ARTYKUŁY

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XXX / 2002, s. 31–47*

Robert JANUSZ

Wyższa Szkoła Filozoficzno-Pedagogiczna „Ignatianum"
Kraków

PREHISTORIA KOMPUTERA

Przez bardzo długi okres historii dążono do tego, by usprawnić obliczenia przez konstruowanie urządzeń wspomagających lub nawet całkowicie wyręczających człowieka. Celem tych poszukiwań było opanowanie mechanicznego sposobu wykonywania podstawowych działań arytmetyki elementarnej. W maszynach liczących stosowano najlepszą znaną reprezentację liczb, natomiast sam proces obliczeń traktowano mechanicznie: przesunięcie kamyków albo obrót korbką zmieniały stan, konfigurację maszyny i pozwalały ją „naocznie" zinterpretować. Zanim jednak skonstruowano pierwsze urządzenia tego typu, na długo przedtem próbowano przedstawiać liczby już to w postaci zapisów symbolicznych, już to starano się na nich wykonywać jakieś operacje. Odkrycia dokonane przed stuleciami odsłaniały już wtedy pewne typowe sytuacje problemowe, które zostaną ukazane w tym historycznym zarysie.

1. REPREZENTACJE LICZB I ALGORYTMÓW W STAROŻYTNOŚCI

Idea liczby jest bardzo stara: poprzedza pojawienie się pisma, a prymitywne przedstawienia liczb (np. na kościach) sięgają 30000 lat[1]. Jeśli idzie o operacje na liczbach, to początkowo dokonywano

---

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

[1] Barrow, 1994, s. 64-71.

ich po prostu na palcach, co wyjaśnia pojawienie się systemów liczenia piątkowego i dziesiętnego[2]. Były w użyciu także i inne podstawowe wielkości liczbowe, np. „systemów” trójkowego i dwójkowego używali już Indianie amerykańscy. W niektórych językach także nazewnictwo liczb wskazuje na powszechne korzystanie z wielokrotności ósemki i dwudziestki[3]. Używane były również systemy „o podstawie” tak wielkiej, jak sześćdziesiąt[4].

Związek operacji z reprezentacją liczby najprościej prześledzić na przykładzie dodawania. W celu wykonania operacji rachunkowych liczby przedstawiano na tablicy zwanej *abakiem*, kreśląc na niej cyfry lub figury geometryczne. Później zaczęto rysować rubryki oznaczające wyższe rzędy cyfr reprezentowane przez układy kamyczków (łac. *calculi*) . W ten sposób „danym” liczbowym nadawano pewną strukturę. Abak był pierwowzorem liczydła i przez długi czas liczono na nim w rzymskim systemie liczbowym[5]. Sytuacja ta trwała aż do średniowiecza. Stosunkowo późno zaczął się propagować rozwinięty przez Adama Riesa[6] nowy sposób liczenia.

Bardzo interesujący był sposób wykonywania rachunków przez starożytnych Egipcjan, dla których *podstawową operacją* było dodawanie. Ale również operacje mnożenia i dzielenia liczb były im potrzebne do codziennego życia. Operując swoistym znakowym przedstawieniem liczb i umiejąc je dodawać, Egipcjanie dokonali prostego,

---

[2]Chodzi tutaj oczywiście o pewne wyróżnione liczby-wielkości, a nie o system pozycyjny, na który trzeba będzie jeszcze długo czekać.

[3]Być może nieumiejętność nazywania liczb u plemion pierwotnych jest oznaką szczególnie rozumianej wspólnoty. Starogrecka liczba podwójna w gramatyce zdaje się świadczyć o pewnej nieliniowości, tzn. że „struktura” dwóch była dla Greków czymś innym niż suma dwóch jednostek. Wzmiankuje się tutaj tę cechę ze względu na ciągłe „liniowe” dążenie państwa do „liczenia” ludności. Ujawni się to szerzej przy omawianiu dorobku Hollerith'a (zob. także: Barrow, 1994, s. 84n).

[4]Por.: Boyer, 1976, s. 3-5, 30.

[5]Por.: Gellert, Kästner i Neuber, 1977, s. 9; Empacher i inni, 1975, s. 7; EB, t. 1, s. 5-7.

[6]Adam Ries (1492-1559) opracował i opisał metody rachunkowe „na liniach” i przy „użyciu pióra” (por.: Gellert, Kästner i Neuber, 1977, s. 9, 489; Boyer, 1976, s. 325).

lecz doniosłego odkrycia: potrafili operację mnożenia sprowadzić do operacji dodawania bez konieczności zmiany reprezentacji liczbowej. Jest to dość znaczące odkrycie relacji między strukturą danych (liczby) a algorytmami (operacjami) na nich. Operacje dodawania pozostaną na długo symbolem prostoty rachunku. Niestety niewiele jest operacji, które dadzą się wyrazić poprzez dodawanie, a wtedy, gdy to się może udać, zachodzi potrzeba zmiany pośredniej reprezentacji liczby[7]. Z tej racji to starożytne odkrycie Egipcjan można zakwalifikować jako ważne uchwycenie relacji między operacjami (algorytmami).

