine im *Tractatus* vertretene These einer eindeutigen und abschließenden logischen Analyse, sowie *Russell: The philosophy of logical atomism,* S. 198–202.

[30] *Blau: Die dreiwertige Logik der Sprache,* S. 17; vgl. auch *Macnamara: Problems about concepts.*

werden kann. Man wandelt einfach (7.1) und (7.2) in aussagenlogische Formalisierungen um:

(7.3)	p	p: der Papst lebt
(7.4)	$q \wedge r \wedge \ldots$	q: der Papst ist stoffwechselfähig
		r: der Papst ist anpassungsfähig

Der nahe liegende Einwand gegen eine solche Argumentationslinie ist natürlich, dass es bei derartigen Beispielen nicht um spezifische Formalisierungen, sondern um semantisch vollständige Analysen geht. Damit ist aber das Problem der spezifischen Formalisierung noch nicht gelöst. Wer die These vertreten möchte, dass jede Aussage eine respektive mehrere spezifische Formalisierungen hat, müsste weniger eine Lösung für Blaus semantisches Elementarteilchenproblem finden[31] als vielmehr eine allgemeine Erklärung für den Unterschied zwischen semantischer Analyse und Formalisierung liefern.

Im Folgenden sollen nun zwei Punkte eingehender diskutiert werden. Erstens scheint es in der Aussagenlogik auf den ersten Blick klar zu sein, dass der Versuch, immer *genauer* zu formalisieren, ziemlich schnell zu einer spezifischen Formalisierung führt und abgebrochen werden muss. Obschon dieser Befund bereits durch den Hinweis auf die Möglichkeit, die Probleme, die sich in der Prädikatenlogik ergeben, in der Aussagenlogik zu reproduzieren, problematisiert worden ist, ist es doch aufschlussreich, genauer herauszuarbeiten, woher die prima-facie-Plausibilität spezifischer Formalisierungen im Kontext der Aussagenlogik rührt. Zweitens: Geht man von der Prädikatenlogik aus, scheint klar zu sein, dass es prinzipiell immer möglich ist, eine noch *genauere* Formalisierung anzugeben. Damit wird die Frage entscheidend, von welchem Punkt an und mit welchen Argumenten *genauere* Formalisierungen als nicht logische, sondern semantische Analysen zurückgewiesen werden können.

1. Eine einschlägige Argumentation für aussagenlogisch spezifische Formalisierungen findet sich beispielsweise bei Copi. Er geht von folgender Definition aus:

> We distinguish *the specific form* of a given statement as that statement form from which the given statement results by substituting a different simple statement for each distinct statement variable.[32]

Dadurch, dass hier *spezifische Form* mit Hilfe von *einfacher Aussage* definiert wird, erhält man eine neue Fassung des Problems. Aus der Frage, ob jede Formalisierung entweder selbst spezifisch oder *ungenauer* als eine spezifische ist, wird die Frage, ob jede Aussage in letzter Analyse ausschließlich aus einfachen Aussagen aufgebaut ist. Das zentrale Problem ist dann, zu erklären, was das Kriterium

---

[31] Theorien semantischer Atome sind von verschiedenen Autoren ausgearbeitet worden. Vgl. z.B. Schanks Theorie der *conceptual dependency (Schank: Identification of conceptualizations underlying natural language)* oder Wierzbickas *semantic primes (Wierzbicka: Semantic primes and universals).*

[32] *Copi: Symbolic logic,* S. 27 (dasselbe für Schlüsse auf S. 27; beides auch in *Copi, Cohen: Introduction to logic,* S. 370, 382.)

dafür ist, dass eine Aussage einfach ist. Copi erklärt, was er unter einer einfachen Aussage versteht, so:

> A *simple* statement is one that does not contain any other statement as a component part. […] For a part of a statement to be a component of a larger statement, two conditions must be satisfied. First, the part must be a statement in its own right; and second, if the part is replaced in the larger statement by any other statement, the result of that replacement must be meaningful.[33]

Anhand von Copis Beispiel wird sofort klar, wie die beiden Bedingungen zu verstehen sind. Das Beispiel lautet so:[34]

(8.1) The third wife of Bertrand Russell was a beautiful girl.
(8.2) Bertrand Russell was a beautiful girl.
(8.3) Where there's smoke, there's fire.
(8.4) The third wife of Where there's smoke, there's fire.

Nach Copi erfüllt (8.2) zwar die erste, aber nicht die zweite Bedingung dafür, eine Teilaussage von (8.1) zu sein: Zwar ist (8.2) ein Teil der Aussage (8.1) und selbst eine Aussage; wenn man aber (8.2) in (8.1) durch die Aussage (8.3) ersetzt, ergibt das (8.4), was keine sinnvolle Aussage ist. „Teil“ und „Aussage“ sind hier also auf der Ebene des sprachlichen Zeichens zu verstehen: Eine Aussage A ist ein Teil einer Aussage B, wenn die Zeichenkette A ein kontinuierlicher und mit B nicht identischer Teil der Zeichenkette B ist. Auch wenn vielleicht nicht klar ist, wie sich genau bestimmen lässt, was eine sinnvolle Aussage ist, erfüllt Copis Kriterium doch klar den Zweck, um den es hier geht: Die erste Bedingung genügt, um sicherzustellen, dass jede Aussage aus einfachen Aussagen aufgebaut ist, da eine endlich lange Zeichenkette nur eine endliche Anzahl kürzerer Teilketten enthalten kann. Das Problem mit diesem Kriterium ist einfach, dass es eine große Menge unstrittiger Formalisierungen ausschließt. Wie Copi selbst bemerkt, sind Aussagen, die Teil einer anderen Aussage sind, oftmals nicht ausformuliert; man sagt zum Beispiel[35]

(9.1) Charlie's neat and sweat.

an Stelle von

(9.2) Charlie's neat and Charlie's sweat.

Es ist klar, dass “Charlie's sweat.” nicht ein (kontinuierlicher) Teil der Zeichenkette (9.1) ist; vielmehr ist die Aussage “Charlie's sweat.” relativ zu einer anspruchsvolleren, nämlich grammatischen Analyse ein Teil von (9.1). Eine

33 *Copi: Symbolic logic,* S. 8 (vgl. *Copi, Cohen: Introduction to logic,* S. 344). Diese Definition wird später noch so verschärft, dass alle in nichtwahrheitsfunktionaler Weise zusammengesetzten Aussagen ebenfalls als einfach gelten (*Copi: Symbolic logic,* S. 9). Dies spielt für meine Argumentation aber keine Rolle.

34 *Copi: Symbolic logic,* S. 8.

35 *Copi: Symbolic logic,* S. 12.

entsprechende Umdeutung von Copis Kriterium (grammatischer Teil statt Teil der Zeichenkette) verträgt sich allerdings nicht mit Beispiel (8), weil

(8.2) Bertrand Russell was a beautiful girl.

sicher kein grammatischer Teil von

(8.1) The third wife of Bertrand Russell was a beautiful girl.

ist. Daraus kann man nur den Schluss ziehen, dass Beispiel (8) und die dazu passende Deutung des Kriteriums für einfache Aussagen falsch ist. Andernfalls müsste man zum Schluss kommen, dass Copis Buch voller Beispiele allgemein üblicher Formalisierungen ist, die nach seinen eigenen Maßstäben als falsch gelten müssten. Das oben zitierte Kriterium muss vielmehr so gedeutet werden, dass es von Aussagen handelt, die in einem grammatischen Sinne Teil einer anderen Aussage sind. So verstanden, scheint es nun tatsächlich das Gewünschte zu leisten: Da eine Aussage nur eine begrenzte Anzahl Aussagen als grammatische Teile enthalten kann, muss jeder Versuch, eine Aussage möglichst genau zu formalisieren, ganz offensichtlich zu einer spezifischen Formalisierung führen, nämlich spätestens dann, wenn alle diese Teilaussagen berücksichtigt sind.

Damit lässt sich zwar erklären, weshalb spezifische Formalisierungen im Falle der Aussagenlogik garantiert zu sein scheinen, aber die Probleme sind auch unübersehbar. Als Nächstes müsste genauer erklärt werden, in welchem Sinne hier „grammatischer Teil“ zu verstehen ist; dann droht aber sofort die Schwierigkeit, dass damit die logische Formalisierung relativ auf eine grammatische Analyse im Sinne der naiven Syntax wird, was sich nicht mehr mit der *misleading form thesis* vereinbaren ließe. Insgesamt steht man wieder vor denselben Problemen, die sich schon im Zusammenhang mit den Adäquatheitsregeln gestellt haben (vgl. Kapitel 12.3.3). Das ist natürlich kein Zufall; Copis Kriterium ist ja nichts anderes als ein Spezialfall der KS-Regel, wonach in einer adäquaten Formalisierung das Korrespondenzschema nur umgangssprachliche Ausdrücke enthalten darf, die Teil der formalisierten Aussage sind. Copis Kriterium in der ersten Deutung lässt sich wie die KS-Regel als ein Versuch deuten, einen Bezug auf die Grammatik dadurch zu vermeiden, dass man ein Kriterium formuliert, das nur den Begriff des Teils einer Zeichenkette voraussetzt. Das Resultat ist wie schon bei der KS-Regel, dass das Kriterium wörtlich genommen höchstens in den einfachsten Fällen wirklich das leistet, was es sollte. Also muss man das Kriterium „liberal“ anwenden, womit es aber nahezu leer zu werden droht, oder man muss das Kriterium unter Rückgriff auf den Begriff der grammatischen Form erklären, wie oben in der zweiten Deutung, und dann droht es der *misleading form thesis* zu widersprechen.

2. Die Plausibilität des zweiten Befunds – die Möglichkeiten, für eine Aussage immer noch *genauere* prädikatenlogische Formalisierungen zu finden, sind anscheinend unbegrenzt – hat eine andere Quelle. Blaus „Elementarteilchenproblem“ lebt davon, dass er das Problem im Zusammenhang mit „semantisch

korrekten“ Formalisierungen stellt, um zu zeigen, dass es wenig sinnvoll wäre, dieses Kriterium durch eine Vollständigkeitsforderung zu einem Kriterium der „semantischen Adäquatheit“ zu verschärfen. In der hier verwendeten Terminologie bedeutet das, dass sich auf der Ebene der Korrektheit in ihrer Fassung durch das W-Kriterium nicht klar sagen lässt, wann eine Formalisierung eine spezifische ist. Es scheint einerseits höchst schwierig zu sein, schlagende Gründe dafür anzugeben, dass zu einer gegebenen korrekten Formalisierung keine *genauere* angegeben werden kann, die ebenfalls korrekt ist. Andererseits ist nicht selbstverständlich, dass der Versuch, immer *genauer* zu formalisieren, nicht doch irgendwann nur noch zu nichtkorrekten Formalisierungen führt. Ganz offensichtlich ist es nicht möglich, eine klare Abgrenzung zwischen Formalisieren und semantischer Analyse zu treffen, solange man nur von der Korrektheit der Formalisierung und den entsprechenden Aspekten des Begriffs der logischen Form her argumentiert. Aus der Perspektive des W-Kriteriums ist das nicht weiter erstaunlich: Die Analyse der Wahrheitsbedingungen, auf die sich dieses Kriterium bezieht, ist ja auch eine zentrale Aufgabe der Semantik (weshalb Blau auch von „semantisch korrekt“ spricht), so dass sich damit kaum Formalisierungen gegen semantische Analysen abgrenzen lassen. Die Unterscheidung zwischen Formalisierung und semantischer Analyse ist also ein besonders hartnäckiges Problem, wenn man die Logik als eine Theorie versteht, die wesentlich auf einer semantischen Theorie basiert. So betont beispielsweise Davidson in *Truth and meaning* einerseits den „fundamentalen Unterschied“ zwischen Formalisierung und der Analyse einzelner Begriffe, Worte oder Ausdrücke; andererseits lässt er durchaus offen, ob diese Unterscheidung nicht primär strategischer Natur ist, insofern es nicht sinnvoll wäre, einzelne Ausdrücke zu analysieren, bevor die logische Form der Sätze, in denen sie vorkommen, nicht geklärt ist.[36] Symptomatisch für diese Schwierigkeit ist, dass Davidson in *Truth and meaning* die Analyse von Handlungs- und Ereignissätzen als der logischen Analyse nachgeordnet einstuft, während er seine Vorschläge zur Analyse solcher Sätze in *The logical form of action sentences* eindeutig als logische Analysen vorbringt.

Allerdings ist das Problem, Formalisierungen gegen semantische Analysen abzugrenzen, nicht auf korrekte Formalisierungen im Sinne des W-Kriteriums

[36] *Davidson: Truth and meaning:* “*a fundamental distinction* between tasks: Uncovering the logical grammar or form of sentences (which is the province of a theory of meaning as I contrue it), and the analysis of individual words or expressions (which are treated as primitive by the theory)” (S. 31; Hervorhebung GB).

“It is consistent with the attitude taken here to deem it usually *a strategic error* to undertake philosophical analysis of words or expressions which is not preceded by or at least accompanied by the attempt to get the logical grammar straight. For how can we have any confidence in our analyses of words like ‘right’, ‘ought’, ‘can’, and ‘obliged’, or the phrases we use to talk of actions, events, and causes, when we do not know what (logical, semantical) parts of speech we have to deal with?” (S. 32; Hervorhebung GB). Vgl. dazu *Künne: Handlungs- und andere Ereignissätze,* S. 31–32.

begrenzt. Wie man sich leicht überzeugen kann, lassen sich an Formalisierungen wie dem altbekannten Beispiel[37]

(10)	Hans ist ein Junggeselle.		
(10.1)	$f(a)$	$f(x)$:	x ist ein Junggeselle; a: Hans
(10.2)	$g(a) \wedge \neg h(a) \wedge k(x)$	$g(x)$:	x ist ein Mann
		$h(x)$:	x ist verheiratet
		$k(x)$:	x ist erwachsen
(10.3)	$m(a) \wedge n(a) \wedge \neg h(a) \wedge k(x)$	$m(x)$:	x ist ein Mensch
		$n(x)$:	x ist männlich
$\vdots$	$\vdots$		

so ziemlich alle der in den Kapiteln über Korrektheit und Adäquatheit diskutierten Argumente durchspielen. Dies wäre allerdings wenig aufschlussreich; der Kern des Problems ist ohnehin nicht schwierig auszumachen: Formalisierungen wie (10.2) und (10.3) bieten Analysen kategorematischer Ausdrücke. Das bedeutet, es werden in ihnen Merkmale der Aussage (10) berücksichtigt, die nicht zu den logischen gehören. Dass beispielsweise das Prädikat „Mann" in der angegebenen Weise analysiert werden kann, ist sicher kein themenneutrales Merkmal einer Aussage, da dieses Prädikat offensichtlich nur in Aussagen über Männer vorkommen kann. Lässt man Formalisierungen wie die oben angegebenen zu, so ist das Resultat denn auch, dass sich damit Schlüsse als gültig erweisen lassen, die klar nicht formal gültig, sondern Standardbeispiele für material gültige Schlüsse sind:

(11) Hans ist ein Junggeselle $\Rightarrow$ Hans ist ein Mann.

Das Problem der spezifischen Formalisierungen erweist sich damit also weitgehend als ein altbekanntes: Wie gut sich Formalisierung von semantischer Analyse abgrenzen lässt, ist im Wesentlichen davon abhängig, eine wie genaue Bestimmung des Begriffs der logischen Form zur Verfügung steht. Auf der positiven Seite bedeutet das, dass sich aus der ohnehin zentralen Unterscheidung zwischen logischen und anderen Merkmalen von Aussagen auch eine Unterscheidung zwischen Formalisierung und semantischer Analyse ergibt. Nimmt man zusätzlich noch an, dass jede Aussage (in Bezug auf ein logisches System) nur endlich viele logische Merkmale hat, lässt sich damit die Frage (6) positiv entscheiden:

(12) Für jede Aussage gilt: Alle ihre adäquaten Formalisierungen sind entweder selbst spezifisch oder *ungenauer* als eine spezifische Formalisie-

[37] Das Beispiel ist durch die Kontroverse zwischen Carnap und Quine berühmt geworden (*Carnap: Meaning postulates,* 222–225; *Quine: Two dogmas of empiricism,* S. 29). Zu den verschiedenen Analysen vgl. *Zimmermann: Meaning postulates and the model-theoretic approach to natural language semantics,* S. 532–533. Zum nachfolgend erörterten Argument vgl. *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* V.K.1.

> rung; dabei gelten diejenigen Formalisierungen als spezifisch, die alle logischen Merkmale dieser Aussage berücksichtigen.

Der wichtigste Grund, weshalb (12) ein wünschenswertes und in der Literatur immer wieder beanspruchtes oder vorausgesetztes Resultat ist, besteht darin, dass es verspricht, eine gewisse Handhabe gegen Masseys These, es gebe keine Theorie der formalen Ungültigkeit, zu bieten.[38] Hat man für einen Schluss spezifische Formalisierungen zur Verfügung, die keinen Nachweis seiner Gültigkeit erlauben, so kann man immerhin argumentieren, dieser Schluss sei insofern ungültig, als ausgeschlossen ist, dass *genauere* Formalisierungen seine Gültigkeit aufzeigen könnten. Allerdings erlaubt (12) allein noch keine solchen Aussagen. Dazu müsste man vielmehr nachweisen können, dass die betreffenden Formalisierungen wirklich spezifische Formalisierungen sind. Wie dies im Allgemeinen geleistet werden kann, ist eine Frage, die bisher noch nicht berührt wurde.

Dass hier mit einigen Schwierigkeiten zu rechnen ist, lässt sich gut anhand von Davidsons Analyse von Handlungs- und Ereignissätzen zeigen. Geht man beispielsweise von den üblichen, verschieden *genauen* Formalisierungen

(13)	Hans füttert Fido um Mitternacht.		
(13.1)	p	p:	Hans füttert Fido um Mitternacht
(13.2)	$f_1(a)$	$f_1(x)$:	x füttert Fido um Mitternacht; a: Hans
(13.3)	$f_2(a,b)$	$f_2(x,y)$:	x füttert y um Mitternacht; b: Fido
(13.4)	$f_3(a,b,c)$	$f_3(x,y,z)$:	x füttert y zur Zeit z; c: Mitternacht

aus, so ist die Vermutung nahe liegend, (13.4) sei eine spezifische Formalisierung von (13), weil eine noch *genauere* Formalisierung wohl nur möglich wäre, wenn man auf eine semantische Analyse von beispielsweise *füttern* zurückgriffe. Dass dem nicht so ist, zeigt Davidsons Vorschlag, solche Aussagen in folgender Weise *genauer* zu analysieren:

(13.5)	$\exists x(f(x,a,b) \wedge g(x,c))$	$f(x,y,z)$:	x ist ein Füttern von z durch y
		$g(x,y)$:	x findet zur Zeit y statt

Dabei ist entscheidend, dass Davidson darauf insistiert, dass dies eine Analyse der logischen Form, also eine Formalisierung, und nicht etwa eine Begriffsanalyse von *füttern* ist.[39]

Massey weist darauf hin, dass vor Davidson offenbar niemand auf die Idee gekommen sei, Handlungs- und Ereignissätze in dieser Form *genauer* zu formalisieren.[40] Dies ist historisch gesehen eine etwas übertriebene Behauptung;[41] aber

[38] Vgl. beispielsweise die Argumentation in *Hoyningen-Huene: Formale Logik,* S. 86, 299–300.

[39] *Davidson: The logical form of action sentences* und *Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* insb. S. 123–125.

[40] *Massey: The fallacy behind fallacies,* S. 495.

[41] Davidson merkt selbst an, dass sich die Idee, über Ereignisse zu quantifizieren, bereits in *Ramsey: Facts and propositions,* S. 37, findet (*Davidson: The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence,* S. 135).

Davidsons Beispiel zeigt dennoch sehr deutlich, dass man immer damit rechnen muss, dass jemand eine unerwartete Möglichkeit findet, bestimmte Aussagen *genauer* zu formalisieren. Solange dies nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann, können spezifische Formalisierungen nicht definitiv, sondern allenfalls auf Zusehen hin als solche gelten.

13.5.2 Das Postulat der hierarchischen Struktur

Da das Postulat der hierarchischen Struktur eine ganze Reihe von Problemen berührt, die für die Philosophie der Logik von großer Bedeutung sind, wird es im Folgenden ausführlicher diskutiert. Ausgehend von der Frage, wie sich das PHS allenfalls widerlegen ließe, diskutiere ich anhand des Beispiels „Rot ist eine Farbe." Argumente für und wider das PHS, sodann die Frage, wie sich das Postulat sprachphilosophisch motivieren lässt, und schließlich seine Bedeutung für die Logik.

Ausgangspunkt ist die Frage, ob sich nicht doch Beispiele finden lassen, die das PHS klar widerlegen. Aus der Formulierung des PHS

(PHS) *Postulat der hierarchischen Struktur:* Wenn eine Aussage A zwei adäquate Formalisierungen $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Psi}$ hat, so gilt: entweder sind $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Psi}$ äquivalent, oder $\mathbf{\Phi}$ ist *genauer* als $\mathbf{\Psi}$, oder $\mathbf{\Psi}$ ist *genauer* als $\mathbf{\Phi}$, oder es gibt eine adäquate Formalisierung $\mathbf{X}$ von A, die *genauer* als $\mathbf{\Phi}$ und *genauer* als $\mathbf{\Psi}$ ist.

geht hervor, dass zwei Formalisierungsmöglichkeiten $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Psi}$ einer Aussage A folgende drei Anforderungen erfüllen müssen, wenn sie das PHS widerlegen sollen:

i. $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Psi}$ sind gleichermaßen adäquate Formalisierungen von A.
ii. $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Psi}$ sind nicht äquivalent.
iii. $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Psi}$ sind bezüglich *Genauigkeit* nicht vergleichbar und es gibt keine adäquate Formalisierung X, die *genauer* als $\mathbf{\Phi}$ und *genauer* als $\mathbf{\Psi}$ ist.

