Presencia de Carnap en el nominalismo de Hartry Field

ANTONIO CABA
Grupo de Investigación en Ciencias Cognitivas
Universidad de Málaga

RESUMEN

Desde su perspectiva nominalista, Field sostiene que la utilidad de los enunciados matemáticos en el mundo físico no proporciona razones suficientes para creer que sean verdaderos; en realidad, las matemáticas no son algo que pueda evaluarse adecuadamente en términos de verdad o de falsedad. Por ello, tiene que negar la existencia de entidades matemáticas y rebatir la tesis de que estas entidades sean teóricamente indispensables. En su lugar, argumenta que la utilidad de las matemáticas puede justificarse solamente por su carácter conservativo, esto es, que cualquier inferencia que pueda hacerse a partir de premisas nominalistas con su ayuda, podría haberse hecho sin ella. El principal objetivo de este artículo es mostrar que los aspectos más importantes del planteamiento de Field han sido mantenidos, hasta cierto punto, por Carnap y los empiristas lógicos.

PALABRAS CLAVE

EMPIRISMO LOGICO—NOMINALISMO—CARNAP—FIELD

ABSTRACT

From his nominalistic point of view, Field claims that the utility of mathematical assertions in the physical world gives no ground for believing in their truth; actually, mathematics is not the sort of thing that can be appropriately evaluated in terms of truth and falsehood. So, he has to deny that mathematical entities exist, and undermine the thesis that these entities are theoretically indispensable. He argues, instead, that the utility of mathematics can be accounted for only by its conservativeness, i. e., that any inference from nominalistic premises that can be made with the help of mathematics, could be made without it. The goal of this paper is to show that Field's main claims have been maintened, up to a point, by Carnap and the logical positivists.

KEYWORDS

LOGICAL EMPIRICISM—NOMINALISM—CARNAP—FIELD

© *Contrastes. Revista Interdisciplinar de Filosofía*, vol. II (1997), pp. 53-69. ISSN: 1136-4076
Sección de Filosofía, Universidad de Málaga, Facultad de Filosofía y Letras
Campus de Teatinos, E-29071 Málaga (España)

I. INTRODUCCION

ALGUNOS FILÓSOFOS DEFIENDEN QUE los enunciados de la matemática deben ser verdaderos, o que al menos tienen tanto derecho a serlo como los enunciados de las ciencias empíricas. Una de las razones que suelen proporcionar para justificar su posición es que siempre hemos creído que ha sido de esta manera; sería difícil encontrar, de hecho, a alguien que afirmara lo contrario, cuando incluso hoy día siguen poniéndose ejemplos matemáticos como equivalentes a razones incuestionables (del tipo 'como que dos y dos son cuatro'). Pero quizá la razón más contundente que se esgrime para reforzar el carácter de verdaderos de dichos enunciados es su éxito cuando se aplican a la ciencia empírica. El grado de énfasis puesto en esta afirmación varía según los autores. Los hay que piensan que este éxito resulta poco menos que misterioso, y que los matemáticos están constantemente rebasando los límites de lo admisible; otros, en cambio, lo ven de manera más natural y lo asimilan como una característica más del organigrama de nuestro conocimiento, sin ninguna posición de privilegio, y en este sentido consideran a las matemáticas incluso indispensables para desarrollar la ciencia. Así, los defensores de esta versión del denominado por Azzouni (1994) realismo lingüístico, aceptan la forma lógica de los enunciados literalmente (*at face value*), y desde el punto de vista de la semántica no se alejan un ápice del lenguaje de la ciencia, y por tanto, de los planteamientos de Tarski. No cabe duda de que los problemas derivados de las posibles referencias de los objetos matemáticos utilizados parecen tener solución en el seno de una teoría de corte platónico-realista, y así todo el asunto de la aplicabilidad quedaría perfectamente justificado.

En cualquier caso, no cabe duda de que situarse en el extremo opuesto, o sea, afirmar que tales enunciados sean –o puedan ser– falsos, dejaría sumido en el más oscuro de los misterios la tan discutida aplicabilidad. Difícilmente puede mantenerse que las conclusiones obtenidas son verdaderas y operativas si los enunciados matemáticos utilizados son falsos. Es el caso de Hartry Field; el nominalismo que defiende, principalmente en *Science without numbers*, de 1980, supone un intento de minar el carácter de indispensables que se atribuye a las matemáticas cuando son utilizadas en ciencia empírica y, en particular, en la física. Su planteamiento ofrece rasgos atractivos y –en cierto modo– novedosos, si bien a lo que se enfrenta es a la permanente cuestión de la posible referencia que puedan tener las entidades con las que trabajan, tanto los matemáticos, como los científicos que utilizan las matemáticas. Pero esta preocupación no es ni mucho menos nueva y ya la encontramos, planteada en términos parecidos, en Carnap alrededor de los años cincuenta. De hecho, el objetivo del presente trabajo es mostrar que una nada despreciable porción de las ideas del Field nominalista aparecen ya perfiladas en los planteamientos de

Carnap, tanto en su etapa sintáctica integrado en el Círculo de Viena, como tras su giro a la semántica. Es cierto que algunas de estas ideas se hallan mejor estructuradas y planteadas que otras, pero ambos puntos de vista tienen un cierto aire de familia que hasta el propio Field se ve obligado a reconocer. En lo que sigue trato de contrastar críticamente tanto las coincidencias como los desacuerdos detectados en estos autores[1].

II. VERDAD Y APLICABILIDAD

Yo creo que nadie discute hoy día que si se quiere considerar a la matemática como algo más que un mero juego de símbolos vacíos de contenido, es preciso explicar satisfactoriamente por qué resulta tan exitosa su aplicación a la ciencia empírica. Por tanto, con independencia de otras cuestiones, como puedan ser las entidades que hay que postular para desarrollar una teoría de la verdad adecuada, o qué tipo de conocimiento se tiene de las verdades matemáticas, cualquier autor o escuela que pretenda dar una explicación satisfactoria de lo que pueda ser la matemática está obligado a detenerse y aclarar esta cuestión.