Ze względu na ciekawą strukturę egipskiego mnożenia, warto prześledzić tę procedurę nieco dokładniej, także ze względu na jej dwójkowy charakter. Mnożenie było dla Egipcjan sumą odpowiednich podwojeń czynnika. Najpierw rozkładano dany czynnik na sumę wyrazów „szeregu potęgowego" o podstawie 2. Składniki tej sumy *wskazywały*, które zdwojenia należy wybrać przy sumowaniu wyniku dla mnożenia[8]. Warto zauważyć ponadto, iż podejście to było jawnym użyciem struktury wskaźników, albo indeksów tablicy „szeregu podwojeń" dla wyrażenia operacji takiej jak mnożenie[9]. Znając jedną podstawową regułę na dodawanie, Egipcjanie wyrazili nią inną regułę i potrafili dzięki temu mnożyć dowolne liczby.

Nie zawsze jednak mnożenie wyrażone dodawaniem jest wystarczająco proste. Czy można jednak tak dobrać *strukturę* liczb, aby usprawnić operacje mnożenia i dzielenia na nich? Zauważono, że operacje mnożenia/dzielenia wyróżniają pewne liczby. Są nimi np. wszystkie wielokrotności dzielnika. Dla podstawowych podziałów przez 2, 3, 4, 5 można by więc szukać lepszej „struktury danych" liczbowych. To

[7]Patrz niżej: logarytmy Napera.

[8]Por.: Boyer, 1976, s. 17n; Ligonnière, 1992, s. 191n.

[9]Ten algorytm można przedstawić następująco:
a[0] = 69,
a[1] = 2 * a[0] = 138, a[2] = 2 * a[1] = 276,
a[3] = 2 * a[2] = 552, a[4] = 2 * a[3] = 1104;
$19 = 1 + 2 + 16 = 2^0 + 2^1 + 2^4$;
69 * 19 = a[0] + a[1] + a[4] = 69 + 138 + 1104 = 1311.

istotnie zachodziło w matematyce babilońskiej, która wyrażała liczby w systemie sześćdziesiątkowym.

Różne były hipotezy wyjaśniające tak dziwny system liczbowy starożytnej Mezopotamii. Obok hipotez powołujących się na jego astronomiczne pochodzenie tłumaczono go też jako wynik wymieszania się systemów dziesiętnego i szóstkowego. Warto zwrócić uwagę na inne wyjaśnienie mające cechę wspomnianą powyżej: podstawa sześćdziesiątkowa jest wygodna ze względu na operacje „miernicze": sześćdziesiąt dzieli się całkowicie przez 12 czynników: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Operowanie więc tym systemem rozwiązywało podstawowe trudności podziału wielkości związanych z codziennym życiem. Zadziwiająca jest jednak precyzja, do jakiej dochodzili Babilończycy w obliczeniach arytmetycznych. Chociaż swój system liczbowy z powodzeniem wykorzystywali do przedstawiania ułamków, to wyrażali nim również przybliżenia liczb niewymiernych, np. zaokrąglona wartość $\sqrt{2}$ = (1;24,51,10) 60 = 1.41421296 (z błędem 6ˇ10 -7) była wyznaczona najlepiej aż do czasów odrodzenia[10]. Babilończycy, choć nie interesowali się naturą liczb ale samym obliczaniem, znaleźli bardzo dobry system ich przedstawienia. Tak więc prostota pewnych algorytmów wpływa na podstawę systemu liczenia. Łatwość wykonywania operacji wpływa zatem na strukturę reprezentacji obiektów, na które działają te operacje.

Omawiana własność, wiążąca „strukturę danych" liczbowych z operacjami na nich, doskonale potwierdza się wraz z odkryciem systemów pozycyjnych. Oczywiście najwięcej problemu sprawiała reprezentacja liczby zero.

Babilończycy dla „pustej jednostki" zostawiali czasami „puste miejsce", ale tylko wtedy, gdy „pusta jednostka" występowała na pozycjach pośrednich. Brak cyfry znaczono wtedy przez specjalnie ułożone kliny[11]. Trudno zatem traktować taką reprezentację liczb jako przejaw systemu pozycyjnego; „zero" było tu raczej znakiem syntaktycznym stosowanym dla uniknięcia dwuznaczności.

---

[10]Por.: Boyer, 1976, s. 30, 33, 47.

[11]Por.: Boyer, 1976, s. 32; Barrow, 1994, s. 151.

Na długo przed odkryciem Ameryki Majowie używali pozycyjnego zapisu liczb o różnych bazach systemu. Pierwszy pewny zapis zera odnaleziony w Indiach pochodzi z roku 876. Jest możliwe, że zero przejęte zostało z Aleksandrii. Co więcej, tak koncepcję bazy dziesiętnej systemu, jak i notację pozycyjną oraz 10 różnych symboli na oznaczenie cyfr Hindusi przejmowali raczej od innych. Prawdopodobnie właśnie ich zasługą było umiejętne i skuteczne połączenie tych elementów razem[12]. Na pomysł zera jako elementu neutralnego dla operacji dodawania trzeba było jeszcze długo czekać.