Zur Vereinfachung werde ich im Folgenden zwei bezüglich *Genauigkeit* nicht vergleichbare Formalisierungen als „verwandt" bezeichnen, wenn es eine dritte, *genauere* Formalisierung gibt.

Rot ist eine Farbe

Eine Aussage, die verspricht, ein gutes Beispiel für zwei nichtverwandte Formalisierungen abzugeben, ist der berüchtigte Satz

(15) Rot ist eine Farbe.

Savigny verwendet ihn beispielsweise, um zu zeigen, dass sich für dieselbe Aussage in verschiedenen Kontexten verschiedene Formalisierungen empfehlen.[42]

[42] *Von Savigny: Grundkurs im wissenschaftlichen Definieren,* S. 34–35. Ein ähnliches Beispiel ist "Red is the color of blood", für das in *Giaquinto: Logical form,* S. 313 unter Verwendung von

Er schlägt vor, die beiden Schlüsse

(16) Dieser Ring ist rot.
Rot ist eine Farbe.
―――――――――――
Dieser Ring ist farbig.

(17) Dieses Bild enthält alle Farben.
Rot ist eine Farbe.
―――――――――――――――
Dieses Bild enthält Rot.

in folgender Weise zu formalisieren:

(16.1)	$r(a)$	a:	dieser Ring
(16.2)	$\forall x(r(x) \rightarrow g(x))$	r(x):	x ist rot
(16.3)	$g(a)$	g(x):	x ist farbig
(17.1)	$\forall x(f(x) \rightarrow b(x))$	f(x):	x ist eine Farbe
(17.2)	$f(r)$	b(x):	x ist in diesem Bild enthalten
(17.3)	$b(r)$	r:	Rot

Als Erstes kann man festhalten, dass (16.2) und (17.2) offensichtlich nicht äquivalente Formalisierungen sind. Zweitens sind sie bezüglich der *genauer*-Relation nicht vergleichbar: (17.2) ist nicht *genauer* als (16.2), weil jede Formalisierung, die *genauer* als (16.2) ist, eine Formel mit einem Allquantor enthalten müsste; umgekehrt müsste jede Formalisierung, die *genauer* als (17.2) ist, eine Individuenkonstante (oder allenfalls einen Funktions- oder Kennzeichnungsausdruck) enthalten. Schließlich ist es gemäß der Definition der prädikatenlogischen Verfeinerung auch nicht zulässig, (16.2) als *genauer* als (17.2) zu erklären, indem man kurzerhand $\forall x(r(x) \rightarrow g(x))$ für f(x) oder für f(r) substituiert.

Zu diskutieren sind im Folgenden also zwei Fragen: Sind (16.2) und (17.2) adäquate Formalisierungen von (15)? Sind sie nichtverwandte Formalisierungen?

Argumente zur Korrektheit und Adäquatheit der Formalisierungen (16.2) und (17.2)

In der Literatur ist vor allem die Frage der Korrektheit von Formalisierung (16.2) ausführlich diskutiert worden. Ein Standardeinwand gegen (16.2) ist folgende, von Armstrong in Anlehnung an Jackson und Pap vorgebrachte Argumentation:[43]

Wenn man so formalisiert

(15) Rot ist eine Farbe.
(16.2) $\forall x(r(x) \rightarrow g(x))$ r(x): x ist rot; g(x): x ist farbig

Funktionskonstanten vier verschiedene Formalisierungen angegeben werden:
$r(b)$, $\forall x(b(x) \rightarrow r(x))$, $r = c(b)$, $\forall x(b(x) \rightarrow r = c(x))$
mit: r(x): x is red; b: blood; b(x): x is blood; c(x): the color of x; r: red.

43 *Armstrong: Nominalism and realism,* Kap. 6; *Armstrong: Universals,* S. 33–35; *Pap: Nominalism, empiricism and universals I; Jackson: Statements about universals.*

müsste man konsequenterweise auch

(18.1) $\forall x(r(x) \rightarrow h(x))$ r(x): x ist rot; h(x): x ist ausgedehnt

als eine adäquate Formalisierung von

(18) Rot ist eine Ausdehnung.

akzeptieren.

Nun lässt sich mit dem W-Kriterium argumentieren, dass (18.1) keine korrekte Formalisierung von (18) ist. Geht man nämlich davon aus, dass alle roten Gegenstände ausgedehnte Gegenstände sind, Rot aber keine Ausdehnung (sondern eine Farbe) ist, wird (18.1) unter einer entsprechenden Interpretation wahr, obwohl (18) falsch ist.

Insgesamt ist dies ein Argument gegen die Adäquatheit von (16.2), das sich auf das in Kapitel 12.4.1 diskutierte Analogie-Prinzip beruft: Wer (15) mit (16.2) formalisiert, verpflichtet sich darauf, (18) mit (18.1) zu formalisieren, weil (15) und (18) analoge Aussagen sind und deshalb so formalisiert werden müssen, dass die eine Formalisierung eine Instanz desjenigen Schemas ist, das der anderen Formalisierung zugeordnet ist.

Zur Verteidigung von (16.2) stehen folgende Strategien zur Verfügung:[44]

1. Die einfachste Möglichkeit wäre, sich auf die *misleading form thesis* zu berufen und Armstrongs Argument einfach umzukehren: Dass (18.1) gemäß W-Kriterium keine korrekte Formalisierung von (18) ist, zeigt einfach, dass (15) und (18) nicht analoge Aussagen sind, weshalb sie auch nicht als Instanzen desselben Schemas formalisiert werden müssen. Die zentrale Frage ist dann, in welchem Sinne „analog" beziehungsweise „nicht analog" zu verstehen ist. Dieses Problem hat zwar auch, wer Armstrongs Argument gegen die Adäquatheit von (16.2) vorbringt, aber es scheint doch ziemlich hoffnungslos zu sein, auch nur einigermaßen plausible Analyseprinzipien anzugeben, die es erlauben, (15) und (18) als Aussagen mit nichtanaloger Struktur zu behandeln.

2. Eine zweite Möglichkeit besteht darin, sich gegen die Argumentation mit dem W-Kriterium zu wenden und zu bestreiten, dass die Wahrheitsbedingungen von (15) und (18) tatsächlich so sind, wie das Armstrongs Argument unterstellt. Die resultierende Diskussion ist der Grund, weshalb (15) zu einer berühmt-berüchtigten Aussage geworden ist: Das Interesse an dieser Aussage ist meist weniger ein Interesse an verschiedenen Möglichkeiten, dieselbe Aussage zu formalisieren, als ein Interesse an den ontologischen Konsequenzen und Voraussetzungen, die sich aus der Wahrheit einer solchen Aussage ergeben. Der Streit geht kurz gesagt darum, ob „rot" in der Aussage (15) als abstrakter singulärer Terminus aufgefasst werden muss, oder ob, und zu welchem Preis, es eine Möglichkeit gibt, (15) so zu analysieren, dass die Wahrheit dieser Aussage keine abstrakten Gegenstände voraussetzt.[45]

[44] Zu den ersten beiden Strategien vgl. *Levin: On an argument of Armstrong against nominalism.*
[45] Eine Zusammenfassung der Diskussion bietet *Künne: Abstrakte Gegenstände,* Kap. 3.6.

3. Man kann drittens mit dem G-Kriterium argumentieren und darauf hinweisen, dass sich mit Hilfe der Formalisierung (18.1) keine ungültigen Schlüsse nachweisen lassen. Da das G-Kriterium ja bloß verlangt, dass formal nachweisbare Schlüsse auch informell gültig sein müssen, aber nicht umgekehrt, könnte man dagegen nicht wieder einwenden, dass (16.2) nicht korrekt sein könne, weil sich damit (17) nicht nachweisen lässt. Vielmehr könnte man dies, und auch dass (16) nicht mit Hilfe von (17.2) nachgewiesen werden kann, als Beleg dafür beanspruchen, dass dieselbe Aussage (15) je nach Schluss, in dem sie vorkommt, verschieden formalisiert werden müsse.

Unabhängig von Armstrongs Argumentation und den drei skizzierten Einwänden ließe sich auch noch einiges gegen die Adäquatheit von (16.2) und für (17.2) vorbringen.[46] Um des Arguments willen ignoriere ich im Folgenden alle Bedenken gegen die Korrektheit und Adäquatheit von (16.2) und gehe davon aus, dass (16.2) und (17.2) beides adäquate Formalisierungen von (15) sind. Die entscheidende Frage ist nun, ob und gegebenenfalls wie sich unter dieser Annahme tatsächlich zeigen lässt, dass (16.2) und (17.2) das PHS nicht erfüllen.

Sind (16.2) und (17.2) nichtverwandte Formalisierungen?

Prima facie ist es plausibel, dass (16.2) und (17.2) tatsächlich zwei nichtverwandte Formalisierungen sind. Als Erstes soll die Frage diskutiert werden, wie sich diese Auffassung durch sprachtheoretische Überlegungen stützten lässt.

Gemäss Savigny ist der springende Punkt seines Beispiels nicht der ontologische, dass sich (15) mit Hilfe von (16.2) in nominalistisch akzeptabler Weise analysieren lässt, sondern vielmehr, dass das Beispiel zeigt, dass ontologische Überlegungen im Zusammenhang mit dem Formalisieren keine entscheidende Rolle spielen oder spielen sollten:

> Was man als Individuum ansieht und was als Prädikat, ist keine Frage der Ontologie, sondern eine reine Frage der Zweckmäßigkeit; die Antwort hängt davon ab, wie man die betreffende Argumentation am besten analysieren kann.[47]

Akzeptiert man das, können die wichtigsten Argumente gegen die Korrektheit von (16.2) nicht unmittelbar gegen Savignys Vorschlag vorgebracht werden. Wer nämlich mit den Wahrheitsbedingungen von (15) und (16.2) argumentieren möchte, wird nicht umhinkommen, ontologische Punkte ins Feld zu führen. Savignys Punkt ist aber gerade, dass die Wahl zwischen verschiedenen Formalisierungsmöglichkeiten nicht von ontologischen, sondern von logischen Überlegungen geleitet werden sollte, das heißt von Überlegungen, die sich darauf

[46] Für Savigny ergibt sich noch das Problem, dass nach seinem Test (*von Savigny: Grundkurs im logischen Schließen,* S. 67; vgl. *Stegmüller: Sprache und Logik,* S. 79–80) „rot" gar kein Individuenname sein kann, weil nämlich z.B. gilt: *Rot ist anregend oder aggressiv.* $\not\Rightarrow$ *Rot ist anregend oder Rot ist aggressiv.* Zu solchen Tests vgl. *Dummett: Frege. Philosophy of language,* S. 58–61.

[47] *Von Savigny: Grundkurs im wissenschaftlichen Definieren,* S. 34. Vgl. dazu *Epstein: The semantic foundations of logic. Predicate logic,* S. 154–157, 166, wo das Beispiel gerade für die entgegengesetzte These eingesetzt wird.

beziehen, mit welcher Formalisierung ein bestimmter Schluss am besten analysiert werden kann. Bei Beispiel (16) kann man das als Empfehlung deuten, die ontologischen Streitfragen den Ontologen und Ontologinnen zu überlassen und Formalisierung (16.2) zu verwenden, weil sich damit im Gegensatz zu (17.2) der offensichtlich gültige Schluss als solcher nachweisen lässt.

Die entscheidende Frage ist nun, ob sich eine solche Position vertreten lässt, wie sie Savigny vorschlägt. Dazu diskutiere ich einige Argumentationen von Frege und Ramsey, die hier beide eine gewisse Unterstützung versprechen.

Frege über die Zerfällung von Gedanken

Die Idee, dass dieselbe Aussage verschieden formalisiert werden kann, weil nicht einfach feststeht, was durch Individuenkonstanten und was durch Prädikate formalisiert werden muss, lädt dazu ein, sich auf Frege als Kronzeugen zu berufen. Wie eine genauere Analyse seiner Position zeigt, kommt man damit aber nicht sehr weit. Frege nennt als einen seiner grundlegenden Gedanken die Idee, dass Gedanken oder Urteile nicht aus Begriffen zusammengesetzt werden, sondern umgekehrt Begriffe durch „Zerfällung" – das heißt Analyse in Funktion und Argument – von Urteilen beziehungsweise Gedanken gewonnen werden,[48] wobei er immer wieder betont hat, dass diese Zerfällung in verschiedener Weise möglich ist. Er schreibt zum Beispiel:

> Denken wir den Umstand, dass Wasserstoffgas leichter als Kohlensäuregas ist, in unserer Formelsprache ausgedrückt, so können wir an die Stelle des Zeichens für Wasserstoffgas das Zeichen für Sauerstoffgas oder das für Stickstoffgas einsetzen. Hierdurch ändert sich der Sinn in der Weise, dass „Sauerstoffgas" oder „Stickstoffgas" in die Beziehungen eintritt, in denen zuvor „Wasserstoffgas" stand. Indem man einen Ausdruck in dieser Weise veränderlich denkt, zerfällt derselbe in einen bleibenden Bestandtheil, der die Gesamtheit der Beziehungen darstellt, und in das Zeichen, welches durch andere ersetzbar gedacht wird, und welches den Gegenstand bedeutet, der in diesen Beziehungen sich befindet. Den ersteren Bestandtheil nenne ich Function, den letzteren ihr Argument. *Diese Unterscheidung hat mit dem begrifflichen Inhalte nichts zu thun, sondern ist allein Sache der Auffassung.* Während in der vorhin angedeuteten Betrachtungsweise „Wasserstoffgas" das Argument, „leichter als Kohlensäuregas zu sein" die Function war, können wir denselben begrifflichen Inhalt auch in der Weise auffassen, dass „Kohlensäuregas" Argument, „schwerer als Wasserstoffgas zu sein" Function wird.[49]

Das tönt nun tatsächlich ganz, wie Savignys Vorschlag: Je nach Betrachtungsweise ist dieser oder jener Teil eines Gedankens oder Urteils Argument oder

48 Z.B. *Frege: [Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter],* S. 273. Für Freges Position spielt es natürlich eine wichtige Rolle, dass er von der Analyse von Gedanken ausgeht und nicht von Aussagen, die diese Gedanken ausdrücken. Im Folgenden übertrage ich Freges Thesen und Beispiele in den von mir vorausgesetzten Hintergrund und lese sie in Bezug auf die Analyse von Aussagen statt von Gedanken. In dieser Hinsicht ist das Folgende also nicht als eine Frege-Interpretation zu lesen.

49 *Frege: Begriffsschrift,* S. 15 (Hervorhebung GB).

Funktion. Nimmt man Freges Beispiele als eine Anleitung für verschiedene Formalisierungen, so erhält man[50]

(19)	Wasserstoffgas ist leichter als Kohlensäuregas.	
(19.1)	$f(a)$	$f(x)$: x ist leichter als Kohlensäuregas; a: Wasserstoffgas
(19.2)	$g(b)$	$g(x)$: Wasserstoffgas ist leichter als x; b: Kohlensäuregas
(19.3)	$h(a, b)$	$h(x,y)$: x ist leichter als y

Tatsächlich zeigt dieses Beispiel aber etwas anderes: Es gibt drei Möglichkeiten, innerhalb einer hierarchischen Struktur logischer Formen dieselbe Aussage (19) verschieden *genau* zu formalisieren. Mit $[f(x)/h(x,b)]$ erhält man nämlich (19.3) aus (19.1) und mit $[g(x)/h(a,x)]$ aus (19.2). Auch die anderen Frege'schen Standardbeispiele zeigen dasselbe Bild, so etwa die „verschiedenen Zerfällungsmöglichkeiten des beurteilbaren Inhalts", die er für

(20) $2^4=16$

erläutert.[51] In diesem Falle resultieren die Formalisierungen

(20.1)	p	p:	$2^4=16$
(20.2)	$f_1(4)$	$f_1(x)$:	$2^x=16$
(20.3)	$f_2(2)$	$f_2(x)$:	$x^4=16$
(20.4)	$f_3(2, 16)$	$f_3(x, y)$:	$x^4=y$

Obwohl beispielsweise (20.2) und (20.3) nicht in einer *genauer*-Beziehung stehen, bilden (20.1) bis (20.4) wiederum kein Gegenbeispiel zum PHS, da alle diese Formalisierungen *ungenauer* als

(20.5) $f_4(2, 4, 16)$ $f_4(x, y, z)$: $x^y=z$

sind. Was Frege vorführt, ist wiederum die Möglichkeit, eine Aussage, die ein mehrstelliges Prädikat enthält, in verschieden *genauer* Weise zu formalisieren.[52]

Sieht man von den weiteren – für die hier diskutierten Standardsysteme der Prädikatenlogik nicht einschlägigen – Zerfällungsmöglichkeiten ab, die sich in

---

50 Für (19.3) vgl. *Frege: Begriffsschrift,* S. 18. Um Freges Beispiel als Vorschlag lesen zu können, eine Aussage, nicht einen Gedanken verschieden zu analysieren, übertrage ich seine Vorschläge alle auf dieselbe Aussage „Wasserstoffgas ist leichter als Kohlensäuregas", so dass die Voraussetzung, dass diese den gleichen Gedanken ausdrückt wie „Kohlensäuregas ist schwerer als Wasserstoffgas", keine Rolle spielt.

51 *Frege: Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift,* S. 17–19.

52 In *Frege: Einleitung in die Logik,* S. 203, diskutiert Frege das etwas kompliziertere Beispiel „Christus gewann einige Menschen für seine Lehre." Er schreibt: „Dieser Satz lässt sich auffassen als ein singulärer Satz mit dem Eigennamen ‚Christus' und dem prädikativen Teil ‚gewann einige Menschen für seine Lehre', aber auch als partikulärer Satz ‚Es gibt Menschen, die Christus für seine Lehre gewann'." Das ergibt die beiden Formalisierungen $f(a)$ und $\exists x\,(m(x) \wedge g(x))$ (mit $f(x)$: x gewann einige Menschen für seine Lehre; a: Christus; $m(x)$: x ist ein Mensch; $g(x)$: Christus gewann x für seine Lehre). Auch diese beiden Formalisierungen sind verwandt; man erhält aus ihnen die *genauere* Formalisierung $\exists x\,(m(x) \wedge w(a,x))$ durch $[f(y)/\exists x\,(m(x) \wedge w(y,x))]$ resp. $[g(x)/w(a,x)]$ (mit $w(x,y)$: x gewann y für seine Lehre).

der höherstufigen Prädikatenlogik ergeben,[53] lässt sich Frege von seinen Beispielen her keineswegs so deuten, wie wenn er gegen das PHS argumentiert hätte. Vielmehr argumentiert er dafür, dass sich innerhalb einer hierarchischen Struktur logischer Formen verschiedene Formalisierungsmöglichkeiten ergeben. Bezeichnenderweise lässt er auf das Beispiel (20) diesen Kommentar folgen:

> Statt also das Urteil aus einem Einzeldinge als Subjecte mit einem solchen vorher gebildeten Begriffe als Predicate zusammen zu fügen, lassen wir umgekehrt den beurteilbaren Inhalt zerfallen und gewinnen so den Begriff. Allerdings muss der Ausdruck des beurteilbaren Inhalts, um so zerfallen zu können, schon in sich gegliedert sein.[54]

Frege vertritt also mitnichten, dass es beliebige Möglichkeiten gibt, eine gegebene Aussage in Eigennamen und Prädikat zu zerlegen, so dass derselbe Ausdruck sowohl als Eigenname wie als Prädikat aufgefasst werden könnte. Vielmehr geht es darum, dass bei der Zerfällung einer Aussage verschiedene Prädikatsausdrücke resultieren können und derselbe Ausdruck je nach Zerfällung oder sogar im Rahmen derselben Zerfällung sowohl als Eigenname wie als *Teil* eines Prädikats erscheinen kann. Auch Frege zufolge gilt: „Ein Eigenname kann nie Prädikatsausdruck sein, wiewohl er Teil eines solchen sein kann."[55] Das heißt nun aber auch, dass sich die beiden Formalisierungsmöglichkeiten (16.2) und (17.2) nicht durch einen Hinweis auf Freges These, dass dieselbe Aussage verschieden formalisiert werden kann, begründen lassen. Im Gegenteil: Wenn gemäß Formalisierung (17.2) „rot" ein Eigenname ist, kann er nicht, wie für (16.2) erforderlich, ein Prädikat sein, sondern höchstens ein Teil eines Prädikats.

Ramsey und Wittgenstein über die Analyse in Subjekt und Prädikat

Vielversprechender als auf Frege scheint es hier, sich auf Ramsey zu berufen, der in *Universals* das Problem diskutiert, wie sich Aussagen in verschiedener Weise analysieren lassen und dabei eine Reihe von Argumenten gegen eine Unterscheidung von gesättigten und ungesättigten Ausdrücken vorbringt.[56]

53 *Frege: Grundgesetze der Arithmetik,* §22. Vgl. dazu *Baker, Hacker: Frege. Logical excavations,* S. 136–144, 166–167.

54 *Frege: Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift,* S. 18–19.

55 *Frege: Über Begriff und Gegenstand,* S. 75 (Orig. S. 200); vgl. auch S. 67 (Orig. S. 193): „Ein Gegenstandsname hingegen, ein Eigenname ist durchaus unfähig, als grammatisches Prädikat gebraucht zu werden." Geach *(Geach: History of the corruptions of logic)* sieht gerade in diesem Punkt eine entscheidende Leistung Freges, die einen zentralen Fehler der syllogistischen Tradition der Logik überwindet: Die Einsicht, dass aus der Zerfällung von Aussagen zwei wesentlich verschiedene Klassen von Ausdrücken (bei Frege: gesättigte und ungesättigte) resultieren, findet sich zwar schon in der aristotelischen Analyse von Aussagen in ὄνομα und ῥῆμα in *Peri hermeneias.* Durch die Theorie der Syllogismen in der *Ersten Analytik,* die erfordert, dass derselbe Terminus sowohl die Rolle des Subjekts wie des Prädikats spielen kann, sei diese Einsicht aber vollständig zugunsten der Theorie verdrängt worden, dass Aussagen aus zwei Ausdrücken derselben Kategorie und einer Kopula aufgebaut werden.

