SPRAWOZDANIA

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XII / 1990, s. 51–58*

J. DEMBEK

# MATEMATYCZNOŚĆ PRZYRODY UWAGI PO KONFERENCJI

W dniach 12–13 maja 1989 odbyła się w Krakowie Konferencja poświęcona problemowi matematyczności przyrody. Podczas pierwszego dnia mieliśmy możność wysłuchać czterech referatów, dość luźno (poza dwoma: ks. M. Hellera i ks. J. Życińskiego) związanych z tematem Konferencji. Drugi dzień przyniósł natomiast niezwykle ciekawą dyskusję panelową, w której — obok głosów zaproszonych — wypowiedziało się wielu uczestników.

Konferencja nosiła tytuł: *Dlaczego przyroda jest matematyczna?* Tymczasem, jak mi się wydaje, dyskutanci skupili się raczej na problemie: „czy" i, ewentualnie, „co to znaczy, że przyroda jest matematyczna?", niż na próbie wyjaśnienia tego faktu w świetle jego przyczyn, jak — moim zdaniem — sugerowałoby to tytułowe pytanie postawione przez Organizatorów Konferencji. W trakcie tej dyskusji okazało się, że choć istnieje ogólna zgoda co do tego, że przyroda jest w jakimś sensie matematyczna, to skoro tylko podejmie się próby uściślenia tego przekonania, natychmiast pojawiają się problemy, spory, nieporozumienia. W związku z tym, jako słuchacz dyskusji, chciałbym przedstawić kilka moich refleksji, które zrodziły się pod wpływem usłyszanych treści i poglądów.

## 1. „Środek ciężkości"

W rozmyślaniach nad matematycznością przyrody należy, jak to zauważył w swym wykładzie ks. M. Heller, postawić w horyzoncie refleksji trzy tematy, którymi są: matematyka, świat i człowiek. Sądzę, że uwaga ta nie została w dostateczny sposób uwzględniona przez uczestników dyskusji, zwłaszcza jeśli chodzi o trzecią z ukazywanych składowych problemu. Prawie

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

wszyscy dyskutanci, poza może J. Urbańcem, który podkreślał wagę ustalenia statusu eksperymentów myślowych, skupili się na tym, co nazwałbym przedmiotową, stroną problemu, pomijając podejście od strony funkcjonalnej, przez analogię powiedzmy: podmiotowej.

Należy bowiem, jak sądzę, bardzo wyraźnie rozróżnić dwojaki sposób „przystawalności" matematyki do świata fizycznego. Na pierwszy z tych sposobów wskazuje fakt, że język matematyki jest odpowiedni do opisywania zjawisk zachodzących w tym świecie, co znów pociąga za sobą cały szereg problemów, wśród których można by wyliczyć, na przykład, intelligibilność struktur przyrody czy ich podatność na idealizację. Chciałbym jednak zauważyć, że nie tu leży środek ciężkości problemu, przynajmniej nie filozoficzny środek ciężkości. Wskazane fakty można bowiem wyjaśnić w bardzo prosty sposób, argumentując np. w duchu H. Reichenbacha, że zarówno nasz sposób ujmowania świata fizycznego, jak i język, w którym wyrażamy wyniki tego ujęcia, są wynikiem długotrwałej ewolucji, w drodze której ukształtowała się ludzka psychika wraz z jej aparatem poznawczym. Innymi słowy, według tego wyjaśnienia, nasz sposób ujmowania i opisywania przyrody musi przystawać do niej, ponieważ w jej ramach został ukształtowany. Wydaje mi się, że jest to zupełnie niezła odpowiedź i, co więcej, spójna z faktem, że pierwsze spostrzeżenia natury matematycznej miały charakter wybitnie empiryczny. Odpowiedź niezła, jeśli ograniczymy się tylko do wskazanego powyżej rozumienia „matematyczności przyrody". Przy takim ograniczeniu dyskusja upraszcza się i sprowadza co najwyżej do wątpliwości związanych z czymś, co nazwałbym „lokalną nieadekwatnością opisu".

