SREĆKO KOVAČ

LOGIČKO-
-FILOZOFIJSKI
OGLEDI

Hrvatsko filozofsko društvo
Zagreb, 2005.

CIP Katalogizacija u publikaciji
Nacionalna i sveučilišna knjižnica, Zagreb

UDK 111: 164: 19

KOVAČ, Srećko

Logičko-filozofijski ogledi / Srećko Kovač. – Zagreb : Hrvatsko filozofsko društvo, 2005. – (Biblioteka Filozofska istraživanja ; knj. 127)

Bilješka o tekstovima. – Imensko kazalo.

ISBN 953-164-086-6

ISBN 953-164-086-6

SADRŽAJ

Predgovor

Prilozi se u ovoj knjizi okupljaju oko opće nakane da se pokaže bitna povezanost logike i filozofije. Ne radi se pritom samo o tome da je logika jedna od filozofijskih disciplina pored drugih nego ponajprije o tome da logika na neki način, i u bitnome smislu, prožimlje svu filozofiju. U knjizi se razmatra (i) opći odnos filozofije i logike (poglavlja 1 i 2), pri čem se želi pokazati da se, na osnovici moderne logike, filozofija (u skladu sa svojom tradicijom) može uspostaviti, i stvarno se uspostavlja, kao moderna znanost. (ii) Povezanost se logike i filozofije pokazuje i na razini pojedinih logičko-filozofijskih tema, uključujući i povijesni aspekt. Pojedine konkretne teme koje se obrađuju, mogu se približno (uz preklapanja) podijeliti ovako: jezik i ontologija (poglavlja 3, 4, 5), Gödelov ontologijski dokaz (poglavlja 6 i 7) i početci moderne logike u Hrvata (poglavlja 8 i 9). Kroz znatan se dio knjige provlači u različitim aspektima i tema platonizma.

Prema tehničkoj se zahtjevnosti prilozi nalaze u rasponu od manje zahtjevnih i popularizirajućih (uz minimalno logičko predznanje, npr. poglavlje 3) do tehnički zahtjevnijih priloga (modalna logika, logika višega reda, npr. poglavlje 7). U stvari, knjiga je zamišljena također i s ciljem da bi i čitatelja koji ima samo uvodna logička predznanja, mogla potaći i uvesti u logičku filozofiju.

Šest je priloga dosad već objavljeno (jedan na engleskome), a tri se objavljuju prvi put (usp. podatke na kraju knjige). Već objavljeni prilozi mjestimice su obnovljeni i dopunjeni.

U poglavlju se 1 *Filozofija kao znanost* pokazuje kako moderan razvoj logike filozofiji otvara novu mogućnost obnove u liku moderne znanosti. Ispituje se ontologijsko značenje logike prvoga reda, teorije tipova i modalne logike u Fregea, Russella, Quinea i Kripkea, s kratkim osvrtom na logiku vjerovanja.

Poglavlje 2 *Filozofija je znanost* prikazuje povezanosti i preklapanja filozofije, osobito preko njezina logičkoga aspekta, s matematikom i teorijskom informatikom. Posebno se zadržavamo na filozofijski relevantnim rezultatima do kojih dolaze matematičari i teorijski informatičari (metamatematika, teorija izračunljivosti), te na međudisciplinarnim aspektima epistemične logike i dinamike vjerovanja.

Poglavlje je 3 *Obični i formalizirani jezik u logici* zamišljeno kao uvod u filozofijsku dimenziju prvih susreta s logikom. Na nekim se, većinom jednostavnim primjerima, naznačuje što se događa kada se rečenice običnoga jezika prevode na logički jezik, koje su posljedice logički nenadzirane porabe običnoga jezika, te kakav filozofijski dobitak iz formaliziranja jezika može proizaći.

U 4. se poglavlju, *Imena – granični slučaj prijevoda*, ispituje doseg svođenja imena u prevođenju na određeni opis, te se pokazuje da određeni opis ne čini uvijek značenje imena shvatljivim. Prijevod imena nije zapravo prijevod značenja, nego uspostava zajedničkoga odnosa dviju jezičnih zajednica prema istomu predmetu (čak i kad imena potječu od općih oznaka).

U 5. se poglavlju, *Quineov platonizam i antiplatonizam*, prikazuju različiti aspekti platonizma u Quinea. On odbacuje sadržajni (intenzijski) platonizam (atribute, svojstva), a pragmatički prihvaća opsegovni (ekstenzijski), pri čem su mu razredi (klase) samo pomoćna sredstva kako bi se iskazali zakoni teorije skupova. Na elementarnoj razini Quine razvija "ontologijski nevinu" logiku priroka (predikata), u kojoj je platonizam sveden na shematizirane jezične oblike.

U poglavlju se 6. *Napomene uz Gödelov ontologijski dokaz* izlažu osnovna obilježja i postavke Gödelove filozofije (npr. pojmovni realizam), koja čine filozofijsku pozadinu Gödelova ontologijskoga dokaza Božje opstojnosti. Pritom se posebna pozornost poklanja Gödelovu odnosu prema Kantu.

U poglavlju se 7 *Neki oslabljeni gödelovski ontologijski sustavi* formalno opisuju gödelovski ontologijski KB-sustav i neki drugi slabi sustavi. Pritom se rabi teorija tipova i naravna dedukcija te se daje i dokaz potpunosti u glavnim i specifičnim dijelovima. Sustavi se komentiraju tehnički i filozofijski. Potonje uglavnom prema obziru na relativizam vrijednosti, na glavne Gödelove filozofijske postavke te na kritiku Kantove moralne teologije.

U 8. poglavlju, *Franjo pl. Marković i algebarska logika*, pokazuje se kako Marković relativizira Booleov formalizam (i "platonizam") prema psihologijskoj ostvarljivosti pojmova i realnoj određenosti pojmova predmetima, a Jevonsovu opsegovnomu (ekstenzijskomu) pristupu suprotstavlja sadržajni (intenzijski). Logika se, prema Markoviću, mora proširiti teorijom "stvarne indukcije", a polazeći od "načela razložnosti", logika treba objasniti tvorbu pojma i odnošenje njegovih sastavnih oznaka na isti predmet.

U 9. se poglavlju, *O Meršićevoj logici*, iznose osnovne sastavnice Meršićeve osobite algebarske logike (obj. 1898.), izgrađene u oslonu na H. Schefflera, sa stajališta koje Meršić daje oštru kritiku aristotelovske silogistike.

Posebno zahvaljujem Berislavu Žarniću na mnogim razgovorima u kojima sam mogao provjeravati i brusiti stavove koji se iznose u knjizi. Zahvalan sam Jordanu Howardu Sobelu na diskusiji uz članak 'Some weakened Gödelian ontological systems'. Zahvaljujem Ivi Novakoviću na komentarima i primjedbama uz članak 'Imena – granični slučaj prijevoda'. Također sam zahvalan recenzentima knjige i recenzentima prethodno objavljenih članaka na korisnim pri-

mjedbama i prijedlozima. Zahvaljujem i diskutantima na skupovima gdje sam izlagao prve inačice ovdje objavljenih tekstova. Sve propuste treba, dakako, pripisati meni.

S. K.

U Zagrebu, 19. lipnja 2005.

1 Filozofija iznova kao znanost

Podsjećajući na neke više-manje poznate zasade i rezultate želimo, s jedne strane, osvijestiti činjenicu jakoga kontinuiteta shvaćanja filozofije kao znanosti u tradiciji filozofije i, ujedno, uputiti na uvjete, stvorene upravo pri koncu proteklog tisućljeća (ono je, naravno, trajalo i čitavu 2000. god.), koji na nov način tu tradiciju osnažuju. Razvoj je moderne logike koncem drugoga tisućljeća otvorio nove mogućnosti za egzaktnost u filozofiji. Ocrtat ćemo kakve to posljedice može imati na shvaćanja u ontologiji (dijelu filozofije koji se često smatra njezinom jezgrom, barem jezgrom teorijske filozofije). Pritom ćemo se poslužiti nekolikim karakterističnim primjerima iz filozofije posljednjega stoljeća i četvrt.

1.1 Tradicija filozofije kao znanosti

Podsjetimo, najprije, na neke važne dionice iz tradicije filozofije koje se tiču pitanja ukoliko je i kakva je to znanost filozofija.

Postanak se kako grčke filozofije tako i grčke znanosti općenito obično vezuje uz Thalesa (7.–6. st. pr. Kr.). Dokaz da je obodni kut nad promjerom kružnice pravi, iako u znatnoj mjeri intuitivan, začetak je logike i matematike, a teorija o vodi kao osnovnoj sastavnici prirode, začetak je fizike.

Za Platona, u *Gozbi* [112], upravo se preko znanostī uspinjemo do najvišega cilja, ljepote o sebi – to je put koji vodi od tjelesne i duševne ljepote preko ljepote znanostī (ἐπιστημῶν κάλος, 210 C). Ljubav prema znanostima, koju

Platon nazivlje filozofijom (210 D), vodi napokon "jednoj znanosti" ljepote o sebi (210 D–E). Prema dijalogu *Sofist* [110], i sama je dijalektika znanost – διαλεκτική ἐπιστήμη (253 D), a to je znanost pripadna filozofu (253 C, E).[1]

Aristotel je, kako je poznato, filozofiju razdijelio na teorijsku, praktičnu i pojetičnu. Teorijska pak filozofija obuhvaća tri teorijske znanosti (*Met.* E 1, 1026a 22 [10]): znanost o jesućem kao takvu (*Met.* Γ 1, 1003a 21-22), fizičku filozofiju, tj. fizičku znanost (φυσική ἐπιστήμη, *Met.* E 1, 1025b 19) – to je fizika tadašnjega, a i kasnijih doba (a ne samo neka izdvojena "filozofijska" fizika), i matematiku. I mudrost je znanost – znanost o prvim načelima i uzrocima (*Met.* A1, 982 a 2).[2]

Za Platona je i Aristotela filozofija gotovo izjednačena sa znanošću. No pritom samo one znanosti koje dopiru do prvih načela ili uzroka, čine filozofiju u njezinu osobitom, najužem smislu – to su dijalektika u Platona i "metafizika" (kako ju tradicionalno zovemo) u Aristotela.

Spomenimo da u *Tome Aquinskoga*, osim filozofijskih znanosti (koje Toma razumije slijedeći Aristotela), ima još jedna, nadređena znanost – objavljena teologija (*sacra doctrina*) (*Summa theol.* I, q. 1, art. 1–8 [9]).

Napuštanje je aristotelovske fizike i matematiziranje fizike u novome vijeku povuklo za sobom, s jedne strane, matematizaciju filozofije, a s druge strane, izdvajanje matematiziranih disciplina iz filozofije. Pri čem nije više riječ o staroj, geometrijskoj matematici, nego o novoj, algebriziranoj, koja počinje s modernom algebrom (Viète) i analitičkom geometrijom (Descartes i Fermat).

Matematizaciju filozofije dobro predstavljaju, primjerice, Descartes, Spinoza, Leibniz, a osobito Newton – Newtonova

[1] Usp. i Glaukonovo pisthḿh toũ dialégesjai (*Res publ.*, 511 C [111]).

[2] Ustvari, mudrost ujedinjuje noũc i pisthḿh (ona je sper kefalȟn ἔqousa pisthḿh kaì timiwtátwn, prema *Eth. Nic.*, 1141a 18-19 [11]).

je fizika u ono doba zapravo filozofija (usp. već i naslov njegova glavnoga djela *Philosophiae naturalis principia mathematica*).

I za *Kanta* filozofija teži tomu da postane znanost (sustav), da krene "sigurnim hodom znanosti" ([70], sv. 3, B VII i dalje), i to je cilj kojemu služi prethodni, "kritički" posao. Čak i filozofiju u "svjetovnome" smislu Kant nazivlje "znanošću o odnošenju sve spoznaje na bitne svrhe ljudskoga uma" (B 867). Nadalje, upravo su matematika i matematička fizika Kantu bile metodologijskim uzorom "kopernikanskoga obrata" (usp. *Predgovor* 2. izd. *Kritike čistoga uma*, osobito B XVI), iako je Kant, s druge strane, oštro istaknuo i specifičnost filozofijskih metodologijskih načela prema matematičkima.[3]

Brz razvoj znanosti u 19. i u 20. stoljeću, koja postaje ne samo neprijeglednom kao cjelina nego i teško dostupnom po svojoj metodologijskoj "sofisticiranosti", kao da filozofiju na razmeđu drugoga i trećega tisućljeća ostavlja pred dilemom ili da se uključi i poveže sa znanstvenim svijetom kao njegov (osobit) dio ili da se iz njega izdvoji (sve do suprotstavljanja), odustajući od tradicionalne ideje filozofije kao znanosti. U potonjem se slučaju filozofija i znanost javljaju kao dva pola koji, ne ustraju li na svojoj suprotstavljenosti, tek naknadno traže mogućnosti međusobnoga dijaloga.

1.2 Reforma filozofije u Fregea i Russella

Povratak tradiciji filozofije, kao znanosti, i to znanosti u modernome smislu (kako se ona i razvila u novome vijeku), nudi reforma koja je zahvatila samu osnovicu filozofije, nje-

[3] Filozofija je, prema Kantu, diskurzivna (spoznaja pomoću pojmova), a matematika intuitivna (spoznaja iz konstrukcije pojma). Filozofija opće promatra *in abstracto* (pomoću pojmova), matematika *in concreto* (u pojedinom zoru) (B 762; usp. i B 865).

zin elementarni dio i pretpostavku – logiku. Kao što se u 17. stoljeću počinje matematizirati fizika, tako se u 19. stoljeću počinje matematizirati i logika. Naznačimo u nekoliko crta neke od najvažnijih rezultata te reforme, iznesenih u posljednjih oko 125 godina (od objave Fregeova *Pojmopisa* 1879.). Da bismo naglasili općefilozofijski domašaj te reforme logike, izabrat ćemo rezultate važne za samu jezgru teorijske filozofije – za ontologiju (priključujući joj i teoriju istine).[4]

1.2.1 Frege

Frege u logiku uvodi formalizirani jezik po uzoru na matematički, upravo na aritmetički, koji treba izraziti samo ono što je bitno za logičku dosljednost. Time želi postići najveću sigurnost i provjerljivost dokazivanja. To je ne samo trebalo omogućiti proširenje aritmetičkoga jezika logičkim, sa svrhom da se aritmetika pokaže kao "dalje razvijena logika" [39, str. 27], nego je to imalo važnih posljedica i za samu filozofiju. Pojmovi kao što su "istina" i "predmet" postali su dostupni metodologijom moderne matematičke znanosti. Ne samo prirodna filozofija kao u 17. stoljeću nego se filozofija uopće mogla početi uspostavljati kao moderna znanost.

Dok se stara logika, prema Fregeu, odviše vezala uz naravni jezik i njegovu gramatiku te odatle uz pojmove podmeta i priroka [40, str. XIII.], što je, primjerice, predodređivalo tradicionalnu ontologiju s njezinim pojmovima bića (supstancije) i pripatka (akcidenta), Fregeova logika u središte stavlja pojmove funkcije, argumenta i vrijednosti funkcije. Pritom je aritmetički pojam funkcije poopćen tako da nisu samo brojevi argumenti i vrijednosti funkcije nego to mogu biti predmeti uopće.[5] Umjesto bića i pripatka, sada

[4] Podsjetimo da je prema Aristotelu u *Met.* α 1, 993b 20, metafizika također i "znanost istine" (pistĥmh tĥc lhjeîac).

[5] I $x^2 = 1$ je sada funkcija, i to s vrijednostima *istinito* i *neistinito*

su glavni ontologijski pojmovi funkcija i predmet. *Funkcija* je, prema Fregeu, "nepotpuna", "dopunljiva", "nezasićena" i tek skupa s argumentom (koji može biti predmet ali i opet neka funkcija [39, str. 36]) čini potpunu cjelinu. *Predmet* se, kao prvotni pojam, ne može odrediti drukčije nego kao sve ono što nije funkcija, ono čega izraz nema prazno mjesto [39, str. 30]. Frege je, dosljedno, došao do neobična rezultata da su istinito i neistinito također predmeti, jer se izražuju izjavnom rečenicom (čine njezino "značenje"), koja ne sadrži prazno mjesto.[6]

1.2.2 Russellova teorija određenih opisa

Russell se nadovezao na Fregea, pri čem je logički jezik, ugledajući se u Peana, učinio praktičnijim od Fregeova. Osobito su važna dva Russellova doprinosa: teorija određenih opisa i teorija logičkih tipova. Te su teorije zanimljive i dalekosežne ne samo u logičko-matematičkome nego i u ontologijskome smislu.

Teorija određenih opisa[7], koja je u svome logičkome aspektu danas standardni dio logike, omogućuje da se unese više svjetla u ontologijsko pitanje o onome što jest - što

[39, str. 26], a tako i "x je osvojio Galiju", koja ima istinitost kao svoju vrijednost upravo za predmet (argument) koji nije broj (Cezar) [39, str. 31].

[6] Isto. Nadalje, Frege je izveo da treba razlikovati smisao i "značenje" (referenciju): '2^4' i '4×4' imaju isto "značenje" (imenuju isti broj), ali različit smisao ([39, str. 26–27], osobito 'Über Sinn und Bedeutung' [39, str. 40–65]). U samoj se logici pojam Fregeu pokazao kao funkcija koje je vrijednost uvijek istinitosna vrijednost [39, str. 28]), a opseg pojma kao "vrijednosni tok" te funkcije [39, str. 28, 30]. Taj je vrijednosni tok, sam po sebi, predmet [39, str. 30]. – Spomenimo da su gore citirani kraći Fregeovi tekstovi prevedeni na hrvatski u [42].

[7] Pod određenim opisom Russell razumije izraze oblika 'onaj predmet koji itd.' ("the term which etc."), koji se odnose na neki *jedinstveni* predmet.

je opravdano smatrati bitstvom (*entity*), a što ne. Odgovarajućom se logičkom analizom ontologija može osloboditi mnogih bitstava na prihvaćanje kojih nas navodi sam jezični oblik usprkos tomu što to prihvaćanje vodi u nedoumice i protuslovlja.

Primjerice, rečenica 'Okrugli kvadrat jest okrugao'[8] ostavlja dojam kao da se govori o okruglome kvadratu (kao nekome podmetu), i to, da je okrugao. U tom bi se smislu navedena rečenica čak mogla činiti istinitom (Meinong). Međutim ne opstoji okrugli kvadrat, pa se postavlja pitanje kako bi onda okrugli kvadrat uopće mogao biti okrugao. Russellova poznata analiza pokazuje da navedenu rečenicu možemo logički analizirati tako da pritom okrugli kvadrat uopće ne bude podmet navedene rečenice, te da se određeni opis 'okrugli kvadrat' uopće ne pojavi kao samostalan, izdvojiv izraz. Russellovom analizom gornje rečenice dobivamo sljedeću rečenicu: 'Ima jedno i samo jedno bitstvo koje je okruglo i kvadrat, i to je bitstvo okruglo', a ta je rečenica jednoznačno neistinita [133, str. 54]. Određeni je opis raščlanjen i nestao je kao zaseban izraz.

Slično je i s primjerom 'Homer opstoji', gdje se čini kao da o nekome imenovanome predmetu, dakle o nečem opstojećem, kažemo da opstoji. Ustvari, 'Homer' tu, prema Russellu, nije ime niti gramatički podmet (subjekt), nego određeni opis koji možemo raščlaniti i isključiti kao i u gornjem primjeru.[9] Dobivamo, primjerice, rečenicu 'Ima jedno i samo jedno bitstvo koje se zove Homer' (po uzoru na

[8] Određenim se oblikom pridjeva ('okrugli') tu zamjenjuje engleski određeni član 'the'.

[9] 'Homer' nije ime u pravome smislu jer samoga Homera nismo izravno svjesni (*knowledge by acquaintance*), čak je i upitno je li Homer uopće opstojao, nego za nj, najviše, možemo znati po (tradiranome) opisu (*knowledge by description*). Imena u najužem smislu, prema Russellu, jesu samo 'ja' i 'to'. Usp. [131, str. 21–23, 26]. Poslije Russell ni 'ja' nije držao imenom u strogome logičkome smislu, smatrajući da u iskustvu ni sebe nismo izravno svjesni (usp. [134, str. 164] iz 1914.).

Russellov primjer s Romulom [135, str. 242–243; usp. i str. 252–253]. No u potonjoj se raščlambi radi tek o “krnjem opisu”. Puni bi opis, osim činjenice da je riječ o bitstvu koje se zove Homer, trebao sadržavati i sve drugo što se pripisuje Homeru (da je spjevao *Ilijadu* i *Odiseju*, *Margita* itd., da je bio slijep i sl.). Tek tako shvaćena, rečenica postaje smislenom te može biti istinitom ili neistinitom. Na analogan način treba, prema Russellu, shvatiti i rečenicu ‘Bog opstoji’, jer ni tu ‘Bog’ nije gramatički podmet ili ime [135, str. 250, 242].

Općenito, određeni je opis *nepotpun simbol*, tj. nema značenja uzet sam za sebe, nego samo kontekstualno, u *porabi* u rečenici – u izrazu stavka (*proposition*) [133, str. 42–43][135, str. 253, 246]. Kako je u analizi takva stavka opis “razbijen i nestaje” [135, str. 247–248], slijedi da logičkim sredstvom isključenja određenoga opisa možemo iz ontologije isključivati “nestvarna bitstva” (“There are no unreal entities” [133, str. 55]), jasno razdvajajući bitstva od nebitstava.[10]

Slično je i s *neodređenim opisima* (npr. ‘neki čovjek’, ‘svaki čovjek’), gdje ‘sve’, ‘ništa’, ‘nešto’, uzeti izdvojeno, mogu izazivati ontologijske nedoumice. No ni ti izrazi nemaju smisla uzeti izdvojeno [133, str. 42–43], nego, primjerice, ‘ništa’ treba shvatiti iz rečenica oblika ‘Ništa nije C’, a takva rečenica znači ‘ ‘x je C, je neistinito’ uvijek je istinito’ [133, str. 42]. ‘Ništa’ nije nikakav podmet; nestalo je rastvorivši se u logički prozirnome obliku. – Russell se time na zanimljiv način nadovezao na staru ontologijsku temu izrecivosti i neizrecivosti, te bitka i nebitka (s početkom u Parmenida i u Platonovu *Sofistu*).

[10] O određenim opisima u formalnome jeziku v. u ovoj knjizi str. 56–58, a određenim opisima u povezanosti s imenima, str. 63–69.

1.2.3 Russellova teorija tipova

U Russellovu je logičko-matematičkome hijerarhijskome sustavu tipova sadržana i ontologija koja donosi "razdiobu predmetā na tipove" [159, str. 161]. Teoriju je logičkih tipova Russell razvio da bi riješio problem poročnoga kruga, što ga je smatrao odgovornim za bitna, na prvi pogled nerješiva protuslovlja.[11]

Kako bi nastanak takvih protuslovlja zapriječio, Russell želi ukinuti načelo poročnoga kruga uvodeći hijerarhiju stavačnih funkcija (*propositional functions*), iz koje slijedi i hijerarhija samih stavaka (*propositions*). Prema toj Russellovoj koncepciji stavačne funkcije n-toga reda ne mogu imati argument n-toga reda, nego samo argument reda nižega od n. Tako ni stavci n-toga reda, gdje su sve varijable vezane, ne mogu sadržavati vezanu varijablu n-toga ili višega reda (ali sadrže vezanu varijablu reda n-1). Stoga možemo reći, primjerice, "x je čovjek", gdje x kao vrijednost može imati pojedinačne predmete (kao npr. u stavku "Sokrat je čovjek"). Ali besmisleno je, a ne neistinito, reći "'x je čovjek' je čovjek", u smislu kao da je sama funkcija "x je čovjek" čovjek. Takvi su slučaji teorijom logičkih tipova isključeni.

Hijerarhija logičkih tipova počinje pojedinačnim predmetima, koji čine najniži, prvi tip. Daljnju je hijerarhiju

[11] Poročni krug nastaje zbog pretpostavke nelegitimne sveukupnosti, tj. pretpostavke da neka skupina predmeta uključuje i predmete definirane samom tom skupinom. Npr. prema načelu poročnoga kruga, kad kažemo "svi su iskazi istiniti ili neistiniti", slijedilo bi da je i sam taj iskaz istinit ili neistinit. U tome je sadržan neki samoodnošaj (*self-reference*), tj. iskaz govori i o samome sebi [159, str. 37–38, 61–62]. Takav samoodnošaj u nekim uvjetima vodi protuslovlju, kao npr. u poznatome paradoksu Lažljivac. Russell izlaže i niz drugih protuslovlja koja nastaju po načelu poročnoga kruga, među kojima je i tzv. "Russellov paradoks" (što ga je otkrio 1901.) o skupu svih skupova koji nisu svoji članovi (pitanje je: je li taj skup svoj član ili nije?).

najjednostavnije prikazati na "matricama", tj. stavačnim funkcijama bez vezanih varijabla, jer iz njih vezanjem varijabla nastaju sve druge stavačne funkcije i, napokon, stavci. Kao 2. se logički tip praktično mogu shvatiti sve matrice prvoga reda, kojih su argumenti samo pojedinačni predmeti (zapravo tu ima više tipova zbog mogućnosti da matrica ima različit broj argumenata). Zatim slijede matrice drugoga reda (različitih tipova), koje barem kao jedan argument imaju matricu prvoga reda i nemaju drugih argumenata osim matrica prvoga reda ili pojedinačnih predmeta. Slijede matrice trećega reda (različitih tipova), kojih barem jedan argument jest matrica drugoga reda i koje nemaju drugih argumenata osim matrica drugoga reda, matrica prvoga reda ili pojedinačnih predmeta. I tako dalje [159, str. 162–164, 50–53]. Pritom "u praksi" nije potrebno apsolutno određivati tip (npr., što po sebi smijemo držati pojedinačnim predmetom, a što funkcijom prvoga reda), nego je dosta tipove odrediti samo relativno, u njihovu međuodnosu [159, str. 161] [132, str. 88].

Odgovarajući naznačenoj hijerarhiji dobivamo i istinu prvoga reda, istinu drugoga reda itd., a slično je i sa svojstvima, imenima itd. Sve pojmove kao što su *predmet*, *istina*, *obilježavanje*, *stavak*, *funkcija* (*ime*, *svojstvo*, *definicija*, *razred*, *relacija* itd.), u Russellovoj teoriji tipova obilježava sustavna tipska *dvosmislenost*: svaki se od tih pojmova javlja u beskonačno mnogo tipskih odredaba. Time dobivamo zanimljivu ontologiju, bez jedinstvenoga i jednoznačnoga pojma predmetnosti (bitstva) jer je predmetnost već od početka hijerarhijski ustrojena prema tipovima i redovima. Pojam predmeta, ili, ako tako hoćemo, bitka, sustavno je dvosmislen. Ne možemo, dakle, govoriti o predmetima (bitstvima) uopće, jer "svi predmeti" nije legitimna sveukupnost, nego samo o predmetima ovoga ili onoga tipa.

Sustavna dvosmislenost, međutim, ima svoje korijene u "sustavnoj *analogiji*" među tipovima [159, str. 65]. Ta se analogija očituje u tome da logičko-matematičko zaključivanje gotovo uvijek (uz neke iznimke) ostaje valjano bez obzira na tipsku odredbu (*isto*). Tako se npr. nijek i disjunkcija gotovo uvijek ponašaju analogno, neovisno o tipskoj odredbi.

No, i u teoriji logičkih tipova Russell omogućuje logičko i ontologijsko svođenje. Umjesto razreda (*classes*) i relacija kao samostojnih bitstava (opsegovni platonizam), Russell uvodi "aksiom svedljivosti" (*axiom of reducibility*, [159, str. 56, 167]), prema kojem za svaku stavačnu funkciju (bilo kojega reda) ima odgovarajuća "prirična" (*predicative*) funkcija.[12] Bitna je svrha kojoj služi pretpostavka razredā, prema Russellu, upravo svođenje funkcije kojom je neki razred α definiran (to može biti funkcija bilo kojega reda) na priričnu funkciju "x pripada razredu α" [159, str. 166, usp. i str. 58]. No aksiomom se svedljivosti svođenje reda stavačnih funkcija omogućuje bez pretpostavke razredā kao zasebnih bitstava. Stoga se razredi mogu proglasiti fikcijama, a njihova imena nepotpunim simbolima, koji se (u kontekstu nekoga stavka ili stavačne funkcije) mogu isključiti pomoću priričnih funkcija [159, str. 76, 30]. Slično vrijedi i za relacije, a zatim, primjerice, i za kardinalne brojeve, koji su definirani kao razredi razredā.[13]

[12] Prirična je funkcija za jedan red viša od onoga njezina argumenta koji je, od svih njezinih argumenata, najvišega reda. Prirična funkcija nekoga (varijabilnoga) argumenta ne pretpostavlja druge sveukupnosti osim sveukupnosti mogućih vrijednosti toga argumenata, i osim sveukupnostī koje su, opet, pretpostavljene tim mogućim vrijednostima. Sve se prirične funkcije dobivaju od priričnih funkcija i vezanih varijabla. Usp. [159, str. 53, 54].

[13] U 2. izdanju *Principia Mathematica* (1925.) Russell, pod Wittgensteinovim utjecajem, razmatra posljedice napuštanja aksioma svedljivosti, umjesto kojega se uvodi opsegovno shvaćanje stavačnih funkcija. Tada razlika između stavačnih funkcija i razreda nestaje. Usp. [159], Uvod u 2. izdanje (xiv, xxix, xxxix i dalje), te Dodatak C (str. 401).

Aksiom svedljivosti omogućuje Russellu i definiciju istovjetnosti. Jer, kako su predmeti istovjetni ako i samo ako imaju *sva* svojstva zajednička, a "sva svojstva" predmeta x nelegitimna su sveukupnost (tipski dvosmislena), onda tek svođenje svakoga svojstva predmeta x na priričnu funkciju predmeta x omogućuje legitimnu sveukupnost svih svojstava predmeta x, a time i samu definiciju istovjetnosti (usp. [159, str. 57, 168]).

U cjelini uzevši, u teoriji se logičkih tipova (s teorijom nepotpunih simbola) više razine analogijskoga sustava mogu svoditi na niže. Kao "izvorne sastavnice" stavaka, koje ne nestaju u logičkoj analizi kao npr. određeni opisi ili razredi, pokazuju se pojedinačni predmeti (argumenti funkcija prvoga reda) [159, str. 51]. U usporedbi s Hegelovim sustavom (Russell je u mladosti bio hegelovac), Russellov sustav nije zatvoren, nego otvoren, bez konačne "sinteze", s istinom po intenciji ne na višoj, nego na što nižoj razini.[14]

1.3 Logika prvoga reda i modalna logika u filozofiji

Spomenimo još neke filozofijski zanimljive uporabe ili proširenja logike koja su, kako mislimo, dalje otvorila put filozofiji kao znanosti.

1.3.1 Quineova ontologija

Iako se Quine u mnogočem nadovezao na Russella (npr. na njegovu teoriju određenih opisa), on u logici (i teoriji skupova) nije nastavio na teoriju logičkih tipova, nego na netipski pristup sličan Zermelovu. Ontologijski, umjesto Russellove razdiobe predmeta po tipovima i odgovarajuće

[14] Za formaliziranje razgranjene teorije tipova usp. Churchov članak [21], a općenito za simbolizam i logičko-filozofijske osnove *Principia Mathematica*, preporučljiv je članak B. Linskya [87].

sustavne dvosmislenosti pojmova, dobio je jednorazinsku ontologiju s varijablama jednoga jedinoga tipa. Pritom se, kako ističe Quine, ontologija očituje upravo u onome što prihvaćamo kao vrijednost vezane varijable (koja, prema Quineu, odgovara odnosnoj zamjenici običnoga jezika) – "biti jest biti vrijednost vezane varijable".

No Quine je otišao i korak dalje. Ontologiju je relativizirao svojevrsnim strukturalizmom, svodeći predmete na "čvorove struktura". Tu je ontologijsku relativnost pokazao ne samo ovisnošću o prijevodnim hipotezama kad je riječ o prijevodu s udaljenih jezika[15] nego i pomoću injektivnoga preslikavanja unutar vlastita jezika, pomoću tzv. "zastupničkih funkcija" (*proxy functions*). Primjerice, otvorenu rečenicu 'x je pas' možemo, umjesto na uobičajen način, shvatiti i tako da predmet koji u običnom razumijevanju pridružujemo 'x'-u ("toga i toga psa"), zamijenimo nekim drugim predmetom, npr. mjesto-vremenom što ga taj predmet zauzimlje. Pritom na odgovarajući način zamijenimo prirok 'pas' prirokom 'mjesto-vrijeme što ga zauzimlje pas' – primjenjujući, dakle, u 'x je pas' neku zamjeničnu funkciju f. Dakle, umjesto 'x je pas' dobivamo 'x je mjesto-vrijeme što ga zauzimlje pas' ('placetime of a dog'). Napokon, možemo sasvim ostati pri izrazu 'x je pas' pretumačimo li sam prirok 'pas' upravo u 'mjesto-vrijeme što ga zauzimlje pas'. Slično postupamo i s ostalim predmetima i prirocima kako bismo dobili cjelovitu ontologiju. Empirijski, ništa se nije promijenilo, jezično ponašanje ostalo je sasvim isto, ali su referencija i s njome ontologija promijenjene.[16] Takve zamjene možemo provoditi sve dok

[15] Usp. poznati primjer 'gavagai' ('zec'), kada, nemajući konačna odgovora, možemo tek birati između različitih hipoteza o tome kako urođenik točno shvaća tu riječ.

[16] Slično bismo, da se nadovežemo na prethodni primjer, psa mogli zamijeniti cijelim svemirom bez psa, ili jednočlanim skupom koji sadrži psa (prema [123, str. 33]).

odnosi među rečenicama, međurečenična struktura, ostaju očuvani. Predmeti stoga ostaju samo "pokazateljima", neutralnim čvorištima strukture, i postaju, u tom smislu, "teorijskim predmetima" – kao što su to elektroni ili kvarkovi u fizici.

Ontologija je, u Quinea, relativna u odnosu na "prijevodni priručnik", uključiviši tu i prevođenje nekoga jezika u sama sebe pomoću zamjeničnih funkcija. A napustimo li analitički pristup i ontologijsku relativnost te ostanemo na površini jezika (kako ga shvaćamo na prvi pogled), odgovor na pitanje o referenciji, kako pokazuje Quine, i opet nam ostaje uskraćen. Tada se moramo zadovoljiti, primjerice, pojašnjenjem da riječ 'pas' obilježava pse, "ma što oni bili".[17]

1.3.2 Modalnosti i Kripkeovi modeli

Kripke je, polazeći od svojih modalnologičkih rezultata, mogao ontologiju, u odnosu na Quinea, proširiti. U svom tehničkom radu na modalnoj logici Kripke je formalnosemantički objasnio različite modalne sustave koji se barem dijelom poklapaju i s različitim modalnim intuicijama. Tu je, slikovitim rječnikom, na uobičajenu semantiku logike prvoga reda u model uveo i skup mogućih svjetova i relaciju međusobne dostupnosti svjetova (relativna mogućnost), s posebnom funkcijom (ψ) koja svakomu svijetu pridružuje neko predmetno područje. Ontologija je, u odnosu na Quineovu, proširena u ontologiju mogućega, stvarnoga i nužnoga. Jedan te isti predmet sada se javlja ne samo u jednome, stvarnome svijetu nego i u mogućim nestvarnim svjetovima (nestvarnim situacijama, povijestima). Predmet kroz sve

[17] Usp. npr. [121, str. 19–21] i [123, str. 31–32, 33–34, 50–52].

svjetove u kojima se javlja, ostaje istovjetan sebi.[18] Na tim je pretpostavkama Kripke mogao u novome svjetlu uvesti tradicionalne pojmove kao što su *bit* (i *prigodak*) i *metafizička nužnost* (i *metafizička kontingentnost*). Jer ono što predmetu pripada u svim mogućim svjetovima u kojima se javlja, pripada mu nužno ("nužna" iliti "bitna svojstva"), a ono što mu u nekom svijetu pripada a u drugom ne, pripada mu na "kontingentan" način ("kontingentna" iliti "prigodna svojstva").[19]

1.3.3 Logika i vjerovanje

S pojmom *vjerovanja* dolazimo napokon na rub logike i znanosti jer vjerovanje možemo shvatiti kao svojevrsni delogifikator. Pod vjerovnim djelateljem sadržaji se raspadaju u vjerovanja koja međusobno ne moraju biti povezana. Poslužimo se Kripkeovim primjerom [81, str. 265-266] prema kojem Petar nekim slučajem ne povezuje Paderewskoga kao političara s Paderewskim kao klaviristom.[20] Može se tada dogoditi da Petar o Paderewskome vjeruje da je glazbenik (misleći na klavirista), ali također i to da nije glazbenik (misleći na političara). Nije legitimno sada zaključiti da Petar (*de dicto*) vjeruje da ima neka osoba koja i jest i nije glazbenik (jer Petar ne zna da je to jedna

[18] Valja razlikovati (kako upozorava Kripke) da, primjerice, u nekome mogućem svijetu 'Danica' i 'Večernica' mogu doduše imenovati različite predmete. Ali ako ta imena, kao u današnjem stvarnome svijetu, imenuju jedan te isti predmet, onda moramo reći da nema svijeta u kojem Danica (predmet koji danas označujemo imenom 'Danica') ne bi bila Večernica (predmet koji danas označujemo imenom 'Večernica'), tj. nema svijeta u kojem taj predmet (kao ni bilo koji drugi) ne bi bio istovjetan sebi.

[19] Usp. [82]; formalnosemantički prikaz npr. u [79].

[20] To je Ignacy Jan Paderewski (1860.–1941.), čuveni poljski klavirist i skladatelj, i također izniman poljski političar, zaslužan u stjecanju poljske neovisnosti 1918. (poljski premijer i ministar vanjskih poslova 1919., predsjednik parlamenta u egzilu 1940.–1941.).

te ista osoba),[21] iako objektivno, izvan vjerovnoga konteksta, iz rečenica 'Paderewski je glazbenik' i 'Paderewski nije glazbenik' doista, nakon konjunkcije i poopćenja, slijedi da ima neka osoba koja i jest i nije glazbenik.

Kako vidimo, nasuprot modalnomu kontekstu prethodnoga odjeljka, u vjerovnome kontekstu (koji također možemo držati vrstom modalnoga), istovjetnost se predmeta počinje gubiti, a slučajnost kao da dobiva prevlast nad nužnošću. Predmetnost (objektivnost), a s njome i ontologija, rastvaraju se u subjektivnosti.

Umjesto zaglavka

Velik naprjedak u logici posljednjih više od stotinu godina prožeo je takoreći sva područja koja se danas smatraju filozofijskima, od same elementarne logike, preko ontologije (što smo nastojali ocrtati), pa sve do filozofijske teologije. Ako je to negdje dovelo do općeprihvaćenih rezultata koji su postali čvrstom sastavnicom znanja, drugdje je dalo barem tehnički visoko razvijenu metodologiju koja je omogućila provjerljiva istraživanja i dokazne postupke. Već i tim potonjim filozofija stječe jedno od bitnih obilježja znanosti.

[21] Zanimljivu je argumentaciju dao N. Salmon prema kojoj se ni iz 'a vjeruje da je Večernica teža od Večernice' ne može zaključiti na 'a vjeruje da ima predmet x, takav da je x teži od x' jer refleksivnosti, sadržane u svojstvu "biti teži od sebe" (x je teži od x), nema u svojstvu "biti teži od Večernice". Ali, pokazuje Salmon, 'a vjeruje da je Večernica teža od Večernice' slijedi iz 'a vjeruje da je Danica teža od Večernice' jer je "obavijesni sadržaj" (stavak) rečenicā 'Danica je teža od Večernice' i 'Večernica je teža od Večernice' isti ('Večernica' i 'Danica' označuju isti predmet). Usp. [137, str. 251 i dalje].

2 Filozofija je znanost

U prošlome smo poglavlju pokazali, na primjeru ontologije, da današnja filozofija može prihvatiti, i stvarno je u znatnoj mjeri i prihvatila, suvremenu znanstvenu metodologiju utemeljenu na modernoj ("matematičkoj") logici. Može se općenito reći da ta filozofija s (ostalim) znanostima, uz sve razlike i prijepore, načelno i stvarno čini jedinstvenu, na unutrašnji način povezanu cjelinu. Ta se povezanost i jedinstvo očituju u velikome dijelu suvremene filozofije kako a) u porabi metodologije utemeljene na modernoj logici, tako i b) u tematskome preklapanju s (drugim) znanostima.

Ovdje ćemo se usredotočiti na neka bitna preklapanja i rezultate koji su zajednički filozofiji, matematici i informatici (*computer science*, "računalna znanost") s umjetnom inteligencijom. Matematika su i informatika danas ključne formalne znanosti i obje (kao i filozofija) logiku imaju kao svoju granu. Dakako, moglo bi se pokazati da se filozofija preklapa i s mnogim drugim disciplinama neprijepornoga znanstvenoga statusa, kao što su npr. jezikoslovlje, društvene znanosti, fizika, biologija (bioetika), također i filologija itd.

2.1 Reforma logike i teorija skupova

Evo najprije osnovnih obilježja Fregeove i Russellove reforme u filozofiji (krajem 19. i početkom 20. stoljeća, usp. npr. [41], [159]), na kojoj je, barem u nekome osnovnome smislu, utemeljen velik dio suvremene filozofije. Valja istaći da su obojica, Frege i Russell, i matematičari i filozofi.

1. Logički se jezik formalizira po uzoru na matematički. Uvode se količitelji (kvantifikatori). Pritom se pojmovi i relacije razumiju kao funkcije (Russellove "stavačne funkcije") s predmetima i samim funkcijama i relacijama kao argumentima.

2. Cilj je da se formalno zaključivanje i logički pojmovi tako preciziraju da se njima može objasniti matematičko zaključivanje i iz njih izvoditi matematički pojmovi – tj. da se matematika (barem aritmetika, kao u Fregea) može svesti na logiku.

3. Russell ujedno želi riješiti i problem logičko-matematičkih i semantičkih paradoksa, od kojih se tada mnogi novi otkrivaju te koji potresaju logiku i osnove matematike, zaoštravajući potrebu reforme. Kako bi se izbjegli paradoksi, u Russella pojmovi i pojmovni odnosi stoje u složenoj tipskoj hijerarhiji (o čem smo govorili u prethodnome poglavlju), koja priječi samovoljnu gradnju pojmova.

4. I Fregeov i Russellov logičko-matematički sustav ujedno su i filozofijski, jer polažu računa o temeljnim filozofijskim pojmovima kao što su "predmet", "istina" (u Fregea je to izravno ontologijski pojam), "svojstvo", "odnos", "sveukupnost", "funkcija" (koja je sada ne samo matematički nego i ontologijski pojam) itd. To su ontologijski sustavi koji razlučuju bitstva (*entities*) od nebitstava, i međusobno raslojavaju bitstva. K tomu sadrže, primjerice, i određenu filozofiju jezika, određujući pojmove kao što su "ime", "opis", "rečenica" itd. Jednom riječju, Frege i Russell pretvaraju matematiku u filozofijsku matematiku (ne samo u filozofiju *o* matematici, što je uključeno).

Frege, a osobito Russell, polaze od logičko-ontologijske prednosti pojmova i pojmovnih odnosa (stavačnih funkcija) pred skupovima i (opsegovno shvaćenim) relacijama. Pojmovna funkcija stoga nije u njih definirana kao preslikavanje sa skupa u skup, nego se obratno, skup (razred) definira pojmovnom ("stavačnom") funkcijom – Russellu je zbog toga, sve dok funkcije nije razmatrao samo opsegovno,[1] potreban aksiom svedljivosti, kako smo to vidjeli u prethodnome poglavlju.

Jasno je da je moguće i obratno ontologijsko stajalište, koje prednost daje skupovima. Cantorova ishodišna (neformalna) odredba skupa kao da je uzeta iz nekoga filozofijskoga teksta [18, str. 282]:

> Unter einer "Menge" verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten m unsrer Anschauung oder unseres Denkens (welche die "Elemente" von M genannt werden) zu einem Ganzen.[2]

Neka takva ideja skupa, uz druge ciljeve koje treba postići, svakako prethodi izgradnji aksiomatskoga sustava za teoriju skupova i vodi ju. Štoviše, filozof koji primjenjuje suvremenu logičku metodologiju, zapravo svoje pojmove i modelira služeći se teorijom skupova – on značenja vidi i definira u svijetu skupova, relacija, funkcija, partitivnih skupova, filtera itd.