Umiejętność zapisu zera w systemie pozycyjnym umożliwiła znaczne uproszczenie operacji na liczbach[13]. Zmieniony sposób zapisu „tablelkowego" liczb (struktura danych) w pewnym sensie „wymusił" zero. Warto wspomnieć tutaj jeszcze jedną cechę dobrej reprezentacji: opierając się na skończonej liczbie znaków i reguł, można było zapisać dowolnie wielkiej liczby.

Nie wszystkie liczby traktowano jako reprezentantów jednej struktury. Mitologia i arbitralne wyobrażenia nadawały niektórym liczbom znaczenie magiczne. Numerologia — mistyczne znaczenie przypisywane liczbom — była głęboko zakorzeniona, np. w tradycji pitagorejskiej[14]. Jednakże jeszcze przed pitagorejczykami kultura nasiąkała liczbami, których interpretacja rodziła się z filozofii lub wierzeń połączonych z obserwacją świata, np. siedem dni tygodnia ma związek z liczbą „gwiazd błądzących". Pitagorejczycy, pomimo mistycznych spekulacji o liczbach, jako jedni z pierwszych uważali, że poprzez matematykę można zrozumieć świat[15].

[12]Por.: Boyer, 1976, s. 250n.

[13]Od momentu odkrycia elementów neutralnych dla pewnych matematcznych działań takie uproszczenie wydaje się oczywiste. Odkrycie zera wyeliminowało „sprzętowe" operacje związane z wyróżnionymi regułami dodawania. Pojawił się jednak nowy problem: należało stosować reguły przeniesienia.

[14]Podobnie było w starożytnych Chinach. Odkryty przez jezuitów w 1699 roku traktat *Yi king* (ok. 3000 lat przed Chr.) opierał się na dwóch zasadach, elementach rodzajowych: męskim i żeńskim, z których wywodzono później całą filozofię, a także dwójkowy system liczania, który tak zafascynował Leibniza (por.: Ligonnière, 1992, s. 194-197).

[15]Por.: Boyer, 1976, s. 62, 66.

Pitagorejczycy przedstawiali liczby przez małe kamyczki (łac. *calculi*) . Natomiast od czasów Euklidesa to „kamykowe" przedstawienie liczb uległo zmianie na reprezentację odcinkową. Było to zupełnie nowe patrzenie na wielkości liczbowe. Geometria zaczęła dominować nad wielkościami ciągłymi[16].

Dla geometrycznego ujęcia liczb (nowa struktura) i operacji na nich (geometria) istotnego spostrzeżenia dokonał Platon[17]. Teajtet, bohater Platońskiego dialogu, zauważył, że pole kwadratu może być wyrażone wielokrotnością pola innego kwadratu, ale jednocześnie bok tego kwadratu nie zawsze da się przedstawić jako wielokrotność boku tamtegoż kwadratu. Kwadraty o polach 1, 4, 9, itd. mają pola i boki dające wyrazić się przez wielokrotność kwadratu pierwszego, natomiast kwadraty o polach 2, 3, 5, mają stosunek pól wymierny a boków niewymierny. Ta dziwna cecha kwadratu była powodem, że Teajtet podzielił liczby na dwie grupy: długości i możności („niewspółmierne" długości boków, „współmierne" pola). To kryterium było podzieleniem „nieograniczonej" liczby kwadratów na skończoną liczbę grup[18]. Jest to pewne proste zastosowanie rzutowania z nieskończonego zbioru kwadratów w skończony zbiór cech.

Teajtet odkrył bardzo interesującą możliwość dotyczącą struktury tego samego obiektu: niektóre operacje na nim mogą być wykonalne (wyrażenie stosunku pól), innych natomiast wykonać się nie da (wyrazić stosunek boków). Odkrycie niewymierności liczb względem jednostki systemu pozycyjnego na długi okres pozostawało zagadnieniem niezrozumiałym. Problem rozwiązany został dopiero po teoretycznym opracowaniu szeregów nieskończonych. Dzięki Platonowi można mieć nadzieję, że nawet pewne struktury niewymierne (nieobliczalne) mogą mieć pewne charakterystyki wymierne (obliczalne).

Pomysły operacji na liczbach nie zawsze służyły rachunkom związanym z codziennymi potrzebami. Zaczęły się pojawiać coraz ciekawsze odkrycia związków między strukturami liczbowymi a pewnymi

[16]Por.: Boyer, 1976, s. 91.
[17]Platon (427-347) przedstawia te poglądy w V rozdziale *Teajteta*.
[18]Platon, 1936, s. 21n.

operacjami. Jednym z najstarszych algorytmów, którego przeznaczeniem nie były obliczenia liczbowe, jest tzw. sito Eratostenesa pozwalające „oddestylować” (operacja) z ciągu (struktura) kolejnych liczb naturalnych liczby pierwsze[19].