Éste es, según Carnap, uno de los principales problemas con que se enfrentó el empirismo lógico: determinar el papel que puede asignarse al uso de los enunciados matemáticos en los enunciados fácticos (1963, p. 48). Pero esta idea tampoco era original, puesto que ya Frege había indicado que la aplicabilidad era imprescindible para una explicación fundacional adecuada, y precisamente desde este punto de vista encuentra el Círculo de Viena una posibilidad de conciliar logicismo y formalismo. Así pues, incluso en su etapa sintáctica, Carnap no olvida el asunto. Es cierto que en ese período se mueve en el ámbito de lo estrictamente formal y, siguiendo las pautas del Círculo, también vaciará de contenido fáctico los enunciados de la matemática, pero lo novedoso de su idea es que, incluso en esta fase de su pensamiento, no olvida lo que, a su juicio, es la principal característica de la matemática, y lo que la constituye como ciencia, a saber, su aplicabilidad a la ciencia empírica. De esta manera cree superar el huero formalismo hilbertiano que no escapa de la mera simbolización. Así, asegura que, además de incluir una u otra matemática, los lenguajes construidos en *The logical syntax of language* (1937) posibilitan –dentro de sus propias limitaciones– la construcción de sentencias empíricas pertenecientes a cualquier dominio de la ciencia[2].

[1] Una coincidencia que no trataré aquí es la aceptación por parte de Field del fisicalismo, al que prefiere no renunciar mientras se mantenga capaz de explicar satisfactoriamente el funcionamiento de la ciencia (*cf.* H. Field, 1972).

[2] Carnap construye en (1937) dos lenguajes con distinta potencia expresiva. En el Lenguaje I se puede representar la aritmética de los números naturales con un alcance de tipo

En este punto Field se muestra de acuerdo con los positivistas lógicos y lamenta que gran parte de la filosofía de la matemática actual se limite a cuestiones ontológico-epistemológicas, cuando –a su juicio– el problema central es el de la aplicabilidad. La mayor parte de la literatura en filosofía de las matemáticas, dice, está dedicada a dilucidar el tema de la verdad, que –como veremos más adelante– él tratará de obviar. Cuestiones como ¿qué parte de la matemática standard es verdadera?, o ¿qué entidades nos vemos obligados a postular para ofrecer una teoría satisfactoria de las matemáticas?, o ¿de qué tipo es el conocimiento que tenemos de esas verdades?, son las que relegan a un segundo plano el que, a su modo de ver, es el problema central y en el que se la juega la matemática como ciencia. Así pues, a Field no le interesan los problemas ontológicos y epistemológicos derivados de la consideración de las matemáticas como verdaderas, sino el tipo de teoría que explique aceptablemente cómo la matemática se aplica al mundo físico (1980, p. vii). Pero, según Field, no sólo estas cuestiones ontológico-epistemológicas se muestran incapaces de dar cuenta de la verdad de las matemáticas; tampoco su reconocida utilidad proporcionará una base filosófica sólida para creer en su verdad (*ibid.*, p. 7). Todos estos planteamientos acerca de la justificación de la verdad de los enunciados matemáticos exigen un tratamiento más extenso.

La idea de que los enunciados de la matemática sean verdaderos corre paralela a la de su exitosa aplicabilidad a la física, y surge, como cabría esperar, del realismo en sus distintas versiones. No obstante, Field entiende que la defendida por Quine y Putnam es la más convincente, y será la que trate de superar[3]. Vamos a exponer brevemente algunos detalles del planteamiento de estos autores. Como es sabido, Quine mantiene que delimitamos las entidades que hay viendo las que precisamos para elaborar la teoría del mundo que resulte lo más efectiva posible. Por esta razón se introducen conceptualmente los objetos físicos sólo como intermediarios convenientes, y con un estatuto epistemológico que puede entenderse comparable al de los dioses de Homero. Desde el punto de vista de su fundamentación epistemológica, la diferencia entre ambos mitos no es esencial, sino de grado, y si se acepta uno de ellos es

constructivista característico del intuicionismo. Por su parte, el Lenguaje II contiene como sublenguaje al anterior, y en él es posible la formulación de los principales tópicos de la matemática clásica, a saber, la aritmética del número real, el análisis matemático y la teoría de conjuntos. Así, puede decirse que este segundo lenguaje proporciona un marco lingüístico adecuado para expresar toda la matemática. Pero no sólo eso; introduciendo las expresiones lingüísticas adecuadas, es posible representar también toda la mecánica clásica (*cf.* 1937, p. 11, también § 40).

3 Otras modalidades del realismo, comprometidas en algún sentido con la verdad de los enunciados matemáticos, son –si atendemos a la clasificación de De Lorenzo, 1992– el realismo trascendente que mantienen con su posición estructuralista Resnik (1988) y Shapiro (1983), y el realismo inmanente, de corte naturalista, de Maddy (1990).

porque se ha mostrado más eficaz como procedimiento para elaborar una estructura manejable con el flujo de la experiencia. Esto mismo ocurre con las entidades matemáticas: obtenemos conocimiento acerca de los objetos matemáticos por los mismos cauces que acerca de otros cualesquiera, o sea, a través de la experiencia sensorial. Es evidente que no podemos observar los objetos con los que trabajan los matemáticos, pero, si viene al caso, tampoco podemos ver u observar los objetos que manejan los físicos cuando trabajan en dinámica de partículas. En ambas situaciones la evidencia se obtiene manteniendo la postulación de los objetos que se investigan. La siguiente cita, no por repetida, resulta menos clarificadora para entender la postura de Quine:

> Una ontología platonizante es, desde el punto de vista de un esquema conceptual estrictamente fisicalista tan mítica como mítico es el esquema fisicalista mismo para el fenomenista. Pero este mito superior es bueno y útil en la medida que simplifica nuestra exposición de la física. Puesto que la matemática es una parte integrante de ese mito superior, resulta evidente la utilidad del mismo para la ciencia física (1953, pp. 45-46).

Por su parte, Putnam (1975, pp. 57ss.) se expresa en términos parecidos, e insiste en que la matemática no sólo simplifica la física, sino que ésta ni siquiera podría formularse sin la ayuda de aquélla. Aunque esto suponga implícitamente aceptar la existencia de entidades matemáticas de naturaleza dudosa, dice, nos vemos obligados a ello, puesto que resultan indispensables para elaborar la teoría del mundo que mejor aceptamos. Aún más, «una interpretación razonable de la *aplicación* de las matemáticas al mundo físico *requiere* una interpretación realista de las matemáticas» (1981, p. 74).

