# Dialogique temporelle et hybridation

*Laure Damien, Marie-Hélène Gorisse, Shahid Rahman*
Université de Lille 3

**Résumé :** L'objectif de cet article est de donner une interprétation dialogique de la logique temporelle standard. Dans ce cadre, nous utiliserons les *langages hybrides* dont Patrick Blackburn s'est servi pour caractériser la logique modale comme logique dialogique.

**Abstract:** The aim of the paper is to offer a dialogical interpretation of standard temporal logic. This interpretation will use *hybrid languages* which were used by Patrick Blackburn to characterize modal logic as dialogical logic.

*Philosophia Scientiæ*, 8 (2), 2004, 17–38.

Répondant à un article de Rahman et Rückert [Rahman & Rückert 2001a] sur la dialogique modale, Patrick Blackburn [Blackburn 2001a] a suggéré que la logique modale devrait être comprise comme une logique dialogique. Et cette dernière doit être comprise dans le contexte des langages hybrides dans lequel les conditions structurelles du modèle sont introduites au niveau du langage objet. Un des points intéressants est que les dispositifs formels appliqués par Patrick Blackburn peuvent être utilisés pour étudier ce que précisément nous concevons comme étant le passage de la pragmatique dialogique à la sémantique dialogique. Ceci a déjà été discuté en détail dans [Rahman & Keiff 2004].

Au-delà de cet arrière-plan général sur la théorie dialogique de la signification, deux choses justifient l'introduction des langages hybrides en dialogique temporelle au moyen même des stratégies que Blackburn a développées pour ceux de la logique temporelle [Blackburn 2001b] :

Dans la logique temporelle, il semble évident que la construction de la logique devrait commencer par le concept sémantique (informel) de temps qui déterminera ensuite les conditions structurelles (c'est-à-dire la relation entre les contextes) des modèles en question. En effet, dans cette logique, il paraît peu probant de commencer avec des formules reconnues comme valides pour ne rechercher qu'ensuite les conditions structurelles correspondantes qui produiraient cette validité car nos intuitions temporelles semblent concerner la structure même du temps, contrairement aux intuitions modales qui elles ont pour objet principal la validité des différents principes logiques plus que la relation entre les contextes (ou mondes possibles). On peut même concevoir la dialogique temporelle comme un jeu dans lequel les conditions structurelles seront, au fil du dialogue, rendues explicites par le **P**roposant. Ce sont ces conditions structurelles qui détermineront la notion de temps du proposant et la validité des formules en question. Dans cette optique, rendre explicite une règle donnée d'un dialogue au cours de ce dialogue, c'est-à-dire l'exprimer *dans le langage objet propositionnel*, c'est faire de cette règle (qui jusqu'à ce point n'avait été qu'implicitement admise) l'objet de l'argument. Faisons par exemple l'hypothèse que le proposant admet que la validité de la formule $\alpha$ est déterminée par une structure linéaire du temps, et que l'on sait qu'il peut gagner un dialogue qui possède une structure linéaire. L'**O**pposant pourrait à ce moment-là réagir et contre-attaquer : $\alpha$ peut aussi bien être gagnée dans un modèle avec un temps ramifié et ne peut en aucun cas caractériser la linéarité. Ainsi, certaines des règles implicitement fixées et déterminant une partie de la signification (structurelle) globale de la formule en question sont à présent remises en cause et donc (de façon pragmatique) exposées à certains changements (globaux) de signification. Cependant, une fois le jeu terminé, une sémantique globale, peut-être même nouvelle, sera fixée. La dynamique de tels jeux a déjà été développée pour la logique non temporelle par [Rahman & Keiff 2004]. Nous ne nous attarderons pas ici sur ces dialogues, mais établirons leurs bases.

Puisque dans le langage naturel nous parlons de/avec des indices temporels, nous avons normalement le moyen de comprendre une assertion en distinguant deux contextes temporels. C'est-à-dire qu'il est possible qu'une proposition donnée *A dans un contexte temporel t* soit vraie à partir du contexte temporel $t'$ – qui peut être différent de t – une fois que l'assertion a été énoncée. [Blackburn 2001a] appelle cet aspect des usages d'expressions temporelles, la « référentialité du temps ». Si nous désirons profiter de ce bel avantage du langage naturel pour notre langage formel, le langage hybride semble être la voie la plus appropriée.

Nous discuterons ici d'un cas particulièrement simple : la dialogique temporelle des instants, et non celle des intervalles. Une fois le cas le plus simple énoncé, le concept plus complexe d'intervalles temporels pourra ailleurs être aisément développé – notamment parce que [Blackburn 2001b] a déjà formalisé certaines caractéristiques du temps conçu comme intervalle. A présent, commençons avec la dialogique temporelle standard non hybride.

# 1 Brève introduction à la logique temporelle

## 1.1 La syntaxe

Comme Patrick Blackburn [Blackburn 2001b] l'a déjà remarqué, deux grandes idées ont fondé la création de la logique temporelle par Arthur Prior ([Prior 1957], [Prior 1967]). La première est syntaxique : Prior a observé que les énoncés du langage naturel fonctionnent davantage comme des opérateurs modaux. La deuxième idée est sémantique : il a remarqué que le discours de tous les jours présuppose une vision des événements interne ou centrée autour d'un observateur, c'est-à-dire que passé, présent et futur n'ont de sens que relativement à un contexte.

En effet, dans la logique temporelle de base, la « tense logic » de Prior, les opérateurs temporels sont au nombre de quatre. Ils constituent une extension de la logique propositionnelle :

| | possible | nécessaire |
|---|---|---|
| Futur | $\mathbf{F}\varphi$ | $\mathbf{G}\varphi$ |
| Passé | $\mathbf{P}\varphi$ | $\mathbf{H}\varphi$ |

## 1.2 La sémantique

Nous pouvons désormais définir une sémantique pour ces opérateurs : Le modèle $\mathcal{M}$ est un triplet $\langle$T, R, V$\rangle$ où :

1. T est un ensemble non vide d'objets intuitivement compris comme des contextes temporels t.
2. R est une relation binaire sur T (telle que techniquement, R $\subseteq$ T$\times$T) intuitivement comprise comme « antérieur à ».
3. V est une fonction de valuation $\mathrm{V}_t(a)$ qui assigne une valeur de vérité pour chaque paire consistant en une lettre propositionnelle $a$ et en un contexte temporel $t$.

