

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

John Lennon Lindemann

**ALÓGICA DE LEWIS CARROLL**

Santa Maria, RS  
2017



**John Lennon Lindemann**

**A LÓGICA DE LEWIS CARROLL**

Dissertação de mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Filosofia.**

Orientador: Dr. Frank Thomas Sautter

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Lindemann, John Lennon  
A Lógica de Lewis Carroll / John Lennon Lindemann.-  
2017.  
121 p.; 30 cm

Orientador: Frank Thomas Sautter  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Maria, Centro de Ciências Sociais e Humanas, Programa de  
Pós-Graduação em Filosofia, RS, 2017

1. Lógica 2. Silogismo 3. Lewis Carroll I. Sautter,  
Frank Thomas II. Título.

**John Lennon Lindemann**

**A LÓGICA DE LEWIS CARROLL**

Dissertação de mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Filosofia**.

**Aprovado em 10 de março de 2017:**

---

**Frank Thomas Sautter, Dr. (UFSM)**  
(Presidente/Orientador)

---

**Gisele Dalva Secco, Dra. (UFRGS)**

---

**Rafael Montoito Teixeira, Dr. (IFSUL)**

Santa Maria, RS  
2017



## **DEDICATÓRIA**

*À memória de Enio Saul Lindemann.*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, Milton e Marli Lindemann, por cultivarem em mim o apreço pelo conhecimento que me fez chegar até aqui.

Agradeço à minha namorada, Elizabete Echer, pelo carinho e compreensão nas longas noites de estudo.

Agradeço aos amigos que moram e frequentam o apartamento 33102 da CEU II, pelos momentos de descontração e por todo incentivo recebido.

Por fim, agradeço ao meu orientador, Professor Frank, pela paciência e dedicação com a qual buscou guiar-me pelos caminhos da lógica.



*Go ask Alice  
I think she'll know  
When logic and proportion  
Have fallen sloppy dead*

*And the White Knight is talking backwards  
And the Red Queen's "off with her head!"  
Remember what the dormouse said  
"Feed your head. Feed your head."*

(Grace Slick)



## RESUMO

### A LÓGICA DE LEWIS CARROLL

AUTOR: John Lennon Lindemann  
ORIENTADOR: Frank Thomas Sautter

A presente dissertação apresenta um exame da lógica carrolliana através da reconstrução de sua teoria silogística. Lewis Carroll foi um dos principais responsáveis pela divulgação da lógica durante o século XIX, mas grande parte de seus escritos lógicos permaneceram desconhecidos até uma publicação póstuma de 1977 e ainda são objeto de poucos estudos. A reconstrução da teoria silogística carrolliana se deu pelo cotejamento dos dois livros sobre lógica do autor, a saber, “The Game of Logic” e “Symbolic Logic”. A análise da silogística carrolliana parte de um estudo do contexto histórico de desenvolvimento da lógica no qual as obras se situam e dos desenvolvimentos da silogística anteriores ao aporte do autor. Situado no período histórico da álgebra da lógica, a silogística carrolliana caracteriza-se como uma extensão conservativa da silogística aristotélica, cuja principal inovação consiste no uso de termos negativos e na introdução de um método diagramático de resolução de silogismos adequado à representação destes termos. O método diagramático da silogística carrolliana apresenta avanços em relação aos métodos de Euler e Venn. O uso de termos negativos também exigiu do autor uma redefinição da noção de silogismo, simplificando-a e expandido a quantidade de argumentos passíveis de tratamento lógico. Carroll não utiliza quatro, mas apenas três proposições categóricas em sua silogística; com uma interpretação dos pressupostos existenciais congruente com a leitura sintático-existencial. A silogística carrolliana utiliza algumas técnicas similares àquelas encontradas no trabalho de algebristas da lógica que lhe foram contemporâneos e, enquanto um lógico de seu tempo, também cometeu as mesmas confusões entre as noções de “classe” e “membro” que eram comuns no período. Convicto da utilidade social da lógica e dedicado a popularizá-la, Carroll priorizou a criação de novas didáticas para o ensino da lógica em seus trabalhos, onde pode-se incluir o seu método diagramático de resolução de silogismos, originalmente apresentado como um jogo de peças. Carroll fez apenas escassas considerações acerca de sua concepção de lógica. Baseado nas pequenas considerações encontradas ao longo do estudo e na constante reivindicação da utilidade social da lógica, sugere-se que Carroll estaria próximo da posição atualmente chamada de pragmática, que considera a lógica como um instrumento de regulamentação do discurso.

Palavras-chave: Lógica. Silogismo. Lewis Carroll.