Jako słuchacz dyskusji odniosłem wrażenie, że na tym właśnie zagadnieniu skupiła się większość dyskutantów i w rezultacie cała energia poszukiwań skierowała się w stronę zagadnień szczegółowych, z pominięciem zasadniczego problemu filozoficznego. W dalszym ciągu powrócę jeszcze do tych zagadnień, w tym momencie chcę jednak skupić się na drugim ze wskazanych wyżej problemów, zasadniczym, jak sądzę, dla filozoficznego pytania o matematyczność świata.

Z zapowiadanym problemem spotykamy się przy rozważaniu sposobu dokonywania odkryć w fizyce, zwłaszcza teoretycznej. Znane są prawa czy fakty fizyczne, które nie zostały odkryte na drodze obserwacji i indukcyjnego uogólniania (cokolwiek byśmy pod tym pojęciem rozumieli) wyników poszczególnych eksperymentów, lecz które zostały wywiedzione na drodze dedukcji z innych praw, często na długo przed pojawieniem się fizycznej możliwości przetestowania tych wyników, a dopiero po pewnym czasie, często dzięki wskazaniom, które dawały te teoretyczne przewidywania, empirycznie potwierdzone.

Tu właśnie, moim zdaniem, tkwi zasadniczy problem składający się na zagadnienie matematyczności przyrody. Dlaczego struktury naszego myślenia, wewnętrzna logika tego myślenia objawiająca się w sposobie prowadzenia inferencji logicznych, tak doskonale przystają do struktury świata fizycznego? Na pewno nie da się tu udzielić odpowiedzi będącej prostym przedłużeniem wskazanego powyżej sposobu rozwiązania tego problemu w duchu Reichenbacha. Formy myślenia, jego struktura i wewnętrzne relacje stanowią bowiem rzeczywistość o wiele głębszą niż sama treść myślenia i aparat pojęciowy wykorzystywany do opisu świata. Widzieli to zarówno pozytywiści, jak i ich dwudziestowieczni następcy, gdy zdecydowanie rozdzielali zdania analityczne i empiryczne. Nie chcę tu powtarzać ich dogmatyzmu, dawno już skrytykowanego, tym bardziej, że same, opisywane powyżej fakty, zdają się wskazywać na głęboką jedność obu porządków: porządku myśli (w sensie myśli podporządkowanej zasadom dedukcji) i porządku rzeczywistości (w sensie rzeczywistości naszych obserwacji, opisywanej prawami fizyki). Ta właśnie jedność domaga się wyjaśnienia.

## 2. Ontologia

Na przedstawiony w poprzednim punkcie rozważań problem można udzielić, przynajmniej na pierwszy rzut oka tak się wydaje, dwojakiej odpowiedzi. Albo przyzna się obiektom świata fizycznego ontyczne i poznawcze pierwszeństwo przed światem struktur matematycznych, albo na odwrót. Pozostawmy w tej chwili na boku kwestię odpowiedniości tego podziału. Ważny jest sam sposób odpowiedzi na postawiony problem. Pierwsza z alternatywnych możliwości doprowadzi do zainteresowania ludzką psychiką, jej powstaniem i uwarunkowaniami, na terenie filozofii matematyki zaś do jakiegoś rodzaju konstruktywizmu. Drugi rodzaj odpowiedzi zwraca natomiast naszą uwagę na zagadnienia metafizyczne i tym zajmijmy się obecnie.

Istnienie problemów metafizycznych w filozofii matematyki jest niekwestionowalne. Wymieńmy tu choćby głośny problem sposobu istnienia bytów matematycznych. O ile jednak ten problem, a raczej próby jego rozwiązania, zawsze muszą zakładać pewną „gotową” metafizykę, jako daną w punkcie wyjścia (to oczywiste: pytanie o sposób istnienia bytów matematycznych ma sens dopiero wtedy, gdy udzieli się odpowiedzi na pytanie, czym jest byt w ogólności), o tyle poruszony przez nas problem ewentualnego ontycznego pierwszeństwa struktur matematycznych przed światem obiektów fizycznych zdaje się sam pewną metafizykę tworzyć.