Ukratko, filozofija, logika i osnove matematike nerazmrsivo su se ispreplele nakon Fregeove i Russellove reforme filozofije i osnova matematike, te nakon Cantorova utemeljenja (krajem 19. stoljeća) i Zermelove aksiomatizacije teorije skupova (1908.). Filozofija, logika i osnove matematike u nekim su točkama postale gotovo nerazlikovnima. Napokon, ako su logika i matematika uzor (i maksimum)

[1] Usp. Uvod za 2. izdanje *Principia Mathematica* [159, str. xiv].

[2] 'Pod "skupom" razumijemo svaki obuhvat M određenih dobro razlikovanih objekata m našega zora ili našega mišljenja (koji se nazivlju "elementima" obuhvata M) u cjelinu.'

znanstvene egzaktnosti, te ako je, primjerice, Whitehead–Russellov sustav u *Principia Mathematica* (*PM*) upravo logičko-matematički i ujedno filozofijski (ontologijski) sustav, onda se na neki način može čak reći da je filozofija koja je sadržana u *PM*, znanost u najužem smislu. Analogno vrijedi i za Gödelove rezultate kojima se bavimo u sljedećem odjeljku.

2.2 Gödelov dokaz nepotpunosti

Drugi se val daljnjih korjenitih promjena na filozofijsko-matematičkome području zbiva 30-tak godina nakon Russellova (i Zermelova) otkrića paradoksa (1901.), dakle upravo 1930-tih.

Gödelov je dokaz nepotpunosti (1931., [49][3]) dokaz da svaki sustav koji sadrži aritmetiku prvoga reda, sadrži, ako je ω-suvisao,[4] i neodlučljive iskaze, tj. sintaktički je nepotpun. Kažemo da je iskaz ϕ neodlučljiv u nekome sustavu S ako i samo ako u S nije dokažljivo ni ϕ ni $\neg\phi$. Gödel je svoj dokaz proveo za sustav koji je nazvao P – to je logika višega reda (jednostavna teorija tipova) nadograđena na Peanov aritmetički sustav (s prirodnim brojevima kao vrijednostima pojedinačnih varijabla) – držeći da dokaz vrijedi za Whitehead–Russellov sustav *PM*, a analogno također i za sustave teorije skupova (*ZF* ili von Neumannov sustav).

Kako je poznato, Gödel je posebnim načinom kodiranja izraza i nizova izraza sustava P te definicijama 45 rekurzivnih i jedne nerekurzivne funkcije,[5] postigao da iskazi

[3] Hrvatski je prijevod u dodatku [103].

[4] Sustav je S ω-suvisao ako i samo ako se u njem ne mogu dokazati i $\neg\forall x\, \phi$ i $\phi(a/x), \phi(b/x), \phi(c/x), \dots$.

[5] Gödelove rekurzivne funkcije, tj. primitivne rekurzivne funkcije (kako ih danas zovemo), ugrubo, jesu funkcije definirljive pomoću konačnoga niza primjena osnovnih aritmetičkih funkcija (nulta, sljedbenička i istovjetnosna) ili primjenā slaganja i primitivne rekurzije na

doslovnoga aritmetičkoga sadržaja mogu ujedno biti i metamatematički iskazi koji govore o sintaktičnim pojmovima sustava P kao što su, primjerice, "nijek", "disjunkcija", "općenitost", "formula", "supstitucija", "aksiom", "neposredna posljedica", "dokaz", "dokažljivost" i sl.

Gödel je izgradio iskaz G (nazovimo ga tako), koji, metamatematički čitan, govori o sebi da je nedokažljiv i koji je u sustavu P neodlučljiv ako je P ω-suvisao. Neodlučljiv je, pokazuje Gödel, i aritmetički stavak, nazovimo ga C, koji, metamatematički razumljen, kaže da je aritmetički sustav u kojem je C izgrađen (sustav P), suvisao.

Nadalje, kako je G istinit, pokazuje se da je pojam aritmetičke istine nesvedljiv na pojam aritmetičke dokažljivosti.

Tamo gdje se očekivala najveća moguća egzaktnost (u aritmetici i matematičkoj logici), neočekivano se, i to na najprecizniji način, otvorio rascjep, kako u samome sustavu, tako i između istine i sustava.

Gödelov poučak nije tek rezultat koji filozof može kao gotov preuzeti, nego je i sam dokaz toga poučka u svojoj provedbi filozofijski relevantan – iako to u dokazu često nije izričito vidljivo. Taj se dokaz danas standardno u studiju filozofije uključuje u naprjedni tečaj logike. Evo nekih filozofijskih aspekata Gödelova poučka o nepotpunosti i dokaza toga poučka:

- Sustav je P, slično Whitehead-Russellovu *PM*, također i *ontologijski* sustav, iz kojega se aritmetika tek izvodi – Peanovi su aksiomi u P zalihosni i samo služe jednostavnosti. A pojam skupa i članstva u skupu do te su mjere općeniti da i teoriju skupova, za koju

primitivne rekurzivne funkcije. Primjerice, primitivnom se rekurzijom definiraju zbrajanje i množenje – usp. primjer zbrajanja na str. 38.

poučak također vrijedi, moramo držati ontologijski relevantnom.[6]

- *Epistemologijski* aspekt: moguće pozivanje, na temelju aritmetičkoga dokaza, na sigurnost ili očitost spoznaje, npr. $2+2=4$, mora sada povesti računa o tom da takva spoznaja pripada sustavu kojega suvislost mora imati drugu vrstu sigurnosti ili očitosti.

- Za *filozofiju jezika* bitan je rezultat da se sintaktični (metateorijski) pojmovi (nijek, disjunkcija, poopćenje, formula, iskaz, supstitucija itd.) sustava P i sličnih mogu definirati u samome sustavu P kao aritmetički pojmovi, te da se svaki izraz i niz izraza toga sustava može izraziti svojim jedinstvenim brojem – tj. sustav P ima svoju izomorfnu aritmetičku sliku (na tome se i temelji dokaz nepotpunosti).

- Pojam je primitivnih rekurzivnih funkcija bitan za definiranje pojmova izračunljivosti i odlučljivosti (o filozofijskoj relevantnosti tih pojmova v. iduću točku i odjeljak 2.4 u ovome poglavlju).

- Kao moguće *metafizičke* posljedice nepotpunosti matematike sam Gödel razmatra "vitalizam" i "pojmovni realizam" ("platonizam"), i to na temelju sljedeće argumentacije. Ako se svi očiti matematički aksiomi i njihove posljedice *mogu* obuhvatiti "dobro definiranim sustavom", tj. ako ima konačna procedura ili konačan stroj (s konačnim brojem dijelova)[7] kojim bi se ispisivali svi matematički aksiomi (i beskonačno

[6] Za Gödela je pojam skupa blizak Kantovim "kategorijama čistoga razuma" [55, str. 268, bilj. 40].

[7] Npr. Turingov stroj, v. malo dalje, str. 38.

mnogo njih) i sve njihove posljedice,[8] onda, zbog nepotpunosti matematike, opstoje apsolutno neodlučljivi matematički stavci (neodlučljivi bilo kojim aksiomatskim sustavom). Prema tome je matematika nepotpuna u dva smisla (koji se međusobno ne isključuju), oba puta s mogućim metafizičkim posljedicama:

1. ili se svi matematički očiti aksiomi i njihove posljedice ne mogu obuhvatiti "dobro definiranim sustavom", te naš matematički um nadilazi svaki konačan stroj – u tom se slučaju "čini" da se rad ljudskoga uma ne može svesti na (mehanički) rad mozga (stajalište koje Gödel nazivlje "vitalizmom"),
2. ili opstoje apsolutno neodlučljivi matematički stavci – u tom slučaju s "praktičnom sigurnošću" slijedi da su matematički predmeti (skupovi) neovisni o "našim umskim činima i odlukama" ("pojmovni realizam" ili "platonizam"); inače bismo, kao stvaratelji matematičkih predmeta, nužno poznavali sva svojstva tih predmeta.

(usp. Gödelovo *Gibbsovo predavanje* [52, str. 308–312]).

2.3 Tarskieva teorija istine

Gotovo istodobno kad Gödel dolazi do gore spomenutih rezultata, Alfred Tarski (inače, po struci, matematičar) bavi se općenito pojmom istine i definirljivošću istine, što je, tradicionalno, predmet filozofije[9] Tarski je u toj temi dao

[8] To nije moguće za matematiku u "objektivnome" smislu (kao "sustav svih istinitih matematičkih stavaka), ali je moguće za matematiku u "subjektivnome" smislu (kao "sustav svih dokažljivih matematičkih stavaka").

[9] Npr. *Met.* α 1, 993 b 20 [10].

jedan od najvažnijih doprinosa suvremenoj filozofiji (usp. [153]).

Izvor semantičkih paradoksa ("Lažljivac") Tarski vidi u "univerzalnosti" svakodnevnoga (razgovornoga) jezika, koji bi sam trebao sadržavati i svoj pojam istine. Izlaz je u izgradnji djelomičnih, formaliziranih jezika, kakvima se služimo u znanosti. Istina se za takve jezike (kao predmetne) definira u njihovu metajeziku (tj. za neku formaliziranu deduktivnu znanost u njezinoj metateoriji). pritom se u metajeziku, uz ostalo, moraju moći *prevesti* i *imenovati* svi smisleni izrazi predmetnoga jezika [153, str. 167, 210–211].

Tarski se, kako je poznato, u tim znamenitim definicijama istine služi pojmom zadovoljenosti formule nizom (*sequence*) predmeta. Zadovoljenost formule '$\forall x\, \phi$' nekoga formaliziranoga predmetnoga jezika, definira se pomoću prijevoda te formule na metajezik:

$$M \models_v \forall x\, \phi \textit{ akko za svaki } d \in D, M \models_{v[d/x]} \phi$$

(M je neki model, v je vrjednovanje varijabla, D predmetno područje, a $v[d/x]$ inačica vrjednovanja v s predmetom d pridruženim varijabli x). Sličan oblik imaju djelomične definicije istine (definicije istine pojedinih rečenica) kao, primjerice, definicija: *'Snow is white' je istinito ako i samo ako je snijeg bijel.*

Tarski je, dakako, svjestan filozofijske dimenzije svojih razmatranja te, primjerice, smatra da svojom teorijom istine samo na moderan način (u okviru teorije modela) precizira Aristotelovu definiciju istine, prema kojoj je istinito reći da jest ono što jest, a da nije ono što nije.[10]

[10] "We shall attempt to obtain here a more precise explanation of the classical conception of truth, one that could supersede the Aristotelian formulation while preserving its basic intentions [152, str. 64, 1. stupac]. Usp. i [153, str. 155 bilj]. Tarski se pozivlje na poznato mjesto iz Aristotela, *Met.* Γ 7, 1011b 26–27 [10].

Filozofijski je relevantan i Tarskiev rezultat da u jezicima sustavā kakve razmatra Gödel (sustavi koji sadrže aritmetiku prvoga reda), nije moguće (aritmetizacijom) definirati pojam istine za te jezike (kao što je moguće definirati pojam dokažljivosti, doduše nerekurzivno). To je neovisno znao i Gödel, ali ipak nije došao do definicija istine kao što su Tarskieve (usp. o tome [102]).

Tarskiev pojam istine i poučak o nedefinirljivosti istine, standardne su dionice u današnjem studiju logike na odjelima za filozofiju. Također, sada već opstoji ogromna filozofijska literatura koja se bavi Tarskievim pojmom istine.[11]

2.4 Teorija izračunljivosti i neodlučljivost

Filozofu je često potrebno razlikovati mehanički od nemehaničkoga postupka. Osobito je tzv. "novovjekovna filozofija", sve do moderne, prepuna diskusija o odnosu i razlikovanju između, s jedne strane, mehaničkoga, determiniranoga i, s druge strane, spontanoga, slobodnoga zbivanja, između mehanizma i svrhovitosti, između"računajućega mišljenja" i mišljenja u nekome "bitnome" smislu itd. Gdje je granica između automatskoga ("neslobodnoga") i slobodnoga odlučivanja? Svodi li se ljudska duševnost (*mind*) na mehaničke postupke? Je li mozak računalo? (Već smo prije, str. 34, došli do tih pitanja u povezanosti s Gödelovim poučkom o nepotpunosti.)

Puno bismo svjetla i preciznosti u takve diskusije mogli unijeti kad bismo uvijek mogli jednoznačno razlučiti može li se neki postupak svesti na mehaničko izračunavanje. Precizne, formalne i međusobno istovrijedne karakterizacije intuitivnoga pojma 'izračunljivosti" (*computability*, ili "učinkovite proračunljivosti", *effective calculability*, po uzoru na

[11] Usp. na hrvatskome sažet opis i analizu Tarskieva pojma istine u sklopu glavnih spoznajnoteorijskih koncepcija u I. Macana u [89, str. 26–29] ili u [90, str. 37–39].

čovjekovo mehaničko proračunavanje, usp. [23]) dali su matematičari i informatičari počevši od tridesetih godina prošloga stoljeća nadalje. Alonzo Church je 1936. u tzv. Churchovoj postavci izračunljivost karakterizirao parcijalnim rekurzivnim funkcijama [20], a 1936./37. godine Alan Turing strojevima poznatima danas kao Turingovi strojevi [156].[12] Primjerice, zbrajanje se može rekurzivno definirati na sljedeći način (pojednostavnjeno): 1) $x+0=x$; 2) $x+y'=(x+y)'$ (gdje je x' neposredni sljedbenik od x). Pojam rekurzivnih funkcija potječe od K. Gödela i (matematičara) Jacquesa Herbranda.[13]

Danas se filozofi uvelike služe gornjim karakterizacijama ne samo u logici nego osobito, primjerice, u "filozofijskoj psihologiji" (*philosophy of mind*). No na taj način ulaze u samo srce (teorijske) informatike.

Na Churchovoj se postavci temelji Churchov poučak (iz 1936. [19]), koji je također i od dalekosežnoga filozofijskoga značenja. Granica se izračunljivosti ne javlja tek npr. na području humanističkih ili društvenih znanosti, na području povijesti, umjetnosti i sl., nego ide posred elementarne logike. Prema Churchovu poučku kažemo da je logika (i aritmetika) prvoga reda neodlučljiva. Nasuprot popularnoj predrasudi koja je još uvijek dosta raširena, ne opstoji neki opći logički postupak koji bi nam automatski svaki puta mogao dati odgovor na pitanje, primjerice, je li taj i taj zaključak valjan. Takav postupak opstoji samo za neke dijelove elementarne logike (za iskaznu logiku, za logiku prvoga reda samo s jednomjesnim prirocima). Ali čim uve-

[12] Turingovu je stroju sličan Postov stroj ("simbolni prostor" i "skup uputa") iz 1936.

[13] Daljnje su istovrijedne karakterizacije izračunljivosti dane, primjerice, pomoću λ-definirljivosti (Church i S. C. Kleene, 1933.–1935.), pomoću Postovih formalnih sustava (E. L. Post, obj. 1943. i postumno 1965., ali potječu još iz 1920.-1921.), pomoću registarskoga stroja (abakus) (J. Lambek, 1961.) itd.

demo višemjesne priroke, takva postupka više nema. To je usko vezano i slijedi iz nerješivosti "problema zaustavljanja": nema općega programa (npr. registarskoga stroja) koji nam uvijek, za bilo koji (registarski) program P može reći hoće li se P zaustaviti ili ne.

U toj se točki ujedinjuju logika, računalna znanost, matematika i filozofija.[14] Naravno, ne mogu filozofi po struci svojatati kapitalne rezultate kao što su Churchovi ili Turingovi (kao ni Gödelove ili Tarskieve). No, ti su rezultati toliko bitni za filozofiju da su i oni ušli u standardni repertoar studija filozofije (npr. u okviru srednjega ili naprjednoga tečaja logike) - gdje ih, napokon, treba i dokazati.

Napomenimo da se danas sve više istražuje i područje "hiperizračunljivosti" (to je područje otvorio već Turing 1939.), koje također ima svoju filozofijsku dimenziju. Tu se definiraju postupci izračunavanja koji se bitno razlikuju od čovjekova mehaničkoga proračunavanja (usp. [23]), u skladu s čime bi, tvrdi se, mogli opstojati i strojevi kojih postupanje nije pretkažljivo standardnim Turingovim strojem (ili na drugi istovrijedan način).

2.5 Znanje i vjerovanje

Treći bitan val novina i promjena možemo smjestiti na konac 50-tih i početak 60-tih godina protekloga stoljeća, kad se utemeljuje formalna semantika modalne logike. Pojmovi kao nužnost, mogućnost, znanje, vjerovanje, te prošlost, sadašnjost i budućnost, obvezatnost, dopuštenost, od kojih se većina već prije formalno istraživala u okviru deduktivnih sustava, dobivaju odsad svoju formalnu semantiku.

[14] Na hrvatski je prevedena vrlo zanimljiva i korisna monografija M. Davisa [28], u kojoj se kroz povijesni prijegled od Leibniza do suvremenoga doba jasno vide mnoge poveznice logike i računalne znanosti.

Zadržimo se, za primjer, samo na jednome smjeru, na epistemičnoj (i doksastičnoj) logici,[15] koja se bavi pojmovima znanja i vjerovanja. Epistemičnu je logiku utemeljio jedan od najznatnijih filozofa prošloga stoljeća, Jaakko Hintikka [65]. U epistemičnu se logiku zatim uključila teorijska informatika, i to tako da se sada može reći da se teorijski informatičari epistemičnom logikom bave barem toliko (ako ne i više) koliko i filozofi. Ne samo da je to jedan primjer kako se filozofijski problem obrađuje metodologijom suvremene znanosti nego i primjer prožimanja filozofije i informatike, i ujedno, približavanja i povezivanja filozofa i teorijskih informatičara.

Osnovni epistemični pojmovi definiraju se pomoću teorije skupova. Ponajprije, epistemični model nije drugo nego uređen skup – primjerice, u iskaznoj epistemičnoj logici, skup $\langle S, R_1, \ldots, R_n, V\rangle$, gdje je S skup stanja, tj. epistemičnih alternativa (ugrubo: jedna je alternativa jedan način kako se može prihvaćati da svijet izgleda), R_i je relacija dostupnosti između epistemičnih alternativa za epistemičnoga činitelja i, a V je vrjednovanje (koji su jednostavni iskazi istiniti u kojoj epistemičnoj alternativi). Sada se može, kako je uobičajeno u logici znanja, definirati da epistemični činitelj (*agent*) i u nekome stanju s zna da ϕ ako i samo ako je ϕ istinito u svakome stanju (epistemičnoj alternativi) koja je činitelju i dostupna iz s: $M, s \models K_i\phi$ ako i samo ako za svaki s' za koji $sR_is', M, s' \models \phi$. Analogno se može definirati i vjerovanje, ali će relacija R_i biti različita. Npr. R_i će, kad je riječ o znanju, svakako biti refleksivna relacija, ali kad je riječ o vjerovanju, neće (jer ono što vjerujemo, ne mora biti i istinito). Tako dobivamo da je valjano $K_i\phi \rightarrow \phi$, ali nije valjano $B_i\phi \rightarrow \phi$ (gdje 'B_i' znači 'i vjeruje da'). Itd.

[15] Uglavnom ćemo pojam epistemične logike rabiti u širem smislu, u kojem ona obuhvaća logiku znanja i vjerovanja.

Filozofijski je bitan i vrlo zanimljiv problem logičkoga sveznanja (na njega upozorava Hintikka, [65, str. 30–31]). O stvarnome je ljudskome epistemičnome činitelju neprihvatljivo da bi on znao sve logičke posljedice svoga znanja, iako je upravo analogon tomu sastavnica standardne modalne (aletične) logike: ako $M \models_s \Box\phi$ i $\{\phi\} \models \psi$, onda $M \models_s \Box\psi$. Slično vrijedi i o ljudskome vjerovanju. Kako shvatiti (tj. modelirati) pojmove znanja i vjerovanja tako da oni ne uključuju logičko sveznanje? Štoviše, javlja se i problem kako modelirati pojam vjerovanja tako da on uključi i posjedovanje nesuvislih vjerovanja (kakva ljudi često imaju)?

Razna rješenja nude osobito informatičari i filozofi. Primjerice, finski filozof V. Rantala uključuje u model i nemoguće svjetove [129] (usp. i Hintikkin rad [66]), H. Levesque, s područja umjetne inteligencije, razlikuje pojam eksplicitnoga vjerovanja (prema implicitnomu) [85]; informatičari R. Fagin i J. Halpern uvode 1988. pojam "svjesnosti" a, u drugome rješenju, vjerovanja lokaliziraju u "klastere" (neprazni podskupovi skupa svih stanja) [31], itd. Usp. [32, str. 309–362] i [98, str. 71–89].

Disciplinarno preklapanje koje se događa na području epistemične logike, lijepo je opisao Joseph Halpern kada je, držeći predavanje u princetonskome odjelu za ekonomiju, sebe opisao "kao nekoga s doktoratom iz matematike koji sebe zove informatičarem (*computer scientist*), a predaje ekonomistima o predmetu kojime se uglavnom bave filozofi". Filozofijski je vrlo bitan rezultat da je, u tom preklapanju, pojam epistemičnoga činitelja poopćen tako da obuhvaća ne samo ljudske činitelje nego i bilo koje (nežive) računalne nositelje obavijesti.

Informatičarima (uključujući i znanstvenike s područja umjetne inteligencije), ekonomistima i filozofima, vrlo su zanimljiva istraživanja međudjelovanja među epistemičnim činiteljima prema obziru na njihova znanjā i vjerovanjā (primjerice, u nekome računalnome, ekonomskome ili općenito društvenome odnosu ili zbivanju). Stoga osobito istražuju pojmove "općega znanja" i "raspodijeljenoga znanja" (*common knowledge, distributed knowledge*).[16]

U epistemičnoj se logici prvoga reda otvaraju i bitni ontologijski problemi kao, primjerice, problem odnosa stvarnih predmeta i predmeta vjerovanja. Na koji način i u kojem su smislu, primjerice, Danica i Večernica za nekoga epistemičnoga činitelja različite (različiti predmeti), a istodobno su stvarno jedan te isti predmet; u kojem su odnosu stvarni i samo vjerovni predmeti i sl.? Najnovija rješenja takvih pitanja nude, primjerice, matematičar, teorijski informatičar i filozof Melvin Fitting te matematičari Marcus Kracht i Oliver Kutz. Fitting predlaže "intenzionalnu logiku prvoga reda" (*FOIL*) s razlikovanjem predmeta (*objects*) i "intenzija" ("pojmova", to su ustvari funkcije sa skupa svih svjetova, stanja, u predmetno područje), gdje prvi podliježu krutoj (rigidnoj) semantici, a drugi nekrutoj (nerigidnoj) [37, 160]. Kracht i Kutz pak definiraju "koherencijske modele", gdje razlikuju "predmete" i njihove "tragove" (*traces*) u svjetovima – kartezijev umnožak skupa svih predmeta i skupa svih svjetova surjektivno se preslikava na skup svih stvari (koje su tragovi predmeta u svijetu). Danica bi i Večernica bile dvije stvari koje u ovome svijetu imaju isti trag. Koherencijski model uključuje "istovrijednosno" (*equivalential*) tumačenje: ako predmeti imaju isti trag u svijetu w, onda su u svijetu w obilježeni i istim prirocima [78, 84]. To su svakako datumi koje treba uzeti u obzir svaki filozof koji se bavi pitanjem istovjetnosti i samoistovjetnosti predmeta (u ontologijskome ili epistemičnome kontekstu).

[16] Opće znanje da ϕ definira se kao znanje svih da ϕ i znanje svih da svi znaju da ϕ i znanje svih da svi znaju da svi znaju da ϕ itd. A za neku se skupinu epistemičnih činitelja raspodijeljeno znanje da ϕ definira kao istinitost ϕ u svim alternativama koje svi članovi skupine smatraju mogućima.

2.6 Promjena vjerovanja (dinamika vjerovanja)

Područje dinamike vjerovanja, tj. racionalno motivirane promjene vjerovanja,[17] jedan je od najizrazitijih primjera uključenosti filozofije u međudisciplinarna istraživanja s drugim znanostima. Ta se istraživanja počinju razvijati sedamdesetih (I. Levi, W. L. Harper) i pojačavaju se osamdesetih godina 20. stoljeća, na što osobito utječe zasnivanje teorije AGM, što ju formuliraju Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors i David Makinson [4], ujedinjujući zajedno (po svome obrazovanju) područja filozofije, informatike, prava i matematike.

Elementarna logika i epistemična logika nisu dostatne da bi se objasnilo na koji se način zbiva promjena vjerovanja nekoga epistemičnoga činitelja. – Kad prihvatimo neku novu istinu (novi iskaz) kao svoje vjerovanje, često to ne možemo, a da ne preinačimo nešto u našim starim vjerovanjima (tj. napustimo nešto od starih vjerovanja). To se zbiva kad je riječ o bilo kojoj novoj spoznaji koja nije obično proširenje znanja, nego također i ispravlja stara uvjerenja.

Teorija AGM postavlja niz jednostavnih postulata kojima se formalnim jezikom i pomoću teorije skupova opisuje promjena vjerovanja pod određenim idealnim uvjetima. Ti se idealni uvjeti vide već u pojmu vjerovnoga skupa (*belief set*, K) kao skupa vjerovanja koji je zatvoren pod logičkim posljedicama, $K = Cn(K)$. Osnovni postulati za preinaku vjerovanja (*belief revision*) traže

> da je preinačeni vjerovni skup također vjerovni skup; (2) da vjerovanje kojim se izvršuje preinaka, ostaje po preinaci očuvano; (3) da je vjerovanjem ϕ preinačeni skup jednak proširenomu skupu ako polazišni skup ne sadrži $\neg\phi$; (4) da preinakom nastaje nesuvisao vjerovni skup ako i samo ako je riječ o preinaci

[17] U Hrvatskoj o dinamici vjerovanja, kao i o epistemičnoj logici, piše S. Brkić [17]. S time usko povezanim područjem dinamične logike bavi se B. Žarnić [165].

nesuvislim (nezadovoljivim) vjerovanjem; (5) da preinakom istovrijednim vjerovanjima ϕ i ψ nastaje isti vjerovni skup.[18]

Jedan je od ključnih problema u teoriji AGM epistemična "ukorijenjenost" (*entrenchment*) vjerovanja (ili: stupanj vjerovanja). Naime, u situaciji kada imamo alternativu napustiti rečenicu A ili B, napuštamo onu s manjim stupnjem epistemične ukorijenjenosti. Postavljaju se i posebni postulati epistemične ukorijenjenosti:

(1) prijelaznost, (2) dominantnost – posljedica je epistemično ukorijenjena barem koliko i njezin razlog, (3) konjunktivnost – konjunkcija je ukorijenjena barem koliko i neki od konjunkata, (4) minimalnost – najmanje je ukorijenjen onaj iskaz koji nije član vjerovnoga skupa i (5) maksimalnost – iskazi s najvećim stupnjem ukorijenjenosti jesu valjani.[19]

Teorija je AGM vrlo idealizirana teorija koja promjene vjerovanja pokazuje uvijek samo za jedan korak i za jednu novu rečenicu. Stoga je sama po naravi podložna nadogradnjama i promjenama. Jedna je takva nadogradnja teorija višestruke (*multiple*) promjene vjerovanja (A. Fuhrmann, S. Lindström, A. Nayak). Postulati se teorije AGM poopćavaju tako da vrijede i kad se promjena izvršuje skupom iskaza, a ne uvijek samo po jednim iskazom. Na to se nadovezuje beskonačnosna (*infinitary*) preinaka vjerovanja, gdje se za preinaku vjerovanja beskonačnim skupom iskaza dodaje postulat limesa.[20]

Osobito je važna i opetovana (*iterated*) promjena vjerovanja, motivirana problemima koje teorija AGM ima s

[18] (1) $K * \phi$ je vjerovni skup, (2) $\phi \in K * \phi$, (3) $K * \phi \subseteq K + \phi$; *ako* $\neg\phi \notin K$, *onda* $K + \phi \subseteq K * \phi$, (4) $K * \phi = K_\perp$ *akko* $\vdash \neg\phi$, (5) ako $\vdash \phi \leftrightarrow \psi$, onda $K * \phi = K * \psi$. Usp. [45].

[19] (1) ako $\phi \leq \psi$ i $\psi \leq \chi$, onda $\phi \leq \chi$, (2) ako $\phi \vdash \psi$, onda $\phi \leq \psi$, (3) $\phi \leq \phi \wedge \psi$ ili $\psi \leq \phi \wedge \psi$, (4) za $K \neq K_\perp$, $\phi \notin K$ akko za svaki ψ, $\phi \leq \psi$, (5) ako $\psi \leq \phi$ za svaki ψ, onda $\vdash \phi$. Usp. [45].

[20] $K \otimes F = \bigcup_{\bar{F} \subseteq_f F} \bigcap_{\bar{F}' \subseteq_f Cn(F),\ \bar{F} \subseteq \bar{F}'} K \otimes \bar{F}'$, gdje F: skup iskaza, $\subseteq_f$: konačan podskup (D. Zhang i N. Foo [164]).

uvjetnim vjerovanjima. Primjerice, informatičari A. Darwiche i J. Pearl [26] dodaju četiri nova postulata kako bi izbjegli neopravdana napuštanja ili uvođenja uvjetnih vjerovanja (što je moguće prema AGM), a informatičari A. Nayak i dr. u opetovanu preinaku izričito uključuju i promjenu samoga poretka vjerovanja prema ukorijenjenosti [104].

Dinamika je vjerovanja po sebi filozofijski izuzetno zanimljiva i može se smatrati nasljednicom duge filozofijske tradicije: npr. promjene vjerovanja cilj su sokratskoga dijaloga i bitna sastavnica Platonove dijalektike a tako i skolastičkih disputacija. Čak se može reći da je promjena vjerovanja jedan izvorni kontekst u kojem se rađaju i žive logika i čitava filozofija. Spomenimo da je danas u filozofiji znanosti osobito aktualna tematika promjene znanstvenih teorija i paradigma, što je samo poseban oblik dinamike vjerovanja. S epistemologijskoga su aspekta osobito zanimljiva pitanja kako se promjena vjerovanja (teorije) odnosi spram opravdanja (razloga) vjerovanja, a kako spram logičke suvislosti teorije (fundacionizam i koherentizam). Koji je smisao načela "konzervatizma" (minimum promjene pri preinaci teorije)? Koji su kriteriji "racionalnoga izbora" koja vjerovanja napustiti, a koja zadržati?

2.7 Filozofija u znanostima i među njima

Htjeli smo u ovome poglavlju na izabranim primjerima pokazati da filozofija živi zajedno s drugim znanostima i isprepliće se s njima – ne samo metodologijski nego i tematski i problematski. Pritom, ne samo da filozofija ulazi u druge znanosti i posuđuje od njih (i obratno) nego se sa znanostima također i jednostavno preklapa. Naravno, prikazana su područja daleko od toga da bi iscrpla sva preklapanja filozofije i (drugih) znanosti.

Osvrnimo se sada na našu tematiku i s jednoga drukčijega stajališta. Mnogi koji se protive ideji da bi filozofija bila znanost, pozivlju se na Heideggera. Ipak, čini se da takav stav nije sasvim u skladu s Heideggerovim mišljenjem. Sljedeći navodi i rekapitulacije (koje smo podijelili u dvije točke) barem u jednome bitnome smislu govore prije suprotno.

1. Za Heideggera, uz suvremenu znanost nema druge filozofije osim "epigonskih renesansa i njihovih inačica" ("razvijanje novih filozofija dosadašnjega stila"). Heidegger upravo u suvremenim znanostima vidi "legitimno dovršenje (*Vollendung*) filozofije", krajnju mogućnost filozofije (jer mu "dovršenje" znači "sabiranje u krajnje mogućnosti"). "Izgradnja znanostī u vidokrugu koji je filozofija otvorila", "odlučna je crta" same filozofije. Heidegger, štoviše, upozorava da dovršenje filozofije u znanostima "izgleda kao puko rastvaranje (*Auflösung*) filozofije, ali je uistinu njezino dovršenje". (Usp. [64, str. 63, 64].)

2. Nadalje, znanosti prema Heideggeru preuzimlju zadaću filozofije "prikazati ontologije pojedinih regija jesućega (priroda, povijest, pravo, umjetnost)" (što je filozofija samo "mjestimice" i to "nedovoljno pokušala") i pritom "još uvijek govore o bitku jesućega" – "samo one to ne kažu", nego niječu svoje "podrijetlo iz filozofije", smatra Heidegger, a kategorijama poriču njihov "ontologijski smisao". Znanosti se, prema Heideggeru, tehniziraju (njihovo je tumačenje "tehničko"), a "kategorijama" priznaju samo "kibernetičku funkciju". (Usp. [64, str. 64–65].)

Prema prvoj je navedenoj točki jasno da za Heideggera danas u bitnome smislu nema filozofije izvan znanosti, te da su znanosti same zapravo jedna, i to krajnja, mogućnost filozofije. U drugoj je točki vidljivo da za Heideggera suvremene znanosti, i tematski, u bitnome nasljeđuju filozofiju – no one to niječu i suprotstavljaju se tomu svojim tehniziranim pristupom.

Ipak, kako smo nastojali pokazati osobito na nekim područjima filozofijske logike, uključivanje znanstvenika (informatičara, matematičara i drugih) u filozofiju upućuje na to da odbijanje filozofije u (drugih) znanstvenika nije (barem danas) tako načelno kako to vidi Heidegger prije četrdeset godina (kad drži predavanje koje gore citiramo). Naprotiv, mnogi znanstvenici aktivno i legitimno sudjeluju, primjerice, u filozofijskoj logici. "Tehnizirani" i ontologijski pristup ipak nisu nepomirljivi, nego se, naprotiv, dopunjuju i međusobno obogaćuju.

Nije stoga neobično da jedan od danas najuglednijih filozofijskih logičara, Dov Gabbay, kaže:

> I believe the day is not far away in the future when the computer scientist will wake up one morning with the realisation that he is actually a kind of formal philosopher! [21]

Taj navod svakako treba usporediti s citatom J. Halperna prethodno na str. 41.

Naši primjeri s matematičarima i filozofima kao što su Frege, Russell, Gödel, Tarski, Church i dr. vrlo zorno pokazuju koliko je ulaz u filozofiju iz matematike i teorijske informatike bio naravan i spontan.[22] Štoviše, i sam Heidegger tridesetih godina govori o u pravome smislu filozofijskome mišljenju u znanosti ukoliko to nije tek "prosječna" ("pozitivistička") znanost, te kaže da

[21] 'Vjerujem da nije daleko dan u budućnosti kad će se informatičar jednoga jutra probuditi shvaćajući da je zapravo neke vrste formalni filozof' [43, str. ix].

[22] Tako s objavljivanjem Wangovih knjiga i samih Gödelovih sabranih djela sve više uviđamo da je riječ ne samo o matematičaru s bitnim filozofijskim rezultatima nego upravo o jednome od najrelevantnijih filozofa koji ulazi gotovo u sve filozofijske teme. Usp. o tom dva posljednja poglavlja u ovoj knjizi. Slično je odavna očito, primjerice, i za Churcha. Rekonstrukciju bitnih Churchovih filozofijskih gledanja izvan uže matematičkih okvira dao je C. A. Anderson u [6].

> ... die heute führenden Köpfe der Atomphysik, Niels Bohr und Heisenberg, durch und durch philosophisch denken .... [23]

Čini se, na temelju svega, da filozofija kao struka danas ipak nije osuđena tek na "epigonsko" ponavljanje "filozofija staroga stila", nego se, kroz vlastitu metodologijsku preobrazbu, s punom legitimnošću može uključiti u znanost, postavljati i odgovarati na filozofijska pitanja u okviru i na način moderne znanosti.

Zaključak

U jednome objektivnome i izvornome smislu, sve su znanosti kao takve (i empirijske) već filozofija (odakle su i potekle). Teško se i za jedno pitanje koje postavlja znanost, može reći da nije filozofijski zanimljivo. Ono čime se danas bavi filozof po struci (pripadnik filozofskoga "ceha"), jest dinamično polje u kojem se, kako se čini, na više područja (npr. u filozofijskoj logici) zbiva nešto slično kao kada se prije nekoliko stoljeća fizika preoblikovala iz aristotelovske u galileievsko-newtonovsku fiziku. De facto, nije fizika time prestala biti filozofijom, nego se promijenio oblik prirodne filozofije, u koju se drugi filozofi, baveći se svojim područjem, više nisu uključivali na relevantan način. Htjeli smo pokazati kako takvo dinamično područje danas opstoji, primjerice, na razmeđi filozofije, informatike i matematike.

Sve rečeno ipak ne znači da se filozofija u potpunosti svodi isključivo na znanost. Prema često spominjanome izvornome smislu riječi 'filozofija' kao ljubavi prema mudrosti, filozof je prije svega i na osobit način pozvan, koliko je to čovjeku moguće, ostvariti mudrost, ne samo u

[23] '... danas vodeće glave atomske fizike, Niels Bohr i Heisenberg, misle naskroz filozofijski ... ' [63, str. 51].

teorijskome nego i u svome praktičnome (moralnome, političkome, religijskome) životu. Znanost će tek u tom obzoru dobiti svoju pravu vrijednost.

3 Obični i formalizirani jezik u logici

Na nekolikim jednostavnim primjerima uglavnom iz uvodnoga tečaja simbolične logike želimo naznačiti što se događa kada rečenice običnoga jezika prevodimo na logički jezik te kakav dobitak iz toga proizlazi.[1]

Standardna logika prvoga reda (elementarna) mnogo toga što u običnom jeziku može biti važno, isključuje, briše i svodi samo na formalni, apstraktni, upravo logički smisao. To se očituje u prijevodu na logički jezik prvoga reda, nazovimo ga ovdje $\mathcal{L}$.

3.1 Jednostavnost i složenost

Evo nekolikih najjednostavnih primjera, dobro poznatih već iz prvih susreta s modernom logikom.

Izrazi suprotnosti, neočekivanja, dopuštanja, čuđenja i sl. kao što su veznici 'a', 'ali', 'nego', 'iako', 'premda', ..., svode se na '$\wedge$' ('i'). Pojednostavnjenje je, kako znamo, i u tome što logika često nije osjetljiva na poredak u običnome jeziku, iako poredak može biti bitan zbog isticanja, ritma i sl. Stoga ćemo, primjerice, hrvatsku pogodbenu rečenicu, bilo da jest ili nije u inverznome poretku, jednako prevesti logičkim iskazom oblika $\phi \rightarrow \psi$.

Nadalje, rečenica običnoga jezika može sadržavati dvosmislenost koja se, ako uopće, može često razriješiti tek iz konteksta (cijela rečenica, okolni tekst, situacija u kojoj se

[1] Poznavatelj suvremene logike može ovo poglavlje slobodno preskočiti.

govori). Dvosmislen je, sam za sebe, već i veznik 'ili' (je li uključan ili isključan), te stoga, prevodeći na logički jezik, odmah treba birati između oblika $\phi \vee \psi$ i $\neg(\phi \leftrightarrow \psi)$.

Obični je jezik vrlo kontekstualiziran, tako da, primjerice, rečenica kao što je 'Ako je Kijev glavni grad Poljske, onda $2+2 \neq 4$' ne bi sama za sebe imala puno smisla i ostavila bi nas većinom u nedoumici gledom na svoju istinitost ili neistinitost. Ali bi navedena rečenica imala smisla, primjerice, kao odgovor nekomu tko bi nas doista htio uvjeriti da je Kijev glavni grad Poljske. Logički gledano, međutim, nije nam za razumijevanje navedene rečenice potreban nikakav poseban kontekst, jer na temelju istinitosne vrijednosti neposrednih sastavnica lako uviđamo da je cijela pogodba istinita (što može djelovati iznenađujuće).

S druge strane, ono što nam u običnome jeziku izgleda jednostavno i samorazumljivo (npr. brojevni izrazi kao 'dva', 'barem dva', 'najviše dva' i sl.), može imati složeniji logički oblik nego što možda očekujemo. Npr.

$$\text{Opstoje samo tri oceana} \tag{3.1}$$

možemo prevesti pomoću

$$\begin{aligned}&\exists x \exists y \exists z\ ((Ox \wedge Oy \wedge Oz) \wedge \neg(x = y \vee x = z \vee y = z)\\ &\quad \wedge \quad \forall w[Ow \rightarrow (w = x \vee w = y \vee w = z)])\end{aligned}$$

ako predmetno područje (domenu) čine, primjerice, predmeti na Zemlji. Moguć je i nešto kraći, ali možda isprva manje intuitivan prijevod s dvopogodbom.

Kako primjeri pokazuju, prijevodom na $\mathcal{L}$ iz rečenica običnoga jezika izlučujemo logički oblik. Dobivena rečenica jezika $\mathcal{L}$ samo je logički isječak rečenice običnoga jezika, koja značenjski može biti i puno bogatija od toga logičkoga isječka. Katkad iz takva prijevoda proishodi neobična (čak isprva nerazumljiva) jednostavnost, a katkad neočekivana složenost. Ono što čini da nas ishod svođenja na logički smisao katkad iznenađuje, to su naša očekivanja, navike, predmnjeve, ugrađeni u priopćavanje običnim jezikom, koja usvajamo već kada kao djeca počinjemo učiti jezik. Prevođenje nas na $\mathcal{L}$ vodi izvan toga samorazumljivoga okružja i u tom je smislu ono također i prvi korak u filozofiju i općenito u znanost.

3.2 Opstojnost i predmetno područje

Zadržimo se sada na jednotnoj piročnoj (monadičnoj predikatnoj) logici i na jednoj poznatoj situaciji s rečenicama logičkoga kvadrata. Zamislimo da netko kaže ovu rečenicu:

$$\text{Sva su arapska slova na ovoj stranici plava.} \tag{3.2}$$

Je li rečenica (3.2) istinita? Tu smo u nedoumici jer nas rečenica (3.2) navodi na pomisao da na ovoj stranici doista *ima* arapskih slova. Čak bismo mogli pomisliti da se onaj tko tako govori, šali ili da je nešto pomiješao, ili nešto slično. Naše pitanje o istinitosti rečenice (3.2) ostaje u zraku kao bespredmetno.

Međutim, već je na temelju poznavanja elementarne logike jasno da će rečenica (3.2) biti istinita prevedemo li ju na $\mathcal{L}$:

$$\forall x\,(Ax \to Px), \tag{3.3}$$

pri čem su predmetno područje pojavci slovā na stranici na kojoj se prvi put javlja rečenica (3.2) (A: biti arapsko slovo, P: biti plav). Prođemo li redom sve predmete na spomenutoj stranici (sva slova koja se na njoj javljaju), uočavamo da prednjak ne vrijedi (nije zadovoljen) ni za jedan predmet (tj. nijedno slovo na spomenutoj stranici nije arapsko), pa dakle pogodba:

$$Ax \to Px$$

vrijedi (zadovoljena je) za svaki predmet (analogno istinitosnoj tablici za pogodbu). Prema tome je iskaz (3.3) istinit. No to je donekle protuintuitivno, suprotno očekivanju. U običnome jeziku podrazumijevamo da opseg pojma "arapsko slovo" u rečenici kao što je (3.2), nije prazan,[2] tj. da vrijedi:

$$\exists x\, Ax.$$

Zbog isključenja takva podrazumijevanja i neki zaključci koji vrijede u običnom jeziku (i u tradicionalnoj logici), u modernoj logici, kako znamo, gube valjanost. Zaključak

$$\frac{\text{Svi su zmajevi opasni}}{\text{Neki su zmajevi opasni}}$$

prestaje biti valjan zaključak kada premisu i zaglavak prevedemo na $\mathcal{L}$:

$$\frac{\forall x\,(Zx \to Ox)}{\exists x\,(Zx \wedge Ox).}$$

Naime, premisa samo tvrdi za bilo koji predmet, ako je to zmaj, da je i opasan. A odatle još ne slijedi i to da neki opasan zmaj doista opstoji.