56 Analog wie bei Frege ist bei Ramsey anzumerken, dass er das Formalisieren als eine Analyse nicht von Aussagen, sondern von Propositionen versteht. Wiederum übertrage ich die

Zwei Thesen lassen sich bei Ramsey unterscheiden: Die schwächere besagt, dass nicht nur generelle, sondern auch singuläre Termini Produkte einer Analyse von Aussagen sind; in diesem Sinne müssen beide Arten von Termini als *incomplete symbols* gelten, da singuläre Termini nur in Abhängigkeit von generellen als solche bestimmt werden können und umgekehrt.[57] Man darf also den Unterschied zwischen singulären und generellen Termini nicht verwechseln mit dem Unterschied zwischen Ausdrücken, die selbstständig in referentieller Funktion verwendet werden können, und solchen, die in dieser Hinsicht unselbstständig sind. Diese These bewegt sich durchaus noch im Rahmen des Frege'schen (und Wittgenstein'schen) Kontextprinzips, demzufolge nach der Bedeutung eines Ausdrucks nicht in Isolation, sondern im Satzzusammenhang gefragt werden muss.[58] Ramsey geht es aber vor allem um die Diskussion der viel stärkeren These, dass es überhaupt keinen fundamentalen Unterschied zwischen singulären und generellen Termini und in der Konsequenz zwischen *particulars* und *universals* gibt.

Eine zentrale Argumentationslinie von Ramsey zielt darauf ab, zu zeigen, dass zwischen „Sokrates" und „weise" kein wesentlicher logischer Unterschied besteht, weil man für

(21) Sokrates ist weise.

anstelle der üblichen Formalisierung

(21.1) f(a) f(x): x ist weise; a: Sokrates

genau so gut

(21.2) g(b) g(x): Sokrates ist x; b: weise

verwenden könnte.[59] Eine solche Position sieht für eine Argumentation gegen das PHS auf den ersten Blick wohl vielversprechend aus; genauer besehen stellt sich aber heraus, dass Ramsey genau in die umgekehrte Richtung zielt. Seine Argumentation dafür, dass derselbe Terminus nach Belieben als singulärer oder genereller behandelt werden kann, stützt für ihn letztlich ein Konzept der logischen Form und des Formalisierens, das im Wesentlichen auf Wittgensteins *Tractatus* zurückgeht. Nach *Tractatus* 3.31–3.318 besteht Formalisieren darin, dass am Satz etwas, das seinen Sinn charakterisiert (d.h. signifikant ist, zu seiner Bedeutung im üblichen, nicht im Frege'schen Sinn beiträgt) durch eine Variable

Argumentation auf das hier zugrunde liegende Verständnis des Formalisierens.

57 *Ramsey: Universals,* S. 17–18.

58 *Frege: Die Grundlagen der Arithmetik,* S. X, §60, §106. *Wittgenstein: Tractatus,* 3.3. Vgl. dazu *Dummett: Frege. Philosophy of language,* S. 192–196.

59 Vgl. *Sahlin: The philosophy of F.P. Ramsey,* Kap. 8. Ein anderes, für das Verhältnis zu Frege wichtiges Argument, das sich auf die Möglichkeit bezieht, Eigennamen mit Bezeichnungen für Funktionen zweiter Stufe gleichzusetzen, ist ausführlich diskutiert in *Dummett: Frege. Philosophy of language,* S. 61–68.

ersetzt wird.[60] Mit diesem Vorgehen kann man in (21) sowohl „X ist weise", wie auch „Sokrates ist X" isolieren und so zu den beiden Formalisierungen (21.1) und (21.2) gelangen. Nach der sprachphilosophischen Position des *Tractatus* können aber die beiden Formalisierungen (21.1) und (21.2) gerade kein Beleg dafür sein, dass derselbe Satz wesentlich verschiedene logische Formen haben kann, da Wittgenstein ja auch noch vertritt, dass jeder Satz letztlich in eindeutiger Weise in Elementarsätze analysierbar ist, und diese bestehen aus Namen (im Sinne des *Tractatus,* nicht im Sinne von Individuenkonstanten).[61] Die Möglichkeit der verschiedenen Formalisierungen (21.1) und (21.2) zeigt vielmehr, dass es sich dabei nicht um vollständige Analysen handeln kann. Die verschiedenen Formalisierungsmöglichkeiten für dieselbe Aussage sind also letztlich alle als Aspekte derselben Struktur, der verketteten Namen, aufzufassen. Diese wäre in der vollständigen Analyse aufzudecken, was allerdings praktisch nicht möglich ist. Für Wittgenstein und Ramsey gilt also nicht bloß das PHS, sondern auch noch, dass jede Aussage eine spezifische Formalisierung hat.

Das PHS als Postulat der Logik

Was bei Ramsey zunächst wie eine Argumentation gegen das PHS aussehen mag, führt ihn in seiner Konsequenz also zu einer Auffassung der logischen Form, die dem PHS verpflichtet ist. Somit stützt die sprachtheoretische Position von Ramsey genauso wenig wie diejenige Freges die Auffassung, eine Aussage könnte so formalisiert werden, dass das PHS nicht erfüllt wäre. Was Ramseys Argumentation in diesem Zusammenhang viel eher zeigt, ist, dass das PHS letztlich ein sprachphilosophisch motiviertes Postulat ist. Um zu dieser Auffassung zu gelangen, braucht man aber keineswegs von Ramseys oder Wittgensteins Sprachphilosophie auszugehen. Wie ich im Folgenden zeigen möchte, ist das PHS tatsächlich ein Postulat, dem von den Zielen der Logik als einer Theorie des gültigen Schließens her eine zentrale Bedeutung zukommt. Ein guter Ausgangspunkt ist die Frage, welche Konsequenzen sich denn ergeben würden, wenn gezeigt werden könnte, dass das PHS eine unhaltbare Annahme ist:

1. *Ungültigkeitsnachweise.* Wenn sich zeigen ließe, dass das PHS nicht allgemein erfüllt werden kann, wäre das wiederum ein wichtiges Argument zugunsten der Massey-These. Das Resultat wäre, dass sich nicht einmal im Kontext einer bestimmten Logik nachweisen ließe, dass ein Schluss formal ungültig ist, weil man nie ausschließen könnte, dass jemand eine neue adäquate Formalisierung findet, die doch noch die Gültigkeit nachzuweisen erlaubt. Selbst wenn man über nachweislich spezifische Formalisierungen für einen Schluss verfügte, würde ein Nachweis der Ungültigkeit voraussetzen, dass zusätzlich noch gezeigt werden

[60] Für die Interpretationsprobleme zu *Wittgenstein: Tractatus,* 3.31–3.318, vgl. *Glock: A Wittgenstein dictionary,* S. 345–348, und *Niedermair: Wittgensteins Tractatus und die Selbstbezüglichkeit der Sprache,* S. 61–75.

[61] *Wittgenstein: Tractatus,* 3.25, 4.22, 4.221; vgl. dazu *Glock: A Wittgenstein dictionary,* S. 102–105.

kann, dass in der betreffenden Logik keine weitere, mit den gegebenen spezifischen Formalisierungen nicht verwandte adäquate Formalisierung möglich ist.

2. *Einheit der logischen Form.* Offensichtlich würde die Möglichkeit, einen Schluss so verschieden zu formalisieren, dass das PHS nicht erfüllt ist, die Einheit der logischen Form selbst im Kontext einer einzigen Logik in Frage stellen. Im Gegensatz dazu können Notationsvarianten und äquivalente Formalisierungen desselben Schlusses dadurch erklärt werden, dass die eine logische Form eines Schlusses unterschiedlich notiert werden kann. Die sich daraus ergebenden Formalisierungsmöglichkeiten sind ohnehin nur in trivialer Weise verschieden, insofern sie keinen Einfluss darauf haben, welche Schlüsse als gültig nachgewiesen werden können. Somit sprechen sie nicht gegen eine Einheit der logischen Form in gültigkeitsrelevanter Hinsicht. Auch die Möglichkeit, unterschiedlich genaue adäquate Formalisierungen für denselben Schluss anzugeben, kann als harmlos gelten, insofern sich dies so interpretieren lässt, dass damit einfach die eine logische Form des betreffenden Schlusses verschieden genau erfasst wird. Erst die Möglichkeit, für denselben Schluss verschiedene, nicht verwandte adäquate Formalisierungen anzugeben, würde zeigen, dass derselbe Schluss tatsächlich verschiedene logische Formen hat, die sich nicht in der einen oder anderen Weise als Aspekte einer einzigen logischen Form deuten lassen. Angesichts der üblichen Warnungen in den Logiklehrbüchern, das Resultat des Formalisierens sei nicht eindeutig bestimmt, könnte man vielleicht denken, dass dies auch nicht viel mehr heißen würde, als dass ein Schluss eben verschiedene logische Formen haben kann. Wäre dies aber tatsächlich im Sinne von nicht verwandten Formalisierungen der Fall, könnte also gezeigt werden, dass das PHS eine Forderung aufstellt, die sich nicht allgemein erfüllen lässt, dann wäre dies – wie der folgende Punkt deutlich machen wird – ein Resultat, das für die formale Logik einiges brisanter wäre.

3. *Definition der formalen Gültigkeit.* Wenn nicht garantiert wäre, dass alle Formalisierungen eines Schlusses das PHS erfüllen, wäre vollkommen unklar, weshalb es möglich sein sollte, die formale Gültigkeit eines Schlusses mit Hilfe von bloß einer seiner adäquaten Formalisierungen nachzuweisen. Das Problem wäre, wie sich dann die grundlegende Definition der formalen Gültigkeit, (D4) in Kapitel 1.2.3, rechtfertigen ließe. Geht man dagegen vom PHS aus, und damit auch davon, dass Schlüsse im Kontext einer bestimmten Logik im eben erklärten Sinne *eine* logische Form haben, so lässt sich die Standarddefinition der formalen Gültigkeit wie folgt begründen: Wenn die formale Gültigkeit eines Schlusses S mit Hilfe der Formalisierung Φ nachgewiesen werden kann, dann trifft auf jede Formalisierung Ψ von S einer der folgenden vier Fälle zu:

i. Ψ unterscheidet sich nur in trivialer Weise von Φ (Ψ ist also äquivalent zu oder eine Notationsvariante von Φ). Dann lässt sich S auch mit Ψ als formal gültig nachweisen.

ii. Ψ ist *ungenauer* als Φ. Entweder lässt sich auch mit Ψ die formale Gültigkeit von S nachweisen, oder dann zeigt Ψ einfach, dass eine *genauere* Formalisierung, beispielsweise Φ, für einen Gültigkeitsnachweis erforderlich ist.
iii. Ψ ist *genauer* als Φ. Dann folgt aus der Gültigkeitserhaltung, dass S auch mit Ψ als formal gültig nachgewiesen werden kann.
iv. Ψ steht in keiner der drei genannten Beziehungen zu Φ. Dann muss es aufgrund des PHS eine Formalisierung X geben, die *genauer* als Ψ und Φ ist. Wegen der Gültigkeitserhaltung folgt aus der Gültigkeit von Φ diejenige von X, und somit liegt wieder ein Fall wie (ii), mit X anstelle von Φ, vor.

Nimmt man nun an, dass das PHS nicht gilt, so könnte im Fall (iv) die Situation eintreten, dass S gemäß Formalisierung Φ formal gültig, gemäß Ψ formal ungültig ist und keine Formalisierung X existiert, die *genauer* als Ψ und Φ ist. Ich sehe nicht, wie man in einem solchen Fall mit Hilfe der formalen Gültigkeit von Φ dafür argumentieren könnte, dass die formale Ungültigkeit von Ψ nicht gegen die formale Gültigkeit von S spricht – und damit auch nicht, weshalb man die Standarddefinition der formalen Gültigkeit akzeptieren sollte. Wären solche Fälle möglich, wäre für einen Nachweis der formalen Gültigkeit vielmehr zu fordern, dass man für alle nichtverwandten Formalisierungen zeigt, dass sie entweder selbst gültig sind oder es dann genauere Formalisierungen gibt, die einen Nachweis der formalen Gültigkeit erlauben. Damit wäre man beim Nachweis der Gültigkeit in einer ähnlich unbequemen Lage, wie sie Massey für Nachweise der Ungültigkeit zeichnet. Aus seiner Asymmetrie wäre dann eine Symmetrie zu Ungunsten der formalen Logik geworden.

Das Ergebnis ist also: Die Standarddefinition der formalen Gültigkeit setzt das PHS voraus; dieses kann deshalb nicht aufgegeben werden. Damit wird auch klar, dass die Frage, ob das PHS allgemein gilt, nicht geklärt werden kann, indem man einzelne Beispiele beibringt, die das PHS zu bestätigen oder zu widerlegen versprechen. Vielmehr muss man den Charakter des PHS als eines Postulats ernst nehmen, und zwar im Sinne einer fundamentalen Voraussetzung, von der man ausgeht, wenn man den Begriff der formalen Gültigkeit in einer logischen Theorie expliziert, unabhängig davon, ob dies nun in Begriffen der Wahrheits- oder Schlussrelevanz geschieht. Das PHS ist also kein Satz, der auf der gleichen Ebene wie ein Axiom oder eine Schlussregel steht, und es ist schon gar nicht ein Satz, der in der betreffenden logischen Theorie beweisbar wäre. Es handelt sich vielmehr um einen Grundsatz auf der metatheoretischen Ebene, der sich aus der Reflexion über die Logik ergibt: Die allgemeine Definition des Begriffs der formalen Gültigkeit und die einzelnen Definitionen dieses Begriffs in den verschiedenen logischen Formalismen setzen voraus, dass Schlüsse im Sinne des PHS *eine* logische Form haben, die dann beim Formalisieren verschieden genau erfasst oder in unterschiedlicher Weise aufgeschrieben werden kann.

Konsequenzen des PHS

Das PHS ist also keine Hypothese, die sich durch Beispiele stützen oder widerlegen ließe; vielmehr ergibt sich aus ihm die Konsequenz, dass man für alle adäquaten Formalisierungen derselben Aussage zeigen können muss, dass sie in *genauer*-Beziehungen stehen, die das PHS erfüllen. Mit anderen Worten: das PHS ist ein weiteres Kriterium für adäquates Formalisieren (Näheres dazu im nächsten Kapitel). Damit stellt sich nun die Frage, wie man Formalisierungen behandeln soll, die das PHS zu widerlegen scheinen. Dies lässt sich wiederum anhand von (16.2) und (17.2) in Savignys Beispiel diskutieren:

1. *Mehrdeutigkeit.* Eine erste Möglichkeit, das Vorliegen von nichtverwandten Formalisierungen zu interpretieren, besteht darin, dies als einen Beleg dafür zu werten, dass die betreffende Aussage mehrdeutig ist. Natürlich muss man dann die reklamierte Mehrdeutigkeit plausibel machen können. Im Falle von Savignys Beispiel heißt das also, dass man zeigen muss, dass die Aussage „Rot ist eine Farbe." mehrdeutig ist und in (16) in einem anderen Sinn als in (17) verwendet wird. Ein geeignetes Mittel für diesen Zweck sind Verbalisierungen. Wenn (16.2) eine korrekte Formalisierung von (15) im Kontext von (16) ist, so hieße das also, dass man zwischen der Verbalisierung von (17.2)

(15) Rot ist eine Farbe.

und derjenigen von (16.2)

(22) Was rot ist, ist farbig.

unterscheiden muss. Man kann also anhand der beiden Schlüsse (16) und (17) zeigen, dass (15) auch im Sinne von (22) verwendet werden kann. Damit können die Argumente gegen die Korrektheit der Formalisierung (16.2) ausgeräumt werden, nämlich einfach dadurch, dass man zugibt, dass (16.2) nur insofern eine korrekte Formalisierung der Aussage (15) ist, als diese – wie beispielsweise in (16), aber nicht in (17) – in der Bedeutung von (22) verwendet werden *kann.*[62]

Dass dies auch für Savigny der springende Punkt seines Beispiels sein könnte, wird dadurch nahe gelegt, dass er zu (16) bemerkt: „Damit man diesen Schluss [(16)] ziehen kann, versteht man den hervorgehobenen Satz am besten so: ‚Was rot ist, ist farbig'. Darin kommen das Prädikat ‚… ist farbig' und das Prädikat ‚… ist rot' vor."[63] Nimmt man das ernst, so ist die Pointe des Beispiels also, dass die Aussage „Rot ist eine Farbe." eine mehrdeutige Aussage ist, die in den beiden Schlüssen (16) und (17) in je einer anderen Bedeutung verwendet

62 Eine andere Frage ist natürlich die ontologische Relevanz eines solchen Eingeständnisses. Ein Nominalist braucht allein deswegen jedenfalls noch nicht zu akzeptieren, dass die Unmöglichkeit, „Rot ist eine Farbe." auf „Was rot ist, ist farbig." zu reduzieren, zeigt, dass man abstrakte Gegenstände annehmen muss. Er kann sich beispielsweise auf den Standpunkt stellen, dass für ihn „Rot ist eine Farbe." nur in der Bedeutung von „Was rot ist, ist farbig." eine verständliche Aussage ist und deshalb auch nur in dieser Bedeutung formalisiert werden kann. Vgl. dazu *Levin: On an argument of Armstrong against nominalism,* S. 11–12.

63 *Von Savigny: Grundkurs im logischen Schließen,* S. 34.

wird. Dann ist es aber mit der Behauptung, dass damit gezeigt würde, dass es eine reine Frage der Zweckmäßigkeit sei, was man als Individuum und was als Prädikat ansieht, nicht weit her: es ist keine Frage der Zweckmäßigkeit, sondern eine Frage der Ambiguität. Nämlich der systematisch auftretenden Mehrdeutigkeit von Massentermini als generelle Termini und (abstrakte) singuläre Termini, wie sie beispielsweise Quine in aller Ausführlichkeit verhandelt.[64]

In dieser Weise mit Mehrdeutigkeit zu argumentieren, tönt nun vielleicht nach einem allzu billigen Argument für das PHS: Natürlich kann man nicht die gleiche Aussage in der gleichen Leseweise verschieden formalisieren, wenn man gerade die Tatsache, dass es verschiedene Formalisierungsmöglichkeiten gibt, zum Kriterium dafür macht, dass eine Aussage mehrere Leseweisen hat. Dies wäre aber ein Missverständnis. Dass „Rot ist eine Farbe." mehrdeutig ist, ist nicht ein Beleg für das PHS, sondern umgekehrt: Das PHS liefert einen Grund dafür, anzunehmen, dass die Aussage mehrdeutig ist. Und die Behauptung, dass die Möglichkeit, nichtverwandte adäquate Formalisierungen für eine Aussage anzugeben, deren Mehrdeutigkeit aufzeigt, heißt nichts anderes, als zu behaupten, dass die logische Form für die Bedeutung einer Aussage relevant ist. Dass dem so ist, ist ohnehin klar, wenn man von einem an der Wahrheitsrelevanz orientierten Logikkonzept ausgeht, und davon, dass die Bedeutung einer Aussage anzugeben auch heißt, deren Wahrheitsbedingungen anzugeben (vgl. Kapitel 4.1.1). Im Kontext der Schlussrelevanz resultiert einfach die Behauptung, dass zwei Aussagen mindestens dann nicht die gleiche Bedeutung haben, wenn es gültige Schlüsse gibt, die ungültig werden, wenn man die eine Aussage durch die andere ersetzt.

Das Vorgehen, Formalisierungen, die sich nicht mit dem PHS vereinbaren lassen, als Beleg für die Mehrdeutigkeit der formalisierten Aussage aufzufassen, passt auch bestens in das Konzept des Formalisierens, das in Teil II entwickelt wurde. Versteht man das Formalisieren nicht als Übersetzen, das in irgendeinem speziell logischen Sinne der Synonymie verpflichtet ist, und auch nicht als bloß abstraktives Vorgehen, das einfach eine in der Aussage schon enthaltene Struktur freilegt, sondern als Explikation, so ist das Aufdecken von Mehrdeutigkeiten eine Folge davon, dass Formalisierungen gewissen Exaktheitsansprüchen genügen müssen, die für umgangssprachliche Aussagen normalerweise eine viel geringere Rolle spielen, weil sie den Zwecken der umgangssprachlichen Kommunikation meist eher abträglich wären. Das heißt nun wiederum nicht, dass beim Formalisieren Bedeutungsdifferenzen in Aussagen hineinkonstruiert würden, die in der Umgangssprache grundsätzlich irrelevant wären oder sogar nicht einmal nachvollzogen werden könnten. Wie die Methode der Verbalisierung zeigt, lassen sie sich mit mehr oder weniger Aufwand auch in der Umgangssprache reproduzieren. Aus dieser Sicht kann das Formalisieren, wie Quine betont, tatsächlich als ein Verfahren zur Klärung von Aussagen aufgefasst

64 *Quine: Word and object,* §§20, 21, 25.

werden, das in einer Linie mit dem umgangssprachlichen Paraphrasieren als etabliertes Mittel zur Klärung von Kommunikationsschwierigkeiten gesehen werden kann (vgl. Kapitel 8.2.1). Das Formalisieren unterscheidet sich davon vor allem dadurch, dass dabei die elaborierten Mittel eingesetzt werden, die logische Formalismen zur Klärung der logischen Formen von Aussagen bieten, sowie dadurch, dass die logische Analyse von Aussagen in einem theoretischen Rahmen stattfindet, der philosophischer Argumentation zugänglich ist. Versteht man das Formalisieren so, ist auch klar, dass man nicht erwarten kann, dass sich das Formalisieren direkt und problemlos auf das Anwenden einer vordefinierten Methode auf gegebene Aussagen reduzieren lässt. Vielmehr ist zu erwarten, dass durch das Formalisieren auch solche Einsichten über die formalisierten Aussagen gewonnen werden, die dazu führen, dass das, was vorher als unproblematische Aussage gegolten haben mag, sich nun als mehrdeutige Aussage präsentiert, und somit die Frage resultiert, wie die betreffende Argumentation nun am besten rekonstruiert werden kann und welche Konsequenzen sich daraus ergeben. Dies ist nicht nur ein Grund, weshalb das Formalisieren ein vielschichtiges Projekt ist, das sich in verschiedener Hinsicht nicht scharf von Argumentationsanalyse, syntaktischer und semantischer Analyse der Umgangssprache trennen lässt; es ist mit ein Grund, weshalb sich das Formalisieren ins Zentrum des philosophischen Interesses stellen lässt.

