Capítulo 10

BUNGE Y LA VALIDEZ DE ADICIÓN

(Borrador final)

Luis Estrada González[1]

Christian Romero Rodríguez[2]

RESUMEN

En *The paradox of Addition and its dissolution* (1969), Mario Bunge presenta algunos argumentos para mostrar que la Regla de Adición puede ocasionar paradojas o problemas semánticos. Posteriormente, Margáin (1972) y Robles (1976) mostraron que las afirmaciones de Bunge son insostenibles, al menos desde el punto de vista de la lógica clásica. Aunque estamos de acuerdo con las críticas de Margáin y Robles, no estamos de acuerdo en el diagnóstico del origen del problema y tampoco con la manera en la que se proponen solucionarlo. En esta medida, en este texto mostraremos cómo la Regla de Adición sí trae problemas semánticos que pueden ser planteados desde diferentes perspectivas contemporáneas, como la extensionalidad del condicional, los principios proscriptivos y la validez conexiva.

Palabras clave: Paradoja de la Adición, Relevancia, Contenido Semántico, Condicional Material, Interpolación.

[1]Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, y Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, BUAP: loisayaxsegrob@comunidad.unam.mx

[2] Doctorado en Filosofía de la Ciencia, UNAM, y Programa de Estudiantes Asociados, IIF-UNAM. Miembro del Seminario de Tesistas en Filosofía de las Ciencias Formales (FiCiForTes) y del Grupo Episteme: Filosofía y Ciencia: christian.romero@outlook.com

1. INTRODUCCIÓN

En 1969, Bunge propuso una paradoja en la que Adición desempeñaba un papel crucial. Margáin (1972) y Robles (1976) señalaron los defectos en los argumentos de Bunge, incluso los enmendados y presentados en Bunge (1975). Aunque estamos de acuerdo con las críticas de Margáin y Robles, no estamos de acuerdo en el diagnóstico del origen del problema y tampoco con la manera en la que se proponen solucionarlo. En este texto, la polémica entre Bunge, por un lado, y Margáin y Robles, por el otro, nos sirve de pretexto para emparentar las inquietudes de Bunge con otras críticas a Adición existentes en la literatura lógica.

Si bien en este texto solo trataremos la Regla de Adición y los aspectos filosóficos problemáticos insinuados por Bunge, las preocupaciones de este se enmarcan en una tradición mucho más amplia: la relevancia semántica existente entre el contenido de las premisas y el contenido de la conclusión. Anderson et. al. (1992) recogen este tipo de inquietudes y sugieren reinterpretar la relación de deducibilidad clásica, ya que con esta pueden derivarse argumentos válidos en los que no parece haber relevancia o contenido compartido entre premisas y conclusiones; Read (2012) y Mares (2004) son otros trabajos de referencia para introducirse al tema.

El plan del capítulo es como sigue. En la sección 2 presentamos la "paradoja" bungeana acerca de Adición. Según la idea original de Bunge, su argumento muestra que Adición trivializa, esto es, permite probar proposiciones cualesquiera, de modo que habría que restringirla. En la sección 3 reconstruimos las respuestas de Margáin y Robles. La respuesta de Margáin es que el argumento de Bunge no prueba lo que pretende, mientras que Robles responde a una variante del argumento original y a otras motivaciones para reformular Adición. En la sección 4, exploramos otros argumentos para cuestionar la validez de Adición, en particular los provenientes de los trabajos en lógicas proscriptivas y lógicas conexivas.

2. LA "PARADOJA" BUNGEANA ACERCA DE ADICIÓN

En *The paradox of Addition and its dissolution* (1969), Bunge presenta algunas dudas acerca de la validez de la Regla de Adición, que fueron reformuladas y expandidas en *La paradoja de la adición: respuesta al maestro Margáin* (1975). Por su parte, Hugo Margáin (1972) y José Antonio Robles (1976) ofrecieron respuestas a las dudas de Bunge. El análisis de estas respuestas será objeto de la siguiente sección.

Bunge defiende tres afirmaciones principales:

(B1) La Regla de Adición —$A \vdash A \vee B$— permite probar cualquier proposición, esto es, *trivializa*.

(B1*) Incluso si Adición no trivializa, sí conduce a paradojas semánticas de relevancia, esto es, a probar condicionales $A \rightarrow B$ en los que los contenidos semánticos de antecedente y consecuente son ajenos.