2. ARYTMOMETRY I OBLICZENIA

Przez długi okres czasu rachowano w Europie, posługując się, jak wspomniano wyżej, rzymskim abakiem lub specjalnymi tablicami rachunkowymi. Liczenie w systemie niepozycyjnym wymagało jednak sporej zręczności. Niemiecki rachmistrz Adam Ries był jednym z pionierów, którzy zaczęli wprowadzać nową metodę obliczeń z użyciem pióra i cyfr indo-arabskich, wprowadzonych na grunt europejski przez papieża Sylwestra II[20]. Powoli zaczęła się przyjmować powszechnie dziesiętna i pozycyjna reprezentacja (struktura) liczbowa. Odziedziczoną po starożytności i średniowieczu matematykę Europa wprowadzała na nowe drogi rozwoju[21].

Nowy, dziesiętny system liczenia, mimo usprawnienia i ujednolicenia procedur (operacji), sprawiał jednak spore trudności w rosnącej lawinowo liczbie rachunkowych problemów. Starano się przeto zmechanizować proces obliczeń oraz uczynić go niewrażliwym na ludzkie

[19]Procedura jest następująca:
(1) rozpoczyna się od liczby 2 i wypisuje się następujące po niej 3, 4,. .. n;
(2) powraca się następnie na początek poszukując pierwszej niewykreślonej jeszcze liczby (jest to kolejna liczba pierwsza) i wykreśla się jej wielokrotności;
(3) powtarza się punkt (2) aż do wyczerpania wszystkich liczb w ustalonym ciągu 2...n;
(por.: Richards, 1983, s. 61).

[20] Gerbert z Aurillac (945-1003) był prawdopodobnie pierwszym, który uczył w Europie cyfr indo-arabskich. Został papieżem w 999 r. przyjmując imię Sylwester II. Fakt ten ułatwił rozpowszechnianie się nowego, dziesiętnego systemu liczenia z użyciem cyfr indo-arabskich z zerem włącznie. Dopiero rozwinięcie się europejskiego handlu w XIII i XIV w. zaowocowało przyjęciem się na stałe nowego systemu liczenia, którego propagatorem był, m. in., celnik z Pizy, Leonardo Fibonacci (por.: Boyer, 1976, s. 291-292; Barrow, 1994, s. 162-172; Ligonnière, 1992, s. 14-17).

[21]Por.: Gellert i inni, 1977, s. 8; Boyer, 1976, s. 325n.

błędy. Znalezione metody pozwalały odciążyć urzędników i uczonych od trudów zliczania słupków liczbowych. Tak rodzić się zaczęła idea liczącej maszyny mającej rozwiązać operacyjne kłopoty z liczeniem w systemie pozycyjnym (czyli z ograniczeniami struktury).

Pierwsza maszyna licząca została zaprojektowana przez Wilhelma Schickard'a[22], ok. 1623 roku. W liście do Keplera Schickard pisał: «...mechanicznie spróbowałem zrobić to, co ty wykonujesz ręcznie, i zbudowałem maszynę, która natychmiast, automatycznie przelicza zadane liczby, dodaje, odejmuje, mnoży, dzieli [...] Skakać będziesz pewnie z radości, gdy zobaczysz, jak przenosi ona liczbę dziesiątek i setek lub też ujmuje ją przy odejmowaniu»[23].

Młody Blaise Pascal[24] próbował skonstruować maszynę liczącą już w 1641 roku, ale nie funkcjonowała ona poprawnie. Dopiero w latach 1642-1644, dzięki nowym pracownikom, udało mu się skonstruować słynną „Pascalinę" — maszynę do wykonywania operacji dodawania i odejmowania[25]. Młody Blaise chciał w ten sposób pomóc w obliczeniach swojemu ojcu. Wynalazek ten przyniósł Pascalowi rozgłos i uznanie[26].

---

[22]Wilhelm Schickard (1592-1635).

[23]Cyt. za: Ligonnière, 1992, s. 25. Monżenie i dzielenie były możliwe przez użycie „pałeczek Nepera" w postaci walców. Niestety, maszynę tę zniszczył pożar i ani wynalazca, ani wykonawca już nigdy jej nie odtworzyli (Ligonnière sugeruje wiele hipotez mających nawet źródło światopoglądowe). Dopiero w 1958 roku F. Hammer odkrył listy Schickarda do Keplera, a także opis liczącego „zegara" przeznaczony dla mechanika Pfistera. W latach 1959-1960 B. von Freytag-Löringhoff, a także J.P. Flad i Lefebvre zrekonstruowali tę maszynę (tamże, s. 28-29). W konstruowaniu, czy udostępnianiu maszyn liczących pojawiały się często niespodziewane trudności, np.: w 1673 r. rzemieślnik zerwał umowę z Leibnizem (tamże, s. 43), a i dzisiaj na komputery nakłada się różne embarga.

[24]Blaise Pascal (1623-1662).

[25]Odejmowanie także było możliwe, gdyż koła zawierały rosnący i malejący rząd cyfr, ale obracały się tylko w jednym kierunku. Zapadka do automatycznego przeniesienia (nie tylko dziesiętnego) była delikatna i skomplikowana. Bardzo wysoki koszt tej maszyny czynił ją jednak mało dostępną.

