QUESTIONS ETHNOGRAPHIQUES ET MATHÉMATIQUES DE LA PRÉHISTOIRE

Olivier Keller

RÉSUMÉ : L'étude des mathématiques de la préhistoire ne peut être fondée uniquement sur les documents archéologiques bruts, sous peine de stérilité ; elle a tout intérêt à les mettre en situation grâce au comparatisme ethnographique, selon lequel les sociétés primitives actuelles ou récemment disparues nous renseignent sur nos ancêtres de la préhistoire. D'abord utilisée spontanément par quelques historiens des mathématiques, cette méthode est de nos jours rejetée en principe par le courant récent des ethnomathématiciens. Il s'agit de montrer par quelques exemples que la méthode est pourtant féconde, d'une part parce qu'elle ruine les constructions fantastiques dont raffolent certains mathématiciens, et d'autre part parce qu'elle ouvre un vaste champ de recherches pratiquement inexploré.

MOTS-CLÉS : archéologie, comparatisme ethnographique, ethnomathématiques, ethnographie, histoire des mathématiques, mathématiques, préhistoire, société primitive.

ABSTRACT : The study of the mathematics of prehistory cannot be founded on bare archeological data alone ; it may be useful to set the archeological documents in context, with the help of comparative ethnogaphy, according to which our own contemporaray or near-contemporary primitive societies can help us understand our prehistoric ancestors. Although once used spontaneously by several historians of mathematics, this approach has been rejected on principle by the recent school of ethnomathematicians. This paper sets out to show, by means of a certain number of examples, that the method can nonetheless yield rewards : on the one hand because it demolishes the fantastic theories so fondly constructed by certain mathematicians, and on the other because it opens up a vast field of research which has so far been vitually unexplored.

KEYWORDS : archeology, comparative ethnography, ethnomathematics, ethnography, history of mathematics, mathematics, prehistory, primitive society.

Revue de synthèse : 4ᵉ S. n° 4, oct.-déc. 1998, p. 545-573.

ZUSAMMENFASSUNG : Beim Studium der Mathematik der Vorgeschichte tritt das grundsätzliche Problem der Forchungsquellen auf. Wenn man sich damit benügt, nur die archäologischen Quellen als Forschungsmaterialen anzusehen, dann sind zwei extrem verschiedene Einstellungen zu dem Thema durchaus vorstellbar : entweder fehlt dem Forscher das Interpretationsvermögen, oder er wird die Materialen deuten wollen, auch wenn das nur mit Hilfe einer ungebändigten Fantasie geschehen mag. Es gibt aber auch einen Weg, der darin besteht, die vergleichende Methode der Ethnographie anzuwenden. Die Forschungen über die noch in der Welt lebenden oder vor kurzem verschwundenen primitiven Gesellschaften liefern uns interessante Informationsmaterialien über unsere Vorfahren aus der vorgeschichtlichen Periode. Nach der hier erwähnte Methode haben zunächst einige Mathematikhistoriker gearbeitet, sie haben jedoch diesem Thema nur einige Zeilen oder Seiten gewidmet. Anhand einiger Beispiele soll hier gezeigt werden, wie vielversprechend die ethnographische Methode sein kann. Sie ermöglicht es unter anderem, die Quellenmaterialien aus der Vorgeschichte gut einschätzen und sie in ihre wirkliche Umwelt einzusetzen. Gleichzeitig wird hier versucht, einen kritischen Einblick in die Fachliteratur zu diesem Thema zu geben. Im heute noch kaum erforschten Bereich der vorgeschichtlichen Mathematik eröffnet sich somit ein weites Untersuchungsfeld.

STICHWÖRTER : Archäologie, vergleichende Ethnographie, Ethnomathematik, Ethnographie, Geschichte der Mathematik, Mathematik, Vorgeschichte, primitive Gesellschaft.

Olivier KELLER, né en 1943, agrégé de mathématiques, docteur de l'École des hautes études en sciences sociales, est spécialiste de la géométrie de la préhistoire.

Adresse : IREM, Université Claude-Bernard Lyon I, 43 bd du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex.

Courrier électronique : olivier.keller.lyon@wanadoo.fr

L'usage veut que l'on qualifie de préhistorique tout ce qui précède l'invention de l'écriture, et nous nous y conformerons. Étudier les mathématiques de la préhistoire, c'est par conséquent faire des recherches sur la naissance et l'évolution des concepts de nombre et de figure géométrique, avant et jusqu'à l'apparition dans des civilisations diverses des premiers documents mathématiques écrits en Égypte (le papyrus Rhind, daté d'environ -1600, lui-même inspiré d'un original d'environ -1800), en Mésopotamie (tablettes babyloniennes de l'époque de la dynastie d'Hammurapi, de -1800 à -1600), en Inde (les *Sulbasutras*, rédigés probablement au IVe ou au Ve siècle avant notre ère) et en Chine (le *Jiuzhang suanshu*, « Neuf chapitres sur l'art du calcul » de la dynastie des Han, mais généralement considéré comme une compilation de textes antérieurs, le *Zhoubi suan jing*, « Classique mathématique du gnomon des Zhou », lui aussi considéré comme une compilation et le *Suanshu shu*, plus ancien et récemment découvert).

Que de telles mathématiques de la préhistoire ait existé ne fait aucun doute. Il n'est pas pensable que les connaissances révélées par exemple par le papyrus Rhind, à savoir l'arithmétique des quatre opérations, le calcul fractionnaire, les figures géométriques de base et leurs mesures (longueurs, aires, volumes) soient premières, consubstantielles à l'humanité en tant que telle. Une preuve parmi d'autres en est l'existence de peuples n'ayant même pas de noms de nombres, ou disposant de noms de nombres mais pas de systèmes de numération, ou de systèmes de numération purement additifs pour les cinq ou six premiers nombres, et qui n'ont aucune idée de mesure linéaire et encore moins superficielle. Mais là n'est pas notre propos dans cet article. Notre problème est celui des sources : puisqu'il n'y a pas de sources écrites, à quoi se fier? Innombrables sont les documents archéologiques qui font penser à une activité implicitement mathématique, comme les os striés ou les gravures et peintures de symboles géométriques, mais comment les interpréter puisque, par définition, il est exclu de pouvoir les lire un jour? On pourrait certes déclarer forfait : on ne saura jamais, mieux vaut le dire et passer à autre chose. Mais « tous les hommes désirent naturellement savoir » et sont fascinés par leur propre origine et celle de leur pensée, encore enveloppées de mystère et terrain propice aux délires de l'imagination.

Certains ont essayé de faire parler les documents de la préhistoire sans chercher à les relier à quoi que ce soit d'autre, par des analyses purement « internes ». Dans la première partie quelques tentatives seront examinées en ce sens; elles montreront que l'analyse purement interne des documents, présentée quelquefois comme antidote aux interprétations délirantes, peut aussi y mener tout droit. Une deuxième attitude face aux sources archéologiques est en quelque sorte de les ressusciter grâce aux peuples primitifs actuels ou ayant récemment existé : puisque ceux-ci font également des incisions sur os ou sur bois, puisque eux aussi dessinent des motifs géométriques, on prendra la documentation ethnographique comme une source de première importance. La méthode, communément appelée *comparatisme ethnographique*, fut spontanément utilisée par les historiens des mathématiques du début du siècle avant d'être radicalement remise en cause par le nouveau courant des « ethnomathématiciens »; cette question fera l'objet de la deuxième partie de cet article. Dans la troisième et dernière, enfin, seront exposés les grands services que peut rendre le comparatisme ethnographique, s'il est correctement utilisé, à la connaissance des mathématiques de la préhistoire et de la pensée humaine en général.

I. — EXEMPLES D'ANALYSE PUREMENT INTERNE DES DOCUMENTS ARCHÉOLOGIQUES

Les documents préhistoriques qui permettent de penser à une activité numérique ou géométrique sont très nombreux, et leur interprétation risque d'être arbitraire, et d'autant plus arbitraire qu'il s'agit de mathématiques. Un nombre est en effet, par définition, un nombre de tout ce que l'on voudra; il est la négation de toute qualité. Si des stries ou des encoches sur un os sont des nombres, elles peuvent présenter, à la fantaisie de chacun, une table numérique, c'est-à-dire un nombre pur, ou des marques de chasse, un calendrier, etc.

Un bon exemple nous est fourni par l'os d'Ishango (Congo) daté d'environ -9000, découvert par Jean de Heinzelin qui en a tenté une lecture. Il s'agit d'un manche d'outil en os recouvert de stries parallèles, et voici ce qu'en dit de Heinzelin cité par Alexander Marshack[1] :

> « Considérons la première colonne, par exemple : 11, 13, 17 et 19 sont tous des nombres premiers [...] en ordre croissant, et ils sont les seuls nombres premiers entre 10 et 20. Prenons maintenant la troisième colonne : 11, 21, 19 et 9 représentent respectivement 10 + 1, 20 + 1, 20 − 1, 10 − 1. »

L'auteur analyse une autre colonne comme une table de doubles : 3 stries suivies de 6, 4 suivies de 8, 10 de 5, sans être d'ailleurs aucunement gêné par les paquets de stries qui viennent ensuite : 5 et 7. Puis il conclut hardiment que ces dispositions « pourraient représenter une sorte

1. MARSHACK, 1972, p. 23.

de jeu de nature arithmétique inventé par une peuplade possédant un système numéral basé sur 10 ainsi qu'une connaissance de la duplication et des nombres premiers[2] ». Enthousiasmé par sa découverte, l'auteur voit déjà à Ishango le berceau des mathématiques, diffusées de là en Égypte puis en Grèce : « Il n'est pas impossible que le monde moderne soit redevable d'une de ses plus grandes dettes aux hommes qui vivaient à Ishango[3]. » Pourquoi pas en effet ? L'ennui, c'est que l'on peut multiplier à l'infini ce genre de trouvaille. Ainsi, Georges Ifrah fait état d'un os entaillé du Magdalénien — donc antérieur de plusieurs milliers d'années à l'os d'Ishango —, qui présente 3 et 7 encoches sur une ligne, 9 et 5 sur la suivante, et il ne peut s'empêcher de fabuler :

> « En raison de la disposition des nombres 3, 5, 7 et 9 et de l'importance qui leur est accordée sur bon nombre de documents de cette période, il est permis d'avancer une première explication [...] Ce poinçon aurait alors constitué une sorte d'instrument arithmétique donnant une représentation graphique des premiers nombres impairs, ainsi qu'un arrangement de ces nombres permettant d'en retrouver rapidement quelques propriétés élémentaires[4]. »

Ces soi-disant propriétés, qu'il est inutile de citer ici, sont du même acabit que celles énoncées par De Heinzelin. En outre, avec un peu d'imagination, on pourrait sûrement fabriquer des quantités de telles « tables de calcul », et des beaucoup plus anciennes, en jouant avec les os entaillés nombreux dès l'Aurignacien — entre -33000 et -26000 en Europe.