Como vamos a ver, ni Carnap ni Field mantienen que sea la indispensabilidad, y ni siquiera la mera utilidad, un criterio definitivo para aceptar que los enunciados de la matemática sean verdaderos.

En concreto, para el primero, la cuestión de la verdad (sin matizar) de los enunciados aceptados –en cualquier dominio, sea o no matemático– sólo emerge en cuanto a su relación con el marco lingüístico (*linguistic framework*) introducido (*Cf.* 1950, pp. 402 ss.). Y la elección de dicho marco no es algo que pueda ser determinado bajo los patrones de la verdad o de la falsedad; es simplemente una cuestión pragmática. De esta manera, la pregunta por la existencia de entidades abstractas es una pseudocuestión. Recordemos que, según Carnap, para responder a la pregunta acerca de la existencia de entidades abstractas, lo primero que hay que hacer es introducir un sistema de nuevas maneras de hablar que esté sujeto a reglas, dicho de otro modo, construir un marco lingüístico para las nuevas entidades. Una vez hecho esto, hay que distinguir dos tipos de cuestiones de existencia: las internas, relativas a la existencia de entidades dentro del marco, y las externas, concernientes a la existencia o realidad del sistema de entidades como un todo. El procedimiento para responder a las cuestiones internas variará según que el marco sea de naturaleza lógico-matemática, o empírico, pero en el caso de las cuestiones externas el asunto es muy distinto[4]. A su juicio, la cuestión externa está mal enmarcada, el planteamiento no es ni mucho menos una cuestión teórica, sino una cuestión práctica que concierne a la estructura de nuestro lenguaje. Aceptar, por ejemplo, el mundo de las cosas, o de los números –por poner un ejemplo de cada tipo– es, sencillamente, adoptar una u otra forma de lenguaje, entre otras posibles. En definitiva, se trata de una cuestión pragmática, de decisión personal, que, si bien se encuentra en parte mediatizada por el conocimiento teórico de que se disponga, en modo alguno puede decirse que sea de naturaleza teórica. Así pues, la aceptación de una nueva clase de entidades queda representada en el lenguaje mediante la introducción de un marco de nuevas formas y expresiones que se han de usar de acuerdo con un conjunto de reglas. Así, la introducción de las nuevas maneras de hablar no necesita ninguna justificación teorética porque no implica aserción alguna acerca de la realidad. Aceptar las nuevas entidades consiste simplemente en la aceptación de un nuevo marco, es una cuestión pragmática sobre si aceptamos o no nuevas formas lingüísticas y –lo que es más importante– esta aceptación no puede entenderse ni como verdadera ni como falsa (1950, p. 411).

Por su parte, Field no pone en duda que recurrir a determinadas matemáticas sea útil en ciertos contextos; el problema surge al pensar que esa indiscutible utilidad nos proporcione razones para afirmar que las aserciones matemáticas utilizadas sean, además, verdaderas (1980, p. 7). A su juicio, los únicos argumentos no circulares que se ofrecen para establecer que la matemática es un cuerpo de verdades se basan en la susodicha aplicabilidad, que llevada al extremo, supone la indispensabilidad. Pero, es posible, dice, dar una explicación de la utilidad sin tener que presuponer la verdad. De esta manera, si la utilidad a secas no funciona como un buen argumento, entonces no habrá razón para afirmar la verdad de los enunciados matemáticos. Pero esto no quiere decir que haya algo equivocado en las matemáticas, y aquí se aviene a Carnap, «es simplemente decir que la matemática no es el tipo de cosa que pueda ser evaluada adecuadamente en términos de verdad o de falsedad» (*ibid.*, p. viii). Como puede verse, también Field adopta un criterio de aceptabilidad pragmático, como ya habíamos descrito en el caso de Carnap: lo que motiva que aceptemos las teorías matemáticas que aceptamos no es que sean verdaderas, sino que sean útiles (*ibid.*, p. 15).

En definitiva, se trata, en el caso de Field, de buscar una alternativa a la consideración de que son verdaderas; y como quiera que las únicas razones que se ofrecen para juzgarlas como tales se basan en que son aplicables a la

[4] Carnap continúa manteniendo la distinción que estableciera en el año 35 entre *Formalwissenschatfen* y *Realwissenschatfen*.

ciencia, lo que hay es que ofrecer una alternativa a la aplicabilidad que no presuponga la verdad[5]. O sea, hay que ofrecer una teoría que, al tiempo que no presuponga la indispensabilidad, explique coherentemente por qué es útil hacer afirmaciones de existencia en ciertos contextos (1980, p. 8). Y, en este sentido, afirma Field que llega a un resultado 'sorprendente' que no prejuzga la verdad de los enunciados matemáticos utilizados: sólo hay que suponer 'un poco más' que la consistencia (*ibid.*, p. vii). Esta conclusión, observa, no está basada en una estratagema instrumentalista general, sino más bien en una característica muy especial de las matemáticas que no comparten otras disciplinas, a saber, su carácter conservativo, es decir, el hecho de que todo lo que pueda ser demostrado en una teoría científica determinada con su ayuda, también pueda serlo sin ella. Volveremos más adelante sobre este importante concepto en el programa de Field.

En definitiva, hay una idea que ambos autores parecen compartir, a saber, que las matemáticas constituyen un lenguaje en el que poder expresar las teorías físicas con objeto de poder obtener deducciones, sin presuponer su verdad o falsedad. Estos planteamientos indican igualmente que para ninguno de ellos puede hablarse de una 'única' matemática. Así, amparado por su Principio de Tolerancia, Carnap admitirá tantas matemáticas como lenguajes interesen con objeto de una mejor aplicabilidad. Pero en el caso de Field ocurre lo mismo: no se exige un sistema matemático único, sino el más adecuado para cada momento.