[26]Por.: EB, t. 17, s. 351-353; Gellert i inni, 1977, s. 413; Ligonnière, 1992, s. 31-36.

Z kolei Wilhelm Leibniz[27] postawił maszynie liczącej większe operacyjne wymagania. Znana mu była z pobytu w Paryżu sumująca „Pascalina", a także jej słabe strony. Ponieważ Leibniz uważał, że zajmowanie się rachunkami jest nieludzkie, dlatego chciał człowieka od niego jakoś uwolnić. Za wynalezienie swojej maszyny do liczenia został uhonorowany w 1673 roku członkowstwem w Londyńskim *Royal Society*. Maszyna Leibniza potrafiła wykonywać, oprócz dodawania, w całkowicie oryginalny sposób, także operację mnożenia, a wynalezione przez niego zasady konstrukcji maszyn liczących były podstawą wciąż ulepszanych arytmometrów[28]. Co ciekawe, Leibniz, ze względów teologicznych, uważał za najlepszy dwójkowy system liczenia[29]. Poza tym miał intuicję logiki formalnej i uniwersalnego języka, w którym prawda i fałsz mogłyby być obliczone według reguł logiki. Leibniz jest uważany za prawdziwego prekursora liczenia maszynowego[30].

Od czasów starożytnych operacja mnożenia na różnych strukturach liczbowych stanowiła trudne wyzwanie rachunkowe[31]. Godne najwyż-

[27]Wilhelm Leibniz (1646-1716).

[28]Leibniz rywalizował o pierwszeństwo w konstruowaniu maszyny mnożącej z Samuelem Morlandem. Morland zastosował jednak słabe technicznie rozwiązanie mnożenia wykorzystujące tarczową wersję pałeczek Nepera. Leibniz wynalazł natomiast bęben o zębach nierównej wielkości, znalazł sposób na zapamiętanie liczby i odpowiednie sterowanie przesuwem mechanicznego wózka przy operacjach mnożenia i dzielenia. *Royal Society* nagrodziło *pomysł* Leibniza. Jego pierwsza maszyna, dla której bibliotekarz z Hannoweru poświęcił lata pracy i część swego majątku, została ukończona w 1694 roku i zachowała się do dziś. Dopiero jednak „arytmometr", skonstruowany około roku 1820 przez Charlesa Thomasa, był urządzeniem na tyle pewnym i użytecznym, że można go było produkować komercyjnie przez pierwsze powołane do tego celu przedsiębiorstwo (por.: Ligonnière, 1992, s. 40, 43-44, 63-65).

[29]Cyfra jeden reprezentowała Boga, stwarzającego z nicości (zero). Ideę tę przedstawił jezuitom w celu nawrócenia cesarza Chin.

[30]Por.: Empacher i inni, 1975, s. 140n; Boyer, 1976. s. 466n; Ligonnière, 1992, s. 41-46, 194n.

[31]Nicolas Chuquet był zwolennikiem pamięciowego opanowania tabliczki mnożenia wszystkich cyfr systemu dziesiętnego. Dotąd, mnożenie wykonywano posługując się tabliczką mnożenia 5 na 5 i stosowaniem, w razie potrzeby, dopełnień do 10 (por.: Ligonnière, 1992, s. 17). Można sobie wyobrazić stopień skomplikowania takich rachunków.

szego uznania było wynalezienie przez Nepera[32] pałeczek do mnożenia (1617) oraz odkrycie logarytmów[33]. Jego sławna publikacja *Mirifici logarithmorum cononis descriptio* ukazała się w 1614 roku. Odkrycia te pozwoliły znacznie uprościć proces mnożenia. Nazwa „logarytm”, pochodząca od *LOGos* + *ARITHMos* miała oznaczać „zasadę liczbową”, która pozwalała zamienić mnożenie na dodawanie[34].

Widać tutaj znowu wyraźnie, jak *operacja* wskazała na lepsze *przedstawienie* liczby. Aby pomnożyć dwa czynniki, należało zmienić ich reprezentację (przez odszukanie jej w tablicach), wykonać proste dodawanie i powrócić (poprzez tablice) do reprezentacji wyjściowej[35]. To proste „przetworzenie” danych jest o tyle istotne, że choć dokonało się ono na początku niejawnie, to opierało się jednak o matematyczną funkcję logarytmu.

Wykonując mnożenie, można się było wspomagać „pałeczkami Nepera”, tablicami logarytmicznymi[36] bądź wykorzystywać do tego celu maszyny liczące[37]. Jednak odkrycie logarytmów umożliwiło nietrywialne, w stosunku do metod mechanicznych, zastąpienie trudnych

---

[32]John Neper (Napier) (1550-1617).

[33]Być może nieco wcześniej odkrył logarytmy Jost Bürgi. Autorem pierwszych tablic logarytmicznych był Henri Briggs (1556-1630) (por.: Ligonnière, 1992, s. 18; Boyer, 1976, s. 363).