Marshack, peu convaincu par l'analyse de De Heinzelin, propose une autre piste : l'os d'Ishango, ainsi que toute une série d'objets préhistoriques, seraient à analyser comme des calendriers lunaires. Nous ne rentrerons pas ici dans le détail de la critique des constructions ingénieuses de Marshack. Seulement, le groupage des encoches paraît très forcé, voire trafiqué ; et surtout certains de ces « calendriers » sont un tel embrouillamini de lignes ou de points allant dans tous les sens que l'on voit mal quelle pouvait être leur utilité. Mais, supposons même que l'os d'Ishango, orné de stries visibles bien alignées, 60 au total sur deux rangées et 48 sur une troisième, représente respectivement deux lunaisons et un peu plus d'une lunaison et demie : à quoi pouvait donc servir un tel marquage ? Le calendrier se fait à partir du moment où l'on s'est rendu compte de la périodicité de certains phénomènes, ici les lunaisons, et il doit par conséquent pouvoir être relu ; cela signifie que si telle ou telle activité doit prendre place à tel moment du cycle lunaire, il faut pouvoir repérer ce moment sur l'os —

2. MARSHACK, 1972, p. 23.
3. MARSHACK, 1972, p. 24.
4. IFRAH, 1994, p. 159.

sans le microscope de Marshack ! — par une indication bien nette. Or ce qui pourrait passer pour de telles indications est la plupart du temps absent des documents présentés par l'auteur, et en tout cas de notre os. Si l'on admet même que le groupement réel, visible à l'œil, des 11 premières stries, représente les 11 premiers jours du mois à l'issue desquels doit avoir lieu une action donnée, il faut alors pouvoir suivre ces jours, comme on arrache les feuilles de certains calendriers ; or il est impossible de ficher quoi que ce soit dans les encoches de l'os d'Ishango, elles ne sont pas assez profondes, ni même d'y enrouler une sorte de ficelle qui sauterait une strie chaque jour, parce que les différents rangs d'encoches ne sont pas assez larges et se chevauchent. Des auteurs ont d'ailleurs récemment, et à mon avis définitivement, réfuté la théorie de Marshack en se plaçant sur son propre terrain, celui de l'interprétation des vues des stries au microscope[5].

Dans le même ordre d'idées, on peut citer la fameuse théorie du yard mégalithique, inventée par Alexander Thom dans les années 1960 et reprise par B. L. Van der Waerden[6]. Selon cette théorie, fondée sur des mesures faites en grand nombre sur des mégalithes de Bretagne, d'Angleterre et d'Écosse, on aurait utilisé à cette époque — entre –4 000 et –1 000 — une unité commune de mesure, baptisée yard mégalithique, équivalente à 0,829 mètres : une précision au millimètre pour mesurer des mégalithes ! En torturant un peu les figures, Thom leur fait même avouer des triangles dits « pythagoriciens », triangles rectangles dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers — ou des rationnels, ce qui revient mathématiquement au même — a, b, et c qui doivent vérifier, d'après le théorème bien connu du carré de l'hypoténuse, la relation $a^2 + b^2 = c^2$; l'un d'eux a pour côtés 6, 18.5 et 17.5 yards mégalithiques. Mais si l'on prétend qu'il s'agit de tels triangles, il faut que les mesures soient parfaitement exactes, sinon toute la théorie tombe, et un demi-yard mégalithique est de 0,4145 mètre. L'exactitude de cette théorie dépend donc de la mesure des distances d'énormes blocs de pierre au demi-millimètre près !

De telles spéculations peuvent susciter l'enthousiasme ; l'antécédent bien connu est celui de la pyramide de Cheops, à qui on a fait avouer : le nombre π le nombre d'or, et d'autres merveilles encore. Comme le dit George Gheverghese Joseph[7], il est extrêmement invraisemblable qu'une population néolithique ait eu le niveau mathématique élevé supposé par les spéculations de Thom. Tout le problème est là : si l'on examine les documents eux-mêmes, tout nus, indépendamment du contexte humain, on aura du mal à éviter les théories souvent sophistiquées et talentueuses, mais vaines. Dans le pire des cas, on *joue* avec les documents qui ne sont là

5. Mohen, 1989, p. 46-47.
6. Van der Waerden, 1983.
7. Joseph, 1991.

que comme piste d'envol pour une imagination plus ou moins féconde. Dans le meilleur des cas, on croit être en sécurité en s'en tenant au matériau brut : en réalité, en fabriquant du fantastique mathématique, on plaque sur des documents anciens les illusions produites par le contexte humain actuel, où l'extrême division du travail a produit des mathématiciens se livrant en apparence aux spéculations les plus gratuites.

Il ne faut pas nécessairement tout rejeter de ce que nous venons de passer en revue. Par exemple, l'idée de jeu mise en avant par de Heinzelin — voir plus haut — est même intéressante : il est tout à fait pensable, sinon encore démontrable, que le jeu ait été un moyen pour les mathématiques primitives de se dégager de leur gangue d'activité utilitaire, rituelle par exemple, pour se transformer en mathématiques pures, uniquement préoccupées d'elles-mêmes. Les *sona* africains[8] pourraient être l'un des répondants ethnographiques contemporains de ce phénomène : les *sona* sont des tracés à réaliser autour de certains points par une ligne continue, fermée, sans repasser deux fois au même endroit :

> « Au centre du village ou dans le campement de chasse [...] les Tchokwe passent leur temps dans des conversations qu'ils illustrent avec des dessins dans le sable (les *sona*). Beaucoup de ces dessins appartiennent à une vieille tradition. Ils se rapportent à des proverbes, à des fables, à des jeux, à des animaux et ils jouent un rôle important dans la transmission des connaissances et de la sagesse d'une génération à une autre[9]. »

Il est difficile aussi de prétendre qu'il faille abandonner l'étude purement « interne » des documents de la préhistoire. C'est plutôt le contraire qui est vrai ; il n'existe même pas encore de simple relevé systématique de tout ce qui peut intéresser l'histoire des mathématiques. De plus, Emmanuel Anati, responsable du projet « World Archives of Rock Art » patronné par l'Unesco[10], affirme qu'il y a dans le monde vingt millions de peintures et gravures rupestres connues, dont les trois quarts ont été découvertes ces quinze dernières années. Or ces documents fourmillent de signes géométriques et peut-être numériques : cercles concentriques, figures trapezoïdales ou triangulaires, rectangles subdivisés, etc. La fréquence statistique de telles figures, par rapport à d'autres symboles ou aux dessins figuratifs, en fonction aussi de leurs dates et de leurs lieux, n'a jamais été étudiée. Il y a là de quoi faire travailler pas mal de monde pendant pas mal de temps. Dans un autre domaine, celui de l'interprétation de l'art pariétal, la méthode de l'analyse interne, chaudement recommandée par André Leroi-

8. Ascher, 1991 ; Gerdes, 1991 ; Zaslavsky, 1973.
9. Gerdes, 1991, p. 5.
10. Anati, 1989.

Gourhan, est activement mise en œuvre. Il faut seulement souligner que l'analyse purement « interne » ne met en aucune façon à l'abri des interprétations arbitraires. De Heinzelin, face à son unique os, s'imagine être en présence du berceau des mathématiques. Marshack étudie quelques documents, et en donne une interprétation unique qui ne convainc personne. Thom étudie une masse de mégalithes et n'en fait qu'une mathématique fiction, que l'on peut tout de même saluer pour son ingéniosité. Même Leroi-Gourhan, maître de l'interprétation « interne » de l'art pariétal, donne dans le même travers avec sa traduction « sexuelle » des signes pariétaux. Leroi-Gourhan se demandait, pour s'opposer au comparatisme ethnographique, si « plutôt que d'essayer [...] de broder sur le totémisme hétéroclite des Australiens, des Eskimos, des Boshimans ou des Fuégiens, [il ne valait] pas mieux recevoir directement du Paléolithique supérieur ce qu'il apporte directement [11] ».

Ainsi est-il aussi possible de broder facilement sur ce que le Paléolithique supérieur offre spontanément.