A la vista de las anteriores coincidencias, creo que hay algo de confusión en la crítica de Field al positivismo lógico. De entrada –como ya hemos indicado– se ve obligado a admitir que su planteamiento es muy parecido al neopositivista; precisamente eso es lo que estoy tratando de poner de manifiesto en este artículo. Pero en seguida se desmarca de ellos. Así, cuando dice que «los positivistas describían usualmente la matemática pura como verdades analíticas, mientras que yo no las he descrito en absoluto como verdades» (1980, p. 15), está atribuyendo una caracterización de verdad que no se corresponde con la que en realidad tenían en mente, tanto los miembros del Círculo como Carnap, incluso en su etapa semántica. Para estos últimos son las reglas semánticas las que determinan un criterio de verdad en el sistema de que se trate, y la verdad de un enunciado puede determinarse simplemente mediante dichas reglas. En modo alguno puede entenderse esta caracterización como una definición de verdad susceptible de ser criticada por un nominalista como Field.

[5] Putnam no encuentra tal alternativa; para él, tanto la ciencia como la matemática tratan de contar una 'historia unificada' (*unified story*) que proporcione al menos una cierta aproximación a la verdad. Es justamente el éxito en la ciencia de una determinada teoría matemática lo que nos proporciona fundamento para creer en su verdad; es más, la justificación real de la teoría es precisamente su éxito al ser aplicada, tanto en matemáticas, como en física: «La hipótesis de que la matemática clásica es verdadera en su mayor parte, justifica el éxito de las aplicaciones físicas de la matemática clásica» (1975, p. 75).

III. INTENTOS DE SOLUCION

Una consecuencia de todo cuanto decimos es que, si se renuncia a otorgar a las matemáticas el status de verdaderas, sólo cabe asignarles un papel manipulativo-regulativo, un tratamiento, más o menos efectivo, de los enunciados científicos con objeto de obtener conclusiones. Pero esa asignación ofrece características diferentes en cada uno de los autores que tratamos.

A juicio de Carnap (1963, p. 47) fue en el seno del empirismo lógico donde se resolvió el problema de la conexión y compatibilidad del empirismo con la lógica, y consiguientemente –dado su manifiesto logicismo– con las matemáticas. La solución que a este problema suscribió el Círculo de Viena de modo unánime, consistió en vaciar de contenido empírico los enunciados de la matemática[6]. Esquemáticamente, el planteamiento es como sigue. Resulta evidente que, partiendo de principios empíricos, es imposible explicar el conocimiento que se tiene de una verdad presumiblemente necesaria, puesto que nada garantiza que una experiencia futura no pueda refutar una verdad aparentemente bien fundamentada. Es en este sentido en el que los empiristas lógicos afirman que las leyes de la naturaleza sólo pueden considerarse hipótesis probables, pero que en ningún caso han de ser entendidas como lógicamente ciertas.

La situación es diferente para el caso de las proposiciones de la lógica y de las matemáticas; aquí el empirismo encuentra problemas más serios, porque si se consideran estas proposiciones con el mismo status que las de la ciencia empírica, entonces han de entenderse como meras hipótesis y por lo tanto, falibles, en contra de la creencia general de que tanto unas como otras son verdades necesarias. La salida natural es desposeerlas de contenido fáctico, y así lo manifiesta Carnap: «las sentencias matemáticas, cuando se considera el lenguaje como un todo, son meros auxiliares para operar con sentencias empíricas no pertenecientes al ámbito de la matemática» (1937, p. xiv)[7]. Pero tampoco en este caso se acaban los problemas, porque habrá que justificar cómo

6 Consecuencia de este planteamiento es la distinción analítico-sintético, que tan problemática resultó ser.

7 Esta idea está claramente expresada en el *Tractatus*, fuente de la que bebieron todos los miembros del Círculo: «Por otra parte, la matemática sólo posee carácter regulativo, pues en la vida real, dice, nunca se utilizan proposiciones matemáticas si no es como medio para inferir de proposiciones no matemáticas otras proposiciones que tampoco pertenecen a la matemática» (6.211). Tanto la lógica como la matemática, dirá, son preparación, una puesta a punto (*a put-up job*) para el uso del lenguaje (1939, p. 249). Todos los miembros del Círculo la suscribieron y formularon de distintas maneras. Así, Hempel dirá que «las proposiciones de la matemática carecen de todo contenido fáctico; no comunican información alguna acerca de ninguna materia empírica» (1945, p. 390), si acaso, dirá, los resultados son psicológicamente nuevos (*ibid.*, p. 391). En definitiva, la matemática tiene la función de un exprime-frutas teórico (*ibid.*).

son capaces de explicar su perfecto funcionamiento cuando se aplican en los procesos deductivos de la ciencia empírica. En resumen, como señala Ayer, respecto a las verdades de la lógica y de la matemática sólo caben dos opciones al empirista: «tiene que decir que no son verdades necesarias, y en este caso tiene que refutar la universal convicción de que lo son; o tiene que decir que no poseen contenido factual alguno, y entonces tiene que decir cómo una proposición carente de todo contenido factual puede ser verdadera y útil y sorprendente» (1936, pp. 83-84). Si no puede razonablemente optar por una de estas dos vías, se cae de lleno en el racionalismo, puesto que habrá que conceder a nuestro pensamiento la facultad de proporcionarnos conocimiento independientemente de cualquier experiencia.

Si se analiza con detenimiento, el problema se reduce a conciliar –o mejor, a tratar de conciliar– los términos que etiquetan el movimiento, a saber, el empirismo con la lógica, y de rechazo con la matemática, si ésta se consigue reducir a aquélla. Estos términos aparecen como contradictorios entre sí; pero ya que el papel de la ciencia empírica está suficientemente aclarado, se trata de averiguar el lugar de las ciencias cuyo fundamento último no es la experiencia, como es el caso de la lógica y las matemáticas. El dilema consiste en abandonar el empirismo o interpretarlas erróneamente. Pero según Carnap, en el Círculo se encontró solución a este problema:

> Por primera vez fue posible combinar el principio básico del empirismo con una explicación satisfactoria de la naturaleza de la lógica y las matemáticas. Anteriormente, los filósofos sólo habían visto dos posiciones alternativas: una concepción no empirista, según la cual el conocimiento en matemáticas se basa en la intuición pura o en la razón pura, o bien [...] (otra en la que) los teoremas de la lógica y de las matemáticas son, como mucho, de naturaleza empírica, semejante al conocimiento de los hechos observados (1963, p. 47).