(B2) Adición debe enmendarse del siguiente modo: $A \vdash A \vee B$, siempre y cuando los predicados extralógicos que aparezcan en B puedan aplicarse a los individuos mencionados en A.

(B3) El Teorema de Interpolación de Craig —si A implica B entonces hay una proposición C, *que no contiene predicados diferentes de los que figuran en* A y B y tal que A implica C y C implica B—, apoya (B2).

Bunge propone el siguiente argumento para mostrar que la Regla de Adición trivializa:

Pitágoras

1. El Teorema de Pitágoras es verdadero. (Hipótesis)
2. El Teorema de Pitágoras es verdadero o los inviernos árticos son encantadores. (Adición, 1)
3. Si el Teorema de Pitágoras no es verdadero, entonces los inviernos árticos son encantadores. (Extensionalidad del condicional, 2)
4. Los inviernos árticos no son encantadores. (Hipótesis)
5. El Teorema de Pitágoras es verdadero. (Modus tollens 3, 4)

A juicio de Bunge (1969), "el Teorema de Pitágoras se prueba con un poco de meteorología" (p. 27). Es decir, bastaría con que sea falso que los inviernos árticos son encantadores para que podamos probar que el Teorema de Pitágoras es verdadero. Con este argumento Bunge concluye que, por medio de la **Regla de Adición**, se pruebe probar o refutar cualquier cosa.

Formalizado, el argumento de Bunge para concluir (B1) es el siguiente:

1. A	(Hipotesis)
2. $A \vee B$	(Adición, 1)
3. $\sim A \rightarrow B$	(Extensionalidad del condicional, 2)
4. $\sim B$	(Hipotesis)
5. A	(Modus tollens 3, 4)

En conclusión, la lección de este argumento es que la Regla de Adición permite concluir cualquier proposición, i.e., (B1). De ahí, (B2): Bunge propone que Adición debe formularse de la siguiente manera:

Adición reformulada: $A \vdash A \vee B$ siempre y cuando los predicados extralógicos que aparezcan en B puedan aplicarse a los individuos mencionados en A.

En **Pitágoras**, esta versión de Adición no se cumple. *Ser un verano ártico* o *ser encantador* no son predicables del Teorema de Pitágoras. [3]

Para apoyar (B2), Bunge apela al Teorema de Craig. Según Bunge (1975), con el objetivo de evitar las falacias semánticas que se derivan de la Regla de Adición: Bunge expresa el principio de la siguiente manera: “Si p implica a q, entonces existe una proposición r, *que no contiene predicados diferentes de los que figuran en* p y q y tal que p implica a r, y r implica a q.” (Bunge, 1975, p. 107). La relación del teorema de Craig y (B2) lo veremos en detalle en el siguiente apartado.

3. LAS OBJECIONES DE MARGÁIN Y ROBLES

En *La paradoja del Dr. Bunge* (1972), Hugo Margáin señala los errores de Bunge (1969). En primer lugar, Margáin señala que la conclusión del argumento **Pitágoras** —A, la verdad del Teorema de Pitágoras—, no es una conclusión arbitraria y no se obtuvo de un hecho meteorológico, como Bunge afirma. Bunge olvida que partió de A como premisa y fue a esa premisa a la que se le aplicó la Regla de Adición. En otras palabras, Bunge probó $A \vdash A$ usando Adición (entre otras reglas).

En respuesta a la objeción de Margáin, Bunge (1975) reformula su paradoja de la siguiente manera:

América

1. México está en América. (Hipótesis)
2. México está en América o no tengo ganas de pensar. (Adición, 1)
3. Si tengo ganas de pensar, México está en América. (Extensionalidad del condicional, 2)

Esta es una formalización del argumento:

1. A (Hipotesis)
2. $A \vee {\sim}B$ (Adición, 1).
3. $B \rightarrow A$ (Extensionalidad del condicional, 2)

[3] Alguien podría decir que no hay error alguno, es decir que el Teorema de Pitágoras es encantador. Esto es debatible, pero no es un predicado aritmético de la misma manera que *ser verdadero*. En todo caso, puede cambiarse *ser encantador* por *ser nublados* u otro que haga el trabajo.