[34]Por.: Boyer, 1976, s. 359n; Ligonnière, 1992, s. 18-20. Thomas Fanetet de Lagny (1660-1734), matematyk francuski, zauważył, że w systemie binarnym mnożenie i dzielenie wykonuje się jako serię dodawania i odejmowania (por.: Ligonnière, 1992, s. 199).

[35]Warto zauważyć rolę *tablicy* w uproszczonych operacjach. To dzięki tablicy Gerbert z Aurillac, znając system indo-arabski, zaczął używać zera jako cyfry oznaczającej pustą kolumnę (por.: Ligonnière, 1992, s. 16). Egipskie mnożenie również opierało się na tablicy wielokrotności czynnika. Tutaj natomiast tablica stanowiła sposób przejścia od ciągu arytmetycznego do ciągu geometrycznego. W programowaniu komputerów *tablica* stanowi podstawową strukturę danych.

[36]Potem ich funkcję przejął suwak logarytmiczny wynaleziony przez E. Gunter'a w 1624 roku. Ten typ liczenia stanowił początek obliczeń analogowych (por.: Ligonnière, 1992, s. 46).

[37]Maszyny te były wytworem geniuszu inżynierskiego, ale wynalazkom tym z początku rzadko towarzyszył sukces. G. Poleni wynalazł koła o zmiennej liczbie zębów, ale źle zaplanował mechanizm napędowy. Działająca maszyna A. Brauna z 1727 roku stała się jedynie salonową ciekawostką. Dopiero w drugiej połowie XVIII w. stoso-

operacji pewną strukturą: prostą reprezentacją danych i prostą procedurą operacji wykonywanych niejako w „innej przestrzeni". Dzięki temu logarytmy cieszyły się bardzo długo rzadko spotykanym sukcesem. Był jeden mały mankament: tablice logarytmiczne należało jakoś opracować[38] a wydawane księgi zawierały anomalie i błędy drukarskie.

Wspominane tutaj „błędy w zapisie" są prostym przykładem złożonego zagadnienia poprawności przetwarzania informacji. Dotąd dotyczyły one reprezentacji danych (liczb), ale problem skrystalizuje się potem także jako zagadnienie syntaktycznej poprawności programów.

3. „PROGRAMOWANIE MECHANICZNE"

Charles Babbage[39] chciał usunąć błędy w drukowanych tablicach, zlecając to zadanie bezpośrednio obliczającej maszynie[40]. Około roku

---

wanie technik Jakoba Leupolda (1674-1727) i mutacji bębna Leibniza zaowocowało stabilnymi i prostymi w użyciu maszynami (zob.: Ligonnière, 1992, s. 48-50).

[38]Autorem wielkiego przedsięwzięcia opracowania tablic logarytmicznych był Marie-Riche de Prony. Stosował on do obliczeń kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego metodę *różnic skończonych*. Jego „manufaktura logarytmów" zatrudniała m. in. Legendre'a wraz z 60-80 osobami (por.: Ligonnière, 1992, s. 71-74).

Metodę różnic skończonych można przedstawić następująco: celem jest obliczenie kolejnych wyrazów ciągu a i począwszy od a 0 ; obliczane wyrazy łatwiej jest przedstawić jako zerową kolumnę w tablicy różnic: r[i,0] = a[i]. Pierwsza różnica jest określona zatem jako r[i,1] = r[i+1,0] — r[i,0], a następne: r[i,n+1] = r[i+1,n] — r[i,n]. Jeśli ustali się, że N-ta różnica ma być stałą, to jest możliwe obliczenie kolejnych elementów tablicy r[], a więc i wyrazów ciągu a i.

[39]Charles Babbage (1792-1871).

[40]Pierwsza zaprogramowana maszyna nie służyła do rachunków, ale była związana z przemysłem tkackim (dość nietypowa „struktura danych"). Krosno pedałowe wynaleziono w Chinach, a jego „nicielnicowa" odmiana pozwalała na różne kombinację nici osnowy. Zautomatyzowanie procesu tkania ma długą historię. W 1678 r. paryska Akademia Nauk zignorowała projekt *maszyny do robienia płótna bez udziału robotnika*. W 1725 r. Basile Bouchon zastosował do wybierania pętlic nicielnicy specjalne igły sterowane wymienialną papierową wstęgą dziurkowaną. W ten sposób pojawił się *pierwszy program* i *pierwszy nośnik danych*. Ulepszył go Henri Falcon, zastępując papierową wstęgę serią połączonych kart perforowanych. Natomiast pierwsze krosno uniwersalne skonstruował Joseph-Marie Jacquard (1752-1834) w roku 1800. Robot-

1812/13 powziął ideę mechanicznego obliczania i drukowania tablic. Następnie opracował maszynę różnicową[41], której nowy projekt z 1830 roku nie doczekał się realizacji ze względu na kłopoty ze współpracownikiem i obcięcie funduszy Ministerstwa Finansów. Część tej maszyny zmontowano w 1833 roku, była więc ona możliwa do wykonania już wtedy[42].