2. *Genauere Formalisierungen.* Natürlich kann nicht jedes Paar von nichtverwandten adäquaten Formalisierungen derselben Aussage als Beleg für deren Mehrdeutigkeit gelten. In solchen Fällen muss es gemäß dem PHS aber möglich sein, eine Formalisierung anzugeben, die *genauer* ist als die betreffenden Formalisierungen. Will man Savignys Beispiel in dieser Weise behandeln, so wäre also eine Formalisierung anzugeben, die *genauer* als (16.2) und (17.2) ist. Ein mehr oder weniger nahe liegender Vorschlag wäre zum Beispiel:

(23) $\forall x(t(x,r) \rightarrow \exists y(m(y) \wedge t(x,y)))$

$t(x,y)$: x ist Teil des (diskontinuierlichen) Objekts y
$m(x)$: x ist ein (diskontinuierliches) Farbobjekt
r: rot

(23) erhält man aus (16.2) mit der Substitution $[r(x)/t(x,r), g(x)/\exists y(m(y) \wedge t(x,y))]$ und aus (17.2) mit $[f(x)/\forall z(t(z,x) \rightarrow \exists y(m(y) \wedge t(z,y)))]$. Wendet man diese Substitutionen auch auf die erste Prämisse und die Konklusion der beiden Schlüsse an, erhält man folgende Formalisierungen:

(16.4) $t(a,r)$
(23) $\forall x(t(x,r) \rightarrow \exists y(m(y) \wedge t(x,y)))$
(16.5) $\exists y(m(y) \wedge t(a,y))$

(17.4) $\forall x(\forall z(t(z,x) \rightarrow \exists y(m(y) \wedge t(z,y))) \rightarrow b(x))$
(23) $\forall z(t(z,r) \rightarrow \exists y(m(y) \wedge t(z,y)))$
(17.5) $b(r)$

Auch gegen Formalisierung (23) lassen sich einige Zweifel an der Korrektheit oder Adäquatheit vorbringen, die mit den bereits diskutierten Problemen bei (16.2) eng zusammenhängen.[65] Um des Arguments willen gehe ich aber mit einem Advokaten von (23) davon aus, dass solche Argumente entkräftet werden können. Der entscheidende Punkt, der sich anhand von (23) aufzeigen lässt, ist jedenfalls nicht davon abhängig, ob es nun tatsächlich gelingt, (23) als adäquate Formalisierung zu verteidigen. Man kann nämlich mit (23) auch noch auf eine andere Weise in eine unangenehme Lage geraten:

Wer gegen (23) die Behauptung verteidigen möchte, die beiden Formalisierungen (16.2) und (17.2) zeigten, dass das PHS für (15) nicht erfüllt ist, könnte im Hinblick auf das vorangehende Kapitel als Argument vorbringen, (23) sei keine logische Formalisierung, sondern eine semantische Analyse, die offensichtlich eine Reihe von Begriffsanalysen voraussetzt. Könnte man zudem zeigen, dass (16.2) und (17.2) spezifische Formalisierungen von (15) sind, wäre das tatsächlich ein schlagendes Argument gegen einen Vertreter des PHS, der mit (23) argumentiert und damit zugegeben hätte, dass er (16.2) und (17.2) als adäquate Formalisierungen akzeptiert. Vermutlich ist die Plausibilität der Annahme, (16.2) und (17.2) seien spezifische Formalisierungen von (15), auch ein wichtiger Grund, weshalb Savignys Beispiel auf den ersten Blick als Gegenbeispiel zum PHS vielversprechend aussieht. Unabhängig von Einwänden gegen ihre Adäquatheit zeigt Formalisierung (23), dass zwei nichtverwandte adäquate Formalisierungen vor allem dann ein schlagendes Argument gegen das PHS wären, wenn man auch zeigen kann, dass die beiden Formalisierungen spezifische Formalisierungen sind. Gelingt das nicht, muss gezeigt werden, dass sich keine *genauere* Formalisierung finden lässt, die die Gegenbeispiele als verwandte Formalisierungen erweist.

Andersherum betrachtet, zeichnet sich auch ein Konflikt zwischen dem PHS und der Idee, es gebe spezifische Formalisierungen, ab. Möchte man an beidem festhalten, müsste man zeigen können, dass für zwei beliebige adäquate Formalisierungen derselben Aussage immer nachgewiesen werden kann, dass sie dem PHS genügen, ohne dass dabei semantische Analysen benutzt werden müssen. Es scheint mir höchst unplausibel, dass es möglich sein sollte, so etwas einigermaßen klar nachzuweisen. Da das PHS aus den erläuterten Gründen nicht aufgegeben werden kann, empfiehlt es sich vielmehr, zu akzeptieren, dass logische Formalisierung und semantische Analyse nicht scharf getrennt werden können. In der Folge ist auch die Idee aufzugeben, man könne zugleich allgemeine und präzise Kriterien dafür angeben, dass eine Formalisierung spezifisch ist.

Das hat zwei Konsequenzen: Erstens muss man Masseys These, formale Ungültigkeit könne im Allgemeinen nicht nachgewiesen werden, auch im Kontext einer bestimmten Logik akzeptieren. Ein Nachweis für die Ungültigkeit eines Schlusses in einer bestimmten Logik kann immer nur so gut sein wie die

---

65 Vgl. z.B. *Prior: Existence,* S. 146; *Quine: Word and object,* S. 97–99.

Argumente dafür, dass die dabei verwendete Formalisierung eine spezifische ist. Zweitens sollte man als Logiker nicht allzu sehr auf einer klaren Trennung zwischen Logik und Semantik bestehen, wenn man damit nicht das PHS riskieren möchte. Das bedeutet keineswegs, dass die Logik einfach ein Teil oder identisch mit der Semantik wäre, aber das Formalisieren muss als ein Projekt verstanden werden, das gegenüber der Semantik offen bleiben muss.

13.6 Genauer-Beziehungen als Adäquatheitskriterien: Pferdeköpfe IV

In Kapitel 12.4.2 wurde die Idee eines Adäquatheitskriteriums erörtert, das sich daran orientiert, dass eine Formalisierung schrittweise aus weniger *genauen* Formalisierungen entwickelt werden kann. Mit Hilfe der Relation *genauer* soll diese Idee nun ausgeführt werden.

Ein erster Ansatz für ein solches Kriterium ergibt sich direkt aus dem Zusammenhang zwischen *genauer*-Beziehungen und Adäquatheit beziehungsweise Korrektheit, der in Kapitel 13.4.2 formuliert und mit der Eigenschaft der Strukturerhaltung der *genauer*-Relation begründet wurde (in (11) und (13) auf S. 316):

(UGK) *Kriterium der* ungenaueren *Formalisierungen.* Damit eine Formalisierung Φ mit der Formel φ einer Aussage A korrekt (adäquat) sein kann, muss für jede Formel ψ, die *ungenauer* als φ ist, gelten: es gibt eine korrekte (adäquate) Formalisierung von A mit einer Notationsvariante χ von ψ.

In dieser Formulierung ist (im Gegensatz zu (11) und (13) in Kapitel 13.4.2) berücksichtigt, dass sich Notationsvarianten von Formalisierungen bezüglich Korrektheit und Adäquatheit nicht unterscheiden. Damit lässt sich die Anwendung des UGK vereinfachen, weil es erstens ausreicht, von jeder einschlägigen Notationsvarianten-Klasse jeweils ein Element zu prüfen, und zweitens jeweils eine Formalisierung mit kompatiblem Korrespondenzschema gewählt werden kann, so dass die Konvention (3) von Seite 304 eingehalten wird.

Gegenüber den in Kapitel 12.3 diskutierten Adäquatheitsregeln hat dieses Adäquatheitskriterium den Vorteil, dass es klar definiert und begründet ist. Andererseits liefert das UGK lediglich eine notwendige Bedingung für die Korrektheit und Adäquatheit einer Formalisierung relativ zur Korrektheit respektive Adäquatheit anderer Formalisierungen. Es eignet sich deshalb nur dazu, gegen einen Formalisierungsvorschlag zu argumentieren, indem man sich darauf beruft, dass andere, *ungenauere* Formalisierungen nicht korrekt beziehungsweise nicht adäquat sind. Das wiederum kann zwar gegebenenfalls auch wieder mit dem UGK begründet werden; letztlich muss sich eine solche Argumentation aber auf andere Kriterien stützen. Das UGK kann also weder die Korrektheitskriterien aus Kapitel 11 noch die Adäquatheitsregeln aus Kapitel 12.3.3 ersetzen.

Auch bei der praktischen Anwendung des UGK gibt es Schwierigkeiten. Das offensichtlichste Problem ist die große Anzahl Formalisierungen, die geprüft werden muss. Um eine Formalisierung Φ mit der Formel φ mit Hilfe des UGK vollständig zu prüfen, muss man nämlich berücksichtigen, dass es wegen der Möglichkeit verwandter Formalisierungen mehr als eine Kette von Formeln $\varphi_0,\dots,\varphi_n$ geben kann, so dass φ_0 eine Aussagenkonstante und $\varphi_n=\varphi$ ist und gilt: in jedem Paar φ_i, φ_{i+1} ($0\leq i<n$) ist φ_i der obere Nachbar von φ_{i+1} in der Ordnungsrelation *genauer*.[66] Liegen beispielsweise für die Aussage

(1) Wenn es keine mit π identische Bruchzahl gibt, dann ist π irrational.

die beiden folgenden Formalisierungen vor

(1.1)	$\neg\exists x[(f(x)\wedge x=\pi)\rightarrow g(\pi)]$	f(x): x ist eine Bruchzahl
(1.2)	$\neg\exists x[(f(x)\wedge x=\pi)]\rightarrow g(\pi)$	g(x): x ist irrational

wird die Anwendung des UGK schon sehr umständlich, weil man beispielsweise bei (1.2) unter anderem folgende Formalisierungen prüfen müsste:

(1.3)	$p\rightarrow q$	p: es gibt keine mit π identische Bruchzahl
(1.4)	$\neg r\rightarrow q$	q: π ist irrational
(1.5)	$\neg r\rightarrow g(\pi)$	r: es gibt eine mit π identische Bruchzahl
usw.		
(1.6)	$\neg\exists x h(x)\rightarrow q$	h(x): x ist eine mit π identische Bruchzahl
(1.7)	$\neg\exists x(f(x)\wedge k(x))\rightarrow q$	k(x): x ist identisch mit π
usw.		

Da das UGK aber ohnehin nur eine notwendige Bedingung für die Adäquatheit respektive Korrektheit von Formalisierungen liefert, ist es sinnvoller, nach Möglichkeit das UGK nicht für all diese Formalisierungen durchzuspielen, sondern direkt auf eine relativ *ungenaue* Formalisierung anzuwenden, um zu zeigen, dass eine *genauere* Formalisierung nicht korrekt sein kann. Im Falle von (1.1) kann man beispielsweise einfach die – bis auf Notationsvarianten – einzige Möglichkeit untersuchen, wie (1) aussagenlogisch *ungenauer* als mit (1.1), aber *genauer* als mit einer Aussagenkonstante formalisiert werden kann:

(1.8) $\neg s$

Nun stellt sich allerdings die Frage, für welche Aussage „s“ in (1.8) steht; es ist klar, dass das UGK je nachdem, welche Wahl man hier trifft, zu einem anderen Resultat führen kann. Wegen der *genauer*-Relation zwischen (1.8) und (1.1) kann man argumentieren, dass für „s“ am besten eine Verbalisierung der in (1.1) auf das Negationszeichen folgenden Formel, also beispielsweise

(2) Es gibt ein Objekt, für das gilt: wenn es eine mit π identische Bruchzahl ist, dann ist π irrational.

[66] a ist genau dann der obere Nachbar von b in der Relation R, wenn bRa, und es gibt kein von a und b verschiedenes c, so dass bRc und cRa.

eingesetzt wird. Damit könnte nun gezeigt werden, dass (1.8) aufgrund des W-Kriteriums keine korrekte Formalisierung von (1) ist. Allerdings wäre das nicht wesentlich einfacher als gleich zu zeigen, dass (1.1) nicht korrekt ist.

Viel näher liegend wäre es bei diesem Beispiel, direkt mit einem Vergleich zwischen den Formalisierungen (1.8) und (1.3) zu argumentieren. Die Argumentationsstrategie wäre in etwa: (1.3) ist eine adäquate Formalisierung von (1), also ist (1) aussagenlogisch gesehen eine konditionale Aussage. Dann können aber (1.8) und alle *genaueren* Formalisierungen nicht auch adäquate Formalisierungen von (1) sein, weil ihnen zufolge (1) keine konditionale, sondern eine negierte Aussage sein müsste. Mit anderen Worten: Man verwendet das PHS aus dem letzten Kapitel als Adäquatheitskriterium:

(HSK) *Kriterium der hierarchischen Struktur:* Von zwei Formalisierungen $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Psi}$ derselben Aussage A ist mindestens eine nicht adäquat, wenn $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Psi}$ nicht äquivalent sind, $\mathbf{\Phi}$ nicht *genauer* als $\mathbf{\Psi}$ ist, $\mathbf{\Psi}$ nicht *genauer* als $\mathbf{\Phi}$ ist und es auch keine adäquate Formalisierung $\mathbf{X}$ von A gibt, die *genauer* als $\mathbf{\Phi}$ und *genauer* als $\mathbf{\Psi}$ ist.

Dieses Kriterium liefert zwar wiederum bloß eine notwendige Bedingung für die Adäquatheit einer Formalisierung relativ zu anderen adäquaten Formalisierungen, erlaubt aber zusammen mit dem UGK oft sehr einfache und schlagkräftige Argumente gegen die Adäquatheit eines Formalisierungsvorschlags. Zur Illustration kann die Argumentation, die in Kapitel 12.4.2 zu einem Beispiel von Epstein vorgestellt wurde, mit dem HSK rekonstruiert werden. Wenn für die Aussage

(3) Dogs bark and cats meow.

die beiden Formalisierungsvorschläge

(3.1)	$\forall x[f(x)\rightarrow g(x)]\wedge\forall x[h(x)\rightarrow i(x)]$	f(x): x is a dog	g(x): x barks
(3.2)	$\forall x[(f(x)\rightarrow g(x))\wedge(h(x)\rightarrow i(x))]$	h(x): x is a cat	i(x): x meows

vorliegen, kann man gegen (3.2) vorbringen, dass diese Formalisierung nicht als adäquat gelten kann, wenn

(3.3)	$q\wedge r$	q: Dogs bark	r: Cats meow

eine adäquate Formalisierung von (3) ist, was wohl kaum umstritten sein dürfte. Das Argument geht im Einzelnen so: Es kann ohne weiteres gezeigt werden, dass Formalisierungen von (3) nach dem Schema

(3.4) $\forall xFx$

zusammen mit (3.3) keine hierarchische Struktur im Sinne des PHS bilden. Also sind Formalisierungen nach dem Schema (3.4) gemäß dem HSK keine adäquaten Formalisierungen von (3), weil (3.3) eine adäquate Formalisierung von (3) ist. Somit kann gemäß dem UGK auch (3.2) keine adäquate Formalisierung von (3) sein, da (3.2) eine Instanz von (3.4) ist.

Pferdeköpfe IV

An dieser Stelle soll nun die Diskussion der relationenlogischen Beispiele abgeschlossen werden. Dabei geht es insbesondere um die Frage, welche neuen Argumente für die Wahl zwischen den Formalisierungen (P.K1)/(P.K2) und (K.K1)/(K.K2) sich aus den Untersuchungen über Verschiedenheit und Einheit von Formalisierungen ergeben.

Die bisher (Kapitel 11.4 und 12.3.2) erzielten Resultate können wie folgt zusammengefasst werden:

1. Bei der Anwendung der Korrektheitskriterien ergibt sich eine Mehrdeutigkeit in den Konklusionen der drei Beispiele. Weil bei

(G.K) Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.

die durch die Formalisierungen (G.K1) und (G.K2) aufgedeckte Mehrdeutigkeit – ist sie einmal bemerkt – auch in der Umgangssprache klar nachvollzogen werden kann, lässt sich dieses Beispiel ohne große Probleme als mehrdeutig behandeln; je nach Leseweise von (G.K) wird die entsprechende korrekte Formalisierung (G.K1) oder (G.K2) verwendet. Ein solches Vorgehen ist bei den beiden Beispielen

(P.K) Alle Pferdeköpfe sind Tierköpfe.
(K.K) Wer einen Kreis zeichnet, zeichnet eine Figur.

nicht unbedingt sinnvoll; die aufgewiesene Mehrdeutigkeit kann nämlich in der Umgangssprache ohne die Hilfe von (P.K1) und (P.K2) beziehungsweise (G.K1) und (G.K2) nicht ohne weiteres nachvollzogen werden, weil der Unterschied sich nur bemerkbar macht, wenn man von der absurden Annahme ausgeht, dass die beiden Prämissen

(P.P) Alle Pferde sind Tiere.
(K.P) Jeder Kreis ist eine Figur.

falsch sind.

2. Die Formalisierungen (P.K1) und (K.K1) schneiden im Hinblick auf die Korrektheitskriterien eher besser ab als (P.K2) und (K.K2).

3. Die Formalisierungen (P.K1), (K.K1) und (G.K1) schneiden im Hinblick auf die Adäquatheitsregeln ebenfalls etwas besser ab als (P.K2), (K.K2) und (G.K2).

Beurteilt man nun die verschiedenen Formalisierungsvorschläge für (P.K) – bei (K.K) verhält es sich analog – im Lichte der Überlegungen über verschiedenes Formalisieren, so kann als Erstes festgestellt werden, dass von den drei Formalisierungen (P.K0), (P.K1) und (P.K2) lediglich (P.K2) und (P.K0) in einer *genauer*-Beziehung stehen:

1. Weder ist (P.K1) *genauer* als (P.K2) noch umgekehrt, weil es keine Substitution für Prädikatskonstanten gibt, die den zweiten Allquantor in (P.K1) oder die Existenzquantoren in (P.K2) beseitigt. Das bedeutet, dass sich die Spannung

zwischen den beiden Formalisierungsvorschlägen (P.K1) und (P.K2) nicht dadurch auflösen lässt, dass die eine *genauer* als die andere wäre.

2. Die Formalisierung (P.K2) ist *genauer* als (P.K0), weil man aus

(P.K0) $\forall x(pk(x) \rightarrow tk(x))$

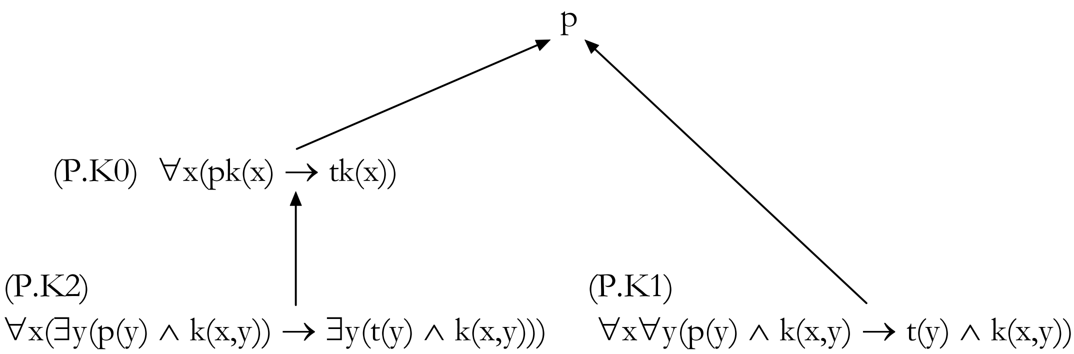
durch die Substitutionen $[pk(x)/\exists y(p(y) \wedge k(x,y))]$ und $[tk(x)/\exists y(t(y) \wedge k(x,y))]$

(P.K2) $\forall x(\exists y(p(y) \wedge k(x,y)) \rightarrow \exists y(t(y) \wedge k(x,y)))$

erhält.

3. Formalisierung (P.K1) ist nicht *genauer* als (P.K0), weil durch eine Substitution für eine der beiden Prädikatskonstanten „pk“ und „tk“ in (P.K0) keine Quantoren eingeführt werden können, deren Bereich sich über das ganze Konditional in (P.K0) erstreckt, sondern nur solche, deren Bereich entweder nur das Antezedens oder nur das Konsequens umfasst.