II. — LES HISTORIENS DES MATHÉMATIQUES ET L'ETHNOGRAPHIE

Utilisation spontanée du comparatisme ethnographique

Les premiers historiens des mathématiques de ce siècle qui s'intéressent à la préhistoire utilisent spontanément le comparatisme ethnographique. Jusqu'à récemment, il était implicitement admis que les primitifs contemporains étaient des survivants, si l'on peut dire, de l'époque préhistorique. Selon Martin P. Nillson [12], pour connaître les systèmes de calcul du temps qui ont précédé les premiers calendriers connus, on ne peut qu'utiliser la « méthode ethnologique », c'est-à-dire examiner ceux des peuples « dont les méthodes de compte du temps en sont encore à un stade primitif ». David Eugene Smith, en 1923, dans un court chapitre introductif sur la préhistoire [13], cite à plusieurs reprises « certains types de sauvages inférieurs étudiés au cours du siècle dernier ». Henri Lebesgue lui-même, dans les années 1930, fait allusion à cette méthode :

> « On imagine volontiers, et les constatations faites chez certaines peuplades primitives semblent confirmer cette hypothèse, que par un mécanisme analogue les hommes en sont arrivés, quand ils veulent comparer deux collections,

11. Cité *in* MOHEN, 1989, p. 60.
12. NILLSON, 1920.
13. SMITH, 1958.

à compter ; c'est-à-dire à comparer les deux collections à une même collection type, la collection des mots d'une certaine phrase[14]. »

Tobias Dantzig, en 1931 :

« La genèse du nombre est cachée derrière le voile impénétrable des âges préhistoriques [...] À en juger par l'état mental des tribus sauvages actuelles, nous ne pouvons éviter de conclure que les débuts de nos ancêtres, dans cet ordre d'idées, ont été extrêmement modestes[15]. »

George Sarton, en 1952 :

« Les problèmes peuvent être imaginés, parce que nous connaissons les besoins de l'homme [...] Notre imagination n'est pas arbitraire, étant guidée par un grand nombre de faits d'observation. En premier lieu, les recherches archéologiques [...] puis l'étude des langues qui révèle des mots anciens, témoins fossiles d'objets ou d'idées anciennes. Puis les anthropologues nous ont familiarisés avec les us et coutumes d'hommes primitifs qu'ils avaient sous les yeux. Et enfin les psychologues ont analysé les réactions d'enfants ou d'esprits sous-développés devant les problèmes que les hommes primitifs avaient à résoudre[16]. »

Sarton est l'un des rares, sinon le seul, parmi les historiens des mathématiques[17], à prendre le dernier élément cité comme « fait d'observation » pour ce qui nous intéresse ici. Si l'on admet, en effet, que le développement individuel, ou ontogenèse, reproduit en accéléré le développement de l'espèce humaine, ou phylogenèse, l'observation de l'apprentissage mathématique de l'enfant peut fournir des renseignements essentiels pour notre sujet, mais nous nous bornerons ici à cette allusion. Karl Menninger[18], dans son magnifique ouvrage sous-titré « Une histoire culturelle des nombres », adopte la même démarche : « A-t-on toujours compté comme aujourd'hui ? Nous trouverons la réponse à cette question en descendant les degrés de culture jusqu'aux plus bas niveaux [...][19]. » Il fait ensuite un large usage des documents ethnographiques usuels : Abipones — Indiens d'Amérique —, Îles Fiji, Wedda de Ceylan, etc. Récemment, Lucas Bunt, en 1976 :

« Il y a deux moyens d'apprendre quelque chose sur l'esprit et la culture de l'humanité préhistorique. Nous sommes renseignés par la découverte d'objets

14. Lebesgue, 1975, p. 3.
15. Dantzig, 1931, p. 13.
16. Sarton, 1993, p. 3.
17. Sauf à qualifier Piaget d'historien des mathématiques.
18. Menninger, 1977.
19. Menninger, 1977, p. 9.

anciens, mis au jour et interprétés par les archéologues. Nous avons aussi appris quelque chose sur la civilisation préhistorique en observant les cultures primitives du monde moderne et en en déduisant comment la pensée et les coutumes préhistoriques se sont développées[20]. »

Il est donc clair que le comparatisme ethnographique est utilisé spontanément par un grand nombre d'historiens de ce siècle; mais spontanément signifie sans réflexion, et on comprend bien pourquoi : selon le point de vue que l'on adopte couramment, les vraies mathématiques commencent soit avec les *Éléments* d'Euclide (vers 300 avant notre ère), soit avec les premiers textes écrits mentionnés au début de cet article. Aussi la préhistoire n'intéresse-t-elle que très peu les mathématiciens curieux de l'histoire de leur discipline; au mieux, elle n'est qu'un thème secondaire dans leurs développements — Nillson, Menninger, Ifrah —, mais le plus souvent ils n'y consacrent qu'un court chapitre introductif — Smith, Sarton, Bunt. Il faut donc se tourner vers les philosophes et les sociologues si l'on souhaite un minimum de justification. C'est un philosophe, Léon Brunschvicg, qui résume le mieux, dès 1920, l'attitude des historiens que nous venons de citer, et qui, au moins, pose le problème de la pertinence de leur démarche :

« [Pour] remonter jusqu'aux premières lueurs qui manifestent dans l'humanité l'éveil de la pensée scientifique [...] notre seule ressource est de tourner la difficulté, de substituer aux recherches sur l'ère primitive de nos civilisations, les observations que, de nos jours, on fait directement sur les sociétés inférieures. L'ethnographie [...] permet de combler en une large mesure les lacunes de la préhistoire et, par une hypothèse qui est assurément invérifiable, mais qui a du moins pour elle la vraisemblance, de rétablir dans ses grandes lignes le cours naturel de l'évolution humaine[21]. »

Il poursuit un peu plus loin :

« Tout récemment le sujet a été renouvelé par M. Lévy-Bruhl dans le chapitre v de son ouvrage sur les *Fonctions mentales dans les sociétés inférieures* (1910), chapitre intitulé : "La mentalité prélogique dans ses rapports avec la numération" [...] Nous mettons à contribution la moisson de faits qui est recueillie dans ces trois ouvrages[22]; mais nous sommes particulièrement redevable à M. Lévy-Bruhl qui a fourni l'indication initiale dont toute étude ethnographique doit procéder, en insistant sur l'opposition entre nos habitudes logiques et la mentalité primitive[23]. »

Tels sont les fondements, généralement accompagnés de la même « moisson de faits », que l'on retrouve plus ou moins explicitement chez

20. Bunt, Jones, et Bedient, 1988, p. 2.
21. Brunschvicg, 1922, p. 4.
22. Les deux premiers sont de E. B. Tylor et de L. L. Conant.
23. Brunschvicg, 1922, p. 7.

nos spontanéistes du comparatisme ethnographique. Il nous faut en discuter un instant, pour au moins deux raisons. La première, c'est qu'en acceptant sans critique des présupposés philosophiques ou sociologiques, on est désarmé face à ceux qui les rejettent sans plus de critique, comme les ethnomathématiciens dont nous reparlerons. La deuxième raison, c'est que grâce au « prêt-à-penser » de la « mentalité primitive », nos auteurs se sont dispensés, paradoxalement, de *faire de l'histoire*. Pour Lucien Lévy-Bruhl, l'évolution des sociétés ne se fait pas « de façon ininterrompue [...] depuis les croyances animistes des sociétés les plus basses jusqu'à la conception du système du monde chez un Newton », mais plutôt sur le modèle de l'évolution des espèces animales. Chaque espèce a sa mentalité, irréductible à celle des autres, et la mentalité primitive a pour caractéristique principale d'être prélogique, ce qu'il définit comme suit :

> « C'est pourquoi la mentalité des primitifs peut être dite prélogique à aussi juste titre que mystique [...] En l'appelant prélogique, je veux seulement dire qu'elle ne s'astreint pas avant tout, comme notre pensée, à s'abstenir de la contradiction[24]. »

Ce point de vue abondamment critiqué, et apparemment abandonné en partie par Lévy-Bruhl lui-même[25], a le mérite de poser un problème réel et redoutable. Que l'on parle, en effet, de « mentalité prélogique », ou même de « pensée sauvage » comme Claude Lévi-Strauss[26], ou encore de « conscience mythique » comme Ernst Cassirer[27], on reconnaît que l'esprit humain a fait un bond en avant en passant de la sagesse primitive à la pensée civilisée. Le défaut de ces classifications n'est pas, semble-t-il, d'exister mais de se contenter de leur existence : des hommes ont, ou ont eu dans un passé lointain une pensée primitive, d'autres ont une pensée civilisée, et voilà tout. L'historien des mathématiques s'installe alors dans cette dichotomie et l'étaye par des anecdotes croustillantes, mais dénuées de sens. Mais le *passage* de l'un à l'autre de ces types de pensée, de conscience ou de mentalité, car il a bel et bien eu lieu — on ne peut le nier à moins de croire au miracle grec —, comment a-t-il eu lieu? Comment, c'est-à-dire sous l'action de quelles forces et sous quelles formes nos connaissances mathématiques ont-elles bien pu progresser dans le cadre de cette « mentalité primitive », car ce progrès a bel et bien eu lieu, pour aboutir aux premiers textes mathématiques puis au bond en avant euclidien, ce saut dans la pensée moderne? Tel est le problème; si l'on veut faire œuvre d'historien,

24. LÉVY-BRUHL, 1910, p. 79.
25. LLOYD, 1993.
26. LÉVI-STRAUSS, 1962.
27. CASSIRER, 1972.

il faut le poser et chercher à le résoudre, et c'est précisément ce que nos auteurs n'ont pas fait.