Con este argumento Bunge concluye ya no que Adición trivializa, sino que permite que cualquier proposición sea condición necesaria para cualquier otra, esto es, (B1*). En efecto, Bunge considera que podemos evitar (B1*) si ponemos una condición formal que impida que tengamos efectos indeseados de predicados irrelevantes en la conclusión que no pertenecen al contenido original de las premisas. En esta medida, apela al Teorema de Craig como esta condición formal, de ahí (B3).

En *Comentarios en torno a Bunge, Margáin y la paradoja* (1976), José Antonio Robles presenta una serie de contraargumentos a (B1*), (B2) y (B3). Acerca de la primera tesis de Bunge, Robles señala lo siguiente: Bunge cree haber probado con **América** que una proposición cualquiera es condición necesaria para cualquier otra, esto es, que Adición permite probar $\vdash B \rightarrow A$ para cualesquiera A y B. No obstante, Bunge comete un error similar al que cometió en **Pitágoras**: no probó $\vdash B \rightarrow A$ para cualesquiera A y B, sino que, bajo el supuesto A, cualquier proposición puede ser su condición necesaria, esto es, probó $A \vdash B \rightarrow A$. Por ende, Bunge no probó (B1*).

Robles también evalúa si, como dice Bunge, el Teorema de Craig puede servir para ofrecer una versión de Adición que no permita probar resultados contraintuitivos. Sean $Fmla$ un conjunto de fórmulas de primer orden, $A \in Fmla$ y $Pr(A)$ el conjunto de predicados en A.

Teorema de Craig. Supongamos que

C1. $\vdash (A \rightarrow B)$
C2. $Pr(A) \cap Pr(B) \neq \emptyset$
C3. $\nvdash \sim A$
C4. $\nvdash B$

Entonces hay una $C \in Fmla$ tal que $Pr(C) \subseteq (Pr(A) \cap Pr(B))$, $\vdash (A \rightarrow C)$ y $\vdash (C \rightarrow B)$, es decir, hay una fórmula C con los predicados comunes de A y B tal que $\vdash (A \rightarrow C)$ y $\vdash (C \rightarrow B)$.

Robles plantea tres objeciones contra la pertinencia de apelar al Teorema de Craig para modificar Adición:

OR1. El Teorema de Craig no se aplica a reglas, sino a condicionales válidos.

OR2. Supongamos que Bunge sí probó $B \rightarrow A$. Supongamos también que ese condicional *no* cumple con las otras condiciones para que el Teorema valga. Entonces, cualquier fórmula C es una fórmula de interpolación para ese condicional. Por tanto, según el Teorema de Craig, ninguna C sería considerada irrelevante ni para A ni para B.

OR3. Si podemos introducir C, podemos usarla para realizar el proceso de interpolación por medio del Teorema de Craig. Luego, C cumpliría los criterios del Teorema de Craig para ser considerada como relevante.

Sin discusión ulterior, OR1 no tiene tanto peso porque, puesto que la lógica clásica tiene la propiedad de la deducción[4], (instancias de) “reglas” son equivalentes a condicionales válidos. Por ejemplo, consideremos $P(x) \vdash P(x) \lor Q(x)$. Esto es equivalente a $\vdash P(x) \to P(x) \lor Q(x)$.. Con esto ya se satisface C1. C2 también se satisface pues antecedente y consecuente tienen el predicado $P(x)$ en común. Además, C3 y C4 también se satisfacen, porque $\nvdash \sim P(x)$ y $\nvdash P(x) \lor Q(x)$. Como no es muy difícil, dejamos al lector la tarea de encontrar una fórmula C tal que $\vdash (P(x) \to C)$ y $\vdash [C \to (P(x) \lor Q(x))]$.

OR2 sí es más devastadora para las ideas de Bunge.[5] Consideremos, como pide Robles, un condicional válido que no cumpla con las condiciones C2—C4 del Teorema de Craig, por ejemplo $(P(x) \land \sim P(x)) \to (Q(x) \lor \sim Q(x))$. Entonces, como señala Robles, cualquier fórmula C, digamos, $R(x)$, es una fórmula de interpolación para ese condicional, pues $\vdash (P(x) \land \sim P(x)) \to R(x)$ y $\vdash R(x) \to (Q(x) \lor \sim Q(x))$. Pero $R(x)$ no comparte predicados con $P(x) \land \sim P(x)$ ni con $Q(x) \lor \sim Q(x)$. De este modo, y contrario a lo que espera Bunge, las fórmulas interpolantes no siempre contendrán predicados comunes a antecedente y consecuente de un condicional válido.