Como ya hemos indicado, Field piensa que para que las matemáticas sean aplicables no hay que exigirles que sean verdaderas; basta con que sean conservativas. Creo que éste es un buen momento para extenderme algo sobre este asunto y sobre la solución que propone. Ya se ha dicho que para Field hay una clara disanalogía entre la utilidad de las entidades matemáticas en física y la utilidad de entidades teóricas propiamente físicas. En concreto, la matemática, tal como opera en física, tiene propiedades conservativas sobre el lenguaje fisicalista de las que carece el lenguaje observacional; las teorías físicas sobre inobservables son ciertamente no conservativas, es decir, generan conclusiones genuinamente nuevas acerca de observables (1980, p. 14). Éste, según Field, no es el caso de las matemáticas.

Así, pues, el aspecto más complicado para poner de manifiesto que la aplicabilidad de las matemáticas no requiere que las sentencias utilizadas sean verdaderas, consiste en mostrar que las entidades matemáticas son teóricamente dispensables en un sentido en el que las entidades teóricas de la ciencia no lo son; esto es, que siempre se pueden reaxiomatizar las teorías científicas de manera que no haya referencia ni cuantificación sobre entidades matemáticas, y esto –además– de modo que el resultado de la axiomatización sea simple y atractivo.

> La utilidad de las entidades teóricas en la ciencia se debe solamente a su *indispensabilidad teorética*: sin entidades teóricas, ninguna teoría (suficientemente atractiva) es posible. A primera vista, parece que las entidades matemáticas son teóricamente indispensables también, pues parecen necesitarse al axiomatizar la ciencia; parece, entonces, que la conservatividad de las matemáticas justifica sólo parte de su utilidad [...]. Argumentaré, sin embargo, que las entidades matemáticas no son teóricamente indispensables, y que la utilidad completa de las matemáticas puede justificarse por su conservatividad, sin asumir su verdad (1980, pp. x-xi).

Una consecuencia de este carácter conservativo es que, pese a su reconocida utilidad en las teorías físicas en general, a las proposiciones matemáticas ni siquiera se les exige que sean verdaderas; eventualmente, incluso, podrían ser falsas. La única ventaja que ofrece el uso de las matemáticas en la ciencia es que permiten acortar los procesos demostrativos, que sin ellas serían en ocasiones extremadamente largos:

> [...] las conclusiones a las que llegamos (añadiendo la teoría matemática) no son genuinamente nuevas, son ya de derivables de manera más prolija [...] sin recurrir a entidades matemáticas (1980, pp. 10-11).

En definitiva, no son indispensables; lo único que se les exige es que sean conservativas, o lo que es lo mismo, que todo lo que pueda ser demostrado en física con su ayuda, también pueda serlo sin ella, aunque –eso sí– a costa de una mayor complejidad conceptual y estructural. Dicho de otro modo, las entidades matemáticas constituyen ficciones útiles que permiten obtener con relativa facilidad una gran cantidad de resultados en física, pero esos mismos resultados –asegura Field– podrían haberse obtenido, si bien más laboriosamente, sin utilizar las matemáticas. Salvando las distancias, y parafraseando a Wittgenstein, podría decirse que lo que Field afirma es que en física no hay sorpresas: nada que no estuviese ya contenido en las premisas de una deducción en determinada teoría física aparece en la conclusión obtenida a partir de ellas[8]. Pero este cambio de la

8 La matización es obligada, puesto que, en el *Tractatus*, Wittgenstein se está refiriendo al caso de la lógica y de la matemática, en tanto que método de la lógica (6.234). Una proposición de la lógica (una tautología) no sólo no puede contradecirse por cualquier experiencia posible, sino que no debe poder ser confirmada por una tal experiencia (6.1222); las proposiciones lógicas describen la armazón del mundo, o mejor, la presentan, pero no 'tratan' de nada (6.124); por tanto en lógica *jamás* puede haber sorpresas (6.1251), en lógica proceso y resultado son equivalentes (no caben, pues, sorpresas) (6.1261).

indispensabilidad por la 'conservatividad' (permítaseme el neologismo) no está exento de problemas, que hunden sus raíces en el propio concepto de lenguaje conservativo.

Todo este planteamiento encaja adecuadamente en el nominalismo que Field defiende, o sea, en la doctrina de que no hay entidades abstractas. Indica Field que parece claro que si las entidades del tipo de las funciones y de los números existieran, serían abstractas; por consiguiente, se ve obligado a negar que los números, funciones, etc. existan, y por ende, no es legítimo usar términos que estén por este tipo de entidades. Él es consciente de que esto origina un problema, puesto que son las teorías físicas las que en última instancia nos dan un informe de cómo es el mundo, y que tales teorías físicas necesitan las matemáticas, y que las matemáticas están repletas de referencias sobre números, funciones... en definitiva sobre entidades abstractas. Según esto, parece que el nominalismo es difícil de sostener, pero indudablemente ofrece ciertas ventajas que conviene destacar. Por de pronto, para Field supone un nada despreciable ahorro ontológico, muy acorde con la metodología reduccionista que parece presidir su planteamiento. Se parte del supuesto de que las entidades matemáticas son obviamente distintas a aquéllas con las que se trabaja en el ámbito de la ciencia empírica, y que por consiguiente generan una problemática distinta. Éste es el origen de la cuestión, y en este sentido su postura permite una simplificación muy a gusto de Field. El nominalismo parece eliminar tan costosa referencia:

> El nominalismo nos ahorra tener que creer en un largo reino de entidades que son muy distintas a las otras entidades en las que creemos (debido por ejemplo a su aislamiento causal respecto de nosotros y de todo lo que experimentamos) y que originan perplejidades filosóficas sustanciales debido a esas diferencias (1980, p. 98).

Según Field, la solución más afín a la postura nominalista supone una 'reinterpretación' de las matemáticas, de manera que sus términos y cuantificadores no hagan referencia a entidades abstractas, sino a entidades de otras clases, como, por ejemplo, objetos físicos, expresiones lingüísticas o construcciones mentales (1980, p. 1). Por su parte, Field propone una alternativa que orilla la reinterpretación de cualquier parte de las matemáticas y pretende mostrar que

> la matemática que se necesita para la aplicación al mundo físico no incluye nada que incluso *prima facie* contenga referencias a (o cuantifique sobre) entidades abstractas como números, funciones o conjuntos. Hacia esa parte de las matemáticas que no contiene referencias (o cuantifica) a entidades abstractas –y esto incluye virtualmente todo de la matemática convencional– adopto una actitud ficcionalista: esto es, no veo razón para considerar esta parte de las matemáticas como *verdadera* (1980, pp. 1-2).