Uočimo na tim primjerima da podmet i prirok (S i P) u običnome jeziku i u tradicionalnoj logici nisu sasvim ravnopravni pojmovi. S ima ulogu neposrednoga referenta na predmete (obilježavatelja, denotatora), dok se P tek pomoću njega, posredno, odnosi na predmete. (To i naznačuju sami nazivi 'podmet' i 'prirok'). Stoga u Vennovu dijagramu za obično i tradicionalno shvaćanje iskaza u krug

[2] O tom podrazumijevanju u iskazima logičkoga kvadrata usp. npr. [147, pogl. 6./III].

za S uvijek treba ucrtati križić i isključiti iz razmatranja njegovo brisanje. Dobar je primjer za to obrat iskaza $\boldsymbol{e}$. Kad P, nakon obrata, postane S ('Nijedan P nije S'), taj bivši P dolazi pod pretpostavku opstojnosti (u dijagramu ga već čeka križić).

Moderna je logika podrazumijevanje opstojnosti svela na najmanju mjeru, i oslobodila ga je ovisnosti o danoj rečenici. U modernoj se logici prvoga reda samo općenito podrazumijeva opstojnost nekoga, bilo kojega predmeta, tj. podrazumijeva se da je predmetno područje koje imamo na umu, neprazno.[3] Koji su to predmeti, sasvim je neovisno o rečenicama i o pojmovima koji se u njima javljaju. To uopće ne moraju biti predmeti u opsegu podmeta ili priroka dotične rečenice. To je stvar našega slobodnoga *izbora*, izbora *tumačenja*. Tumačenje je neka *funkcija* T, koja, uz ostalo, izrazu 'svi' ('$\forall$') pridružuje neku vrijednost $T(\forall)$ (kao što neku vrijednost pridružuje, npr., i svakomu priroku). Time je ipak očuvana valjanost zaključaka u kojima iz $\forall x\, \varphi$ slijedi $\exists x\, \varphi$ (gdje je φ formula).

Sada se, u logici prvoga reda, podmet i prirok logički više ne razlikuju. Podmet je postao samo još jednim prirokom; svi su pojmovi svedeni na priroke. Podrazumijeva se samo da varijable nisu bez nekoga predmeta kao svoje moguće vrijednosti, pa možemo reći da je podrazumijevanje opstojnosti pomaknuto sa S na predmetnu varijablu (zapravo je varijabla postala podmetom).

Budući da je funkcija T neovisna o samim rečenicama na koje se odnosi, na isti skup rečenica možemo primijeniti beskonačno mnogo različitih takvih funkcija (T_1, ..., T_n) i na taj način ispitivati semantična svojstva toga skupa (valjanost, zadovoljivost itd.). To nam pokazuje kako je,

[3] "Slobodna logika" u jednoj svojoj inačici ide i dalje, te dopušta i prazna predmetna područja. No pritom mora žrtvovati neke standardne logičke zakone, koji, primjerice, omogućuju svođenje svih formula priročne logike na preneksni normalni oblik. Usp. [126, str. 279].

općenito, izraz u modernoj logici razdvojen od značenja (oblik od sadržaja, sintaksa od semantike) daleko više nego u običnom (i općenito u naravnom) jeziku.

Oslobađajući nas podrazumijevanja (sadržaj kojega varira u ovisnosti o konkretnoj rečenici), karakterističnoga za obični jezik (i tradicionalnu logiku), standardni logički jezik prvoga reda kao što je $\mathcal{L}$, vodi nas na općenitiju i apstraktniju razinu.

Pripomenuli smo da nije tek postavljanje predmetnoga područja nego da je i pridruživanje opsega prirocima jezika $\mathcal{L}$ stvar našega slobodnoga izbora (izbora funkcije T). Na svoj način, sličnu razinu općenitosti postiže i tradicionalna logika shematiziranjem konkretnih rečenica običnoga jezika: porabom shematskih slova (često ih se smatra varijablama) za iskaze i priroke, koja pokazuju mjesto kamo se konkretni iskaz ili prirok uvršćuje.

3.3 Određeni opisi

Za običan je jezik obilježna i poraba imena i određenih opisa (npr. 'najveći hrvatski otok'). Njihova poraba u običnome jeziku podrazumijeva da opstoji predmet na koji se odnose. Stoga nas npr. i rečenica 'Pegaz je krilat' prenosi u svijet grčke mitologije kao da je stvaran, a Pegaz nešto opstojeće, kao što nas, slično, rečenice nekoga romana prenose u svijet toga romana. Gramatički je sasvim u redu i rečenica kao što je

Sadašnji je francuski kralj ćelav, (3.4)

iako se ne odnosi na neki opstojeći predmet. Ali, jer se opstojnost (jedinoga) francuskoga kralja ipak na neki način njome podrazumijeva, rečenica bi (3.4) mogla npr. biti izrečena u šali, iz neznanja i sl. No je li rečenica (3.4) istinita ili neistinita? Ne bismo isprva možda rekli ni jedno ni drugo, i to upravo zboga toga jer nedostaje predmet na koji se odnosi opis 'sadašnji francuski kralj'. No tada se taj opis čini logički neuhvatljivim jer svaka rečenica jezika $\mathcal{L}$ treba imati istinitosnu vrijednost. Ako pak kažemo da je rečenica (3.4) neistinita, slijedi da bi istinita trebala biti rečenica 'Sadašnji francuski kralj nije ćelav'; no ni s njome se ne možemo složiti. Pomoć nam pruža Russellova teorija opisa, kojom rečenicu kao što je (3.4), možemo svesti na okvire standardne logike prvoga reda [133] [159, str. 66–71, 173–186]. Prema toj teoriji rečenicu (3.4) možemo prevesti ovako:

$$\exists x\,([Fx \wedge \forall y(Fy \to y = x)] \wedge Cx)$$

s 'F' za 'biti sadašnji francuski kralj' i s 'C' za 'biti ćelav'.[4] Gornjim je prijevodom rečenica (3.4) dobila svoju istinitosnu vrijednost – neistinu (jer nema predmeta koji zadovoljava uvjet naveden iza '$\exists x$'). Opstojnosno je podrazumijevanje kao takvo isključeno, a opstojnost je postala izričitom (pomoću '$\exists x$').[5] Nijek rečenice (3.4) nije 'Sadašnji (jedini) francuski kralj nije ćelav', '$\exists x\,([Fx \wedge \forall y\,(Fy \to y = x)] \wedge \neg Cx)$', nego 'Ništa nije ćelavi (jedini) sadašnji francuski kralj', '$\neg\exists x([Fx \wedge \forall y\,(Fy \to y = x)] \wedge Cx)$', što je istinito.

Ime običnoga jezika možemo prevoditi imenom, tj. predmetnom konstantom jezika $\mathcal{L}$, i to ako opstojnost imenovanoga predmeta nije samo podrazumljena nego ako želimo reći da predmeti o kojima je riječ, doista opstoje. No uvijek, i kad se opstojnost imenovanoga predmeta samo podrazumijeva, možemo primijeniti Russellov postupak za određene opise. Jezik $\mathcal{L}$ može biti i bez predmetnih konstanata. Stoga

Pegaz je krilat

[4] Kao i u slučaju s brojem tri, za rečenicu (3.1), ima i kraći prijevod, s dvopogodbom. Usp. npr. dolje str. 64.

[5] O smislu i porabi rečenica s određenim opisom u običnome jeziku usp. npr. [148]. No zbog značenjskih razlika koje nastaju primjenom Russellove teorije opisā, Strawson je tu teoriju smatrao nedostatnom.

ne moramo prevesti npr. s 'Kp' (K: biti krilat, p: Pegaz), ako smatramo da Pegaz ne opstoji, nego to možemo učiniti i ovako:

$$\exists x\,([Px \wedge \forall y(Py \rightarrow y = x)] \wedge Kx)$$

Ime (pojedinačni pojam) 'Pegaz' pretvorili smo u prirok (opći pojam) 'biti pegaz' (ili 'pegazirati').[6]

Na gornji način možemo, što se tiče pojedinačnih pojmova, iz logike sasvim izključiti opstojnosno podrazumijevanje, a primjenjivati samo izričitu opstojnost. Kao jedini pojedinačni pojam možemo zadržati samo varijable. Opisni je aspekt, kako određenih opisa, tako i imenā, prenesen na opće pojmove, tj. na priroke.

Iz svega što smo rekli o pojedinačnim i općim pojmovima i o postupku s njima, može se naslutiti da će nam logika pružati i sredstva za iščitavanje *ontologije*. Naznačimo samo sljedeće. Budući da smo simbole koji se odnose na predmete, mogli svesti na vezanu varijablu i prirok, možemo, u skladu s Quineom, na dva načina fomulirati što znači biti ("bitak") – jednom s aspekta pojedinačnosti te reći da biti jest biti vrijednost (vezane) varijable [123, str. 26] [118, str. 15], a drugi put s aspekta općosti i reći da biti jest biti obilježen (denotiran) jednomjesnim prirokom [125, str. 35].

3.4 Paradoksi

Neograničena poraba priroka 'istinit' i 'neistinit' u običnom jeziku, pa i mogućnost njihove primjene na rečenice istoga toga jezika, vodi u *antinomije*. U običnome je jeziku rečenica

3 je veće od 2

istinita. Jednako je tako u takvu jeziku i rečenica

[6] Usp. [118]; hrvatski prijevod u [149, str. 101–119].

Rečenica '3 je veće od 2' jest istinita

istinita. Isti smo prirok 'istinit' uporabili o nekoj rečenici i o rečenici o toj rečenici. Ako je to moguće, onda je moguća i sljedeća rečenica:

$$\text{Rečenica u ovome retku jest neistinita.} \tag{3.5}$$

Ako je (3.5) neistinita rečenica, onda je (3.5) istinita, jer (3.5) upravo to i kaže o sebi. A ako je (3.5) istinita rečenica, onda je istinito upravo to što (3.5) sama kaže, naime, da je (3.5) neistinita rečenica. Zapali smo u antinomiju ("Lažljivac").

Kako bismo antinomiju izbjegli, možemo uvesti (relativno) razlikovanje jezikā prema razinama pri čem svakomu jeziku odgovara pojam istine pripadan upravo tomu jeziku. Rečenica '3 je veće od 2' pripada prvoj razini: predmetnomu jeziku. Kad govorimo o toj rečenici da je istinita te kažemo ''3 je veće od 2' jest istinito', već smo u metajeziku i uporabili smo pojam istine pripadan metajeziku. Kad i o toj metajezičnoj rečenici želimo reći da je istinita te kažemo '''3 je veće od 2' jest istinito' jest istinito', tada smo u metametajeziku i uporabili smo novi pojam istine pripadan metametajeziku. Nijedan od tih jezika nije univerzalan (npr. ne govori o istinitosti vlastitih rečenica), nego fragmentaran. Tako je i formalizirani logički jezik $\mathcal{L}$ na neki način tek jedan osobit isječak običnoga jezika.[7]

Nadalje, obični nam jezik ne daje jasno upozorenje protiv porabe priroka kao u Russellovu paradoksu: je li prirok 'ne

[7] Usp. članak [153]. Na tehnički mnogo manje zahtjevan način nego u tom članku Tarski je tu teoriju iznio u člancima [152] i [152]. Spomenimo da Quine, zadržavajući univerzalni jezik, uvodi hijerarhiju pojmova istine (istina$_0$, istina$_1$, istina$_2$ itd.), a umjesto posebnoga logičkoga jezika primjenjuje logičko ustrojavanje ("regimentaciju") univerzalnoga jezika pomoću logičkih shema (usp. u [123] i [116]; za Quineovu logiku v. u [122], a za filozofiju jezika, iako je poslije u nekim aspektima izmijenjena, u [117] – usp. i hrvatski prijevod u [127]).

priricati se sebi' primjenjiv na sebe (pririče li se sebi) ili ne. Jedno, danas standardno rješenje, leži u "jednostavnoj teoriji tipova",[8] koja sadrži određenu hijerarhiju priroka, gdje prirok mora biti uvijek višega reda od reda oznaka (npr. drugih priroka) na koje se odnosi.[9]

3.5 Proširenja

Netom spomenuti Russellov paradoks vodi nas *logici višega reda*. No napomenimo, da nas već i običan način govora lako vodi izvan logike prvoga reda. Uzmimo samo Russellov primjer 'Napoleon ima sva svojstva velikoga generala'. Tu ćemo rečenicu teško izraziti logikom prvoga reda, osim ako je broj svojstava velikih generala konačan i sva su nam ta svojstva poznata, pa možemo konačnim brojem konjunkata Napoleonu pridati sva ta svojstva. U protivnome, traži se pokoličavanje drugoga reda – nad prirocima, a ne samo nad pojedinačnim predmetima. Neka 'V' znači 'biti veliki general', 'n' 'Napoleon', a 'X' neka je varijabla drugoga reda. Dobivamo rečenicu logike drugoga reda: '$\forall X \forall x((Vx \wedge Xx) \rightarrow Xn)$'. Već nas taj korak logički vodi u tehničke komplikacije, jer predmetna područja višega reda, ako ih nekako ne ograničujemo (npr. Henkinovim modelima), vrlo brzo rastu: ako ima prebrojivo mnogo pojedinačnih predmeta u osnovnome predmetnome području, onda već ima neprebrojivo mnogo svojstava (skup svih podskupova pojedinačnih predmeta), što, napokon, rezultira nepotpunošću logičkoga sustava višega reda (ne može se dokazati svaki semantički slijed).

Također, izrazi običnoga jezika kao 'mora', 'može', 'treba', 'smije', 'bilo je', 'bit će', 'zna da', 'vjeruje da' itd., koje svakodnevno rabimo, vode nas, logički analizirani, u *mo-*

[8] Usp. posljednje poglavlje ove knjige, gdje se jednostavna teorija tipova primjenjuje u sklopu modalne logike višega reda.

[9] Usp. zanimljivu analizu logičkih paradoksa u Švob [151].

dalnu logiku, gdje, umjesto jedinstvenoga vrjednovanja iskaznih slova, imamo skup (različitih) točaka vrjednovanja ("alternative", "mogući svjetovi") i posebne relacije dostupnosti između pojedinih točaka vrjednovanja. Svakodnevan način razmišljanja kao "što da nema toga i toga predmeta?" traži da u modalnoj logici dopustimo i variranje predmetnoga područja od alternative do alternative, tako da se i značenje riječī (količiteljā) 'svi' i 'neki' može mijenjati prema alternativama.

Svime se time logika obogaćuje i, napokon, obuhvaća sve veće i veće dijelove običnoga jezika.[10] No time, također, postaje moguće logički i u filozofijskome smislu dohvatiti i analizirati pojmove kao što su nužnost, mogućnost, obvezatnost, dopuštenost, znanje, vjerovanje, vrijeme (prošlost, budućnost) itd. Na te se i druge načine logika postupno može širiti sve do pune filozofijske problematike i sve do teologije. Pritom, logika će ne samo formalizirati i provjeravati postojeće filozofijske uvide nego i voditi novim filozofijskim uvidima, teško dostupnima ili praktično nedostupnima ako se ne služimo formaliziranim jezikom.

Zaključimo. Očito da je prevođenje rečenica običnoga jezika na logički jezik prvoga reda samo svođenje njihova smisla samo na onaj logički smisao na koji je osjetljiva logika prvoga reda. To je zapravo samo metodologijsko svođenje na najapstraktniju, početnu točku, na koju se zatim postupno može i treba nadograđivati pomoću viših i složenijih logika. Ujedno, već nam prevođenje običnoga jezika na jezik logike prvoga reda omogućuje osvijestiti predrazumijevanja, konvencije, očekivanja u kojima se prešutno odvija svakodnevno komuniciranje. To nas, već u susretu s običnim jezikom, izravno uvodi u filozofijsku dimenziju mišljenja.

[10] O filozofijskim aspektima modalne logike usp. primjerice [82] i [80], te prijevod potonjega članka u [83].

4 Imena – granični slučaj prijevoda

U ovome poglavlju želimo pokazati da se teorija po kojoj imena imaju samo referenciju, a ne i značenje ("smisao") (v. Kripke [82]), potvrđuje i ponašanjem imena u prevođenju. Želimo li imenu pridati značenje, to bismo morali moći učiniti pomoću određenoga opisa, tj. pomoću priroka (predikata; općih naziva) sadržanih u opisu.[1] Stoga ćemo ulogu značenja u prevođenju imena provjeriti ispitivanjem dometa koji ima svođenje imena na određeni opis. Pokazuje se da određeni opis ne mora nužno činiti razumljivim neko značenje imena. Postavka je da prevođenje imena, kad se i služi prevođenjem općih naziva od kojih je tvoreno ime, u bitnome ipak nije prevođenje značenja, nego uspostava zajedničkoga odnosa (dviju jezičnih zajednica) prema istomu predmetu. Kao ni određeni opisi, tako ni razni opisni dodatci o načinu vjerovanja u rečenicama o vjerovnim stavovima ne mogu pridonijeti značenju imena, nego su to odredbe samoga vjerovanja.

4.1 Opis bez značenja

Imena su svojevrsna granična pojava u jeziku – već i stoga što ih, barem u nekim kontekstima, možemo, a gdjekad i moramo isključiti, shvaćajući ih kao opis. To možemo učiniti primjenjujući Russellovu teoriju određenih opisa na imena, kako je to pokazao Quine [118]. Podsjetimo ukratko

[1] Ima i drugih teorija, koje opisu pridaju ulogu određivanja referencije imena (diskusiju o tom usp. u Kripke [82, str. 53–60]).

na Quineov rezultat. Ime postaje opisom kojim se opisuje pojedinačan predmet (po uzoru na, primjerice, "sadašnji španjolski kralj"), a sam se opis u logičkoj raščlambi rečenice razgrađuje. Npr. rečenica 'Aristotel je filozof' postaje rečenicom 'Ima jedan jedini predmet koji je Aristotel, i taj je predmet filozof', koja u naravnome jeziku, dakako, zvuči umjetno. Poluformalizirano:

$$\exists x(\forall y(y \textit{ je Aristotel } \leftrightarrow y = x) \land x \textit{ je filozof}) \quad (4.1)$$

Umjesto, kako bismo očekivali, nekoga opisnoga izraza koji bi imenu pridao neko značenje (smisao), dobili smo logički "neanalizirljiv, nesvedljiv" [118, str. 8] prirok 'biti Aristotel' (ili, 'aristotelovati', engl. 'aristotelize'). To je prirok, čak jedna riječ (glagol), u kojem je tvorbeno opet sadržano sámo polazišno ime.

Nismo uporabili opis kao što je npr. 'predmet koji je pisac *Organona*' ili sl. jer je zamišljiva moguća situacija da Aristotel i nije napisao *Organon*. No o tom malo poslije.

4.2 Mogući nesporazumi

Ipak, teorija nam određenih opisa može pomoći u odluci o prijevodu imena. Čak se, prevodeći imena, vrlo često i služimo određenim opisima, a da toga nismo svjesni.

Uzmimo, npr., otok Long Island na istočnoj obali SAD. Njegovo je ime očito postalo od općega naziva, u prijevodu, 'dugi otok'. U opisnu analizu, analognu (4.1) svakako treba uključiti to da se radi o opstojećem, jedinstvenom predmetu:

$$\exists x \forall y(y \textit{ je dugi otok } \leftrightarrow y = x) \quad (4.2)$$

No teško da je imenovatelj toga otoka mislio, kao što ni mi ne mislimo, da je američki otok o kojem je riječ, jedini opstojeći dugi otok. Jer ima dugih otoka koji se, međutim, tako ne zovu (npr. Kuba), pa je (4.2) neistinito. Možemo pokušati tako da opis izvedemo iz samoga imena, čime dobivamo:

$$\exists x \forall y (y \text{ je } Dugi\ otok \leftrightarrow y = x)$$

To je doduše istinito, ali Dugi otok nije u SAD, nego u Hrvatskoj. Ostaje mogućnost da u opisu zadržimo sámo englesko ime:

$$\exists x \forall y (y \text{ je } Long\ Island \leftrightarrow y = x)$$

Mislimo na Long Island pred istočnom obalom Sjedinjenih Američkih Država (na koji se proteže i dio grada New Yorka).[2]

Opisna logička analiza pokazala nam je da je, u našem slučaju, zadržavanje engleskoga naziva bolje od tvorbe vlastita imena pomoću hrvatskoga općega naziva. Vratili smo se na početak, na izvorno ime. Pritom se govoritelju hrvatskoga jezika, gdje nema općega naziva 'long island', čak i udaljila mogućnost da bi ime dobilo neko značenje i postalo razumljivim (naravno, ako ne pretpostavimo poznavanje engleskoga, što ne može biti pretpostavka poznavanja hrvatskoga).

U slučaju imenā kao što je 'Long Island', dobivamo nešto što bismo mogli nazvati imenohomofonom teorijom istine. Načelo imenohomofonoga prevođenja na hrvatski bilo bi sljedeće:

[2] Naknadno sam upozoren da ima i bermudski Long Island (na tom sam podatku zahvalan Iliji Šikiću). Zatim, i u Bahamskome otočju ima otok po imenu Long Island. Ipak, bit je uporabe nekoga imena (npr. u 'Putujem na Long Island') imenovati uvijek jedan jedini predmet, dakle u našem slučaju, bilo istočnoamerički, bilo bermudski, bilo bahamski Long Island. Ako neki kontekst ne razjašnjuje potpuno o kojem se predmetu radi (kad ih više ima isto ime), možemo dodati neko razlikovno obilježje, npr. 'bahamski Long Island' (pri čem 'bahamski', naravno, nije dio imena).

> Ako je ϕ otvorena rečenica jezika J, ϕ' prijevod za ϕ na hrvatski, a α ime u J, onda je $\phi[\alpha]$ istinito ako i samo $\phi'[\alpha]$.

Imena kao 'Long Island' jesu kao neki monoliti koji ostaju očuvani bez obzira na jezik. No to, jasno, nije opći slučaj (zbog "egzonima"). Opstoji stupnjevanje koje ide od homofonosti, preko približne homofonosti ('John' i 'Ivan'), sve do pune nehomofonosti ('Venezia' i 'Mletci'), pri čem se razumljivost same riječi opisnom analizom također ne mora povećati. Kao da se razumljivost povećava kad je riječ o poimenjenim općim nazivima ('Pacific Ocean' i 'Tihi ocean', 'Nordsee' i 'Sjeverno more'), ali na to ćemo se još vratiti.

4.3 Neobilježenost

Zašto umjesto priroka 'biti Aristotel' ne možemo uzeti, primjerice, prirok 'biti pisac *Organona*', razvidno je, kako je poznato, ako uvedemo modalni kontekst i pojam mogućih svjetova (usp. Kripke [82], Plantinga [109]). Stanje bi stvari moglo bi biti i drukčije nego što zbilja jest, pa možemo zamisliti i druge, nezbiljske ali moguće svijetove (standardna situacija u semantici modalne logike). Svakako je zamišljivo da se Aristotel nije rodio u Stagiri 384. god. pr. Kr., da nije bio Platonov učenik ni Aleksandrov učitelj, da nije osnovao filozofsku školu i napisao ta i ta djela, da nije umro 322. god. pr. Kr. itd. No bi li se moglo dvojiti o tom je li Aristotel mogao i ne biti čovjek, ne imati tijelo i sl.? Ako bi mu samo ta potonja svojstva pripadala nužno, Aristotel bi tada ipak bio tek jednak svim ljudima. Od njih se ne bi razlikovao osim po slučajnim odredbama, pa ga u nekome drugome mogućem svijetu uopće ne bismo morali smatrati Aristotelom.

Da bismo Aristotela mogli razlikovati od drugih ljudi (primjerice, od Sokrata ili Platona), prirok 'biti Aristotel' mora uključivati i ono što je nužno upravo za Aristotela i ni za koje drugo biće, ono što ga individuira, što bi mu pripadalo, ma što da se s njime dogodilo. Čini se da nijednim općim obilježjem, čak ni skupinom obilježja, ne iscrpljujemo ono što znači 'biti Aristotel', njegovu "individualnu bit". Ako se složimo da 'biti Aristotel' znači i 'biti čovjek', 'imati tijelo' i sl., time ipak nismo iscrpli sve, jer 'biti Aristotel' znači 'biti upravo taj i taj čovjek, s tim i tim tijelom'. To 'taj i taj', 's tim i tim' ne možemo iscrpsti nekim općim obilježjem, značenjem, nego samo upućivanjem (referencijom) na dotični predmet. 'Biti Aristotel' je prirok kojega se značenje "urušilo" u referenciju.

Ako je tako, onda se ime bitno razlikuje od općega naziva, ono ne obilježava (denotira) nijedan predmet[3] (iako ga formalno možemo pretvoriti u opis), ne podvodi ga pod nešto opće, ono nema značenja, nego samo upućuje (referira) na predmet (i to u svakom mogućem (dostupnom) svijetu u kojem taj predmet opstoji; ime je "kruti označitelj").[4] Stoga prevodeći imena s nekoga jezika na drugi, ne činimo ime razumljivim po njegovu značenju, nego tek stavljamo (ili često jednostavno zadržavamo) riječ s istom referencijom, i tako samo uspostavljamo zajednički odnos dviju jezičnih zajednica prema istomu predmetu.

Neko ime, doduše, može nešto konotirati o predmetu – kao u našem primjeru to da je Dugi otok dug. No takve konotacije mogu, ali nipošto ne moraju obilježavati predmet. U tom smislu ni sam Dugi otok ipak ne mora biti dug. Možemo zamisliti da zbog tektonskih gibanja jednom promijeni oblik. Formalizirano:

$$\exists x(\forall y(y\ je\ Dugi\ otok\ \leftrightarrow y = x)\ \wedge \Diamond x\ nije\ dugi\ otok)$$

[3] 'Obilježavati' rabimo u Quineovu smislu za 'biti istinit o'. V. dolje bilješku na str. 77.

[4] To je, naravno, teorija o "krutim označiteljima", koju je oživio osobito Kripke [82]. Usp. i Putnam [114]. Pod imenima se pritom misli na ono što odgovara vlastitim imenima u običnome jeziku, usp. [82, str. 22 bilj.].

No mogli bismo, usprkos tomu, i dalje na taj dio kopna upućivati imenom ‘Dugi otok’. U tom smislu nema gubitka, osim konotativnoga, kad u prijevodu na hrvatski za Long Island zadržavamo ime ‘Long Island’.

Pogledajmo kako stoji s nazivom kao što je ‘Bog’, gdje je konotacija da je riječ o bogu vrlo jaka. Za razliku od imena ‘Dugi otok’ (ili ‘Tihi ocean’), tim se imenom imenuje predmet o kojem se (ako se prihvaća njegova opstojnost) ne dopušta da mu ne pripada obilježje prema kojem je tvoreno ime: da bude bog. No ta se konotacija može ostaviti u prijevodu na bilo koji jezik koji ima opću imenicu ‘bog’ (‘Bog’ postaje, primjerice, ‘God’). U stvari, suprotno nego u slučaju para ‘Aristotel’ i ‘biti Aristotel’, ovdje je ‘biti bog’ prvotno, a ‘Bog’ izvedeno.

Ali ni sada opisnu analizu npr. rečenice ‘Bog je svemoguć’ nećemo postaviti ovako:

$$\exists x(\forall y(y \textit{ je bog } \leftrightarrow y = x) \wedge x \textit{ je svemoguć})$$

nego:

$$\exists x(\forall y(y \textit{ je Bog} \rightarrow y = x) \wedge x \textit{ je svemoguć})$$

Jer “bog” nipošto nije analitički sadržano u “Bog” samo zbog toga što potonja riječ tvorbeno potječe od prve (ako i prihvatimo da ima analitičnih rečenica). Da bismo znali je li Bog bog, prethodno treba ipak znati na što (na koga) se odnosi ime ‘Bog’, tj. treba poznavati pravu nakanu samoga imenovatelja. Mogli bismo reći da ‘Bog’ konotira nešto što je nužno za odnosni predmet (kao što ‘Dugi otok’ konotira nešto što je prigodno za odnosni predmet). Usto, barem je teoretski zamišljivo da se ‘Bog’ uporabi i kao ime za neki predmet koji nije bog (slično npr. toponimu ‘Sv. Duh’).[5]

[5] Što se pak tiče praznih imena (npr. iz mitologije, mitske povijesti ili iz književnosti), ako je Russell u pravu, to su zapravo određeni opisi.

Napomenimo da u modalnome kontekstu svođenje imena na neki oblik opisa, po svem sudeći, čak ni ne funkcionira općenito. Jer, kako primijećuje Scott Soames [142], u slučaju svođenja imena na širokoopsežni (*wide-scope*) opis, neki očito valjani oblici zaključka postaju nevaljanima (usp. [142, str. 5–7]), a u slučaju primjene "skrućenih" (*rigidified*) opisa (pomoću priloga 'zbilja', *actually*), npr. 'zbiljski F' za 'Aristotel', proturazlog je (uz ostalo) da ima mogućih svjetova u kojima netko vjeruje da je Aristotel bio filozof, a da ne vjeruje ništa o zbiljskome svijetu (pa ni to da je u zbiljskome svijetu nekomu uopće pripadao skrućeni opis 'zbiljski F') (usp. [142, str. 15]).

4.4 Zagonetnost vjerovanja

Ovdje je mjesto da se osvrnemo i na Kripkeovu zagonetku o vjerovanju [81], barem na prvi njezin oblik, koji je ovisan o situaciji prevođenja (str. 254-265). Na tom se primjeru može pokazati da, ako već imena nemaju značenje, ne treba ići ni u drugu krajnost te zbog nijansa u subjektivnome uvjerenju uvoditi nova imena.

Radi se o poznatome Russellovu shvaćanju da, primjerice, 'Romul' nije ime (uzmemo li da Romul nije opstojao), nego "krnji opis" u zamjenu za puni, koji u obliku "x ima takva i takva svojstva" sadrži npr. sve što Livij kaže o Romulu (uključivši i to da se zvao Romul). Usp. [135, str. 242–243]; također i [133, str. 54]. Na toj je crti i Plantinga, smatrajući ime u književnome djelu samo "stilističkom inačicom" varijable. Tako da prateći tok književnoga dijela dobivamo opstojno pokoličenu "stiliziranu rečenicu" o nekome x, s konjunktima od kojih svaki govori nešto o x slijedeći piščeve rečenice o x. Pritom treba imati na umu da, prema Plantingi, pisac te svoje rečenice ne tvrdi, nego ih samo čitatelju izlaže. Usp. [109, str. 159–163].

Podsjetimo također, da je, kako je uočio Russell besmisleno tvrditi opstojnost imenovanoga predmeta, jer samim se imenovanjem već izriče njegova opstojnost. Stoga kad kažemo 'Opstoji Bog', 'Bog' je u tom kontekstu opis, a ne ime. V. [135, str. 252].

U Kripkeovu primjeru Pierre pristaje uz francusku rečenicu ‘Londres est jolie’ na temelju svojih predočaba stečenih u Francuskoj, ali i uz englesku ‘London is not pretty’ na temelju iskustva iz samoga Londona. To se događa jer nije svjestan da je grad francuskim imenom ‘Londres’ zapravo grad engleskoga imena ‘London’ (niti uopće prevodi s francuskoga na engleski ili obratno). Objektivno, francuska riječ ‘Londres’ ipak referira na isti predmet kao i engleska ‘London’. Stoga je opravdano (prema “načelu prevođenja”, [81, str. 250]; usp i Sosa [146, str. 375]) francusku rečenicu ‘Pierre crois que Londres est jolie’ prevesti engleskom ‘Pierre believes that London is pretty’ (kao i hrvatskom ‘Pierre vjeruje da je London lijep’). To nas, zajedno s rečenicom ‘Pierre believes that London is not pretty’, koja slijedi iz spomenuta Pierrova pristanka uz englesku rečenicu ‘London is not pretty’, dovodi u nedoumicu o tom što zapravo Pierre vjeruje o Londonu.

Može se pokazati da ovdje nema nikakva protuslovlja među našim rečenicama kad govorimo o Pierrovim uvjerenjima, ali da ga, u određenome smislu, ima među Pierrovim uvjerenjima, čime se i rješava naizgled zagonetna situacija. Protuslovlje je samo između sadržajnih rečenica ‘London is pretty’ i ‘London is not pretty’, tj. između samih subjektivnih uvjerenja izraženih jednom i drugom rečenicom. No sámo to protuslovlje nije subjektivno (Pierre ga nije svjestan), jer ta protuslovna uvjerenja Pierre u svojoj svijesti nije međusobno u dostatnoj mjeri povezao. To su uvjerenja koja on jednostavno drži kao u dvama odvojenim, nedovoljno povezanim pretincima svijesti.[6] Stoga bismo mogli

[6] Usp. s time Kantovo “empirijsko jedinstvo svijesti”, koje je subjektivno i slučajno, “rastreseno” [70, sv. 3, B 140, 133]. Sasvim je u skladu s tom rastresenošću to da u vjerovnome kontekstu ne možemo više pojavaka sureferentnih imenā (čak ni istoga imena) poopćavati istom vezanom varijablom, kako su to svaki na svoj način pokazali S. Soames i N. Salmon (u [141] i [137]). Na Kripkeovu primjeru to znači

reći da Pierre ima međusobno protuslovna uvjerenja, ali ne i da Pierre vjeruje da stoji neko protuslovlje. Time smo pravedni i prema Pierreu i prema jeziku (i prema Londonu).

Što se tiče samih *naših* rečenica, jasno je da 'Pierre believes that London is pretty' nije izravno zanijekano rečenicom 'Pierre believes that London is not pretty'. Niti se protuslovlje između tih rečenica može izvesti tako da se iz 'Pierre believes that London is not pretty' izvede rečenica 'Pierre does not believe that London is pretty' (kako, inače, drži Kripke [81, str. 258]). Evo zbog kojih razloga smatram da je tako. Pierre, doduše, kao govoritelj engleskoga jezika, nije sklon pristati na englesku rečenicu 'London is pretty', ali iz toga ne slijedi da on *uopće* ne vjeruje da je London lijep, jer, kao govoritelj francuskoga jezika, pristaje na francusku rečenicu 'Londres est jolie', koje je spomenuta engleska rečenica prijevod. U tom smislu vrijedi, doduše, jednostavni onenavedbeni (*disquotational*) princip ([81, str. 248-249]; usp. i Sosa [146, str. 375]) prema kojem (formuliramo li ga za hrvatski jezik), ako normalni govoritelj hrvatskoga jezika iskreno, promišljeno pristaje uz hrvatski 'London je lijep', onda vjeruje da je London lijep. Ali ne vrijedi i "pojačani" onenavedbeni princip kako ga formulira Kripke [81, str. 249]. Naime, prema tom bi potonjem principu vrijedilo da normalni govoritelj hrvatskoga jezika vjeruje da je London lijep *ako i samo ako* iskreno, promišljeno pristaje uz hrvatski 'London je lijep' (analogno i za engleski ili neki drugi jezik). Ali ako neka osoba koja je normalni govoritelj hrvatskoga jezika, ne pristaje uz hrvatsku rečenicu 'London je lijep', ona još uvijek može (kako nas poučava Kripke), npr. kao govoritelj francuskoga jezika, pristajati uz rečenicu 'Londres est jolie' i stoga ipak vjerovati da je London lijep. Stoga bismo pojačani onenavedbeni princip mogli prihvatiti samo u općenitijem obliku:

sljedeće: iz 'Pierre vjeruje da je London lijep i da nije lijep' ne slijedi 'Pierre vjeruje da ima predmet x takav da je x lijep i da x nije lijep'.

> i vjeruje da p akko i samo ako ima neki jezik J kojega je i govoritelj i i promišljeno, iskreno pristaje uz rečenicu p',

pri čem je p rečenica jezika u kojem je fomuliran princip (ovdje hrvatski), a p' prijevod rečenice p na jezik J. Dakle iz toga što Pierre ne pristaje uz englesku rečenicu 'London is pretty', ne slijedi da on *uopće* ne vjeruje da je London lijep. Stoga ne slijedi ni protuslovlje između samih *naših* rečenica o Pierreovu vjerovanju, jer opravdana je samo rečenica 'Pierre vjeruje da je London lijep', ali ne i rečenica 'Pierre *ne* vjeruje da je London lijep'.

Važno je istaknuti i sljedeće. Budući da protuslovlje između samih Pierrovih uvjerenja ('London je lijep' i 'London nije lijep') ipak ostaje, ne smijemo u kontekstu situacije opisane u ovome odjeljku (ni "privremeno") uvoditi nova imena u jezik, npr. 'Londres' u engleski (kao Taschek [154, str. 338]) ili u hrvatski, ili pak imena 'London$_1$' i 'London$_2$' (kao što predlažu Fiengo i May [35], ili Taschek [154, str. 346] za 'Paderewski'), jer se tada to protuslovlje ne bi očitovalo. A da sámo to protuslovlje ne mora biti subjektivno (Pierre ga ne mora biti svjestan), to je naznačeno samim izrazom 'vjeruje'. Naime, vjerovanje je iste osobe po svojoj naravi raspršeno te uključuje i različita međusobno nepovezana uvjerenja te iste osobe, kao što u Kripkeovu primjeru Pierre nije međusobno povezao svoje uvjerenje koje ima o Londonu kad govori francuski, i svoje uvjerenje koje ima o Londonu kad govori engleski. U dodatku ovoga poglavlja pokazujemo kako se ta situacija formalno može razriješiti, primjerice, "klasterskom" modalnom semantikom.

Bitno je uočiti da opisni dodatci 'kad govori francuski', 'kad govori engleski' nisu sastavni djelovi imena, koji bi dodatno pridonosili značenju imena, nego su opisi načina vjerovanja (koja se, ni uz najbolju namjeru, kako vjerovateljevu tako i našu, ne moraju uvijek pokazati logički besprijekornima). Stoga postavka da imena nemaju značenja nego samo referenciju, može ostati na snazi i kad se imena javljaju u vjerovnome kontekstu kakav smo ovdje razmatrali – barem nam u toj postavci ništa ne treba mijenjati da bismo objasnili "zagonetku o vjerovanju".

Analogno bi se rješenje moglo izvesti i za drugi Kripkeov primjer, o Peterovim uvjerenjima o Paderewskome, poljskome klaviristu i političaru [81, str. 265-266]. No kako ta zagonetka nije vezana uz prevođenje, u to ovdje nećemo ulaziti.

4.5 Ime i individualnost

Sve rečeno upućuje na to da nas imena ostavljaju na neki način na rubu prevedljivosti, čak uopće na rubu jezika. Prevesti neko ime ne znači učiniti njegovo značenje razumljivim. Imena, i kad nešto konotiraju, ponajprije su riječi bez razumljiva značenja (bilo da se preuzimlju iz prevođenoga jezika, bilo iz prevoditeljeva jezika). Ona nas suočavaju s nesvedljivom individualnošću predmeta, koju ne možemo iscrpsti nikakvim opisom. Stoga imena, koja se često nepromijenjena preuzimlju iz jednoga jezika u drugi, ne samo da premošćuju granice različitih jezika (čini se i više i za udaljenije jezike nego druge riječi) nego vode i na samu granicu između jezika i predmeta.

Ali ako je semantička uloga imena referirati na predmet (neposredovano značenjem), jasno je da bi uporaba imena mogla biti jedan od kriterija toga što je za govoritelja dotičnoga jezika predmet. Kako rabi imena, to je jedan način onoga kako individuira predmete. Kriterij bi individuacije predmeta mogao pritom čak varirati ovisno o jeziku, no tada i prevedljivost postaje upitnom. Jer nije nezamislivo da bi Quineov [117] primjer 'gavagai' (nekoga prašumskoga jezika s kojim se prvi put susrećemo) s mogućim prijevodom 'zec' moglo biti i *ime* jednoga jedinoga, iako raspršenoga predmeta što ga čine svi zečevi skupa kao njegovi dijelovi.[7] Taj primjer pokazuje da su moguće i situacije gdje nema sigurnosti o tome što je uopće u nekom (udaljenom) jeziku ime, a što opći naziv. Prijevod tada postaje uvjetan kao što uvjetnim postaje i zajedništvo referencije imenā u izvorničkome i prijevodnome jeziku.

Imenovanje, međutim, ne mora biti samo formalni kriterij individuacije predmeta, kriterij po kojem tek prepoznajemo što tko smatra predmetom. Jer, također, ime na neki način upravo *pripada* predmetu, predmet ga "nosi" kao svoje ime. Nadalje, živo biće se i odzivlje na svoje ime, a čovjeku je, štoviše, ime dio njegove osobnosti. Sve to zajedno upućuje nas na to da predmeti i njihova individuacija nisu nešto o jeziku neovisno, nego nešto čega su sam jezik i imenovanje sučinitelji.

4.6 Dodatak: "zagonetka o vjerovanju" i klasteri

Vjerovni klasteri [31] pružaju moguću formalizaciju zagonetaka o vjerovanju kao što je Kripkeova o Pierreu, o kojoj govorimo u odjeljku 4.4. Vjerovna stanja koja su dostupna činitelju i iz stanja s, mogu se podijeliti u klastere stanja (ti klasteri čine neki skup $\mathcal{C}_i(s)$), a vjerovanje se definira samo u odnosu prema stanjima koja su članovi nekoga klastera. To da u stanju s modela M činitelj i vjeruje (u "slabome" smislu) da ϕ, u klasterskoj semantici možemo izraziti ovako:

$M, s \models B_i\,\phi$ akko ima klaster $C \in \mathcal{C}_i(s)$ takav da za svako stanje $s' \in C, M, s' \models \phi$.

[7] Kad urođenik pokazuje na, kako bismo mi rekli, jednoga zeca, i kaže, u prijevodu, "Zec" ili "To je zec", nemamo jamstva da to možda nije slično kao kad npr. idemo od jedne do druge poslovnice Zagrebačke banke i svaki put kažemo "Zagrebačka banka".

Primjenjujući klastersku semantiku na Kripkeov primjer, te uzimljući s za polazišno stanje ("stvarni svijet"), slobodno možemo ustvrditi sljedeće:

$$M, s \models B_{pierre}\, Lijep(london)\ \wedge B_{pierre} \neg Lijep(london) \tag{4.3}$$

Lijevi je konjunkt zadovoljene rečenice u (4.3) istinit u "francuskome klasteru" Pierreoveih vjerovanja o Londonu, a desni je konjunkt u (4.3) istinit u "engleskome klasteru" Pierreovih vjerovanja o Londonu.

Pierreovo vjerovanje o Londonu da jest i nije lijep, jest *de re* istinito:

$$M, s \models \exists x\, (B_{pierre}\, Lijep(x) \wedge B_{pierre} \neg Lijep(x)),$$

iako je *de dicto* neistinito:

$$M, s \not\models B_{pierre}\, \exists x\, (Lijep(x)\ \wedge\ \neg Lijep(x)).$$

Upozorimo da izostanak vjerovanja da je London lijep:

$$M, s \models \neg B_{pierre}\, Lijep(london),$$

ne slijedi iz Pierreova vjerovanja da London nije lijep (jer još uvijek može biti i nekoga drugoga klastera u kojem Pierre vjeruje da London jest lijep). Stoga, ako želimo nedvosmislen odgovor (kako ustraje Kripke) na pitanje vjeruje li Pierre da je London lijep, odgovor je 'da' – možemo sasvim nedvosmisleno reći da Pierre vjeruje da je London lijep. Možemo također nedvosmisleno zanijekati da Pierre ne vjeruje da je London lijep, premda možemo također potvrditi da Pierre vjeruje da London nije lijep.

U slučajima kao što je Pierreov, s vjerovanjima koja su, uzeta za sebe, međusobno protuslovna, klasteri omogućuju očuvanje *de re* istovjetnosti predmetā i krutosti (rigidnosti) imenā, pri čem ne proizlazi činiteljeva subjektivna nesuvislost (nekonsistentnost). Pitanje o *de dicto* istovjetnosti predmetā kroz različite klastere ne može se ni postaviti jer svako, pa i istovjetnosno vjerovanje, mora kao cjelina već biti u nekome klasteru.

5 Quineov platonizam i antiplatonizam

Quineov se izričit i razrađen stav prema platonizmu sastoji u sljedećem: 1) Quine odbacuje sadržajni (intenzijski) platonizam i 2) pragmatički prihvaća opsegovni (ekstenzijski) platonizam. Nadovezujući se na to, ovdje želimo pokazati 3) da Quine implicitno zastupa određeni formalni platonizam i to svođenjem platonizma na jezičnu razinu. Obzir 3) ima i svoju negativnu stranu. Jer ako je (barem na području koje se može pokriti elementarnom logikom) jezični platonizam sve što ostaje od platonizma, time se, dakako, odbacuje platonizam u punome, ontologijskome smislu.

5.1 Platonizam u uobičajenom smislu

Ono što se možda najčešće povezuje s riječju 'platonizam', jest shvaćanje prema kojem su ideje objektivno opstojeća, samodostatna apstraktna bitstva, temeljna za sav bitak.