## ABSTRACT

### THE LOGIC OF LEWIS CARROLL

**AUTHOR:** John Lennon Lindemann

**ADVISOR:** Frank Thomas Sautter

The present dissertation presents an examination of the Carrollian logic through the reconstruction of its syllogistic theory. Lewis Carroll was one of the main responsible for the dissemination of logic during the nineteenth century, but most of his logical writings remained unknown until a posthumous publication of 1977. The reconstruction of the Carrollian syllogistic theory was based on the comparison of the two books on author's logic, "The Game of Logic" and "Symbolic Logic". The analysis of the Carrollian syllogistics starts from a study of the historical context of development of the logic and the developments of syllogistics previous to the contribution of the author. Situated in the historical period of algebraical logic, Carrollian syllogistics is characterized as a conservative extension of the Aristotelian syllogistics, the main innovation is the use of negative terms and the introduction of a diagrammatic method suitable for the representation of negative terms. The diagrammatic method of the Carrollian syllogistics presents advances in relation to the methods of Euler and Venn. The use of negative terms also requires a redefinition of the notion of syllogism, simplifying and expanding the amount of arguments amenable to logical treatment. Carroll does not use four, but only three categorical propositions in his syllogistic, with interpretation of existential presuppositions congruent with a syntactic-existential reading. Carrollian syllogistics uses some techniques found in the work of algebraists of logic and also made the same confusions between notions of "class" and "member" that were common in the period. Convinced of the social utility of logic and dedicated to popularize it, Carroll prioritized a creation of new didactics for the teaching of logic in his works, where he can include his diagrammatic method of solving syllogisms. Carroll made only scant considerations of his conception of logic. Based on the small considerations found throughout the study and on the constant claim of the social utility of logic, it is suggested that Carroll is close to the so-called pragmatic position, which considers a logic as an instrument of regulation of discourse.

Keywords: Logic. Syllogism. Lewis Carroll.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Quadrado de oposições.....	30
Figura 2 – O tabuleiro do Jogo da Lógica.....	81
Figura 3 – Universo do Discurso.....	82
Figura 4 – Diagrama Unilateral.....	83
Figura 5 – Classes codivisionais $y$ e $y'$ .....	84
Figura 6 – Diagrama Biliteral.....	84
Figura 7 – Diagrama Trilateral.....	85
Figura 8 – Representação diagramática de uma Proposição de Existência em um diagrama Unilateral.....	88
Figura 9 – Representação diagramática de uma Proposição de Existência com Classe Imaginária.....	89
Figura 10 – Representação diagramática de uma Proposição de Relação Particular.....	90
Figura 11 – Representação diagramática de uma Proposição de Relação Universal Negativa.....	90
Figura 12 – Representação de uma Proposição Universal Afirmativa no diagrama Biliteral.....	91
Figura 13 – Representação de uma Proposição Particular em um diagrama Trilateral.....	91
Figura 14 – Representação de uma Proposição Universal Negativa em um diagrama Trilateral.....	92
Figura 15 – Representação de uma Proposição Universal Afirmativa em um diagrama Trilateral.....	93
Figura 16 – Uma proposição representada.....	97
Figura 17 – Duas proposições representadas.....	97
Figura 18 – Três proposições representadas.....	98
Figura 19 – Diagrama Biliteral com a representação da conclusão.....	98
Figura 20 – Diagrama Trilateral da primeira exemplificação prática.....	100
Figura 21 – Diagrama Biliteral da primeira exemplificação prática.....	100
Figura 22 – Diagrama Trilateral da segunda exemplificação prática.....	101
Figura 23 – Diagrama Biliteral da segunda exemplificação prática.....	101
Figura 24 – Diagrama Trilateral da terceira exemplificação prática.....	102
Figura 25 – Diagramas de Euler.....	104
Figura 26 – Diagramas de Euler propostos por Keynes.....	105
Figura 27 – Diagramas para sorites.....	107
Figura 28 – Diagrama Quadrilateral.....	108
Figura 29 – Diagrama Quadrilateral marcado.....	109



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Quadrado ontológico.....	28
Tabela 2 – As quatro figuras do silogismo.....	31
Tabela 3 – Os modos válidos.....	32
Tabela 4 – Processo de Classificação.....	50
Tabela 5 – Interpretação usual das proposições categóricas.....	66
Tabela 6 – Interpretação sintático-existencial das proposições categóricas.....	68
Tabela 7 – Forma abstrata dos termos.....	79
Tabela 8 – As células do diagrama Biliteral.....	85
Tabela 9 – As células do diagrama Triliteral.....	86