Czy możliwa jest metafizyka, w której relacje matematyczne odgrywałyby rolę pierwotnych struktur bytowych? Owszem, wiadomo doskonale, że taka metafizyka już istnieje. Ślady takiej metafizyki można by bez trudu odnaleźć w poglądach pitagorejczyków, czy w filozofii Platona. W tym miejscu pragnę jednak zwrócić uwagę na metafizykę A. N. Whiteheada. Celowo nie użyłem nazwy „metafizyka procesu", ponieważ nie chcę akcentować w tym momencie procesualnej wizji rzeczywistości. W tym miejscu należy mocniej podkreślić wizję bytu jako rzeczywistości relacyjnej, tworzonej i określanej przez relacje, w których się ten byt znajduje.

Nie miejsce tu, by wykładać szczegóły tej, skądinąd dobrze znanej koncepcji. Ważne jest to, że w świetle tej koncepcji pytanie o matematyczność przyrody otrzymuje piękną i spójną odpowiedź. Przyroda jest matematyczna, ponieważ leżąca u jej podstaw struktura ma charakter struktury matematycznej.

Co więcej, ujęcie relacyjne wydaje się być głęboko zakorzenione w samej matematyce. Taki wydźwięk miały przynajmniej niektóre myśli H. Weyla, wyrażone w jego *Philosophy of Mathematics and Natural Science.* Wiadomo również, że wiele struktur matematycznych da się opisać w języku relacji. Na pewno, jest to wyraz pewnego redukcjonizmu, ale na ile on będzie szkodliwy, trudno z góry przewidzieć.

Zauważmy również, że przy takiej koncepcji metafizyki tracą sens tradycyjne poglądy o „ontologicznym niezaangażowaniu matematyki". Zdanie to w przedstawionej ontologii jest po prostu nieprawdziwe, bo sprzeczne z jej podstawową tezą.

## 3. Opis

W trakcie dyskusji pojawiło się wiele rozbieżności w ocenie przystawalności opisu matematycznego do świata zjawisk fizycznych. Wskazano na wiele wątpliwości, które dotyczą tego faktu i to zarówno z punktu widzenia matematyki, jak i fizyki. Nie negując tego, co zostało powiedziane, należy jednak zwrócić uwagę na pewne okoliczności, w których opisana sytuacja może mieć jedno ze swoich źródeł.

Po pierwsze, zauważyć należy, jak bardzo niejednolity jest stratus poszczególnych teorii matematycznych wykorzystywanych w teoriach fizycznych. Jest chyba oczywiste, że inaczej należy patrzeć na arytmetykę liczb naturalnych, a inaczej na teorię rozmaitości. A przecież i jedna, i druga znajdują swoje zastosowanie w fizycznym opisie rzeczywistości. Czym różnią się te dwie, przykładowo podane teorie? Niewątpliwie inna jest relacja wiążąca je ze światem obiektów fizycznych. O ile do arytmetyki liczb naturalnych wystarcza najprostsza struktura mnogościowa, wprowadzanie języka rozmaitościowego wymaga istnienia struktur znacznie bardziej nieoczywistych. Gdybyśmy chcieli potraktować rzeczywistość obiektów fizycznych jako model dla obu tych teorii, to łańcuch złożony z obiektów i pojęć potrzebnych dla podania interpretacji byłby w przypadku drugiej teorii znacznie dłuższy, niż dla pierwszej. Lecz nie tylko to. Choć obie te teorie mają z całą pewnością ograniczony zakres stosowalności w świecie obiektów fizycznych, to nie ma chyba wątpliwości, że zakres ten w przypadku pierwszej teorii jest znacznie szerszy.

Po drugie, nie jest prawdą, jakoby opis matematyczny odnosił się bezpośrednio do świata obiektów fizycznych. Nie jest tak nawet w wypadku teorii fizycznej. Teoria jest zawsze opisem stosującym się do jakiegoś modelu, który z kolei sam jest idealizacją, pewnej rzeczywistości fizycznej. Taka zaś idealizacja uzależniona jest, w większym lub mniejszym stopniu, od samej teorii, jej aparatu pojęciowego i operacyjnego.