Pero el ficcionalismo tampoco está exento de críticas. Una de las principales objeciones que se le presentan es que conduce irremediablemente a un doble pensamiento, puesto que supone actitudes diferentes en un mismo individuo según se comporte como filósofo o como científico. El considerar las entidades matemáticas como meras ficciones útiles supone retractarse al filosofar de lo que se asegura al hacer ciencia, sin proponer como contrapartida una formulación de la ciencia que vaya paralela a la propia filosofía. Esta objeción –observa Field– sólo puede rechazarse mostrando que hay una formulación alternativa de la ciencia que no requiera el uso de partes de la matemática que cuantifiquen o se refieran a entidades abstractas, es decir, una teoría científica nominalista. Como Field piensa que semejante formulación es posible, entonces, sin caer en un doble pensamiento intelectual, podrá negar que haya entidades abstractas (1980, p. 2).

Para mantener su posición, Field tiene que buscar la manera de aclarar la relación que existe entre una teoría nominalista, o sea, aquélla cuyos enunciados no contienen términos que se refieran a nada matemático, y una teoría estrictamente matemática; dicho de otro modo, tiene que explicar de qué manera participa la teoría matemática en cuestión en el seno de una teoría nominalista. Esto exige a Field imponer algunas restricciones en los dos extremos implicados (el matemático y el físico), con el objetivo de evitar el solapamiento de ambos lenguajes. Pero tampoco conviene que las dos teorías constituyan compartimentos estancos, puesto que imposibilitaría la aplicabilidad. Por ello, Field se ve obligado a introducir determinadas leyes-puente (*bridge laws*) que permitan trabajar con ambas teorías[9]. Lo que ocurre es que, en la literatura al uso, las teorías físicas aparecen con tan alto contenido matemático, que cabe afirmar con Goodman que un físico teórico es dos tercios matemático (1990, p. 189). Por ello, Field es consciente de que se encuentra con que todas las teorías físicas están impregnadas de matemáticas, y por tanto, su programa exigirá una 'purga' o al menos una aclaración y especificación de cómo puede obtenerse una teoría física pura adaptable a su planteamiento. En un cierto sentido, se va a colocar frente a la opinión más extendida de que las matemáticas ayudan a una mayor comprensión de las teorías físicas. De alguna manera, Field trabaja en orden inverso al habitual: si lo normal es ayudarse de las matemáticas para una mayor comprensión del mundo físico, él tiene que prescindir en primer lugar de todo el contenido matemático de una teoría, para una vez hecha la depuración, volver a retomar la matemática como mero auxiliar y comprobar

9 Los problemas se complican aún más cuando se intenta llevar a la práctica todo este planteamiento. Así, para el caso de la mecánica newtoniana, se ve Field obligado –siguiendo la estrategia de Hilbert en *Los fundamentos de la geometría*– establecer un adecuado teorema de representación que permita un tratamiento matemático de conceptos estrictamente relacionales. Para un estudio más pormenorizado de todas estas restricciones, así como de las características de las leyes-puente ver A. Caba (1996).

que su uso no introduce nada nuevo en la teoría, nada que no estuviese ya en esa misma teoría[10].

Esto conduce a destacar dos aspectos o dos rasgos fundamentales en el planteamiento de Field. Por una parte el que podríamos denominar *teórico*: dada una teoría científica cualquiera, se trata de depurarla de todo su contenido matemático y una vez hecho esto, aplicarle el tratamiento matemático correspondiente, así como los teoremas de representación adecuados. Luego está el aspecto *práctico*: Field tiene que explicar cómo de hecho su metodología funciona en teorías físicas concretas. En una primera instancia él muestra –no sin dificultades– cómo puede aplicarse a la teoría newtoniana, y después, en un alarde de optimismo, indica que ese mismo planteamiento puede extenderse a cualquier teoría física[11].

Por otra parte, la estrategia de vaciar de contenido empírico los enunciados de la matemática que adoptó el Círculo de Viena es matizada por Carnap en trabajos posteriores, manteniendo, a mi modo de ver, posiciones próximas al nominalismo. Es lo que hace, en concreto, en el trabajo que estamos comentando (1950). De entrada, comienza admitiendo que los empiristas sienten más simpatía por los nominalistas que por los realistas, y hasta donde pueden, intentan mantenerse en un lenguaje nominalista que no haga referencia alguna a entidades abstractas. De hecho, creo que la idea que preside este artículo de Carnap es, precisamente, ayudar a los empiristas a vencer escrúpulos nominalistas; dicho de otro modo, supone un intento de obviar el nominalismo a través del análisis lógico. La confusión entre los dos tipos de cuestiones (externas e internas) es lo que, a juicio de Carnap (1950, p. 411), motiva que algunos nominalistas califiquen de platonismo la admisión de variables de tipo abstracto. Carnap reconoce de nuevo el débito que él y todos los miembros del Círculo contrajeron con Wittgenstein, e indica cómo, influidos por sus ideas, todos ellos rechazaron, por considerarlas pseudoenunciados, tanto las tesis del realismo como las del nominalismo. Por consiguiente, no es correcto, según Carnap, calificar de nominalistas a los miembros del Círculo, si bien observa que, prescindiendo de ocasionales formulaciones pseudoteóricas por parte de los nominalistas, tanto él como sus compañeros del Círculo se encontraban «mucho más cerca de estos filósofos (los nominalistas) que de sus oponentes» (*ibid.*, p. 412). Como se ve, Carnap se muestra proclive al nominalismo de una manera evidente. Pero, en cualquier caso, el nominalismo (también el escepticismo) trata las cuestiones de

[10] He aquí un rasgo que distingue los planteamientos de Field y de Carnap. Mientras que este último no pretende en modo alguno modificar el status de la ciencia, Field se ve obligado a una reformulación que la deja irreconocible, y que –como apunta Burgess– supone la adopción de un nominalismo de corte revolucionario (*cf.* J. Burgess, 1983, pp. 97 ss.).