Nic nie zwiastowało przełomu, gdy przez półtora roku Babbage, wskutek zaistniałych trudności, pozbawiony był planów swej maszyny różnicowej. Zaczął więc rozwijać nowe idee projektując ok. 1834 roku maszynę analityczną sterowaną kartami perforowanymi (jak to miało miejsce w krosnach tkackich Jacquard'a). Do tej pory każdy krok obliczeń musiał być wykonywany przez człowieka, teraz cały proces miał być całkowicie zautomatyzowany. Babbage zauważył, że zrezygnowanie z liniowości obliczeń przez wprowadzenie pętli (liczby z kolumny wyników miały być przenoszone z powrotem do kolumny różnic), sprawia, że rejestry liczbowe mogą być identyczne, wymienialne i autonomiczne. Nie trzeba było wymuszać mechanicznie „algorytmu mechanicznego przeniesienia", a rejestry liczbowe można było zorganizować w jednolity „skład liczb". Nowy pomysł na podejście do operacji całkowicie „uprościł" maszynę ujednolicając rejestry. Około 1840 roku maszyna miała już ustaloną architekturę, nieznacznie tylko później przerabianą, ale był to jedynie projekt teoretyczny. W relacji Ady Lovelace[43] : «maszya analityczna tkać będzie wzory algebraiczne, tak jak krosna Jacquarda tkają liście i kwiaty [...] nie rości sobie [ona] pretencji do tworzenia czegoś sama z siebie. Może wykonać wszystko, co będziemy umieli jej polecić. Może dokonywać analiz, nie jest wsze-

---

nicy poczuli się tym wynalazkiem zagrożeni i sprawa trafiła pod sąd, który nakazał publiczne połamanie prototypu. W 1805 Jacquard ulepszył krosno i przekonał tkaczy do swego dzieła. Zawocowało to wzbogaceniem się Lyonu (por.: Ligonnière, 1992, s. 61n).

[41] W latach 1820-22 zbudował częściowy model 6-cyfrowej maszyny różnicowej 2-rzędowej (por.: Ligonnière, 1992, s. 75).

[42] Zob.: Ligonnière, 1992, s. 68-89.

[43] Ada Lovelace była córką lorda Byrona, znanego angielskiego poety. Paradoksalnie to jej zawdzięcza się najlepszy opis maszyny analitycznej w *Taylors Scientific Memoirs*, 1843 (por.: Ligonnière, 1992, s. 103-104).

lako zdolna dochodzić do związków analitycznych czy prawd. Zadaniem jej jest pomagać nam wykonywać to, co już opanowaliśmy».

W mechanicznym obliczaniu nastąpił przełom. Projektowana maszyna składała się z „magazynu" 1000 rejestrów 50-cyfrowych (pamięć), „młyna" przeprowadzającego obliczenia (jednostka centralna) i programu zapisanego na kartach („młyn" miał nawet możliwość „mikrokodowania"). Programowanie maszyny analitycznej wyróżniało 3 rodzaje kart: operacyjne (arytemetyka + transfer do/z pamięci), karty „zmiennych" (wartości numeryczne związane z matematycznym opisem problemu) oraz karty „danych". Przewidywało ono instrukcje warunkową, wykonanie pętli programowej lub też wykonanie „podprogramu". Babbage i Ada Lovelace stworzyli nieco ponad 20 małych podprogramów; pełne programowanie nie było przez nich jednak rozwijane. Babbage zdawał sobie sprawę, że przeznaczona „dla Anglii" maszyna nie będzie sfinansowana, ale nie załamując się tym, sporządzał jej schematy rysunkowe uważając, że gdyby żył dłużej «maszyna analityczna stałaby się faktem, a przykład jej rozprzestrzeniłby się na całą Ziemię»[44].

Syn wielkiego wynalazcy, Henry Babbage skonstruował w 1880 roku część liczącego „młyna", a w 1888 roku maszyna wydrukowała tabelę wielokrotności liczby π z dokładnością do 29 cyfr. Odkryty wówczas błąd techniczny został poprawiony w 1906 roku, a sprawdzony tym samym mechanizm znajduje się od 1910 roku w Muzeum Nauk w Londynie. Po śmierci Babbage'a inni wynalazcy nie skłaniali się do budowy maszyny „analitycznej", ale poprzestawali jedynie na sztywnej konstrukcyjnie maszynie „różnicowej"[45].

Po 150 latach, maszyna tablicująca wyniki została wreszcie zrekonstruowana i pracuje dokładnie tak, jak tego pragnął Babbage (mimo pewnych błędów prawdopodobnie naniesionych przez samego autora, aby projektu nie ukradziono[46]). Ta programowana drukarka o nie-

[44]Cytat (za: Ligonnière, 1992, s. 330) pochodzi z autobiografii Babbage'a: *Zapiski z życia filozofa*, 1864.

[45]Por.: Hofstadter, 1994, s. 26n; EB, t. 2, s. 838; t. 4, s. 549n; NEP, t. 1, s. 315; Ligonnière, 1992, s. 92-119.

[46]Może tutaj pojawia się po raz pierwszy idea komputerowego „wirusa"?

spotykanej precyzji pokazana została w Muzeum Nauki w Londynie w roku 2000[47].