Con OR3, Robles prueba que, aun introduciendo una fórmula que Bunge consideraría irrelevante, tal fórmula puede ser usada para cumplir con el requisito impuesto por el Teorema de Craig. Consideremos el siguiente ejemplo: sean $p, r \in Fmla$ tales que r no tiene predicados en común con p, es decir, r es una fórmula que Bunge consideraría irrelevante para p, podemos obtener las siguientes equivalencias:

1. $p \vdash p$ (Identidad)
2. $p \vdash (p \lor \sim r)$ (Regla de Adición, 1)
3. $\vdash p \to (p \lor \sim r)$ (Propiedad de la deducción)
4. $\vdash \sim p \lor (p \lor \sim r)$ (Extensionalidad del condicional, 3)
5. $\vdash \sim r \lor (\sim p \lor p)$ (Asociación y Conmutación, 4)
6. $\vdash (\sim r \lor (\sim p \lor p)) \lor r$ (Regla de Adición, 5)
7. $\vdash (\sim r \lor \sim p) \lor (p \lor r)$ (Asociación, 6)
8. $\vdash \sim(r \to \sim p) \to (\sim p \to r)$ (Extensionalidad del condicional, 7)

---

[4] Una lógica **L** tiene la propiedad de la deducción si y solo si $\Gamma, A \vdash_L A \to B$.

[5] Aunque, como veremos en la siguiente sección, Bunge pudo haber radicalizado su búsqueda de relevancia sin intentar conseguirla por medios clásicos.

(Estrictamente hablando, también se está asumiendo que A y $\sim\sim A$ son interderivables, pero obviamos esto porque, aunque algunos lógicos podrían disputarlo, no tiene mayor efecto en nuestro argumento).

Llamamos la atención sobre la fórmula en 8 puesto que cumpliría con las condiciones (C1-C4) del Teorema de Craig. El teorema pide suponer que antecedente y consecuente (del último condicional de los obtenidos por los pasos proposicionales aceptados en la equivalencia anterior) cumple con las condiciones del Teorema de Craig. Con base en esto, podemos tener las siguientes dos fórmulas que son consideradas verdaderas:

(i) $\vdash \sim(r \rightarrow \sim p) \rightarrow r$

(ii) $\vdash r \rightarrow (\sim p \rightarrow r)$

Con (i) y (ii), OR3 prueba que aun partiendo de la introducción de una fórmula r, considerada inicialmente por Bunge como irrelevante, podemos usar la misma fórmula r como una posible fórmula de interpolación. Luego, o bien las irrelevancias ya estaban dentro del sistema antes de la apelación al teorema, o bien es imposible detectarlas o eliminarlas con base en el Teorema de Craig. De esto se sigue que la apelación a (B3) por parte de Bunge, con el objetivo inicial de brindar un criterio para enmendar Adición como se proponía (B2), es insuficiente, ya que no soluciona los problemas semánticos introducidos por la Regla de Adición que le preocupan a Bunge.

4. OTRAS DUDAS ACERCA DE ADICIÓN

Margáin y Robles mostraron correctamente que los argumentos de Bunge no son sólidos. No obstante, esto no significa que no haya elementos dudosos en **Pitágoras** o en **América**, ni que no haya otros argumentos, quizá más eficaces que los de Bunge, para dudar de la validez lógica de Adición. (Aunque el que sean mejores que los de Bunge no los hace incuestionables). Empezamos con un examen más detallado de **Pitágoras** y **América**, y luego revisamos otros argumentos contra Adición.

Pitágoras y América

Bunge tiene razón en dudar del paso de “México está en América o no tengo ganas de pensar” a “Si tengo ganas de pensar, México está en América”, esto es, del paso de

$\Gamma \vdash A \vee \sim B$

a

$\Gamma \vdash B \rightarrow A$

La ilegitimidad de este paso ha sido señalada por los lógicos de la relevancia.[6] Para ellos, una implicación $X \rightarrow Y$ es una relación que no es verdadera simplemente cuando el consecuente es verdadero o el antecedente es falso. Si B es falsa, $\sim B$ es verdad, y con ello también $A \vee \sim B$; si A es verdadera, también lo es $A \vee \sim B$. Así, si B es falsa o A es verdadera, $A \vee \sim B$ es verdadera. No obstante, como recién dijimos, para los relevantistas, ni la falsedad de B ni la verdad de A son suficientes para la verdad de $B \rightarrow A$. Por tanto, $A \vee \sim B$ no implica $B \rightarrow A$ (y, *a fortiori*, no son equivalentes).