Selon ce cadre, qui est souvent appelé « axe temporel »[1], nous avons donc :

$$\mathrm{V}_{\mathcal{M},t}\ (\mathbf{G}\varphi) = 1 \text{ ssi } \forall\ t\text{'}\in\mathrm{T} \text{ tel que } t\mathrm{R}t\text{'},\ \mathrm{V}_{\mathcal{M},t\text{'}}\ (\varphi) = 1.$$
$$\mathrm{V}_{\mathcal{M},t}\ (\mathbf{F}\varphi) = 1 \text{ ssi } \exists\ t\text{'}\in\mathrm{T} \text{ tel que } t\mathrm{R}t\text{'},\ \mathrm{V}_{\mathcal{M},t\text{'}}\ (\varphi) = 1.$$
$$\mathrm{V}_{\mathcal{M},t}\ (\mathbf{H}\varphi) = 1 \text{ ssi } \forall\ t\text{'}\in\mathrm{T} \text{ tel que } t\text{'}\mathrm{R}t,\ \mathrm{V}_{\mathcal{M},t\text{'}}\ (\varphi) = 1.$$
$$\mathrm{V}_{\mathcal{M},t}\ (\mathbf{P}\varphi) = 1 \text{ ssi } \exists\ t\text{'}\in\mathrm{T} \text{ tel que } t\text{'}\mathrm{R}t,\ \mathrm{V}_{\mathcal{M},t\text{'}}\ (\varphi) = 1.$$

Arrivés à ce stade, nous ne pouvons que remarquer la similitude entre logique temporelle et logique modale. Il nous suffit de remplacer dans la sémantique « contextes temporels $t$ » par « mondes $k$ », « relation d'antériorité » par « relation d'accessibilité », et « fonction $\mathrm{V}_t$(a) » par « fonction $\mathrm{V}_k$(a) ». De plus, les opérateurs **G** et **H** sont les analogues de l'opérateur modal de nécessité $\Box$ respectivement pour le futur et le passé, et les opérateurs **F** et **P**, ceux de l'opérateur modal de possibilité $\Diamond$. Et de même qu'en logique modale, les deux paires d'opérateurs temporels sont inter-définissables au regard des équivalences suivantes :

$$\mathbf{P}A \quad\equiv\quad \neg\mathbf{H}\neg A$$
$$\mathbf{F}A \quad\equiv\quad \neg\mathbf{G}\neg A$$

[1]T et R forment une structure qui est appelée « frame », ou « cadre », en logique modale ; et « axe temporel » en logique temporelle.

Certaines logiques ont exploité ces relations, pour, à l'intersection de différentes modalités, exprimer les contrefactuels, c'est-à-dire les expériences mentales du type « si ... alors » utilisées dans la plupart des sciences pour la mise en évidence des relations entre phénomènes, comme nous l'avons vu dans l'exemple du physicien. D'autres opérateurs et des approches sans opérateurs peuvent être ajoutés à celle-ci mais, pour notre introduction à la dialogique temporelle, cela est suffisant.

# 2 La dialogique temporelle

## 2.1 Règles de particule

Pour faire une telle dialogique[2], il faut tout d'abord établir les règles d'attaque et de défense pour les quatre particules que sont nos quatre opérateurs temporels.

| Situation | Attaque | Défense | |
|---|---|---|---|
| $t$ $\mathbf{P}A$ | $t$ ?$\mathbf{P}$ | $t$'($t$'R$t$) $A$ | Le défenseur choisit |
| $t$ $\mathbf{F}A$ | $t$ ?$\mathbf{F}$ | $t$'($t$R$t$') $A$ | Le défenseur choisit |
| $t$ $\mathbf{H}A$ | $t$ ?$\mathbf{H}t$' | $t$'($t$'R$t$) $A$ | L'attaquant choisit |
| $t$ $\mathbf{G}A$ | $t$ ?$\mathbf{G}t$' | $t$'($t$R$t$') $A$ | L'attaquant choisit |

La dialogique modale et temporelle est une explication systématique de la notion explicite de contexte dans la mesure où cette dernière est introduite au niveau propositionnel du langage objet. En dialogique temporelle, les coups sont donc des expressions dialogiques avec le label supplémentaire indiquant le contexte dans lequel le coup a été effectué. Cela signifie que *la situation de jeu* (cf. la définition de la *situation de jeu* dans l'Introduction à la dialogique modale et hybride dans ce volume) induite par la formule modale est représentée par $\langle \mathrm{R}, \sigma, A, \lambda\rangle$, où R, $\sigma$ et $A$ demeurent inchangés, tandis que $\lambda$ est une assignation des contextes aux formules. Ainsi les opérateurs $\mathbf{H}$ (respectivement $\mathbf{G}$) et $\mathbf{P}$ (respectivement $\mathbf{F}$) sont définis de la manière suivante :

**Règle de particule pour H (resp. G) :** De $\mathbf{H}A$ $t$ (resp. $\mathbf{G}A$ $t$) suit $\langle \mathrm{R}, \sigma, A, \lambda_{A/t'}\rangle$, comme réponse au coup $?_{\mathbf{H}/t'}$ (resp. $?_{\mathbf{G}/t'}$ ) de l'attaquant où $\lambda_{A/t'}$ est une assignation du contexte $t'$ ($t'\mathrm{R}t$) (resp. $t\mathrm{R}t'$) à la formule $A$, et $t'$ est un contexte choisi par l'attaquant.

[2] Voir 'Introduction à la dialogique modale et hybride' dans ce volume.

**Règle de particule pour P (resp. F) :** De $\mathbf{P}A$ (resp. $\mathbf{F}A$) suit une situation de jeu $\langle$R, $\sigma$, $A$, $\lambda_{A/t'}\rangle$, comme réponse au coup $?_{\mathbf{P}}$(resp. $?_{\mathbf{F}}$) de l'attaquant, où $\lambda_{A/t'}$ est une assignation du contexte $t'$ ($t'$R$t$) (resp. $t$R$t'$) à la formule $A$, et $t'$ est un contexte choisi par le défenseur[3].

## 2.2 Règles structurelles

C'est le cœur même du travail de la logique temporelle. Rappelons-le : « Quelles propriétés de l'axe temporel faut-il établir pour construire notre logique ? ». En termes dialogiques, quelles extensions des règles structurelles `SR-ST0` à `SR-ST6` faut-il établir pour obtenir des règles de victoire dans un dialogue dans lequel les formules sont des expressions temporelles ? C'est-à-dire que nous allons travailler sur les différentes manières d'accéder à *t'* à partir de $t$ et, ce faisant, sur les différentes représentations du temps qui en résultent.

Tout d'abord, le jeu dialogique est une méthode de vérification contextuelle. Précisons à présent comment y introduire la notion de contexte (dialogique) temporel.