La théorie diffusionniste d'Abraham Seidenberg

Après ces remarques sur les historiens du premier type, ceux qui utilisent la documentation ethnographique spontanément et en colportant les points de vue de Lévy-Bruhl et de Brunschvicg, une place à part doit être réservée à Seidenberg, dont les travaux n'ont pas fait école. Pour la première fois avec Seidenberg, le but explicite est de chercher l'origine des mathématiques et des concepts mathématiques fondamentaux : le nombre, le cercle et le carré. Ce que l'auteur entend par origine est ceci :

> « Notre point de vue est que les pratiques "sauvages" ne sont que d'anciennes pratiques civilisées qui n'ont pas encore été supplantées par des pratiques civilisées plus récentes [...] de sorte que les pratiques "sauvages" sont des documents vivants d'une civilisation archaïque [28]. »

Quelle est cette civilisation archaïque qui aurait produit les concepts fondamentaux destinés à être diffusés ensuite dans le monde entier, voilà qui reste totalement mystérieux. On ne peut s'empêcher de voir, dans cette manie de toujours chercher ailleurs l'origine des phénomènes, une façon d'évacuer le problème, comme l'avoue ingénument l'auteur lui-même :

> « En étudiant la diffusion, seule la structure du phénomène en question et sa distribution sur la terre doivent être prises en compte. La psychologie [...] est automatiquement exclue ; l'être humain est à peine utile, mis à part ses doigts et ses orteils. Nous n'avons pas besoin non plus de considérer les relations entre les faits ; et *aucune théorie n'est nécessaire* [29]. »

Ne pas rechercher de relations entre les faits, voilà une attitude rejetée *a priori* par toute personne qui veut faire de l'histoire ; par ailleurs, comme beaucoup de gens qui croient éviter les problèmes théoriques, il arrive à Seidenberg la mésaventure de défendre des théories absurdes :

> « C'est à cause de telles identités [entre le récit de la création chez les Indiens d'Amérique et celui de la Genèse] que des gens ont pensé que les Indiens d'Amérique sont les dix tribus perdues d'Israël. Cette explication est, bien sûr, beaucoup plus plausible que celle, familière dans les cercles d'anthropologues américains, selon laquelle de telles identités proviennent de productions semblables de l'esprit humain dans des conditions semblables [30]. »

---

28. SEIDENBERG, 1962b.
29. SEIDENBERG, 1962b. Souligné par moi.
30. SEIDENBERG, 1962b.

Le mérite de Seidenberg est d'avoir cherché un motif principal de l'activité mathématique primitive, et il la voit dans le rituel. La documentation ethnographique et historique rassemblée par lui est bien plus importante que celle utilisée par le courant évoqué plus haut. De plus, il a pour la première fois fait des recherches systématiques sur les activités géométriques alors que ses prédécesseurs se sont essentiellement consacrés à la numération. Mais la pauvreté de ses conclusions est bien illustrée par sa théorie de l'origine des nombres : « Ce qui est nécessaire avant tout pour compter est une suite bien définie de mots employés dans une activité familière. Le rituel de création nous donne précisément une telle suite de mots et une telle activité. » Et plus loin : « Le comptage fut inventé [...] en élaborant le rituel de la création, comme un moyen d'appeler une fois et une seule fois sur scène les participants, et fut ensuite diffusé [31]. » La riche documentation qui vient étayer cette théorie ne peut cacher son aveuglante faiblesse : car il n'est pas vrai que l'on ait besoin *avant tout* de mots pour compter. Des bouts de bois, des cordes nouées, des entailles, des cailloux, des parties ordonnées du corps humain font parfaitement l'affaire; certains peuples primitifs n'ont que quelques noms de nombres, au-delà ils disent « beaucoup », mais ils savent parfaitement compter plus loin que leur dernier nom de nombre, en utilisant une suite standard de parties de leur corps. D'après Menninger, les Wedda de Ceylan n'ont même aucun nom de nombre et savent pourtant parfaitement utiliser le nombre cardinal en utilisant des bâtonnets. Autre faiblesse : les noms de nombres des primitifs, quand ils existent, commencent assez souvent par un petit nombre de noms originaux — qui seraient d'après Seidenberg des noms de personnes, personnes dont l'ordre d'arrivée sur la scène rituelle déterminerait l'ordre numérique —, et se poursuivent par des combinaisons purement arithmétiques des premiers : par exemple, on dira « une main et un » pour 6 et « un homme et un » pour 21. Comme il ne peut être question en l'occurrence de noms de personnes, Seidenberg avance l'idée que « le dénombrement supérieur (*the higher counting*) doit avoir commencé comme une méthode de prise en compte de processions de plus en plus longues, mais cependant sans l'idée de les compter [32] ». On aurait fabriqué des nombres pour « prendre en compte » des objets mais non pas pour les compter ?

Seidenberg est un enthousiaste de sa propre découverte, ce qui donne un caractère forcé et unilatéral à l'ensemble de ses travaux, mais il ne faut pas les rejeter en bloc pour autant. En s'attaquant à des questions aussi redou-

31. SEIDENBERG, 1962b.
32. SEIDENBERG, 1962b.

tables que l'origine des nombres, et en tentant en outre d'expliquer des phénomènes aussi universels et difficiles à élucider que le culte et le tabou des nombres, il a réuni une riche documentation et essayé d'aller au-delà d'une simple catégorisation des sauvages « prélogiques ». Il a de plus tenté de replacer les activités mathématiques anciennes dans leur contexte social, méthode généralement préconisée de nos jours. Mais lui non plus *ne fait pas d'histoire*; il écarte, en effet, le problème essentiel du passage d'une forme de mathématiques à une autre, puisque pour lui toute forme aperçue chez un peuple n'est là que comme chose diffusée, venue d'ailleurs, et le seul problème digne d'intérêt est alors de suivre la diffusion à la trace. Mais ce n'est là qu'un tour de passe-passe : car si, comme le prétend Seidenberg, l'origine avec un grand O se trouve dans une civilisation archaïque — indo-européenne? —, et si on en trouve la trace un jour, le même problème se reposera à son sujet : comment, pourquoi, et sous l'action de quelles forces y a-t-il eu création et développement de concepts mathématiques, *au sein* de cette civilisation archaïque dont, cette fois-ci, on ne pourra plus s'échapper?

Les ethnomathématiciens

Ce tour d'horizon des historiens s'achèvera par les ethnomathématiciens, représentants d'un courant récent né à la fin des années 1970 : « L'étude des idées mathématiques des peuples traditionnels est une partie d'une nouvelle branche appelée ethnomathématique[33]. » Les rapports de ce courant avec notre problème et avec l'histoire en général sont assez embrouillés. Pour Marcia Ascher, en effet, toute idée selon laquelle les peuples « traditionnels » sont des vestiges qui nous renseignent sur les mathématiques de la préhistoire est à proscrire absolument; ces peuples, dit-elle, développent simplement des « cultures » différentes de la culture occidentale dominante et tout aussi valables que celle-ci, y compris dans le domaine scientifique. Par exemple, « le concept Navajo d'espace-temps n'est ni meilleur ni pire que celui de la culture occidentale[34] »; un peu plus loin, M. Ascher expose la métaphore d'un globe fait de multiples facettes miroirs représentant chacune un type de mathématiques : « Chacune du millier de facettes est connexe de certaines, mais très éloignée des autres. Savoir laquelle de ces facettes reçoit et réfléchit la lumière à n'importe quel moment dépend de l'endroit où l'on est situé dans la pièce[35]. » Toujours sur le même thème :

> « Il y a plusieurs distinctions entre les cultures : certaines produisent leur nourriture par la chasse, d'autres par l'agriculture, d'autres par la pêche; certaines

33. Ascher, 1991, p. 1.
34. Ascher, 1991, p. 186.
35. Ascher, 1991, p. 186.

ont beaucoup de machines, d'autres en ont peu [...] certaines sont préoccupées par un voyage sur Mars et d'autres par l'entrée au pays des morts. Toutes ces différences [...] affectent l'expression et le contenu des idées mathématiques[36]. »

Chasseurs-cueilleurs ou cultivateurs, sans écriture ou avec, le voyage sur Mars ou chez les morts, de simples différences que tout cela ! Le concept Navajo d'espace-temps ou la théorie de la relativité, ce n'est qu'une question de point de vue, et d'ailleurs : « Nos concepts d'espace et de temps ne sont, après tout, que nos idées et non la réalité objective[37]. » On ne voit pas très bien comment un relativisme aussi catégorique peut conduire à une histoire des mathématiques, et pourtant M. Ascher affirme que « l'ethnomathématique telle qu'on la conçoit ici a pour but d'élargir l'histoire des mathématiques dans une perspective globale multiculturelle[38] ». Doit-on comprendre que chaque « culture » a sa propre histoire, et qu'il faut donc envisager *des* histoires des mathématiques qui peuvent à la rigueur se rencontrer fortuitement ? En tout cas, le comparatisme ethnographique est absolument condamné et c'est logique : puisque les peuples traditionnels ont une culture scientifique égale — « ni meilleure ni pire » — à la nôtre, la différence n'étant que de forme, il ne peut être question d'évolution de l'une à l'autre. Les uns ont choisi de cueillir ce que leur offre la nature, les autres de fabriquer des machines et voilà tout. Il n'est donc pas étonnant que dans le livre de M. Ascher qui relate de nombreux faits ethnographiques, il ne soit jamais question d'histoire ; mais son point de vue pourrait être extrêmement utile s'il était suivi avec conséquence : « Dans tous les exemples que nous avons présentés, il y a interconnexion entre les idées mathématiques et la culture. On ne peut les séparer l'une de l'autre[39]. » Mais je ne crois pas que M. Ascher ait tenu ses promesses de nous dévoiler ces connexions, comme Seidenberg avait tenté de le faire avec sa théorie des appels rituels. Ce qui la passionne plutôt, c'est d'analyser certaines pratiques traditionnelles *du point de vue du mathématicien contemporain*, et les détails ethnographiques donnés en introduction ne jouent en réalité qu'un rôle décoratif, et pas du tout explicatif. Son deuxième chapitre, par exemple, est consacré aux *sona* africains (voir plus haut) et aux *nitus* océaniens qui posent le même genre de problème. M. Ascher ne cherche guère à savoir comment et pourquoi un tel type d'activité a pu jouer un rôle si déterminant — mythique, initiatique, ludique — chez ces peuples, mais elle se livre à une longue analyse pure-