Insgesamt können die *genauer*-Beziehungen wie folgt veranschaulicht werden:



Des Weiteren lässt sich auch zeigen, dass die beiden Formalisierungen (P.K1) und (P.K2) nicht verwandt sind und also nicht im Sinne des PHS auf eine dritte, noch *genauere,* zurückgeführt werden können. Der Grund dafür ist wiederum die unterschiedliche Bindung der Variablen in (P.K1) und (P.K2): Angenommen, es gäbe eine dritte Formalisierung, die *genauer* als (P.K1) und *genauer* als (P.K2) ist, so müsste diese wegen der Strukturerhaltung eine Instanz der beiden (P.K1) und (P.K2) zugeordneten Schemata

(4) $\forall x \forall y(Py \wedge Kxy \rightarrow Ty \wedge Kxy)$
(5) $\forall x(\exists y(Py \wedge Kxy) \rightarrow \exists y(Ty \wedge Kxy))$

sein, und somit auch eine Instanz von

(6) $\forall x \forall y(Fxy)$
(7) $\forall x(Gx \rightarrow Hx)$

Nun gibt es aber keine Instanzen von (7), die zugleich Instanzen von (6) wären, weil durch das Einsetzen von offenen Formeln in „Gx“ oder „Hx“ nur Quantoren eingeführt werden können, deren Skopus entweder nur das Antezedens oder dann nur das Konsequens des Konditionals in (7) umfassen, nicht aber solche, deren Skopus mit demjenigen des zweiten Allquantors in (7) zusammenfällt.

Die drei Formalisierungen (P.K0), (P.K1) und (P.K2) erfüllen also das PHS nicht. Damit stehen noch die beiden folgenden Optionen zur Verfügung: Entweder man beruft sich auf das HSK und das UGK und scheidet entweder (P.K1) oder (P.K2) zusammen mit (P.K0) als inadäquat aus, oder man versucht – entsprechend den Überlegungen in Kapitel 13.5.2 – zu zeigen, dass (P.K) eine mehrdeutige Aussage ist. Letzteres führt wieder zu den Problemen, die schon in Kapitel 11.4 diskutiert wurden: Da die Unterschiede in der Wahrheits- und Gültigkeitsrelevanz zwischen (P.K1) und (P.K2) nur in den oben erwähnten absurden Situationen relevant sind, resultieren für die Beispiele von De Morgan und Jungius zwei Leseweisen, die niemand unter normalen Umständen überhaupt unterscheiden möchte.

Argumentiert man dagegen mit dem HSK und dem UGK, so ergibt sich ein klares und eindeutiges Resultat: Wenn (P.K0) eine adäquate Formalisierung von (P.K) ist, dann scheidet (P.K1) als adäquate Formalisierung von (P.K) aus. Hat man sich also einmal dafür entschieden, dass (P.K0) eine adäquate Formalisierung von (P.K) ist, ist man nach dem PHS darauf festgelegt, dass (P.K1) inadäquat ist.

Dieses Resultat passt gut zu der in Kapitel 12.4.2 diskutierten Idee, schrittweise genauer zu formalisieren. Geht man nämlich nochmals vom ursprünglichen Problemkontext des Beispiels aus, so sind die Formalisierungen (P.K1) und (P.K2) ja nur deshalb ins Spiel gebracht worden, weil sich der Schluss von (P.P) auf (P.K) mit Hilfe der Formalisierungen

(P.P1) $\forall x(p(x)\rightarrow t(x))$
(P.K0) $\forall x(pk(x)\rightarrow tk(x))$

nicht als gültig nachweisen lässt. In dieser Situation hat man nun zwei Strategien zur Verfügung, um eine Formalisierung zu finden, die es erlaubt, den Schluss von (P.P) auf (P.K) als gültig nachzuweisen: Erstens kann man die Formalisierung (P.K0) wieder verwerfen und eine neue Formalisierung suchen. Überlegt man sich dabei, dass der Schluss wohl nur dann als gültig nachgewiesen werden kann, wenn man anstelle der Prädikate „X ist ein Pferdekopf“ und „X ist ein Tierkopf“ zweistellige Prädikate verwendet, so hat man gute Chancen, zu (P.K1) zu gelangen. Wenn man dagegen davon ausgeht, dass (P.K0) doch offensichtlich eine adäquate Formalisierung von (P.K) ist, so liegt der Gedanke nahe, dass das Problem darin besteht, dass (P.K0) eine zu ungenaue Formalisierung ist, weil sie nicht erlaubt, den Zusammenhang zwischen den Prädikaten „X ist ein Pferd“ und „X ist ein Pferdekopf“ beziehungsweise „X ist ein Tier“ und „X ist ein Tierkopf“ zu erfassen. Somit kann man zweitens eine Formalisierung suchen, die *genauer* als (P.K0) ist. Das führt zur Frage, welche Ausdrücke, die das Prädikat „$p(x)$“ respektive „$t(x)$“ enthalten, für „$pk(x)$“ und „$tk(x)$“ substituiert werden könnten. Mit etwas Phantasie, Scharfsinn oder Glück finden sich die Lösungen „$\exists y(p(y)\wedge k(x,y))$“ und „$\exists y(t(y)\wedge k(x,y))$“, womit man (P.K2) erhält.

Damit lässt sich nun auch erklären, weshalb (P.K2) und nicht (P.K1) die gängige Formalisierung für (P.K) ist. Nur (P.K2) verträgt sich mit der Adäquatheit der ungenaueren Formalisierung (P.K0) und kann aus dieser durch schrittweises genauer Formalisieren „entwickelt“ werden. Dadurch erlaubt (P.K2) nicht nur, den gewünschten Schluss als gültig nachzuweisen, sondern bietet darüber hinaus noch eine plausible Erklärung für das Problem mit Formalisierung (P.K0). Das Problem ist nicht, dass (P.K0) keine adäquate Formalisierung wäre, sie ist einfach zu ungenau. Dazu passt der Befund, dass in vielen Lehrbüchern bei diesem Beispiel, ähnlich wie im letzten Absatz, erklärt wird, wie man die Formalisierung (P.K2) finden kann, indem man ausgehend von (P.K0) eine genauere Formalisierung sucht.[67]

Trotzdem kann man sich natürlich fragen, weshalb der Formalisierungsvorschlag (P.K1) – soweit ich sehe – in überhaupt keinem Lehrbuch und in der sonstigen Literatur bloß an einer Stelle überhaupt erwähnt wird, obschon doch für diese Formalisierung zumindest spricht, dass sie bezüglich der Korrektheitskriterien und Adäquatheitsregeln eher besser abschneidet als (P.K2). Gewohnheit und Tradition scheinen mir hier doch etwas billige Erklärungen zu sein; der Grund dürfte vielmehr darin liegen, dass (P.K2) in doppelter Hinsicht als Produkt eines systematischen Vorgehens beim Formalisieren gesehen werden kann: das eben erörterte Verfahren des schrittweise genauer Formalisierens ist ein Aspekt davon. Ein anderer, der für die fast absolute „Vorherrschaft“ von (P.K2) wohl genauso wichtig sein dürfte, hängt mit der Adäquatheit von (P.K0) zusammen. Diese ist in der obigen Argumentation mit dem HSK und dem UGK ja einfach vorausgesetzt worden. Dass an der Adäquatheit von (P.K0) wohl kaum jemand zweifeln möchte, lässt sich gut als eine Folge der Strategie, analoge Aussagen analog zu formalisieren, erklären. Genauer: als eine Folge der in Kapitel 12.4.1 diskutierten Russell'schen Methode, alle a-Sätze als Instanzen des Schemas

(8) $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

zu formalisieren. Während (P.K2) die Konklusion als a-Satz behandelt, ist die Konklusion, wenn sie mit (P.K1) analysiert wird, genau so wenig ein a-Satz wie beispielsweise

(9) Alle Teiler einer Zahl sind kleiner als die Quadratwurzel dieser Zahl.

Dass (9) nicht mit einer Formalisierung, die das (P.K2) zugeordnete Schema instantiiert, adäquat formalisiert werden kann, lässt sich leicht der Formulierung entnehmen: Es geht nicht um die Quadratwurzel irgendeiner Zahl, sondern um Quadratwurzeln von Zahlen, über deren Teiler in (9) etwas behauptet wird. Allerdings ist auch nicht einfach klar, dass man sich bei De Morgans Beispiel nicht auf die *misleading form thesis* berufen und dann behaupten kann, ein solcher

[67] Z.B. *Copi: Symbolic logic,* S. 131–132. Für das Kreis-Beispiel *Barker: The elements of logic,* S. 137–138, und *Quine: Methods of logic (4),* S. 168.

Bezug sei eben auch in „Alle Pferdeköpfe sind Tierköpfe." gegeben. In Bezug auf die Frage, wie die verschiedenen Adäquatheitskriterien zusammenspielen, zeigt Beispiel (9) also vor allem: Man kann aus der Diskussion von De Morgans Beispiel zwar schließen, dass *bei diesem Beispiel* die Einheit der logischen Form, so wie sie im PHS gefordert wird, und das Analogieprinzip, alle a-Sätze als Instanzen von (8) zu formalisieren, die Pointen der Argumentation um die Adäquatheit sind; aber dies bedeutet nicht unbedingt, dass das bei anderen Beispielen auch so sein muss.

Das Problem der adäquaten Formalisierung ist in den Kapiteln 9 bis 13 vor allem als ein praktisches Problem diskutiert worden, nämlich als die Frage, mit welchen Kriterien Formalisierungen auf Adäquatheit hin geprüft oder verschiedene Formalisierungsvorschläge bezüglich Adäquatheit verglichen werden können. Wichtigster Bezugspunkt für eine Antwort war die traditionelle Praxis des Formalisierens und die primäre Methode deshalb die Analyse von Beispielen. Im Folgenden soll aus einer Überblicksperspektive nochmals kurz erörtert werden, wie die verschiedenen Adäquatheitskriterien zusammenspielen, was sie insgesamt leisten und in welchem Verhältnis sie zum Konzept der logischen Form aus Teil II und den in Kapitel 12.4.3 angesprochenen Formalisierungsverfahren stehen. (In diesem Kapitel verwende ich „Adäquatheitskriterien“ in einem weiten Sinne als Bezeichnung für alle zur Beurteilung der Adäquatheit entwickelten Tests, inklusive der Korrektheitskriterien.)

Wie sich bei der Diskussion des Beispiels von De Morgan gezeigt hat, lässt sich allein aus der traditionellen Praxis des Formalisierens nicht schon ein wohlgeordnetes System klar definierter Adäquatheitskriterien ableiten. Vielleicht mag sogar der Eindruck entstanden sein, dass die vorgestellten Kriterien eine Sammlung unterschiedlich präziser Tests darstellen, die völlig unabhängig voneinander einfach je irgendeinen Gesichtspunkt der Adäquatheit erfassen. Es lässt sich aber durchaus eine Ordnung der verschiedenen Kriterien begründen, wenn man nicht einfach nur von ihrer Anwendung auf Beispiele ausgeht, sondern auch ihre Voraussetzungen und die Überlegungen zu ihrer Motivation und Begründung berücksichtigt. Als Ausgangspunkt eignet sich eine Einteilung der Adäquatheitskriterien anhand der Frage, ob sie Bedingungen angeben, die für die Adäquatheit einer Formalisierung notwendigerweise erfüllt sein müssen oder nicht. Das ergibt Folgendes:

1. Für die Korrektheit von Formalisierungen geben das W-, S- und G-Kriterium je eine notwendige und hinreichende Bedingung an. Da die Korrektheit einer Formalisierung bloß eine notwendige Bedingung für deren Adäquatheit darstellt, liefern diese Kriterien in Bezug auf die Adäquatheit ebenfalls nur notwendige Bedingungen.

2. Das Kriterium des *ungenaueren* Formalisierens und das Kriterium der hierarchischen Struktur formulieren ebenfalls nur notwendige Bedingungen für die Adäquatheit einer Formalisierung. Die Regeln aus Kapitel 12.3 und die informellen Prinzipien des systematischen Vorgehens beim Formalisieren aus Kapitel 12.4 stellen sogar noch schwächere Bedingungen für die Adäquatheit von Formalisierungen auf; sie müssen nämlich nicht nur sehr liberal ausgelegt werden, sondern können durch Hinweis auf die *misleading form thesis* auch schlicht umgangen werden.

3. Unter den notwendigen Bedingungen der Adäquatheit nimmt die Korrektheit nach dem W-Kriterium eine besondere Stellung ein, weil dies der einzige

Aspekt der Adäquatheit ist, der in Bezug auf eine einzelne Formalisierung beurteilt werden kann. Alle anderen Kriterien können nur angewendet werden, indem man Bezug auf die Adäquatheit anderer Formalisierungen derselben Aussage oder auf adäquate Formalisierungen anderer Aussagen nimmt.

Auf dieser Grundlage lassen sich die Adäquatheitskriterien wie folgt in einem Prüfverfahren organisieren:

1. Zuerst sind die Korrektheitskriterien anzuwenden. Formalisierungen, die deren Anforderungen nicht genügen, müssen verworfen werden.

2. Als Nächstes ist die Adäquatheit der *ungenaueren* Formalisierungen zu prüfen. Streng genommen müssten dabei alle *ungenaueren* Formalisierungen berücksichtigt werden, aus praktischen Gründen wird man sich im Allgemeinen auf einige exemplarische beschränken.

3. Liegen mehrere Formalisierungsvorschläge vor, ist zu prüfen, ob sie das Kriterium der hierarchischen Struktur erfüllen; eine einzelne Formalisierung kann in dieser Hinsicht auch mit Hilfe von anderen, als adäquat vorausgesetzten Formalisierungen geprüft werden. Erfüllen die gegebenen Formalisierungen das Postulat der hierarchischen Struktur nicht, muss untersucht werden, ob nicht eine der beteiligten Formalisierungen doch inkorrekt oder die zu formalisierende Aussage mehrdeutig ist.

4. In Bezug auf einzelne Formalisierungen sind die Adäquatheitsregeln einzusetzen, um mehr oder weniger offensichtlich unsinnige Formalisierungen auszuscheiden. Liegen mehrere Formalisierungsvorschläge vor, die nach Punkt (3) nicht gleichzeitig als adäquate Formalisierungen akzeptiert werden können, so ist mit den Adäquatheitsregeln zu entscheiden, welche Formalisierungen als weniger adäquat abzulehnen sind.

Ein solches System von Adäquatheitskriterien darf nun aber nicht falsch interpretiert werden: Es stellt erstens, besonders was die Reihenfolge der Kriterien anbelangt, offensichtlich nicht die einzige sinnvolle Möglichkeit dar, die Adäquatheitskriterien anzuwenden. Zweitens resultiert aus den verschiedenen Adäquatheitskriterien auch in einer solchen Kombination noch nicht unbedingt eine hinreichende Bedingung für die Adäquatheit von Formalisierungen. Der Grund dafür ist vor allem bei den Adäquatheitsregeln zu suchen. Die Bedingungen für die Adäquatheit von Formalisierungen sind in diesen Regeln nicht nur nicht als strenge Verpflichtungen formuliert; sie eignen sich überhaupt weniger zur Beurteilung einzelner Formalisierungen als vielmehr für den Vergleich verschiedener Formalisierungen. Von da her ist der Begriff der Adäquatheit also komparativ zu verstehen. Damit wird auch die Frage hinfällig, welches die hinreichenden Bedingungen dafür sind, dass eine gegebene Formalisierung als schlechthin adäquat gelten kann. Die obige Zusammenstellung der verschiedenen Adäquatheitskriterien ist also nicht ein System von Kriterien, die einzeln je eine notwendige und zusammen eine hinreichende Bedingung für die Adäquatheit formulieren, so dass man es wie eine Checkliste benutzen könnte, indem man einfach ein Kriterium nach dem anderen anwendet und, wenn eine Formalisierung alle diese Tests besteht, gezeigt hätte, dass sie adäquat ist. Es stellt vielmehr ein System von Kriterien dar, das es erlaubt, nichtadäquate Formalisierungen auszuscheiden (mit Hilfe der ersten drei Schritte) und verschiedene Formalisierungsmöglichkeiten in Bezug auf deren Adäquatheit zu vergleichen (mit dem vierten Schritt).

Dieser Befund lässt sich erklären, indem man die verschiedenen Adäquatheitskriterien auf die entsprechenden Aspekte des Begriffs der logischen Form bezieht. Das ergibt folgendes Bild: Mit den Kriterien der Korrektheit, des *ungenaueren* Formalisierens und der hierarchischen Struktur wird geprüft, ob einer Aussage eine richtige *logische* Form zugeordnet wird; genauer: ob die vorgeschlagene Formalisierung nur solche gültigkeitsrelevanten Merkmale repräsentiert, die tatsächlich Merkmale der betreffenden Aussage sind. Die Adäquatheitsregeln (und auch das informelle Analogieprinzip) sollen hingegen sicherstellen, dass eine richtige logische *Form* ermittelt wird, das heißt, dass die Formalisierung ein themenneutrales Schema angibt, das tatsächlich durch die betreffende Aussage instantiiert wird. Dass sich die Adäquatheitsregeln im Gegensatz zu den anderen Kriterien einer präzisen Formulierung widersetzen, erklärt sich dann dadurch, dass für den Begriff der Gültigkeit detaillierte Explikationen in Termini der Wahrheits- oder Schlussrelevanz und entsprechende formale Definitionen zur Verfügung stehen, nicht aber dafür, was es heißt, ein themenneutrales Schema einer Aussage anzugeben. In Bezug auf Letzteres stellt die Analyse des Begriffs der logischen Form in den Kapiteln 4.2 und 4.3 lediglich einen ersten Schritt dar; sie resultiert im Wesentlichen in der Feststellung, dass zur logischen Form einer Aussage deren Aufbau aus Ausdrücken verschiedener logischer Kategorien gehört. Eine genauere Definition der logischen Form erfordert deshalb vor allem eine präzise Erklärung, wie umgangssprachliche Aussagen nach logischen Kategorien zu analysieren sind. Da Analyse umgangssprachlicher Aussagen nach logischen Kategorien nun aber gerade das ist, was man mit Hilfe des Formalisierens erreichen möchte, bedeutet das, dass dieser Aspekt des Begriffs der logischen Form von der adäquaten Formalisierung her zu klären ist. Es ist also nicht einfach nur so, dass der Begriff der adäquaten Formalisierung nicht klarer sein kann als der zugrunde liegende Begriff der logischen Form, sondern vielmehr kann auch der Begriff der logischen Form einer Aussage nicht klarer sein als der Begriff der adäquaten Formalisierung.

Geht man nun von den hier vorgestellten Adäquatheitskriterien aus, mag das vielleicht den Eindruck erwecken, dass die ganze Analyse der traditionellen Formalisierungspraxis in dieser Hinsicht nicht viel leistet. Als Begründung könnte man anführen, dass die Adäquatheitskriterien ja überhaupt keinen Versuch darstellen, zu erklären, wie man umgangssprachliche Aussagen nach logischen Kategorien analysieren kann. Sie stellen lediglich Tests dar, mit deren Hilfe das Resultat einer solchen Analyse geprüft werden kann. Allerdings bedeutet das noch keineswegs, dass die verschiedenen Adäquatheitskriterien nichts zu einer genaueren Erklärung des Begriffs der logischen Form beitragen; aber es zeigt nochmals deutlich, was noch zu leisten wäre. Wenn eine genauere Erklärung der adäquaten Formalisierung tatsächlich angeben soll, wie Aussagen nach logischen Kategorien analysiert werden können, so heißt das einfach: man braucht ein Formalisierungsverfahren. Von der Analyse der Differenz zwischen adäquaten und bloß korrekten Formalisierungen her war dies ohnehin schon klar. Die entscheidende Anforderung an adäquate Formalisierungen war, dass Differenzen zwischen äquivalenten Aussagen, die in der betreffenden Logik formalisiert werden können, nicht unberücksichtigt bleiben dürfen. Damit ist Adäquatheit ein Begriff, der nicht primär auf einzelne Paare von Aussagen und Formalisierungen angewendet werden kann. Adäquat zu formalisieren bedeutet vielmehr, so zu formalisieren, dass *im Allgemeinen* für die logische Form relevante Unterschiede zwischen Aussagen berücksichtigt werden. Somit ist die Idee, ein Formalisierungsverfahren zu entwickeln, auch weniger als ein Kontrastprogramm zur traditionellen Formalisierungspraxis zu werten, sondern vielmehr als Vorschlag, die Prinzipien, die diese Praxis leiten, präzise auszuarbeiten.

Dass aus der Analyse des Problems der adäquaten Formalisierung unter anderem das Projekt eines Formalisierungsverfahrens resultiert, heißt allerdings keineswegs, dass diese Analyse eigentlich überflüssig und durch ein Formalisierungsverfahren zu ersetzen wäre. Da nicht jedes Formalisierungsverfahren automatisch zu adäquaten Formalisierungen führt, kann die Angabe eines solchen Verfahrens auch die diskutierten Adäquatheitskriterien nicht schlichtweg ersetzen. Sie spielen im Zusammenhang mit einem Formalisierungsverfahren einfach eine neue Rolle. Aus Kriterien, die dazu dienen, einzelne Formalisierungen auf Adäquatheit zu prüfen, werden Maßstäbe zur Beurteilung von Formalisierungsverfahren. So verstanden formuliert das oben vorgestellte System von Adäquatheitskriterien das Ziel, das mit einem Formalisierungsverfahren erreicht werden sollte: die resultierenden Formalisierungen sollten diesen Test insgesamt möglichst gut bestehen.

Für das Selbstverständnis der Logik ist somit das wichtigste Resultat: Nimmt man den Anspruch, eine Theorie formal gültiger Schlüsse zu bieten, wirklich ernst und versucht also das Problem der adäquaten Formalisierung in präziser Weise zu lösen beziehungsweise den Begriff der logischen Form exakt zu definieren, muss man auch ernst nehmen, dass die Logik dann auch eine Theorie der Umgangssprache ist – nicht nur ein Formalismus mit Erläuterungen. Und das heißt, dass man sich als Logiker auf sprachanalytische Probleme einlassen muss, die viele Philosophinnen gerne an die Linguistinnen delegieren würden. Allerdings reduziert sich damit die Logik nicht einfach auf ein Projekt der empirischen Sprachanalyse. Die schwierigsten Probleme bei der Entwicklung eines Formalisierungsverfahrens mögen zwar solche der empirischen Sprachanalyse sein, doch unterscheidet sich dieses Unternehmen von linguistischen Projekten im engeren Sinne dadurch, dass es wesentlich auf logische Ziele ausgerichtet ist. Worin diese Ziele im Einzelnen bestehen, ist nicht einfach nur eine Frage der empirischen Linguistik im Sinne einer Erforschung der Argumentationspraxis, sondern eine philosophische Problemstellung, die eine Analyse des Begriffs der logischen Form und des Konzepts der Formalisierung erfordert. Solange man die logische Analyse von Argumentationen als eine zentrale Methode des Philosophierens auffasst, wird man sich ohnehin nicht einfach mit einem effektiven Formalisierungsverfahren zufrieden geben können, sondern die Reflexion dieser Methode zu den zentralen philosophischen Fragen rechnen müssen.