[11] Todo cuanto estamos diciendo en este artículo se refiere al planteamiento general, que he llamado teórico, de Field. El lado práctico del asunto tiene aún más dificultades, como he tratado de poner de manifiesto en el trabajo citado en la nota 9.

existencia como cuestiones de tipo teórico, anteriores a la elección del marco, y en esto se distancian del pensamiento del Círculo de Viena (*ibid.*, p. 414).

Pero creo que se pueden encontrar aun afirmaciones de Carnap más próximas al nominalismo, pese a su insistencia en deslindarse, tanto de ésta como de cualquier otra posición omnicomprensiva. Quiero señalar una más como muestra. Es conocido que «Empirismo, semántica y ontología» constituye, en su mayor parte, una respuesta a la dura crítica de Gilbert Ryle a *Meaning and necessity*, el más influyente de los textos semánticos de Carnap. Esta crítica se centraba principalmente en el análisis del significado que Carnap desarrollaba en su libro mediante el método de intensión y extensión. Básicamente, trataba de sustituir el supuesto tradicional de que las expresiones lingüísticas designan entidades para adscribirles intensiones y extensiones. En general, las expresiones del sistema semántico sobre las que Carnap aplica su método son denominadas *designadores* e incluyen, tanto las sentencias, como las expresiones individuales, y los predicados generalizados o predicadores. Adscritas a cada una de ellas, hay pues, una extensión y una intensión[12]. Las propiedades y conceptos no son, observa Carnap, algo mental, como imágenes o *sense-data*, sino que han de ser entendidos como algo físico que tienen las cosas, un lado o aspecto, o componente o carácter de las cosas, o también como algo objetivo que se encuentra en la naturaleza y que se expresa en el lenguaje. Pero todas estas consideraciones, arguye Carnap, no implican hipostatización alguna, ya que tal como él lo entiende «una hipostatización o sustancialización o reificación consiste en tomar equivocadamente como cosas entidades que no son cosas» (1947, p. 22). No cabe duda que semejante postura es más bien ambigua y está sujeta a críticas, puesto que, si bien conceptos, propiedades y proposiciones no pueden entenderse como cosas, esto no impide que sean genuinas entidades objetivas. De todos modos, Ryle es más bien duro al calificar todo el libro de Carnap como «una sorprendente síntesis de sofisticación técnica con ingenuidad filosófica» (1949, p. 72), y no concibe que las expresiones puedan ser significativas aun cuando no nombren objetivamente nada. Para defenderse, Carnap adopta posiciones que entiendo muy próximas al nominalismo: «(Ryle) se equivoca al considerar que mi método semántico supone una creencia en la realidad de entidades abstractas, puesto que yo rechazo una tesis de este tipo considerándola un pseudoenunciado metafísico» (1950, p. 414). Quizá con esta última consideración pretende Carnap desligarse del nominalismo, pero creo que no lo consigue. De hecho, tanto los nominalistas como los miembros del Círculo mantienen la misma postura respecto a las entidades abstrac-

12 En particular, a un predicador le corresponde como extensión la clase correspondiente, mientras que su intensión es la correspondiente propiedad; la extensión de una sentencia es su valor de verdad, mientras que su intensión consiste en la proposición por ella expresada; igualmente, la extensión de una expresión individual es el individuo al que se refiere, mientras que su intensión es el concepto expresado por ella (*cf.* 1947, pp. 23 ss.).

tas. En resumen, parece que Carnap es más nominalista de lo que dice y Field es más neopositivista de lo que piensa.

IV. ALGUNAS CONSECUENCIAS

Quiero concluir poniendo de manifiesto cómo el paralelismo de los planteamientos de ambos autores conduce a otros aspectos en los que también se observa algún grado de coincidencia. En primer lugar, hay que señalar que ambos tienen que someterse a aquello que pretenden superar, y hacen uso de la matemática clásica de sesgo platónico para justificar sus teorías. Así, Field es consciente de que la demostración del teorema de representación supone aceptar precisamente aquello que trata de rechazar, o sea, el punto de vista platónico sobre la aplicabilidad de la matemática en la física. Aún más, no sólo justifica esa utilización, sino que vuelve el problema contra el propio platonismo:

> Puede pensarse que había algo equivocado acerca del uso de métodos platonistas de prueba en un argumento a favor del nominalismo. Pero realmente hay aquí poca dificultad: si tengo éxito al probar *platónicamente* que no se necesitan entidades abstractas para las inferencias ordinarias acerca del mundo físico o para la ciencia, entonces cualquiera que pretenda *argumentar* en favor del platonismo no podrá confiar en el argumento de Quine de que la existencia de entidades abstractas es una suposición indispensable. [...] El resultado entonces [...] es que el platonismo queda en una posición inestable: supone su propia injustificabilidad (1980, pp. 5-6).

Por su parte, Carnap se encuentra en una situación semejante al tratar de establecer un criterio formal de validez que permita determinar las condiciones necesarias y suficientes que debe cumplir un enunciado para ser válido en el sentido como se entiende en la matemática clásica (*cf.* 1937, pp. 98 ss.). En primer lugar, los criterios de validez definidos del tipo de los que defienden los intuicionistas, suponen un recorte de la matemática clásica, que los inutilizan para su propósito. Los sistemas establecidos sobre los métodos de derivación habitualmente usados, o métodos-d como los llama Carnap, si bien son eficaces, son todos incompletos, como puso de manifiesto Gödel. Por ello, Carnap, para superar la indecibilidad, se ve obligado a introducir los métodos de consecuencia o métodos-c, en los cuales el número de pasos de una deducción puede ser indefinido y en el que el número de premisas no necesita ser finito. Pero, a pesar de todo, los métodos-d continúan siendo los fundamentales. Esto significa que para toda prueba estricta de cualquier enunciado en cualquier dominio, debe, como último recurso, hacerse uso de ellos, inclusive para el establecimiento de un método-c, más amplio que cualquier método-d. En definitiva, el que queda como fundamental es siempre el método de derivación, «incluso en la demostración de la propia relación de consecuencia» (1937, p. 39).