36. ASCHER, 1991, p. 191.
37. ASCHER, 1991.
38. ASCHER, 1991, p. 188.
39. ASCHER, 1991, p. 186.

ment mathématique de ces dessins, avec notre théorie des graphes qui remonte à Leonhard Euler, au XVIIIᵉ siècle, pour conclure en substance qu'entre la pratique de ces peuples et la théorie d'Euler il n'y a que des « différences d'élaboration »; les Africains et les Océaniens ont simplement « d'autres idées géométriques et topologiques ». De même, dans son chapitre sur les structures de parenté, elle en reprend la description classique avec la théorie des groupes finis et en tire la leçon suivante : « Il est frappant pour moi de découvrir qu'une structure logique étudiée abstraitement et complètement par les mathématiciens occidentaux joue un rôle central dans la vie de tous les jours de certains peuples[40]. » Il est difficile de comprendre ce qu'a voulu dire ici l'auteur; car il n'y a rien d'étonnant à ce qu'une « structure » ait joué un « rôle central » avant d'être étudiée abstraitement, et c'est même la règle générale. Mais dans la logique générale de M. Ascher du « ni meilleur ni pire », et en le rapprochant du passage suivant à propos de l'interprétation d'un *sona* :

> « Peu importe la version, ce qui est crucial est que la figure, une courbe plane simple fermée, détermine deux régions dont elle est la frontière. C'est ce que les mathématiciens appellent le théorème de Jordan[41] »,

nous comprenons que, pour nous faire admirer les connaissances mathématiques des peuples étudiés, l'auteur abandonne en réalité son point de vue « culturel ». Au lieu de nous faire saisir, comme promis, la force du lien spontané entre mathématiques et culture traditionnelle, elle monte en chaire professorale américaine et nous montre... la théorie des groupes, la topologie, le calcul des probabilités, ce qui est un contresens complet. De tout temps, en effet, on a pratiqué les mathématiques avant de les penser pour en faire une théorie cohérente, sans que l'idée vienne à personne d'identifier ces deux étapes et de nier qu'il y ait progression de l'une à l'autre : ainsi du laborieux calcul fractionnaire égyptien à la théorie eudoxienne des rapports de grandeur; des pratiques géométriques mythiques, d'arpentage ou d'architecture à la construction axiomatique euclidienne; du calcul infinitésimal du XVIIIᵉ siècle à Augustin Cauchy et à Karl Weierstrass, etc.

Une autre personnalité éminente du courant ethnomathématique, Paulus Gerdes, a un point de vue assez différent. Tout d'abord, il donne à la recherche ethnomathématique des buts extrêmement ambitieux :

> « Dans le domaine de l'enseignement, elle contribue à l'harmonisation de l'enseignement mathématique avec les traditions africaines [...] Elle stimule la philosophie à réfléchir sur les questions importantes comme les relations entre

40. ASCHER, 1991, p. 81.
41. ASCHER, 1991, p. 39.

le penser et le monde matériel [...] Elle stimule le développement de nouveaux domaines de la recherche mathématique, comme dans le cas de l'analyse de la tradition de dessin *sona*. La recherche ethnomathématique et ethnoscientifique en général contribue à renforcer la confiance en l'héritage scientifique et culturel d'Afrique pour le futur du continent[42]. »

On remarquera qu'il n'est pas question d'histoire dans ce passage, mais elle apparaît quelques pages plus loin :

« Comme produit culturel la mathématique a son histoire. Elle est née dans des conditions économiques, sociales et culturelles déterminées; si elle était née dans d'autres conditions, elle se développerait dans d'autres directions. En d'autres termes, le développement de la mathématique n'est pas unilinéaire[43]. »

Il y a donc, pour Gerdes *des* histoires des mathématiques puisque chaque « culture et chaque sous-culture développe sa propre mathématique, dans une certaine mesure, spécifique ». Cependant :

« Dans la réalité, une grande partie des contenus de cette mathématique scolaire[44] sont d'origine africaine et asiatique. Les populations dominées d'Afrique et d'Asie ont été désappropriées de ces connaissances dans le processus de la colonisation qui a détruit une grande partie de la culture scientifique[45]. »

Gerdes commence donc par dire que les mathématiques naissent et se développent au sein d'une culture; ensuite, il affirme que les mathématiques occidentales, donc d'une culture bien déterminée, ont leur origine dans une autre culture, ce qui contredit la première affirmation. S'il est vrai, en outre, que les mathématiques actuelles ont une origine africaine et asiatique, et l'on pense bien sûr à l'Égypte antique, à Babylone et à l'Inde, le transfert vers l'Occident de ces connaissances originelles s'est fait bien avant la période de la colonisation moderne de l'Afrique et de l'Asie, car c'est manifestement à cela que pense l'auteur. Cette conception historique bizarre peut gâcher des enquêtes et conduire à des extrapolations hasardeuses. En voici un exemple :

« Au sud du Mozambique on ferme en général le couvercle d'un panier avec un petit lacet autour d'un bouton carré entrelacé. Le bouton carré, entrelacé

42. Gerdes, 1993, p. 9, 10.
43. Gerdes, 1993, p. 24.
44. Il s'agit de mathématique scolaire en provenance de l'Occident et transplantée dans le tiers-monde.
45. Gerdes, 1993, p. 24.

avec ses deux bandelettes, cache certaines considérations géométriques et physiques considérables[46]. »

Il se trouve en effet que ce bouton, vu de face, offre une ressemblance avec une figure — attribuée à Baskhara, XIIe siècle de notre ère — de décomposition d'un carré, utilisée pour démontrer le théorème de Pythagore. En partant de cette figure, Gerdes fait démontrer le dit théorème à ses étudiants et poursuit :

« Un des étudiants observe : "Si Pythagore n'avait pas découvert ce théorème [...] nous on l'aurait fait." Exactement ! On stimule le développement de la nécessaire confiance en soi mathématique culturelle quand on explicite la pensée géométrique "culturellement congelée" dans les boutons carrés entrelacés et, encore plus, quand on l'explore en révélant son potentiel [...] Le débat commence : "Nos ancêtres auraient-ils pu découvrir le théorème de Pythagore ? L'ont-ils découvert ? Pourquoi, nous ne le savons pas ? Esclavage, colonialisme [...] Quand on décongèle la pensée mathématique "congelée" on stimule la réflexion sur l'impact du colonialisme dans les dimensions historiques et politiques de l'enseignement des mathématiques[47]. »

Il est clair que Gerdes prend son propre raisonnement mathématique, qui lui permet d'analyser cette figure et bien d'autres avec beaucoup de talent, pour une démarche historique. Lui qui insiste sur les liens qui unissent la science et la culture d'une société donnée, il se contredit ici en donnant à ses étudiants l'illusion que la démarche mathématique — conduisant par exemple au théorème de Pythagore — se développe toute seule pourvu qu'une figure de départ lui en donne l'occasion ; il fait croire en particulier que l'idée de démonstration est naturelle, spontanée, hors contexte[48]. Le fait que cette idée soit apparue dans une société déterminée, à une époque déterminée, au sein d'une « culture » bien précise et sans précédent historique, celle de la Grèce antique, il l'ignore et préfère accuser le colonialisme d'une étrange façon : car si réellement des peuples africains avaient découvert le théorème de Pythagore, cela n'aurait pas échappé aux nombreux missionnaires et ethnologues qui ont sillonné le continent depuis le

46. GERDES, 1993, p. 36.
47. GERDES, 1993, p. 39, 40.
48. Le théorème de Pythagore est au fondement des mathématiques védiques des *Sulbasutras*, ainsi que des mathématiques babyloniennes et chinoises des Han ; cependant, aucune des trois ne l'ont réellement démontré, en dépit d'une durée de vie qui se compte au moins en siècles. Nous sommes pourtant, dans ces textes antiques, en présence d'une véritable connaissance de ce fameux résultat sur le « carré de l'hypoténuse », aux antipodes du bouton de panier décrit par Gerdes et qui offre une ressemblance, probablement par hasard, avec une des figures de démonstration du théorème. Cela montre bien que l'élaboration de systèmes démonstratifs est une voie ardue, nullement spontanée, et dont l'inachèvement n'a en l'occurrence, dans l'histoire réelle, rien à voir avec l'esclavage ou le colonialisme.

XIX[e] siècle. La colonisation n'a pas réussi à détruire l'art des *sona*, en supposant qu'elle ait seulement pensé à le faire; pourquoi aurait-elle détruit l'art des triangles rectangles?