Les contextes dialogiques temporels constituent toujours un ensemble de coups. Les contextes sont ordonnés (totalement ou partiellement selon les propriétés de l'axe temporel) par une relation de succession obéissant aux fameuses règles qui définissent un arbre. On suppose que la thèse a été établie dans un contexte dialogique qui constitue l'origine de l'arbre. Le contexte dialogique initial est numéroté 1. Ses $n$ successeurs immédiats sont numérotés 2, 3, etc. Le successeur immédiat d'un contexte temporel $t$ est dit être *de rang +1,* le prédécesseur immédiat de $t$ est dit être *de rang –1.* Et ainsi de suite pour des rangs de degrés arbitrairement supérieurs ou inférieurs. Dans le cas où l'axe temporel est conçu comme dense, le système de numérotation sera changé selon.

Pour les règles suivantes, nous aurons besoin de la définition ci-dessous :

**Définition** *(choix des contextes dialogiques temporels)* : Un contexte $t$ est dit être *choisi* par X quand X choisit le contexte temporel défini par le label $t$ lors d'une attaque contre une formule modale de la forme H$A$ et G$A$, ou lorsqu'il défend une formule de la forme P$A$ ou F$A$ (pour toute formule $A$). Le contexte temporel défini par le label $t$ est dit être *nouveau* s'il n'a jamais été choisi auparavant. Un contexte dialogique

[3]Ceci est une adaptation de la formulation de la logique modale dans [Rahman & Keiff 2004].

temporel ayant le label $t$ est dit avoir été *introduit* si et seulement si le contexte temporel ayant le label $t$ est nouveau. On considère que le contexte initial est donné lors de l'établissement de la thèse et, qu'il ait ou non été choisi auparavant, il n'est pas nouveau.

Les règles structurelles suivantes sont valides pour tout cadre temporel (à l'exception du temps circulaire) ; les autres règles structurelles caractérisant les différents axes temporels seront introduites au fur et à mesure.

1. **P** commence toujours par le contexte temporel $t_1$.
2. ***Par défaut,*** **O** peut introduire un contexte temporel à chaque fois que les autres règles le lui permettent. **P** ne peut pas introduire un contexte et ses choix, lorsqu'il en ouvre un, sont restreints par les règles structurelles adéquates reconstruisant les propriétés de R, spécifiquement pour la notion d'axe temporel en question[4].
3. ***Par défaut,*** nous supposerons que la relation R est irréflexive, antisymétrique et transitive. Concernant l'irréflexivité, cela équivaut à l'interdiction pour le proposant de choisir le contexte temporel dans lequel il est en train de jouer.

   L'asymétrie a été implicitement supposée dans les règles de particules : cela interdit au proposant qui joue en $t$ avec un opérateur « passé » de choisir un contexte dialogique temporel (donné) $t$' : $<t, t'>$. La même chose vaut lorsque **P** joue avec un opérateur « futur ».

   La transitivité autorise **P** à supposer que si ($t_i$R$t_j$) et ($t_j$R$t_k$) sont donnés, alors on a aussi ($t_i$R$t_k$), et ainsi **P** peut choisir $t_k$ à partir de $t_i$. **Ceci sous la condition que l'asymétrie et l'irréflexivité soient respectées[5].**

### 2.2.1 Le temps discret

Une des conceptualisations courantes du temps est celle de la série des nombres. Dans celle-ci, la relation d'accessibilité « antérieur à » a emprunté au domaine des mathématiques la notation « $<$ ». Par exemple,

[4]En réalité, du point de vue des jeux en tant que procédures actuelles (subjectives), il peut advenir que le sujet qui joue le rôle de **O** ne soit pas suffisamment pertinent pour voir que sa meilleure stratégie est d'ouvrir un contexte temporel nouveau à chaque fois qu'il le peut ; mais nous supposerons en général que **O** effectue le meilleur coup possible.

[5]Puisque la circularité est définie par la transitivité, la symétrie et la réflexivité.

prenons la série des nombres entiers $\{1\,;\,2\,;\,3\,;\,\ldots\}$ comme représentant les différents contextes qui nous sont accessibles, à savoir $t_1$, $t_2$, $t_3$, ... Dans cette optique où les contextes temporels sont déterminés, **P** ne peut les utiliser que si **O** les a déjà concédés. Il faut prêter attention au fait que, au coup 7, **O** ne choisira pas $t_1 \mathrm{R} t_3$ car il est en $t_2$. **P** peut gagner car la transitivité a été présupposée pour le passé et le futur. Etudions le cas du futur :

| | | **O** | | | **P** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\mathbf{FF}a \to \mathbf{F}a$ | 0 | $t_1$ |
| $t_1$ | 1 | $\mathbf{FF}a$ | 0 | | $\mathbf{F}a$ | 2 | $t_1$ |
| $t_1$ | 3 | $?\mathbf{F}$ | 2 | | $a$ | 8 | $t_3$ $(t_1 \mathrm{R} t_3)$ |
| $t_2$ $(t_1 \mathrm{R} t_2)$ | 5 | $\mathbf{F}a$ | | 1 | $?\mathbf{F}$ | 4 | $t_1$ |
| $t_3$ $(t_2 \mathrm{R} t_3)$ | 7 | $a$ | | 5 | $?\mathbf{F}$ | 6 | $t_2$ |

**P** gagne car la transitivité lui permet de choisir un contexte temporel d'une profondeur arbitraire dans le futur. Ce cas permet à **P** de supposer que si $(t_1 \mathrm{R} t_2)$ et $(t_2 \mathrm{R} t_3)$, alors on a aussi $(t_1 \mathrm{R} t_3)$.

Mais en procédant ainsi, on remarque très vite que jusqu'ici la représentation du temps a été celle d'un ordre discret. Toutefois, on peut également supposer un ordre dense.

### 2.2.2 La densité

C'est ce qu'on appelle aussi le temps continu. Autrement dit, dans certaines représentations, les nombres entiers ne suffisent pas et les nombres rationnels conviennent davantage. On peut conceptualiser la densité de deux manières, l'illimité dans un intervalle[6], et l'illimité dans le passé ou le futur.

• **La densité dans un intervalle** Tout d'abord, voyons l'illimité dans un intervalle. Dans cette conception il y a toujours un autre contexte temporel entre deux contextes, ce qui peut être rendu par la formule $\mathbf{F}a \to \mathbf{FF}a$.