Considérense los siguientes dos enunciados:

- Nuestro sistema solar tiene 98 planetas y tres soles.
- La Luna es el satélite natural de la Tierra.

De acuerdo con la lógica clásica, el condicional "Si nuestro sistema solar tiene 98 planetas y tres soles entonces la Luna es el satélite natural de la Tierra" es verdadero. Sin embargo, no parece haber una relación condicional genuina entre esos números de planetas y soles en nuestro sistema solar y el que la Luna sea el satélite natural de la Tierra. De hecho, parece que no la hay, pues el consecuente (que la Luna sea el satélite natural de la Tierra) es verdadero sin que el antecedente (que nuestro sistema solar tiene 98 planetas y tres soles) lo sea.[7]

4.1. Otros argumentos contra Adición

Para facilitar la discusión, necesitaremos un poco de formalismo. Asumiremos un lenguaje de orden cero L generado libremente a partir de un conjunto numerable de variables proposicionales, Var(L) —y cuyos elementos denotaremos con 'p', 'q', 'r', etcétera— y las conectivas $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow$ (negación, conjunción, disyunción y condicional, respectivamente). Con 'Γ', 'Δ' y otras letras griegas mayúsculas denotaremos colecciones de fórmulas y con 'A', 'B' y 'C' denotaremos fórmulas cualesquiera.

Como vimos en la sección anterior, Robles usó el hecho de que cualquier C es una fórmula interpolante para $A \rightarrow B$, si $\vdash A \rightarrow B$, $\vdash \sim A$ y $\vdash B$, para afirmar que cualquier C es relevante para tales A y B, esto es, que cualquier proposición es

[6] Para una introducción a las lógicas de la relevancia y sus motivaciones filosóficas, véanse Read (2012) o Mares (2004).

[7] En los ejemplos típicos se usan enunciados de dominios dispares lo cual, en lugar de exhibir las irrelevancias permitidas por la lógica clásica, hace que los ejemplos luzcan artificiales y favorece la idea de que el problema surge de lo rebuscado de los ejemplos y no de la lógica clásica. Aquí quisimos mostrar que incluso ciertos condicionales con enunciados del mismo dominio parecen falsos, aunque evaluarlos con la lógica clásica resultaría en que fueran verdaderos.

relevante para una falsedad lógica y para una verdad lógica. Esta idea ha sido explícitamente defendida, por ejemplo, por Prior (1955) y, antes, por Lewis y Langford (1932).

Muchos años después, Morado (1983) definió 'contenido' (y 'relevancia') de manera tal que, en todo condicional válido en la lógica clásica, antecedente y consecuente comparten contenido. Las definiciones pertinentes son las siguientes:

- El *contenido de una proposición* A es el conjunto de interpretaciones que la hacen falsa: $Cont_M$(A)=$\{\sigma|\ \sigma(A) = 0\}$.
- El *contenido de un conjunto de proposiciones* Γ es el conjunto de contenidos de sus elementos: $Cont_M(\Gamma) = \{\cup\sigma_i |\ \sigma_i Cont_M(A)\}$.
- A es *Morado-relevante para* B si y sólo si $Cont_M(B) \cap Cont_M(A) \neq \emptyset$, Γ es Morado-relevante para A si y solo si $Cont_M$(A) $\cap$ $Cont_M(\Gamma) \neq \emptyset$.[8]

Estas definiciones de Morado tienen, entre otras, dos consecuencias notables. La primera es que, para cualesquiera A y C, $(A \wedge {\sim}A)$ es Morado-relevante para C, cuando instancias de $(A \wedge {\sim}A)$ y C son los ejemplos típicos de fórmulas irrelevantes entre sí. La segunda es que todas las proposiciones atómicas son relevantes entre sí: para cualesquiera dos proposiciones atómicas p y q, hay una interpretación i, tal que $i(p) = i(q) = 0$, lo que implica que $Cont_M(p) \cap Cont_M(q) \neq \emptyset$.