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	21
<b>2</b>	<b>A LÓGICA CARROLLIANA E SEU CONTEXTO HISTÓRICO</b> .....	23
2.1	O CONTEXTO EM GERAL: A LÓGICA.....	23
2.2	O CONTEXTO EM ESPECÍFICO: A SILOGÍSTICA.....	27
2.3	A LÓGICA CARROLLIANA.....	33
2.3.1	A concepção de lógica carrolliana.....	36
2.3.2	O projeto lógico carrolliano.....	39
<b>3</b>	<b>A SILOGÍSTICA CARROLLIANA</b> .....	43
3.1	A REDEFINIÇÃO DA NOÇÃO DE SILOGISMO.....	44
3.2	A TEORIA DOS TERMOS.....	46
3.3	A TEORIA DAS PROPOSIÇÕES.....	54
3.3.1	A Forma normal de uma proposição.....	55
3.3.2	O pressuposto existencial das proposições.....	63
3.3.3	Os dois tipos de proposição e as regras de tradução.....	72
3.4	A REPRESENTAÇÃO DIAGRAMÁTICA.....	77
3.4.1	A forma abstrata dos termos.....	78
3.4.2	A representação diagramática dos termos.....	80
3.4.3	A representação diagramática de proposições.....	87
3.5	O MÉTODO DIAGRAMÁTICO DE RESOLUÇÃO DE SILOGISMOS.....	93
3.6	EXEMPLIFICAÇÃO PRÁTICA.....	99
<b>4</b>	<b>PARTICULARIDADES DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL</b> .....	103
4.1	COMPARAÇÕES ENTRE MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS.....	103
4.2	USO DE DIAGRAMAS PARA SORITES.....	107
4.3	UMA EXTENSÃO CONSERVATIVA.....	109
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	113
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	117



## 1 INTRODUÇÃO

O objetivo do presente trabalho é examinar e reconstruir uma parte da lógica e a filosofia da lógica de Lewis Carroll a partir do cotejamento de suas principais obras, a saber, “Symbolic Logic” (1896) e “The Game of Logic” (1887). Devido à extensão dos trabalhos do autor, este estudo limita-se à análise da primeira metade de sua lógica, onde encontramos suas contribuições mais importantes.

Por “primeira metade de sua lógica” compreende-se sua teoria silogística e seu método diagramático de resolução de silogismos, tal como encontrados em “The Game of Logic” (1887) e na primeira metade de “Symbolic Logic” (1896). Por “segunda metade de sua lógica” compreende-se o seu método de subscritos para silogística e lógica proposicional, assim como seu método de árvores, que consta apenas na segunda metade de “Symbolic Logic” (1896, p. 279-319).

Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898) desenvolveu estudos de lógica voltados para a instrução de crianças e foi professor de matemática em um dos *colleges* mais famosos de Oxford, o Christ Church. Ficou mundialmente conhecido como Lewis Carroll, seu pseudônimo. Carroll é considerado o principal responsável pela divulgação da lógica durante o século XIX (THE JOY OF LOGIC, 2013), não apenas pelos seus trabalhos em lógica, mas também pelas suas obras literárias, consideradas “romances matemáticos”<sup>1</sup>. Inclusive “Bertrand Russell, Wittgenstein, W. V. Quine, Gilbert Ryle, Peter Geach e muitos outros citam os livros de Alice em suas obras” (MOKTEFI, 2008, p. 459, tradução nossa).

Este trabalho se justifica pela importância dos desenvolvimentos da lógica que ocorreram no período histórico em que as obras analisadas se situam e pela relevância das contribuições originais do autor; esta justificativa é reforçada pela publicação de partes inéditas da edição parcialmente póstuma de “Symbolic Logic” (CARROLL, 1986), publicada originalmente em 1977, e pela descoberta recente de um manuscrito onde o método diagramático é utilizado pela primeira vez para resolução de sorites (MOKTEFI, 2013, p. 55-71). Estas publicações trazem nova luz à compreensão da silogística carrolliana, mas não possuem tradução para o português e ainda são objeto de poucos estudos.

---

<sup>1</sup>Por “romances matemáticos” compreende-se “uma literatura que, explícita ou implicitamente, apresenta personagens ou passagens que podem ser interpretadas matematicamente com o objetivo de desenvolver o raciocínio matemático do leitor” (MONTOTO, 2011, p. 9).

A lógica carrolliana tornou-se famosa pelo acréscimo de termos negativos à teoria silogística e pela apresentação de um método diagramático, originalmente apresentado como um jogo de peças para instrução de jovens, que é adequado à resolução de silogismos com termos negativos. As decisões teóricas que possibilitaram as contribuições de Carroll à lógica serão o principal objeto de análise deste trabalho, cuja proposta não é ignorar o atual estado da lógica, mas apresentar uma possível compreensão dos pontos de vista e das posições carrollianas acerca dos problemas que engendraram as revolucionárias discussões em lógica durante o século XIX.

O capítulo subsequente dedica-se à uma história do desenvolvimento da lógica, adequada para situar o trabalho de Carroll em seu contexto específico; uma apresentação tradicional da teoria silogística anterior ao aporte de Carroll, vital para compreendermos seus avanços; e uma apresentação do projeto lógico e de uma hipótese sobre a noção carrolliana de lógica, possibilitando compreender o lugar ocupado pela teoria silogística em sua lógica.