Ainsi, de même que les auteurs recensés plus haut (p. 554-557), de même que Seidenberg, les ethnomathématiciens *ne font pas d'histoire*, comme nous l'avons vu à l'instant. Pire que cela, ils décrètent implicitement qu'il ne faut pas en faire, grâce à un procès d'intention contre toute espèce d'évolutionnisme et de comparatisme ethnographique : sous prétexte que c'est au nom de la civilisation que des colonisateurs ont pillé et massacré des primitifs, ils rejettent *a priori* toute conception fondée sur le passage de formes inférieures, primitives, à des formes supérieures, civilisées, comme si l'on devait l'oppression à cette conception. Ils ne voient dans l'ensemble constitué par la société civilisée occidentale et les diverses sociétés traditionnelles, qu'un patchwork de cultures sans liens entre elles, ou de simples facettes les unes à côté des autres. Ce point de vue représente à mon sens une régression scientifique par rapport au plus simpliste des évolutionnismes qui, au moins, cherche des liens, une histoire et par là une unité humaine au lieu d'un saucissonnage « culturel » beaucoup plus néfaste que la théorie des mentalités prélogiques. L'évolutionnisme est voué aux gémonies par les ethnomathématiciens, après qu'ils l'aient caricaturé sous la forme d'évolutionnisme « unilinéaire »; puis ils font des manières en mettant des guillemets à primitifs, ou en parlant de « sociétés traditionnelles » plutôt que de sociétés primitives, ou encore en s'étendant longuement sur le fait que les primitifs ne manquent pas de pouvoir d'abstraction, mais de pouvoir... de décontextualisation[49] ! Toutes ces politesses « politiquement correctes » ont autant de valeur scientifique que le baptême de nos balayeurs en « techniciens de surface ». Mais malgré leurs oukases, fondés sur une conception historique insoutenable, ou plutôt sur l'absence de réelle conception historique, les travaux des ethnomathématiciens — Marcia Ascher, Anthony Aveni[50], Michael Closs[51], Paulus Gerdes, Claudia Zaslavsky[52] et d'autres — sont importants et l'on attend la suite avec impatience : par la publication d'enquêtes ethnographiques, ils accroissent le matériel à la disposition du chercheur friand de comparatisme. On ne peut pas rayer d'un trait de plume, aussi bardé de bonnes intentions humanitaires soit-il, les analogies contraignantes bien connues entre les primitifs actuels et ce que nous savons de nos ancêtres de la préhistoire, du Paléolithique supérieur au Néolithique. Le comparatisme ethnographique, qui reconnaît cette analogie, ouvre une voie de recherche à peine explorée pour

49. ASCHER, 1991, p. 190.
50. AVENI, 1990.
51. CLOSS, 1990.
52. ZASLAVSKY, 1973.

les mathématiques de la préhistoire, mais riche de promesses puisqu'il permet, dans une certaine mesure, de *faire parler* les trouvailles archéologiques. Et il impose aussi aux hypothèses et théories fondées uniquement sur les documents préhistoriques d'être vérifiées par les documents ethnographiques et inversement.

III. — DIFFICULTÉS ET PROMESSES DU COMPARATISME ETHNOGRAPHIQUE

Difficultés et limites

Il ne s'agit pas de nier les difficultés de l'utilisation des sources ethnographiques. Tout d'abord, ce ne sont par définition que des sources secondaires puisque les informations sont transmises oralement de génération en génération avant de l'être à un enquêteur. Or celui-ci peut être purement et simplement « promené » par des informateurs réticents, et cela pour une raison de fond : l'une des caractéristiques de la pensée archaïque est, en effet, d'identifier la parole et l'acte, le nom et la chose nommée, en bref le symbole et la chose symbolisée. Nous dirions que cette pensée ignore la séparation entre théorie et pratique; elle produit de la théorie, sous la forme de mythes, de symboles et de combinaisons de symboles, elle l'applique sous la forme de rites, mais elle ne la pense pas comme telle. Par conséquent, dévoiler son système symbolique à un étranger, l'enquêteur ethnologue en l'occurrence, c'est aussi lui donner les moyens d'agir; et on ne donne pas d'allumettes aux enfants ! Il y a, par exemple, des différences notables entre la première version de la mythologie Dogon rapportée dans *Dieu d'eau*[53] et celle qui est donnée dans *Le Renard pâle*[54]; l'explication officielle est que les deux versions correspondent à des stades différents d'initiation de l'enquêteur Marcel Griaule.

Le comparatisme ethnographique se heurte en outre à une limite chronologique absolue : les primitifs actuels ou ayant existé récemment sont des *homo sapiens sapiens*, des hommes de notre espèce, née au Paléolithique supérieur. Tout comparatisme ethnographique est donc exclu dès que l'on veut exploiter les documents du Paléolithique moyen, époque des hommes de Neandertal, ou du Paléolithique inférieur, époque des *homo erectus* : exclu, par conséquent, pour toute une période couvrant au moins 98 % de la préhistoire ! Les deux premières périodes voient pourtant incontestablement naître une activité humaine de type géométrique. Elle se manifeste d'abord par la création d'outils de pierre au Paléolithique inférieur. La

53. GRIAULE, 1966.
54. GRIAULE et DIETERLEN, 1991.

« civilisation acheuléenne » est caractérisée par les outils bifaces et « le progrès s'exprime avec l'acquisition d'une symétrie qui atteint une réelle perfection à la fin du Paléolithique inférieur[55] ».

La documentation montre en effet de splendides outils de formes diverses mais standardisées : cordiformes (en forme de cœur), ovalaires, triangulaires d'une grande beauté, ou composés. Des formes sphériques et rondes sont également créées très tôt ; parlant d'un site daté de – 1 800 000 ans, le lac Turkana en Afrique, Gabriel Camps signale :

> « La patience des fouilleurs nous apporte non plus seulement les traces de leur comportement, os brisés et outils abandonnés, mais ô surprise, les restes indubitables d'aménagement de l'espace : cercles de pierre limitant vraisemblablement des huttes de branchages dans le niveau le plus ancien d'Oldoway ; dans le même gisement, mais à un niveau plus récent, L. Leakey a mis au jour les fondations en demi-cercle d'un coupe-vent[56]. »

Il faut tout de même avoir en tête qu'il s'agit là de l'un des rares cercles connus de cette époque, et qu'il n'est pas plus réellement un cercle que les ronds dessinés par les enfants pour représenter le soleil. On trouve, en outre, et en grande quantité cette fois-ci, des « boules polyédriques » — suivant la curieuse expression des archéologues — et de véritables boules de pierre dès le début du Paléolithique inférieur, avec des traces de l'action humaine consciente pour passer du polyèdre à la sphère :

> « Cette pièce, entièrement sphérique, est le plus souvent une boule à facettes ou polyèdre sphérique dont les arêtes des faces ont été écrasées volontairement par un piquetage régulier plus ou moins systématique. Le diamètre de 70 à 80 mm et le poids de 600 à 800 grammes donnent parfois l'impression que ces pièces ont été calibrées. Elles sont fréquentes à l'Acheuléen supérieur[57]. »

Au Paléolithique moyen, l'industrie lithique montre une perfection des formes précédentes et l'apparition de formes nouvelles. On connaît aussi quelques vestiges d'habitations rondes, et les premières traces de sépultures de formes diverses, mais il est difficile de savoir dans quelle mesure ces formes sont voulues, comme le sont celles des outils. Ces fameuses sépultures moustériennes, occasions de faire grand bruit sur la naissance de la religion au Paléolithique moyen, sont peu nombreuses :

> « Que sont ces quelques cas [de sépultures découvertes] par rapport aux milliers de générations et aux millions d'individus que représente l'immensité du

---

55. Piel-Desruisseaux, 1990, p. 260.
56. Camps, 1982.
57. Garanger, 1992, p. 583.

temps et de l'espace moustériens, si ce n'est des dérogations dérisoires à la règle générale que les moustériens n'inhumaient pas leurs morts, du moins en grotte et en abris[58] ? »

Et pour en savoir plus,

« Il nous semble que le comparatisme ethnographique, s'il se borne à chercher les orientations des comportements fondamentaux et les schémas primordiaux d'élaboration symbolique, peut légitimement être utilisé plutôt que de s'en tenir à la seule lecture primaire des documents archéologiques et de laisser en blanc une partie importante de l'histoire de l'esprit de l'homme[59]. »

Voilà une affirmation à laquelle on peut souscrire en général, mais risquée ici, puisque, comme nous l'avons remarqué, il n'y a plus de représentant de l'espèce moustérienne sur notre terre. Elle peut même conduire à des conclusions à mon avis anachroniques : Alban Defleur affirme, par exemple, que vingt corps, dont l'orientation a pu être observée, sont orientés en majorité est-ouest comme, ajoute-t-il en note, chez des Indiens de Colombie. Mais repérer une orientation est-ouest est une opération compliquée : il faut avoir en effet observé, jour après jour et dans un lieu déterminé, les endroits de lever et de coucher du soleil, et remarqué que ces endroits déterminent des lignes parallèles, lesquelles déterminent la direction en question. De telles observations sont-elles vraisemblables chez des groupes de néandertaliens nomades ? Mieux vaut pour l'instant, et pour la période en question, en rester à la documentation archéologique, c'est-à-dire principalement aux outils lithiques. Ils nous apprennent qu'il y a, dès les époques ancienne et moyenne du Paléolithique, création de formes voulues, c'est-à-dire préexistantes dans le cerveau ; et comme il n'y a aucune trace d'activité numérique, on peut conjecturer que l'activité géométrique précède l'activité numérique qui naît, selon toute vraisemblance, au Paléolithique supérieur.