Concluyo señalando otra coincidencia entre ambos autores relativa a los criterios elegidos para seleccionar el lenguaje matemático utilizado para cada ocasión, con idea de utilizarlo en una teoría científica concreta. Field se ve obligado a admitir lenguajes de segundo orden al establecer las leyes-puente con objeto de que la física nominalista y la matemática añadida no sean compartimentos estancos[13]. Pero el criterio que ha seguido para esta problemática decisión es pragmático. No cabe duda, indica, de que, a nivel operativo, tan ventajoso puede ser utilizar una lógica compacta y recursivamente axiomatizable, como el reducir a un mínimo todos los compromisos ontológicos, intentando –como pretende en su desarrollo– evitar lenguajes de orden superior. Decidirse por un camino o por otro es algo que no puede llevarse a cabo desde una perspectiva estrecha, sino que tiene que ser contemplado desde el ámbito global de la teoría en cuestión. No cabe duda, indica, de que tiene sus ventajas el utilizar sólo un fragmento compacto y recursivamente axiomatizado de la lógica al desarrollar la física, y también hay ventajas al reservar los compromisos ontológicos a un mínimo; la cuestión es hacer una elección acerca de cuál de los dos objetivos es el más importante. En este sentido, dice Field, «me parece que la metodología a emplear al hacer tales decisiones es holística: deberíamos guiarnos por razones de simplicidad y elegancia de toda la teoría. Parece totalmente irrazonable insistir en detenerse en el requerimiento de que la lógica se conserve compacta y recursivamente numerable *cualquiera que sea* el coste para la ontología; es la simplicidad del *esquema conceptual completo* lo que debería contar» (1980, p. 97).

A su vez, Carnap cuantifica sobre variables de niveles superiores y por eso se gana la crítica de Quine (1953, p. 41), que lo tildará de platónico realista[14]. No obstante, los criterios para introducir estos aspectos problemáticos son estrictamente pragmáticos. La decisión de aceptar un determinado lenguaje –Carnap se está refiriendo al lenguaje de las cosas, pero podría generalizarse– está influenciada, ya se ha dicho, por el conocimiento teórico de que se disponga, pero lo decisivo serán los propósitos con los que se pretende usar el lenguaje introducido. En este sentido «la eficiencia, la fecundidad y la simplicidad del uso del lenguaje [...] pueden encontrarse entre los factores decisivos» (1950, p. 404).

13 Éste es, quizás, el punto del programa de Field que más críticas ha generado. De todas ellas, creo que la más virulenta se debe a Shapiro (1983a), que pone de manifiesto cómo el nominalismo de Field se encuentra con problemas semejantes a los del formalismo de Hilbert respecto a los teoremas de Gödel.

14 A su vez, Carnap indicará que semejante atribución por parte de Quine se debe, según comunicación personal de éste, a su aceptación de lenguajes para las matemáticas con variables de niveles superiores (1950, p. 411, n.6).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

AYER, A. J. 1936: *Lenguaje, verdad y lógica*. tr. Marcial Suárez, Barcelona: Martínez Roca, 1976.

AZZOUNI, J. 1994: *Metaphysical myths, mathematical practice: the ontology and epistemology of the exact sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.

BURGESS, J. P. 1983: «Why I am not a nominalist», *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 24, pp. 91-105.

CABA, A. 1996: «Aspectos problemáticos en el nominalismo de Field», en A. Estanny y D. Quesada (eds.), *Actas del II Congreso de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia en España*, Barcelona, pp. 100-104.

CARNAP, R. 1937: *The logical syntax of language*. London: Routledge and Kegan Paul, 1971.

____ 1947: *Meaning and necessity*. Chicago: Chicago University Press.

____ 1950: «Empirismo, semántica y ontología», en J. Muguerza (ed.), *La concepción analítica de la filosofía*. Madrid: Alianza, 1981, pp. 400-419.

____ 1963: «Intellectual autobiography», en P. A. Schilpp (ed.), *The philosophy of Rudolf Carnap*. La Salle, Illinois: Open Court, pp. 3-84.,

FIELD, H. 1972: «Tarski's theory of truth», *Journal of Philosophy*, 69, pp. 347-375.

____ 1980: *Science without numbers. A defense of nominalism*. Princeton: Princeton University Press.

____ 1989: *Realism, mathematics and modality*. Cambridge, Mass.: Blackwell.

GOODMAN, N. D. 1990: «Mathematics as natural science», *The Journal of Symbolic logic*, 55, pp. 182-193.

HEMPEL, C. G. 1945 «On the nature of mathematical truth», en P. Benacerraf y H. Putnam, *Philosophy of mathematics. Selected readings*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983, pp. 377-393.

LORENZO, J. de, 1992: «Matemática y filosofía: sus 'nefastas' influencias mutuas. 'Nuevas' filosofías de la matemática», *El Basilisco*, 2ª época, nº13, pp. 3-13.

MADDY, P. 1990: *Realism in mathematics*. Oxford: Clarendon Press.

PUTNAM, H. 1975 «What is mathematical truth?», en H. Putnam 1981, pp. 60-78.

____ 1981: *Philosophical papers*, vol.1: *Mathematics, matter and method*. Cambridge: Cambridge University Press.

QUINE, W. V. 1953: *Desde un punto de vista lógico*. tr. Manuel Sacristán, Barcelona: Orbis, 1984.

RESNIK, M. D. 1988: «Mathematics from the structural point of view», *Revue international de Philosophie*, 42, no.167, pp. 400-424.

RYLE, G. 1949: «Meaning and necessity», *Philosophy*, 24, pp. 69-76.

SHAPIRO, S. 1983: «Mathematics and reality», *Philosophy of science*, 50, pp. 523-548.

____ 1983a: «Conservativeness and incompleteness», *Journal of Philosophy*, 80, pp. 521-531.

WITTGENSTEIN, L. 1921: *Tractatus logico-philosophicus*, tr. de Enrique Tierno Galván, Madrid: Alianza, 1973.

____ 1939: *Wittgenstein's lectures on the foundations of mathematics*, D. Cora, ed., Chicago: Chicago University Press, 1976.

Antonio Caba Sánchez es profesor asociado del Area de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Universidad de Málaga, y catedrático de Matemáticas de Bachillerato. Es autor de *La filosofía de la aritmética en Rudolf Carnap* (Málaga: Universidad de Málaga, 1993), así como de diversos artículos sobre filosofía y metodología de las matemáticas, que constituyen la línea central de su investigación.

Dirección Postal: Departamento de Filosofía, Universidad de Málaga, Facultad de Filosofía y Letras, Campus de Teatinos, E-29071 Málaga.