O segundo capítulo de desenvolvimento dedica-se à reconstrução da teoria silogística carrolliana e de seu método diagramático de resolução de silogismo, o que se dá através de uma análise paulatina de sua redefinição da noção de silogismo, de sua teoria dos termos, de sua teoria das proposições e da exposição de seu método diagramático seguida de exemplificações práticas de seu uso.

O último capítulo de desenvolvimento dedica-se à uma análise teórica de aspectos de seu método diagramático e de sua teoria silogística, a saber, a comparação de seu método diagramático com os de Euler e Venn, o uso de seu método diagramático para argumentos com mais de três termos e o diagnóstico de que a teoria silogística carrolliana caracteriza-se como uma extensão conservativa da teoria silogística aristotélica.

Com esta análise da primeira metade das obras lógicas de Carroll, isto é, “The Game of Logic” (1887) e “Symbolic Logic: Part I - Elementary” (1896), tomadas como contribuições representativas de um dos períodos mais importantes para a história da lógica, situado entre a publicação de “An Investigation of the Laws of Thought” de Boole (1854) e o “Begriffsschrift” de Frege (1879), desejo apresentar o exame de uma importante pegada deixada pelos passos da evolução da lógica e possibilitar o reexame de como compreendemos essa evolução sob à luz das contribuições da lógica carrolliana.

## 2 A LÓGICA CARROLLIANA E SEU CONTEXTO HISTÓRICO

O presente capítulo apresenta um estudo preliminar à reconstrução e exame da silogística carrolliana. O objetivo é apresentar uma compreensão do desenvolvimento histórico da lógica na primeira seção, a reconstrução da teoria silogística anterior ao aporte de Carroll na segunda seção e a concepção da natureza e utilidade da lógica adotada pelo autor na terceira seção.

A primeira seção justifica-se porque o exame das obras lógicas proposto exige uma compreensão adequada do contexto histórico de desenvolvimento da lógica no qual elas se situam. A segunda seção servirá para que possamos comparar a silogística carrolliana ao estado da arte anterior aos desenvolvimentos que estavam ocorrendo nas mãos de Carroll e de seus pares. A terceira seção justifica-se como requisito à compreensão do papel que a teoria silogística exerce no projeto lógico do autor.

### 2.1 O CONTEXTO EM GERAL: A LÓGICA

A história da lógica pode ser dividida em três períodos principais (BARTLEY III, 1986, p. 15), a saber; lógica aristotélica, álgebra da lógica e lógica matemática. Embora essa divisão negligencie alguns aspectos da evolução da lógica, ela serve para compreendermos o trabalho de Lewis Carroll em seu próprio contexto.

“A Lógica trata dos princípios da inferência válida; e é certo que os homens fizeram e criticaram inferências muito antes de Aristóteles” (KNEALE W.; KNEALE M., 1991, p. 3), mas é só Aristóteles (384 a.C.-322 a.C.), que já disponha de um corpo de argumentos célebres para análise, quem realiza o primeiro trabalho sistemático acerca dos princípios da inferência válida. Nas palavras do próprio Aristóteles: “No que toca à nossa presente investigação, não é exato dizer que já foram tratadas ou elaboradas, [...]” (ARISTÓTELES, 2010, p. 608).

O conjunto das obras lógicas de Aristóteles é chamado de “Órganon”. Sua maior contribuição foi a criação da silogística, apresentada no terceiro livro do “Órganon”, que se chama “Analíticos Anteriores”. A silogística propunha-se a separar formas válidas e inválidas de inferências; sendo uma lógica de termos, onde cada conclusão válida se segue de duas premissas que relacionam os termos da conclusão a um terceiro termo.

Sabe-se que “no fim da Antiguidade distinguiram-se duas grandes escolas de lógica, a Peripatética, que derivava de Aristóteles e a Estóica que tinha sido desenvolvida por Crisipo” (KNEALE W.; KNEALE M., 1991, p. 115). A lógica estóica trata das relações de inferências entre proposições, podendo ser chamada anacronicamente de cálculo proposicional, mas “tudo o que sabemos acerca da lógica estóica, encontra-se em fragmentos conservados por escritores de outras escolas” (KNEALE W.; KNEALE M., 1991, p. 118).

Na Grécia antiga, no entanto, essas teorias [de Aristóteles e Crisipo] foram encaradas como rivais, embora na verdade elas se complementem. Poderiam ter sido reunidas numa só teoria, mas havia certa inimizade entre aristotélicos e estóicos, e isso acabou não acontecendo. E, como as obras dos estóicos não resistiram ao tempo, o que ficou conhecido na Idade Média, e daí por diante, como 'lógica' foram apenas os escritos de Aristóteles. (MORTARI, 2001, p. 28)

Por séculos se conheceu a dificuldade de certos argumentos intuitivamente válidos que não podem ser demonstrados através de silogismos. Mas, talvez devido principalmente a contingências históricas extrínsecas ao desenvolvimento da lógica do que por méritos do próprio Aristóteles, a silogística acabou sendo reconhecida como a lógica por excelência. Mesmo Kant chegou a afirmar, em 1787, no “Prefácio à Segunda Edição” da “Crítica da Razão Pura”:

Que a lógica tenha entrado nesse caminho seguro desde os mais remotos tempos é algo que se mostra no fato de que desde Aristóteles ela não precisou dar sequer um passo atrás, [...]. É igualmente notável que até aqui ela também não tenha podido dar um passo sequer adiante e pareça assim, ao que tudo indica, estar concluída e completa. (KANT, 2012, p. 25).