Uzmimo kao primjer naziv (*term*) 'čovjek'. Što taj naziv znači? Prema Quineu bi ontologijski "nevin" odgovor bio da 'čovjek' obilježava (*denotes*) svakoga pojedinačnoga čovjeka (iliti: "istinit je o" svakome pojedinačnom čovjeku.[1] Odnoseći se na svakoga čovjeka, 'čovjek' je opći naziv,

[1] Rabimo Quineovo razlikovanje između "obilježavanja" (*denoting*) i "označivanja" (*designating*). Prema tom razlikovanju opći naziv (prirok) ima svrhu "obilježavati" odvojeno svaki predmet koji se nalazi u opsegu toga općega naziva, dok pojedinačni naziv ima svrhu

prirok.[2] No, prema Quineu, ima još barem dva odgovora, što ih možemo nazvati platonovskima.

1. Jedan bi bio da 'čovjek' znači svojstvo, pridjeljak[3] (*attribute*) biti čovjekom, "čovještvo". Sámo je "čovještvo" nešto apstraktno (a konkretni su pojedinačni ljudi). Stoga bi "čovještvo" bilo apstraktan pojedinačan predmet, upravo "ideja", označena (*designated*) pojedinačnim nazivom 'čovjek'. Nazovimo takvo stajalište sadržajnim (intenzijskim) platonizmom.

2. Drugi bi platonovski odgovor bio da naziv 'čovjek' znači razred (*class*) svih ljudi, "čovječanstvo". I razred je svih ljudi apstraktan pojedinačan predmet ("ideja"), označen pojedinačnim nazivom 'čovjek'. Nazovimo takvo shvaćanje opsegovnim (ekstenzijskim) platonizmom.

Quineov je stav prema sadržajnome i opsegovnome platonizmu poznat. Naznačimo ga ukratko.

Ad 1. Quine odbacuje sadržajni platonizam jer smatra da nema jasna kriterija istovjetnosti za nešto takvo kao što su pridjeljci (pojmovi, svojstva). Pridjeljci nisu uvijek istovjetni ako vrijede o istim predmetima; nije jasno što bi bili daljnji uvjeti njihove istovjetnosti [119, str. 102].

Quine navodi primjer [121, str. 101] u kojem pretpostavlja da sva bića koja imaju srce, također imaju i bubrege,

"označiti" (imenovati) jedan i samo jedan predmet. Usp. [125, str. 60]. Gornje se odnosi samo na "jednotne" (*monadic*, jednomjesne) opće nazive, dok "mnogotni" (*polyadic*, višemjesni) obilježavaju po više predmeta u nekom poretku [122, str. 167–168].

[2] Prirok za Quinea nije, kao obično u logici, ostatak rečenice kojoj su oduzeti pojedinačni nazivi (npr. '__ je veće od __'), nego "cjelovita riječ, fraza ili prireka" [125, str. 61, usp. i str. 32]. Za razlikovanje priroka u uhodanom smislu i općega naziva usp. [121, str. 164–165].

[3] Naziv 'pridjeljak' potječe iz razgovora s M. Ježićem (1998.), koji ga smatra prihvatljivim, a 'pridjevak' pogodnim za porabu u uže gramatičkom smislu.

i obratno; drugim riječima, da su pridjeljci "imati srce" i "imati bubrege" suopsegovni (koekstenzivni). Pridjeljke "imati srce" i "imati bubrege" ipak ne smatramo istovjetnima. U nedostatku pak suopsegovnosti Quine ne pronalazi nikakva jasna kriterija istovjetnosti (tj. individuacije) pridjeljaka. A bez toga kriterija ne možemo pridjeljke smatrati nekim zasebnima bitstvima ("no entity without identity", Quine [121, str. 102]).

Mogu se predložiti, primjerice, kriteriji analitičnosti ili nužnosti – tj. da dvopogodba između otvorenih rečenica 'Fx' i 'Gx' koje izražuju istovjetne pridjeljke, vrijedi analitično (rečenica je analitički istinita ako i samo ako je istinita samo na temelju značenja riječī), odnosno, vrijedi nužno (u smislu pokoličene modalne logike). No gornji pojam analitičnosti vodi dvojbenoj (za Quinea) pretpostavci o značenjima koja "transcendiraju" jezik, a pojam nužnosti "esencijalizmu", prema kojem bismo, neovisno o načinu specifikacije predmeta u jeziku, mogli razlikovati što tomu predmetu pripada bitno, a što prigodno. Jedno je i drugo neodrživo na pretpostavkama Quineove teorije o neodređenosti prijevoda i neodređenosti upućivanja (*reference*), u što ovdje ne možemo dalje ulaziti.[4]

Quine zaključuje da su pridjeljci, doduše, prikladni za običan jezik, ali ne i za znanstvenu porabu. U znanosti je, umjesto toga, dostatno govoriti o razredima.

Što vrijedi o pridjeljcima, vrijedi također (u slučaju višemjesnosti) i o relacijama u sadržajnome smislu, koje valja napustiti u prilog relacija u opsegovnome smislu.

Ad 2. Opsegovni platonizam Quine smatra neophodnim u znanosti. Može ga se doduše izbjeći u elementarnoj logici, no već u teoriji skupova ima zakona koje možemo izraziti samo ako pretpostavimo opstojnost razredā. Jer, stavimo li zakone u preneksni oblik, ako količitelji nisu miješani (ne

[4] Usp. npr. [120, str. 175–176, 184] i [123, str. 52–56].

javljaju se i '$\forall$' i '$\exists$'), možemo govoriti o valjanosti (ako su svi količitelji opći), odnosno o suvislosti matrice (ako su svi količitelji opstojni). No to ne možemo učiniti kada je riječ o zakonima s miješanim predmetnutim količiteljima, kao npr. u sljedećem slučaju:

$$\forall z \exists w \forall x (x \in z \leftrightarrow x \in w)$$

(usp. [122, str. 292-292]). Tu imamo vezane varijable koje se protežu na predmetno područje (domenu) a koje uključuje i razrede (skupove).

Zanimljivo je da razrede podrazumijevamo i kad rabimo, primjerice, pojam pretka.

> x je predak y-ov

može se izraziti, podsjeća Quine, na sljedeći način (u skladu s Fregeom):

> x je član svakoga razreda takva da je y član toga razreda i da su svi roditelji članova toga razreda članovi toga razreda

Simbolički dobivamo

$$\forall u [(y \in u \wedge \forall w \forall z [(w \in u \wedge Fzw) \rightarrow z \in u]) \rightarrow x \in u] \quad (5.1)$$

gdje y sam pripada razredu svojih predaka i gdje 'Fxy' znači 'x je roditelj y-ov' [122, str. 292-293]. Stavljajući (5.1) u preneksni oblik, dobit ćemo u predmetku miješane količitelje.

U skladu je s Quineovim odbacivanjem sadržajnoga platonizma i to da mu je opsegovni platonizam "manje zlo" od "modalizma" H. Putnama i Ch. Parsonsa.[5] Quine radije

[5] Usp. Putnam [115, str. 507–508]. Opširnije o modalizmu usp. u Putnamovu članku 'Mathematics Without Foundations' [113, str. 43–59, posebno str. 45–49] i u Parsonsovu 'What is the Iterative Conception of Set' [106, str. 268–297, osobito str. 280–, usp. i str. 43–49]. Inače, spomenimo da o Putnamovu "znanstvenome realizmu" na hrvatskome piše M. Jakić [67].

pribjegava apstraktnim predmetima, nego da ih izbjegne uvođenjem modalnih djelatelja. No valja naglasiti da opsegovni platonizam nije Quineu svrha sam o sebi, nego tek "pomoćno sredstvo" u izgradnji teorije kao cjeline. Quineovo je stajalište bolje shvatiti kao "strukturalizam" – ontologija mu je općenito "pomoćno sredstvo" a predmeti samo "čvorovi strukture" [123, str. 30–31] [124, str. 6, 8–9].[6] Po tome se Quineovo stajalište bitno razlikuje, primjerice, od Gödelova platonovskoga stajališta (npr. u [55], usp. i hrvatski prijevod u [57]).

5.2 Booleova logika

Vratimo se sada našoj početnoj postavci o Quineovu jezičnom platonizmu. Najjednostavniji je primjer toga platonizma Quineova preoblika Booleove algebre razreda u Booleovu logiku općih naziva (priroka).[7]

Naime, uobičajeno je Booleovu algebru shvatiti kao algebru razredā. Ona je, u tom slučaju, jednostavan oblik opsegovnoga platonizma. Npr. '$F \cap -F = \Lambda$' standardno znači da je prijesjek razreda F i njegove dopune (komplementa) $-F$ istovjetan praznomu razredu, Λ. '$F \cup -F = \mathrm{V}$' pak znači da je spoj (unija) razreda F i $-F$ istovjetna sveopćemu (univerzalnomu) razredu, V. Slova su 'F', 'G', 'H' pritom varijable za razrede.[8]

Quine želi pokazati kako se Booleova algebra može osloboditi platonskoga tereta i učiniti ontologijski "nevinom" [121, str. 166]. Ono što je zanimljivo, jest da pritom jezična razina algebre ostaje u bitnome nepromijenjena. Platonizam nije stoga sasvim nestao, nego se očuvao na formalnoj, jezičnoj razini. Sada 'F', 'G', 'H' nisu više varijable za razrede, nego shematska slova za jednomjesne priroke; '$-F$' je

[6] Za Quineovu ontologiju usp. npr. Gibson [47].
[7] Usp. Quine [122, str. 114–120] i [123, str. 34].
[8] Opširnije o Booleovoj algebri usp. u idućem, 8. poglavlju.

shema za dopunu (komplement) priroka; 'FG' je shema za prijesjek prirokā; '$\exists$' znači opstojnost (npr. '$\exists F$', umjesto '$F \neq \Lambda$', "opstoje F"); '$-$' prije rečenice znači nijek (npr. '$-\exists F$'), a dometanje rečenicā (prigodice uz pomoć točke) konjunkciju (npr. '$\exists FG \,.\, \exists F{-}G$'). '$\vee$', '$\forall$', '$\subseteq$', '$\subset$', '$\equiv$' definiraju se na uobičajen način. Jer se sami priroci i rečenice općenito prikazuju pomoću shema, možemo govoriti o shematskom platonizmu.

Ono što je omogućilo Quineu platonizam Booleove algebre učiniti samo formalnim, ontologijski "nevinim", jest razlikovanje shematskih slova i varijabla (koje se mogu pokoličavati). Ako su u Booleovoj algebri 'F', 'G', 'H' varijable, onda se podrazumijeva opstojnost razreda koji su njihove moguće vrijednosti; a ako su 'F', 'G', 'H' u Booleovoj algebri samo shematska slova za priroke, nema nikakve ontologijske opterećenosti, nego je samo riječ o prirocima i njima obilježenim pojedinačnim predmetima. Time se ujedno izbjegava miješanje općega naziva (prirok) i apstraktnoga pojedinačnoga naziva (ime razreda).[9]

Booleova logika priroka pokriva samo mali isječak elementarne logike. Karakteristično je pritom da joj nisu potrebne predmetne varijable. Stoga je ontologijski teret što ga, prema Quineu, inače nose varijable ("biti jest biti vrijednost varijable"), tu prenesen na priroke ("biti jest biti obilježen jednomjesnim prirokom") [125, str. 33, 35].

5.3 Priročnofunktorska logika

Analogna se formalna platonizacija može izvršiti i za cijelu elementarnu logiku, dakle i za logiku višemjesnih priroka. Quine, naime, u algebarskoj maniri razvija "priročnofunktorsku logiku", koja odgovara cijeloj elementarnoj lo-

[9] V. [121, str. 166].

gici ("teoriji pokoličenja").[10] – Spomenimo da ćemo i u Platona, primjerice, naći ne samo ideje kao što su "dobro", "krjepost", "čovjek" i sl. (koje odgovaraju jednomjesnim prirocima) nego i "istovjetno", "jednako", "veće", "manje" itd. (koje odgovaraju dvomjesnim prirocima).

U tom je pothvatu osnovni problem na što prenijeti rekombinatorni posao predmetnih varijabla. Ustvari, Quine i razvija svoju priročnofunktorsku logiku samo s teorijskim ciljem da objasni ulogu varijabla, ne s ciljem da reformira uobičajenu elementarnu logiku koja se služi varijablama. Pogledajmo kao primjer rečenicu

$$\neg\forall x\forall y(x\ voli\ y \rightarrow y\ voli\ x)$$

"Ako osoba x voli osobu y, to ne znači uvijek da osoba y voli osobu x." Shematizirano:

$$\neg\forall x\forall y(Fxy \rightarrow Fyx). \tag{5.2}$$

Bitni je smisao sheme (5.2) izražen rekombinacijom varijabla (inverzijom poretka), pri čem je očito da varijable služe "zamjeničnomu upućivanju", tj. identificiranju i razlikovanju uputnih mjesta u rečenici.

Za taj se rekombinatorni posao Quine služi nekolikim funktorima:

$\exists$ (odrezni (*cropping*) funktor): isključuje prvu varijablu u postavi.

[10] Usp. Quine [125, str. 33–35, 101-105]; različite su inačice prethodno izložene u 'Variables Explained Away', iz 1960. [126, str. 227–235], u 'Algebraic Logic and Predicate Functors', iz 1971. [120, str. 283–307], u 'The Variable', iz 1972. [120, str. 272–282], u 'Predicates, Terms and Classes', iz 1980. [121, str. 170–172] i u *Methods of Logic* iz 1982. [122, str. 283–288]. Kombinatorna logika potječe iz radova M. Schönfinkela iz 1924. i H. B. Currya iz 1930. i 1958. (usp. [140] i [24]), na koje se Quine i pozivlje.

Pad (popunbeni (*padding*) funktor): dodaje novu varijablu na početni položaj u postavi,

Ref (refleksijski funktor): isključuje opetovanje varijabla na početku postave,

Perm (premjesni (*permutation*) funktor): premješta drugu varijablu na kraj postave.

Koristan je i sljedeći funktor:

Ret_i (povratni (*retrojection*) funktor): stavlja i-tu varijablu na početni položaj u postavi,

koji se ovako definira:

$$\mathrm{Ret}_i F^n =_{def} \mathrm{Perm}(n{-}i \text{ puta})\exists\mathrm{Perm}(i{-}1 \text{ puta})\mathrm{Pad}F^n.$$

'$\exists$' je rečenični predmetak Booleove logike koji je sada postao priročnim funktorom. Shematska priročna slova imaju gornje pokazatelje za mjesnost: F^0, G^0,..., F^1, G^1,...

Pomoću priročnih funktora možemo homogenizirati svaku postavu varijabla i osloboditi ju opetovanja. Konačno, zatvorena rečenična shema postaje 0-mjesnom priročnom shemom. Evo, kao primjer, priročnofunktorske preoblike rečenične sheme (5.2):

$$\begin{aligned}
&\neg\forall x\forall y(Fxy \rightarrow Fyx) \leftrightarrow \exists x\exists y(Fxy \wedge \neg Fyx)\\
&\quad\leftrightarrow \exists x\exists y(F^2xy \wedge -F^2yx)\\
&\quad\leftrightarrow \exists x\exists y(Ret_2F^2yx \wedge -F^2yx)\\
&\quad\leftrightarrow \exists x\exists y(Ret_2F^2 - F^2)yx\\
&\quad\leftrightarrow \exists x\exists(Ret_2F^2 - F^2)x\\
&\quad\leftrightarrow \exists\exists(Ret_2F^2 - F^2).
\end{aligned}$$

Čak bismo mogli reći da Quineov jezičnoformalni platonizam ovdje dolazi do krajnosti. Vidimo da se rečenice svode na priroke, odnosno, kako bismo tradicionalno mogli reći, "logos" se svodi na "ideju". Štoviše, piročnofunktorska logika može uključiti i logiku istovjetnosti, gdje se svi pojedinačni nazivi (imena i opisi) mogu isključiti polazeći od Russellove teorije određenoga opisa. Stoga u piročnoj logici nema više imena, nema zamjenica (varijabla) i nema rečenica – ostaju samo priroci i piročni funktori. "Ideifikacija" je potpuna.

Semantički, nema označivanja i nema vrjednovanja varijabla – samo obilježavanja prirocima. Obilježenost je pak svojevrsna inačica platonovske "participacije" predmetā na ideji. Nadalje, čak se i istina svodi na obilježavanje. Ona je "nulti slučaj obilježavanja prirocima" [125, str. 65] jer rečenicu (zatvorenu) uvijek možemo shvatiti kao 0-mjesni prirok. Naime, kao što je prirok 'veće od' dvomjestan (x je veće od y), a 'čovjek' jednomjestan (x je čovjek), tako je 'snijeg je bijel' 0-mjesno. Stoga se, u Quineovoj preformulaciji Tarskieve definicije zadovoljenja (*satisfaction*), može reći:

kao što

> 'između' obilježava $\langle x, y, z\rangle$ ako i samo ako je x između y i z,
>
> 'otac' obilježava $\langle x, y\rangle$ ako i samo ako je x otac y-ov,
>
> 'zec' obilježava x ako i samo ako je x zec,

tako i

> 'Snijeg je bijel' je istinito ako i samo ako je snijeg bijel.

'Je istinit' nije drugo nego, ako se tako može reći, neprijelazno 'obilježava'.

Sažmimo. Dok se u teoriji skupova Quineu pokazao neizbježnim opsegovni platonizam, na elementarnoj logičkoj razini (logika prvoga reda) u određenom je smislu neizbježan samo ontologijski neutralan, formalni jezični platonizam. Neizbježan je u tom smislu što se elementarna logika uvijek može prikazati u priročnofunktorskom (platonovskome) obliku. No ona se ne mora tako prikazati, niti je to praktično i uobičajeno, iako je pogodno, prije svega, u teorijske svrhe razmatranja o samoj logici.

5.4 Hijerarhija

Sa stajališta Quineove priročnofunktorske logike možemo se unekoliko približiti i platonovskomu pitanju "Što je to ideja?". Ono se sada svodi na pitanje "Što je prirok?". Na to bismo pitanje mogli odgovoriti, s jedne strane, sintaktički, opisujući priročne sheme moguće u priročnofunktorskoj logici. S druge strane, na nj možemo odgovoriti semantički, pretvarajući pitanje "Što je prirok?" u pitanje "Što je obilježavanje?". Jer, semantički, biti prirok jest biti prirok nečega, tj. obilježavati. Međutim, sam prirok 'obilježava', uzet doslovno, vodi sljedećoj antinomiji:

> 'ne obilježavati sebe' obilježava sebe ako i samo ako ne obilježava sebe.

Stoga Quine uvodi hijerarhiju obilježavanja. Prirok 'obilježava' može se primijeniti na 'obilježava' samo ako je prvo 'obilježava' više razine od drugoga 'obilježava' [125, str. 64]. Prema tome možemo samo reći:

> 'Ne obilježavati$_1$ sebe' obilježava$_2$ sebe ako i samo ako ne obilježava$_1$ sebe,
>
> 'Ne obilježavati$_2$ sebe' obilježava$_3$ sebe ako i samo ako ne obilježava$_2$ sebe,
>
> 'Ne obilježavati$_3$ sebe' obilježava$_4$ sebe ako i samo ako ne obilježava$_3$ sebe,
>
> itd.

Prema tome, zaključuje Quine, moramo posebno (induktivno) definirati prirok ‘obilježava$_1$’, zatim prirok ‘obilježava$_2$’, ‘obilježava$_3$’ itd.

Ta hijerarhija obilježavanja i tomu odgovarajuća hijerarhija priroka može se shvatiti kao zanimljiva “shema” platonovskoga “svijeta ideja” i “udioništva” na idejama. Otvara li ta shema put nečemu što bi odgovaralo Platonovoj “ideji ideja”, ideji dobra, može ostati otvorenim pitanjem. Ali ono što, barem kroz beskonačan niz razina, postupno gradi most između obilježavajućih priroka i obilježenih predmeta, između jezika i svijeta, svakako se može shvatiti kao neko doista vrijedno dobro.

6 Napomene uz Gödelov ontologijski dokaz

6.1 Uvod

Na temelju dosad objavljenih spisa i dokumenata danas je sasvim jasno da je Gödel u najužoj svezi sa svojim rezultatima u logici i matematici razvio jednu u mnogim pitanjima sasvim određenu filozofiju. Gödelovu je filozofijsku stranu, posebice na temelju svojih brojnih razgovora s Gödelom, opširno iznio Hao Wang [157, 158].[1]

Ponajprije, Gödela su izričito zanimali pojedini bitni filozofi. Kantova je filozofija bila njegov interes potvrđen već 1922., a zatim i 1925. (kada Gödel uzima na posudbu Kantove *Metafizičke osnove prirodne znanosti*) [158, str. 68–69]. Poslije (četrdesetih godina) Kantovu filozofiju vremena u bitnome smislu povezuje s Einsteinovom teorijom relativnosti. Gödel je neko vrijeme bio u bliskome dodiru s Bečkim krugom (posjećuje ga 1926.–28.), odakle potječe

[1] Danas sve više raste literatura koja se bavi upravo Gödelovom filozofijom. Osim Wanga i Yourgraua (koji piše o Gödelovoj filozofiji vremena, npr. [161]) tu su još, primjerice, C. Parsons [107], R. Tieszen [155], M. van Atten i J. Kennedy [12], radovi J. Czermaka, P. Hájeka, E. Köhlera, C. Thiela i B. Buldta u zborniku *Kurt Gödel: Wahrheit und Beweisbarkeit* [73, sv. 2], u poglavlju *Philosophie*, te, primjerice, radovi J. Hintikke, C. Smoryńskoga i P. Yourgraua u drugim poglavljima istoga zbornika, uvodne bilješke uz pojedine filozofijski relevantne Gödelove tekstove osobito u [56, sv. 2, 3], itd. Spomenimo, posebice, radove o Gödelovu ontologijskome dokazu: J. H. Sobel u [145], C. A. Anderson [5], R. M. Adams [2], P. Hájek [60, 61] i njegov gore spomenuti rad u [73], A. Hazen [62], M. Fitting [36], M. Rahnfeld [128] i dr. Usp. i poglavlje 7 ove knjige.

njegov interes za logiku i osnove matematike, a zatim posebice održava kontakt s R. Carnapom. Ipak, nije ga zadovoljavao taj način filozofiranja (ni Wittgensteinova mu filozofija nije bila bliska) [158, str. 69, 163, 177–182]. Kritika Carnapova konvencionalizma (na kojoj radi pedesetih godina) nalazi se u njegovim, sada objavljenim rukopisima, koji su bili rađeni za Schilppov svezak o Carnapu. S Russellovom se filozofijom sreo još u Schlickovu seminaru 1925. [33, str. 4]. Kritički se bavio Russellovim utemeljenjem matematike (*Principia Mathematica* počinje studirati 1929. [33, str. 37]) i filozofijom (prinos iz 1944.). Studiju se Leibniza osobito posvetio od 1943. do 1946., a od 1959. nadalje, studiju Husserlove fenomenologije [158, str. 71, 80, 164].[2]

Poučak je o nepotpunosti (uz druge rezultate) Gödel povezao s mišlju da "objektivna matematika" (matematičke istine) načelno premašuje okvire logičko-matematičkih sustava koje mi konstruiramo ("subjektivna matematika") i da matematička istina i matematički predmeti opstoje neovisno o matematičkim sustavima. Mi takve sustave možemo samo preinačivati, dograđivati (npr. dodavati nove aksiome) nastojeći bolje obuhvatiti matematički predmet. No u izgradnji i dogradnji logičkomatematičkoga sustava ne vodi nas tek formalna logika, nego je za to potreban neki dublji uvid, "produbljivanje" i "kultiviranje spoznaje" matematičkih pojmova. Taj dublji uvid, prema Gödelu, omogućuje fenomenologijska metoda usmjeravanja pozornosti na naše akte u porabi matematičkih pojmova. Fenomenologija bi (koja je, kaže Gödel, tek na početku) trebala dati "postupak ili tehniku" koja vodi do opisa osnovnih pojmova i do "razjašnjenja" njihova značenja. Začetke takve sustavne metode Gödel vidi u Husserla i, u općenitijem smislu (i ne još u sasvim jasnome obliku), u Kanta.[3]

[2] K tome, usp. također, na hrvatskome, sažet opći prijegled Gödelova života i rada u Šikić [150, str. 155–170].

[3] O tom usp. npr. Gödelov članak 'Što je Cantorov problem kon-

Čini se da su se sve glavne odrednice Gödelove filozofije stekle upravo u njegovu ontologijskome dokazu Božje opstojnosti. Sustav u kojem se dokaz izvodi, ujedinjuje u sebi, iako često samo na implicitan i ne isprva vidljiv način, mnoge filozofijske postavke o kojima Gödel (ili Wang referirajući Gödela) drugdje neformalno govori. Može se reći da je sustav Gödelova ontologijskoga dokaza najopćenitiji formalni okvir u kojem treba razumjeti Gödelovu filozofiju.

6.2 Ontologijski dokaz

Gödelov je ontologijski dokaz Božje opstojnosti iz 1970. (usp. [50, str. 403-404]) aksiomatska dedukcija u sustavu modalne logike višega reda. Riječ je ipak više o nacrtu dokaza s aksiomima i glavnim dokaznim koracima, te ga je potrebno u velikim dijelovima rekonstruirati kako bi se dobila cijela dedukcija. Gödel je dokazu dodao i kratke bilješke (u koje i nije sasvim lako proniknuti) o tumačenju sustava. Opstoje i prijašnji Gödelovi nacrti ontologijskoga dokaza (od oko 1941. nadalje) s kratkim komentarima. Gödelov je ontologijski dokaz prvi u svojoj (neznatno različitoj) inačici u širem krugu iznio matematičar Dana Scott, a prvi put ga je objavio Jordan H. Sobel [144], zajedno sa Scottovom inačicom dokaza, s vlastitom razradom korakā u dokazu i sa svojim komentarom (sada dorađeno u [145, str. 115–167], i s novim izmjenama u tijeku). Postupno sve više raste među filozofima, kao i matematičarima, diskusija i literatura o Gödelovu ontologijskome dokazu.

U idućem poglavlju (7) dajemo rekonstrukciju Gödelova dokaza (u Scottovoj inačici) u "oslabljenome", KB-sustavu – Gödelov izvorni dokaz osniva se na iskaznome sustavu S5. Ukratko, deduktivnomu sustavu modalne logike dru-

tinuuma?' (1947. i 1964.) [54, 55] i hrvatski prijevod u Z. Šikić (ur.) [149], ili Gödelov tekst predavanja 'Moderni razvoj temeljā matematike u filozofijskome svjetlu (1961.) [48].

goga reda s prirokom "pozitivnosti" trećega reda, Gödel dodaje pet aksioma koje je, u skladu s njegovom filozofijom, legitimno shvatiti kao fenomenologijski opis fenomena "pozitivnosti". Dodaje i tri definicije (Bog, bit, nužna opstojnost). "Pozitivnost" se, prema Gödelu, može shvatiti u "atributivnome" (uže ontologijskome) ili "moralno-estetskome" smislu. Formalni se zapis aksiomā nalazi u idućem poglavlju, a ovdje ih formuliramo samo neformalno:

A1: nema neutralnih svojstava (koja nisu ni pozitivna, ni negativna) – za svako svojstvo vrijedi da je pozitivno ili ono, ili njegov nijek, i ne oboje,

A2: što slijedi iz pozitivnoga svojstva, pozitivno je,

D1: biti Bog[4] znači imati sva pozitivna svojstva,

A3: imati sva pozitivna svojstva, pozitivno je,

A4: ako je svojstvo pozitivno, nužno je pozitivno,

D2: bit je predmeta ono njegovo svojstvo iz kojega slijede sva svojstva toga predmeta (tj. predmet je, prema svojim svojstvima, u potpunosti određen svojom biti),

D3: nužnu opstojnost ima predmet kojega je bit nužno oprimjerena,

A5: nužna je opstojnost pozitivno svojstvo.

Evo i neformalnoga opisa dokaza.

U *prvome* se dijelu dokaza dokazuje da je moguće da Bog opstoji. Najprije se dokazuje da je samoistovjetnost pozitivno svojstvo (stavak 1). U protivnome, ne-samoistovjetnost bi bila pozitivna, a kako iz ne-samoistovjetnosti slijedi

[4] U idućem ćemo poglavlju umjesto 'biti Bog' rabiti tehnički pogodniji (i u literaturi sada uobičajen) izraz 'bogolik', kako bismo istakli da se samim izrazom unaprijed ne podrazumijeva opstojnost "bogolika" predmeta.

samoistovjetnost, i samoistovjetnost bi bila pozitivna, što je u neskladu s A1. Zatim se dokazuje da je moguće oprimjeriti svako pozitivno svojstvo (poučak 1). U protivnome, kad neko pozitivno svojstvo ne bi bilo moguće oprimjeriti, iz toga bi svojstva slijedila ne-samoistovjetnost i bila bi pozitivna, što protuslovi stavku 1. Napokon, kako "biti Bog" znači "imati sva pozitivna svojstva" te je, prema A3, pozitivno svojstvo, slijedi da je moguće da biće koje jest Bog, opstoji (korolarij 1).

U *drugome* se dijelu dokaza dokazuje da Bog nužno opstoji. Najprije se dokazuje da su sva svojstva koja Bog ima, pozitivna (stavak 2). Naime, kad bi Bog imao neko svojstvo koje nije pozitivno, imao bi i nijek toga svojstva, jer bi nijek toga svojstva morao, prema A1, biti pozitivan. Zatim se dokazuje da "biti Bog" čini bit (esenciju) bića koje je Bog (poučak 2), jer Bog ima samo pozitivna svojstva (prema stavku 2). Nadalje, dokazuje se da, ako Bog opstoji, Bog nužno opstoji (poučak 3), jer ako opstoji, ima svojstvo nužne opstojnosti, koje je pozitivno (prema A5), pa je prema tome Božja bit nužno oprimjerena (prema D3), a ta je bit upravo svojstvo "biti Bog" (prema poučku 2). Napokon se dokazuje da Bog nužno opstoji (poučak 4), jer, pretpostavimo li da Bog ne opstoji nužno, ali da ipak opstoji (jer je moguće da opstoji, korolarij 1), tada bi također bilo i nužno da Bog opstoji (dakle, dobili bismo protuslovlje), jer to slijedi (prema poučku 3) upravo iz pretpostavke da Bog opstoji.

6.3 Izvori i nadahnuća

U povijesnome se smislu Gödelov ontologijski dokaz obično smatra ovisnim u svojim glavnim obilježjima o Leibnizovu ontologijskome dokazu i uspoređuje se s tim dokazom. Sam je Gödel Wangu potvrdio Leibnizov utjecaj na svoj dokaz [158, str. 113], na što se pozivlje Sobel [145, str. 558]. Prema Adamsu [2, str. 389-390], Gödelov dokaz "sliči" Leibnizovu po tome što dokazuje ne samo da, ako je Boža opstojnost moguća, onda je zbiljska i nužna (kao što to dokazuje i Descartes) nego i po tome što posebno dokazuje mogućnost Božje opstojnosti (što je specifično za Leibniza). Drugi pak istraživači Gödelova ontologijskoga dokaza tvrde da taj dokaz "... uključuje pokušaj da se dovrše pojedinosti Leibnizova dokaza ... " (Anderson [7, str. 167]); da je dokaz "pokušaj rekonstrukcije Leibnizova argumenta" (Hazen [62, str. 346]); da je taj dokaz "izravan potomak Leibnizova [argumenta]" (Fitting [36, str. 138]).

Sobel kaže: "Plan dokaza poštuje Leibniza. ... Stil je dokaza spinozistički ali formalan" [145, str. 115]. Također, kako primijećuje Sobel, jedinstvo je ontologijskih i moralno-estetskih vrijednosti platonski moment [145, str. 119]. Sobel i Orilia (koji se povodi za Sobelom) upućuju i na "Leibniz-Mooreov nauk o organskome jedinstvu vrijednosti" [145, str. 120, 121] [105, str. 128–129]).

Čini se, nadalje, da je matematičko nadahnuće za formulaciju aksiomā Gödelova dokaza došlo iz teorije ultrafiltera (Magari [91], Essler [30, str. 143] prema Radbruchovoj sugestiji, Hazen [62, str. 346 dalje]).

Ovdje želimo Gödelov ontologijski dokaz posebno staviti u svjetlo Kantove kritike ontologijskoga dokaza, o čem je Gödel svakako morao voditi računa gledom na to da mu je Kant bio jedan od najvažnijih orijentira u filozofiji.[5] U idućem ćemo poglavlju pokazati da je Kantova moralna teologija, s nekim problemima koje donosi, svojevrstan ključ za razumijevanje Gödelova ontologijskoga dokaza, osobito u njegovoj "moralno–estetskoj" interpretaciji.

[5] Wang kaže o Gödelu: "Yet he felt he needed to take Kant's critique of Leibniz seriously and find a way to meet Kant's objections to rationalism" [158, str. 164]. Upozorimo da Sobel u svojoj kritici Gödelova ontologijskoga dokaza očito ima na umu i Kantovu kritiku ontologijskoga dokaza [145, str. 135] [143, str. 199].

6.4 Gödel i Kant

Važnost je Kantove filozofije za Gödela dobro potvrđena u samim Gödelovim filozofijskim tekstovima. Općenito, Gödel je držao da neke vrlo značajne ideje moderne filozofije i znanosti svoje izvorište imaju u Kanta ili su potvrda Kantovih ideja. Gledom na fenomenologijsku metodu, podrijetlo koje Gödel nalazi u Kanta, Gödel kaže: "... ako je krivo razumljeni Kant već doveo do toliko toga zanimljiva u filozofiji, a neizravno i u znanosti, koliko više možemo očekivati od Kanta razumljenoga ispravno?" ('The modern development of the foundations of mathematics' [48, str. 386/387]).

Neka Kantova shvaćanja postaju istinitima i plodnima ako ih se uzme "u širem smislu", a ne doslovce. Tako je, prema Gödelu, u matematici, odnosno u teoriji skupova potrebno "intuitivno dohvaćanje" uvijek novih, međusobno neovisnih aksioma – kao što je analogno Kant držao da su u geometriji za izvod poučaka potrebne uvijek nove "geometrijske intuicije", a nije moguć formalan logički izvod iz konačnoga broja aksioma (što je krivo) [48, str. 384/385].

Također, prema Gödelu, dobar je primjer potvrde Kantove filozofije teorija relativnosti, gdje Gödel vidi potvrdu i daljnji razvoj Kantove teorije vremena. Vrijeme, kako ga zamjećujemo, s njegovim tijekom i simultanošću, nema nikakve osebne opstojnosti, nego je ovisno o subjektu. No ujedno, teorija nam relativnosti omogućuje, "barem djelomice i postupno" spoznaju stvari kakve su o sebi, u četverodimenzionalnome prostor-vremenu (bez linearnoga poretka i bez promjene), a ne kao pojave u vremenu. Čak ni to potonje ne protuslovi sasvim Kantu, upozorava Gödel, jer i Kant govori o tome da stvari o sebi moraju opstojati, da utječu na naša osjetila, i ne drži ih nedostupnima apsolutno svakomu načinu spoznavanja. ('Some observations about the relationship between theory of relativity and Kantian philosophy' [53, str. 230-246]).

Kako je poznato, Kant je kritizirao ontologijski dokaz i prihvaćao je samo moralni postulat Božje opstojnosti. U ovome (i u idućem) poglavlju želimo pokazati koje su filozofijske razlike između Gödela i Kanta omogućile Gödelu da se razračuna s Kantovim glavnim primjedbama ontologijskomu dokazu te da postavi vlastiti ontologijski dokaz. Mislimo prije svega na razliku između Gödelova "pojmovnoga realizma" i Kantova stava da je uvjet danosti predmeta osjetilnost, iz čega zatim slijedi da "opstojnost" nije stvarni prirok (realni predikat).

6.5 Jesu li opstojnosni stavci analitični?

Može se uzeti da je glavni Kantov prigovor ontologijskomu dokazu upravo taj da opstojnost (egzistencija) nije "stvaran prirok". Smisao je toga prigovora da opstojnost ne može činiti sadržaj nijednoga pojma (ne može proširiti nijedan pojam) i da, prema tome, ne može biti "analitičnoga" stavka (*proposition, Satz*) koji opstojnost pridjeljuje predmetu. Prema Kantu, to znači da reći o predmetu da opstoji, može biti samo "sintetičan stavak" koji o podmetu kazuje nešto što nije uključeno u pojam podmeta. Stoga se nijedan opstojnosni stavak ne može dokazati izvođenjem protuslovlja iz zanijekane opstojnosti predmeta koji odgovara pojmu. Oprimjerenost se nekoga pojma predmetom može dokazati, prema načelima Kantove teorijske filozofije, samo uz pomoć empirijske, osjetilne očitosti opstojnosti predmeta. Napokon, za Kanta su svi analitični stavci tautologijski, što znači da "ne dodaju ništa misli o stvari" (B 625; ispražnjeni su od sadržaja), jer ne izlaze iz okvira formalnologičke analize sadržaja nekoga pojma koji se već nalazi u stavku.

Za razliku, prema Gödelu je moguće upravo to

1. da analitični (ne samo sintetični) stavak poveća naše znanje,
2. da opstojnosni stavak bude analitičan.

To ćemo Gödelovo stajalište objasniti najprije iz sama njegova ontologijskoga sustava (u kojem provodi ontologijski dokaz), a zatim, u idućem odjeljku (6.6), iz općega filozofijskoga okvira u kojem sam Gödelov ontologijski sustav stoji.

Uz točku 1.

Primjerice, aksiomi Gödelova dokaza, koji govore o pozitivnosti (što odgovara Kantovoj "realnosti", "stvarnosti"), mogu biti samo analitični stavci, ali nisu tautologijski. Oni su analitični, jer potječu iz analize značenja uključenih pojmova, prije svega iz analize značenja pojma "pozitivnosti" (a ne oslanjaju se ni na kakav osjetilan zor ili "formu osjetilnosti"). No ti aksiomi nisu tautologijski, jer prije nego ih prihvatimo kao aksiome nema nikakva protuslovlja u tome da ih zaniječemo (to nisu "istovjetnosni" stavci). Naprotiv, oni proširuju spoznaju. Također, to nisu ni "sintetični stavci a priori", jer ne pretpostavljaju ni "čisti zor" (prostor, vrijeme). Ali valja istaći da po svojoj temeljnoj ulozi u Gödelovu ontologijskome sustavu odgovaraju temeljnoj ulozi koju "sintetični stavci a priori" imaju u Kanta (naime, dati siguran temelj metafizici).

Uz točku 2.

Opstojnost je, naime, u Gödelovu sustavu, "pozitivno", "stvarno" svojstvo. To se u sustavu dokazuje pomoću aksioma 2, jer opstojnost slijedi iz pozitivnoga ("stvarnoga") svojstva samo-istovjetnosti (što se lako može dokazati):

$$\vdash \Box\forall x((\lambda x.x = x)x \leftrightarrow (\lambda x.\exists y y = x)x)$$

Prema tome, opstojnost (kao neko "stvarno" svojstvo), za Gödela može biti dijelom sadržaja pojma. Stoga se do toga svojstva i može doći "analitički", tj. samo na temelju analize sadržaja (značenja) pojma, tj. opstojnosni stavak može biti analitičan.

No, podsjetimo da je Gödelov ontologijski dokaz osnovan na pojmu "nužne opstojnosti". S Kantova stajališta ni nužna opstojnost ne bi bila stvaran (pozitivan) prirok jer za Kanta mogućnost, opstojnost i nužnost, kao modalni pojmovi, ne dodaju ništa sadržaju misli (pojma ili stavka) [usp. B 100.]. No u Gödelovu ontologijskome sustavu, već prema samome aksiomu A 5, stoji da je nužna opstojnost pozitivna ("stvarno" svojstvo).

6.6 Gödelov pojmovni realizam

To da naše znanje ne uvećavaju samo sintetični nego i analitični stavci i da opstojnosni stavci mogu biti analitični, sastavnica je Gödelova "pojmovnoga realizma". Gödel prihvaća pojmovni realizam kao filozofijsku posljedicu svojega poučka o nepotpunosti. A na osnovi Gödelova ontologijskoga dokaza naravno je prenijeti pojmovni realizam iz filozofije matematike u ontologiju općenito i, posebno, u njegovu moralno-estetsku ontologiju (sam Gödel govori i o "čisto pojmovnome znanju" "pored matematike" [52, str. 312 bilj. 18]).

Čisto pojmovno znanje bavi se pojmovima i njihovim odnosima, koji su, prema Gödelu, toliko objektivni koliko i osjetilne prostor-vremene stvari. Međutim, pojmovno znanje, bez empirijskoga iskustva, može biti samo analitičko. Pritom, upravo zbog objektivnosti područja pojmova, ne mora svaki analitičan stavak biti "istovjetnostan" (tautologijski, "ispražnjen od sadržaja"). Pojmovi, koji imaju vlastitu objektivnost, mogu se, za Gödela, na neki način zamjećivati, kao što se, s druge strane, empirijski predmeti mogu zamjećivati porabom naših osjetila. Stoga analitičan stavak, ako je osnovan na zamjećivanju pojmova i njihovih odnosa, ima vlastit "objektivan sadržaj" [52, str. 320], i odatle, kako smo prije kazali, dodaje nešto sadržaju našega znanja i uvećava ga. Takvo se proširenje znanja izvodi analizom značenja (naravi) pojmova. U skladu s Gödelom, značenje se pojmova izlaže u aksiomima sustava (matematičkoga ili ontologijskoga).

Primjerice, aksiom je 5 utemeljen na "zamjećivanju" (fenomenologijskome opisu, ako uvedemo Husserla) značenja pojma pozitivnosti i njegove relacije prema pojmu nužne opstojnosti. No za to zamjećivanje nije potrebno nikakvo osjetilno iskustvo ili osjetilan zor. Stoga je aksiom 5 analitičan stavak, ali i uvećava naše znanje, jer pozitivnost nužne opstojnosti nije izvedljiva (u nekome sustavu bez aksioma 5) iz samoga pojma nužne opstojnosti.

Moglo bi biti upitno zašto je (na temelju koje "zamjedbe") Gödel u svojem aksiomu 5 pridao pozitivnost svojstvu nužne opstojnosti. Polazeći od Gödelova studija Leibniza, može se predložiti objašnjenje slično sljedećemu. Samo nužna opstojnost osigurava da "uopće opstoji nešto, prije nego ništa" (svakako je Gödel mogao razmišljati o tom Leibnizovu pitanju). I samo ako ima nečega, moguće je da ima nečega što ima pozitivna svojstva (usp. [50, str. 435 bilješka *]). Nužna bi opstojnost bila pozitivna jer osigurava mogućnost da uopće *ima* nečega što ima pozitivna svojstva. U atributivnome smislu, pozitivno je osigurati da ima nečega što uopće može imati atribute. U moralno-estetskome smislu, ne možemo biti indiferentni gledom na pitanje ima li i može li uopće biti nečega pozitivnoga ili ne – mi hoćemo (moralno i estetski) da se osigura mogućnost da opstoji nešto što ima pozitivna svojstva.

6.7 Gödelova ontologija

Formalnosemantički gledano, za Gödela je, na temelju njegova pojmovnoga realizma, ontologijski sasvim opravdano uvesti domene drugoga reda (u mogućoj logici drugoga reda) kao, primjerice, $\wp D^0$, gdje je D^0 domena prvoga reda (skup pojedinačnih predmeta). Nasuprot tomu, Kant sa svojim uvjetom da *nama*, koji nemamo "intelektualni zor", predmeti moraju biti dani u osjetilnome zoru, mora u predmetnoj teoriji ostati u okviru logike prvoga reda, a "ukupnost svih priroka" (domena drugoga reda), koji kao takvi nisu osjetilno dani, ne može za njega činiti ontologijski prihvatljivu domenu. Stoga za Kanta nikakav ontologijski dokaz u kojem se govori o "svim svojstvima", nema ontologijskoga opravdanja. Valja uočiti da se time što osjetilnost nije opći uvjet opstojnosti predmeta, Gödelova ontologija u odnosu prema Kantu proširuje dvojako:

- u domenama višima od domene prvoga reda,
- u samoj domeni prvoga reda.