Beispiele: Pferdeköpfe, Kreise, Gewinnzahlen

Alle Pferde sind Tiere.
Also sind alle Pferdeköpfe Tierköpfe.

(P.P) Alle Pferde sind Tiere.
(P.K) Alle Pferdeköpfe sind Tierköpfe.
(P.P1) $\forall x(p(x)\rightarrow t(x))$
(P.K0) $\forall x(pk(x)\rightarrow tk(x))$
(P.K1) $\forall x\forall y(p(y)\wedge k(x,y)\rightarrow t(y)\wedge k(x,y))$
(P.K2) $\forall x(\exists y(p(y)\wedge k(x,y))\rightarrow\exists y(t(y)\wedge k(x,y)))$
(P.K3) $\forall x\exists y(p(y)\wedge k(x,y)\rightarrow t(y)\wedge k(x,y))$
(P.K4) $\neg\exists x\exists y((p(y)\wedge k(x,y))\wedge\neg(t(y)\wedge k(x,y)))$

$p(x)$: x ist ein Pferd
$t(x)$: x ist ein Tier
$pk(x)$: x ist ein Pferdekopf
$tk(x)$: x ist ein Tierkopf
$k(x,y)$: x ist Kopf von y

Jeder Kreis ist eine Figur.
Also zeichnet, wer einen Kreis zeichnet, eine Figur.

(K.P) Jeder Kreis ist eine Figur.
(K.K) Wer einen Kreis zeichnet, zeichnet eine Figur.
(K.P1) $\forall x(k(x)\rightarrow f(x))$
(K.K0) $\forall x(zk(x)\rightarrow zf(x))$
(K.K1) $\forall x\forall y(k(y)\wedge z(x,y)\rightarrow f(y)\wedge z(x,y))$
(K.K2) $\forall x(\exists y(k(y)\wedge z(x,y))\rightarrow\exists y(f(y)\wedge z(x,y)))$
(K.K3) $\forall x\exists y(k(y)\wedge z(x,y)\rightarrow f(y)\wedge z(x,y))$
(K.K4) $\neg\exists x\exists y((k(y)\wedge z(x,y))\wedge\neg(f(y)\wedge z(x,y)))$

$k(x)$: x ist ein Kreis
$f(x)$: x ist eine Figur
$zk(x)$: x zeichnet einen Kreis
$zf(x)$: x zeichnet eine Figur
$z(x,y)$: x zeichnet y

Alle Gewinnzahlen sind Primzahlen.
Also hat, wer eine Gewinnzahl getippt hat, eine Primzahl getippt.

(G.P) Alle Gewinnzahlen sind Primzahlen.
(G.K) Wer eine Gewinnzahl getippt hat, hat eine Primzahl getippt.
(G.P1) $\forall x(g(x)\rightarrow p(x))$
(G.K0) $\forall x(tg(x)\rightarrow tp(x))$
(G.K1) $\forall x\forall y(g(y)\wedge t(x,y)\rightarrow p(y)\wedge t(x,y))$
(G.K2) $\forall x(\exists y(g(y)\wedge t(x,y))\rightarrow\exists y(p(y)\wedge t(x,y)))$
(G.K3) $\forall x\exists y(g(y)\wedge t(x,y)\rightarrow p(y)\wedge t(x,y))$
(G.K4) $\neg\exists x\exists y((g(y)\wedge t(x,y))\wedge\neg(p(y)\wedge t(x,y)))$

$g(x)$: x ist eine Gewinnzahl
$p(x)$: x ist eine Primzahl
$tp(x)$: x hat eine Primzahl getippt
$tg(x)$: x hat eine Gewinnzahl getippt
$t(x,y)$: x hat y getippt

Symbole

Schemasprache

Logische Konstanten und Hilfszeichen:

$\neg$	Negation
$\wedge$	Konjunktion
$\vee$	Disjunktion
$\rightarrow$	Konditional
$\leftrightarrow$	Bikonditional
$\succ\!\!\prec$	Kontravalenz
$\forall$	Allquantor
$\exists$	Existenzquantor
$=, \neq$	Identität, $(a \neq b) =_{df} \neg(a = b)$
( ), [ ], { }	Klammern

Schematische Buchstaben:

$A, B, C, \ldots, A_1, \ldots$	Aussagen
$F, G, \ldots, F_1, \ldots$	Prädikate
$a, b, c, \ldots, a_1, \ldots$	Individuenbezeichnungen

Variablen:

$x, y, \ldots, x_1, \ldots$	Individuenvariablen

Formelsprache (soweit abweichend von der Schemasprache)

Deskriptive Konstanten:

$p, q, r, \ldots, p_1, \ldots$	Aussagenkonstanten
$f(), g(,), \ldots, f_1(), \ldots$	Prädikatskonstanten

Metasprachliche Zeichen

$\alpha, \beta, \gamma, \ldots, \alpha_1, \ldots$	Ausdrücke der Formel- und Schemasprache
$\mathbf{\Phi}, \mathbf{\Psi}, \mathbf{X}, \ldots, \mathbf{\Phi}_1, \ldots$	Formelfolgen, Schlüsse, Schlussschemata, Formalisierungen
$\Rightarrow, \Leftrightarrow$	informell gültig (bzw. informelles Theorem), äquivalent
$\Rightarrow_{\mathbf{F}}, \Leftrightarrow_{\mathbf{F}}$	formal gültig (bzw. formales Theorem), äquivalent
$\models, \Dashv\vDash$	Folgerung (bzw. semantisches Theorem), Äquivalenz
$\vdash, \dashv\vdash$	Ableitung (bzw. syntaktisches Theorem), Äquivalenz
$\not\Rightarrow, \Rightarrow?$, usw.	ungültig, gültig? (analog auch für $\Leftrightarrow$ usw.)
$\mathcal{E}, \mathcal{J}, \xi$	Individuenbereiche, Interpretationen, Individuen
F	Formalismus
L	Sprache, Logik
$A, B, C, \ldots, A_1, \ldots$	umgangssprachliche Aussagen
$S, T, \ldots, S_1, \ldots$	umgangssprachliche Schlüsse
$X, Y, Z, X_1, \ldots$	umgangssprachliche Ausdrücke

Literatur

Kursiv gedruckte Angaben verweisen auf andere Einträge in dieser Literaturliste.

Albert, Hans: Traktat über kritische Vernunft. Tübingen, 1980[4], Mohr.
— Transzendentale Träumereien. Karl-Otto Apels Sprachspiele und sein hermeneutischer Gott. Hamburg, 1975, Hoffmann und Campe.
Almog, Joseph: The complexity of marketplace logic. In: Linguistics and Philosophy 20 (1997), S. 545–569.
Anderson, Alan Ross; Nuel D. Belnap Jr.: Entailment. The logic of relevance and necessity. Princeton/London, 1975, Princeton University Press.
Apel, Karl-Otto: Auseinandersetzungen in Erprobung des transzendentalpragmatischen Ansatzes. Frankfurt a. M., 1998, Suhrkamp.
— Transformation der Philosophie. Bd. II: Das Apriori der Kommunikationsgemeinschaft. Frankfurt a. M., 1973, Suhrkamp.
Aristoteles: Opera (Hrsg. Immanuel Becker). Berlin, 1831, Georg Reimer.
Armstrong, David Malet: Nominalism and realism. Cambridge, 1978, Cambridge University Press.
— Universals. An opinionated introduction. Boulder, San Francisco, London, 1989, Westview Press.
Avron, Arnon: What is a logical system? In: *Gabbay: What is a logical system?,* S. 217–238.
Baker, Gordon P.; Peter Michael Stephan Hacker: Frege. Logical excavations. New York, 1984, Oxford University Press.
— Wittgenstein: Meaning and understanding. Essays on the Philosophical Investigations, Bd. 1. Oxford, 1984, Basil Blackwell.
Bar-Hillel, Yehoshua: Argumentation in pragmatic languages. In: Aspects of language. Essays and lectures on philosophy of language, linguistic philosophy and methodology of linguistics. Jerusalem, 1970, Magnes Press. S. 206–221.
Barker, Stephen F.: The elements of logic. New York etc., 1989[5], McGraw-Hill.
Barth, Else Margarethe; Erik C.W. Krabbe: From axiom to dialogue. A philosophical study of logics and argumentation. Berlin, New York, 1982, de Gruyter.
Bartley III, William Warren: Lewis Carroll's symbolic logic. New York, 1986, Clarkson N. Potter.
Barwise, Jon; John Etchemendy: The language of first-order logic. Stanford, 1995[3], Center for the Study of Language and Information.
Beckermann, Ansgar: Einführung in die Logik. Berlin, New York, 1997, de Gruyter.
van Benthem, Johan F.A.K.: Logic and argumentation. In: *van Benthem, van Eemeren, Grootendorst, Veltman: Logic and argumentation,* S. 27–41.
van Benthem, Johan F.A.K.; Frans H. van Eemeren; Rob Grootendorst; Frank Veltman (Hrsg.): Logic and argumentation. Amsterdam etc., 1996, Elsevier.
Berka, Karel; Lothar Kreiser (Hrsg.): Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik. Berlin, 1986[4], Akademie-Verlag.
Blair, John Anthony; Ralph H. Johnson: Informal logic. The first international symposium; Windsor-Ontario. Inverness, 1980, Edgepress.
Blau, Ulrich: Die dreiwertige Logik der Sprache. Ihre Syntax, Semantik und Anwendung in der Sprachanalyse. Berlin, New York, 1977, de Gruyter.
— Zur 3-wertigen Logik der natürlichen Sprache. In: Papiere zur Linguistik 4 (1973), S. 20–96.

Bocheński, Joseph Maria: Formale Logik. Freiburg, München, 1978⁴, Alber.
Bonitz, Hermann: Index Aristotelicus. Darmstadt, 1960, Wissenschaftliche Buchgesellschaft. (Nachdruck v. *Aristoteles: Opera,* Bd. 5)
Boolos, George: To be is to be a value of a variable (or to be some values of some variables). In: Journal of Philosophy 81 (1984), S. 430–449.
Borchert, Donald M. (Hrsg.): The encyclopedia of philosophy. Supplement. New York, 1996, Macmillan Reference.
Bostock, David: Intermediate logic. Oxford, 1997, Clarendon Press.
Bradley, Francis Herbert: The principles of logic. Oxford, 1967², Oxford University Press.
Brandom, Robert B.: Making it explicit. Reasoning, representing and discursive commitment. Cambridge Mass., 1998, Harvard University Press.
Bühler, Axel: Einführung in die Logik. Argumentation und Folgerung. Freiburg, München, 1997², Alber.
Burge, Tyler: On Davidson's "Saying that". In: *LePore: Truth and interpretation,* S. 190–208.
Burkhardt, Hans: Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz. München, 1980, Philosophia.
Buszkowski, Wojciech; Witold Marciszewski; Johan F.A.K. van Benthem (Hrsg.): Categorial grammar. Amsterdam, Philadelphia, 1988, Benjamins.
Cargile, James: Davidson's notion of logical form. In: Inquiry 13 (1970), S. 129–139.
Carlson, Greg N.: Logical form. Types of evidence. In: Linguistics and Philosophy 6 (1983), S. 295–317.
Carnap, Rudolf: Einführung in die symbolische Logik mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen. Wien, 1960², Springer.
— Inductive logic and inductive intuition. In: Lakatos, Imre (Hrsg.): The problem of inductive logic. Amsterdam, 1968, North-Holland. S. 258–267.
— Introduction to semantics. In: Introduction to semantics and Formalization of logic. Cambridge Mass., 1959, Harvard University Press.
— Logical foundations of probability. London, 1971, University of Chicago Press, Routledge and Kegan Paul.
— Der logische Aufbau der Welt. Frankfurt a.M., Berlin, Wien, 1979⁴, Ullstein.
— Logische Syntax der Sprache. Wien, New York, 1968², Springer.
— Meaning and necessity. A study in semantics and modal logic. Chicago, 1988², University of Chicago Press.
— Meaning postulates. In: *Meaning and necessity,* S. 222–229.
— Quine on analyticity. In: Creath, Richard (Hrsg.): Dear Carnap. Dear Van. The Quine – Carnap correspondence and related work. Berkeley, 1990, University of California Press. S. 427–432.
— Replies and systematic expositions. In: *Schilpp: The philosophy of Rudolf Carnap,* S. 859–1013.
— The two concepts of probability. In: Feigl, Herbert; May Brodbeck (Hrsg.): Readings in the philosophy of science. New York, 1953, Appleton-Century-Crofts. S. 438–455.
— Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache. In: Schleichert, Hubert (Hrsg.): Logischer Empirismus – der Wiener Kreis. Ausgewählte Texte mit einer Einleitung. München, 1975, Fink. S. 149–171.
Carnap, Rudolf; Wolfgang Stegmüller: Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit. Wien, 1959, Springer.
Carroll, Lewis: What the tortoise said to Achilles. In: Mind 4 (1895), S. 278–280.

Carstensen, Kai-Uwe; Christian Ebert; Cornelia Endriss et al. (Hrsg.): Computerlinguistik und Sprachtechnologie. Eine Einführung. Heidelberg, Berlin, 2001, Spektrum Akademischer Verlag.
Castañeda, Hector-Neri: Thinking and doing. The philosophical foundations of institutions. Dordrecht etc., 1975, Reidel.
Cauman, Leigh S.: First-order logic. An introduction. Berlin, New York, 1998, de Gruyter.
Chomsky, Noam: Aspects of the theory of syntax. Cambridge Mass., 1969, MIT Press.
— Cartesian linguistics. A chapter in the history of rationalist thought. New York, London, 1966, Harper and Row.
— Conditions on rules of grammar. In: *Essays on form and interpretation,* S. 163–210.
— Essays on form and interpretation. Amsterdam, 1977, North-Holland.
— Knowledge of language. Its nature, origin, and use. Westport, London, 1986, Praeger.
— Language and problems of knowledge. The Managua lectures. Cambridge Mass., London, 1988, MIT Press.
— Lectures on government and binding. The Pisa lectures. New York, 1993[7], Mouton de Gruyter.
— Rules and representations. New York, 1980, Columbia University Press.
Church, Alonzo: A note on the Entscheidungsproblem. In: Journal of Symbolic Logic 1 (1936), S. 40–41, 101–102.
— Propositions and sentences. In: Bocheński, Joseph Maria; Alonzo Church; Nelson Goodman (Hrsg.): The problem of universals. Notre Dame, 1956, Notre Dame University Press. S. 3–11.
Copi, Irving M.: Symbolic logic. New York, 1979[5], Macmillan.
Copi, Irving M.; Carl Cohen: Introduction to logic. Upper Saddle River, 1998[10], Prentice-Hall.
Craig, Edward: Routledge encyclopedia of philosophy. London, 1998, Routledge.
Cresswell, Max J.: The autonomy of semantics. In: Peters, Stanley; Esa Saarinen (Hrsg.): Processes, beliefs, and questions. Dordrecht, 1982, Reidel. S. 69–86.
Curry, Haskell B.: Outlines of a formalist philosophy of mathematics. Amsterdam, 1951, North-Holland.
Dale, A.J.: Logical equivalents and logical form. In: Analysis 42 (1982), S. 190–194.
van Dalen, Dirk: Intuitionistic logic. In: *Gabbay, Guenthner: Handbook of philosophical logic,* Bd. III, S. 225–339.
Daniels, Norman: Justice and justification. Reflective equilibrium in theory and practice. Cambridge, 1996, Cambridge University Press.
Dascal, Marcelo; Dietfried Gerhardus; Kuno Lorenz; Georg Meggle (Hrsg.): Sprachphilosophie. Ein internationales Handbuch zeitgenössischer Forschung. Berlin, New York, 1992, de Gruyter.
Davidson, Donald: Causal relations. In: *Essays on actions and events,* S. 149–162.
— Essays on actions and events. Oxford, 1980, Oxford University Press.
— In defence of Convention T. In: *Inquiries into truth and interpretation,* S. 65–75.
— Inquiries into truth and interpretation. Oxford, 1984, Oxford University Press.
— The logical form of action sentences. In: *Essays on actions and events,* S. 105–122.
— The logical form of action sentences. Criticism, comment, and defence. In: *Essays on actions and events,* S. 122–148.
— The method of extension and intension. In: *Schilpp: The philosophy of Rudolf Carnap,* S. 311–349.

— The method of truth in metaphysics. In: *Inquiries into truth and interpretation,* S. 199–214.
— A nice derangement of epitaphs. In: *LePore: Truth and interpretation,* S. 433–446.
— On saying that. In: *Inquiries into truth and interpretation,* S. 93–108.
— Radical interpretation. In: *Inquiries into truth and interpretation,* S. 125–139.
— Semantics for natural languages. In: *Inquiries into truth and interpretation,* S. 55–64.
— The structure and content of truth. In: The Journal of Philosophy 87 (1990), S. 279–328.
— Theories of meaning and learnable languages. In: *Inquiries into truth and interpretation,* S. 3–15.
— Truth and meaning. In: *Inquiries into truth and interpretation,* S. 17–36.
Davidson, Donald; Gilbert Harman (Hrsg.): The logic of grammar. Encino, Belmont, 1975, Dickenson.
De Morgan, Augustus: On the syllogism IV; and on the logic of relations. In: *On the syllogism and other logical writings,* S. 147–246.
— On the syllogism II. On the symbols of logic, the theory of the syllogism, and in particular of the copula. In: *On the syllogism and other logical writings,* S. 22–68.
— On the syllogism and other logical writings. London, 1966, Routledge and Keagan Paul.
DePaul, Michael R.: Moral epistemology. In: *Borchert: The encyclopedia of philosophy. Supplement,* S. 355–357.
— Reflective equilibrium and foundationalism. In: American Philosophical Quarterly 23 (1986), S. 59–69.
Descartes, René: Meditationes de Prima Philosophia. In: *Œuvres,* Bd. VII.
— Œuvres (Hrsg. Charles Adam; Paul Tannery). Paris, 1996, Vrin.
— Principia Philosophiae. In: *Œuvres,* Bd. VIII.1.
Dipert, Randall R.: Logic machines and diagrams. In: *Craig: Routledge encyclopedia of philosophy,* Bd. 5, S. 739–746.
Dölling, Johannes: Ist die Kopula mehrdeutig? Anmerkungen zu einem Vorurteil. In: Scheffler, Uwe; Klaus Wuttich (Hrsg.): Terminigebrauch und Folgebeziehung. Festband zu Ehren von Professor Horst Wessel. Berlin, 1998, Logos-Verlag. S. 5–24.
D'Ottaviano, Itala M. Loffredo; Hércules de A. Feitosa: Paraconsistent logics and translations. In: Synthese 125 (2000), S. 77–95.
Dowty, David R.; Robert E. Wall; Stanley Peters: Introduction to Montague Semantics. Dordrecht, Boston, London, 1992, Reidel.
Dummett, Michael: Elements of intuitionism. Oxford, 2000², Clarendon Press.
— Frege. Philosophy of language. Cambridge Mass., 1995², Harvard University Press.
— The justification of deduction. In: *Truth and other enigmas,* S. 290–318.
— The logical basis of metaphysics. The William James Lectures, 1976. Cambridge Mass., 1991, Harvard University Press.
— The philosophical basis of intuitionistic logic. In: *Truth and other enigmas,* S. 215–247.
— Truth. In: *Truth and other enigmas,* S. 1–24.
— Truth and other enigmas. London, 1978, Duckworth.
Ebert, Theodor: Was ist ein vollkommener Syllogismus des Aristoteles? In: Archiv für Geschichte der Philosophie 77 (1995), S. 221–247.
Edwards, Paul (Hrsg.): The encyclopedia of philosophy. New York, 1972, Macmillan.
van Eemeren, Frans H.; Rob Grootendorst: Developments in argumentation theory. In: *van Benthem, van Eemeren, Grootendorst, Veltman: Logic and argumentation,* S. 9–26.

van Eemeren, Frans H.; Rob Grootendorst; Francisca Snoeck Henkemans (Hrsg.): Fundamentals of argumentation theory. A handbook of historical backgrounds and contemporary developments. Mahwah, 1996, Lawrence Erlbaum.
van Eijck, Jan: Aspects of quantification in natural language. Groningen, 1985, Univ. Diss. Rijksuniversiteit.
— Computational semantics and type theory. 2003, http://www.cwi.nl/~jve/cs/cs.pdf. (1.3.2004)
Elgin, Catherine Z.: Considered judgment. Princeton, 1996, Princeton University Press.
— The relativity of fact and the objectivity of value. In: Between the absolute and the arbitrary. Ithaca, London, 1997, Cornell University Press. S. 176–191.
— With reference to reference. Indianapolis, 1983, Hackett.
Epstein, Richard Louis: The semantic foundations of logic. Predicate logic. New York, Oxford, 1994, Oxford University Press.
— The semantic foundations of logic. Propositional logics. New York, Oxford, 1995[2], Oxford University Press.
Essler, Wilhelm K.; Elke Brendel: Grundzüge der Logik. Bd. II: Klassen, Relationen, Zahlen. Frankfurt a. M., 1993[4], Klostermann.
Etchemendy, John: The concept of logical consequence. Stanford, 1999, Center for the Study of Language and Information.
— The doctrine of logic as a form. In: Linguistics and Philosophy 6 (1983), S. 319–334.
— Tarski on truth and logical consequence. In: Journal of Symbolic Logic 53 (1988), S. 51–79.
Evans, Gareth: Semantic structure and logical form. In: Collected papers. Oxford, 1996, Clarendon Press. S. 49–75.
Finocchiaro, Maurice A.: Informal factors in the formal evaluation of arguments. In: *van Benthem, van Eemeren, Grootendorst, Veltman: Logic and argumentation,* S. 143–162.
Fisher, Alec: The logic of real arguments. Cambridge, 1996, Cambridge University Press.
Fitch, Frederic B.: The relation between natural languages and formalized languages. In: *Körner: Philosophy of logic,* S. 183–190.
Floyd, Juliet: Frege, semantics, and the double definition stroke. In: Biletzki, Anat; Anat Matar (Hrsg.): The story of analytic philosophy. Plot and heroes. London, New York, 1998, Routledge. S. 141–166.
Fogelin, Robert J.; Walter Sinott-Armstrong: Understanding arguments. An introduction to informal logic. Forth Worth etc., 1997[5], Harcourt, Brace, Jovanovich.
Føllesdal, Dagfin: Comments on Quine [Grammar, truth, and logic]. In: *Kanger, Öhman: Philosophy and grammar,* S. 29–35.
Frege, Gottlob: [Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter]. In: *Nachgelassene Schriften,* S. 273–277.
— Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. In: *Begriffsschrift und andere Aufsätze,* S. V–88.
— Begriffsschrift und andere Aufsätze. Darmstadt, 1988, Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
— Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift. In: *Nachgelassene Schriften,* S. 9–52.
— Einleitung in die Logik. In: *Nachgelassene Schriften,* S. 201–212.
— Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien. Göttingen, 1980[5], Vandenhoeck und Ruprecht.
— Der Gedanke. Eine logische Untersuchung. In: Logische Untersuchungen. Göttingen, 1986[3], Vandenhoeck und Ruprecht. S. 30–53.

— Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet. Hildesheim, Zürich, New York, 1998², Georg Olms.
— Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Hamburg, 1986, Meiner (zitiert nach der Originalpaginierung).
— Logik [1879–1891]. In: *Nachgelassene Schriften,* S. 1–8.
— Logik [1897]. In: *Nachgelassene Schriften,* S. 137–163.
— Nachgelassene Schriften. Hamburg, 1969, Meiner.
— Über Begriff und Gegenstand. In: *Funktion, Begriff, Bedeutung,* S. 66–80.
— Über die Grundlagen der Geometrie. I–III. In: *Kleine Schriften.* Darmstadt, 1967, Wissenschaftliche Buchgesellschaft. S. 281–323.
— Über Sinn und Bedeutung. In: *Funktion, Begriff, Bedeutung,* S. 40–65.
— Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift. In: *Begriffsschrift und andere Aufsätze,* S. 106–114.
— Wissenschaftlicher Briefwechsel. Hamburg, 1976, Meiner.
Fricke, Hannes: „Niemand wird lesen, was ich hier schreibe." Über den Niemand in der Literatur. Göttingen, 1998, Wallstein.
Gabbay, Dov M. (Hrsg.): What is a logical system? Oxford, 1994, Clarendon Press.
Gabbay, Dov M.; Franz Guenthner (Hrsg.): Handbook of philosophical logic. Dordrecht, Boston, Lancaster, 1983ff., Reidel.
Gamut, L.T.F.: Logic, language, and meaning. Bd. 1: Introduction to logic. Bd. 2: Intensional logic and logical grammar. Chicago, 1993², University of Chicago Press.
Geach, Peter Thomas: Comment to Fitch: The relation between natural languages and formalized languages. In: *Körner: Philosophy of logic,* S. 191–195.
— History of the corruptions of logic. In: Logic matters. Oxford, 1981, Basil Blackwell. S. 44–61.
Gentzen, Gerhard: Untersuchungen über das logische Schließen. In: *Berka, Kreiser: Logik-Texte,* S. 206–262.
Gethmann, Carl Friedrich (Hrsg.): Die Logik der Wissenschaftstheorie. In: *Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens,* S. 15–42.
— Logik und Pragmatik. Zum Rechtfertigungsproblem logischer Sprachregeln. Frankfurt a.M., 1982, Suhrkamp.
— Protologik. Untersuchungen zur formalen Pragmatik von Begründungsdiskursen. Frankfurt a.M., 1979, Suhrkamp.
— (Hrsg.): Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens. Frankfurt a.M., 1980, Suhrkamp.
Giaquinto, Marcus: Logical form. In: *Borchert: The encyclopedia of philosophy. Supplement,* S. 312–314.
Glock, Hans-Johann: A Wittgenstein dictionary. Oxford, 1996, Blackwell.
Glüer, Kathrin: Donald Davidson zur Einführung. Hamburg, 1993, Junius.
Gödel, Kurt: Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. In: *Berka, Kreiser: Logik-Texte,* S. 347–370.
— Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls. In: *Berka, Kreiser: Logik-Texte,* S. 305–315.
— Zur intuitionistischen Arithmetik und Zahlentheorie. In: *Berka, Kreiser: Logik-Texte,* S. 201–202.
Goodman, Nelson: About. In: *Problems and projects,* S. 246–272.
— Fact, fiction, and forecast. Cambridge Mass., London, 1983⁴, Harvard University Press.

— Languages of art. An approach to a theory of symbols. Indianapolis, 1985², Hackett.
— Problems and projects. Indianapolis, New York, 1972, Bobbs-Merrill.
— Seven strictures on similarity. In: *Problems and projects,* S. 437–446.
— The structure of appearance. Dordrecht, Boston, 1977³, Reidel.
Grandy, Richard E.: Some remarks on logical form. In: Noûs 8 (1974), S. 157–164.
— What do 'Q' and 'R' stand for anyway? In: *Hughes: A philosophical companion to first-order logic,* S. 50–61.
Grice, H. Paul: Logic and conversation. In: Studies in the way of words. Cambridge Mass., London, 1989, Harvard University Press. S. 22–40.
Grimm, Jacob; Wilhelm Grimm: Deutsches Wörterbuch. München, 1984, dtv.
Guttenplan, Samuel: The languages of logic. An introduction to formal logic. Oxford, 1996, Blackwell.
Haack, Susan: Deviant logic, fuzzy logic. Beyond the formalism. Chicago, London, 1996, University of Chicago Press.
— Dummett's justification of deduction. In: Mind 91 (1982), S. 216–239.
— The justification of deduction. In: *Deviant logic, fuzzy logic,* S. 183–191.
— Philosophy of logics. Cambridge, 1995, Cambridge University Press.
Haas, William: Syntax and semantics of ordinary language. In: Proceedings of the Aristotelian Society, suppl. vol. 49 (1975), S. 147–169.
Hacking, Ian: What is logic? In: *Hughes: A philosophical companion to first-order logic,* S. 225–258.
Hager, Paul J.: Continuity and change in the development of Russell's philosophy. Dordrecht, Boston, London, 1994, Kluwer.
Hahn, Lewis Edwin; Paul Arthur Schilpp: The philosophy of W.V. Quine. Chicago, La Salle, 1998², Open Court.
Hahn, Susanne: Überlegungsgleichgewicht und rationale Kohärenz. In: Apel, Karl-Otto; Matthias Kettner (Hrsg.): Die eine Vernunft und die vielen Rationalitäten. Frankfurt a.M., 1996, Suhrkamp. S. 404–423.
Halvorsen, Per-Kristian; William A. Ladusaw: Montague's 'Universal grammar'. An introduction for the linguist. In: Linguistics and Philosophy 3 (1979), S. 185–223.
Hammer, Eric M.: The truths of logic. In: Synthese, 109 (1996), S. 27–45.
Harman, Gilbert: Deep structure as logical form. In: Synthese 21 (1970), S. 275–297.
— Logical form. In: Foundations of Language 9 (1972), S. 38–65.
— The meanings of logical constants. In: *LePore: Truth and interpretation,* S. 125–134.
Hausser, Roland: Foundations of computational linguistics. Man-machine communication in natural language. Berlin etc., 2001², Springer.
Hegel, Georg Wilhelm Friedrich: Wissenschaft der Logik. Hamburg, 1975, Meiner.
van Heijenoort, Jean: Logic as calculus and logic as language. In: Synthese 17 (1967), S. 324–330.
— Subject and predicate in Western logic. In: Selected essays. Napoli, 1985, Bibliopolis. S. 17–34.
Hellman, Geoffrey: Logical truth by linguistic convention. In: *Hahn, Schilpp: The philosophy of W.V. Quine,* S. 189–205.
Herrick, Paul: The many worlds of logic. A philosophical introduction. Fort Worth, 1994, Harcourt, Brace.
Higginbotham, James: Linguistic theory and Davidson's program in semantics. In: *LePore: Truth and interpretation,* S. 29–48.

Hilbert, David: Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung. In: Abhandlungen aus dem mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität 1 (1922), S. 157–177.
Hilbert, David; Wilhelm Ackermann: Grundzüge der theoretischen Logik. Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1949³, Springer.
Hilbert, David; Paul Bernays: Grundlagen der Mathematik. Berlin etc, 1968/70², Springer.
Hintikka, Jaakko: Carnap's heritage in logical semantics. In: Rudolf Carnap, logical empiricist. Materials and perspectives. Dordrecht, 1975, Reidel. S. 217–242.
— Carnap's work in the foundations of logic and mathematics in a historical perspective. In: *Lingua universalis vs. calculus ratiocinator,* S. 191–213.
— Lingua universalis vs. calculus ratiocinator. An ultimate presupposition of twentieth-century philosophy. Dordrecht, Boston, London, 1997, Kluwer.
— Logical form and linguistic theory. In: George, Alexander (Hrsg.): Reflections on Chomsky. Oxford, Cambridge, 1992, Basil Blackwell. S. 41–57.
— The role of logic in argumentation. In: The Monist 72/1 (1989), S. 3–24.
Hintikka, Jaakko; James Bachman: What if ...? Toward excellence in reasoning. Mountain View, London, Toronto, 1991, Mayfield.
Hodges, Wilfrid: Logic. An introduction to elementary logic. London, 1991⁴, Penguin.
Howson, Colin: Logic with trees. An introduction to symbolic logic. London, New York, 1997, Routledge.
Hoyningen-Huene, Paul: Formale Logik. Eine philosophische Einführung. Stuttgart, 1998, Reclam.
Hughes, R.I.G. (Hrsg.): A philosophical companion to first-order logic. Indianapolis, Cambridge, 1993, Hackett.
Jackson, Frank: Statements about universals. In: Mind 86 (1977), S. 427–429.
Jacoby, Günther: Die Ansprüche der Logistiker auf die Logik und ihre Geschichtsschreibung. Ein Diskussionsbeitrag. Stuttgart, 1962, Kohlhammer.
Jacquette, Dale: Charity and the reiteration problem for enthymemes. In: Informal Logic 18 (1996), S. 1–15.
Janich, Peter: Konstitution, Konstruktion, Reflexion. Zum Begriff der „methodischen Rekonstruktion" in der Wissenschaftstheorie. In: Demmerling, Christoph; Gottfried Gabriel; Thomas Rentsch (Hrsg.): Vernunft und Lebenspraxis. Philosophische Studien zu den Bedingungen einer rationalen Kultur. Für Friedrich Kambartel. Frankfurt a.M., 1995, Suhrkamp. S. 32–51.
Janssen, Theo M.V.: Compositionality. (With an appendix by Barbara Hall Partee.) In: van Benthem, Johan F.A.K.; Alice G.B. ter Meulen (Hrsg.): Handbook of logic and language. Amsterdam etc., 1997, Elsevier. S. 417–473.
— Foundations and applications of Montague grammar. Part 1: Philosophy, framework, computer science. Part 2: Applications to natural language. Amsterdam, 1986, Mathematisch Centrum.
Jaśkowski, Stanisław: On the rules of suppositions in formal logic. In: McCall, Storrs (Hrsg.): Polish logic 1920–1939. Papers by Ajdukiewicz [and others]. Oxford, 1967, Clarendon Press. S. 232–258.
Jennings, Raymond Earl: The genealogy of disjunction. New York, Oxford, 1994, Oxford University Press.
Jevons, William Stanley: Principles of science. A treatise on logic and scientific method. London, 1892², MacMillan.
Johannes Buridanus: Tractatus de consequentiis. Louvain, 1976, Publications Universitaires.

Jungius, Joachim [Joachim Junge]: Logica Hamburgensis. Hamburg, 1957, J.J. Augustin.
Kalish, Donald; Richard Montague: Logic. Techniques of formal reasoning. New York, 1964, Harcourt, Brace and World.
Kalish, Donald; Richard Montague; Gary Mar: Logic. Techniques of formal reasoning. Fort Worth etc., 1980², Harcourt, Brace, Jovanovich.
Kambartel, Friedrich: Überlegungen zum pragmatischen und zum argumentativen Fundament der Logik. In: Lorenz, Kuno (Hrsg.): Konstruktionen versus Positionen. Beiträge zur Diskussion um die Konstruktive Wissenschaftstheorie. Berlin, New York, 1978, de Gruyter. S. 216–228.
Kanger, Stig; Sven Öhman (Hrsg.): Philosophy and grammar. Dordrecht, Boston, London, 1981, Reidel.
Kant, Immanuel: Kritik der reinen Vernunft. Hamburg, 1976, Meiner.
— Logik. In: Werke. Stuttgart, 1968, Suhrkamp. Bd. VI/2 Schriften zur Metaphysik und Logik, S. 417–582.
Kapitan, Tomis: Form and implication. In: Logique et analyse 27 (1984), S. 15–38.
Keene, Geoffrey Bourton: The foundations of rational argument. Lewinston, New York, Lampeter, 1992, Edwin Mellen Press.
Keynes, John Neville: Studies and exercises in formal logic. Including a generalisation of logical processes in their application to complex inferences. New York, 1906⁴, Macmillan.
King, Peter: Buridan's philosophy of logic. In: Buridanus, Johannes: Jean Buridan's logic. The treatise on supposition. The treatise on consequences. Dordrecht etc., 1985, Reidel. S. 1–82.
Kirwan, Christopher A.: Logic and argument. London, 1978, Duckworth.
Kleene, Stephen Cole: Introduction to metamathematics. Amsterdam, 1952, North-Holland.
Kneale, William: Truths of logic. In: Proceedings of the Aristotelian Society, New series 46 (1946), S. 207–234.
Kneale, William; Martha Kneale: The development of logic. Oxford, 1988⁴, Clarendon Press.
Knobloch, Eberhard: Einfluss der Symbolik und des Formalismus auf die Entwicklung des mathematischen Denkens. In: Berichte zur Wissenschaftsgeschichte 3 (1980), S. 77–94.
Koppelberg, Dirk: Die Aufhebung der analytischen Philosophie. Quine als Synthese von Carnap und Neurath. Frankfurt a.M., 1987, Suhrkamp.
Körner, Stephan (Hrsg.): Philosophy of logic. Oxford, 1976, Basil Blackwell.
Krabbe, Erik C.W.: Can we ever pin one down to a formal fallacy? In: *van Benthem, van Eemeren, Grootendorst, Veltman: Logic and argumentation,* S. 129–141.
Krämer, Sybille: Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert. Berlin, New York, 1991, de Gruyter.
— Symbolische Maschinen. Die Idee der Formalisierung in geschichtlichem Abriss. Darmstadt, 1988, Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
Kretzmann, Norman: Syncategoremata, exponibilia, sophismata. In: Kretzmann, Norman; Anthony Kenny; Jan Pinborg; Eleonore Stump (Hrsg.): The Cambridge history of later medieval philosophy. Cambridge, 1982, Cambridge University Press. S. 211–245.
Kroy, Moshe: Logic, language and formalization. In: Logique et analyse 17 (1974), S. 389–444.

Künne, Wolfgang: Abstrakte Gegenstände. Semantik und Ontologie. Frankfurt a.M., 1983, Suhrkamp.
— Handlungs- und andere Ereignissätze. Davidsons Frage nach ihrer „logischen Form". In: Grazer Philosophische Studien 39 (1991), S. 27–49.
— Truth, meaning and logical form. In: Stoecker, Ralf (Hrsg.): Reflecting Davidson. Donald Davidson responding to an international forum of philosophers. Berlin, New York, 1993, de Gruyter. S. 1–20.
Lakoff, George: Linguistics and natural logic. In: Synthese 22 (1970), S. 151–271.
Langford, C.H.: The notion of analysis in Moore's philosophy. In: *Schilpp: The philosophy of G.E. Moore,* S. 321–342.
Larson, Richard; Gabriel Segal: Knowledge of meaning. An introduction to semantic theory. Cambridge Mass., London, 1995, MIT Press.
Leibniz, Gottfried Wilhelm: Meditationes de cognitione, veritate et ideis. In: Sämtliche Schriften und Briefe. Berlin, 1923ff.., Akademie Verlag. 6. Reihe, 4. Band, Teil A, S. 585–592.
Lejewski, Czesław: Syntax and semantics of ordinary language. In: Proceedings of the Aristotelian Society, suppl. vol. 49 (1975), S. 127–146.
Lemmon, E.J.: Beginning logic. London, 1992^2, Chapman and Hall.
LePore, Ernest: Meaning and argument. An introduction to logic through language. Malden, Oxford, 2000, Blackwell.
— (Hrsg.): Truth and interpretation. Perspectives on the philosophy of Donald Davidson. Oxford, 1993, Blackwell.
Levin, Michael: On an argument of Armstrong against nominalism. In: Analysis 48 (1988), S. 9–12.
Link, Godehard: Intensionale Semantik. München, 1976, Fink.
— Montague-Grammatik. München, 1979, Fink.
Lorenz, Kuno: Elemente der Sprachkritik. Eine Alternative zum Dogmatismus und Skeptizismus in der analytischen Philosophie. Frankfurt a.M., 1971^2, Suhrkamp.
Lorenzen, Paul: Einführung in die operative Logik und Mathematik. Berlin, Heidelberg, New York, 1955, Springer.
— Formale Logik. Berlin, 1958, de Gruyter.
— Normative logic and ethics. Mannheim, Zürich, 1969, Bibliographisches Institut.
— Protologik. Ein Beitrag zum Begründungsproblem der Logik. In: Methodisches Denken. Frankfurt a.M., 1968, Suhrkamp. S. 81–93.
Lorenzen, Paul; Kuno Lorenz: Dialogische Logik. Darmstadt, 1978, Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
Lorenzen, Paul; Oswald Schwemmer: Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie. Mannheim, Wien, Zürich, 1975^2, Bibliographisches Institut.
Lueken, Geert-Lueke: Prämissenergänzung. In: Dialektik 10 (1999), S. 95–113.
Łukasiewicz, Jan: Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic. New York, London, 1987, Garland.
Macnamara, John: Problems about concepts. In: Language learning and thought. New York, 1977, Academic Press. S. 141–145.
Marciszewski, Witold: Logic from a rhetorical point of view. Berlin, New York, 1994, de Gruyter.
Marciszewski, Witold; Roman Murawski: Mechanization of reasoning in a historical perspective. Amsterdam, Atlanta, 1995, Rodopi.

Massey, Gerald J.: Are there any good arguments that bad arguments are bad? In: Philosophy in Context 4 (1975), S. 61–77.
— The fallacy behind fallacies. In: French, Peter A.; Theodore E. Uehling; Howard K. Wettstein (Hrsg.): The foundations of analytic philosophy. Minneapolis, 1981, University of Minnesota Press. S. 489–500.
— Logic and linguistics. In: Agazzi, Evandro (Hrsg.): Modern logic – a survey. Historical, philosophical, and mathematical aspects of modern logic and its applications. Dordrecht, Boston, London, 1981, Reidel. S. 311–329.
— Tom, Dick, and Harry, and all the King's men. In: American Philosophical Quarterly 13 (1976), S. 89–107.
Mates, Benson: Stoic logic. Berkeley, Los Angeles, 1961, University of California Press.
McCarthy, Timothy: The idea of a logical constant. In: Journal of Philosophy 78 (1981), S. 499–523.
McCawley, James D.: A program for logic. In: Davidson, Donald; Gilbert Harman (Hrsg.): Semantics of natural language. Dordrecht, Boston, 1977², Reidel. S. 498–544.
McGuinness, Brian F. (Hrsg.): Wittgenstein und der Wiener Kreis. Gespräche, aufgezeichnet von Friedrich Waismann. In: *Wittgenstein: Werkausgabe,* Bd. 3.
McKay, Thomas J.: On showing invalidity. In: Canadian Journal of Philosophy 14 (1984), S. 97–101.
Menne, Albert: Logik und Existenz. Eine logistische Analyse der kategorischen Syllogismusfunktoren und das Problem der Nullklasse. Meisenheim, Glan, 1954, Westkulturverlag Anton Hain.
Merrill, Daniel D.: Augustus De Morgan and the logic of relations. Dordrecht, Boston, London, 1990, Kluwer.
— On De Morgan's argument. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 18 (1977), S. 133–139.
Montague, Richard: English as a formal language. In: *Formal philosophy,* S. 188–221.
— Formal philosophy. Selected papers. New Haven, London, 1976², Yale University Press.
— The proper treatment of quantification in ordinary English. In: *Formal philosophy,* S. 247–270.
— Universal grammar. In: *Formal philosophy,* S. 222–246.
Moore, George Edward: Philosophical papers. London, 1977³, Allen and Unwin.
— A reply to my critics. In: *Schilpp: The philosophy of G.E. Moore,* S. 533–687n.
— Russell's 'Theory of descriptions'. In: *Philosophical papers,* S. 151–195.
— Wittgenstein's lectures in 1930–33. In: *Philosophical papers,* S. 252–324.
Moravcsik, Julius M.E.: Natural languages and formal languages. A tenable dualism. In: Cohen, Robert S.; Marx W. Wartofsky (Hrsg.): Language, logic, and method. Dordrecht, Boston, London, 1983, Reidel. S. 225–239.
Mulder, Dwayne Hudson: The existential assumptions of traditional logic. In: History and Philosophy of Logic 17 (1996), S. 141–154.
Neale, Stephen: Descriptions. Cambridge Mass., 1990, MIT Press.
— Grammatical form, logical form, and incomplete symbols. In: Irvine, A.D.; Gary A. Wedeking (Hrsg.): Russell and analytic philosophy. Toronto, Buffalo, London, 1993, University of Toronto Press. S. 97–139.
— Logical form and LF. In: Otero, Carlos P. (Hrsg.): Noam Chomsky. Critical assessments. London, New York, 1994, Routledge. Bd. II, S. 788–838.