[6]Notre unité de travail est celle de l'instant et non celle de l'intervalle, contrairement à des études comme celle d'Arthur Prior sur la « metric tense logic ». Ainsi, dans cet exemple, c'est à partir de la notion d'instant que nous étudierons celle d'intervalle.

| | O | | | | P | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\mathbf{F}a \rightarrow \mathbf{FF}a$ | 0 | $t_1$ |
| $t_1$ | 1 | $\mathbf{F}a$ | 0 | | $\mathbf{FF}a$ | 2 | $t_1$ |
| $t_1$ | 3 | $?\mathbf{F}$ | 2 | | $\mathbf{F}a$ | 6 | $t_{1.1}$ ($t_1 \mathrm{R} t_{1.1}$, $t_{1.1} \mathrm{R} t_2$) |
| $t_2$ ($t_1 \mathrm{R} t_2$) | 5 | $a$ | | 1 | $?\mathbf{F}$ | 4 | $t_1$ |
| $t_{1.1}$ | 7 | $?\mathbf{F}$ | 6 | | $a$ | 8 | $t_2$ |

Ainsi, dans ce dialogue, **P** a pu, au coup 4, ouvrir le contexte temporel $t_{1.1}$ en réponse à l'attaque « ?**F** », c'est-à-dire que l'opposant et le proposant posent $a$ dans le même contexte futur quel que soit le nombre de contextes futurs intermédiaires ouverts par le proposant. Mais pour gagner ce dialogue, nous avons dû présupposer une règle structurelle, qui est une modification de la règle structurelle (ii) :

**(ii'a).** Le proposant a le droit d'ouvrir un nouveau contexte dialogique temporel entre deux contextes temporels déjà posés en réponse à une attaque.

• **L'illimité dans le passé ou le futur.** Le principe $\neg\mathbf{G}(A \wedge \neg A)$ exprime le fait que le temps ne s'arrête jamais, puisque $\mathbf{G}(A \wedge \neg A)$ ne pourra être vrai qu'au tout dernier moment. Nous constaterons que P gagnera car il peut ouvrir un nombre illimité de contextes temporels. De la même manière, $\neg\mathbf{H}(A \wedge \neg A)$ exprime le fait que le temps ne débute jamais. Ce que l'on formule par la règle :

**(ii'b).** Lors d'une attaque $?\mathbf{G}t$ ou $?\mathbf{H}t$, le proposant a le droit d'ouvrir n'importe quel nouveau contexte temporel $t$, respectivement dans le futur ou le passé.

| | O | | | | P | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\neg\mathbf{G}(a \wedge \neg a)$ | 0 | $t_1$ |
| $t_1$ | 1 | $\mathbf{G}(a \wedge \neg a)$ | 0 | | – | | |
| $t_2$ | 3 | $a \wedge \neg a$ | | 1 | $?\mathbf{G}t_2(t_1 \mathrm{R} t_2)$ | 2 | $t_1$ |
| $t_2$ | 5 | $a$ | | 3 | $?_G$ | 4 | $t_2$ |
| $t_2$ | 7 | $\neg a$ | | 3 | $?_D$ | 6 | $t_2$ |
| $t_2$ | | $\otimes$ | | 7 | $a$ | 8 | $t_2$ |

**O** perd.

Dans ce dialogue, nous voyons qu'au coup 2, le proposant peut choisir n'importe quel contexte temporel futur. De cette façon, une représentation du temps dense, que ce soit l'illimité dans un intervalle ou l'illimité dans le passé et/ou le futur serait, par exemple, la suite : **-n** ; ... ; -1,48 ; 0 ; $\pi$ ; 42168 ; ... ; **n**.[7]

On peut noter dans l'exemple suivant que si le temps s'arrête, disons à $t_{n+1}$, alors **P** gagne le dialogue $\mathbf{G}(A \wedge \neg A)$ puisque **O** (en vertu de la définition de ce modèle) n'a accès à aucun contexte temporel lui permettant d'attaquer (et ni la réflexivité ni la symétrie ne peuvent être utilisées).

| | **O**<br><br>**Concession :** les joueurs ne peuvent utiliser que les contextes temporels inférieurs ou égal à $t_{n+1}$ | **P** | |
|---|---|---|---|
| | | ........... | $t_n$ |
| $t_{n+1}$ | $\otimes$ | $\mathbf{G}(a \wedge \neg a)$ | $t_{n+1}$ |
| | **O** perd | | |

### 2.2.3 Le temps connecté

Les propriétés précédentes ont mis en lumière les différentes façons d'introduire un nouveau contexte temporel. Ceci fait, nous pouvons dès lors nous intéresser à la question des relations entre ces contextes temporels.

Soit le principe $\mathbf{P}a \rightarrow \mathbf{H}(\mathbf{F}a \vee a \vee \mathbf{P}a)$. Il représente le temps connecté dans le passé, un temps dans lequel chaque instant a une relation d'antériorité ou de postériorité avec les autres contextes temporels. Or tout schématisme linéaire semble avoir ce pré-requis d'une relation finale entre tous ses composants eu égard à leurs juxtapositions successives. C'est pourquoi cette propriété est généralement utilisée pour définir le temps

[7] Pour ce caractère illimité du temps, il faut toutefois prêter attention au problème d'une régression à l'infini. En effet, étant donné que le proposant peut ouvrir autant de contextes qu'il le souhaite, soit intermédiaires, soit dans le passé et le futur, il y a de grands risques de reconduire à l'infini un dialogue dans le but d'éviter un échec. Ce problème n'est pas simple et apparaît dans de nombreuses dialogiques, ainsi qu'en logique modale standard avec transitivité. Une des manières de s'en affranchir est de formuler une adaptation convenable de la règle ST5 de répétition.

linéaire. Mais de quelles propriétés de l'axe temporel avons-nous besoin pour qu'un tel principe soit valide ? Pour le savoir, faisons les dialogues[8] :

| | | **O** | | | **P** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\mathbf{P}a \to \mathbf{H}(\mathbf{F}a \vee a \vee \mathbf{P}a)$ | 0 | $t_1$ |
| $t_1$ | 1 | $\mathbf{P}a$ | 0 | | $\mathbf{H}(\mathbf{F}a \vee a \vee \mathbf{P}a)$ | 2 | $t_1$ |
| $t_1$ | 3 | $?\mathbf{H}t_2(t_2\mathrm{R}t_1)$ | 2 | | $\mathbf{F}a \vee a \vee \mathbf{P}a$ | 4 | $t_2$ |
| $t_2$ | 5 | $?_\vee$ | 4 | | $\mathbf{P}a$ | 10 | $t_2$ |
| $t_3(t_3\mathrm{R}t_1)$ | 7 | $a$ | | 1 | $?\mathbf{P}$ | 6 | $t_2$ |
| $t_3(t_3\mathrm{R}t_2)$ | 9 | | | 7 | $?\mathrm{R}\ (t_2, t_3)$ | 8 | $t_3$ |
| $t_2$ | 11 | $?\mathbf{P}$ | 10 | | $a$ | 12 | $t_3$ |

| | | **O** | | | **P** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\mathbf{P}a \to \mathbf{H}(\mathbf{F}a \vee a \vee \mathbf{P}a)$ | 0 | $t_1$ |
| $t_1$ | 1 | $\mathbf{P}a$ | 0 | | $\mathbf{H}(\mathbf{F}a \vee a \vee \mathbf{P}a)$ | 2 | $t_1$ |
| $t_1$ | 3 | $?\mathbf{H}t_2(t_2\mathrm{R}t_1)$ | 2 | | $\mathbf{F}a \vee a \vee \mathbf{P}a$ | 4 | $t_2$ |
| $t_2$ | 5 | $?_\vee$ | 4 | | $\mathbf{F}a$ | 10 | $t_2$ |
| $t_3(t_3\mathrm{R}t_1)$ | 7 | $a$ | | 1 | $?\mathbf{P}$ | 6 | $t_2$ |
| $t_3(t_2\mathrm{R}t_3)$ | 9 | | | 7 | $?\mathrm{R}\ (t_2, t_3)$ | 8 | $t_3$ |
| $t_2$ | 11 | $?\mathbf{F}$ | 10 | | $a$ | 12 | $t_3$ |