Valja također napomenuti da Gödel u ontologijskome dokazu nigdje ne treba pokoličavanje prvoga reda *de re* u modalni kontekst, i u tom smislu čak zadovoljava Quineov ograničavajući kriterij za porabu modalnosti. Istovjetnost je predmeta, prema Quineu, kako je poznato, zatvorena u modalni kontekst, te ovisi o tome kako je u jeziku predmet nazvan ili opisan. Npr. broj je devet nužno veći od sedam, ali broj planeta u Sunčevu sustavu (a to je sada devet) nije nužno veći od sedam. No kako je u Gödelovu sustavu dokažljivo modalno urušivanje (Sobel [144, str. 253] i [145, str. 134, 156–157]), tj. $\phi \leftrightarrow \Box\phi$, Gödel može dokazati da svako pokoličavanje u modalni kontekst ipak ima i smisao *de re*. Pokoličavanje se pak drugoga reda u Gödelovu ontologijskome dokazu javlja kako *de dicto*, tako i *de re*. To je sasvim razumljivo jer kriterij istovjetnosti pojma (po sadržaju, ne po opsegu) upravo i jest u tome kako se on pomišlja (odnosno, u jezičnome obratu, kako se formulira ili opisuje).

Nadalje, Gödelovi pojmovi nužne opstojnosti i biti omogućuju da se ocrta Gödelova (moralno-estetska) ontologija prvoga reda. U toj ontologiji razlikujemo bića:

1. koja imaju nužno oprimjerenu bit,
2. kojima bit može biti neoprimjerena, i
3. koja su bez biti.

Ono što ima nužno oprimjerenu bit ili nema biti, ima nužnu opstojnost (prema definiciji 3). O onome čemu bit može biti i neoprimjerena, možemo reći da ima slučajnu opstojnost.

Ad 1. Primijetimo da doslovce prema definiciji, kako se isprva čini, x koji ima nužnu opstojnost ne bi trebao sam nužno opstojati, nego da bi samo *bit* predmeta x (ako x uopće ima bit) trebala biti nužno oprimjerena nekim, ma kojim predmetom, tj. uvijek bi trebalo biti nečega što ima bit predmeta x kao svoje svojstvo. Ipak, kako bit u potpunosti određuje koja svojstva predmet ima, slijedi da koji god predmet, u kojem god svijetu, imao bit predmeta x kao svoje svojstvo, to ne može biti drugi predmet nego upravo sam predmet x (usp. Scott u [145, str. 146 *Note*] i Sobelov komentar u [145, str. 124]). Stoga, imati nužno oprimjerenu bit znači nužno opstojati.

Ad 2. Bit X koja nije nužno oprimjerena, zadovoljava sljedeći uvjet:

$$\exists x(\mathcal{E}\int\int(Xx) \wedge \Diamond\forall y \neg Xy)$$

Kad bi opstojala samo bića s takvom biti, bilo bi moguće i da uopće ništa ne opstoji (što bi nas odvelo u "slobodnu logiku" s praznim domenama).

Ad 3. Konačno, prema definiciji 3, ono što nema bit (i stoga nema ni nužno oprimjerenu bit), ima na prazan način nužnu opstojnost. Predmet bi x bez biti ispunjavao sljedeći uvjet:

$$\forall X(Xx \rightarrow \exists Y(Yx \wedge \Diamond\exists y(Xy \wedge \neg Yy)))$$

Nemati bit svedeno je na neki način na golu, trajnu opstojnost – na materiju, bez ijednoga drugoga stalnoga svojstva osim čiste samo-istovjetnosti i onoga što slijedi iz samo-istovjetnosti.

6.8 Modalno urušivanje

Sobel je u Gödelovu ontologijskome sustavu izveo neke posljedice koje mogu izgledati vrlo čudno [145, str. 133–132, 154–156]:

- da svi pojedinačni predmeti imaju nužnu opstojnost, $\forall y N y$, ako se uzme da nema pojedinaka bez biti (tj. ako se uvede aksiom '$\forall x \exists X\, \mathcal{E}\!\int\!\!\int(X, x)$');
- da je svaki stavak ϕ logički istovrijedan sa stavkom $\Box\phi$.

Prva posljedica u stvari učvršćuje uvjerenje da treba prihvatiti predmete koji nemaju bit. Gledom na drugu posljedicu, Sobel i drugi pisci drže da je to neugodna, deterministička posljedica, za koju je odgovorno Gödelovo shvaćanje opstojnosti kao "stvarnoga priroka". Stoga mnogi nastoje popraviti Gödelov ontologijski sustav tako da iz njega ne slijedi modalno urušivanje (jedan je način prikazan i u idućem, 7. poglavlju, ove knjige).

Primjerice, Anderson [5] je pokazao da se s nekim popravcima u Gödelovu sustavu, dopuštajući "indiferentna" svojstva, tj. svojstva koja nisu ni pozitivna ni negativna (napušten je A1), može izbjeći modalno urušivanje. Anderson i Gettings [7] pokušali su smanjiti razlike prema Gödelovu sustavu u odnosu na razlike koje su nastale Andersonovim sustavom. No dopuštanjem su indiferentnih svojstava Anderson i Anderson-Gettings proširili skup svojstava u sustavu, ili, drukčije gledano, suzili su područje ontologijski relevantnih svojstava. Time se, dakako, ruši Gödelovo (platonovsko) univerzalno shvaćanje "dobrote" i "ljepote" u ontologijskome smislu. No otvara se i pitanje kakva bi to bila ontologijski neutralna (ni pozitivna ni negativna) svojstva i kako su uopće moguća.[6]

[6] Usp. i poglavlje 7 ove knjige (i [77]), gdje se nekim "svojstvima" ukida status svojstava.

Međutim, navedena je druga posljedica sasvim u skladu s Gödelovim nakanama [50, str. 435]. Naime, sredinom je 1950-tih Gödel zapisao da

$$\forall X \forall x (Xx \rightarrow \Box Xx)$$

"treba slijediti ... tek iz Božje opstojnosti", umjesto da se, što je loše, dokazuje obratno [50, str. 435] (usp. bilj. 7 ovdje na str. 131). To je pak sasvim u skladu s općim Gödelovim filozofijskim postavkama, koje su srodne parmenidovskoj ontologiji bez objektivnih (stvarnih, "u sebi opstojećih") vremena i promjene, o čem ćemo sada reći nekoliko riječi.

6.9 Što je stvarnost?

Za Gödela, "ako teorija relativnosti daje ispravan opis stvarnosti, pretpostavka da u bilo kojem trenutku vremena opstoji samo određen udio činjenica koje sastavljaju svijet, objektivno je kriva" [53, str. 235].[7] Formalno, udjeli bi (*portions*) činjenica koji pripadaju pojedinomu trenutku, bili "mogući svjetovi" neke logike vremena.

Prema Wangovim zabilješkama Gödelovih izjava, ontologijsku ulogu promjene i bivanja u vremenu u Gödela preuzimlje mogućnost (kao "sinteza" između "sile" i "činjenice", "bitka" i "nebitka"). No mogućnost za Gödela stoji pod "načelom o maksimalnom ispunjenju želja", kojim se zahtijeva "najbolji mogući" svijet. Stoga, premda "ima tako mnogo neostvarenih mogućnosti u ovome svijetu", u konačnici se (u "drugome svijetu"), kako Gödel naslućuje, ipak

[7] Kako prema teoriji relativnosti istodobnost gubi "objektivno značenje", Gödel zaključuje kako se "čini da se dobiva nevišeznačan dokaz za pogled onih filozofa koji, kao Parmenid, Kant i moderni idealisti, niječu objektivnost promjene i drže promjenu iluzijom ili pojavom koja potječe od našega posebnoga načina zamjećivanja [51, str. 202].

mogućnosti maksimalno ostvaruju.[8] Uistinu, ako je tako, mogućnosti su već oduvijek i ostvarene (maksimalno), jer od konačnice nas ne dijeli nikakvo objektivno (samo "subjektivno") vrijeme – i time dolazimo do, u Gödelovu ontologijskome sustavu dokazanoga, modalnoga urušivanja. S toga gledišta, Gödel u jednoj izjavi Wangu može reći: "naša su čitava stvarnost i čitava opstojnost lijepe i smislene" [158, str. 317] ili "objektivna je stvarnost lijepa, dobra i savršena". Odatle sada jasnije možemo razumjeti, u Gödelovu *ontologijskome* dokazu, pojam "pozitivnosti" u "*moralno-estetskom*" smislu (ako dobrotu shvatimo kao moralni, a ljepotu kao estetski pojam).

Inače, nije ovdje na odmet dodati, za razumijevanje epistemologijskoga statusa Gödelova ontologijskoga dokaza, da je Gödel vjerovao da "ima znanstvena (egzaktna) filozofija i teologija, koja se bavi pojmovima najviše apstraktnosti; a to je također u najvećoj mjeri plodno za znanost" [158, str. 316]. Vjerojatno je svoj ontologijski dokaz smatrao dobrim kandidatom za tu znanost. No za Gödela, čini se, ipak nema sigurnosti jesmo li doista postigli tu znanost, u smislu potpuno sigurnoga znanja: "nemamo apsolutna znanja ni o čem. Ima samo stupnjeva očitosti. . . . što je očito, ne treba biti istinito" [158, str. 302].[9]

U svakome slučaju, modalno urušivanje u Gödelovu sustavu nije nužno shvatiti kao (ograničavajući) determinizam, jer ono, upravo suprotno, uključuje maksimalno ostvarenje mogućnosti (potpuno ostvarenje smisla svijeta i života). To

[8] ". . . things are made to be completely solved" [158, str. 317]. "A very imperfect life of seventy years may be necessary, and adequately compensated for by, the perfect life afterwards" [158, str. 317].

[9] "Of course, one is today a long way from being able to justify the theological view of the world scientifically, but I believe that it may also be possible today to perceive, by pure reasoning . . . that the theological view of the world is entirely consistent with all known facts . . . " [158, str. 108].

da “ne činimo sve ispravno od početka” (nego smo bića koja čine pogrješke i koja uče), postaje samo jednim “dijelom i dionicom” naših svojstava, koja su posljedica naše biti – pri čem bi ono “od početka” moglo imati samo neki nevremeni smisao logičko-ontologijskoga (čak nužnoga) uvjeta ili predstupnja.[10]

[10] Usp. citat u bilj. 8 u ovome poglavlju: “A very imperfect life . . . ”.

7 Neki oslabljeni gödelovski ontologijski sustavi

Kurt Gödel predložio je u svojim bilješkama [50] ontologijski dokaz nužne opstojnosti "bogolika" (God-like) bića[1]. Uporabio je modalnu $S5$-logiku drugoga reda s nekim dodanim aksiomima i definicijama. Na inicijativu iz Hájekova članka [60, str. 134], želimo ovdje ispitati neke oslabljene Gödelovske ontologijske sustave, i to s filozofijskoga i tehničkoga motrišta. 'Oslabljen' ovdje znači slabiji od Gödelova izvornoga, na $S5$ osnovanoga sustava iz 1970. Rabimo logiku drugoga reda s konstantama trećega reda, pridodajući modalnosti i neke ili sve Gödelove aksiome. Na KB-sustavu osnovana modalna logika drugoga reda s Gödelovim ontologijskim aksiomima osobito je zanimljiva jer na vrlo jednostavan način može zapriječiti modalno urušivanje sustava, dopušta kontingentnosti i čuva vrijednosni apsolutizam. Kako svojstvo trećega reda "pozitivnost" želimo ostaviti nedefiniranom, ne upotrebljavamo Cocchiarellinu modalnu logiku drugoga reda [22], koja se može uporabiti samo pod pretpostavkom da su sva svojstva trećega reda definirana svojstvima drugoga reda, primjerice, onako kako Anderson definira "pozitivnost" [5, str. 297, 303].

[1] 'Bogolik', 'God-like' više su izrazi u nezgodi za prirok '___ je Bog', kako ga se u kontekstu ne bi pomiješalo s imenom 'Bog'. U prethodnome smo poglavlju, zbog naravnosti izričaja, kad je god bio moguć nesporazum, rabili upravo 'biti Bog'. U ovome, velikim dijelom tehničkome poglavlju, rabimo dosljedno 'bogolik'.

Najprije općenito opisujemo jezik, semantiku i sustave razreda gödelovskih ontologijskih logika, a zatim razmatramo neke posebne logike toga razreda. Jezik su i semantika ograničeni na tipove najviše trećega reda. Rabimo domene prvoga reda koje su ovisne o svjetovima, konstante su prvoga reda krute (rigidne), i inače nema ekstenzijskih tipova. Rabimo i pojam modalnoga ultrafiltera. Primijenjen je sustav naravne dedukcije Fitchova stila[2]

7.1 Jezik i semantika

7.1.1 Jezik

U jeziku imamo prikladan mehanizam tipiziranja u kojem su tipovi trećega reda najviši tipovi. Napose, imamo svojstvo trećega reda $\mathcal{P}$ ("pozitivnost") kao i λ-apstraktor. Zbog jednostavnosti ispuštamo znak intenzionalnosti, jer će se svaka dvosmislenost razriješiti tumačenjem i izvodnim pravilima.[3]

Definicija 7.1.1 (Tip) *0 je tip. Ako su $\tau_1, \ldots, \tau_n$ tipovi, onda je $\langle \tau_1, \ldots, \tau_n \rangle$ tip. Najviši je argumentski tip τ_i tip $\langle 0, \ldots, 0 \rangle$.*

Definicija 7.1.2 (Red) *Tip 0 jest tip prvoga reda. Ako je najviši red tipova $\tau_1, \ldots, \tau_n$ red i, onda je tip $\langle \tau_1, \ldots, \tau_n \rangle$ tip reda $(i + 1)$.*

7.1.1.1 Rječnik

Individualne i relacijske konstante: $a, b, \ldots, w, a_1, \ldots$; A^n, $B^n, \ldots, A^n_1, \ldots$; $\mathcal{A}^\tau, \mathcal{B}^\tau, \ldots, \mathcal{A}^\tau_1, \ldots$; varijable: $x, y, \ldots, x_1, \ldots$; $X^n, Y^n, \ldots, X^n_1, \ldots$; logičke konstante $=^{\langle 0,0 \rangle}$, $\mathcal{P}^{\langle \langle 0 \rangle \rangle}$;

[2] Jezik i semantika u nekim su aspektima slični onima u Fittinga [36] i Gallina [44].
[3] Vidi npr. Gallin [44, str. 71].

djelatelji: $\neg, \rightarrow, \forall, \lambda, \Box$ (drugi se djelatelji definiraju na uobičajen način).

7.1.1.2 Tvorbena pravila

Predmetnu oznaku i formulu treba definirati skupa zbog njihove definicijske međuovisnosti.

Definicija 7.1.3 (Predmetna oznaka i formula)

- *Individualne i relacijske konstante i varijable jesu predmetne oznake,*
- *ako je t predmetna oznaka tipa $\langle \tau_1, \ldots, \tau_n \rangle$ a $t_1, \ldots, t_n$ redom predmetne oznake tipova $\tau_1, \ldots, \tau_n$, onda je $t(t_1, \ldots, t_n)$ formula (tt_1 je skraćeno za $t(t_1)$). $\neg\phi$, $\phi \rightarrow \psi$, $\forall\alpha\, \phi$ i $\Box\phi$ jesu formule ako su ϕ i ψ formule a α varijabla,*
- *predmetne su oznake također apstrakti oblika $(\lambda\alpha_1 \ldots \alpha_n.\phi)$, gdje je α_i varijabla nekoga tipa τ_i, a ϕ je formula. U $(\lambda\alpha_1 \ldots \alpha_n.\phi)$ svaka podformula u ϕ sadrži barem jedan pojavak barem jednoga α_i, svi se $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ javljaju u ϕ i u ϕ nema $\forall$ za kojim neposredno slijedi neki α_i.*

Sintakično ograničenje lambda-apstrakata može donekle izgledati samovoljno, ali je mišljeno kako bi se isključile predmetne oznake izgrađene od zatvorenih formula ili od formula koje sadrže zatvorene formule (vidi bilješku o pravilu uv λ u odjeljku 7.2). Iako ograničenje isključuje i apstrakte kao što je npr. $(\lambda\alpha_1\alpha_2.\forall\alpha_1\, \phi(\alpha_1\alpha_2))$, to se može lako urediti preimenovanjem varijabla.

7.1.2 Semantika

Model je opći (Henkinov) model s osnovnim predmetnim područjima ovisnima o svjetovima. Konstante mogu, u svijetu w, označivati predmete koji ne opstoje u w.

DEFINICIJA 7.1.4 (MODEL) *Model M je uređena 5-orka $\langle W, R, H, Q, I\rangle$, gdje*

1. *W jest neprazan skup ("svjetova"),*
2. *$R \subseteq W \times W$,*
3. *H je skupina $\{D^\tau\}$ predmetnih područja:*
   - *D^0 jest neprazan skup pojedinaka,*
   - *$D^\tau \subseteq \wp(D^{\tau_1} \times \ldots \times D^{\tau_n})^W$, gdje $\tau = \langle \tau_1, \ldots, \tau_n\rangle$ i $\tau \neq 0$ (D^τ je neprazan),*
4. *$Q\colon W \longrightarrow \wp D^0$ $\quad$ ($Q(w)$ je neprazan),*
5. *I je funkcija tumačenja takva da, uz uobičajeno tumačenje priroka, za svaku konstantu κ^τ, $I(\kappa^\tau) \in D^\tau$; napose*
   - *$I(=^{\langle 0,0\rangle})$ je funkcija koje vrijednost za svaki w jest skup parova $\langle d^0, d^0\rangle$ za svaki $d^0 \in D^0$,*
   - *$I(\mathcal{P})$ je modalni ultrafilter nad D^0 (usp. def. 7.1.5 dolje).*

Dodatno *možemo definirati i sljedeće:*

- *$I(\mathcal{E}\!\int\!\int)$ je funkcija $d^{\langle\langle 0\rangle,0\rangle} \in D^{\langle\langle 0\rangle,0\rangle}$ takva da $d^{\langle\langle 0\rangle,0\rangle}(w) = \{\langle d^{\langle 0\rangle}, d^0\rangle \mid d^0 \in d^{\langle 0\rangle}(w)$ i za svaki $e^{\langle 0\rangle}$, ako $d^0 \in e^{\langle 0\rangle}(w)$, onda za svaki w' s wRw', $d^{\langle 0\rangle}(w') \subseteq e^{\langle 0\rangle}(w')\}$,*

- *$I(N)$ je funkcija $d^{\langle 0\rangle} \in D^{\langle 0\rangle}$ takva da $d^{\langle 0\rangle}(w) = \{d^0 \mid$ ako $\langle d^{\langle 0\rangle}, d^0\rangle \in I(\mathcal{E}\!\int\!\int, w)$, tada za svaki w' s wRw', $\exists d^0 \in Q(w')$ takav da $d^0 \in d^{\langle 0\rangle}(w')\}$,*

- *$I(\mathcal{P})$ je modalni ultrafilter nad D^0 takav da, (i) ako $d^{\langle 0\rangle} \in I(\mathcal{P}, w)$, tada za svaki w' s wRw', $d^{\langle 0\rangle} \in I(\mathcal{P}, w')$, i također (ii) $I(N) \in I(\mathcal{P}, w)$ za svaki w.*

Definicija 7.1.5 (Modalni ultrafilter nad D^0) *Modalni ultrafilter U nad D^0 jest član skupa $D^{\langle\langle 0\rangle\rangle}$ takav da za svaki w, $U(w) \subseteq D^{\langle 0\rangle}$ i $U(w)$ zadovoljava sljedeće uvjete:*

1. $\Delta \in U(w)$ *(za svaki $w \in W$, $\Delta(w) = D^0$),*
2. *ako za neki (moguće beskonačan) skup N, $d_i^{\langle 0\rangle} \in U(w)$ za svaki $i \in N$, a $i^{\langle 0\rangle}$ je funkcija takva da za svaki w', $i^{\langle 0\rangle}(w') = \bigcap_i d_i^{\langle 0\rangle}(w')$, onda $i^{\langle 0\rangle} \in U(w)$,*
3. *ako $d_i^{\langle 0\rangle} \in U(w)$ i za svaki w' s wRw', $d_i^{\langle 0\rangle}(w') \subseteq d_j^{\langle 0\rangle}(w')$, onda $d_j^{\langle 0\rangle} \in U(w)$,*
4. *$d^{\langle 0\rangle} \in U(w)$ akko $\overline{d}^{\langle 0\rangle} \notin U(w)$, gdje je $\overline{d}^{\langle 0\rangle}$ funkcija takva da za svaki w, $\overline{d}^{\langle 0\rangle}(w')$ je skup svih $d^0 \notin d^{\langle 0\rangle}(w')$.*

Primjerice, $I(\mathcal{P})$ je modalni ultrafilter (kako se tvrdi gore, def. 7.1.4).

Definicija 7.1.6 (Vrjednovanje varijabla) *Vrjednovanje varijabla v jest funkcija koja pridružuje predmet tipa τ svakoj varijabli tipa τ, tj. $v(\alpha^\tau) \in D^\tau$.*

Definicija 7.1.7 (Inačica vrjednovanja varijabla) *Inačica $v[d/\alpha]$ jest vrjednovanje varijabla koja se razlikuje od vrjednovanja varijabla v najviše na α.*

Kao i predmetna oznaka i formula, tako se i označivanje, zadovoljenje i označivanje λ-apstrakta ovisno o svijetu, također mogu definirati samo u međuovisnosti.

Definicija 7.1.8 (Označivanje i zadovoljenje) *Neka je $[\![t]\!]_v^M$ ono što označuje predmetna oznaka t u modelu M za vrjednovanje varijabla v, a '$\models$' neka je znak zadovoljenja. Tada*

- – $[\![\kappa]\!]_v^M = I(\kappa)$,

- $[\![\alpha]\!]_v^M = v(\alpha)$,

- $M, w \models_v \phi$ *se definira na sljedeći način:*
  - $M, w \models_v t(t_1 \dots t_n)$ *akko* $\langle [\![t_1]\!]_v^M, \dots, [\![t_n]\!]_v^M \rangle \in [\![t]\!]_v^M(w)$,

    $\vdots$
  - $M, w \models_v \forall \alpha^\tau \phi$ *akko za svaki* $d^0 \in Q(w)$ *i* $d^{\tau \neq 0} \in D^{\tau \neq 0}$, $M, w \models_{v[d^\tau / \alpha^\tau]} \phi$,
  - $M, w \models_v \Box \phi$ *akko za svaki* w' *s* wRw', $M, w \models_v \phi$,

  (za sastavljene je formule definicija uobičajena)

- $[\![\lambda \alpha_1 \dots \alpha_n . \phi]\!]_v^M = A(v, \lambda \alpha_1 \dots \alpha_n . \phi)$, *gdje*
  - *A jest funkcija koja pridružuje člana skupa* D^τ ($\tau = \langle \tau_1, \dots, \tau_n \rangle$), *za vrjednovanje varijabla* v, *svakomu* λ*-apstraktu* $\lambda \alpha_1^{\tau_1} \dots \alpha_n^{\tau_n} . \phi$,
  - $A((v, \lambda \alpha_1 \dots \alpha_n . \phi), w) = \{ \langle v'(\alpha_1), \dots, v'(\alpha_n) \rangle \mid M, w \models_{v'} \phi \}$, *gdje* $v' = v[d_1/\alpha_1, \dots, d_n/\alpha_n]$.

Posljedični se odnos i valjanost definiraju na uobičajen način.

7.2 Sustavi

U sustavima koje ćemo razmatrati (nazivljemo ih gödelovskim ontologijskim sustavima) bit će sljedeća pravila i aksiomi ('uv', 'isklj' i 'op' kratice su za uvođenje, isključenje i opetovanje):

- op, pravila uv i isklj za $\neg$, $\rightarrow$ (izvedena pravila za $\wedge$, $\vee$ i $\leftrightarrow$),

- pravila uv i isklj za $\forall$; pravila slobodne logike za pokoličavanje prvoga reda ($E\kappa$ znači $\exists \alpha\ \kappa = \alpha$):

– isklj $\forall$: $\forall\alpha^0\phi \vdash E\kappa^0 \rightarrow \phi(\kappa^0/\alpha^0)$,
– uv $\forall$: $\Gamma \vdash E\kappa^0 \rightarrow \phi(\kappa^0/\alpha^0) \Rightarrow \Gamma \vdash \forall\alpha^0\phi$ (κ^0 se ne javlja u Γ ni u $\forall\alpha^0\phi$).

Inače, pravila uv $\forall$ i isklj $\forall$ određena su kao i obično (sve su oprimjerujuće predmetne oznake zatvorene u uobičajenom smislu). U dokazima rabimo i izvedena pravila za $\exists$.

- uv =: $\vdash t = t$
  (t je zatvorena predmetna oznaka),
- isklj =: $\{t_i = t_j,\ \phi(t_i)\} \ \vdash\ \phi(t_j//t_i)$
  (t_i i t_j su zatvorene predmetne oznake),
- uv λ: $\phi(t_1, \ldots, t_n)\ \vdash$
  $(\lambda\alpha_1 \ldots \alpha_n.\ \phi(\alpha_1/t_1, \ldots, \alpha_n/t_n))(t_1, \ldots, t_n)$
  (t_i je zatvorena predmetna oznaka),
  ograničenje: ϕ u $(\lambda\alpha_1 \ldots \alpha_n.\phi)$ ne sadrži zatvorene podformule,
- isklj λ: $(\lambda\alpha_1 \ldots \alpha_n.\phi)(t_1, \ldots, t_n) \vdash \phi(t_1/\alpha_1, \ldots, t_n/\alpha_n)$
  (t_i je zatvorena predmetna oznaka),
- modalna pravila za modalni iskazni sustav S; npr. KB je sustav s $\phi \rightarrow \Box\Diamond\phi$ kao svojim karakterističnim poučkom te stoga uključuje sljedeće modalno pravilo: ako $\Diamond\Gamma \vdash \phi$, onda $\Gamma \vdash \Box\phi$,
- Gödelovi (ili gödelovski) aksiomi, koji se tiču "pozitivnosti", i definicije (vidi odjeljke 7.3 i 7.4),
- $\vdash E\kappa^0$ (κ^0 je nova konstanta) i $\{\neg t_i = t_j\} \vdash \Box\neg t_j = t_i$
  (neće se primijeniti u dokazu).

Sintaktično ograničenje apstrakata u definiciji 7.1.3 služi kako bi se ograničilo pravilo uv λ tako da ne omogući izvode apstrakata s matricom ϕ koja sadrži zatvorene podformule.

To je jedan (lagan) način kako bi se zapriječila neograničena necesitacija rečenica u sustavu, jer je Sobelov dokaz (jedini poznat) za $\forall X \forall x(Xx \rightarrow \Box Xx)$ (u [144, str. 253] i [145, str. 156–157]) ovisan o praznome uv λ, ili barem o uv λ koje ostavlja zatvorenu podformulu u dosegu λ djelatelja (u retku 5). Neograničena necesitacija zajedno s T daje modalno urušivanje sustava. Za druge načine zaprječivanja neograničene necesitacije usp. npr. Anderson [5], Hájek [60] i Fitting [36].

Ne mijenjamo Gödelove aksiome iz 1970. (sa Scottovim pojednostavnjenjem za Aksiom 7.4.3) zbog razloga koji se spominju na kraju odjeljka 7.3 i na početku odjeljka 7.4. Neka su objašnjenja dodana i u odjeljku 7.7.

7.3 Magariev i slični sustavi

Vrlo slabi Gödelovski ontologijski sustavi dopuštaju ne samo kontingentnosti nego i relativnost pozitivnosti, što povlači relativnost bogolika bića. Prema Gödelovu tumačenju "pozitivnosti" u "moralno estetskome smislu", relativnost pozitivnosti znači relativnost moralno-estetskih vrijednosti.

Vrlo slab Gödelovski ontologijski sustav jest sustav iz odjeljka 7.2 osnovan na K koji rabi tri Gödelova aksioma i jednu definiciju:

Aksiom 7.3.1 $\forall X \neg(\mathcal{P}X \leftrightarrow \mathcal{P}\neg X)$ *($\neg X$ je skraćeno za $\lambda x.\neg Xx$),*

Aksiom 7.3.2 $\forall X \forall Y((\mathcal{P}X \wedge \Box \forall x(Xx \rightarrow Yx)) \rightarrow \mathcal{P}Y)$,

Definicija 7.3.1 $Gx \leftrightarrow_{def} \forall X(\mathcal{P}X \rightarrow Xx)$,

Aksiom 7.3.3 $\mathcal{P}G$.

To je inačica sustava, izvorno osnovanoga na $S5$, što ga je predložio Magari [91], koji rabi $S5$. Nazovimo tu inačicu

MO_K, a Magariev izvorni sustav M_{S5}. Neka $X, Y, Z, \ldots = X^1, Y^1, Z^1, \ldots$.

U MO_K, $\Diamond\exists xGx$ je poučak (dokažljiv na sličan način kao u Gödelovu izvornome dokazu). Magari je tvrdio da se i $\Box\exists xGx$ može (semantički) dokazati, ali je Hájek [60] pokazao da Magarieva tvrdnja ne stoji za M_{S5} osim ako se doda novi aksiom:

Aksiom 7.3.4 $\forall X\forall Y((\mathcal{P}X \land X = Y) \to \mathcal{P}Y)$.

Tako je i u MO_K. Nazovimo sustav M_{S5} + aksiom 7.3.4 sustavom M^+_{S5}.

Možemo potpuno urušiti modalnosti sustava MO_K (i napustiti slobodnu logiku), urušavajući i modalnost u aksiomu 7.3.2 u MO_K, dobivajući tako

Aksiom 7.3.2′: $\forall X\forall Y((\mathcal{P}X \land \forall x(Xx \to Yx)) \to \mathcal{P}Y)$.

U tome sustavu, nazovimo ga jednostavno S, možemo dokazati Božju opstojnost u dokazu sličnu Hájekovu za M^+_{S5}:

Poučak 7.3.1 $\exists xGx$

Dokaz

1	$\mathcal{P}A$	pretpostavka
2	$\neg\exists xAx$	pretpostavka
3	$\forall x(Ax \to (Ax \lor Bx))$	tautol., uv $\forall$
4	$\mathcal{P}(\lambda x.Ax \lor Bx)$	3 aksiom 7.3.2′, uv λ
5	$(Aa \lor Ba) \to Ba$	red. ad abs. iz Aa, 2
6	$\forall x((Ax \lor Bx) \to Bx)$	5 uv $\forall$
7	$\mathcal{P}(\lambda x.Bx)$	4,6 aksiom 7.3.2′, uv λ
8	$\forall Y\mathcal{P}(\lambda x.Yx)$	7 uv $\forall$
9	$\mathcal{P}(\lambda x.\neg Bx)$	8 isklj $\forall$

10	$\mid\ \mid\ \neg\mathcal{P}(\lambda x.Bx)$	9, aksiom 7.3.1
11	$\mid\ \exists x Ax$	2–10 isklj $\neg$
12	$\mathcal{P}A \rightarrow \exists x Ax$	1–11 uv $\rightarrow$
13	$\forall X(\mathcal{P}X \rightarrow \exists x Xx)$	12 uv $\forall$
14	$\mathcal{P}G \rightarrow \exists x Gx$	13 isklj $\forall$
15	$\exists x Gx$	14 aks.7.3.3, isk. $\rightarrow$ $\dashv$

Dodajući sustavu S pravila za K, možemo dokazati $\Box\exists x\, Gx$, a dodajući sustavu S i pravila za D ili T, možemo dokazati $\Diamond\exists x Gx$ (kao što se lako može vidjeti).

Kako u ontologijskim modalnim logikama kao što su MO_K, M_{S5}, M^+_{S5} ili S, S_K itd., Gödelov aksiom $\forall X(\mathcal{P}X \rightarrow \Box\mathcal{P}X)$ nije uključen, neka bi svojstva mogla biti pozitivna u nekim svjetovima, a negativna u drugim svjetovima, i tako (prema definiciji priroka G) bogoliko biće, ako ga ima, može imati različita svojstva u različitim svjetovima. Također, moglo bi biti i više od jednoga bogolikoga bića, iako ne u jednome istome svijetu (usp. stavak 7.9.3, dokažljiv aksiomom 7.3.1 i definicijom 7.3.1).

Ovdje je primjer za relativnost pozitivnosti.

Primjer 7.3.1 (Relativizam) *Definiramo model M u kojem:*

1. $W = \{w_1, w_2\}$,
2. $R = W \times W$,
3. $D^0 = \{a, b, c\}$, $D^{\langle 0\rangle} \subseteq \wp(D^0)^W$, $D^{\langle\langle 0\rangle\rangle} \subseteq \wp(D^{\langle 0\rangle})^W$ *itd.*,
4. $Q(w_1) = \{a, b, c\}$, $Q(w_2) = \{a, b\}$,
5. $I(A, w_1) = \{a, b\}$, $I(A, w_2) = \varnothing$, $I(B, w_1) = \{b, c\}$, $I(B, w_2) = \{b\}$, $I(C, w_1) = I(C, w_2) = \{a\}$ *itd.* $I(\mathcal{P}, w_1) = \{I(A), I(B), I(F)\}$, $I(\mathcal{P}, w_2) = \{I(D), I(E), I(C)\}$, *itd.* D, E, F *imaju, redom, vrijednosti* $\neg A, \neg B, \neg C$.

U našem bi primjeru b bilo bogoliko u w_1, a a bi bilo bogoliko u w_2, jer bi samo ti predmeti mogli posjedovati sva pozitivna svojstva u svojim pripadnim svjetovima.

Hájekova analiza, posebice u [61], sadrži sljedeće zanimljive rezultate. Ima podsustava (analogno sustavima koji su razmatrani gore) koji su relativistički prema obziru na pozitivnost, ali dokazuju $\Box\exists xHx$ ('H' stoji za predefinirano 'G'). Takav je sustav AO_0', koji se dobiva popravkom Andersonove preinake (u [5]) Gödelova sustava (Anderson dopušta nerazlikovna, ni pozitivna ni negativna, svojstva). Hájekov daljnji popravak AOE_0' (za promjenljiva predmetna područja) dokazuje $\Box\exists xHx$ i također poučak koji odgovara aksiomu $\forall X(\mathcal{P}X \to \Box\mathcal{P}X)$, ali za predefiniranu pozitivnost $P^\sharp$. Zanimljivo, Andersonov je podsustav prvih triju aksioma, kako je predstavljen u Hájeka [61, 60], nerelativistički, jer dopušta dedukciju stavka $\forall X(\mathcal{P}X \to \Box\mathcal{P}X)$ (i također dokazuje $\Box\exists xHx$).

Naš je smjer donekle sličan Hájekovu u [60], gdje on uvodi "opreznu sadržajnu shemu" (*comprehension scheme*). Umjesto dopuštanja nerazlikovnih svojstava, mi neka "nenaravna svojstva" uopće ne ubrajamo u svojstva (ograničenjem u onome što se ubraja u λ-apstrakte). Želimo predočiti bogoliko biće kao "savršeno" biće koje je "čisto" dobro i "svemoguće" u smislu da posjeduje samo pozitivna i čak ne nerazlikovna svojstva, te povlači samo pozitivne posljedice. Stoga zadržavamo aksiom 3.1 jer isključuje svojstva koja su nerazlikovna prema obziru na pozitivnost i jer omogućuje dokaz stavka 7.9.2 (vidi Dodatak). Zadržavamo i aksiom 3.2, prema kojem Bog ne bi imao drugih posljedica osim pozitivnih.

7.4 Gödelovski ontologijski KB-sustav

Želimo li izbjeći relativizam vrijednosti i shvatiti Boga kao apsolutno savršeno biće, možemo dodati ostatak Gödelovih aksioma i definicija. Kako bismo osigurali opstojnost bogolika bića, uvodimo KB-sustav O_{KB} (o porabi B-sustava usp. Adams [2, str. 391 bilj. e] [3, str. 40-46] i Sobel [145, str. 151–152]):

Aksiom 7.4.1 [*=7.3.1*] $\forall X \neg(\mathcal{P}X \leftrightarrow \mathcal{P}\neg X)$,

Aksiom 7.4.2 [*=7.3.2*] $\forall X \forall Y((\mathcal{P}X \wedge \Box\forall x(Xx \rightarrow Yx)) \rightarrow \mathcal{P}Y)$,

Definicija 7.4.1 (Bog) [*= 7.3.1*] $Gx \leftrightarrow_{def} \forall X(\mathcal{P}X \rightarrow Xx)$,

Aksiom 7.4.3 [*= 7.3.3*] $\mathcal{P}G$,

Aksiom 7.4.4 $\forall X(\mathcal{P}X \rightarrow \Box\mathcal{P}X)$,

Definicija 7.4.2 (Bit)
$\mathcal{E}\!\int\!\!\int(X, x) \leftrightarrow_{def} (Xx \wedge \forall Y(Yx \rightarrow \Box\forall y(Xy \rightarrow Yy)))$,

Definicija 7.4.3 (Nužna opstojnost)
$Nx \leftrightarrow_{def} \forall Y(\mathcal{E}\!\int\!\!\int(Y, x) \rightarrow \Box\exists xYx)$,

Aksiom 7.4.5 $\mathcal{P}N$.

Ovdje su neki stavci dokažljivi na način koji odgovara Gödelovu izvornomu ontologijskomu dokazu (ali uzimljući u obzir KB-pravila i pravila slobodne logike za pokoličavanje prvoga reda). Dokazi su tih stavaka najvećma sadržani u Dodatku (odjeljak 7.9).

Stavak 7.4.1 [*=7.9.1*] $\mathcal{P}(\lambda x.x = x)$.

Poučak 7.4.1 [*=7.9.1*] $\forall X(\mathcal{P}X \rightarrow \Diamond\exists xXx)$.

Korolarij 7.4.1 $\Diamond\exists xGx$ [*=7.9.1*].

Lako se može vidjeti da taj korolarij čini sustav O_{KB} D-sustavom.

STAVAK 7.4.2 [*=7.9.2*] $\forall x(Gx \to \forall X(Xx \to \mathcal{P}X))$.

NAPOMENA 7.4.1 [*=7.9.1*] $\forall X(\neg\mathcal{P}X \to \Box\neg\mathcal{P}X)$.

POUČAK 7.4.2 [*=7.9.2*] $\forall x(Gx \to \mathcal{E}\!\int\!\!\int(G, x))$.

POUČAK 7.4.3 [*=7.9.3*] $\exists xGx \to \Box\exists xGx$.

Glavni su poučci $\Box\exists yGy$ i $\exists yGy$:

POUČAK 7.4.4 $\exists xGx$

DOKAZ

1	$\Diamond\exists xGx$	kor. 7.9.1
2	$\mid\ \neg\exists xGx$	pretpostavka
3	$\mid\ \Box \mid\ \mid\ \exists xGx$	(1) pretpostavka
4	$\mid\ \ \ \mid\ \mid\ \Box\exists xGx$	3 poučak 7.9.3 isklj $\to$
5	$\mid\ \ \ \mid\ \mid\ \neg\Box\exists xGx$	2 B-op
7	$\mid\ \bot$	1,3-5 isklj $\Diamond$
8	$\exists xGx$	2-8 isklj $\neg$ $\dashv$

POUČAK 7.4.5 $\Box\exists xGx$

DOKAZ Slijedi iz poučaka 7.9.3 i 7.4.4. $\dashv$

Relativizam je isključen poučcima o istovjetnosti bogolika bića kroz svjetove i unutar svakoga svijeta. Za aspekt "unutar", usp. stavak 7.9.3 Dodatka.

POUČAK 7.4.6 (BOŽJA ISTOVJETNOST KROZ SVJETOVE)
$\forall x\,(Gx \to \Box Gx)$

Dokaz

1	Ea	pretpostavka
2	$\quad Ga$	pretpostavka
3	$\quad a = a$	$=$ uv
4	$\quad (\lambda x.x = a)a$	3 uv λ
5	$\quad Ga \to ((\lambda x.x = a)a \to \mathcal{P}(\lambda x.x = a))$	2, stav. 7.9.2, isklj $\forall$
6	$\quad \mathcal{P}(\lambda x.x = a)$	2,4,5 isklj $\to$
7	$\quad \Box\mathcal{P}(\lambda x.x = a)$	6 aksiom 7.4.4
8	$\quad \Box \mid \exists x Gx$	poučak 7.4.4
9	$\qquad\quad Gb \wedge Eb$	pretpostavka
10	$\qquad\quad \mathcal{P}(\lambda x.x = a)$	7 K-op
11	$\qquad\quad \mathcal{P}(\lambda x.x = a) \to (\lambda x.x = a)b$	9, D.7.4.1,isklj $\forall$, $\to$
12	$\qquad\quad (\lambda x.x = a)b$	10,11 isklj $\to$
13	$\qquad\quad b = a$	12 isklj λ
14	$\qquad\quad Ga$	9,13 isklj $=$
15	$\qquad Ga$	8, 9–14 isklj $\exists$
16	$\quad \Box Ga$	8–15 uv $\Box$
17	$Ga \to \Box Ga$	2–16 uv $\to$
18	$\forall x(Gx \to \Box Gx)$	1–17 uv $\forall$ $\dashv$

Za samoga bi Gödela moglo izgledati besmislenim dokazivati istovjetnost bogolika bića kroz svjetove, jer on nije upotrebljavao pokoličavanje prvoga reda u modalni kontekst.

Spomenimo i da je “opstojnost” pozitivno svojstvo jer je $(\lambda x.\exists y\, y = x)$ dokažljivo u tako preinačenom O_{KB}-sustavu iz pozitivnoga svojstva $(\lambda x.x = x)$ (usp. stavak 7.9.1).

Sustav O_{KB} sadrži, kao svoj dio, modalno urušivanje pozitivnostī. Prvo, u O_{KB} možemo dokazati količidbeni poučak T za pozitivnosti:

Stavak 7.4.3 (Pozitivnosno T) $\forall X(\Box\mathcal{P}X \to \mathcal{P}X)$

Dokaz

1	$\Box\mathcal{P}A$	pretpostavka
2	$\neg\mathcal{P}A$	pretpostavka
3	$\Box\neg\mathcal{P}A$	2 napomena 7.9.1
4	$\Diamond\exists xGx$	kor. 7.9.1
5	$\Box$ $\exists xGx$	pretpostavka
6	$\neg\mathcal{P}A$	3 K-op
7	$\mathcal{P}A$	1 K-op
8	$\bot$	4,5–7 *isklj*$\Diamond$
9	PA	2–8 isklj $\neg$
10	$\Box\mathcal{P}A \to \mathcal{P}A$	1–9 uv $\to$
11	$\forall X(\Box\mathcal{P}X \to \mathcal{P}X)$	10 uv $\forall$ $\dashv$

Sada u O_{KB} slijedi modalno urušivanje za pozitivna svojstva:

Stavak 7.4.4 (Modalno urušivanje pozitivnosti) $\forall X\,(\mathcal{P}X \leftrightarrow \Box\mathcal{P}X)$

Dokaz Aksiom 7.4.4 dokazuje smjer slijeva nadesno. Stavak 7.4.3 dokazuje smjer zdesna nalijevo. $\dashv$

O_{KB}, kao i bilo koja gödelovska ontologijska logika bez općega modalnoga urušivanja ali s Gödelovim aksiomima i definicijama neizmijenjenima, sadrži uz logiku kontingentnostī i logiku nepromjenljivih pozitivnosti. Filozofijski u tome prepoznajemo dva platonska "svijeta": "svijet" nepromjenljivih (vječnih) vrijednosti i "svijet" kontingentnih pojava. Jedna je svrha oslabljivanja ontologijskih sustava upravo bila vidjeti koliko bi kontingentnosti ontologija mogla sadržavati tako da, istodobno, još uvijek ostane zasnovana na nepromjenljivim vrijednostima i na apsolutnome biću.

Bez znatnih promjena u dokazu možemo dokazati i opstojnost, kao i nužnu opstojnost, bogolikoga para, trojke itd., primjenjujući, odgovarajući tomu, pojam "pozitivnosti" na (n-mjesne) relacije. To bi moglo biti u skladu s teologijskim i filozofijskim razmatranjima o mnoštvenosti jednoga Boga (usp. npr. biblijsku množinu *elohim* za Boga, nauk o trojedinstvenome Bogu, itd.).

7.5 Pouzdanost sustavā O_{KB} i MO_K

POUČAK 7.5.1 *O_{KB} je pouzdan prema obziru na razred C općih simetričnih modela s promjenljivim predmetnim područjima i s dodatnim uvjetima za funkciju I definicije 7.1.4 u pododjeljku 7.1.2. Tj., ako $\Gamma \vdash_{O_{KB}} \phi$, onda $\Gamma \models_C \phi$.*

DOKAZ Dokaz se može dati matematičkom indukcijom s izvodnim pravilima i aksiomima kao slučajima. Zaustavimo se samo na Gödelovim aksiomima, koji su pouzdani zahvaljujući pojmu "pozitivnosti" kao modalnoga ultrafiltera u modelu.