Wskazane powyżej fakty: różny status teorii matematycznych, ograniczoność ich stosowalności oraz ich bezpośredni związek, nie z rzeczywistością fizyczną, ale z jej idealizacjami, ustalają określoną perspektywę w patrzeniu na problem matematyczności przyrody. Wydaje się, że w poszukiwaniu rozwiązania tego problemu należałoby przyjąć model wyjaśniania, który nazwałbym „rozmaitościowym". Istota tego podejścia polegałaby na tym, że — podobnie, jak w przypadku rozmaitości (topologicznej, różniczkowej, ...), poza przypadkiem trywialnym $n$–wymiarowej przestrzeni euklidesowej, konieczne jest posługiwanie się całą rodziną map lokalnych — tak w odniesieniu do problemu matematyczności przyrody należy zaakceptować fakt, że opisywalność świata za pomocą języka matematyki ma charakter lokalny. Mówiąc obrazowo, na rzeczywistość obiektów fizycznych (z góry trudno powiedzieć, czy całą — jest to osobny, ciekawy problem) nałożona jest rodzina „map", przy czym każda taka mapa to obszar rzeczywistości, w którym stosuje się aparat jakiejś teorii matematycznej. Tam, gdzie „mapy" nakładają się na siebie, można z równym skutkiem stosować do opisu różne, odpowiadające tym „mapom" teorie. Są jednak obszary, które zawierają się w danej „mapie", a nie zawierają się w innych. Wówczas próba opisywania ich za pomocą teorii różnych od tej jedynej, odpowiadającej danej „mapie", musiałaby prowadzić do nieporozumień, a może nawet do paradoksalnych konsekwencji.

## 4. Problem istnienia

W trakcie dyskusji zwrócono uwagę na problemy związane ze sposobem istnienia obiektów matematycznych. Jak słusznie zauważył J. Urbaniec, dziś zagadnienie to nie budzi już takich emocji, jak jeszcze kilkanaście lat temu. Niemniej, w związku z wygłoszonymi powyżej uwagami na temat problemu fizycznej realizacji praw otrzymanych jako wnioski dedukcyjne, warto zatrzymać się nad pewnym zagadnieniem, którego nie wyakcentowano podczas Konferencji, które to zagadnienie wiąże się z problemem istnienia w matematyce.

Ks. M. Lubański zwrócił uwagę na różny status pojęcia „istnieje" w aksjomatyce teorii matematycznych, rozróżniając istnienie absolutne i istnienie względne. Chciałbym tu wskazać jeszcze inne rozróżnienie, dotyczące raczej podmiotowej, funkcjonalnej strony dyskursu matematycznego. Rzecz w tym, że w dowodach twierdzeń orzekających istnienie w danej klasie obiektów o pewnych własnościach można zasadniczo wyróżnić dwa typy argumentów: tzw. efektywne i opierające się na rozumowaniu nie wprost. Dowody pierwszego typu polegają na wskazaniu, to jest konstrukcji obiektu, którego istnienie ma być wykazane. W dowodach drugiego typu wykazuje się natomiast, że przyjęcie nieistnienia obiektu o żądanych własnościach prowadziłoby do sprzeczności.

Podkreślić należy, że podział ten jest względny. Fakt bowiem, że w danej chwili nie posiadamy dowodu efektywnego, wcale nie oznacza, że istnieje tylko dowód polegający na *reductio ad absurdum* i na odwrót. Ale też nie ma to większego znaczenia — ten swoisty „podmiotowy" aspekt zagadnienia można by zakwalifikować do tej składowej problemu matematyczności przyrody, którą ks. M. Heller oznaczył słowem „człowiek".