Dans ces deux dialogues, pour que la formule soit gagnée par **P**, le proposant doit donc savoir où l'opposant a placé $t_3$ non seulement par rapport à $t_1$, mais également par rapport à $t_2$. En effet, si $t_3$ et $t_2$ n'ont aucune relation d'accessibilité entre eux, **P** a perdu car il ne peut

[8]Les deux dialogues diffèrent au coup 9 car à partir de ce coup, le premier dialogue représente toutes les actions menées au sein du dialogue dans lequel $t_3$ est antérieur à $t_2$ ; et le second toutes les actions du dialogue dans lequel $t_3$ est postérieur à $t_2$.

accéder au seul temps dans lequel la formule atomique dont il a besoin a été concédée, à savoir $t_3$.

Ainsi, premièrement, si $t_3$ est antérieur à $t_2$, **P** gagne en posant **P**$a$ car alors il lui faudra montrer « $a$ » dans un monde antérieur à celui dans lequel il a dit **P**$a$, c'est-à-dire antérieur à $t_2$. Or $t_3$ ainsi défini par **O** constitue un tel monde et contient « $a$ ».

Deuxièmement, si c'est $t_2$ qui est antérieur à $t_3$, **P** gagne en posant **F**$a$ pour les mêmes raisons. Le proposant peut donc essayer les deux relations et il gagne soit avec le passé, soit avec le futur.

Et troisièmement, si à la réponse de l'attaque de la disjonction, coup 8, le proposant n'a pas envisagé le troisième choix, à savoir « $a$ », c'est que l'opposant ne lui concède qu'en $t_3$, et que dire « $a$ » à ce moment du jeu, c'est le placer en $t_2$, ce qui est impossible pour le proposant dans ce contexte[9].

A partir de cet exemple, nous pouvons formuler une quatrième règle structurelle :

**(iv)** :

1. Pour tous $t$, $t$', $t$" tels que $t$'R$t$ et $t$"R$t$, **P** peut exiger de **O** qu'il produise deux dialogues se définissant soit par $t$'R$t$" soit par $t$"R$t$' selon ce que lui-même choisit.
2. Pour tous $t$, $t$', $t$" tels que $t$R$t$' et $t$R$t$", **P** peut exiger de **O** qu'il produise deux dialogues se définissant soit par $t$'R$t$" soit par $t$"R$t$' selon ce que lui-même choisit.

Cette règle structurelle empêche donc l'opposant de choisir des temps qui n'ont pas de rapport d'antériorité entre eux. En termes de cadre temporel, cela empêche des représentations du temps telles que celle du temps ramifié. Toutefois, l'opposant n'est pas obligé, lorsqu'il ouvre un nouveau contexte temporel, de le définir par rapport à tous les contextes temporels déjà donnés dans le dialogue mais seulement par rapport à l'un d'eux. Cette propriété s'appelle aussi propriété de la trichotomie. Elle indique que seules trois situations sont possibles, à savoir $t$R$t$', $t$'R$t$, ou $t = t$' (il est fort probable que cette dernière possibilité n'apparaisse pas dans un jeu standard).

[9]Donc si, au coup 7, **O** fait un mauvais choix et pose $a$ en $t_2$, alors **P** gagne facilement en choisissant la partie centrale de la disjonction.

# 3 Patrick Blackburn par lui même : la dialogique temporelle hybride

## 3.1 Le langage hybride de la dialogique

Il nous faut d'abord enrichir notre langage afin de pouvoir référer aux contextes et à leur accessibilité au niveau des jeux, c'est-à-dire au sein même du langage-objet. Nous utiliserons une version de la dialogique modale hybride de [Blackburn 2001b] adaptée par [Rahman & Keiff 2004] et résumée dans l'Appendice ('Introduction à la dialogique modale et hybride', dans ce volume).

## 3.2 Les conditions de structure dans le langage-objet de la dialogique

C'est au moyen d'un tel langage que les conditions de structure peuvent être introduites dans le langage objet (cf. [Blackburn 2001a] et [Blackburn 2001b]) :

| | |
|---|---|
| *Réflexivité modale :* | $@_i\Diamond\nu_i$ |
| *Réflexivité temporelle :* | $@_{t_i}\mathbf{P}\nu_{t_i}$ *et* $@_{t_i}\mathbf{F}\nu_{t_i}$ |
| *Irréflexivité modale :* | $@_i\neg\Diamond\nu_i$ |
| *Irréflexivité temporelle :* | $@_{t_i}\neg\mathbf{P}\nu_{t_i}$ *et* $@_{t_i}\neg\mathbf{F}\nu_{t_i}$ |
| *Symétrie modale :* | $@_i\Box\Diamond\nu_i$ |
| *Symétrie temporelle :* | $@_{t_i}\mathbf{HP}\nu_{t_i}$ *et* $@_{t_i}\mathbf{GF}\nu_{t_i}$ |
| *Asymétrie modale :* | $@_i\neg\Diamond\Diamond\nu_i$ |
| *Asymétrie temporelle :* | $@_{t_i}\neg\mathbf{PP}\nu_{t_i}$ *et* $@_{t_i}\neg\mathbf{FF}\nu_{t_i}$ |
| *Transitivité modale :* | $\Diamond\Diamond\nu_i \rightarrow \Diamond\nu_i$ |
| *Transitivité temporelle :* | $\mathbf{PP}\nu_{t_i} \rightarrow \mathbf{P}\nu_{t_i}$ *et* $\mathbf{FF}\nu_{t_i} \rightarrow \mathbf{F}\nu_{t_i}$ |
| *Densité modale :* | $\Diamond\nu_i \rightarrow \Diamond\Diamond\nu_i$ |
| *Densité temporelle :* | $\mathbf{P}\nu_{t_i} \rightarrow \mathbf{PP}\nu_{t_i}$ *et* $\mathbf{F}\nu_{t_i} \rightarrow \mathbf{FF}\nu_{t_i}$ |
| *Sérialité modale :* | $\Diamond\nu_n$ |
| *Sérialité temporelle*[10] *:* | $\mathbf{P}\nu_{t_n}$ *et* $\mathbf{F}\nu_{t_n}$ |