W epoce sukcesów mechaniki i praw nią rządzących pojawiło się też inne podejście do rachunków. Zaproponowano zupełnie nowe przedstawienie liczb w tzw. maszynach analogowych, które są po prostu zestawem odpowiednich obwodów fizycznych reprezentujących wielkości, które należy obliczyć. Pionierem badań nad niecyfrowymi maszynami analogowymi był William Thomson (Lord Kelvin). Maszyny takie cechować się mogą znaczną szybkością, lecz są trudno programowalne a przez to mało użyteczne[48]. Trudność programowania polega na zupełnie innym podejściu do idei algorytmu, którego nie można wyrazić w tej formie, w jakiej reprezentuje się dane. „Przestrzeń danych” i „przestrzeń algorytmu” są tu całkowicie odseparowane.

Jeszcze inny sposób reprezentacji danych (nowa struktura) dotyczył, podobnie jak w starożytności, rozwiązania pewnych potrzeb społecznych. W celu dokonania spisu ludności należy mieć olbrzymią „bazę danych”, na której można by wykonywać pewne operacje. Herman Hollerith[49] opracował reprezentację tych danych na kartach perforowanych i skonstruował aparaty zdolne wykonywać na nich podstawowe operacje zliczania i sortowania. Karta (struktura) niosła na sobie informację, co z nią należy wykonać: aparat analizujący dane był sterowany elektromagnetycznie otworami na karcie, które otwierały przepływ odpowiednich prądów elektrycznych włączających mechanizm selekcji. System ten został wykorzystany w badaniach statystycznych populacji miast, w roku 1890 użyto go do przeprowadzenia spisu ludności w USA a kilka lat później w Rosji Europejskiej i odtąd karta perforowana (jako struktura danych) będzie reprezentować obywatela w strukturze państwa. Kodowanie kart Hellerith'a nastawione było na selekcje i sortowanie. Dopiero potem, podczas prac nad usprawnieniem administracji przedsiębiorstw, pojawiła się na kartach

[47]Zob.: ¡http://news.bbc.co.uk/hi/english/sci/tech / newsid_710000/710950.stm¿.
[48]Por.: EB, t. 4, s. 549n.
[49]Herman Hollerith (1860-1929).

reprezentacja liczb do rachunków lub kodowania, np. towarów. Perforacja nabrała numerycznego znaczenia, a po dołączeniu sumatorów tabulatory Holleritha stały się o wiele bardziej funkcjonalne. Założone w 1896 roku przedsiębiorstwo *Tabulating Machine Co.* weszło do *Computing Tabulating and Recording Co.*, które następnie przekształciło się w *International Business Machines* (IBM)[50].

Automaty liczące i maszyny sterowane kartami wydawały się spełniać potrzeby rachunkowe XIX i początku XX wieku. Propozycje Babbage'a, choć stanowiły znaczny postęp w programowalnych automatach, nie zawierały jednak idei symbolicznego języka programowania; jego maszyna stanowiła „matematyczne krosno” do „tkania” tablic funkcji. Prawdziwy przełom dokonał się w matematyce i on umożliwił nowe spojrzenie nie tylko na obliczanie.

LITERATURA CYTOWANA

Barrow J.D. (1994), *La luna nel pozzo cosmico. Contare, pensare ed essere*, Milano: Adelphi Edizioni S.P.A; (*Pi in the Sky. Counting, Thinking, and Being*, trad. T. Connillo).

Boyer C.B. (1976), *Storia della matematica*, Milano: ISEDI; (*A history of Mathematics*, trad. A. Carugo).

EB = *Encyclopaedia Britannica* (1992), Chicago — London — Toronto — Geneva: William Benton, Pubblisher.

Empacher A.B., Sęp Z., Żakowska A., Żakowski W. (1975), *Mały słownik matematyczny*, Warszawa: Wiedza Powszechna.

Gellert W., Kästner H. i Neuber S. (Herausgeber) (1977), *Lexikon der Mathematik*, Leipzig: VEB Bibliographisches Institut.

Hofstadter D.R. (1994), *Gödel, Escher, Bach. Un'Eterna Ghirlanda Brillante*, Milano: Adelphi Edizioni; (*Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid*, Ed. a cura di G. Trautteur).

Ligonnière R. (1992), *Prehistoria i historia komputerów*, Wrocław — Warszawa — Kraków: Ossolineum; (*Préhistoire et histoire des ordinateurs*, tłum. R. Dulinicz).

[50]Por.: EB, t. 4, s. 549n; Ligonnière, 1992, s. 128-164, 179.

NEP = *Nowa Encyklopedia Powszechna PWN* (1996), PWN.

Platon (1936), *Teajtet*, tłum. W. Witwicki, Warszawa: Warszawskie Towarzystwo Filozoficzne; (tłum. W. Witwicki).

Richards I. (1983), „Teoria liczb", w: L.A. Steen (red.) *Matematyka współczesna. Dwanaście esejów*, Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne; (tłum. J. Browkin).