Niedermair, Klaus: Wittgensteins Tractatus und die Selbstbezüglichkeit der Sprache. Frankfurt a.M. etc., 1987, Lang.

Oberschelp, Arnold: Logik für Philosophen. Mannheim, 1992, BI-Wissenschaftsverlag.

Oliver, Alex: A few more remarks on logical form. In: Proceedings of the Aristotelian Society, new series 99 (1999), S. 247–272.

Otto, Herbert R.: The linguistic basis of logic translation. Washington D.C., 1978, University Press of America.

The Oxford English Dictionary. Oxford, 1992, Oxford University Press. (2nd ed. on CD-ROM)

Pap, Arthur: Nominalism, empiricism and universals I. In: Philosophical Quarterly 9 (1959), S. 330–340.

Parsons, Terence: What is an argument? In: The Journal of Philosophy 93 (1996), S. 164–185.

Partee, Barbara Hall (Hrsg.): Montague grammar. New York, San Francisco, London, 1976, Academic Press.

Patzig, Günther: Die Aristotelische Syllogistik. Logisch-philologische Untersuchungen über das Buch A der „Ersten Analytiken". Göttingen, 1969³, Vandenhoeck und Ruprecht.

— Schluss. In: Krings, Hermann; Hans Michael Baumgartner; Christoph Wild (Hrsg.): Handbuch philosophischer Grundbegriffe. München, 1973, Kösel. S. 1251–1260.

— Sprache und Logik. In: Sprache und Logik. Göttingen, 1981², Vandenhoeck und Ruprecht. S. 5–38.

Peano, Guiseppe: Formulario mathematico. Roma, 1960, Edizioni Cremonese.

Pelletier, Francis Jeffry: A brief history of natural deduction. In: History and Philosophy of Logic 20 (1999), S. 1–31.

Peregrin, Jaroslav: Doing worlds with words. Dordrecht, Boston, London, 1995, Reidel.

— Formal logic and the pursuit of meaning. http://dec59.ruk.cuni.cz/~peregrin/HTMLTxt/log&mea.htm. (1.3.2004)

— Interpreting formal logic. In: Erkenntnis 40 (1994), S. 5–20.

— Language and its models. Is model theory a theory of semantics? In: Nordic Journal of Philosophy 2 (1997), S. 1–23.

— Linguistics and philosophy. In: Theoretical Linguistics 25 (1998), S. 245–264.

— The 'natural' and the 'formal'. In: Journal of Philosophical Logic 29 (2000), S. 75–101.

Pinto, Robert C.: The relation of argument to inference. In: *van Benthem, van Eemeren, Grootendorst, Veltman: Logic and argumentation,* S. 163–178.

Pogorzelski, Witold A.; Tadeusz Pruncal: The substitution rule for predicate letters in the first-order predicate calculus. In: Reports on Mathematical Logic 5 (1975), S. 77–90.

Porte, Jean: Fifty years of deduction theorems. In: Stern, Jacques (Hrsg.): Proceedings of the Herbrand Symposium. Logic Colloquium 1981. Amsterdam, 1982, North-Holland. S. 243–250.

Prawitz, Dag: Dummett on a theory of meaning and its impact on logic. In: Taylor, Barry M. (Hrsg.): Michael Dummett. Contributions to philosophy. Dordrecht, Boston, Lancaster, 1987, Nijhoff. S. 117–165.

— Gentzen's analysis of first-order proofs. In: *Hughes: A philosophical companion to first-order logic,* S. 202–211.

— Meaning and proofs. On the conflict between classical and intuitionistic logic. In: Theoria 43 (1977), S. 2–40.

— Natural deduction. A proof theoretical study. Stockholm, 1965, Almqvist and Wiksell.

— Philosophical aspects of proof theory. In: Fløistad, Guttorm (Hrsg.): Contemporary philosophy. A new survey. The Hague, Boston, London, 1981, Nijhoff. Bd. 1, S. 235–277.
Prior, Arthur Norman: Existence. In: *Edwards: The encyclopedia of philosophy,* S. 141–147.
Purtill, Richard L.: A logical introduction to philosophy. Englewood Cliffs, 1989, Prentice-Hall.
Putnam, Hilary: It ain't necessarily so. In: Mathematics, matter and method. London, New York, Melbourne, 1975, Cambridge University Press. S. 237–249.
— Rethinking mathematical necessity. In: Words and life. Cambridge Mass., London, 1996[3], Harvard University Press. S. 245–263.
Quine, Willard Van Orman: Carnap and logical truth. In: *The ways of paradox and other essays,* S. 107–132.
— Elementary logic (revised edition). Cambridge Mass., London, 1995, Harvard University Press.
— From a logical point of view. Nine logico-philosophical essays. Cambridge Mass., 1994, Harvard University Press.
— Grammar, truth, and logic. In: *Kanger, Öhman: Philosophy and grammar,* S. 17–28.
— Logic and the reification of universals. In: *From a logical point of view,* S. 102–129.
— Methodological reflections on current linguistic theory. In: Synthese 21 (1970), S. 386–398.
— Methods of logic (1st edition, 2nd printing). New York, 1953, Holt and Company.
— Methods of logic (4th edition). Cambridge Mass., 1982, Harvard University Press.
— Mr. Strawson on logical theory. In: *The ways of paradox and other essays,* S. 137–157.
— On Austin's method. In: *Theories and things,* S. 86–91.
— On the application of modern logic. In: *The ways of paradox and other essays,* S. 33–39.
— Philosophy of logic. Cambridge Mass., London, 1994[5], Harvard University Press.
— Pursuit of truth (revised edition). Cambridge Mass., 1993, Harvard University Press.
— Quiddities. An intermittently philosophical dictionary. Cambridge Mass., 1987, The Belknap Press of Harvard University Press.
— Reply to Geoffrey Hellman. In: *Hahn, Schilpp: The philosophy of W.V. Quine,* S. 206–208.
— The scope and language of science. In: *The ways of paradox and other essays,* S. 228–245.
— Success and limits of mathematization. In: *Theories and things,* S. 148–155.
— Theories and things. Cambridge Mass., London, 1994, Harvard University Press.
— Truth by convention. In: *The ways of paradox and other essays,* S. 77–106.
— Two dogmas of empiricism. In: *From a logical point of view,* S. 20–46.
— The ways of paradox and other essays. Cambridge Mass., London, 1994[6], Harvard University Press.
— Word and object. Cambridge Mass., 1996[21], MIT Press.
Ramsey, Frank Plumpton: Facts and propositions. In: *Philosophical papers,* S. 34–51.
— Philosophical papers. Cambridge, 1994, Cambridge University Press.
— Universals. In: *Philosophical papers,* S. 8–30.
Rawls, John: The independence of moral theory. In: Collected papers. Cambridge Mass., 1999, Harvard University Press. S. 286–302.
— A theory of justice. Oxford, 1980, Oxford University Press.
Read, Stephen: Relevant logic. A philosophical examination of inference. Oxford, 1988, Blackwell.
— Thinking about logic. An introduction to the philosophy of logic. Oxford, New York, 1995, Oxford University Press.

Reichenbach, Hans: Elements of symbolic logic. New York, 1952[4], Macmillan.
Resnik, Michael D.: Logic: normative or descriptive? The ethics of belief or a branch of psychology? In: Philosophy of Science 52 (1985), S. 221–238.
— Mathematics as a science of patterns. Oxford, 1997, Clarendon Press.
— Ought there to be but one logic? In: Copeland, Brian Jack (Hrsg.): Logic and reality. Essays on the legacy of Arthur Prior. Oxford, 1996, Clarendon Press. S. 489–517.
Restall, Greg: Logical Laws. In: *Craig: Routledge encyclopedia of philosophy,* Bd. 5, S. 785–789.
Rheinwald, Rosemarie: Der Formalismus und seine Grenzen. Untersuchungen zur neueren Philosophie der Mathematik. Königstein, 1984, Hain.
Ricken, Friedo (Hrsg.): Klassische Gottesbeweise in der Sicht der gegenwärtigen Logik und Wissenschaftstheorie. Stuttgart, 1998[2], Kohlhammer.
Ridder, Lothar: Eine Kritik des interpretationssemantischen Quantifikations- und Folgerungsbegriffs. In: Conceptus 30 (1997), S. 37–56.
Ritter, Joachim (Hrsg.): Historisches Wörterbuch der Philosophie. Basel, Stuttgart, 1971ff., Schwabe.
Rorty, Richard: Der Spiegel der Natur. Eine Kritik der Philosophie. Frankfurt a. M., 1987, Suhrkamp.
Rosenberg, Jay Frank: Die Autorität der logischen Analyse. Einige Provokationen. In: Neue Hefte für Philosophie 26 (1986), S. 69–88.
Russell, Bertrand: Einführung in die mathematische Philosophie. Wiesbaden, o.J., Emil Vollmer.
— Introduction to mathematical philosophy. London, 1930[2], Allen and Unwin.
— Logic and knowledge. Essays 1901–1950. New York, 1956, Macmillan.
— Logical atomism. In: *Logic and knowledge,* S. 321–344.
— Mathematical logic as based on the theory of types. In: *Logic and knowledge,* S. 57–102.
— My philosophical development. London, New York, 1995, Routledge.
— On denoting. In: *Logic and knowledge,* S. 39–56.
— On scientific method in philosophy. In: Mysticism and logic. And other essays. Harmondsworth, 1954, Penguin. S. 95–119.
— Our knowledge of the external world. London, 1969, Allen and Unwin.
— The philosophy of logical atomism. In: *Logic and knowledge,* S. 175–282.
— The principles of mathematics. London, 1950[2], Allen and Unwin.
— The problems of philosophy. Oxford, New York, 1991[17], Oxford University Press.
— Theory of knowledge. The 1913 manuscript. London, New York, 1992, Routledge.
Ruzsa, Imre: In defence of classical principles. In: Bystrov, Peter I.; Vadim N. Sadovsky (Hrsg.): Philosophical logic and logical philosophy. Essays in honour of Vladimir A. Smirnov. Dordrecht, Boston, London, 1996, Kluwer. S. 139–150.
Ryle, Gilbert: Dilemmas. The Tarner Lectures 1953. Cambridge, 1969, Cambridge University Press.
Sahlin, Nils-Eric: The philosophy of F.P. Ramsey. Cambridge, New York, 1990, Cambridge University Press.
Sainsbury, [Richard] Mark: Logical forms. An introduction to philosophical logic. Oxford, Cambridge Mass., 1993, Blackwell.
Sánchez Valencia, Víctor Manuel: Head or Tail? De Morgan on the bounds of traditional logic. In: History and Philosophy of Logic 18 (1997), S. 123–138.
— Studies on natural logic and categorial grammar. Amsterdam, 1991, Univ. Diss.
von Savigny, Eike: Grundkurs im logischen Schließen. Übungen zum Selbststudium. München, 1976, dtv.

— Grundkurs im wissenschaftlichen Definieren. Übungen zum Selbststudium. München, 1970, dtv.

— Wittgensteins „Philosophische Untersuchungen“. Ein Kommentar für Leser. Bd. I: Abschnitte 1 bis 315. Frankfurt a.M., 1994², Klostermann.

Schaedler-Om, Matthias: Der soziale Charakter sprachlicher Bedeutung und propositionaler Einstellungen. Eine Untersuchung zu Donald Davidsons Theorie der radikalen Interpretation. Würzburg, 1997, Königshausen und Neumann.

Schank, Roger C.: Identification of conceptualizations underlying natural language. In: Schank, Roger C.; Kenneth Mark Colby (Hrsg.): Computer models of thought and language. San Francisco, 1973, Freeman. S. 187–247.

Schilpp, Paul Arthur (Hrsg.): The philosophy of G.E. Moore. La Salle, 1968³, Open Court.

— The philosophy of Rudolf Carnap. La Salle, 1991, Open Court.

Schreiber, Michael: Übersetzung und Bearbeitung. Tübingen, 1993, Narr.

Schulthess, Peter: Erkenntnislehre, Logik und Charakteristik. In: Holzhey, Helmut; Wilhelm Schmidt-Biggemann; Vilem Mudroch (Hrsg.): Die Philosophie des 17. Jahrhunderts. Bd. 4: Das heilige römische Reich deutscher Nation, Nord- und Ostmitteleuropa. Basel, 2001, Schwabe. S. 1047–1064.

— Die philosophische Reflexion auf die Methode. In: Schobinger, Jean-Pierre (Hrsg.): Die Philosophie des 17. Jahrhunderts. Bd. 1: Allgemeine Themen, Iberische Halbinsel, Italien. Basel, 1998, Schwabe. S. 62–120.

— Wilhelm von Ockham: Summa logicae. In: Flasch, Kurt (Hrsg.): Interpretationen. Hauptwerke der Philosophie. Mittelalter. Stuttgart, 1998, Reclam. S. 402–446.

Scriven, Michael: The philosophical and pragmatic significance of informal logic. In: *Blair, Johnson: Informal logic,* S. 147–160.

— Reasoning. New York etc., 1976, McGraw-Hill.

Shaw, Patrick: Logic and its limits. Oxford, 1997², Oxford University Press.

Sher, Gila Y.: The bounds of logic. A generalized viewpoint. Cambridge Mass., 1991, MIT Press.

— Did Tarski commit “Tarski's fallacy”? In: The Journal of Symbolic Logic 61 (1996), S. 653–686.

— Logical terms. In: *Borchert: The encyclopedia of philosophy. Supplement,* S. 317–319.

Sherry, David: A note on the scope of truth-functional logic. In: Journal of Philosophical Logic 28 (1999), S. 327–328.

Shieh, Sanford: Logical knowledge. In: *Borchert: The encyclopedia of philosophy. Supplement,* S. 314–317.

Siebel, Mark: Der Begriff der Ableitbarkeit bei Bolzano. Sankt Augustin, 1996, Academia.

Smiley, Timothy: The schematic fallacy. In: Proceedings of the Aristotelian Society, new series 83 (1983), S. 1–17.

Sobel, Jordan Howard: Sentential notations. Unique decomposition. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 20 (1979), S. 377–382.

Staal, J.F. (Hrsg.): Formal logic and natural languages. A symposium. In: Foundations of Language 5 (1969), S. 256–284.

Stegmüller, Wolfgang: Das ABC der modernen Logik und Semantik. Der Begriff der Erklärung und seine Spielarten. Berlin, Heidelberg, New York, 1974², Springer. (= Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie; Bd. 1: Wissenschaftliche Erklärung und Begründung, Studienausgabe, Teil 1.)

— Die Entwicklung des neuen Strukturalismus seit 1973. Berlin, Heidelberg, New York, 1986, Springer. (= Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie; Bd. 2: Theorie und Erfahrung, 3. Teilband)
— Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie. Eine kritische Einführung. Stuttgart, 1987ff., Kröner.
— Sprache und Logik. In: Der Phänomenalismus und seine Schwierigkeiten. Sprache und Logik. Darmstadt, 1974[3], Wissenschaftliche Buchgesellschaft. S. 66–100.
Stegmüller, Wolfgang; Matthias Varga von Kibéd: Strukturtypen der Logik. Berlin, Heidelberg, New York, 1984, Springer. (= Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie; Bd. 3)
Stich, Stephen P.: Reflective equilibrium, analytic epistemology and the problem of cognitive diversity. In: Synthese 74 (1988), S. 391–413.
Stich, Stephen P.; Richard E. Nisbett: Justification and the psychology of human reasoning. In: Philosophy of Science 47 (1980), S. 188–202.
Strawson, Peter Frederick: Introduction to logical theory. London, 1964, Methuen.
— Propositions, concepts, and logical truths. In: Logico-linguistic papers. London, 1971, Methuen. S. 116–129.
Stüber, Karsten: Donald Davidsons Theorie sprachlichen Verstehens. Frankfurt a.M., 1993, Hain.
Sundholm, Göran: Proof theory and meaning. In: *Gabbay, Guenthner: Handbook of philosophical logic,* Bd. III, S. 471–506.
— Systems of deduction. In: *Gabbay, Guenthner: Handbook of philosophical logic,* Bd. I, S. 133–188.
Suppes, Patrick: Introduction to logic. Mineola, 1999, Dover.
Tarski, Alfred: Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences. New York, 1965[3], Oxford University Press.
— On some fundamental concepts of metamathematics. In: Logic, semantics, metamathematics. Oxford, 1956, Clarendon Press. S. 30–37.
— Truth and proof. In: *Hughes: A philosophical companion to first-order logic,* S. 101–125.
— Über den Begriff der logischen Folgerung. In: Pearce, David; Jan Woleński (Hrsg.): Logischer Rationalismus. Philosophische Schriften der Lemberg-Warschauer Schule. Frankfurt a.M., 1988, Athenäum. S. 262–270.
Taylor, Kenneth: Truth and meaning. An introduction to the philosophy of language. Oxford, 1998, Blackwell.
Tennant, Neil W.: Natural logic. Edinburgh, 1990[2], Edinburgh University Press.
Thomas, Stephen Naylor: Practical reasoning in natural language. Upper Saddle River, 1997[4], Prentice-Hall.
Tichý, Pavel: The foundations of Frege's logic. Berlin, New York, 1988, de Gruyter.
Tugendhat, Ernst; Ursula Wolf: Logisch-semantische Propädeutik. Stuttgart, 1993, Reclam.
Viète, François: Einführung in die Neue Algebra. München, 1973, Fritsch.
Waismann, Friedrich: Logik, Sprache, Philosophie. Stuttgart, 1985, Reclam.
Walther, Jürgen: Philosophisches Argumentieren. Lehr- und Übungsbuch. München, 1990, Alber.
Walton, Douglas N.: Argument structure. A pragmatic theory. Toronto, 1996, University of Toronto Press.
Wengert, Robert G.: Schematizing De Morgan's argument. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 15 (1974), S. 165–166.

Wetzel, Linda: What are occurrences of expressions? In: Journal of Philosophical Logic 22 (1993), S. 215–219, 333.

Whitehead, Alfred North: An introduction to mathematics. London, Oxford, New York, 1992, Oxford University Press.

Whitehead, Alfred North; Bertrand Russell: Principia mathematica. Cambridge, 1957[2], Cambridge University Press.

Wierzbicka, Anna: Semantic primes and universals. Oxford, 1996, Oxford University Press.

Wilhelm von Ockham: Texte zur Theorie der Erkenntnis und der Wissenschaft. Stuttgart, 1984, Reclam.

Wittgenstein, Ludwig: Aufzeichnungen, die G.E. Moore in Norwegen nach Diktat niedergeschrieben hat. In: *Werkausgabe,* Bd. 1, S. 209–223.

— Aufzeichnungen über Logik. In: *Werkausgabe,* Bd. 1, S. 188–208.

— Briefwechsel mit B. Russell, G.E. Moore, J.M. Keynes, F.P. Ramsey, W. Eccles, P. Engelmann und L. von Ficker. Frankfurt a.M., 1980, Suhrkamp.

— Letters to C.K. Ogden with comments on the English translation of the Tractatus logico-philosophicus. Oxford, 1983, Basil Blackwell.

— Logisch-philosophische Abhandlung. Tractatus logico-philosophicus. Kritische Edition. Frankfurt a.M., 1989, Suhrkamp.

— Notebooks 1914–1916. Oxford, 1979[2], Blackwell.

— Notes dictated to G.E. Moore in Norway. In: *Notebooks 1914–1916,* S. 108–119.

— Notes on logic. September 1913. In: *Notebooks 1914–1916,* S. 93–107.

— Philosophische Bemerkungen. In: *Werkausgabe,* Bd. 2.

— Philosophische Grammatik. In: *Werkausgabe,* Bd. 4.

— Philosophische Untersuchungen. In: *Werkausgabe,* Bd. 1, S. 225–580.

— Tagebücher 1914–1916. In: *Werkausgabe,* Bd. 1, S. 87–187.

— Vorlesungen 1930–1935. Cambridge 1930–1932 aus d. Aufzeichnungen v. John King u. Desmond Lee. Cambridge 1932–1935 aus d. Aufzeichnungen v. Alice Ambrose u. Margaret Macdonald. Frankfurt a.M., 1984, Suhrkamp.

— Werkausgabe. Frankfurt a.M., 1984, Suhrkamp.

Wójcicki, Ryszard: Theory of logical calculi. Basic theory of consequence operations. Dordrecht etc., 1988, Kluwer.

Wolfram, Sybil: Philosophical logic. An introduction. London, New York, 1989, Routledge.

Woods, John: What is informal logic? In: *Blair, Johnson: Informal logic,* S. 57–68.

Zimmermann, Thomas Ede: Meaning postulates and the model-theoretic approach to natural language semantics. In: Linguistics and Philosophy 22 (1999), S. 529–561.

Register

Neben inhaltlichen Schlagwörtern verzeichnet dieses Register Personen, soweit sie im Text nicht bloß beiläufig (als Beispiele oder in reinen Literaturhinweisen) erwähnt sind, sowie Buchstabenkürzel für Definitionen, Thesen usw. (nur die Stelle, an der sie eingeführt werden).