[10] Où $n$ est une variable libre mais sera instanciée par le *défenseur.*

*Trichotomie modale :* $@_j\Diamond\nu_i \vee @_j\nu_i \vee @_i\Diamond\nu_j$
*Trichotomie temporelle :* $@_{t_j}\mathbf{P}\nu_{t_i} \vee @_{t_j}\nu_{t_i} \vee @_{t_i}\mathbf{F}\nu_{t_j}$

## 3.3 Quelques exemples

Maintenant que nous avons le langage hybride, nous pouvons commencer le dialogue avec un certain nombre de postulats explicites concernant la structure temporelle en question. C'est-à-dire que le proposant, ne se contentant pas seulement d'établir une thèse, exprimera également, et ce dans le langage objet, les conditions structurelles qu'il doit assumer pour que sa thèse soit valide. Dans un premier temps, l'opposant devra donc tester la thèse sous ces conditions. Il pourra ensuite tester cette thèse sous d'autres conditions. Le passage du premier au second type de coup est décrit par ce que nous appelons « *Structure Seeking Dialogues* », c'est-à-dire les dialogues dont la fonction est de rechercher la structure ([Rahman & Keiff 2004]), et que nous traiterons ici de façon moins formelle.

Décrivons le jeu pour la thèse $\neg\mathbf{G}(a \wedge \neg a)$, que le proposant a décidé de défendre sous les conditions de l'irréflexivité et de la sérialité, toutes deux définissant la notion de l'axe temporel correspondant :

| @ | | **O**<br>Conditions structurelles concédées :<br>CS1 : $@_{t_i}\neg\mathbf{F}\nu_{t_i}$<br>CS2 : $\mathbf{F}\nu_{t_n}$ | | | **P** | | @ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\neg\mathbf{G}(a \wedge \neg a)$ | 0 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_1}$ | 1 | $\mathbf{G}(a \wedge \neg a)$ | 0 | | $\otimes$ | | |
| $@_{t_1}(t_1\mathrm{R}t_2)$ | 3 | $\mathbf{F}\nu_{t_2}$ | | CS2 | $?_{t_n}$ | 2 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_2}$ | 5 | $\nu_{t_2}$ | | 3 | $?\mathbf{F}$ | 4 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_2}(t_1\mathrm{R}t_2)$ | 7 | $a \wedge \neg a$ | | 1 | $?\mathbf{G}t_2$ | 6 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_2}$ | 9 | $a$ | | 7 | $?_G$ | 8 | $@_{t_2}$ |
| $@_{t_2}$ | 11 | $\neg a$ | | 7 | $?_D$ | 10 | $@_{t_2}$ |
| | | $\otimes$ | | 9 | $a$ | 12 | $@_{t_2}$ |

**O** perd

Commentaire : il faut remarquer qu'après l'attaque de **O** contre la thèse, **P** doit contre- attaquer. Il cherche donc à forcer **O** à concéder l'accessibilité dont il a besoin. C'est exactement ce que visent les deuxième et quatrième coups. En effet, les réponses correspondantes de **O**, qui a introduit $\nu_{t_2}$ comme défense à l'attaque sur $\mathbf{F}\nu_{t_2}$ en $t_1$, permettent à **P** d'utiliser le contexte temporel appelé $\nu_{t_2}$ (qui est un rappel de la règle formelle d'accessibilité).

A partir de ce stade, le jeu procédera donc sur la contradiction posée par **O** au coup 7, et ce comme en logique propositionnelle classique. Il est alors manifeste que **P** gagne.

| @ | | **O**<br>Conditions structurelles concédées :<br>CS1 : $@_{t_i} \neg\mathbf{F}\nu_{t_i}$<br>CS2 : $\mathbf{FF}\nu_{t_i} \to \mathbf{F}\nu_{t_i}$ | | | **P** | | @ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $\mathbf{G}a \to \mathbf{GG}a$ | 0 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_1}$ | 1 | $\mathbf{G}a$ | 0 | | $\mathbf{GG}A$ | 2 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_1}$ | 3 | $?\mathbf{G}t_2(t_1\mathrm{R}t_2)$ | 2 | | $\mathbf{G}a$ | 4 | $@_{t_2}$ |
| $@_{t_2}$ | 5 | $?\mathbf{G}t_3(t_2\mathrm{R}t_3)$ | 4 | | $a$ | 14 | $@_{t_3}$ |
| $@_{t_1}(t_1\mathrm{R}t_3)$ | 7 | $\mathbf{FF}\nu_{t_3} \to \mathbf{F}\nu_{t_3}$ | | CS2 | $?_{t_i}(t_i/t_3)$ | 6 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_1}$ | 9 | $\mathbf{F}\nu_{t_3}$ | | 7 | $\mathbf{FF}\nu_{t_3}$ | 8 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_3}$ | 11 | $\nu_{t_3}$ | | 9 | $?\mathbf{F}$ | 10 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_3}$ | 13 | $a$ | | 1 | $?\mathbf{G}t_3$ | 12 | $@_{t_1}$ |

Dans ce dialogue, **P** ne peut contre-attaquer dès le coup 6 car il ne possède pas la relation $t_1\mathrm{R}t_3$ ; il force donc **O** à la lui donner en attaquant la concession CS2 de la transitivité.

On peut également faire des dialogues si l'on veut prouver les différentes relations entre les conditions structurelles. Faisons celui qui prouve que si la relation est irréflexive et transitive, alors elle est asymétrique :

| @ | | **O** | | | **P** | | @ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Conditions structurelles concédées : CS1 (irréflexivité) : $@_{t_i}\neg\mathbf{F}\nu_{t_i}$ CS2 (transitivité) : $\mathbf{FF}\nu_{t_i}\to\mathbf{F}\nu_{t_i}$ | | | | | |
| | | | | | $@_{t_i}\neg\mathbf{FF}\nu_{t_i}$ | 0 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_1}$ | 1 | $?_{t_i}(t_i/t_2)$ | 0 | | $\neg\mathbf{FF}\nu_{t_2}$ | 2 | $@_{t_2}$ |
| $@_{t_1}$ | 3 | $\mathbf{FF}\nu_{t_2}$ | 2 | | $\otimes$ | | |
| $@_{t_1}(t_1 \mathrm{R} t_2)$ | 5 | $\mathbf{FF}\nu_{t_2}\to\mathbf{F}\nu_{t_2}$ | | CS2 | $?_{t_i}(t_i/t_2)$ | 4 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_1}$ | 7 | $\mathbf{F}\nu_{t_2}$ | | 5 | $\mathbf{FF}\nu_{t_2}$ | 6 | $@_{t_1}$ |
| $@_{t_2}$ | 9 | $\nu_{t_2}$ | | 7 | $?\mathbf{F}$ | 8 | $@_{t_2}$ |
| $@_{t_2}$ | 11 | $\neg\mathbf{F}\nu_{t_2}$ | | CS1 | $?_{t_i}(t_i/t_2)$ | 10 | $@_{t_2}$ |
| | | $\otimes$ | | 11 | $\mathbf{F}\nu_{t_2}$ | 12 | $@_{t_2}$ |
| $@_{t_2}$ | 13 | $?\mathbf{F}$ | 12 | | $\nu_{t_2}$ | 14 | $@_{t_2}$ |

Après le coup 6, deux dialogues sont possibles :

1. **O** attaque le coup 6.
2. **O** répond à l'attaque avec le coup défensif 7.