- $\forall X\, \neg(\mathcal{P}X \leftrightarrow \mathcal{P}\neg X)$. Valjanost u C slijedi izravno iz definicije modalnoga ultrafiltera (def. 7.1.5, uvjet 4), jer ako $[\![X]\!]^M_v = d^{\langle 0\rangle}$, onda $[\![\neg X]\!]^M_v = \overline{d}^{\langle 0\rangle}$.
- $\forall X \forall Y\, ((\mathcal{P}X \wedge \Box \forall x(Xx \to Yx)) \to \mathcal{P}Y)$. Valjanost u C slijedi izravno iz definicije 7.1.5, uvjet 3, s d^0_i kao vrijednošću za X i d^0_j kao vrijednošću za Y.
- $\mathcal{P}G$. Prema def. 7.4.1, za svaki w, $[\![G]\!]^M_v(w)$ je prijesjek vrijednosti u w svih pozitivnih svojstava. Kako je pozitivnost modalni ultrafilter, koji je zatvoren pod

prijesjekom na način definiran u def. 7.1.5 (uvjet 2), G je pozitivno.

To je dostatno za dokaz pouzdanosti sustava MO_K prema obziru na razred $C' = C$ bez dodatnih uvjeta definicije 7.1.4 modela i s odgovarajućim odnosom dostupnosti. Kako bismo dokazali pouzdanost sustava O_{KB} prema obziru na C, dodajemo još dva uvjeta:

- $\forall X\,(\mathcal{P}X \rightarrow \Box\mathcal{P}X)$. Prema definiciji 7.1.4 (treći dodatni uvjet), $I(\mathcal{P}, w)$ je invarijantno pri prijelazu iz svijeta u svijet.
- $\mathcal{P}N$. Valjanost u C toga aksioma slijedi neposredno iz definicija 7.1.4 (treći dodatni uvjet). $\dashv$

7.6 Potpunost sustavā O_{KB} i MO_K

Potpunost sustava O_{KB} prema obziru na razred C općih simetričnih modela s promjenljivim predmetnim područjima sličan je dokazu potpunosti u Gallina [44, str. 74–75, 25–30] i prilagođen je za promjenljiva predmetna područja i za sustav KB (usp. i Menzelov dokaz potpunosti za modalnu logiku prvoga reda u [94, str. 364–370] i Garsonov nacrt u [46, str. 292–233]). Dokaz se služi kanonskim modelom da bi se dokazala zadovoljivost suvislih skupova. Dajemo samo karakteristične pojedinosti i preinake. Zbog jednostavnosti, rabimo definirani količitelj $\exists$.

Bitni su pojmovi zasićena skupa, relativne suvislosti i relativne j-suvislosti.

Definicija 7.6.1 (Zasićen skup) *Skup w_i rečenica jest zasićen akko*
1. w_i jest O_{KB}-suvislo,
2. za svaku rečenicu ϕ, $\phi \in w_i$ ili $\neg\phi \in w_i$ (maksimalnost),
3. za svaku formulu $\phi(\alpha^\tau)$ gdje je α^τ jedina slobodna varijabla, ako $\exists\alpha^\tau\phi \in w_i$ onda za neku konstantu κ^τ, $\{\phi(\kappa^\tau/\alpha^\tau),$

$E\kappa^\tau\} \subseteq w_i$ ako $\tau = 0$, i $\phi(\kappa^\tau/\alpha^\tau) \in w_i$ ako $\tau \neq 0$ (ω-potpunost),
4. za svaku rečenicu ϕ, ako $\Diamond\phi \in w_i$, onda za neko j, $\phi \in w_j$.

Preinačujemo Gallinovu definiciju relativne j-suvislosti da bi definicija odgovarala KB-sustavima. Pritom, '$\wedge\Delta$' jest skraćeno za konjunkciju svih članova skupa Δ.

Definicija 7.6.2 (Relativna O_{KB}-suvislost) *Niz $W = \langle w_0, w_1, \ldots\rangle$ je relativno O_{KB}-suvisao akko, kadgod $\Diamond\phi \in w_i$ za neku formulu ϕ, onda je $\Diamond w_i$ O_{KB}-suvisao.*

Definicija 7.6.3 (Relativna j-O_{KB}-suvislost) *Rečenica ϕ je relativno j-O_{KB}-suvisla s nizom $W = \langle w_0, w_1, \ldots\rangle$ akko W', gdje $w'_j = w_j \cup \{\phi\}$ i za svaki $i \neq j$, $w'_i = w_i$, jest relativno O_{KB}-suvisao.*

Nadalje, izgrađujemo, slijedeći Gallina, niz $W = \langle w_0, w_1, \ldots\rangle$ zasićenih skupova. Počinjemo od nekoga O_{KB}-suvisla skupa w. Za gradnju trebamo, za svaki τ, beskonačno mnogo novih konstanata κ^τ (u nekom poretku) koje se ne javljaju u w. j je donja oznaka za neki skup w_j formula u nekome nizu skupova formula. k je gornja oznaka za niz W^k skupova formula. Svaki se član niza W^k dodatno može obilježiti gornjom oznakom k (w^k_j). $w = w^0_0$, a svaki je drugi skup w^0_j u nizu W^0 prazan. Inače, W^{k+1} je niz koji se dobije iz W^k dodavanjem formule ϕ^k (formula k-toga uređenoga para $\langle\phi^k, j\rangle_k$, $k > 0$), skupu w^k_j niza W^k. A ϕ^k se dodaje skupu w^k_j akko je ϕ^k relativno j-O_{KB}-suvislo s W^k.

Napose, lagano preinačujemo Gallinovu gradnju u slučaju gdje $\phi^k = \exists\alpha^\tau\psi$. Tada za $\tau = 0$, $w^{k+1}_j = w^k_j \cup \{\phi^k, \psi(\kappa^0/\alpha^0), E\kappa^0\}$, za $\tau \neq 0$, $w^{k+1}_j = w^k_j \cup \{\phi^k, \psi(\kappa^\tau/\alpha^\tau)\}$, i u obama je slučajima κ^τ prva konstanta tipa τ nova u W^k i u ψ. Za svaki W^k ima beskonačno mnogo praznih skupova w_j. Sada, W je niz $\langle w_0, w_1, \ldots\rangle$ takav da za svaki i, $w_i = \bigcup_k w^k_i$.

Tijekom se dokaza stavak da je svaki niz W^k relativno O_{KB}-suvisao, dokazuje matematičkom indukcijom.

W^0 je relativno O_{KB}-suvisao. To se dokazuje na sljedeći način. Neka $\Diamond\chi \in w_0^0$, i neka je $\Diamond w_0^0$ O_{KB}-nesuvisao. To znači da je neki konačan $\Diamond\Gamma \subseteq \Diamond w_0^0$ O_{KB}-nesuvisao. No tada je i $\{\chi, \Diamond\Gamma)$ O_{KB}-nesuvisao skup. Slijedi da je i $\{\Diamond\chi, \wedge\Gamma\}$ O_{KB}-nesuvislo (prema pravilu za isključenje $\Diamond$). No, $\{\Diamond\chi\} \cup \Gamma \subseteq w_0^0$, a w_0^0 je, kako je rečeno, O_{KB}-suvisao skup. Evo i sheme toga dokaza, gdje umjesto Γ stoji $\wedge\Gamma$:

1	$\Diamond\chi$	pretpostavka
2	$\wedge\Gamma$	pretpostavka
3	$\Box$ | | χ	pretpostavka
4	| | $\Diamond\wedge\Gamma$	B-opetovanje
5	| | $\perp$	4
6	$\perp$	1, 3–5 isklj $\Diamond$

U dokazu induktivnoga koraka, zaustavljamo se samo na slučaju u kojem se $\phi^k = \exists\alpha^\tau\psi$ dodaje nekomu w_j iz niza W^k, proizvodeći tako niz W^{k+1}, na pretpostavci da je $\exists\alpha^\tau\psi$ relativno j-O_{KB}-suvislo s W^k. Uzimljemo da vrijedi induktivna hipoteza prema kojoj je W^k relativno O_{KB} suvislo. Dokazujemo da je niz W^{k+1} također relativno O_{KB} suvisao.

Slijedi da je W^{k+1} kao i W^k, osim što za $\tau = 0$,

$$w_j^{k+1} = w_j^k \cup \{\exists\alpha^0\psi, \psi(\kappa^0/\alpha^0), E\kappa^0\}$$

i za $\tau \neq 0$,

$$w_j^{k+1} = w_j^k \cup \{\exists\alpha^\tau\psi, \psi(\kappa^\tau/\alpha^\tau)\}.$$

U obama je slučajima κ^τ prva nova konstanta.

Pretpostavimo sada da W^{k+1} nije relativno O_{KB}-suvislo. Tada, za neki n, neki $\Diamond\chi \in w_n^{k+1}$, a za neki konačan skup $\Gamma_n^{k+1} \subseteq w_n^{k+1}$ vrijedi da je $\Diamond \wedge (\Gamma_n^{k+1})$ O_{KB}-nesuvislo.

Dajemo dokaz za slučaj pokoličavanja prvoga reda. Neka $n \neq j$, ili, ako $n = j$, onda $\exists\alpha^0\psi, \psi(\kappa^0/\alpha^0), E\kappa^0 \notin \Gamma_j^{k+1}$. Vrijedi da $\Gamma_n^{k+1} = \Gamma_n^k$, i stoga da je Γ_n^{k+1} O_{KB}-suvisao.

Slijedi da je za neki $\Diamond\chi \in w_j^{k+1}$ i za neki konačan skup $\Gamma \subseteq w_j^{k+1}$,

$$\Diamond(\wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi \wedge \psi(\kappa/\alpha) \wedge E\kappa)$$

O_{KB}-nesuvislo.

Dakle je $\Diamond\chi \wedge \wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi \wedge \psi(\kappa/\alpha) \wedge E\kappa$ O_{KB}-nesuvislo,
stoga $\{\Diamond\chi \wedge \wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi\} \vdash_{O_{KB}} \neg(\psi(\kappa/\alpha) \wedge E\kappa)$,
stoga $\{\Diamond\chi \wedge \wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi\} \vdash_{O_{KB}} \neg\psi(\kappa/\alpha) \vee \neg E\kappa$,
stoga $\{\Diamond\chi \wedge \wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi\} \vdash_{O_{KB}} \forall\alpha\,\neg\psi$ (uv $\forall$),
stoga $\{\Diamond\chi \wedge \wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi\} \vdash_{O_{KB}} \neg\exists\alpha\,\psi$,
dakle je $\Diamond\chi \wedge \wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi$ O_{KB}-nesuvislo,
slijedi da je W^{k+1} relativno O_{KB}-nesuvislo,
prema tome je $\exists\alpha\,\psi$ j-O_{KB}-nesuvislo s W^k,
nasuprot pretpostavci da je $\exists\alpha^\tau\,\psi$ relativno j-O_{KB}-suvislo s W^k.

Shematski se taj dokaz može prikazati slično dokazu osnovice:

1	$\Diamond\chi$	pretpostavka
2	$\wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi \wedge \psi(\kappa/\alpha) \wedge E\kappa$	pretpostavka
3	$\Box$ χ	pretpostavka
4	$\Diamond(\wedge\Gamma \wedge \exists\alpha\,\psi \wedge \psi(\kappa/\alpha) \wedge E\kappa)$	B-opetovanje
5	$\bot$	4
6	$\bot$	1, 3–5 isklj $\Diamond$

Za slučaj pokoličavanja drugoga reda ne dodaje se $E\kappa^\tau$.

U ostatku dokaza nema važnijih promjena osim što je kanonski model, prema prethodno opisanoj semantici, 5-torka $\langle W, R, H, Q, I\rangle$ (I s dodatnim uvjetima definicije 7.1.4). Zatim se dokazuje da je W relativno O_{KB}-suvisao, da je svaki

w_j u W zasićen i da za kanonski model M^C, $M^C, w \models \phi$ akko $\phi \in w$.

Uzmimo npr. da $\phi = \forall \alpha^\tau \psi$. (i) Neka $\forall \alpha^\tau \psi \in w$. Slijedi da za bilo koji κ^τ takav da $E\kappa^\tau \in w$, $\psi(\kappa^\tau/\alpha^\tau) \in w$ (isklj $\forall$, maksimalna O_{KB}-suvislost w). Stoga, ako $M, w \models E\kappa^\tau$, onda $M, w \models \psi(\kappa^\tau/\alpha^\tau)$ (induktivna hipoteza), i odatle, za svaki istovrijednosni skup $[\kappa^\tau] \in Q(w)$ i za svako vrjednovanje varijabla v, $M, w \models_{v[[\kappa^\tau]/\alpha^\tau]} \phi$. Dakle, $M, w \models \forall \alpha^\tau \phi$. (ii) Neka $\forall \alpha^\tau \psi \notin w$. Slijedi da $\neg \forall \alpha^\tau \psi \in w$, i tada, da $\exists \alpha^\tau \neg \psi \in w$. Stoga, za neki κ^τ, $\neg \psi(\kappa^\tau/\alpha^\tau), E\kappa^\tau \in w$ (ω-potpunost). Tako, $\psi(\kappa^\tau/\alpha^\tau) \notin w$ (O_{KB}-suvislost skupa w). Prema tome, $M, w \models E\kappa^\tau$ i $M, w \not\models \psi(\kappa^\tau/\alpha^\tau)$ (ind. hip.). Dakle, $M, w \not\models \forall \alpha^\tau \phi$.

Sada slijedi stavak da, ako je skup rečenica O_{KB}-suvisao, onda je i zadovoljiv u razredu C simetričnih gödelovskih ontologijskih modela s promjenljivim predmetnim područjima. Time je dokazan poučak o potpunosti za O_{KB}:

Poučak 7.6.1 *O_{KB} je potpun prema obziru na razred C općih simetričnih modela s promjenljivim i s dodatnim uvjetima za funkciju I definicije 7.1.4 u pododjeljku 7.1.2. Tj. ako $\Gamma \models_C \phi$, onda $\Gamma \vdash_{O_{KB}} \phi$.*

U dokazu potpunosti za MO_K, prema obziru na razred C' modela (bez dodatnih uvjeta za I), pojam je relativne suvislosti jednostavan:

Definicija 7.6.4 (Relativna MO_K-suvislost) *Niz je $W = \langle w_0, w_1, \ldots \rangle$ relativno MO_K-suvisao akko je za svaki j svaki konačan skup $\Gamma_j \subseteq w_j$ MO_K-suvisao.*

7.7 Značenje "pozitivnosti"

Značenje se "pozitivnosti" može shvatiti na nekoliko načina. Ponajprije, kako je već spomenuto i kako je predložio

Gödel [50, str. 404], "pozitivnost" se može shvatiti u moralno-estetskome smislu, a pozitivna svojstva kao moralnoestetske vrijednosti. Podlogika je pozitivnosti (s modalnim urušivanjem) tako logika nepromjenljivih (apsolutnih) moralno-estetskih vrijednosti. Moralno-estetska interpretacija, međutim, kako smo vidjeli, ne zahtijeva sve aksiome sustava O_{KB}, npr., može se napustiti aksiom 7.4.4 ali se time uvodi moralni relativizam.

Drugo, značenje se "pozitivnosti" može odrediti i na logičko-ontologijski ("atributivan") način (kako je također predložio Gödel na kraju svojih bilježaka iz 1970. [50, str. 404]). "Pozitivnost" sada znači "čistu 'atribuciju' ", koja je sintaktički određena kao predočavanje disjunktivnim normalnim oblikom "u terminima elementarnih svojstava" imajući kao svoga člana konjunkciju koja ne sadrži nijek [50, str. 404, bilj. 4]. Nema mogućnosti za relativizam u tome pristupu jer ta interpretacija traži sve aksiome sustava O_{KB}, uključujući aksiom 7.4.4.

Ako Gödelov ontologijski dokaz analiziramo na pozadini njegovih filozofijskih razmišljanja (posebice u [158, str. 105–108, 308–318], u [48] i [50, str. 429–437]), čini se da možemo " pozitivnost" shvatiti iz onoga što Gödel zove "značenje svijeta". Gödel shvaća "značenje svijeta" kao "odvojenost želje i činjenice", ili sile i činjenice, i kao ukidanje te odvojenosti u "jedinstvu" sile i činjenice (tj. u "ispunjenoj želji"). Sada, u moralno-estetskoj interpretaciji, pozitivnost bi bila moralno-estetska želja, a oprimjereno bi pozitivno svojstvo bilo ispunjena (moralno-estetska) želja. U logičko-ontologijskoj bi interpretaciji pozitivnost bila sila bitka ("potvrda bitka" [50, str. 433]), a oprimjereno bi pozitivno svojstvo bilo ostvarenje te sile. Stoga Gödelove aksiome možemo interpretirati kao da opisuju odvojenost sile (želje) i činjenice, te silu pozitivnosti da se ta odvojenost ukine. Takva bi interpretacija, i metodologijski, bila u skladu s Gödelovim fenomenologijskim pogledom u filozofiji, osnovanom na "zamjećivanju" pojmova.[4]

Prema tome, aksiom 7.4.1 tvrdi odvojenost pozitivnoga i negativnoga, tj. sile (želje) i činjenice, odvajajući ono što je moralno-estetski dobro, od onoga što nije, ili odvajajući ono što je potvrdno za bitak od onoga što nije potvrdno. Aksiomi 7.4.2 i 7.4.3 izražuju domet (polje) sile pozitivnosti: pozitivna svojstva "uzrokuju" pozitivnost svojih posljedica i prijesjeka, a aksiom 7.4.4 izražuje očuvanje pozitivnosti nekoga svojstva u svim dostupnim svjetovima. *Mogućnost* posebnih pozitivnih svojstava (poučak 7.9.1) i pozitivnosti kao cjeline (tj. bogolika bića) (kor. 7.9.1) jest "slabo" jedinstvo sile i činjenice.[5] Snaga za konačno ukidanje odvojenosti leži u pozitivnosti "nužne opstojnosti" (aksiom 7.4.5), koja pozitivnost "uzrokuje" da mogućnost bogolika bića postane nužnošću. U konačnoj činjenici da bogoliko biće nužno opstoji, imamo konačno i maksimalno "jedinstvo" "želje" i "činjenice" (usp. Gödelovo "načelo maksimuma za ispunjenje želja" u [158, str. 312]).

Zanimljivo je da je u Gödelovu ontologijskome sustavu iz 1970. disjunktivno svojstvo "biti bogolik ili vragolik", recimo $(\lambda x.Gx \vee Dx)$, pozitivno (kako primjećuje Hájek [61]), jer je to svojstvo posljedica svojstva "biti bogolik", koje je sámo pozitivno. Mislim da se ta unekoliko zapanjujuća činjenica Gödelova sustava može opravdati u samome sustavu, jer je u tom sustavu "pozitivnost" logički (kao i ontologijski) jača nego "negativnost", u sljedećem smislu. "Pozitivnost" je, a ne "negativnost", nužno oprimjerena (jer može biti svijeta u kojem opstoji jedino bogoliko biće). Nadalje, ako definiramo "vragoliko" kao $Dx \leftrightarrow_{def} \forall X(\neg \mathcal{P}X \rightarrow Xx)$, onda "vragoliko" biće ne može čak ni opstojati ako

[4] O Gödelovoj fenomenologiji u njegovim filozofijskim pogledima usp. npr. H. Wang [158, str. 80–81, 164–172, 287–322], D. Føllesdal [38] i R. Tieszen [155].

[5] Prema Wangu, Gödel kaže da je "mogućnost sinteza bitka i nebitka" i da je to "oslabljen oblik bitka" [158, str. 313].

ne sudjeluje u pozitivnome svojstvu (opstojnosti i samoistovjetnosti), dok bogoliko biće (u Gödelovu sustavu) ni na koji način ne posjeduje ili treba posjedovati ijedno nepozitivno svojstvo. Takodjer, pozitivnost ima "silu" zatvaranja nad svojim posljedicama (aksiom 7.4.2), dok "negativnost" nema s time usporedive sile i može čak imati pozitivnih posljedica, jer su i $\mathcal{P}Y \rightarrow \mathcal{P}(\neg X \vee Y)$ i $\Box\forall X\forall Y(\neg Xx \rightarrow (\neg Xx \vee Yx))$ (gdje bi moglo vrijediti i $\mathcal{P}X$) poučci Gödelova ontologijskoga sustava. Odgovarajući tomu, za Gödela, u formuli u disjunktivnome normalnome obliku, barem jedan član koji ne sadrži nijek, dostaje za to da formula bude pozitivna [50, str. 404 bilj. 4]. Dakle, u Gödelovu sustavu iz 1970. nalazimo neravnotežu između pozitivnosti i negativnosti u prilog "pozitivnosti", a stoga i između "bogolik" i "vragolik" u prilog "bogolik". Ta neravnoteža čini disjunkciju pozitivnoga i negativnoga svojstva pozitivnom. Hájek u [61] ide drugim smjerom i prikazuje sustav gdje, umjesto Gödelovih aksioma 7.4.1 i 7.4.2, uvodi jedini, novi aksiom koji je u skladu s nekim Gödelovim napomenama uz jednu drugu inačicu ontologijskoga dokaza.

Može se predložiti i vrsta vremene interpretacije gödelovskoga ontologijskoga sustava. Zanimljivo, ako se modalnost interpretira kao dostupnost u vremenu, sustav O_{KB} uključuje mogućnost putovanja u vremenu (zbog poučka B), ali ne dopušta svojevoljno putovanje kroz vrijeme (npr. nema opće prijelaznosti u vremenu). Gödel drži pitanje putovanja u vremenu fizikalno neodlučljivim, ali filozofijski razlozi govore, prema Gödelu, za mogućnost putovanja u vremenu (npr. [51, str. 206–207]). Spomenimo da $S4.2$, sustav što ga je za relativističko vrijeme predložio Goldblatt [58, str. 45-46], isključuje putovanje u vremenu i, čini se, ne dopušta ontologijski dokaz. U O_{KB}, za područje pozitivnostī (npr. područje pozitivnih moralno-estetskih vrijednosti) doista nema vremena zbog modalnoga urušivanja u tome dijelu sustava – ima samo "vječnih" pozitivnih vrijednosti. Napokon, puno modalno urušivanje[6], kao ono što se namjerava Gödelovim sustavom (usp. [50, str. 435]), u potpunosti se slaže s Gödelovom kozmologijom, gdje nema objektivna "protjeka vremena" (vrijeme je samo "subjektivno" [51, 53]).[7]

7.8 Unaprjeđenje Kantove moralne teologije?

Ono što je možda sam Gödel mogao imati na umu sa svojim ontologijskim dokazom, jest ispraviti nešto što je smatrao nesuvislošću u Kantovoj filozofiji:

> Njegova [tj. Kantova] epistemologija dokazuje da Bog, i tako dalje, nemaju objektivno značenje; oni su čisto subjektivni, i krivo je tumačiti ih kao objektivne. Ipak, on kaže da smo obvezni prihvatiti ih, jer nas navode da činimo našu dužnost prema našim bližnjim ljudskim bićima. No, nečija je dužnost također ne prihvatiti stvari koje su čisto subjektivne.[8]

Prema Gödelu, Kant postulira (na moralnim temeljima) Božju opstojnost, koju prethodno, u svojoj "epistemologiji", nije prihvatio (zbog pogrješke koju je vidio u ontologijskome argumentu). Možemo ostaviti po strani je li ta primjedba pravedna prema Kantu. Samo spominjemo da

[6] Usp. odjeljak 6.8 u prethodnome poglavlju, str. 102–103.

[7] Prema spomenutoj Gödelovoj bilješci ([50, str. 435], vjerojatno iz 1954.-1955., v. [2, str. 388–389]), Gödel drži "lošim putem" (*der schlechte Weg*) dokazivanje Božje opstojnosti iz $\phi(x) \to \Box\phi(x)$ (koje bi opet slijedilo iz biti x), te tvrdi da će tek iz Božje opstojnosti slijediti $\phi(x) \to \Box\phi(x)$, tj. modalno urušivanje. Taj je potonji dokaz (polazeći od nužne Božje opstojnosti) dao Sobel 1987., i to u okviru Gödelova sustava iz 1970. [144, str. 253] [145, str. 156–157]. Sobel dopušta "da je Gödel mogao biti svjestan" modalnoga kolapsa u svome sustavu i time "ne biti uznemiren" (nova neobj. inačica knjige *Logic and Theism*, 2004., pogl. IV, bilj. 22). Prvi je pak dokaz (Božje opstojnosti), prema Sobelu, neodrživ jer Sobel pokazuje da iz biti x ne slijedi $\phi(x) \to \Box\phi(x)$, nego samo $\phi(x) \to \Box(E!x \to \phi(x))$, gdje '$E!x$' znači '$x$ opstoji' (osobna komunikacija, veljača, 2004., i upravo citirana bilješka 22).

[8] Citirano u Wanga u [158, str. 171-172].

je $KD45$-sustav što ga (uz druge sustave) analizira Hájek [60, str. 133-134], čini se, vrlo bliza formalizacija tipa moralne teologije koju, na primjer, predlaže Kant, i da nam taj sustav pokazuje da takva moralna teologija ne treba biti nesuvisla, kako je uzimao Gödel.

Ono što je Gödel htio pokazati, u razlici spram Kanta, jest sukladnost epistemologijske perspektive s moralnom, u smislu da moralni temelj Božje opstojnosti treba imati i teorijsko (epistemologijsko i ontologijsko) opravdanje. Važno je ovdje zabilježiti da Gödel nije bio zadovoljan Kantovim dualizmom osjetilne zamjedbe i pojmovnoga mišljenja (usp. [158, str. 164–165]), i da je predlagao vrstu pojmovnoga realizma (možda najbolje izloženoga u njegovu *Gibbsovu predavanju* [52]).

Prema Kantu, nema zaključka kojim se zaključuje da Bog opstoji (*Kritika praktičnoga uma* [69, str. 250]), nema teorijskoga znanja o Božjoj opstojnosti. Kant je mogao samo htjeti pokazati da na temelju moralnoga zakona "*hoću* da Bog ... opstoji" (*Krit. prakt. u.* [69, str. 258]). Kant je zahtijevao Božju opstojnost (te slobodu i besmrtnost) kao jedini način kako moralan čin učiniti uopće smislenim – jer jedino Bog može biti uzrok "najvišega dobra", tj. jedinstva moralnosti i sreće.

Prema Kantu, Bog uistinu ima "objektivnu stvarnost", ali samo prema obziru na moralni zakon i na "najviše dobro" – kao predmet naše volje. Kant je prihvatio u svojoj moralnoj filozofiji (koja je za nj prava metafizika) objektivnost moralnih pojmova, govorio je o "inteligibilnome svijetu", i čak o "praktičnome znanju", ali ih je strogo razlikovao od teorijskoga, tj. empirijskoga znanja.

> Moralnost uistinu ne zahtijeva da se sloboda razumije, nego samo da sebi ne protuslovi. . . .[9]

[9] [71, B XXIX].

Kako bi uklonio ono što se činilo kao nesuvislost, Gödel je htio osigurati Božju objektivnu stvarnost i u teorijskome smislu, predlažući (uglavnom u svojim neobjavljenim tekstovima) sveopću moralno-estetsku ontologiju i fenomenologijsko *tumačenje i razumijevanje* moralno-estetskoga fenomena. Taj se fenomen ponajprije sastoji, kako smo već spomenuli, u odvojenosti "činjenice i želje" i za Gödela se ne svodi samo na područje moralne volje i odluke, kao što je to slučaj u Kanta. Pa ipak, Kant, sa svojom transcendentalnom teorijskom filozofijom, ostaje za Gödela [48] začetnikom fenomenologijskoga pristupa, što ga je dalje razvio Husserl, a Gödel želi proširiti do moralno-estetske ontologije.

7.9 Dodatak

U O_{KB} možemo dokazati $\exists x Gx$ i $\Box\exists x Gx$:

STAVAK 7.9.1 $\mathcal{P}(\lambda x.x = x)$

DOKAZ Usp. Sobel [145, str. 120].

1	$\mathcal{P}(\lambda x.\neg x = x)$	pretpostavka
2	$\Box$ Ea	pretpostavka
3	$\neg a = a \to a = a$	taut
4	$\forall x(\neg x = x \to x = x)$	2–3 uv $\forall$
5	$\Box\forall x(\neg x = x \to x = x)$	2-4 uv $\Box$
6	$(\mathcal{P}(\lambda x.\neg x = x) \land \Box\forall x(\neg x = x$ $\to x = x)) \to \mathcal{P}(\lambda x.x = x)$	aksiom 7.4.2
7	$\mathcal{P}(\lambda x.x = x)$	1, 5,6 isklj $\to$
8	$\neg\mathcal{P}(\lambda x.x = x)$	1 aksiom 7.4.1
9	$\neg\mathcal{P}(\lambda x.\neg x = x)$	1-8 uv $\neg$
10	$\mathcal{P}(\lambda x.x = x)$	9 aks. 7.4.1 $\dashv$

Poučak 7.9.1 $\forall X\,(\mathcal{P}X \rightarrow \Diamond\exists xXx)$

Dokaz Usp. Scottov dokaz njegova poučka 1 u [145, str. 145].

1	$\mathcal{P}A$	pretpostavka
2	$\neg\Diamond\exists xAx$	pretpostavka
3	$\Box$ $\neg\exists xAx$	2 K-op
4	Ea	pretpostavka
5	$\neg Aa$	3,4 $\neg\exists$ isklj
6	$Aa \rightarrow \neg a = a$	ex falso quodl.
7	$\forall x(Ax \rightarrow \neg x = x)$	4–6 uv $\forall$
8	$\Box\forall x(Ax \rightarrow \neg x = x)$	3-7 uv $\Box$
9	$\mathcal{P}A \wedge \Box\forall x(Ax \rightarrow \neg x = x)$	1,8 uv $\wedge$
10	$(\mathcal{P}A \wedge \Box\forall x(Ax \rightarrow \neg x = x)) \rightarrow \mathcal{P}(\lambda x.\neg x = x)$	aksiom 7.4.2
11	$\mathcal{P}(\lambda x.\neg x = x)$	10,9 isklj $\rightarrow$
12	$\neg\mathcal{P}(\lambda x.x = x)$	11 aks. 7.4.1
13	$\mathcal{P}(\lambda x.x = x)$	stav. 7.9.1
14	$\Diamond\exists xAx$	2-13 isklj $\neg$
15	$\mathcal{P}A \rightarrow \Diamond\exists xAx$	1-14 uv $\rightarrow$
16	$\forall X(\mathcal{P}X \rightarrow \Diamond\exists xXx)$	15 uv $\forall$ $\dashv$

Korolarij 7.9.1 $\Diamond\exists xGx$

Dokaz Slijedi iz aksioma 7.4.3 i poučka 7.9.1. $\dashv$

Stavak 7.9.2 $\forall x\,(Gx \rightarrow \forall X(Xx \rightarrow \mathcal{P}X))$

Dokaz Usp. Sobelov dokaz (bez opstojnosne pretpostavke) njegova poučka 4 u [145, str. 152].

1	Ea	pretpostavka

2	Ga	pretpostavka
3	Ha	pretpostavka
4	$\neg\mathcal{P}H$	pretpostavka
5	$\mathcal{P}\neg H \leftrightarrow \neg\mathcal{P}H$	aksiom 7.4.1
6	$\mathcal{P}\neg H$	4,5 isklj $\leftrightarrow$
7	$\forall X(\mathcal{P}X \to Xa)$	1,2 def. 7.4.1, isklj $\forall$
8	$\mathcal{P}\neg H \to \neg Ha$	7, isklj $\forall$
9	$\neg Ha$	6,8 isklj $\to$
10	Ha	3 op
11	$\mathcal{P}H$	4–10 isklj $\neg$
12	$Ha \to \mathcal{P}H$	3–11 uv $\to$
13	$\forall X(Xa \to \mathcal{P}X)$	12 uv $\forall$
14	$Ga \to \forall X(Xa \to \mathcal{P}X)$	2–13 uv $\to$
15	$\forall x(Gx \to \forall X(Xx \to \mathcal{P}X))$	1–14 uv $\forall$ $\dashv$

NAPOMENA 7.9.1 *Iz aksioma 7.4.4 slijedi* $\forall X\,(\neg\mathcal{P}X \to \Box\neg\mathcal{P}X)$ *pomoću aksioma 7.4.1, i obratno (također pomoću aksioma 7.4.1).*

POUČAK 7.9.2 $\forall x\,(Gx \to \mathcal{E}\!\int\!\!\int(G,x))$

DOKAZ Usp. Scottov dokaz njegova poučka 2 u [145, str. 146].

1	Ea	pretpostavka
2	Ga	pretpostavka
3	Ha	pretpostavka
4	$Ga \to (Ha \to \mathcal{P}H)$	stav. 7.9.2
5	$\mathcal{P}H$	2,3,4 isklj $\to$
6	$\Box\mathcal{P}H$	5 aksiom 7.4.4

7	$\Box \quad \mathcal{P}H$	6 K-op
8	Eb	pretpostavka
9	Gb	pretpostavka
10	$\mathcal{P}H \to Hb$	8, 9 def. 7.4.1, isklj $\forall$
11	Hb	7,10 isklj $\to$
12	$Gb \to Hb$	9–11 uv $\to$
13	$\forall y(Gy \to Hy)$	8–12 uv $\forall$
14	$\Box\forall y(Gy \to Hy)$	7-13 uv $\Box$
15	$Ha \to \Box\forall y(Gy \to Hy)$	3-14 uv $\to$
16	$\forall Y(Ya \to \Box\forall y(Gy \to Yy))$	15 uv $\forall$
17	$Ga \wedge \forall Y(Ya \to \Box\forall y(Gy \to Yy))$	2,16 uv $\wedge$
18	$\mathcal{E}\!\int\!\!\int(G,a)$	1,17 def. 7.4.2, isklj $\forall$
19	$Ga \to \mathcal{E}\!\int\!\!\int(G,a)$	2-18 uv $\to$
20	$\forall x(Gx \to \mathcal{E}\!\int\!\!\int(G,x))$	1–19 uv $\forall$ $\dashv$

Poučak 7.9.3 $\exists xGx \to \Box\exists xGx$

Dokaz Usp. Scottov dokaz njegova poučka 3 u [145, str. 146] i Sobelov dokaz u [145, str. 150, redci 3–15]).

1	$\exists xGx$	pretpostavka
2	$Ga \wedge Ea$	pretpostavka
3	$\mathcal{P}N \to Na$	2 def. 7.4.1, isklj $\forall$
4	Na	3 aksiom 7.4.5
5	$\forall Y(\mathcal{E}\!\int\!\!\int(Y,a) \to \Box\exists yYy)$	2,4 def. 7.4.3, isklj $\forall$
6	$\mathcal{E}\!\int\!\!\int(G,a) \to \Box\exists yGy$	5 isklj $\forall$

7	$\quad\quad Ga \to \mathcal{E}\!\int\!\!\int(G, a)$	poučak 7.9.2
8	$\quad\quad \mathcal{E}\!\int\!\!\int(G, a)$	2,7 isklj $\to$
9	$\quad\quad \Box\exists y Gy$	6,8 isklj $\to$
10	$\quad \Box\exists y Gy$	1,2-9 isklj $\exists$
11	$\exists x Gx \to \Box\exists x Gx$	1-10 uv $\to$ $\dashv$

Stavak 7.9.3 (Najviše jedan Bog) $\forall x \forall y\,((Gx \wedge Gy) \to x = y)$

Dokaz

1	$\quad Ea \wedge Eb$	pretpostavka
2	$\quad\quad Ga \wedge Gb$	pretpostavka
3	$\quad\quad Ga$	2 isklj $\wedge$
4	$\quad\quad Gb$	2 isklj $\wedge$
5	$\quad\quad \forall X(\mathcal{P}X \leftrightarrow Xa)$	1,3, def. 7.4.1, stav. 7.9.2, isklj $\forall$
6	$\quad\quad \forall X(\mathcal{P}X \leftrightarrow Xb)$	1,4, def. 7.4.1, stav. 7.9.2, isklj $\forall$
7	$\quad\quad \forall X(Xa \leftrightarrow Xb)$	5,6 uv $\leftrightarrow$, uv $\forall$
8	$\quad\quad (\lambda x.x = b)a \leftrightarrow (\lambda x.x = b)b$	7 isklj $\forall$
9	$\quad\quad a = b \leftrightarrow b = b$	8 isklj λ
10	$\quad\quad a = b$	uv =, 9,10 isklj $\to$
11	$\quad (Ga \wedge Gb) \to a = b$	2-11 uv $\to$
12	$\forall x \forall y((Gx \wedge Gy) \to x = y)$	1,11 uv $\forall$ $\dashv$

8 Franjo pl. Marković i algebarska logika

Posvetimo se u ovome i idućem poglavlju dvama primjerima recepcije početaka moderne logike i logičkoga filozofiranja u Hrvatskoj i krajevima gdje žive Hrvati. Prvi je primjer Markovićeva kritika ranih inačica moderne simbolične logike (Boole, Jevons). Taj primjer ima za Hrvatsku osobitu važnost i zbog velika utjecaja koji je Marković imao kao utemeljitelj filozofije na obnovljenom Zagrebačkome sveučilištu. Drugi je primjer Meršićeva osobita inačica simbolične logike (po uzoru na H. Schefflera). Meršićev je primjer u logici i filozofiji, iako dugo vremena jedva poznat u Hrvatskoj, bitan i karakterističan upravo po jakoj orijentaciji na matematiku (uz kritiku, primjerice, Hilbertove aksiomatike) u pristupu logici (i filozofiji).

Franjo pl. Marković (26. srpnja 1845. – 15. rujna 1914.) svoju *Logiku* (litografirana skripta za potrebe predavanja na Sveučilištu u Zagrebu)[1] piše najvećim dijelom sedamdesetih i osamdesetih godina 19. stoljeća, dakle u doba kada su već u tijeku ili započinju različiti pokušaji reformiranja logike, npr. Millova deduktivno-induktivna logika (Marković ju upoznaje u njemačkome prijevodu, v. Mill [100]), nove teorije suda od Herbarta do Lotzea, Sigwarta, Brentana, ili pak algebarska logika (Boole, Jevons, poslije Schröder) – koju Marković smatra "potpunom preobrazbom logike" [92, str. 315].

[1] Opći prikaz i diskusiju Markovićeve logike usp. u našim prilozima [74] i [76].

Fregeovu reformu logike (1879. nadalje), svakako (kako danas vidimo) najvažniju u 19. stoljeću, ali i ne osobito poznatu koncem 19. stoljeća, Marković nije zabilježio. Na Booleovu se i Jevonsovu logiku, koju, kako se čini, upoznaje preko A. Riehla i L. Liarda[2], Marković osvrće u završnome poglavlju svoje *Logike* [92, str. 791–820] i daje njezinu kritiku polazeći od svoje koncepcije omekšavanja formalizma osobito sadržajnosnim i psihologijskim dopunama.

Važnost je Markovićeva osvrta na algebarsku logiku barem dvojaka.

1. U filozofijsku je diskusiju u Hrvatskoj uveo, premda kritički ju odbijajući, simboličnu (matematičku) logiku, koja će, nakon Fregeove i Russellove reforme, u svijetu prevladati. Doduše, Markovićevi nastavljači u Hrvatskoj neće više produbljivati njegovu diskusiju, nego će se zadovoljiti uglavnom usputnim, često i nepreciznim napomenama – sve do šezdesetih godina 20. stoljeća, kada ćemo dobiti prvu simboličnu logiku na hrvatskom jeziku (1964. Devidé [29]; iste godine izlazi i 1. izd. Petrovićeve *Logike* u kojoj ima dosta teksta o simboličnoj logici, v. [108]).

2. U svojoj je kritici Marković postavio ili barem dotakao neka pitanja koja su pokretala također i daljnji razvoj simbolične logike, te neka pitanja koja su danas u središtu filozofijskih razmatranja.

8.1 O Booleovoj logici

8.1.1 Logički zakoni

Svoju analizu Booleove algebre logike Marković najvećim dijelom posvećuje trima logičkim zakonima; to su zakon iz-

[2] Marković upućuje na Riehlov članak o Booleovoj i Jevonsovoj logici [130] i na njemački prijevod iz 1880. Liardova spisa o novijoj engleskoj logici (navodit ćemo ga prema [86]).

mjenitosti (komutativnosti, “zamjenljivosti”) za množenje:

$$xy = yx,$$

zakon “jedinosti”, “istovjetnosti” (idempotentnosti):

$$x^2 = x,$$ [3]

i zakon raspodjeljivosti (distributivnosti):

$$z(x + y) = zx + zy,$$
$$z(x - y) = zx - zy,$$

koji razmatra (u skladu s Booleom) zajedno sa zakonom izmjenitosti za zbrajanje:

$$x + y = y + x,$$
$$x - y = -y + x \quad (jer\ x - y = x + (-y)).$$

‘–’ Boole čita “osim”. Pomoću zakonā raspodjeljivosti i izmjenitosti Boole izražuje skupljanje dijelova u cjelinu i diobu cjeline na dijelove [15, str. 33–34].

‘x’, ‘y’, ‘z’ “izborni” su (*elective*) simboli i označuju razrede predmeta izabranih iz “univerzuma”, 1. Prazan se razred (“ništa”) označuje s ‘0’. Budući da je izbor predmeta, prema Booleu, duhovna radnja[4], opravdano je također uzeti, kao što najčešće čini Marković (tako i Riehl [130] i Liard [86]), da ‘x’, ‘y’, ‘z’ prikazuju pojmove. Jezično gledano, ti simboli imaju ulogu imenica ili pridjeva običnoga jezika [15, str. 27].[5]

[3] Boole ga zove “temeljnim zakonom misli”, a Jevons “zakonom jednostavnosti”. U Boolea 1847. [16] nalazimo oblik $x^n = x$ (“indeksni zakon”), ali poslije, 1854. [15], on odbacuje taj oblik zbog logičke neistumačljivosti. Razlog je taj što se npr. $x^3 = x$ može izraziti kao $x\ (1 - x)(1 + x) = 0$ ili kao $x\ (1 - x)(-1 - x) = 0$, no ‘$1 + x$’ i ‘-1’ nemaju logičkoga značenja [15, str. 50 bilj.].

[4] “Mental operation” [15, str. 42–44] (usp. Markovićev prijevod “mental philosophy” s “duhovna filozofija” [93, str. 3]). Navedeni simboli prema Booleu predočavaju stvari “as subjects of our conceptions” [15, str. 27].

[5] Opširnije o Booleovoj algebri na hrvatskome usp. Šikić [150, str. 130–141].

Marković osporava Booleovo shvaćanje prema kojem gore navedeni zakoni, koji su doduše a posteriori određeni ustrojem običnoga jezika ("the language of common discourse" [15, str. 41]), nisu drugo doli zakoni samih duhovnih radnja, od kojih i potječu [15, str. 44, 42 prop. 1]. Marković argumentira da gramatika i psihologija mišljenja nisu u skladu s Booleovim zakonima misli, nego da se Booleovi zakoni mogu shvatiti samo kao "ideal", "uzor" stvarnomu mišljenju – prema Herbartovu razlikovanju misli i mišljenja, pri čem je misao, pojam, shvaćen kao ideal kojemu teži mišljenje. Osnovica je gramatike, drži Marković, psihologija, a ne logika (na to bi po njem upućivala i činjenica da se gramatika razlikuje od jezika do jezika) [92, str. 154]. Promotrimo Markovićevu kritiku pojedinih zakona.