A diferencia de Morado —y Robles—, creemos que estos resultados en lógica clásica no quieren decir que la lógica clásica tenga nociones propias de contenido y relevancia adecuadas para ella, sino que más bien implican que las nociones de contenido y relevancia tienen que definirse de mejor manera. Por ejemplo, un resultado bastante contraintuitivo es que o bien nada es Morado-relevante para una verdad lógica o bien la Morado-relevancia no es simétrica. Considérense C y $(B \vee {\sim}B)$. Entonces $Cont_M(C) \cap Cont_M(B \vee {\sim}B) = \emptyset$. Si la intersección se cambia por inclusión, como en la propuesta original de Morado, entonces solo se tiene $Cont_M(B \vee {\sim}B) \subseteq Cont_M(C)$, pero no $Cont_M(C) \subseteq Cont_M(B \vee {\sim}B)$, de modo que la relevancia no sería simétrica.

Dejamos un análisis más detallado de las ideas de Morado para otra ocasión; asumimos que las limitaciones señaladas sirven para al menos motivar otras definiciones de 'contenido'. Con '$Sub(A)$' denotaremos *el conjunto de subfórmulas propias de* A . Por ejemplo, si A es $(p \vee {\sim}q) \rightarrow (r \wedge s)$, $Sub(A) = \{p, r, s, {\sim}q, p \vee {\sim}q, r \wedge s\}$. Entonces, *el contenido de una fórmula* A es el conjunto de sus variables proposicionales: $Cont(A) = \{B | B \in Var(\mathrm{L})$ y B $\in Sub(A)\}$. Por

[8] De hecho, Morado no ofrece esta definición de relevancia, sino una más fuerte, como inclusión de contenidos, lo cual es útil para definir la validez de los condicionales, pero no es aplicable para pares cualesquiera de fórmulas. Discutiremos esto más adelante.

su parte, *el contenido de un conjunto de proposiciones* Γ es el conjunto de contenidos de sus elementos: $Cont(\Gamma) = \{Cont(A) | A \in \Gamma\}$.

De acuerdo con el *proscriptivismo*, un argumento es lógicamente válido solo si el contenido de la conclusión está incluido en el contenido de las premisas. Usando la definición de 'contenido' del párrafo anterior, es fácil probar que $A \nvDash A \vee B$, pues $Cont(A \vee B) \nsubseteq Cont(A)$. Probablemente esta versión del proscriptivismo sería demasiado restrictiva para Bunge, pues no solo se invalidaría

> "El Teorema de Pitágoras es verdadero. Por tanto, el Teorema de Pitágoras es verdadero o los inviernos árticos son encantadores."

sino también

> "El Teorema de Pitágoras es verdadero. Por tanto, el Teorema de Pitágoras es verdadero o la Conjetura de Collatz es falsa".

Pero, como dijimos, esto es resultado de combinar el proscriptivismo con la noción de contenido del párrafo anterior; véase Ferguson (2017) para nociones más finas de contenido aplicadas al proscriptivismo. Sin embargo, no olvidemos que solo pretendíamos mostrar un argumento contra Adición mejor que el de Bunge, no uno perfecto.

Consideremos una noción distinta de contenido a la que llamaremos '$Cont_N(A)$', definida como $Cont_N(A) = \{B | B \in Lit(\text{L}) \text{ y } B \in Sub(A)\}$, donde Lit(L) es el conjunto de literales —esto es, fórmulas atómicas o sus negaciones— de L. Esto puede generalizarse a conjuntos de fórmulas del siguiente modo: $Cont_N(\Gamma) = \{\bigcup B_i | B_i \in Cont_M(A)\}$ para toda $A \in \Gamma$. Ahora, diremos que A y B son un *par contradictorio* si y solo si una de ellas es tipográficamente una negación de la otra. Por ejemplo, $\sim\sim A$ y $\sim A$ son un par contradictorio, así como A y $\sim A$.[9] Finalmente, diremos que dos conjuntos de fórmulas Γ y Δ son *incompatibles* si y solo si toda literal del contenido de Δ forma un par contradictorio con alguna literal del contenido de Γ.