Jak odnieść te rozważania, dotyczące struktury dowodu, a więc „matematyki czystej", do naszego problemu? W historii nauki znane są fakty takie, jak choćby teoretyczne „odkrycie" Neptuna, gdzie teoria wskazała na konieczność istnienia pewnego faktu fizycznego i, co więcej, określiła jego „położenie", umożliwiając w ten sposób empiryczne sprawdzenie swych przewidywań. Sądzę, że mamy tu do czynienia ze specyficznym połączeniem dwóch typów rozumowania. Rozważmy to na wskazanym przykładzie „odkrycia" nowej planety. Astronom staje przed empirycznym faktem: obserwowane tory planet odbiegają od teoretycznie przewidzianych. Fakt ten domaga się uzasadnienia. Jednym z możliwych uzasadnień byłoby istnienie jeszcze innej, nieznanej dotąd planety, której oddziaływanie grawitacyjne wywoływałoby takie właśnie zmiany orbit pozostałych planet. Przyjmuje się więc hipotetyczne parametry planety i jej orbity, a następnie, drogą dedukcji, wyznacza odkształcenia w orbitach innych planet. Procedurę tę można stosować tak długo, aż jej wyniki okażą się zgodne z doświadczeniem.

Rozumowanie takie jest swoistym połączeniem rozumowania redukcyjnego i dedukcyjnego. Można powiedzieć, zgodnie z uwagami ks. K. Kłósaka na temat redukcji, że w tym wypadku dedukcja podnosi prawdopodobieństwo wyniku rozumowania redukcyjnego. W pewien sposób uzasadnione zostało istnienie nowego obiektu. Każdy jednak zgodzi się, że z punktu widzenia fizyka, czy — w tym wypadku — astronoma, jest to argumentacja wysoce niewystarczająca. By ostatecznie twierdzić o istnieniu nowej planety, należy skierować teleskopy w kierunku wskazywanym przez teorię i doświadczalnie sprawdzić jej przewidywania.

Tu właśnie ukazuje się istotna różnica pomiędzy teorią matematyczną traktowaną jako „czysta matematyka" (nie interesuje nas w tej chwili precyzyjne określenie tego pojęcia), a teorią będącą matematycznym opisem rzeczywistości fizycznej: w czystej teorii nie ma potrzeby uwzględniać czegokolwiek poza tym, co dane w założeniach. W teorii opisującej świat nigdy nie można wykluczyć istnienia oddziaływań dotychczas nieznanych. Dlatego też nie da się w dziedzinie fizyki stosować z taką pewnością, jak w matematyce, rozumowania typu *reductio ad absurdum*. Wskazuje to niewątpliwie na istotne ograniczenia matematycznego opisu świata.

## 5. Zakończenie

Przedstawione uwagi z pewnością nie stoją w radykalnej opozycji do żadnej z wypowiedzi wygłoszonych podczas Konferencji. Uważam jednak, że warto wyakcentować przynajmniej dwie kwestie.

Po pierwsze, rozważania na temat matematyczności przyrody należy, moim zdaniem, umieścić na tle szerszego kontekstu filozoficznego, a mówiąc ściślej: związać je bardziej z refleksją metafizyczną. Usprawiedliwiałoby to tytuł Konferencji: *Dlaczego przyroda jest matematyczna?*, a równocześnie stanowiłoby próbę ujęcia wszystkich trzech, wskazanych przez ks. M. Hellera aspektów tego problemu, bez ograniczania się, jak to zresztą zauważył ks. Heller w podsumowaniu obrad, jedynie do jednego z nich, a mianowicie matematyki.

Po drugie, nasuwa się pytanie, czy mówiąc o stosunku zmatematyzowanej teorii do idealizacji pewnego wycinka świata fizycznego należy koniecznie wiązać się z pojęciem modelu teorii. Możliwe byłoby przecież zupełnie inne podejście, bazujące na pojęciu kategorii i równoważności kategorii. Wydaje się, że takie ujęcie, zwłaszcza jeśli przy badaniu kategorii uwaga skupiłaby się nie tyle na ich obiektach, co na morfizmach, byłoby otwarte na zasugerowaną wyżej metafizykę relacji, która dostarcza pewnych intuicji zmierzających do wyjaśnienia problemu matematyczności przyrody.

W końcu, nawet jeśli wyjaśnimy matematyczność przyrody w oparciu o metafizykę głoszącą ontyczną pierwotność struktur matematycznych, to i tak poszukujący prawdy umysł będzie musiał stanąć wobec zagadki ich pochodzenia. Zagadki, która zdaje się otwierać go na zupełnie nowe perspektywy.