Promesses du comparatisme ethnographique

Arrivés au Paléolithique supérieur, nous avons affaire à une explosion documentaire en quantité et en variété ; nous pouvons aussi, avec plus de sûreté, faire des rapprochements avec les primitifs contemporains. Il semble que le grand bond en avant, à cette période, soit l'apparition de l'activité symbolique. Dès l'Aurignacien — à partir de – 35000 —, on dispose d'une multitude d'os striés[60] de façon très variée et impossibles à

58. Defleur, 1993, p. 277.
59. Defleur, 1993, p. 277.
60. Il existe un petit nombre d'os antérieurs au Paléolithique supérieur, dont les stries présentent une certaine régularité, mais on peut fortement douter de leur caractère intentionnel. Voir, par ex., Koslowski, 1992, p. 36 ; Otte, 1996, p. 177.

interpréter. Marshack, à l'aide d'une analyse interne forcée de certains documents, a cru discerner des calendriers lunaires dont on ne voit pas bien l'usage (voir plus haut, p. 551). Mais la documentation ethnographique qu'il donne lui-même anéantit toute tentative d'explication unilatérale. Ainsi, les Indiens d'Amérique et les aborigènes australiens utilisent les encoches dans des buts extrêmement variés : bâtons-messages indiquant au destinataire le nombre de « sommeils » ou de « lunes » devant s'écouler avant un événement donné, ou le nombre de personnes attendues, avec des signes différents suivant qu'il s'agit de femmes, de jeunes gens ou de vieillards. On a aussi, bien sûr, des « calendriers » pouvant représenter plusieurs années, mais construits de la façon suivante :

> « Chaque encoche non peinte signale une année, tandis que des ponctuations ou autres encoches, peintes celles-ci, représentent des événements importants qui ont marqué chaque année tels qu'un raid, une pluie de météores, un tremblement de terre, une inondation ou une tempête de neige[61]. »

Un tel document — qu'il serait d'ailleurs plus approprié de nommer annales, aide-mémoire utile à celui qui doit raconter l'histoire de la tribu — est, comme on le voit, un document lisible, ce qui n'est pas le cas de la plupart des soi-disant calendriers lunaires préhistoriques de Marshack. On pourrait multiplier les exemples à l'infini, en utilisant, par exemple, le travail de « bénédictin » de Garrick Mallery[62].

La première utilité de l'ethnographie est donc de nous remettre les pieds sur terre en bridant les imaginations délirantes. De la même façon, *aucun* document ethnographique ne permet d'étayer la thèse mentionnée plus haut (p. 550-551) d'un chasseur-cueilleur fabriquant une table de nombres premiers, une table de doubles, ou une table de triplets pythagoriciens. Ou encore : les peuples primitifs, lorsqu'ils ont besoin de mesures, utilisent tous, sans exception, des unités fondées sur le corps humain; la tendance est à la prolifération de telles unités et à leur variation suivant l'individu, et non à la création d'une unité standard valable pour une vaste région (Bretagne et îles britanniques) telle que le yard mégalithique cher à Thom. Plutôt donc que de se livrer à de telles spéculations oiseuses, il sera beaucoup plus utile de faire une enquête serrée associant étroitement les éléments concrets, comme les besoins réels de numération liés aux premiers échanges, et les mythologies friandes de nombres sacrés chez beaucoup de primitifs connus.

Dans un premier temps, le comparatisme ethnographique est par conséquent négatif; à celui qui veut à toute force donner une signification

61. MARSHACK, 1972, p. 140.
62. MALLERY, 1972.

précise à telle strie ou à tel dessin, le comparatiste répond immanquablement : peut-être bien que oui, peut-être bien que non. Comme le dit Annette Laming-Emperaire, parlant des symboles accompagnant les peintures pariétales :

> « Et quand il ne s'agit plus de représentations d'objets ou d'êtres, mais de symboles, elle[63] devient essentiellement arbitraire par nature et tout fil conducteur de l'interprétation disparaît [...] Le propre d'un symbole est justement de signifier exactement ce que l'on veut lui faire signifier, c'est-à-dire n'importe quoi [...] C'est dire que toute interprétation symbolique des œuvres préhistoriques est définitivement impossible[64]. »

On ne saurait mieux dire, mais l'argument peut se retourner : l'ethnographie confirme le caractère symbolique des documents du Paléolithique supérieur, et c'est ce caractère qui compte, et non le fait de savoir de quel objet précis telle strie est le symbole. Il est à remarquer au passage que le risque d'arbitraire est tout aussi grand lorsqu'il s'agit de représentations d'objets ou d'êtres reconnaissables, qui eux aussi peuvent être là comme symboles. L'homme sait désormais représenter n'importe quelle chose — individu, animal, jour, strophe ou partie d'un récit, événement marquant — par une encoche, c'est-à-dire par un signe qui n'a d'autres rapports que purement intellectuels avec la chose représentée. Le « n'importe quoi » de Laming-Emperaire, qui est exact, prend maintenant une signification positive et reflète un mode d'expression tellement incrusté dans le cerveau humain que les encoches ont continué à régner en pleine période civilisée, pour finir en beauté en Angleterre en 1834, par l'embrasement grandiose du parlement anglais lorsqu'on voulut brûler les monceaux de *tally sticks* sur lesquels le trésor britannique cochait le montant des impôts et des taxes.

Dans un deuxième temps donc, le comparatisme ethnographique est une méthode constructive et unifiante ; il y a accord, dans le sens qui vient d'être précisé, entre le matériel archéologique et l'enquête ethnographique, et le dialogue entre les deux éclaire l'histoire intellectuelle de l'humanité en général et l'histoire des mathématiques en particulier, et en tout état de cause rend un hommage autrement profond à l'humanité primitive que toutes les flatteries verbales de la *political correctness*. Les formes que nous avons vues naître dans les mains des pré-*sapiens* n'avaient probablement pas atteint la dignité de symboles. Elles préexistaient certes dans le cerveau humain avant la création de l'outil triangulaire, de l'abri circulaire ou de la fosse funéraire, mais n'avaient pas d'autre valeur que celle d'un

---

63. Il s'agit de la méthode ethnographique.
64. LAMING-EMPERAIRE, 1962, p. 141, 142.

patron de couturière. Elles étaient les formes de ces objets-là et de rien d'autre. En revanche, la plus humble des bijections, comme entre les animaux tués et les encoches sur os, est d'une tout autre stature intellectuelle : il y a négation de l'objet concret pour n'en retenir que le fantôme, l'existence pure, et il y a création d'un signe, disons d'un signe d'exploit de chasse pour fixer les idées. Il suffit à son possesseur de le regarder pour y lire un sens, une interprétation qui n'a aucun lien tangible, sensuel, avec ce qu'il signifie, mais qui le met en correspondance avec lui. L'homme, dès le début du Paléolithique supérieur, a créé un médium entre ses actes et sa pensée, un deuxième outil de pensée après — ou en même temps que ? — le langage. Derrière l'énumération à l'aide d'encoches se cache le nombre : l'histoire de l'arithmétique commence. On l'écrira un jour, grâce au grand nombre de monographies consacrées à la numération chez les primitifs, et on mettra en valeur les deux découvertes capitales que nous devons à nos ancêtres illettrés : le nombre et les systèmes de nombres, c'est-à-dire le nombre et le calcul[65].

De fait, le nombre d'études sur les connaissances géométriques des primitifs ou des hommes de la préhistoire est très faible comparé à la masse d'études sur la numération. On peut se faire une idée raisonnable de la façon dont sont apparus les premiers nombres puis les systèmes de numération; beaucoup de points restent encore obscurs, comme les raisons du culte et du tabou très répandu des nombres. Mais au moins, un abondant matériel est là qui permet de réfléchir. Il n'y a presque rien de tout cela en revanche dans le domaine géométrique[66], les documents sont encore à rassembler et l'interprétation est inexistante. Effectivement, l'activité géométrique débute dès le Paléolithique inférieur par la création de formes lithiques standardisées, mais qui ne sont que les formes de ces outils-là. Les choses changent au Paléolithique supérieur où la forme va accéder au statut de symbole, de moyen de pensée. André Leroi-Gourhan a remarqué que les signes qui accompagnent beaucoup de peintures pariétales « vont progressivement perdre leur figurativité pour aboutir au géométrique pur, tandis que les sujets figurés vont passer du figuratif synthétique » — c'est-à-dire présentant l'essentiel des formes du sujet figuré — « au figuratif analytique » — recherche d'une réalité optique à partir de nuances dans la modulation des lignes et, ajoute-t-il plus loin : « Ce phénomène, attesté par des centaines d'exemples, constitue un des problèmes les plus intéressants de la recherche[67]. » On peut voir, en effet, des figures complexes, composées de lignes droites ou courbes parallèles, de rectangles décomposés en

65. Voir mon travail « Préhistoire de l'arithmétique. La découverte du nombre et du calcul », in *Si le nombre m'était conté*, à paraître, Paris, Ellipse.
66. Voir, cependant, KELLER, 1995.
67. LEROI-GOURHAN, 1992, p. 106, 222.

rectangles plus petits, de ronds ou de demi-ronds. On a très tôt des disques d'os ou d'ivoire percés en leur centre, ou des anneaux circulaires d'argile; les spirales et cercles concentriques abondent dans les peintures et les sculptures préhistoriques indiennes et australiennes. Ici comme pour les encoches, il est impossible et vain de chercher une interprétation concrète de chaque figure, *comme le prouve l'ethnographie*. Elle montre ainsi que tel disque, tel rectangle, telle strie ou telle forme de partage de ce rectangle, ou de ce disque peuvent signifier *n'importe quoi*, pour reprendre encore l'expression très juste de Laming-Emperaire. Mais ce qui est important, et c'est ce que l'ethnographie nous apporte de positif, est que ces formes signifient quelque chose, et que leurs découpages et recompositions sont souvent là pour exprimer tel ou tel mythe dans son mouvement; autrement dit, l'activité géométrique sous-jacente, et qui n'est évidemment pas consciente d'elle-même, ne naît et ne dure que comme forme d'accompagnement explicative et humble servante de la mythologie. Bonne fille, la forme accepte d'ailleurs de revêtir n'importe quel contenu; ainsi pour un Indien Sioux qui a perçu comme une catastrophe le fait que les Blancs leur aient fait abandonner leurs *tepees* pour des « boîtes carrées » :