Con estas nociones es posible definir una condición necesaria para la validez lógica de un argumento, a saber, que un argumento es válido solo si la negación de

[9] Pero A y $A \rightarrow \sim A$ no son un par contradictorio, a pesar de que, en la lógica clásica $A \rightarrow \sim A$ y $\sim A$ sean equivalentes.

la conclusión es incompatible con las premisas.[10] En ese caso, y asumiendo las equivalencias de De Morgan, Adición es inválida: $Cont_N(p) = \{p\}$ y $Cont_N(\sim(p \lor q)) = \{\sim p, \sim q\}$, pero $\sim q$ no forma ningún par contradictorio con alguna literal del contenido de la premisa.[11]

5. CONCLUSIONES

En este texto presentamos las dudas de Bunge acerca de Adición. También vimos que, si bien no alcanzan a convertirse en paradojas por los defectos señalados por Margáin y Robles, los argumentos de Bunge pueden fortalecerse y emparentarse con otras críticas a Adición, provenientes de las lógicas de la relevancia, proscriptivas y conexivas.

AGRADECIMIENTOS. Escribimos este artículo durante la crisis sanitaria debida a la COVID-19. Este trabajo se realizó en el marco del proyecto PAPIIT IG400422. Queremos agradecer a los integrantes del Seminario Episteme: Filosofía y Ciencia, de la Universidad del Valle, por sus comentarios a una versión previa de este trabajo. El primer autor quiere agradecer además el apoyo de una beca PASPA Nacional otorgada por la DGAPA-UNAM.

REFERENCIAS

Anderson, A., Belnap, N., Dunn, J. M. (1992). *Entailment, volume ii*. Princeton Legacy Library.

Bunge, M. A. (1969). The paradox of addition and its dissolution. *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía,* 3, 27-31.

Bunge, M. A. (1975). La paradoja de la adición: respuesta al maestro Margáin. *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía, 7*(20), 105-107.

[10] En este caso, podemos identificar sin problema una sola fórmula, la conclusión, con el conjunto unitario que la contiene.

[11] Esta condición necesaria para la validez de un argumento está estrechamente emparentada con la condición de Nelson (1930) para la validez de un condicional y que ha sido retomada en otros desarrollos en lógica conexiva, por ejemplo, McCall (1966), Pizzi (2004), Estrada-González y Ramírez-Cámara (2019) y Estrada-González y Tanús (2021). Para una introducción a las lógicas conexivas, véanse McCall (2012) y Wansing (2020).

Estrada-González, L., y Ramírez-Cámara, E. (2019). A Nelsonian response to 'the most embarrassing of all twelfth-century arguments'. *History and Philosophy of Logic*, *41*(2), 101-113.

Estrada-González, L., y Tanús, C. (2021). Variable sharing in connexive logic. *Journal of Philosophical Logic,* 50, 1377-1388. https://doi.org/10.1007/s10992-021-09602-y

Ferguson, T. M. (2017). *Meaning and Proscription in Formal Logic*. Springer.

Lewis, C. I., y Langford, C. H. (1932). *Symbolic logic*. Dover Publications.

Mares, E. D. (2004). *Relevant Logic: A Philosophical Interpretation*. Cambridge University Press.

Margáin, H. (1972). La paradoja del Dr. Bunge. *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía, 6*(18), 113-116.

McCall, S. (1966). Connexive implication. *Journal of Symbolic Logic, 31*(3), 415-433.

McCall, S. (2012). A history of connexivity. En D. M. Gabbay, F. J. Pelletier y J. Woods (Eds.), *Handbook of the History of Logic. Vol. 11. Logic: A History of its Central Concepts* (pp. 415-449). Elsevier.

Morado, R. (1983). Deducibility implies relevance? A cautious answer (on Professor Orayen's criticisms of relevant logic). *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía*, *15*(45), 105-108.

Nelson, E. J. (1930). Intensional relations. *Mind, 39*(156), 440-453.

Pizzi, C. (2004). Cotenability and the logic of consequential implication. *Logic Journal of the IGPL, 12*(6): 561-579.

Prior, A. N. (1955). *Formal logic*. Clarendon Press.

Read, S. (2012). *Relevant Logic: A Philosophical Examination of Inference*. https://www.st-andrews.ac.uk/~slr/Relevant_Logic.pdf

Robles, J. A. (1976). Comentarios en torno a Bunge, Margáin y la paradoja. *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía, 8*(23), 105-113.

Wansing, H. (2020). Connexive logic. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (ed. Primavera de 2020). CSLI Stanford. https://plato.stanford.edu/archives/spr2020/entries/logic-connexive/.