Uma exceção neste período é Leibniz (1646 – 1716) que, em 1666, escreve “De Arte Combinatória”, trabalho no qual defende que as línguas comuns estão sujeitas a inúmeras ambiguidades e propõe o projeto de identificação de uma linguagem simbólica universal para o pensamento humano. Com o uso dessa linguagem simbólica universal seria possível criar um cálculo que faria todos os argumentos assemelharem-se aos dos matemáticos (QUINE, 1996, p. 15).

O sonho de Leibniz começa a ser realizado a partir da publicação de “An Investigation of the Laws of Thought”, lançado originalmente em 1854, obra do matemático George Boole (1815-1864) e um marco para o início do período da álgebra da lógica.

Estas investigações [realizadas por Boole] propõem uma doutrina acerca da linguagem que é muito interessante. A linguagem é descrita aqui não como uma simples coleção de sinais, mas como um sistema de expressões, cujos elementos estão sujeitos às leis do pensamento que elas representam. Que estas leis sejam tão rigorosamente matemáticas como as leis que governam os conceitos puramente quantitativos de espaço e de tempo, de números e de grandeza, é uma conclusão que eu não hesito em submeter ao mais exato dos escrutínios. (BOOLE, 1854 apud KNEALE W.; KNEALE M., 1991, p. 411)

George Boole (1815-1864) inaugura uma nova era da lógica ao mostrar a possibilidade de que, com o auxílio de um sistema de signos matemáticos intimamente relacionados à álgebra, se possa deduzir a conclusão de todas as formas válidas da lógica aristotélica e ainda provar a validade de muitas formas de argumento que não podem ser demonstrados através de silogismos.

O fragmento supracitado, onde Boole explicita a proximidade de seu trabalho com a matemática, pode ser compreendido como um anúncio das mudanças que começavam a ocorrer na lógica, que se afastava da hegemonia aristotélica e aproximava-se de um novo projeto, mais semelhante ao leibniziano.

Antes dos algebristas, a lógica aristotélica era considerada o paradigma do pensar correto e muitos lógicos, mesmo depois das publicações de Boole, tais como John Stuart Mill (1843), reivindicavam que todo argumento válido deveria poder ser reduzido à forma silogística. Por outro lado, a partir dos avanços de Boole, os algebristas da lógica passaram a conceber a lógica aristotélica apenas como uma forma restrita de inferências, embora não errada. A revolução booleana, como percebe Bartley III (1986, p. 21), produziu uma mudança no próprio critério que determina os problemas e soluções admissíveis em lógica ao rejeitar a reivindicação dos lógicos aristotélicos de que todas as formas válidas poderiam ser reduzidas a silogismos.

Segundo Valencia (2004, p. 389), a característica mais marcante do período da álgebra da lógica consiste em traduzir um dado conteúdo para análise lógica em uma forma equacional adequada, então aplicar técnicas algébricas para solucionar a equação e por último traduzir a solução de volta para a linguagem original. O método de subscritos de Carroll (1986, p. 119-142) enquadra-se bem a essa descrição.

Quine, em “O Sentido da Nova Lógica” (1996, p. 15), afirmou:

[...], a lógica sofreu tal evolução que pode ser considerada uma ciência nova. Essa evolução é considerada como tendo seu início nas pesquisas ainda rudimentares do matemático George Boole, em meados do século passado [XIX]. Prenúncios destes

novos desenvolvimentos, entretanto, apareceram já antes, como por exemplo nos trabalhos de Leibniz; mas a nova lógica evoluiu de um modo contínuo só a partir de Boole, através das pesquisas dos alemães Frege e Schröder, do norte-americano Charles Peirce e do italiano Peano, atingindo um estado de amadurecimento apreciável em 1911-12, com a publicação da obra monumental, *Principia Mathematica*, em três grandes volumes, dos ingleses Whitehead e Russell.

Como a passagem de Quine sugere, é possível considerar o período da lógica matemática, tomando como seu marco inicial a publicação, em 1879, do “*Begriffsschrift*” de Gottlob Frege (1848-1925), como um resultado da continuidade da pesquisa dos algebristas.