8.1.1.1 Zakon izmjenitosti (komutativnosti) za množenje

Zakon zahtijeva logičku indiferentnost poretka pojmova (sudova). Marković, međutim, smatra da, iako je poredak logički indiferentan, nije indiferentan psihologijski (ni gramatički), nego da je psihologijski (i gramatički) uvjetovan. Logička indiferentnost, prema rečenome, jest doduše uzor, ideal, ali nije psihologijski uzbiljena.[6] Insistirajući na povezanosti pojmovnih odnosa s gramatičkim i psihologijskim, Marković se suprotstavlja Riehlu, koji pojmovne odnose smatra upravo neovisnima i odvojivima od gramatičkih i

[6] Gramatički su i psihologijski obzir, prema Markoviću, usko povezani. "Riječi, koje izjavljuju psihologijsku narav pomišljanja . . . psihologijski [se] nužno iznizuju odredjenim slijedom" [92, str. 795]. Zbog "psihologijski nužne užine svijesti" "ne možemo više pojmova u isti tren jednako jasno pomišljati". "Da se pomišljanjem izvede iliti da se premisli formula xy = yx, tomu treba neka vremena zasobica u pomišljanju, a ne dostaje posve trenovit pomišljaj" [92, str. 797]. Koji ćemo pojam prije kojega pomišljati, to se odlučuje prema zakonu "povratbe" (reprodukcije) i zakonu udružbe (asocijacije) [92, str. 794].

psihologijskih.[7]

Ipak, pridjevi se mogu slobodno izmjenjivati na svojim mjestima u rečenicama (usp. [15, str. 30]) kao što su sljedeće:

$$\text{Kovina je sjajna i tvrda,} \tag{8.1}$$
$$\text{Kovina je tvrda i sjajna.} \tag{8.2}$$

Logički su te dvije rečenice istovrijedne, poredak je pridjeva 'sjajan' i 'tvrd' logički indiferentan. Tvrdoća i sjaj, pojmovne oznake "naravi" kovine, uzete logički, nisu vezane ni uz kakav vremeni tijek mišljenja, nego se čine "bezvremenima" ("izvanvremenima"). No i u tom slučaju, prema Markoviću, te se dvije oznake psihologijski "nužno iznizuju odredjenim slijedom" [92, str. 795], upravo bilo kao u prvoj, bilo kao u drugoj od navedenih rečenica. Ta nas Markovićeva razmišljanja vode problematici sudovnih stavova (*propositional attitudes*). Naime, stavimo li navedene rečenice u kontekst sudovnih stavova, možemo njihov psihologijski aspekt učiniti jasnijim. Iz rečenice

$$a \text{ misli da je kovina sjajna i tvrda} \tag{8.3}$$

mogli bismo zaključiti, doduše, na rečenicu:

$$a \text{ misli da je kovina tvrda i sjajna,} \tag{8.4}$$

kao i obratno, ali važno je uočiti da za valjanost tih zaključaka nije dostatan samo zakon izmjenitosti (komutativnosti), kao u slučaju rečenica (8.1) i (8.2), nego je potrebno pretpostaviti i to da osoba a ima barem osnovnu sposobnost logičkoga zaključivanja. Možda čak treba reći i da se radi o osobi a u budnom, prisebnom itd. stanju.

Nadalje, možemo dodati da poredak ⟨PRIDJEV, IMENICA⟩ nije psihologijski ili gramatički slobodan. Npr. u izrazu 'brz

[7] Usp. Riehl [130, str. 55] i Marković [92, str. 194–195].

konj' izmjena imenice i pridjeva na njihovim mjestima nije obična, nego ima pjesnički učinak: '... na konju brzu'.[8]

Da bi naglasio kako se pojmovi psihologijski ne ostvaruju u potpunosti ni istodobno, kao što to traži zakon izmjenitosti, Marković napominje da čovjek kadšto pomišlja i logička protuslovlja – što se može dogoditi kad mu protuslovni pojmovi nisu u isti čas dostatno osviješteni (nisu pomišljeni u svim svojim sadržajnim oznakama).[9] Analizirajmo i tu situaciju, služeći se, kao što često čini i Marković, primjerima prirodnih vrsta. Npr. možemo zamisliti neku osobu a o kojoj bi vrijedila sljedeća rečenica:

$$a \text{ misli da je kit riba i da diše plućima} \tag{8.5}$$

No, raščlanimo li pojam ribe na njegov sadržaj (gdje bi se trebala naći i oznaka disanja škrgama), rečenica:

$$\text{Kit je riba i diše plućima} \tag{8.6}$$

postaje protuslovnom. Dakle, osoba a ima, logički promatrano (dodamo li uvjet: ribe ne dišu plućima), protuslovno uvjerenje, koje je, međutim, psihologijski ipak ostvarljivo.

Napomenimo da u zanemarivanju vezanosti zakona mišljenja uz psihologijske osobitosti mišljenja, što Marković iščitava u Boolea, Marković vidi svojevrsni idealizam Platonov (i Hegelov) – "s tom razlikom što Boole ne priznaje pojmovom zbiljstveni bitak... niti zbiljstvenu stvaralačku snagu..." [92, str. 796].[10]

[8] Usp. Booleove primjere za izmjenitost [15, str. 30]. Boole, međutim, pjesničku slobodu uzima kao potvrdu svoga mišljenja.

[9] "...samo stoga, što porječni pojmovi nisu isti čas jasno svjestiti njemu, te on ne pomišlja potpuno u svih sadržajnih oznakah jedan i drugi, uzajmice porječni pojam" [92, str. 796–797]. Spomenimo da su protuslovna vjerovanja bitan problem suvremene logike vjerovanja.

[10] U nekome smo sličnom smislu, ali svedenom na jezični shematizam, u poglavlju 5 govorili o platonizmu u Quineovu shvaćanju algebre.

Sam Marković, iako naglašuje da se psihologijska strana mišljenja ne može posve odvojiti od logičke [92, str. 796], ipak nije psihologist. Stoga kritizira, primjerice, Bainov psihologizam ističući ono po čem se logično mišljenje razlikuje od psihologijskoga: 1. hotimičnost (slobodna, voljna činidba svijesti), 2. očevidnost (nužnost) i 3. općenita vrijednost [92, str. 148 i dalje]. Logično se mišljenje, prema Markoviću, uzbiljuje psihologijski, ali zato ne treba logična pravila miješati s psihologijskim zakonima, niti gramatičkim oblicima, u kojima se očituju psihologijski zakoni, pridati logičku vrijednost.

8.1.1.2 Zakon istovjetnosti (jedinosti, idempotentnosti)

Taj zakon traži apsolutnu istovjetnost pojma sa samim sobom, nepromjenljivost pojma, koliko god puta bio pomišljen ("ponovljena tvrdnja nekoga pojma" [92, str. 798], potpunu bezvremenost pojma, u čem Marković opet vidi svojevrsni platonizam. To je temeljni logički zakon (vrijedi za pojmove, ali ne i za količine općenito, nego samo ako $x = 1$ ili $x = 0$). No, pripominje Marković, taj zakon traži i nepromjenljivost predmeta.

Nasuprot tomu, psihologijski gledano, kako Marković upozorava, pojmovi se usavršuju, što pokazuje npr. pojam o Zemlji prije i poslije Kopernika [92, str. 800]. Promotrimo i taj pojam stavljajući ga u kontekst sudovnih stavova. Istinita mogu biti oba sljedeća suda:

$$a \text{ misli da se Zemlja okreće oko Sunca,} \tag{8.7}$$

$$b \text{ misli da se Zemlja ne okreće oko Sunca,} \tag{8.8}$$

ako npr. a živi u 20. stoljeću a b je živio u 10. stoljeću. Ali čak i (8.7) i

$$a \text{ misli da se Zemlja ne okreće oko Sunca,} \tag{8.9}$$

mogu oba biti istiniti ako je riječ o dvama različitim pomišljajima iste osobe a (npr. u različito vrijeme, jednom kao djeteta, drugi put kao odrasloga čovjeka). Marković želi pokazati kako se sam pojam Zemlje kroz povijest mijenja. U tom smislu savršen pojam ostaje, prema njem, i opet samo logičkim uzorom, idealom [92, str. 800, 799].

Ta je Markovićeva razmišljanja osobito zanimljivo razmotriti sa suvremenoga stajališta. Velik broj pojmova iz Markovićevih primjera jesu prirodnoznanstveni pojmovi, npr. o prirodnim vrstama (tvari, životinjske vrste i sl.). Marković je istaknuo neka važna svojstva takvih pojmova koja su u suvremenoj filozofiji navela Putnama (npr. [114]) i Kripkea [82] na radikalno stajalište da takve pojmove, odnosno nazive, smatraju (prema Kripkeovu izrazu) "krutim označiteljima", nazivima kojima želimo samo referirati na jednu te istu tvar (stvar), u kojoj god mogućoj situaciji, a ne pridati joj ovo ili ono obilježje.[11] U tome se nazivi prirodnih vrsta ponašaju slično vlastitim imenima, koja upravo prema J. S. Millu (Markovićevu uzoru) nemaju značenje, nego samo upućuju na predmet [101, str. 19–23 – I, II.5].

Iako Marković prirodne vrste, pa čak i prirodopisna imena (npr. 'Zemlja'), analizira kao pojmove, a ne po uzoru na osobna imena (kao "krute označitelje")[12], ipak se u

[11] Naime, imenom 'Zemlja' uvijek imenujemo jedan te isti predmet, Zemlju, imala ona ovakav ili onakav raspored kopna i mora, s putanjom oko Sunca kakva je sada ili s promijenjenom (recimo, zbog nekoga mogućega sudara s asteroidom), čak, imala ona atmosferu ili ne, itd. Slično i nazivom 'zlato' označujemo uvijek jednu te istu tvar, ${}_{79}Au^{198}$, neovisno o tom ima li ono ili nema opažajne značajke koje mu obično pripisujemo, a ne označujemo neko krivotvoreno zlato, koje je po svim laiku zamjetljivim svojstvima jednako pravomu zlatu, i koje se možda dugo vremena, prije nego smo pronašli odgovarajuće metode provjere, čak i smatralo pravim zlatom.

[12] Tada bi, ako slijedi Milla, trebao prihvatiti da takav naziv (npr. 'Zemlja'), kao i bilo koje osobno ime, "samo pokazuje" predmet, "puka je kazaljka pojedinačnoga predmeta" [92, str. 161] – za razliku od općenitoga imena, koje, kako Marković prenosi Milla, "na kratko obilježuje svojstvo svoga predmeta", "označuje predmet po svom svojstvu", "označuje kakvoću predmeta" [92, str. 161].

njegovoj analizi dobro očituje da pojmove prirodnih vrsta određuje sam predmet i spoznaja toga predmeta; da to nisu po volji, slobodnim poimanjem izabrani i kombinirani razredi predmeta, na koje referiramo općim pojmovima. "Pojmovi" se prirodnih vrsta, pokazuje se u Markovića, mijenjanju s mijenom samoga predmeta [92, str. 800] i ispravljaju s ispravljanjem same spoznaje o predmetu, a da sam predmet kao takav ipak ostaje bitno isti. U tom je smislu Markovićeva orijentacija osobito na primjere iz prirodne znanosti, gdje, istaknimo još jednom, sami predmeti i stupanj njihove spoznaje diktiraju naše pojmove, usko povezana s njegovim karakterističnim otklonima od formalizma prema realizmu i, povezano s time, s dopunom deduktivne logike induktivnom kao što je to u J. S. Milla.

Spomenimo da su, slično, pojmovi iz druge velike skupine Markovićevih primjera, matematički pojmovi, prema Markovićevu shvaćanju, određeni svojstvima prostora i vremena. Stoga se ni matematički dokaz, prema Markoviću, ne svodi na samu logiku. – Za potvrdu svoje postavke Marković iscrpno reproducira i analizira Überwegov dokaz Euklidova poučka da se dva pravca sijeku na onoj strani na kojoj s pravcem koji ih presijeca čine dva unutrašnja kuta koji zajedno iznose manje od 180^0 [92, str. 537–543]. Nasuprot Überwegovoj postavci da je "nutarnji misaoni oblik u matematici svagda silogističan" [92, str. 537], Marković želi pokazati da dokaz na ključnim mjestima ne može naprjedovati čisto silogistički, nego samo uz pomoć konstrukcije ("potrebnih crteža") [92, str. 544, 537, 539–540].

Napokon, i na primjeru jednoga jednostavnoga pojma, pojma *jednakosti*, Marković pokazuje da pojmovi nisu apsolutno jednaki sebi. Pojam je jednakosti, kako on upozorava, širega opsega za fizičara nego za laika, jer fizičar, primjerice, uočava jednakost sile i između onih pojava gdje to laik ne uočava [92, str. 800].

8.1.1.3 Zakon distributivnosti

Komentar koji Marković daje uz taj zakon (uzet zajedno sa zakonom izmjenitosti za zbrajanje), općenitiji je, tiče se općenitoga Booleova shvaćanja suda kao jednadžbe, istovjetnosti podmetova i prirokova pojma. Recimo stoga nekoliko riječi o Markovićevu neprihvaćanju odredbe suda kao jednadžbe.

8.1.2 Sud kao jednadžba

Svođenjem se sudova na "istovjetbe", jednadžbe,[13] zahtijevaju, prema Markoviću, dodatne spoznaje o predmetu koje ne proizlaze iz samih oblika A,E,I,O. Prema tome bi formalizam Booleove algebre bio čak na neki način nedosljedan, u svakom slučaju, ne bi dosljedno proizlazio iz običnoga jezika. Evo nekih oblika sudova. Potvrdni su npr. općeopći (opći podmet i opći prirok)

$$x = y, \tag{8.10}$$

i općeposeban (opći podmet i poseban prirok):[14]

$$y = vx. \tag{8.11}$$

Niječni su sudovi npr. općeposeban, $y = v\ (1 - x)$, i posebnoposeban, $vy = v\ (1 - x)$.

Ne može se za sudove općenito reći da su jednadžbe, tvrdi Marković, jer kolikoća priroka nije sadržana u samim oblicima A, E, I i O, nego se za to traže posebni sudovi (posebna opažanja ili dokazi). To je Millova i Trendelenburgova kritika, koju Marković prenosi [92, str. 312–315].

[13] Svaki je sud "tvrdnja istovjetnosti subjektova pojma s predikatnim pojmom, kako je to jur Hamilton pomišljao gradeći quantifikaciju predikata" [92, str. 801]. Objema stranama jednadžbe možemo dodati ili oduzeti isto ili ih množiti ("determinirati" [92, str. 802]) istom oznakom. Jednadžbu ne možemo dijeliti.

[14] 'v' označuje neki razred koji nije određen, osim time što su neki njegovi članovi u razredu x; vx tada znači "neki x" [15, str. 61].

Evo Trendelenburgovih primjera koje navodi Marković:

Svi su ljudi nesavršeni, (8.12)

Svi su ljudi moralno odgovorni. (8.13)

To da je (8.12) "općeposeban", tj. oblika (8.11), a (8.13) "općeopći", tj. oblika (8.10), ne pomišlja se samim oblikom A, nego je za to potrebno dodatno opažanje ili dokaz. Za prvi slučaj, tj. da bi se od (8.12) došlo do oblika (8.11), potreban je i sud:

Nešto što nije čovjek, nesavršeno je.

A da bi se od (8.13) došlo do oblika (8.10), potreban je i sud:

Ništa što nije čovjek, nije moralno odgovorno biće.

Te sudove dobivamo dodatnim opažanjem, a ne iz oblika A. Pokoličavanje priroka, dakle, unosi "smisaoni višak" [92, str. 314], koji se može doznati samo "stvarnim istraživanjem" [92, str. 315]. A to već predmnijeva silogizam i indukciju [92, str. 315–316].

Time je, iako tradicionalnim sredstvima, ipak naznačen smjer kojim je i krenula moderna logika, jer su Frege i Peano gotovo usporedno jedan s drugim razvili logička pisma s količiteljima (kvantifikatorima) gdje se sudovi (iskazi) ne izražuju kao jednadžbe.[15]

8.1.3 Sva se logička načela izvode iz načela istovjetnosti

Marković prikazuje daljnje posljedice Booleova shvaćanja suda kao jednadžbe (istovjetnosti) pokazujući da se u skladu

[15] U idućem se poglavlju (9) bavimo i Meršićevom inačicom shvaćanja suda kao jednadžbe.

s Booleovim shvaćanjem sva logika temelji na jednome, jedinome načelu – načelu istovjetnosti (zakon istovjetnosti, jedinosti), tj. pokazujući da se i načelo protuslovlja i načelo isključenoga srednjega dadu u Booleovoj logici izvesti iz načela istovjetnosti. Pritom u svom predavanju mjestimice gotovo doslovce slijedi Riehla.[16]

Evo formalnoga dokaza načela protuslovlja prema Markoviću (dokaz je, u odnosu na Riehlov i Liardov, upotpunjen):[17]

1. $x^2 = x$ (zakon istovjetnosti)
2. $x^2 - x^2 = x - x^2$
3. $0 = x - x^2$
4. $x(1 - x) = 0.$

U retku smo 4 dobili načelo protuslovlja (Boole ga zove i "zakonom dvojnosti" [15, str. 51]).

[16] Riehl: "Die bisher betrachteten Gesetze sind Ausfluss eines einzigen Principes: des Identitätsprincipes. In der That hat auch das Denken und seine Darstellung, die Logik, kein anderes Princip, ausser diesem. Kurz und zweckmässig kann die formale Logik definirt werden als die Analysis des Identitätsprincipes. Die Behauptung, dass dieses Princip nicht nur das oberste, sondern das einzige der Logik sei, ist nicht neu; aber unser Zeichensystem setzt uns in Stand, einen einfachen Beweis zu geben, dass die Axiome des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten nur Folgerungen aus dem Identitätspincipe sind" [130, str. 58].

Marković: "Svi dosad postavljeni zakoni primjene su jednoga jedinoga načela i to načela istovjetnosti. Sve mišljenje, sva logika nema drugoga načela do toga jednoga. Načelo istovjetnosti nije samo najviše, najopćenitije, nego je upravo jedino načelo logike, a sva su ostala logička načela puki izvodci iz njega; tako je načelo porječnosti i načelo nepristupačnosti trećaka puki izvodak iz načela istovjetnosti; a nije samostalno" [92, str. 802].

[17] Usp. Marković [92, str. 803], Riehl [130, str. 58–59,], Liard [86, str. 96].

Prema Markoviću (i Riehlu), načelo isključenoga srednjega slijedi na sljedeći način.[18] Cjelokupnost (pojmova, stvari) izražuje jednadžba $x + (1 - x) = 1$. A budući da vrijedi i $x\ (1 - x) = 0$ (načelo protuslovlja), slijedi da je svaka stvar ili x ili $(1 - x)$.

Sve se zaključivanje u Booleovoj logici svodi na dedukciju (Aristotelovi su silogizmi samo jedan oblik deduktivnoga zaključka).[19] Daljnje će posljedice i kritiku tako postavljene logike Marković izvesti u osvrtu na Jevonsovu logiku, gdje će se više zadržati na samome postupku zaključivanja – može li ga se i je li ga opravdano mehanizirati, može li ga se svesti na načelo istovjetnosti ili je potrebno iskoračiti iz okvira toga načela?[20]

8.2 O Jevonsovoj logici

8.2.1 Jevonsova kritika Boolea i osnovne ideje Jevonsove logike

Jevons je dalje razvio Booleovu logiku i znatno ju po nekim obzirima pojednostavnio. Disjunkcija je u nj uključna, za razliku od Boolea, gdje je isključna (jer se 1 i 0 uzajamno isključuju). Uz to, prema Jevonsu, nije logika podređena algebri (kao specijalni slučaj, za vrijednosti 0 i 1) kao u Boolea, nego je algebra podređena logici, koja je primjenljiva na svaki, pa i na količinski pojam.[21]

Jevons je pojednostavnio logički jezik. Velikim slovima

[18] Usp. Marković [92, str. 803–804], Riehl [130, str. 59].

[19] U podroban prikaz i kritiku algebarskoga "razvoja", "isključenja" srednjega pojma i "svođenja" svih premisa na jednu jednadžbu Marković se (kao ni Riehl) više ne upušta.

[20] Napomenimo da se Marković ne osvrće na algebru "drugotnih" sudova (*secondary propositions*), gdje se rabi isti algebarski sustav, ali mu se daje drugo tumačenje. Pritom 'x', 'y', 'z' itd. označuju vrijeme kad su sudovi 'X', 'Y', 'Z' itd. istiniti.

[21] Markovićevo je stajalište karakteristično: je li disjunkcija isključna, to ovisi o sadržaju pojma, a ne o formi [92, str. 806].

obilježava jesne pojmove (A, B, C, ...), a malima niječne (a, b, c, ...). Takvim je jezikom Jevons mogao izbjeći Booleov neodređeni simbol 'v' te razlikovati tri oblika istovjetnosti: jednostavnu (A = B), djelomičnu (A = AB, umjesto $x = vy$) i ograničenu (AB = AC).

U središtu je Markovićeve kritike Jevonsove logike utemeljenost te logike na načelu istovjetnosti. Jevons, upozorava Marković, uzima u obzir samo stupanj kad je istovjetnost već spoznata ("analizni" sudovi), ne i stupanj kad se ona tek spoznaje ili traži ("sintezni" sudovi), te izostavlja načelo dovoljne razložnosti [92, str. 809–810]. Zaključivanje, koje je po Markoviću naprjedovanje k novim spoznajama, u Jevonsovoj je istovjetnosnoj logici puko supstituiranje (zamjenjivanje) istovjetna istovjetnim [92, str. 810],[22] a indukcija je formalno podređena dedukciji (*isto*).

8.2.2 Nedostatnost mehaničkih postupaka u logici

Opišimo najprije po koracima Jevonsov postupak neizravnoga zaključivanja (skraćen postupak) [68, str. 91–93, 97], koji se može sasvim automatizirati.

1) Razvijaju se sve pojmovne alternative; za jedan pojam opstoje dvije alternative, za dva četiri, za tri osam itd. Prijegled tih alternativa čini ono što Jevons zove "logičkom abecedom". Npr. za tri pojma dobivamo sljedeće alternative: ABC, ABc, AbC, Abc, aBC, aBc, abC, abc.

2) Isključuju se one alternative koje postaju protuslovnima kad u njima izvršimo supstitucije prema istovjetnostima iskazanim premisama. Neka je jedna od premisa A = B (Npr. 'Svi su ljudi sva moralno odgovorna bića'). Tada isključujemo sve alternative s Ab i aB. Postupak se nastavlja za druge premise.

[22] Npr. iz premisa 'A = B' i 'B = C' supstitucijom izvodimo zaglavak 'A = C'.

3) U zaglavku svaki pojedini pojam izjednačujemo s alternativama koje ga sadrže. Za pojam A iz gornjega slijedi A = ABC ·|· ABc (‘·|·’ znači ‘ili’). Slično izvodimo i za pojmove B, C, a, b, c.

4) Dodatno: svodimo nepotrebne alternative. Npr. A= ABC ·|· ABc svodimo na A = AB.

Taj se postupak može olakšati pomoću posebne logičke ploče, pomoću logičke računaljke (abakusa) ili ga se može obaviti logičkim stojem (“logički klavir”, što ga je konstruirao Jevons) za alternative s do 4 pojma.

Marković upravo prigovara tomu da se sva logika u Jevonsa svodi na mehaničko postupanje, koje može biti vrlo nespretno i dugotrajno, osobito kad je riječ o Jevonsovoj “formalnoj” indukciji (nasuprot kojoj se Marković zalaže za “stvarnu” indukciju, koja polazi od opažanja). Jer u formalnoj indukciji krećemo obratnim putem od gore opisanoga, deduktivnoga. Tu najprije određujemo pod kojim sve zakonima mogu stajati dane kombinacije pojmova. Ako su to samo dva pojma, A i B, moguće su četiri kombinacije: AB, Ab, aB, ab. Zakone treba tražiti među mogućim slučajima tih kombinacija. Svaki od tih slučaja isključuje ili uključuje neku od kombinacija, pa ima ukupno $2^4 = 16$ slučaja, odakle najprije isključujemo protuslovne slučaje. Već s trima pojmovima zakone treba tražiti među $2^8 = 256$ slučaja, s četirima pojmovima među $2^{16} = 65536$ slučaja,[23] a s peterima pojmovima među preko 4 milijarde slučaja (4 294 967 296). Indukcija postaje, primjećuje Marković, “gotovo neizmjeran”, praktički neizvršiv postupak [92, str. 817]. Uvođenje samoga stroja kao pomagala Marković smatra (iz nejasna razloga) još nepriličnijim [92, str. 815–816], “kao da ima ta makina razum” (*isto*).

[23] Marković kaže da s četirima pojmovima ima 65596 slučaja, vjerojatno povodeći se za tiskarskom pogrješkom u prijevodu Liarda [86, str. 153] – broj je slučaja za pet pojmova u Liarda ispravan.

Ograničene tehničke mogućnosti Markovićeva doba (barem s današnjega stajališta) mogu dijelom opravdati Markovićevo nezadovoljstvo automatiziranjem logičkih postupaka pa i određenu njegovu odbojnost prema umjetnoj razumnosti. Ipak, 20. mu je stoljeće dalo barem u određenome smislu za pravo jer se pokazalo (Church 1936.)[24] da nema jedinstvena strojnoga postupka (niti uopće algoritma) koji bi u konačnome broju koraka davao odgovor na svako pitanje o valjanosti zaključka (u logici prvoga reda). No ipak, već Jevonsovi opisi pokazuju da takav postupak opstoji za određene dijelove logike (logika razreda kojom se bavi Jevons ili suvremena iskazna logika i logika jednomjesnih priroka).

8.2.3 Nedostatnost opsegovnoga stajališta prema sadržajnomu

Marković ističe da sve neprilike s mehaniziranjem logičkih postupaka proistječu već iz pogrješnosti glavnoga načela: Jevons uzima u obzir samo opseg, ne i sadržaj pojma. Ali u središtu je logičkoga zanimanja, prema Markoviću, ne sam opseg pojmova, nego to kako sasvim različite oznake mogu imati isti opseg te kako se različite oznake uopće spajaju u pojam.[25]

Spoj je oznaka u pojmu utemeljen u njihovu sadržajnome odnosu. Taj se spoj, ističe Marković, ne da prikazati kao

[24] Usp. gore, str. 38.

[25] "Zamašno" je i "gotovo najteže logičko pitanje", kaže Marković "...kako mogu razne oznake značiti iste objekte, ili kako se jedan objekat može obilježavati skupinom disparatnih oznaka, a to će reći, kako mogu oznake, koje su po pojmovnom obziru medju sobom različite, ipak postati sastavljive ter skladne" [92, str. 818]. "Po tom je očevidno, da prvi pojmovi..., koji označuju oznake, štono *zbilja* zajedno spadaju, a nisu samo psihologijski sastavljeni po zakonom sasobice i zasobice psihične – ne nastaju prvi, nego su posljedak mnogih sudovâ, mnogih dokazâ, doumakâ, umovinâ (teorijâ)" [92, str. 185].

zbroj (ili umnožak) usporednih, ravnopravnih oznaka, npr. S = a + b + c + d ili S = a · b · c · d. Oznake nisu "uspoređene", "jednakoznatne", i nisu u svakome pojmu uvijek na isti način spojene. Spoj se oznaka u pojmu dade najpribližnije formalno prikazati kao funkcija oznaka prema njihovoj bitnosti (znatnosti):

$$S = F(a, b, c)$$

[92, str. 191]. Za sadržaj je, kako vidimo, bitna funkcija F, "spojitbeni način", oblik spoja oznaka, a ta funkcija nije u svakoga pojma ista [92, str. 191]. To je Lotzeova teorija (usp. [88, str. 46–47]), koju Marković prihvaća.

Jedinstvo je oznaka u pojmu, prema Markoviću, zbiljsko, ne samo formalno, ni samo psihologijsko. Stoga je potrebno ući u "dublju svezu oznaka", odrediti "koja je oznaka bitnija", "znatnija", "uzročnica", a koja je "posljedica", koje su oznake "prvotnije", a koje "drugotne" [92, str. 190, 191]. Marković se tu priključuje tradiciji Porphyrijevih predikabilija, pa razlikuje 1. bitne oznake (razredne: rodna, vrstna i razlika), "najobćenitije, zadnje, neizvedene iz drugih", npr. da je trokut lik u ravnini sastavljen trima pravim crtama, da se kisik lako spaja s ugljikom; 2. osobite (vlastne) oznake – izvedene iz bitnih, "izvodci" (dedukcije) iz bitnih [92, str. 204–205], npr. da tri crte u trokutu tvore tri kuta od ukupno 180^0, da je zbroj dviju stranica uvijek veći od treće stranice, da kisik podupire gorenje; 3. slučajne (uzgredne, pripadne) oznake: najčešće su to položaji stvari, poraba, radnje, stanja; mogu biti stalne i nestalne [92, str. 205–206].[26]

[26] Evo i nekih Markovićevih primjera [92, str. 191]. Što je za zlato bitnije: sjaj, pružnost ili težina, to se može prikazati formalno, ali se ne može odlučiti formalno, nego samo na temelju stvarnoga istraživanja (indukcija). Za trokut sama trokutnost nije bitna oznaka, nego je tros-

Na temelju svega toga, Marković smatra da algebarska logička načela i zakoni, koji se svi svode na načelo istovjetnosti, nisu dostatna da bi se objasnio logički ustroj pojma, te da treba (kao npr. Herbart) kao neovisno načelo uvesti i načelo razložnosti. Načelo pak razložnosti (i njemu odgovarajuće načelo uzročnosti), nije pak nužno (logičko u užem smislu), nego se tiče samo stanja u zbiljskome svijetu (zbiljski je svijet takav da se vlada po načelu razložnosti) i, nadalje, ono zahtijeva i induktivno zaključivanje polazeći od opažaja zbiljskoga svijeta.

Prema načelu razložnosti u logici ne razmatramo proizvoljne kombinacije oznaka samo po obziru opsega. "Načelo dostatne razložnosti" kaže "da se nov spoj pojmova dade izvesti iz starih već poznatih istinitih pojmova samo onda ako je u njihovih sadržajih dostatan razlog za tvorenje nova spoja" [92, str. 272–273].[27] Tek načelo razložnosti (i uzročnosti), jer nije niti samo formalno, niti samo psihologijsko, nego sadržajno i realno, pokazuje kako zaključivanje izlazi iz istovjetnosti i proširuje spoznaju. Ono opravdava proširenje logike indukcijom. Štoviše, opravdava utemeljenje dedukcije (po njezinim premisama) na indukciji, na samome opažanju zbilje [92, str. 816].[28]

traničnost uzrok trokutnosti. A o tom što je za čovjeka bitnije, tjelovnost ili razumnost, upozorava Marković, opstoje različita metafizička stajališta.

[27] "Načelo dostatne razložnosti uporabljeno na sbiljne stvari postaje načelom uzročnosti" [92, str. 273].

[28] "Načelo dostatne razložnosti, kojemu u sbilji stvarnoj odgovara načelo uzročnosti, posve je samostalno prema predjašnjim trima osnovnim načelima logike. Ta tri načela su oblikovna, nuždna, a načelo dostatne razložnosti jest sbiljsko, stvarno, ono ima samo sbiljsku, a nema nuždnu vriednost, t. j. sbiljni sviet takav je, da je svaka nova činjenica obrazložena uzrokom takvim, koji je uzajmičnim djelovanjem bar dvaju činitelja sastavljen. Tako shvaća Lotze načelo dostatne razložnosti, a prilično jednako shvaćaju ga Baine i Mill veleći, da je jednoličnost prirode (uniformité dé la nature) temelj istini onoga načela" [92, str. 280].

Nadalje, s time je povezano i razlikovanje podređenosti (subordinacije) pojmova od podvođenja (supsumcije) pojmova pod oznake (što Marković također preuzimlje od Lotzea, v. [88, str. 47–48]. Npr. pojam je zlata podređen (subordiniran) pojmu kovine (vrsta rodu), ali samo podveden (supsumiran) pod oznaku žut. Sadržaj pojma kovine upravlja i sadržajem pojma zlata, ali sadržaj pojma žutine ne upravlja sadržajem pojma zlata (jer žuti su i predmeti sasvim druge naravi od zlata) pa je tu riječ samo o "djelomičnoj suopsežnosti" [92, str. 193].

Marković zaključuje da, zbog svih nedostatnosti Booleove i Jevonsove logike, treba ići Millovim, Herbartovim i Lotzeovim putovima [92, str. 819], tj. ne se zadovoljiti opsegovnom logikom, nego zadržati sadržajnu logiku. Razliku opsegovnoga i sadržajnoga pristupa Marković rasvjetljuje navodeći Lotzeovu kritiku. Evo jednoga zaključka prikazanoga samo pomoću istovjetnosnih sudova:

$$\begin{array}{l} \text{natrij} = \text{natrij-kovina} \\ \text{natrij} = \text{na vodi plivajući natrij} \\ \hline \text{natrij-kovina} = \text{na vodi plivajući natrij} \end{array}$$

Posljednja jednadžba, Jevonsov zaglavak, jest puko ponavljanje, zbroj premisa. Aristotelov bi zaglavak, međutim, bio: Neke kovine plivaju na vodi. Taj zaglavak, upozorava Marković, kaže nešto novo: da to što kovina natrij pliva na vodi, nije nespojivo s "bivstvom" kovine.

Kako vidimo, odnos opsegovne (ekstenzijske) i sadržajne (intenzijske) logike vodi nas u Markovića odnosu zbiljnosti (opisane načelom razložnosti) i nužnosti (opisane načelom istovjetnosti). Zbiljnost je, uz "bitno" i "slučajno", ključni pojam Markovićeve (millovske) sadržajne logike, a ta se kategorija pokazala važnom, sjetimo se, i u Markovićevu relativiziranju pojmova (npr. o prirodnim vrstama, ali i općenito).

Sažmimo. Iako su Booleova i Jevonsova logika naznačivale nove razvojne mogućnosti logike (npr. uporabu formaliziranoga jezika, razdvajanje formalne i interpretativne razine, strojno zaključivanje) i, u stvari, već označivale početak moderne logike, Marković je uočio neke važne logičke aspekte koji su u Boolea i Jevonsa ostali neobuhvaćeni ili tek djelomice obuhvaćeni. To su, primjerice, pitanje sastava pojma, odnos sadržajne i opsegovne logike kao i odnos logike prema psihologiji mišljenja i prema naravnome jeziku.

9 O Meršićevoj logici

Uočljivo je da je simbolična logika, osobito u algebarskome obliku, u kojem je prevladavala u devetnaestome stoljeću, u Hrvata vrlo rano imala zamjetljiv odjek. Dvadeseto pak stoljeće nije donijelo (barem ne u prvoj polovici), kako bi se moglo očekivati, primjeren nastavak na takve početke.

U Vatroslava *Bertića* (1818. – nakon 1899.) nalazimo u njegovoj knjižici *Samouka pokus pèrvi* (1847., to je početak nikada do kraja objavljena djela) opće ideje o porabi (umjetnih) simbola za misli i pojmove, o '=' kao znaku istine,[1] te o zakonu supstitucije, što se zatim primjenjuje u rudimentarnoj teoriji realnih brojeva.[2]

U udžbeniku je Vinka *Pacela* (1825.–1869.) *Logika ili misloslovje* (1868.) očit, makar i posredan[3], Bolzanov utjecaj, npr. u odredbama "objektivnoga pojma", "objektivnoga suda", "objektivnoga izuma" (zaključka), i u tragovima Bolzanova pojma "izvedljivosti", u kojem je sadržan pojam semantičkoga slijeda. Upozorimo da je Pacel držao da će razvoj logike voditi "novom i boljem pravcu koji će se valjda osnivati na matematici".

[1] Nije naodmet osluhnuti kako danas, nakon više od stoljeća i pol, zvuče Bertićeve riječi: "Ovo, o čemu smo do sada govorili, samo zato toliko nas je stajalo rěčih, da se izbije jedanput iz glave predsuda žalibože obćenita, kojom se a=b, x=y itd. gleda za někakovo čudo, dočim u sebi zbilja ništa drugo nije, nego osobiti samo način pisanja istinah . . . ' [13, str. 15].

[2] Usp. o Bertićevu doprinosu u Ž. Dadića [25, I, str. 51–53, 54–59], kao i u *HBL* [1].

[3] Preko *Formale Logik* (1853.) Roberta Zimmermanna.

Spomenimo da se poslije na Bolzanove ideje (ponajprije na njegov nauk o istini i stavku "o sebi"), u svojoj objektivističkoj filozofiji logike i u kritici i analizi Husserla, usko nadovezao Stjepan *Matičević* (1880.–1940.), u disertaciji *Zur Grundlegung der Logik*, (1909.).[4]

Najznatniji je i najpriznatiji hrvatski logičar devetnaestoga stoljeća svakako Albin *Nagy* (1866.–1901.), koji djeluje u Italiji. On razvija logiku razreda (klasa), priključujući se onomu razvoju logike koji u to doba predvode G. Peano i E. Schröder. Svoju je logičku koncepciju Nagy razvio u nizu članaka pretežito na talijanskome kao i na njemačkome jeziku, te u knjizi *Principi di logica* (1892.).[5]

U prethodnome smo poglavlju vidjeli da je i Franjo *pl. Marković* proučavao algebarsku logiku (Booleovu i Jevonsovu), kritički joj se suprotstavljajući.

Zanimljivo je navesti da je i Russellov logicizam iz *Principia Mathematica* bio u Hrvatskoj rano poznat i čak bez rezerve prihvaćen (u članku Franje Mihletića [99] iz 1912.).

9.1 Logika i "semiotika"

Gradišćanski Hrvat Mate *Meršić* (19. rujna 1850. – 15. veljače 1928.)[6] razvija na pretpostavkama osobite inačice

[4] V. naš prilog [75, str. 258–261].

[5] Usp. opširnu analizu Nagyeve logike s biografijskim podatcima u H. Festini [34].

[6] M. Meršić rođen je u Frakanavi (Frankenau, u srednjem Gradišću, u Austriji do mađarske granice; naziv 'Gradišće' potječe od Meršića). Od 1878. godine boravi u Hrvatskoj Kemlji (Horvátkimle), kod Mosonmagyaróvára (Ugarski Stari Grad, uz Dunav u Mađarskoj blizu austrijske granice), gdje je bio župnikom te gdje je i umro. Iako poznat ponajprije kao hrvatski pjesnik (služio se je i pjesničkim imenom 'Miloradić'), imao je ogroman interes za matematiku (posebice geometriju), prirodne znanosti, ekonomiju, filozofiju, teologiju (osobito moralnu), te je iz tih područja objavio zamjetan opus. Istaknimo njegov opsežan rad *Organistik der Geometrie*, 1914., koji je uključen i

algebarske logike kritiku aristotelovske (skolastičke) silogistike. Meršić se u svome radu snažno nadahnjuje i oslanja na njemačkoga matematičara (i filozofa) Hermanna Schefflera (1820.–1903.).

Na Četvrtome znanstvenome međunarodnome kongresu katolika u Fribourgu 1897. (zbornik je objavljen 1898. [95]) Meršić je svojom kritikom aristotelovske logike znatno odstupio od uobičajenih stajališta, tako da je čak novoskolastički autoritet toga doba, Constantin Gutberlet, u predgovoru trećemu izdanju (1898.) svoje *Logike i spoznajne teorije* napisao [59, str. VI]: "Napadi se empirista, pozitivista, asocijativnih psihologa i dr. već usmjeruju protiv formalne logike, koja je dosad vrijedila kao opće dobro svih filozofijskih pravaca, kao neophodan organon svih znanosti. Čak je na IV. međunarodnome znanstvenom kongresu katolika objavljena rasprava jednoga mađarskoga župnika, koji ne poduzimlje ništa manje nego otkloniti likove i načine silogizma kao nelogične" (u bilješci se uredno citira "M. Merchich" i njegovo izlaganje na Kongresu). Na svoju se kritiku aristotelovske silogistike iz 1897. Meršić pozivlje opet 1914. [96, str. 50], tvrdeći također, primjerice, da je "skolastička silogistika" nedostatna kako bi se riješio paradoks o Ahileju i kornjači te da je za to potrebna matematika beskonačnosti.

Općenito, formalna logika ima za Meršića srednji položaj između "umske algoritmike" ("čistoga nauka o idejama", "prve filozofije", "čiste, formalne", "prve znanosti"), koja

kao zaseban dio u *Modernes und Modriges*, 1914. Na području je teologije zapao u žustru polemiku s tadašnjim velikim novoskolastičkim imenom Albertom Stöcklom. O Meršiću (životopis i razni obziri njegova djelovanja) usp. Karall, K. (ur.) [72]. Prijesjek Meršićeve znanstvene djelatnosti daje N. Benčić [72, str. 25–36], a filozofijsku analizu Meršićeva djela daje F. Zenko [163].

daje opću formu svake znanosti, i analize,[7] kao općega nauka o veličini. U *Organistik der Geometrie*, 1914. [97], vidimo je da je za Meršića formalna logika pojmovna "konkrecija" "umske algoritmike", dok je opet analiza "konkrecija" formalne logike u zoru[8] (geometrija je pak primjena analize na prostor).[9]

Meršić postavlja logici ("dijalektici") zahtjev punoga međusobnoga odgovaranja, usklađenosti, logičkih i jezičnih oblika, i izgradnje, suvremeno rečeno, potpunoga i pouzdanoga formalnoga (sintaktičnoga) deduktivnoga sustava, i to na području logike jednomjesnih priroka (predikata) (logike razreda) – područje koje odgovara tradicionalnoj kategoričnoj (nemodalnoj) silogistici. Gornji, suvremenim jezikom formulirani zahtjev, očituje se u glavnome "pravilu" koje Meršić postavlja sintaktičnomu sustavu ("semiotici"):

> Štogod je shvaćeno mišlju, treba također, kako je mišlju shvaćeno, najtočnije biti izraženo znakovima.[10]

To se pravilo ujedno odnosi ne samo na odgovaranje jezika logici mišljenja nego i na odgovaranje cijeloga formalnoga deduktivnoga sustava logici mišljenja. Naime, Meršić govori da se u "savršenoj semiotici" "sve dijalektičke radnje" (*operationes*) mogu ustanoviti samim znacima. A kako su "logičke radnje" za Meršića (i tradicionalno) tri: pojam (oznaka, *terminus*), stavak (*propositio*, sud) i zaključak, odnosno, silogizam (silogizam je Meršiću zaključak u pravome

[7] Meršić često sinonimno rabi nazivke "aritmetika" i "analiza" (gdjekad i "algebra"): "die Arithmetik oder wie sie heute gewöhnlich gennant wird, die Analysis" [97, str. 199, usp. i str. 170].

[8] Točnije, same su veličine "neposredni apstrakti iz zorova" [97, str. 164].

[9] Usp. [97, str. 163–164, 198–199, također i str. 57, 109, 130, 137, 187].

[10] Quidquid mente concipitur, debet, ut mente concipitur, accuratissime signis quoque exprimi [95, str. 381].

smislu [95, str. 388]), jasno je da Meršić ima na umu i neki formalni deduktivni sustav u kojem, " 'samom silom oblika' ... uvijek i nužno proizlazi ono, što proizlazi samom silom misli" [95, str. 381].

Zahtjev je potpunosti posebno izražen kad se kaže: "štogod je shvaćeno mišlju, treba također, kako je mišlju shvaćeno, ... biti izraženo znakovima", tj. semiotika mora moći izraziti i svaki silogizam. Ili: sve se logičke radnje (i silogizmi) mogu ustanoviti samim znacima.[11] Pouzdanost je naznačena u prvome citatu onime "najtočnije": ako imamo jezični izraz silogizma, onda taj izraz ne znači ni više ni manje nego silogizam kakav on jest (tj. "kako ga mišlju shvaćamo").

Naravno da se i za pojmove i stavke zahtijevaju potpuno odgovarajući jezični znaci. Meršić do te mjere naglašuje svoje glavno pravilo da, "zbog kratkoće", čak uvjetno briše razliku između znaka i značenja (između srednjovjekovnih *suppositio materialis* i *suppositio personalis*), jednostavno izjednačujući "oznaku" (*terminus*) s pojmom (*conceptus*).[12]

Ako je suditi po Meršićevoj vrlo negativnoj reakciji na Hilbertovu aksiomatizaciju geometrije (u [97, str. 207–220]), Meršić bi, kao i za geometriju, i za logiku odbacio ideju bilo kakva posebna, "sumarna" dokaza suvislosti sustava. Umjesto toga, treba zasebno ispitati istinitost pojedinih aksioma. Naime, ako su "logičke radnje" u sustavu "najtočnije", istinito izražene, onda je sustav neprotuslovan (suvisao), jer istina ne protuslovi istini (prema umskoalgoritamskome načelu istovjetnosti, $A = A$).[13]

[11] ... meris signis possunt institui omnes operationes dialecticae, ... [95, str. 381].

[12] ... ut termini (*et* propositionis) nomine per se et simpliciter nonnisi mentales intelligimus, vel, si mavis, nullam inter mentales et vocales quantum ad hoc discrepantiam admittamus [95, str. 383].