Si **O** attaque 6, **P** effectuera une stratégie de copie et contre-attaquera la formule concédée par **O** au coup 3 et qui est identique à celle du coup 6. Nous laissons au lecteur le soin de développer la première stratégie et nous nous attacheons ici à la deuxième.

## 3.4 Tableaux

Le but de cette section est d'examiner la construction des tableaux dialogiques pour la logique temporelle. En fait, cette procédure est assez simple et ici nous ne ferons que suggérer les points principaux des tableaux de la dialogique non normale, laissant ainsi les détails au lecteur. Nous étudierons avec davantage de détails la connection conceptuelle des langages hybrides avec la stratégie dite *de Hintikka* concernant le traitement de la relation d'accessibilité lors de la construction de systèmes de tableaux pour la logique multi-modale.

### 3.4.1 Tableaux dialogiques non-hybrides pour les dialogiques modales

Comme nous l'avons mentionné dans l'appendice, la stratégie des jeux dialogiques introduite ci-dessous fournit les éléments pour construire un tableau sur la notion de validité dans lequel chaque branche est un dialogue. Suivant une des idées fondatrices de la dialogique, on atteint cette notion via celle de *stratégie de victoire* des jeux théorétiques. On dit que X a une stratégie de victoire s'il existe une fonction qui, pour tout coup possible de Y, donne le coup correct de X assurant la victoire dans ce jeu.

Effectivement, il est bien connu que les tableaux sémantiques usuels de Raymond Smullyan en forme d'arbre sont directement connectés avec les tableaux de stratégie générés par les jeux dialogiques et effectués pour tester la validité dans le sens défini par cette logique. Par exemple :

| Cas de (**O**) | Cas de (**P**) |
|---|---|
| $\Sigma, (\mathbf{O})A \to B$ | $\Sigma, (\mathbf{P})A \to B$ |
| $\Sigma, (\mathbf{P})A ... \mid \Sigma, <(\mathbf{P})A>(\mathbf{O})B$ | $\Sigma, (\mathbf{O})A,$<br>$\Sigma, (\mathbf{P})B$ |

La barre verticale « | » indique une alternative de choix pour **O**. Dans un tel cas, la stratégie de **P** doit avoir une défense pour les deux possibilités (les deux dialogues). $\Sigma$ est un ensemble d'expressions dialogiquement déterminées. Les signes « $<$ » et « $>$ » signifient que les formules dans leur portée sont des coups, contrairement aux formules pouvant être attaquées. La suppression d'expressions telles que $<(\mathbf{P})A>$ et la substitution de **F(alse)** à **P** et de **T(rue)** à **O** produit le tableau standard déterminé du conditionnel.

Toutefois, à strictement parler, comme cela a été examiné dans [Rahman & Keiff 2004], les tableaux qui en résultent ne sont pas exactement identiques. Un trait caractéristique des jeux dialogiques est la célèbre règle formelle `SR-ST4` qui cause quelques difficultés en ce qui concerne la preuve de l'équivalence entre les notions de validités dialogique et vérifonctionnelle. Dans ce contexte, la fonction d'une règle formelle est de provoquer des jeux dialogiques qui généreront un arbre exposant la stratégie (possible) de victoire de **P** et dont les branches ne contiendront aucune redondance. Ainsi, la règle formelle fonctionne comme un filtre à redondances, produisant un système de tableaux aux airs de déduction naturelle. On peut étendre cette fonction à tous les types de tableaux générés par les diverses dialogiques. Une fois ceci rendu explicite, la connexion entre les notions de validités dialogique et vérifonctionnelle devient tout-à-fait claire.

Voyons d'abord les tableaux dialogiques pour la logique modale normale tels qu'ils sont présentés dans [Rahman & Rückert 1999] et améliorés dans [Blackburn 2001a], bien que la notation s'écarte sensiblement de celle de cet article :

| **Cas de (O)** | **Cas de (P)** |
|---|---|
| $(\mathbf{O})\Box A \quad m$<br>——————————————<br>$<(\mathbf{P})?_{\Box} n\#>(\mathbf{O})A_{Ls} \quad n$<br>Il n'est pas nécessaire que le contexte $n$ soit nouveau | $(\mathbf{P})\Box A \quad m$<br>——————————————<br>$<(\mathbf{O}))?_{\Box} n>(\mathbf{P})A_{Li} \quad n$<br>Le contexte $n$ est nouveau |
| $(\mathbf{O})\Diamond A \quad m$<br>——————————————<br>$<(\mathbf{P})?_{\Diamond}>(\mathbf{O})A \quad n$<br>Le contexte $n$ est nouveau | $(\mathbf{P})\Diamond A \quad m$<br>——————————————<br>$<(\mathbf{O}))?_{\Diamond}>(\mathbf{P})A \quad n\#$<br>Il n'est pas nécessaire que le contexte $n$ soit nouveau |

« $m$ » et « $n$ » tiennent lieu de contextes ; « # » restreint les choix de **P** en fonction des propriétés de la relation d'accessibilité qui définissent la logique modale normale correspondante. Les contextes dialogiques constituent toujours un ensemble de coups. Ces contextes peuvent avoir soit un nombre fini, soit une infinité dénombrable d'éléments, semi-ordonnés par une relation de succession, obéissant aux règles bien connues qui définissent un arbre. On suppose que la thèse a été posée dans le contexte dialogique qui constitue la racine de l'arbre. Le contexte dialogique initial est numéroté 1. Ses $n$ successeurs immédiats sont numérotés

$1.i$ (pour $i = 1$ à $n$), etc. Un successeur immédiat d'un contexte $m.n$ est dit être de *rang* $+1$, le prédécesseur immédiat $m$ de $m.n$ est dit être de *rang* $-1$, et de même pour des rangs de degrés arbitraires, qu'ils soient supérieurs ou inférieurs.