A lógica de Frege toma o cálculo proposicional, que já havia sido explorado pelos estóicos, como a primeira parte de sua lógica, mas acrescenta uma teoria da quantificação, isto é, “um método para simbolizar e exhibir rigorosamente as inferências cuja validade depende de expressões como 'todos' ou 'alguns', 'qualquer' ou 'cada um', 'nada' ou 'nenhum'.” (KENNY, 1999, p. 438). O resultado alcançado por Frege foi a criação do cálculo de predicados. A notação utilizada por Frege era “tipograficamente incômoda” e já não é mais usada, “mas o cálculo por ele formulado constitui desde então a base da lógica moderna” (KENNY, 1999, p. 438).

Bertrand Russell (1872-1970) encontrou um paradoxo no trabalho de Frege, o famoso “Paradoxo de Russell”, e, em parceria com Alfred North Whitehead (1861-1947), escreveu o “*Principia Mathematica*” (RUSSELL; WHITEHEAD, 1927) cuja primeira parte foi publicada originalmente em 1910. O “*Principia*” apresenta o cálculo de predicados através de uma notação mais amigável, sem os incômodos tipográficos da notação fregeana, e busca sanar o “Paradoxo de Russell”. Daí que Quine, em fragmento supracitado, diz que com a publicação do “*Principia*” a lógica atingiu um estado de amadurecimento apreciável.

O “Paradoxo de Russell” não foi o primeiro paradoxo encontrado nesse período, de fato os paradoxos foram excepcionalmente importantes para os matemáticos e também para os algebristas da lógica no final do século XIX. O próprio trabalho de Frege já havia sido motivado pela crise nos fundamentos da matemática gerado pela descoberta de paradoxos. Carroll também dedicou-se, na parte avançada de seu “*Symbolic Logic*”, à discussão de paradoxos (1986, p. 423-475), onde apresenta alguns paradoxos, chamados por ele de “Quebra-cabeças lógicos” (*Logical Puzzles*), e oferece um tratamento original através do seu método de subscritos.

É perceptível que a carreira acadêmica de Lewis Carroll se deu em um período crucial para o desenvolvimento da lógica. “Seu próprio trabalho é uma contribuição à álgebra da

lógica” (BARTLEY III, 1986, p. 19, tradução nossa), que estava florescendo na segunda metade do século XIX.

Embora o principal interesse de Carroll pareça ser a popularização da lógica, inclusive apresentando seu método diagramático para resolução de silogismos como um jogo de peças, de modo que o aprendizado da lógica possa ser uma atividade lúdica, não se segue que a lógica carrolliana não traga contribuições originais e que ele também não esteja discutindo com seus pares, “os exemplos e exercícios de Carroll manifestam genialidade” (BARTLEY III, 1986, p. 29, tradução nossa) e este mesmo método lúdico apresenta avanços em relação ao método diagramático de Venn. A própria definição de silogismo apresentada simplifica a noção aristotélica de silogismo ao mesmo tempo em que expande a quantidade de formas válidas que podem ser reconhecidas.

## 2.2 O CONTEXTO EM ESPECÍFICO: A SILOGÍSTICA

Os trabalhos lógicos de Carroll não foram exclusivamente dedicados à lógica de termos, ele também nos apresenta ferramentas para formalização de argumentos em lógica proposicional, mas este estudo se limita à análise de sua silogística, onde destacam-se suas maiores contribuições. Contudo, antes do estudo de sua silogística, faz-se necessária a introdução de uma noção tradicional da teoria do silogismo.

O teoria do silogismo<sup>2</sup> de Aristóteles é amplamente reconhecida como o marco inicial da história da lógica, ela foi e continua sendo objeto de muitos estudos, tendo passado por algumas modificações mesmo antes do século XIX. O objetivo desta sessão é, aos moldes de um manual de lógica, apresentar uma breve noção da teoria do silogismo aristotélico sem as contribuições dos algebristas.

Antes de apresentar a teoria silogística propriamente dita, faz-se mister apresentar as considerações aristotélicas sobre o plano semântico e ontológico que são pressupostos na teoria; supondo uma forma de enunciação com dois termos do tipo sujeito-predicado (S é P), cuja relação entre os termos pode significar “ser em algo” ou “ser afirmado de algo”.

No primeiro livro do “Órganon”, chamado “Categorias”, essas considerações semânticas e ontológicas são expostas para esclarecer e precisar a noção de predicação

---

<sup>2</sup>Do grego: “*sullogismos*”.

atribuída aos termos de um silogismo. Essas considerações são tradicionalmente apresentadas no conhecido “quadrado ontológico” de Aristóteles.

Uma tabela semelhante à apresentada abaixo já se encontrava nos textos de Boécio (480-525), mas só foi batizado de “quadrado ontológico” por Angelelli (1967, p. 12-13).

Tabela 1 – Quadrado ontológico

	<b>Não existe em um sujeito</b>	<b>Existe em um sujeito</b>
<b>Dito de um sujeito</b>	Substância universal Exemplo: homem	Acidente universal Exemplo: barba
<b>Não dito de um sujeito</b>	Substância particular Exemplo: Platão	Acidente particular Exemplo: barba de Platão

Fonte: Elaborada pelo autor

O “quadrado ontológico” divide os entes, isto é, o que existe, através da combinação de duas dicotomias: O que é dito de um sujeito e não dito de um sujeito; e o que existe em um sujeito e não existe em um sujeito. A partir destas combinações, chegamos às distinções entre substâncias universais, substâncias particulares, acidentes universais e acidentes particulares.