[13] O Hilbertovim aksiomima Meršić kaže: "Oni su neprotuslovni, ako su svi istiniti. A jesu li istiniti, to je pitanje koje se bezuvjetno

Meršić vidi cilj silogistike (formulira ga pomoću retoričnoga pitanja) u potpunoj mehanizaciji logičkih radnja i njihovu svođenju na postupanje sa znakovima ("znakovni algoritam").[14]

Ustvari, Meršić drži da i aristotelovska silogistika teži takvu formalnu sustavu ("savršenu silogističkomu algoritmu"), no služi se pritom neprikladnom, "nesavršenom semiotikom" [95, str. 382], gdje je značenju znakova potrebna dopuna naknadnim razmišljanjem i na temelju govornoga običaja. Znak je u "nesavršenoj semiotici" "nejasan, dvojben, neodređen" [95, str. 381]. Meršić drži da nijedan ljudski jezik dosad nije zadovoljio kriterij "savršene semiotike" da svaki znak bude uzet isključivo u smislu značenja koje on po sebi ima (bez ikakvih dodataka i podrazumijevanja), te kao uzor postavlja algebru i njezin "račun".[15]

9.2 Stavak i jednadžba

Meršićeva je logika opsegovna, te mu se stavak (sud), o kojem govori nakon izlaganja o oznaci (pojmu), svodi na opsegovni odnos oznaka.[16]

mora riješiti za svaki pojedini stavak zasebno" [97, str. 216]. Hilbertov je dokaz neprotuslovnosti odbacivao i Frege. Usp. članak P. Blanchette [14].

[14] U *Organistik der Geometrie*, Meršić upozorava da je takvu "pravu znanstvenu algoritmiku" postigla "aritmetika". Tu se pomoću algebarkoga jezika "kako je poznato, gotovo nemisaono i čisto mehanički, a ipak s velikom sigurnošću i brzinom, dade izvesti aritmetički misaoni algoritam, i na koncu treba samo dobiveni simbolički rezultat iz simbola ponovno prevesti u pojmove i misli da bi se dobila tražena spoznaja" [97, str. 114].

[15] Prema *Organistik der Geometrie*, samo je analiza postigla "pravu znanstvenu formu, naime jednu, jedinu, isključivu formu sve i svake znanosti" [97, str. 54, v. i str. 170, 184]. Analiza je, služeći se algebarskim znacima, izgradila i "pravu znanstvenu simboliku" (jezik, "ideografiku"), iako je i taj "algebarski znakovni jezik" još uvijek vrlo nesavršen [97, str. 114, 180].

[16] Od Schefflerovih pet ("pentarhijskih") logičkih temeljnih svojstava: "kvantiteta", "inherencija", "relacija", "kvaliteta" i "modalnost" [139, str. 14 i dalje], koja vrijede i za stavke [139, str. 413–418],

U logičkome se simbolizmu Meršić znatno pridržava Schefflerova načina (usp. [139, str. 464 nadalje]), ali ga i lagano dorađuje. Prijesjek opsegā (*extensio*, tj. razreda) a i b Meršić označuje pomoću '$|ab|$'; a razliku (a koji nisu b) pomoću '$|a|b$'. Prema tome, u odnosu su dvaju oznaka mogući ovi dijelovi opsega (ove "djelomičnosti"[17]): $|ab|$, $|a|b$, $|a|b$.[18] To je lako predočljivo dijagramom kao što je Vennov s dvama krugovima i područjima unutar krugova $|a|b$, $|ab|$, $|b|a$.[19] Kako se od stavka do stavka vrijednost tih dijelova može mijenjati, tj. može obuhvaćati cijeli opseg oznake (a ili b), određeni dio opsega ili biti prazan (jednak nuli), Meršić uvodi i svojevrsni, najprije neodređeni, količitelj 'V' za "promjenljivu vrijednost" "djelomičnosti". Upozorimo da se Meršićev 'V' razlikuje po značenju od Booleova simbola 'v', jer je '$xy = v$' Booleu izraz za *Neki x jesu y* (čime se isključuje da bi prijesjek x i y bio prazan). Opsegovni se

a u skladu s čime i Meršić navodi pet oblika stavka [95, str. 386], Meršić se bavi samo kolikotnim oblikom stavka, na koji se mogu svesti ("ut notum est") svi stavci [95, str. 386].

[17] Meršićeva *particularitas* potječe od Schefflerove *Partikularität*. Prema Scheffleru se kolikoća općenito dijeli, prema (trodiobnoj) neutralnosti, na tri stupnja: pojedinačnost (*Singularität*), djelomičnost (*Partikularität*) i sveopćost (*Universalität*). U njega djelomičnost odgovara razlomku ("prava" djelomičnost odgovara "pravomu" razlomku, koji nema vrijednost veću od 1). Usp. [139, str. 40–44]. Djelomičnost može imati i vrijednost 0, kao što ćemo odmah vidjeti u Meršića; za Schefflera usp. [139, str. 468].

[18] U Schefflera jednostavno, ali neodređenije, $|ab|, |a|, |b|$, v. [139, str. 470].

[19] Takav obilježeni dijagram crta Meršić. Scheffler i Meršić imaju, primjerice, dijagram triju krugova, kao što je Vennov, za tri pojma s osam označenih mogućih odjeljaka. Ipak, ni Scheffler ni Meršić nisu, kao Venn, poopćili uporabu toga dijagrama na sve slučaje s dvama ili trima pojmovima, nego od slučaja do slučaja crtaju poseban, prilagođeni dijagram. Napomenimo da Vennov članak o uporabi dijagrama izlazi 1880. (kao poglavlje knjige *Symbolic Logic*, 1881. godine), a iste, 1880. godine izlazi i Schefflerov prikaz logike kao sastavni dio djela *Naturgesetze*.

odnosi dviju oznaka u stavku sada mogu ovako općenito izraziti:

$$a - V|a|b = b - V|b|a,$$

jer su i lijeva i desna strana jednake $V|ab|$, odnosno ovako

$$a + V|b|a = b + V|a|b$$

[95, str. 391].[20] Moguće pak vrijednosti opsega Meršić naznačuje posebnim pokazateljima iznad i ispod 'V', npr. da je ta vrijednost 0, da je jednaka upravo dijelovima $|a|b$, $|ab|$ ili $|b|a$, ili pak čitavu opsegu a ili b. Time zapravo Meršić dobiva niz određenih količitelja. Ako je stavak potpuno određen, on ima jedan od pet oblika koje Meršić ovako prikazuje [95, str. 393]:

$$\begin{array}{lrcl}
1. & a - \overset{0}{\underset{0}{V}}|a|b & = & b - \overset{0}{\underset{0}{V}}|b|a, \\
2. & a - \overset{0}{\underset{0}{V}}|a|b & = & b - \overset{|b|a}{\underset{|b|a}{V}}|b|a, \\
3. & a - \overset{|a|b}{\underset{|a|b}{V}}|a|b & = & b - \overset{0}{\underset{0}{V}}|b|a, \\
4. & a - \overset{|a|b}{\underset{|a|b}{V}}|a|b & = & b - \overset{|b|a}{\underset{|b|a}{V}}|b|a, \\
5. & a - \overset{a}{\underset{a}{V}}|a|b & = & b - \overset{b}{\underset{b}{V}}|b|a.
\end{array}$$

Jednostavnije prikazano, to su sljedeći oblici (prema [95, str. 391–392]):[21]

[20] To valja usporediti sa Schefflerovim formulama '$a + x = b + y$' i '$a - y = b - x = c$', gdje ni a i x, a tako ni b i y, nemaju, prema svojoj kolikoći, zajedničkih dijelova, dok je c zajednički dio oznaka a i b. Usp. [139, str. 426–427].

[21] Scheffler razlikuje četiri slučaja kolikotnoga odnosa u sudu, redom, Meršićeve peti, četvrti, drugi i treći oblik, a slučaj $a = b$ drži graničnim slučajem između onoga što su u Meršića peti i četvrti oblik. V. [139, str. 426, 428].

1.	$a = b$	npr. *Sva su tijela sve teško.*
2.	$a = b - \|b\|a$	npr. *Svaki je čovjek nešto smrtno.*
3.	$a - \|a\|b = b$	npr. *Nešto je smrtno svaki čovjek.*
4.	$a - \|a\|b = b - \|b\|a$	npr. *Neki je liječnik neki Nijemac.*
5.	$a - a = b - b$	npr. *Nijedan čovjek nije lav.*

Stavak može biti jednoznačno određen prema gornjim oblicima, ali može biti i "nesavršeno određen", tj. samo "moguć" (*potentialis*), dopuštajući disjunkciju dvaju do svih petero gornjih oblika [95, str. 393–394].

Sada Meršić pokazuje da je aristotelovska razdioba stavaka prema kakvoći i kolikoći na četiri oblika neodrživa. Ima samo jedan djelomičan (partikularan) stavak, dijelom jestan, a dijelom niječan. Naime, samo je jedna sredina između A i E: ni A ni E, odnosno, dijelom A, dijelom E [95, str. 394].[22] – To proizlazi već iz Meršićeve analize oznake (pojma), gdje se pokazuje da je udioništvo u cjelini trojako: *sve*, *ništa* i *nešto*, pri čem ne stoje u oprjeci po dvoje od tih triju članova, nego uvijek jedan prema preostalim dvama članovima.[23] Dakle, *nešto* nije u oprjeci spram *ništa*, nego je nešto "ni *sve* ni *ništa*", a *ne-ništa* nije tek *nešto*, nego *sve* ili *nešto* (v. [95, str. 385–386]).

[22] I Scheffler drži I i O jednim oblikom, v. [139, str. 431]. Schefflerovu kritiku tradicionalnoga razlikovanja četiriju vrsta sudova usp. u [139, str. 430–433].

[23] To je Schefflerovo opće trodiobno "načelo neutralnosti", koje zajedno s jednodiobnim načelom "primitivnosti", dvodiobnim "kontrarnosti", te četverodiobnim "heterogenosti" i peterodiobnim "alijeniteta", sučini u njega također i osnovicu logike (usp. [139, str. 297–298 i npr. str. 369]). Meršić, kad govori o oznaci (pojmu), obrađuje tri oblika disjunkcije: "primitivnu" (*disiunctio ad unum*), "oprjeku ili suprotnost" (*disiunctio in duo*), i "neutralnost" (*disiunctio ad tria*, [95, str. 384–385]).

Meršić također pokazuje da su svi stavci logičkoga kvadrata osim E "nesavršeno određeni": A je troznačan između 1., 2. i 3. oblika, a I i O su troznačni između oblika 2., 3. i 4. (jer obje oznake mogu biti opće, odnosno, djelomične). E je, dakako, jednoznačno 5. oblika [95, str. 395].

Jasno je da se sada ruše odnosi logičkoga kvadrata. Primjerice, A (*Svaki je čovjek lav*) i O (*Neki čovjek nije lav*) mogu oba biti neistiniti, a istinit E (*Nijedan čovjek nije lav*). Nadalje, iz općega stavka ne slijedi (nego je samo uključen) djelomičan, zbog shvaćanja odnosa oznaka u stavku kao istovjetnosti (kao što iz $8 = 2\times 4$ ne slijedi $7 = 2\times 4$) (usp. [95, str. 396]).[24]

9.3 Silogistički račun

U izgradnji silogističkoga "računa" Meršić najprije izvodi "opću formulu" zaglavka silogizma. Sad se u sustavu triju pojmova iz općega oblika stavaka između a i b, te između b i c, rješavanjem jednadžba i isključenjem (*eliminatio*) srednje oznake napokon dobiva ova opća formula:

$$a - V[\,|a|bc + |ab|c\,] = c - V[\,|c|ab + |bc|a\,]$$

Pomoću te formule[25] Meršić zatim cjelokupan "algoritam" silogizma svodi na "jedinstveno opće pravilo", koje sadrži "račun" kako za date premise izračunati konkretan zaglavak [95, str. 400–402]. U sklopu se računa određuju vrijednosti "djelomičnosti" za konkretne premise i uvrštavaju u opću formulu zaglavka.

[24] Prema Meršiću [97], podmet su i prirok jedan te isti pojam koji je kao podmet "konfuzan" ("nepoznato koje treba spoznati"), a kao prirok "ekspliciran" ("spoznato nepoznato"). V. [97, str. 148, 160].

[25] Za Schefflera je odgovarajuća formula '$a - (z + y) = c - (x + y')$' maksimum "zajedničkih slučaja" što ih mogu imati a i c, ako su premise '$a + x = b + y$' i '$b + y' = c + z$'. Usp. [139, str. 509–510].

Meršić sada pokazuje da su bespredmetna silogistička pravila o likovima (*figurae*) i načinima (*modi*) silogizma [95, str. 406]:

1. Likovi su u silogistici sasvim bespotrebni jer su svi stavci jednostavno obratljivi (zbog opsegovne istovjetnosti obaju oznaka) te ne opstoji nikakav poseban odnos podmeta (*subiectum*) i priroka (*praedicatum*), većega i manjega pojma (oznake), a poredak premisa ne igra nikakvu ulogu.

2. Iz neutemeljenosti razdiobe stavaka na A, E, I i O proizlazi i neutemeljenost aristotelovskih silogističkih načina, te ne čudi da se od 64 moguća načina u svim likovima 52 načina odbacuju (kad se odbaci i 4. lik).[26] U dobro utemeljenoj silogistici upotrebljivi su svi načini koji se u njoj uopće mogu dobiti (prema gornjem općem algoritmu).

Ipak, Meršićeva analiza ne opovrgava svaku mogućnost da se tradicionalna silogistika spasi prihvatimo li algebarski pristup. Sam Boole, primjerice, ne polazi od trodiobe *sve*, *ništa* i *nešto*, te u svojoj rekonstrukciji silogistike dopušta i četiri stavka logičkoga kvadrata kao temeljna (uz još četiri druga oblika),[27] uvrštava ih u algebarski račun, te čak želi spasiti i zaključivanje prema podrednosti. No Meršić se, zbog gore navedenih razloga, izrazito protivi takvoj pri-

[26] Taj suvišak za Schefflera dokumentira "unutrašnju nedostatnost skolastičke razdiobe sudova", jer su sudovi koji se tom razdiobom dobivaju, previše neodređeni [139, str. 520].

[27]

$$\begin{array}{lll} Svi\ Y\ su\ X: & y = vx, & \\ Nijedan\ Y\ nije\ X: & y = v(1-x), & \\ Neki\ Y\ su\ X: & vy = vx, & \\ Neki\ Y\ su\ ne-X: & vy = v(1-x), & [15,\ \text{str. } 228]. \end{array}$$

mjeni algebre, koja ostaje u okvirima "aristotelovske organistike".[28]

Nadalje, kako vidimo, Meršić u svome spisu ne ispituje račun za relacije (niti uvodi pravo pokoličavanje, što je u logici tada tek u začetku). Logika se razreda danas smatra tek "pretpoviješću" algebre relacija [8, str. 134]). No, na iz sadašnje perspektive malome isječku logike, Meršić, na svoj način, ipak čvrsto drži neke bitne i danas standardne kriterije izgradnje logičkoga sustava (formalizirani jezik, potpunost i pouzdanost sustava, maksimalna algoritmizacija).

[28] U *Organistik der Geometrie* Meršić kaže da čak ni moderna matematika ("najneposrednija i najegzaktnija konkrecija sve prave logike") nije "dosad" došla dalje od toga nego da "čudne poučke te antičke logike odjene u algebarske simbole i ludomu brbljanju dade visokoparno ime 'algebre logike' " [97, str. 55]. Meršić daje na tom mjestu primjer Aristotelove razdiobe stavaka (sudova) na jesne i niječne, gdje su matematičari, drži Meršić, prema analogiji stavka i jednadžbe, svakako trebali uočiti sav "besmisao" te razdiobe (jer bi besmislena bila i razdioba jednadžbā na jesne i niječne), v. [97, str. 56]. Razrađenu argumentaciju protiv razdiobe stavaka prema "kakvoći" i prema "kolikoći" Meršić daje u [95, str. 387–390]. – Podsjetimo da je i Frege također kritičar tradicionalne razdiobe sudova, npr. u [40], ali sa stajališta koje izlazi iz okvira Booleove algebarske logike. Za razliku od Fregea, Meršiću razlika između podmeta i priroka u stavku nije tek psihologijska, nego spoznajna. Usp. ovdje str. 168, bilj. 24. Također, Meršić ne želi svesti aritmetiku na logiku, nego aritmetiku (i analizu) drži, sa Schefflerom, "konkrecijom" logike u matematici (na veličinama apstrahiranima iz zora) [97, str. 199]. Usp. ovdje str. 162.

Podatci o prilozima u knjizi

'Filozofija iznova kao znanost'. *Filozofska istraživanja*, 81–82, XXI (2001), 455–462, 2001. Djelomice dorađeno. U kraćem obliku održano kao referat u Zagrebu na simpoziju Hrvatskoga filozofskoga društva *Filozofija na kraju tisućljeća*, 26.–27. studenoga 1999.

'Filozofija je znanost'. Proširen i dorađen referat održan u Sarajevu na simpoziju Matice hrvatske i Filozofskoga fakulteta Sveučilišta u Sarajevu *Filozofija i znanost(i)*, 26.–27. travnja 2004. Referat izlazi u zborniku skupa.

'Obični i formalizirani jezik u logici'. *Logika*, 1 (2000), 3–9. Mjestimice dopunjeno i dorađeno. Prethodno izlagano u Crikvenici 1998., u sklopu *Državnoga natjecanja iz logike*.

'Imena – granični slučaj jezika'. *Filozofska istraživanja*, 75, XIX (1999), 677–684, s novim dodatkom i neznatnim izmjenama u ostalome dijelu teksta. U kraćem obliku održano kao referat u Zagrebu na skupu Hrvatskoga filozofskoga društva *Hrvatsko filozofsko nazivlje i teorija prijevoda*, 10.–12. prosinca 1998.

'Quineov platonizam i antiplatonizam'. *Filozofska istraživanja*, 72–73, XIX (1999), 193–199, što je prijevod članka 'Quine's Platonism and Antiplatonism', *Synthesis philosophica*, 27–28, XIV (1999), 45–52. Proširenje referata održanoga u Cresu na skupu *Hrvatskoga filozofskoga društva Dani Frane Petriša / Dies Francisci Patricii / The Days of Frane Petriš*, Cres, 30. kolovoza – 4. rujna 1998.

'Napomene uz Gödelov ontologijski dokaz'. Dosad neobjavljeno. Neki su dijelovi izneseni u referatu 'Gödel and Kant on ontological proof' na *Logic Colloquium 2001*, Beč, 6.–11. kolovoza 2001. (sažetak u *The Bulletin of Symbolic Logic*, 8 (2002), 143–144. i u *Annals of Kurt Gödel Society* 4, 2001.)

'Neki oslabljeni gödelovski ontologijski sustavi'. Prijevod članka 'Some weakened Gödelian ontological systems', *Journal of Philosophical Logic.* 32 (2003), 565–588, © 2003 *Kluwer Academic Publishers*, s neznatnim izmjenama i ispravkom dokaza potpunosti. Bitni su dijelovi prethodno izneseni u referatu 'Weakened Gödelian ontological systems' na *Logic Colloquium 2002*, Münster, 3.–11. kolovoza 2002. (sažetak u *The Bulletin of Symbolic Logic*, 9 (2003), 96.) Neki su dijelovi izneseni na *Logic Colloquium 2001* (v. gore).

'Franjo pl. Marković i algebarska logika'. *Otvorena pitanja povijesti hrvatske filozofije : zbornik radova znanstvenoga skupa, Zagreb, 23.–25. lipnja 1999.* (P. Barišić, gl. ur.) Zagreb: Institut za filozofiju, 2000., str. 363–375.

'O Meršićevoj logici'. Dosad neobjavljeno.

Literatura

[1] *Hrvatski biografski leksikon*, sv. 1–. Zagreb: JLZ-HLZ, 1983–.

[2] Adams, R. M. Introductory note to *1970. U [56], sv. 3, 1995, str. 388–402.

[3] Adams, R. M. The logical structure of Anselm's arguments. *The Philosophical Review 80* (1971), 28–54.

[4] Alchourrón, C., Gärdenfors, P., Makinson, D. On the logic of theory change. *Journal of Symbolic Logic 50* (1985), 510–530.

[5] Anderson, C. A. Some emendations of Gödel's ontological proof. *Faith and Philosophy 7* (1990), 291–303.

[6] Anderson, C. A. Alonzo Church's contributions to philosophy and intensional logic. *The Bulletin of Symbolic Logic 4* (1998), 129–171.

[7] Anderson, C. A., Gettings, M. Gödel's ontological proof revisited. U *Gödel '96*, F. Hájek, ur. Natick, Mass.: A K Peters, 1996, str. 167–172.

[8] Andréka, H., Németi, I., Sain, I. Algebraic logic. U [43], sv.2, 2001, str. 133–247.

[9] Aquinas, T. *Summa theologica*, sv. 1–6. Taurini, Romae: Marietti, 1939.

[10] Aristoteles. *Metaphysica.* Oxford: Oxford University Press, 1973.

[11] Aristoteles. *Ethica Nicomachea.* London: Oxford University Press, 1975.

[12] Atten, van, M., Kennedy, J. On the philosophical development of Kurt Gödel. *The Bulletin of Symbolic Logic 9* (2003), 425–476.

[13] Bertić, V. *Samouka pokus pèrvi.* Pešta: 1847.

[14] Blanchette, P. Frege and Hilbert on consistency. *The Journal of Philosophy 93* (1996), 317–336.

[15] Boole, G. *An Investigation of the Laws of Thought.* New York: Dover, 1958.

[16] Boole, G. *The Mathematical Analysis of Logic.* Bristol: Thoemmes, 1998. Repr. from the 1847 ed.

[17] Brkić, S. *Epistemička logika i dinamika vjerovanja.* Zagreb: Jurčić, 1997.

[18] Cantor, G. Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre. U *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, E. Zermelo, ur. Berlin: Springer, 1932, str. 282–356.

[19] Church, A. A note on the Entscheidungsproblem. U [27], str. 108–115.

[20] Church, A. An unsolvable problem of elementary number theory. U [27], str. 88–107.

[21] Church, A. Comparison of Russell's resolution of the semantical antinomies with that of Tarski. *The Journal of Symbolic Logic 41* (1976), 747–760.

[22] Cocchiarella, N. A completeness proof theorem in second order modal logic. *Theoria 35* (1969), 81–103.

[23] Copeland, B. J. The Church-Turing thesis. Jesen, 2002. U [162], `http://plato.stanford.edu/entries/church-turing`.

[24] Curry, H. B. Grundlagen der kombinatorischen Logik. *American Journal of Mathematics 52* (1930), 509–536, 789–834.

[25] Dadić, Ž. *Povijest egzaktnih znanosti u Hrvata*, sv. 1–2. Zagreb: SNL, 1982.

[26] Darwiche, A., Pearl, J. On the logic of iterated belief revision. *Artificial Intelligence 89* (1997), 1–29.

[27] Davis, M., ur. *The Undecidable.* New York: Raven, 1965.

[28] Davis, M. *Na logički pogon.* Zagreb: Jesenski i Turk, 2003. Prev. Lj. Vukić i O. Strpić.

[29] Devidé, V. *Matematička logika. Prvi dio (Klasična logika sudova).* Beograd: Matematički institut, 1964.

[30] Essler, W. K. Gödel's Beweis. U *Klassische Gottesbeweise in der Sicht der gegenwärtigen Logik und Wissenschaftstheorie*, F. Ricken, ur. Stuttgart, etc.: Kohlhammer, 1991, str. 140–152.

[31] Fagin, R., Halpern, J. Y. Belief, awareness, and limited reasoning. *Artificial Intelligence 34* (1988), 39–76.

[32] Fagin, R., Halpern, J. Y., Moses, Y., Vardi, M. Y. *Reasoning about Knowledge.* Cambridge, Mass., London: The MIT Press, 1995.

[33] FEFERMAN, S. Gödel's life and work. U [56], sv. 1, 1986, str. 1–36.

[34] FESTINI, H. Logistika Trogiranina Albina Nađa. *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine 1* (1975), 75–138.

[35] FIENGO, M., MAY, R. Names and expressions. *The Journal of Philosophy 95* (1998), 377–409.

[36] FITTING, M. *Types, Tableaus and Gödel's God*. Dordrecht, Boston, London: Kluwer, 2002.

[37] FITTING, M. First-order intensional logic. *Annals of Pure and Applied Logic 127* (2004), 171–193.

[38] FØLLESDAL, D. Introductory note to *1961/? U [56], sv. 3, 1995, str. 364–373.

[39] FREGE, G. *Funktion, Begriff, Bedeutung*, 6. izd. Göttingen: Vandenhoeck, Ruprecht, 1986.

[40] FREGE, G. *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, 2. izd. Hildesheim, etc.: Olms, 1988.

[41] FREGE, G. *Grundgesetze der Arithmetik*. Hildesheim, etc.: Olms, 1988. 2. Nachdruck der Ausgaben 1893 u. 1903.

[42] FREGE, G. *Osnove aritmetike i drugi spisi*. Zagreb: Kruzak, 1995. Odabrali i prev. F. Grgić i M. Hudoletnjak Grgić.

[43] GABBAY, D., GUENTHNER, F., ur. *Handbook of Philosophical Logic*, 2. izd., sv. 1–. Dordrecht, Boston, London: Kluwer, 2001–.

[44] GALLIN, D. *Intensional and Higher-Order Modal Logic : with Applications to Montague Semantics*. Amsterdam, Oxford, etc.: North-Holland, Elsevier, 1975.

[45] Gärdenfors, P. Belief revision : an introduction. U *Belief Revision*, P. Gärdenfors, ur. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1992, str. 1–28.

[46] Garson, J. Quantification in modal logic. U [43], sv. 3, 2001, str. 267–323.

[47] Gibson, R. Quine on matters ontological. *Electronic Journal of Analytic Philosophy 5* (1997). `http://ejap.louisiana.edu/EJAP/1997.spring/gibson976.html`,.

[48] Gödel, K. The modern development of the foundations of mathematics in the light of philosophy. U [56], sv. 3, 1995, str. 374–387.

[49] Gödel, K. On formally undecidable propositions of *Principia mathematica* and related systems I. U [56], sv. 1, 1986, str. 145–195.

[50] Gödel, K. Ontological proof; Texts relating to the ontological proof. U [56], sv. 3, 1995, str. 403–404, 429–437.

[51] Gödel, K. A remark about the relationship between relativity theory and idealistic philosophy. U [56], sv. 2, 1995, str. 202–207.

[52] Gödel, K. Some basic theorems on the foundations of mathematics and their implications. U [56], sv. 3, 1995, str. 304–323.

[53] Gödel, K. Some observations about the relationship between theory of relativity and Kantian philosophy. U [56], sv. 3, 1995, str. 230–259.

[54] Gödel, K. What is Cantor's continuum problem (1947). U [56], sv. 2, 1990, str. 176–187.

[55] Gödel, K. What is Cantor's continuum problem (1964). U [56], sv. 2, 1990, str. 254–270.

[56] Gödel, K. *Collected Works*, sv. 1–5. New York, Oxford: Oxford University Press, 1986–2002. S. Feferman i dr., ur.

[57] Gödel, K. Što je Cantorov problem kontinuuma? U *Novija filozofija matematike*, Z. Šikić, ur. Beograd: Nolit, 1987, str. 135–151.

[58] Goldblatt, R. *Logics of Time and Computation*, 2. izd. Stanford: Center for the Study of Language and Information, 1992.

[59] Gutberlet, C. *Logik und Erkenntnistheorie*, 4. izd. Münster: Theissing, 1909.

[60] Hájek, P. Magari and others on Gödel's ontological proof. U *Logic and Algebra*, A. Ursini, P. Aglianó, ur. New York, etc.: Dekker, 1996, str. 125–135.

[61] Hájek, P. A new small emendation of Gödel's ontological proof. *Studia Logica 71* (2002), 149–164.

[62] Hazen, A. P. On Gödel's ontological proof. *Australasian Journal of Philosophy 76* (1998), 361–377.

[63] Heidegger, M. *Die Frage nach dem Ding.* Tübingen: Niemeyer, 1962.

[64] Heidegger, M. Das Ende der Philosophie und die Aufgabe des Denkens. U *Zur Sache des Denkens.* Tübingen: Niemeyer, 1969, str. 61–80.

[65] Hintikka, J. *Knowledge and Belief.* Ithaca, London: Cornell University Press, 1962.

[66] Hintikka, J. Impossible possible worlds vindicated. *Journal of Philosophical Logic 4* (1975), 475–484.

[67] Jakić, M. *Znanstveni realizam u filozofiji Hilary Putnama*. Zagreb: Hrvatsko filozofsko društvo, 1993.

[68] Jevons, W. S. *The Principles of Science : A Treatise on Logic and Scientific Method*. London, etc.: Macmillan, 1905. Pretisak 2. izd. 1877.

[69] Kant, I. *Kritik der praktischen Vernunft*. U [70], sv. 5.

[70] Kant, I. *Gesammelte Schriften*, sv. 1–. Berlin: Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften, 1908–.

[71] Kant, I. *Critique of Pure Reason*. New York, Toronto: St Martin's Press, MacMillan, 1965. Transl. by N. Kemp Smith.

[72] Karall, K., ur. *Mate Meršić Miloradić*. Beč: Hrvatski akademski klub, 2000.

[73] Köhler, E., Buldt, B. i dr., ur. *Kurt Gödel : Wahrheit und Beweisbarkeit*, sv. 1–2. Wien: Öbv et Hpt, 2002.

[74] Kovač, S. Formalizam i realizam u logici : Franjo pl. Marković i Gjuro Arnold. *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine 18* (1992), 141–182.

[75] Kovač, S. Formalizam, objektivizam, realizam : o nekim shvaćanjima logike u Hrvatskoj prve pol. 20. st. *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine 22* (1996), 255–265.

[76] Kovač, S. Franjo pl. Marković : On the hundred and fiftieth anniversary of his birth. *Studia historiae philosophiae Croaticae 3* (1996), 169–188.

[77] Kovač, S. Some weakened Gödelian ontological systems. *Journal of Philosophical Logic 32* (2003), 565–588.

[78] Kracht, M., Kutz, O. The semantics of modal predicate logic II. Modal individuals revisited. `http://www.linguistics.ucla.edu/people/Kracht/html/public-math.html`, 2004. Izlazi u R. Kahle, *Intensionality.*

[79] Kripke, S. Semantical considerations on modal logic. U *Acta Philosophica Fennica*, sv. 16: 1963, str. 83–94.

[80] Kripke, S. Identity and necessity. U *Identity and Individuation*, M. Munitz, ur. New York: New York University Press, 1971, str. 135–164.

[81] Kripke, S. A puzzle about belief. U *Meaning and Use*, A. Margalit, ur. Dordrecht: D. Reidel, 1976, str. 239–283.

[82] Kripke, S. *Naming and Necessity.* Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1980.

[83] Kripke, S. Istovjetnost i nužnost. U *Kontekst i značenje*, N. Miščević, M. Potrč, ur. Rijeka: Izdavački centar Rijeka, 1987, str. 135–164.

[84] Kutz, O. New semantics for modal predicate logics. U *Foundations of Formal Sciences II* (Dordrecht, etc., 2003), B. Löwe i dr., ur., Kluwer.

[85] Levesque, H. A logic of implicit and explicit belief. U *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence* (Menlo Park, Calif., 1984), AAAI Press, str. 198–202.

[86] Liard, L. *Die neuere englische Logik*, 2. izd. Leipzig: Denicke, 1883. Übers. v. I. Imelmann.

[87] Linsky, B. The notation in Principia mathematica. Zima, 2004. U [162], `http://plato.stanford.edu/entries/pm-notation`.

[88] Lotze, H. *Logik*, sv. 1. Vom Denken. Hamburg: Meiner, 1989.

[89] Macan, I. Istinitost i sigurnost ljudske spoznaje. U *Filozofija u susret teologiji*. Zagreb: Filozofsko teološki institut D. I., 1989, str. 19–36.

[90] Macan, I. *Filozofija spoznaje*. Zagreb: Filozofsko teološki institut Družbe Isusove, 1997.

[91] Magari, R. Logica e teofilia. *Notizie di logica 7* (1988), 11–20.

[92] Marković, pl., F. Logika. Litografirana skripta, 1875–.

[93] Marković, pl., F. *Razvoj i sustav obćenite estetike*. Split: Logos, 1981. Pretisak izd. 1903.

[94] Menzel, C. The true modal logic. *Journal of Philosophical Logic 20* (1991), 331–374.

[95] Merchich, M. Utrum in dialectica Aristotelea recte distinguantur figurae modique syllogismi. U *Compte rendu du quatrième Congrès Scientifique International des Catholiques, Troisième section: sciences philosophiques* (Fribourg, 1898), str. 380–407. Skup održan 16.–20.08.1897.

[96] Merchich, M. *Modernes und Modriges*. Horvátkimle bei Moson, Ungarn: Selbstverlag, 1914.

[97] Merchich, M. *Organistik der Geometrie : Grundzüge der geometrischen Prinzipienlehre*. Horvátkimle bei Moson, Ungarn: Selbstverlag, 1914.

[98] Meyer, J.-J. C., van der Hoeck, W. *Epistemic Logic for AI and Computer Science*. Cambridge, UK, etc.: Cambridge University Press, 1995.

[99] Mihletić, F. Principi matematike. *Nastavni vjesnik 20* (1912), 510–523.

[100] Mill, J. S. *System der deductiven und inductiven Logik, 1. Theil*. Braunschweig: Viehweg, 1877. Übers. von J. Schiel.

[101] Mill, J. S. *System of Logic Ratiocinative and Inductive*. London: Longmans, 1959.

[102] Murawski, R. Undefinability of truth. The problem of the priority : Tarski vs. Gödel. *History and Philosophy of Logic 19* (1998), 153–160.

[103] Nagel, E., Newman, J. R. *Gödelov dokaz*. Zagreb: Kruzak, 2001. Prev. M. Hudoletnjak Grgić. Dodatak: K. Gödel, *O formalno neodlučivim stavcima Principia Mathematica i srodnih sustava I*, prev. V. Kirin.

[104] Nayak, A., Foo, N., Pagnucco, M., Sattar, A. Changing conditional beliefs unconditionally. U *Proceedings of the Sixth Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge* (De Zeeuwsee Stromen, 1996), str. 119–135.

[105] Orilia, F. A note on Gödel's ontological argument. *European Review of Philosophy 1* (1994), 125–131.

[106] Parsons, C. *Mathematics in Philosophy*. Ithaca, NY: Cornell University Press, 1983.

[107] Parsons, C. Quine and Gödel on analyticity. U *On Quine*, P. Leonardi, M. Santambrogio, ur. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1995, str. 297–313.

[108] Petrović, G. *Logika*, 3., neizm. izd. Zagreb: Školska knjiga, 1967.

[109] Plantinga, A. *The Nature of Necessity*. Oxford: Oxford University Press, 1982.

[110] Plato. *Theaetetus Sophist*. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1967.

[111] Plato. *Republic*, sv. 1–2. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1970–78.

[112] Plato. *Lysis Symposium Gorgias*. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1975.

[113] Putnam, H. *Mathematics, Matter and Method*, 2. izd. New York: Cambridge University Press, 1979.

[114] Putnam, H. Reference and truth. U *Realism and Reason*. Cambridge, UK, etc.: Cambridge University Press, 1983, str. 57–102.

[115] Putnam, H. *Words and Life*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1994.

[116] Quine, W. V. O. Immanence and validity. U [126], str. 242–250.

[117] Quine, W. V. O. *Word and Object*. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1960.

[118] Quine, W. V. O. On what there is. U *From a Logical Point of View*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1964, str. 1–19.

[119] Quine, W. V. O. *The Roots of Reference*. La Salle: Open Court, 1974.

[120] Quine, W. V. O. *The Ways of Paradox*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1976.

[121] Quine, W. V. O. *Theories and Things*. Cambridge, Mass.: Belknap, 1981.

[122] Quine, W. V. O. *Methods of Logic*, 4. izd. Harvard University Press, 1982.

[123] Quine, W. V. O. *Pursuit of Truth*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1992.

[124] Quine, W. V. O. Structure and nature. *The Journal of Philosophy 89* (1992), 5–9.

[125] Quine, W. V. O. *From Stimulus to Science*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1995.

[126] Quine, W. V. O. *Selected Logic Papers*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1995.

[127] Quine, W. V. O. *Riječ i predmet*. Zagreb: Kruzak, 1999.

[128] Rahnfeld, M. Gödel's ontologisches Argument im Kontext. *Synthesis Philosophica 17* (2002), 393–410.

[129] Rantala, V. Impossible worlds semantics and logical omniscience. U *Acta Philosophica Fennica*, sv. 35: 1982, str. 18–24.

[130] Riehl, A. Die englische Logik der Gegenwart. *Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie 1* (1877), 50–80.

[131] Russell, B. Knowledge by acquaintance and knowledge by description. U [138], str. 16–32.

[132] Russell, B. Mathematical logic as based on the theory of types. U [136], str. 57–102.

[133] Russell, B. On denoting. U [136], str. 39–56.

[134] Russell, B. On the nature of acquaintance. U [136], str. 125–174.

[135] Russell, B. The philosophy of logical atomism. U [136], 175–281.

[136] Russell, B. *Logic and Knowledge*. London: Allen and Unwin, 1956.

[137] Salmon, N. Reflexivity. U [138], str. 240–274.

[138] Salmon, N., Soames, S., ur. *Propositions and Attitudes*. Oxford, etc.: Oxford University Press, 1988.

[139] Scheffler, H. *Die Naturgesetze. 3. Theil, Die Theorie der Erkenntniss oder die logischen Gesetze*. Leipzig: Foerster, 1880.

[140] Schönfinkel, M. On the building blocks of mathematical logic. U *From Frege to Gödel*, J. van Heijenoort, ur. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1988, str. 239–283. Izvorno njem. 1924.

[141] Soames, S. Direct reference, propositional attitudes, and semantic content. U [138], str. 197–239.

[142] Soames, S. The modal argument : wide scope and rigidified descriptions. *Nous 32* (1998), 1–22.

[143] Sobel, J. H. Names and indefinite descriptions in ontological arguments. *Dialogue 22* (1983), 195–201.

[144] Sobel, J. H. Gödel's ontological proof. U *On Being and Saying*, J. J. Thomson, ur. Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1987, str. 241–161.

[145] Sobel, J. H. *Logic and Theism : Arguments For and Against Beliefs in God.* Cambridge, UK, etc.: Cambridge University Press, 2004.

[146] Sosa, D. The import of the puzzle about belief. *The Philosophical Review 105* (1996), 373–402.

[147] Strawson, P. F. *Introduction to Logical Theory.* London: Methuen, 1974.

[148] Strawson, P. F. On referring. U *Logico-Linguistic Papers.* London: Methuen, 1974, str. 1–27.

[149] Šikić, Z., ur. *Novija filozofija matematike.* Beograd: Nolit, 1987.

[150] Šikić, Z., ur. *Kako je stvarana novovjekovna matematika.* Zagreb: Školska knjiga, 1989.

[151] Švob, G. Ima li danas logičkih antinomija? *Filozofska istraživanja 5* (1985), 527–541.

[152] Tarski, A. Truth and proof. *Scientific American 220*, 6 (1969), 63–77.

[153] Tarski, A. The concept of truth in formalized languages. U *Logic, Semantics, Metamathematics.* Indianapolis: Hackett, 1983, str. 152–278.

[154] Taschek, W. On ascribing beliefs : content in context. *The Journal of Philosophy 95* (1998), 323–353.

[155] Tieszen, R. Gödel's path from the incompleteness theorems (1931) to phenomenology (1961). *The Bulletin of Symbolic Logic 4* (1998), 181–203.

[156] Turing, A. M. On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. U [27], str. 115–154.

[157] WANG, H. *Reflections on Kurt Gödel.* Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1995.

[158] WANG, H. *A Logical Journey.* Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1996.

[159] WHITEHEAD, A. N., RUSSELL, B. *Principia Mathematica*, 2. izd., sv. 1. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1925.

[160] YE, R., FITTING, M. Belief, names, and modes of presentation. U *Advances in Modal Logic*, e. a. F. Wolter, ur., sv. 3. New Jersey, etc.: World Scientific, 2002, str. 389–408.

[161] YOURGRAU, P. *Gödel Meets Einstein : Time Travel in the Gödel's Universe.* Chicago: Open Court, 1999.

[162] ZALTA, E. N., ur. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy.* Stanford: The Metaphysics Research Lab at Standford University, 2004. `http://plato.stanford.edu`.

[163] ZENKO, F. Meršićevo razumijevanje i određenje filozofije. *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine 15* (1989), 149–160.

[164] ZHANG, D., FOO, N. Infinitary belief revision. *Journal of Philosophical Logic 32* (2001), 525–570.

[165] ŽARNIĆ, B. *U perspektivi dinamične semantike : valjanost praktičnoga zaključka.* Zagreb: Hrvatsko filozofsko društvo, 2005.

Summary

The book contains six previously published papers and essays (now slightly revised or extended), to which three new, previously unpublished chapters are added. An essential role of logic in forming and developing philosophy is examined in several different ways. On the ground of modern logical development, it is argued that philosophy can be established (and is, in fact, established to a large extent) as a modern science. Also, some philosophical (primarily ontological) topics are analyzed using modern logical methodology. In the first two chapters we consider the general relationship between logic and philosophy and concentrate on some examples from the development of logic and philosophy in the last 125 years. In the rest of the book, the following logical, philosophical and historical problems are addressed: language and ontology, Gödel's ontological proof and the beginnings of modern logic in Croats. The theme of Platonism, more or less explicitly, also appears in a large part of the book.

In the first chapter, *Philosophy as a science*, we show how modern development of logic opens up new possibilities for philosophy to be renewed in a form of modern science. Frege, Russell, Quine and Kripke are taken as examples. The ontological aspects and consequences of first-order logic, theory of definite descriptions, ramified theory of types and modal logic are examined. A brief comment on the logic of belief is added.

Chapter 2 *Philosophy is a science* demonstrates interconnections and the overlapping of philosophy, mathematics and theoretical computer science, especially regarding

their respective logical aspects. In particular, philosophically relevant results obtained by mathematicians and computer scientists are considered (metamathematics, theory of computability). Interdisciplinary aspects of epistemic logic and belief dynamics are also examined.

In Chapter 3 *Ordinary and formalized language in logic* some rather simple examples are used to indicate what happens when we translate sentences of ordinary language into an artificial logical language. Some consequences of logically uncontrolled use of ordinary language are showen, and philosophical advantages of the use of logical language are considered.

In Chapter 4 *Names – a bordercase of translation* the scope of reduction of names to definite descriptions is examined. It is shown that definite descriptions do not necessarily make names conceivable. The translation of names is in fact not a translation of meaning. Instead, such a translation establishes a common relation of two linguistic communities to an object (even if names originate from general terms).

Chapter 5 *Quine's Platonism and Antiplatonism* deals with various aspects of Platonism in Quine. Quine rejects intensional Platonism (attributes, properties), and pragmatically accepts extensional Platonism, where classes are only auxiliary means to express the laws of set theory. At the level of elementary logic, Quine develops "ontologically innocent" predicate logic, where Platonism is reduced to schematized linguistic forms.

In Chapter 6 *Remarks to Gödel's ontological proof* main features and theses of Gödel's philosophy are considered (e.g., conceptual realism) that make the philosophical background of Gödel's ontological proof of the existence of God. The philosophical relation to Kant is specially taken into account.

In Chapter 7 *Some weakened Gödelian ontological systems* a Gödelian ontological KB system and some other weak systems are formally described. Thereby the theory of types and natural deduction are used and a completeness proof in its main and specific parts is given. Also, technical and philosophical comments on the systems are given. The main philosophical topics discussed include relativism of values, Gödel's principal philosophical theses, and Gödel's critique of Kant's moral theology.

Chapter 8 *Franjo pl. Marković and algebraic logic* shows how Marković relativizes Boole's formalism (and "Platonism") with respect to psychological realizability of concepts and real determination of concepts by objects. Marković opposes Jevons' extensional approach proposing his intensional approach. According to Marković, logic should be extended by the theory of "real induction", and, starting from the "principle of reason", logic should also explain the formation of a concept, and the possibility of the reference to the same object of the notes contained in a concept.

The last chapter *On Meršić's logic* focuses on some fundamental components of Meršić's special algebraic logic (1898). From this standpoint Meršić gives a sharp critique of the Aristotelian syllogistic. Meršić is in his logic in many aspects dependent on 19th century German mathematician and philosopher H. Scheffler.

Imensko kazalo