En dialogique, les propriétés de la relation d'accessibilité, c'est-à-dire les restrictions # sur les choix de **P**, peuvent être introduites de la manière suivante :

`(SR-ST9.2K)`**(K) :** **P** peut choisir un contexte dialogique (donné) de degré $+1$ relativement au contexte dans lequel il joue.

`(SR-ST9.2T)`**(T) :** **P** peut choisir soit le contexte dialogique dans lequel il joue, soit un contexte dialogique (donné) de degré $+1$ relativement au contexte dans lequel il joue.

`(SR-ST9.2B)`**(B) :** **P** peut choisir un contexte dialogique (donné) de degré $-1$ $(+1)$ relativement au contexte dans lequel il joue, ou rester dans le même contexte.

`(SR-ST9.2S4)`**(S4) :** **P** peut choisir un contexte dialogique (donné) de degré $> +1$ relativement au contexte dans lequel il joue, ou rester dans le même contexte.

`(SR-ST9.2S5)`**(S5) :** **P** peut choisir tout contexte dialogique (donné).

On pourrait même construire de la manière suivante la partie de la règle S4 qui porte sur la transitivité :

$$\boxed{\begin{array}{l} (\mathbf{O})\Box A \quad m \\ n = m > +1 \\ \text{————————————} \\ <(\mathbf{P})?_{\Box}n>(\mathbf{O})A_{Ls} \quad n \end{array}}$$

### 3.4.2 Sur les différentes manières d'introduire les relations d'accessibilité dans un langage hybride pour les dialogiques modale et temporelle

Il existe une autre technique pour introduire cela et qui est liée à l'idée de trouver dans le langage objet des formules exprimant les conditions structurelles. Cette idée a été développée par Jaakko Hintikka pour la construction de tableaux et est aujourd'hui connue sous le nom de *stratégie de Hintikka.* Il s'agit d'une idée audacieuse qui capture l'essence des approches axiomatiques. Formulons tout d'abord la règle dans le style de Hintikka, laissant ponctuellement de côté le choix de la logique :

| |
|---|
| $(\mathbf{O})\Box A \quad m$ |
| $n = m > +1$ |
| ————————————— |
| $<(\mathbf{P})?_{\Box}n>(\mathbf{O})\mathbf{H}A \quad n$ |

C'est-à-dire que si $\Box A$ est effectif en $m$, alors il doit également l'être dans le contexte $n$ sous la condition que $n$ soit accessible à partir de $m$. La règle trouve son origine dans l'idée que la transitivité est associée à la validité de la formule : $\Box A \rightarrow \Box\Box A$.

La transitivité « vers-le-haut » de S5 peut être formulée de la même manière. En réalité, le seul dispositif dont nous ayons besoin est celui concernant K. Puis, dès que le contexte a été « généré », les règles définissant les autres logiques modales nous indiquent quelles formules utiliser afin de remplir le contexte ouvert – Hintikka parle ici de « règles de remplissage ». La simplicité et l'élégance conceptuelle de cette stratégie l'ont rendue très populaire [Fitting & Mendelsohn 1998]. Si celle-ci nous intéresse ici, c'est qu'elle est liée avec la stratégie de formalisation plus radicale que nous avons utilisée, à savoir celle des *langages hybrides*, qui élargit la capacité d'exprimer des propriétés qui sans cela ne pourraient être introduites dans le langage-objet. Pourtant, l'application générale de la stratégie de Hintikka pose un problème : certaines conditions structurelles comme l'irréflexivité, l'asymétrie, l'antisymétrie, l'intransitivité, et la trichotomie ne sont pas définissables dans un langage modal orthodoxe. L'objectif des langages hybrides est de combler ce fossé en enrichissant le langage modal et d'appliquer ensuite la stratégie de Hintikka.

A partir de là, si la logique est une dialogique temporelle, alors exprimer la concession dans le style des langages hybrides revient à ajouter une prémisse. Dès lors, si celle-ci est réellement une prémisse (établissant des conditions structurelles), il semble approprié de l'exprimer dans le même langage que les autres prémisses. Par exemple, on a :

$(\mathbf{O})\mathbf{P}A \quad @_{t_i}$
$\mathbf{PP}t_j \rightarrow \mathbf{P}t_j \quad @_{t_i}$
————————————
$<(\mathbf{P})?_{t_j}>(\mathbf{O}) \quad @_{t_j}$

Plus généralement, et pour toute relation d'accessibilité exprimée par $\mathbf{P}t_j$, la règle formelle d'accessibilité peut être introduite de la manière suivante :

$(\mathbf{O})\mathbf{P}A \quad @_{t_i}$
$\mathbf{P}t_j \quad @_{t_i}$
————————————
$<(\mathbf{P})?_{t_j}>(\mathbf{O}) \quad @_{t_j}$

Et pour le proposant :

$(\mathbf{P})\mathbf{P}A \quad @_{t_i}$
————————————
$\mathbf{P}t_j \quad @_{t_i}$
$<(\mathbf{P})?_{t_j}>(\mathbf{O}) \quad @_{t_j}$
où $t_j$ est nouveau

De plus, les langages hybrides semblent être la continuation approfondie de la stratégie de Hintikka. Effectivement, dans le langage de la dialogique, nous dirions que la propositionalisation des conditions structurelles revient à produire une nouvelle (extension de la) logique sans réellement modifier la sémantique, qu'elle soit locale ou globale. Cette dynamique est semblable à celle qui produit la dialogique classique à partir de l'intuitionniste en ajoutant uniquement le *tertium non datur* comme une concession (ou un axiome) déterminée par les circonstances particulières d'un contexte donné. Avec cette technique, nous pouvons engendrer des théorèmes classiques à l'intérieur des sémantiques locale ou globale (structurelle) intuitionniste. Supposons à présent que nous nous trouvons en dialogique modale K, et que dans un contexte (dialogique) donné, l'opposant a attaqué une formule nécessaire $a \vee b$ du proposant. Supposons également que le proposant a à sa disposition une règle de remplissage qui l'autorise à « remplir » ce contexte même avec une formule nécessaire de l'opposant, disons, $b$. Il est ensuite manifeste que **P** gagnera et que, d'un point de vue dialogique, il restera toujours en K. D'autre part, on peut comprendre que le rôle des « règles de remplissage » est d'autoriser que des « axiomes » appropriés soient ajoutés à certains contextes spécifiés par ces règles afin d'étendre l'ensemble des théorèmes de K sans changer leur sémantique. Comme nous l'avons déjà dit, l'idée est élégante et perspicace, mais il semble que cela ne fonctionne pas aussi simplement si les contextes non normaux sont inclus. Ainsi s'achève cette histoire ; ainsi en débute une autre que nous ne commencerons pas ici.