Por substâncias universais compreende-se o que é dito de algo, mas não está em algo. Por exemplo, o predicado “homem”.

Por substâncias particulares compreende-se as instâncias das substâncias universais. Por exemplo, “Platão”.

Por acidentes universais compreende-se o que existe de maneira contingente em algo. Por exemplo, “barba”.

Por acidentes particulares compreende-se as instâncias dos acidentes universais. Por exemplo, “barba de Platão”.

Apesar das considerações sobre termos que significam substâncias particulares e acidentes particulares, Aristóteles restringe o domínio de aplicação de sua silogística apenas às substâncias universais e acidentes universais. Rasch (2013, p. 16) aponta duas possíveis razões para isso:

- (1) os silogismos exigem que os termos nas proposições possam ser trocados, de forma que o termo sujeito possa ser utilizado também como termo predicado, e vice-versa; (2) a teoria do silogismo foi formulada tendo em mente sua teoria da ciência, a qual trata apenas de universais.

No terceiro livro do “Órganon”, chamado “Analíticos Anteriores”, somos apresentados à teoria silogística. Todo silogismo é um argumento constituído por duas proposições dadas e uma terceira que é inferida a partir das anteriores. As duas proposições iniciais são chamadas de premissas e a terceira de conclusão. Segue um exemplo de silogismo:

Todos os sábios são lógicos.  
 Todos os vulcanos são sábios.  
 Logo, todos os vulcanos são lógicos.

Cada uma das premissas, assim como a conclusão, será sempre uma proposição categórica, isto é, uma proposição que expressa certa relação entre dois termos.

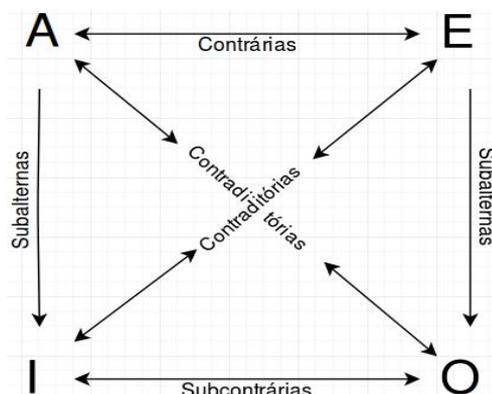
As proposições categóricas serão sempre universais ou particulares, assim como afirmativas ou negativas. São universais ou particulares de acordo com o que a proposição esteja expressando sobre o seu primeiro termo, que ocupa o lugar de sujeito da oração. No exemplo dado, as três proposições são universais, pois tratam da totalidade de seus termos sujeito. São afirmativas ou negativas na medida em que a proposição afirma ou nega a relação que esta sendo expressa entre seus dois termos. Voltando ao exemplo, as três proposições são afirmativas, pois afirmam que os termos sujeito são parte do que é expresso pelos termos predicado.

A partir da combinação destas distinções podemos distinguir os quatro tipos de proposições categóricas: universais afirmativas (Todo A é B), universais negativas (Nenhum A é B), particulares afirmativas (Algum A é B) e particulares negativas (Algum A não é B). Estes quatro tipos de proposição categórica são tradicionalmente chamadas de proposições em “A” (universal afirmativa), “E” (universal negativa), “I” (particular afirmativa) e “O” (particular negativa).

As relações entre os valores de verdade que os quatro tipos de proposições categóricas mantêm entre si quando possuem os mesmos termos é tradicionalmente apresentada através do “quadrado de oposições”.

As quatro relações lógicas possíveis entre as proposições categóricas, tal como apresentadas na figura abaixo, são chamadas de contradição, contrariedade, subcontrariedade e subalternação.

Figura 1 – Quadrado de oposições



Fonte: Elaborada pelo autor.

A relação de contradição ocorre entre as proposições em A e O, assim como entre E e I. Nestes casos, se uma das proposições for verdadeira, a outra será necessariamente falsa e vice-versa.

A relação de contrariedade ocorre entre as proposições em A e E. Neste caso, ambas podem ser falsas, mas se uma for verdadeira, a outra será necessariamente falsa.

A relação de subcontrariedade ocorre entre as proposições em I e O. Neste caso, ambas podem ser verdadeiras, mas se uma for falsa, a outra será necessariamente verdadeira.

A relação de subalternação ocorre entre as proposições em A e I, assim como entre E e O. Nestes casos, exclui-se a possibilidade das proposições possuírem valores de verdade distintos.