> « Vous avez remarqué que tout ce que fait un Indien est circulaire, parce que le pouvoir du monde agit toujours suivant des cercles, et que tout essaie d'être rond. Dans les temps anciens, alors que nous étions un peuple fort et heureux, tout notre pouvoir venait du cercle sacré de la nation [...] Le vent tourbillonne, les oiseaux font des nids circulaires [...] Le soleil se lève et se couche suivant un cercle tout comme la lune, et les deux sont ronds. Même les saisons forment un grand cercle dans leur changement, en revenant toujours là où elles étaient. La vie d'un homme est un cercle de l'enfance à l'enfance [...] Nos *tepees* étaient ronds comme des nids d'oiseaux et on les installait toujours en cercle, celui de la nation, le nid de plusieurs nids où le grand esprit nous a signifié de faire naître nos enfants[68]. »

Ainsi encore, une leçon donnée dans une société d'initiation *bambara* débute par un dessin carré, qui évolue ensuite sans arrêt par des subdivisions complexes pour figurer les arcanes de la création du monde; Solange de Ganay et Dominique Zahan ajoutent que « les relations sociales et de parenté sont souvent enseignées, elles aussi, au moyen de la géométrie[69] ». De même, un étrange découpage de carrés en triangles et leur réagencement représentent, pour les Dogons, le travail d'Amma créant la tortue[70]. Pour passer au pays de la mort, chez les Malekula (Pacifique sud), il faut réussir un tracé eulérien difficile (un *nitu*, voir plus haut p. 561) sous

68. ASCHER, 1991, p. 125.
69. GANAY et ZAHAN, 1978.
70. GRIAULE et DIETERLEN, 1991.

peine d'être dévoré par un ogre ; les mêmes tracés ont une place éminente dans toute la vie rituelle de ce peuple. Ces cercles, ces rectangles ne sont pas, pour la sagesse primitive, des symboles abstraits interchangeables mais les choses elles-mêmes et non une simple représentation de celles-ci. Et leur importance extrême, le soin qu'il faut prendre pour les tracer et la prudence qu'il faut montrer avant de les divulguer viennent de ce que l'activité rituelle correspondante est une véritable action, parfois même une recréation du monde, et non une simple commémoration. Par exemple, le dessin symbole d'une céréale est tracé sur le mur d'un sanctuaire et « l'eau de pluie entraîne le dessin dans les champs où il favorise les cultures[71] ».

Que la géométrie ait trouvé dans les rites un terrain favorable de développement « souterrain » ne fait pas de doute ; on en a peut-être les dernières traces, avant la révolution euclidienne, dans les recherches grecques et indiennes sur les constructions d'autels — problème de duplication du cube et surtout géométrie des *Sulbasutras* —, et dans les développements fantastiques du *Timée* de Platon. Le détail du développement nous est encore largement inconnu, faute d'enquête détaillée et systématique associant étroitement les phénomènes physiques et techniques comme la fabrication des outils et des habitations ou le mouvement des astres, et les mythes et les rites qui se saisissent avidement des formes pour les mettre en mouvement et en faire des symboles actifs. Mais ce qui est certain et parfaitement corroboré par l'archéologie et l'ethnographie, c'est l'attitude intellectuelle remarquable des primitifs, dont la science civilisée, historique, est redevable : les primitifs ont, en effet, posé en principe que pour agir sur le monde, il suffit d'agir sur ce qui est considéré comme son essence, son symbole, et ils l'ont fait de façon imaginaire à l'aide de dessins géométriques ou non. Concentrer une chose ou une série de choses sur un symbole préfigure l'action intellectuelle qui nie l'apparence immédiate pour aller à l'essence cachée, seule voie de connaissance. Aussi l'apport de la science et de la philosophie civilisées ne fut-il pas de créer la spéculation intellectuelle, mais de la reconnaître comme telle en la libérant du vieux fatras de correspondances symboliques ; libération certes, mais aussi destruction de la merveilleuse unité du monde primitif, si bien exprimée dans la confession pathétique de l'Indien Sioux rapportée par Ascher. Par cette rupture douloureuse, la sagesse primitive se mue en système philosophique, tandis que les spéculations sur les formes et les nombres se changent en systèmes mathématiques ou *Éléments*.

Olivier KELLER
(octobre 1994 et décembre 1998).

71. GRIAULE et DIETERLEN, 1991.

BIBLIOGRAPHIE

ANATI (Emmanuel), 1989, *L'Origine de l'art et la formation de l'esprit humain*, Paris, Albin Michel.

ASCHER (Marcia), 1991, *Ethnomathematics. A multicultural view of mathematical ideas*, Pacific Grove, Brooks and Cole Publishing Co.

AVENI (Anthony), 1990, *Empires of Time. Calendars, clocks and cultures*, Londres, I. B. Tauris & Co.

BRUNSCHVICG (Léon), 1922, *Les Étapes de la philosophie mathématique*, 2ᵉ éd. Paris, Félix Alcan.

BUNT (Lucas N. H.), JONES (Phillip S.) et BEDIENT (Jack D.), 1988, *The Historical Roots of elementary mathematics*, 2ᵉ éd. New York, Dover.

CAMPS (Gabriel), 1982, *La Préhistoire*, Paris, Librairie académique Perrin.

CASSIRER (Ernst), 1972, *La Philosophie des formes symboliques*, 3 vol., Paris, Minuit.

CLOSS (Michael), 1990, *Native American Mathematics*, 3ᵉ éd. Austin, University of Texas Press.

DANTZIG (Tobias), 1931, *Le Nombre langage de la science*, trad. Georges CROS, Paris, Payot.

DEFLEUR (Alban), 1993, *Les Sépultures moustériennes*, Paris, CNRS Éditions.

GANAY (Solange de) et ZAHAN (Dominique), 1978, « Un enseignement donné par le Komo », in *Systèmes de signes*, Paris, Hermann.

GARANGER (José), 1992, *La Préhistoire dans le monde*, Paris, Presses universitaires de France.

GERDES (Paulus), 1991, *Lusona. Récréations géométriques d'Afrique*, Maputo, Union mathématique africaine.

GERDES (P.), 1993, *L'Ethnomathématique comme nouveau domaine de recherche en Afrique*, Maputo, Institut supérieur de pédagogie du Mozambique.

GRIAULE (Marcel), 1966, *Dieu d'eau. Entretiens avec Ogotemmeli*, Paris, Fayard.

GRIAULE (Marcel) et DIETERLEN (Germaine), 1991, *Le Renard pâle*, 2ᵉ éd. augm. Paris, Institut d'ethnologie.

IFRAH (Georges), 1994, *Histoire universelle des chiffres*, 2 vol., Paris, Laffont.

JOSEPH (George Gheverghese), 1991, *The Crest of the peacock. Non-European roots of mathematics*, Londres, I. B. Tauris & Co.

KELLER (Olivier), 1995, « Préhistoire de la géométrie. Premiers éléments d'enquête, premières conclusions », *Sciences et techniques en perspective*, vol. 33, p. 1-80.

KOSLOWSKI (Janusz K.), 1992, *L'Art de la préhistoire en Europe orientale*, Paris, Presses du CNRS.

LAMING-EMPERAIRE (Annette), 1962, *Signification de l'art rupestre préhistorique*, Paris, Picard.

LEBESGUE (Henri), 1975, *Sur la mesure des grandeurs*, Paris, Blanchard.

LEROI-GOURHAN (André), 1992, *L'Art pariétal, langage de la préhistoire*, Grenoble, Jérôme Millon.

LÉVI-STRAUSS (Claude), 1962, *La Pensée sauvage*, Paris, Plon.
LÉVY-BRUHL (Lucien), 1910, *Les Fonctions mentales dans les sociétés inférieures*, Paris, Alcan.
LLOYD (Geoffrey E. R.), 1993, *Pour en finir avec les mentalités*, trad. Franz REGNOT, Paris, La Découverte.
MALLERY (Garrick), 1972, *Picture-Writing of the American Indians*, 2 vol., New York, Dover.
MARSHACK (Alexander), 1972, *Les Racines de la civilisation*, Paris, Plon.
MENNINGER (Karl), 1977, *Number words and number symbols*, trad. Paul BRONEER, 5e éd. Londres, MIT Press.
MOHEN (Jean-Pierre), 1989, *Le Temps de la préhistoire*, Paris, Archeologia.
NILLSON (Martin P.), 1920, *Primitive Time-Reckoning. A study in the origins and first development of the art of counting time among the primitive and early culture peoples*, Lund, C. W. K. Gleerup.
OTTE (Marcel), 1996, *Le Paléolithique inférieur et moyen en Europe*, Paris, Armand Colin.
PIEL-DESRUISSEAUX (Jean-Luc), 1990, *Outils préhistoriques. Forme, fabrication, utilisation*, 2e éd. compl. Paris, Masson.
SARTON (George), 1993, *Ancient Science through the Golden Age of Greece*, 3e éd. New York, Dover.
SEIDENBERG (A.), 1962a, « The ritual origin of geometry », *Archive for history of exact sciences*, vol. 1, *5*, p. 488-527.
SEIDENBERG (A.), 1962b, « The ritual origin of counting », *Archive for history of exact sciences*, vol. 2, *1*, p. 40.
SMITH (David Eugene), 1958, *History of mathematics*, 2 vol., 3e éd. New York, Dover.
VAN DER WAERDEN (Bartel Leendert), 1983, *Geometry and algebra in ancient civilizations*, Berlin, Springer.
ZASLAVSKY (Claudia), 1973, *Africa counts*, Boston, Prindle, Weber and Schmidt.