Segundo Aristóteles, “toda demonstração [silogística] será efetuada por meio de três termos e não mais do que isso.” (ARISTÓTELES, 2010, p. 165). Na estrutura de um argumento silogístico, cada um dos três termos deve aparecer em duas proposições.

Um desses termos sempre aparecerá nas duas premissas, denominado “termo médio”, o termo que é o sujeito da conclusão será chamado de “termo menor”, enquanto o termo que é o predicado da conclusão será chamado de “termo maior”. As letras “P”, “M” e “S” serão utilizadas, nesta seção, como notações respectivas ao termo maior (P), médio (M) e menor (S).

A conclusão de cada argumento será sempre obtida graças à “triangulação” dos três termos. Essa “triangulação” se dá a partir da relação entre dois termos com o termo médio, inferindo-se assim a relação que esses dois termos mantêm entre si na conclusão.

Existem quatro possibilidades de distribuição dos termos para realização desta triangulação, chamadas tradicionalmente de figuras, onde cada figura representa uma dessas possibilidades. A tabela abaixo ilustra a distribuição dos termos em cada uma das quatro figuras, onde a primeira letra à esquerda denota a espécie do termo que será o sujeito da respectiva proposição, separada por um hífen da letra à direita, que denota a espécie do termo predicado. Aristóteles não afirma a existência da configuração respectiva à quarta figura, mas sua necessidade foi amplamente reconhecida.

Tabela 2 – As quatro figuras do silogismo

	<b>Primeira Figura</b>	<b>Segunda Figura</b>	<b>Terceira Figura</b>	<b>Quarta Figura</b>
<b>Primeira premissa</b>	M-P	P-M	M-P	P-M
<b>Segunda premissa</b>	S-M	S-M	M-S	M-S
<b>Conclusão</b>	S-P	S-P	S-P	S-P

Fonte: Elaborada pelo autor.

As possibilidades de combinação dos quatro tipos de proposições categóricas com os quatro tipos de figuras resultam em 256 modos de silogismo, dos quais apenas 24 são considerados modos válidos<sup>3</sup>. Por modos válidos compreende-se os argumentos em que a partir da suposição da verdade das premissas se segue necessariamente a verdade da conclusão.

A tabela abaixo apresenta os 24 modos válidos distribuídos nas quatro figuras<sup>4</sup>. As letras “A”, “E”, “I” e “O” indicam os tipos de proposições categóricas que ocorrem em cada modo. Abaixo do nome de cada figura encontra-se o nome do modo à esquerda e três letras dispostas na vertical à direita, onde a letra superior indica o tipo de proposição da primeira premissa, a letra central o tipo de proposição da segunda premissa e a letra inferior indica o tipo de proposição da conclusão. Os modos com pressuposição existencial estão especificados, bem como os nomes tradicionalmente atribuídos a cada um dos 24 modos.

<sup>3</sup>Aristóteles reservava a palavra “silogismo” apenas para os modos válidos, tendo reconhecido apenas 14 destes modos (PINHEIRO, 2015, p. 59).

<sup>4</sup>Aristóteles não menciona a quarta figura e não fazia distinção entre silogismos com ou sem pressupostos existenciais. (PINHEIRO, 2015, p. 59)

Tabela 3 – Os modos válidos

Primeira Figura		Segunda Figura		Terceira Figura		Quarta Figura	
BARBARA	A A A	CESARE	E A E	DISAMIS	I A I	CAMENES	A E E
CELARENT	E A E	CAMESTRES	A E E	DATISI	A I I	DIMARIS	I A I
DARII	A I I	FESTINO	E I O	BOCARDO	O A O	FRERISON	E I O
FERIO	E I O	BAROCO	A O O	FERISON	E I O	CAMENOP (pressupõe existência)	A E O
BARBARI (pressupõe existência)	A A I	CESARO (pressupõe existência)	E A O	DARAPTI (pressupõe existência)	A A I	BRAMANTIP (pressupõe existência)	A A I
CELARONT (pressupõe existência)	E A O	CAMESTRO (pressupõe existência)	A E O	FELAPTON (pressupõe existência)	E A O	FESAPO (pressupõe existência)	E A O

Fonte: Elaborada pelo autor.

Dos 24 modos da tabela acima, a validade de 9 depende da pressuposição existencial, isto é, pressupor que o termo expresse algo que exista, não sendo vazio. Os seis modos de cada figura foram apresentados pelos seus nomes tradicionais<sup>5</sup>.

De acordo com a figura acima, vemos que cada um dos 24 modos possui ao menos uma proposição afirmativa e ao menos uma proposição universal em suas premissas, o que também é uma exigência aristotélica: “em todo silogismo um dos termos<sup>6</sup> tem que ser afirmativo e deve haver predicação universal” (ARISTÓTELES, 2010, p. 163).

Verificamos que o exemplo de silogismo apresentado nesta seção é um argumento válido do modo BARBARA da primeira figura.

<sup>5</sup>Os nomes dos modos são palavras mnemotécnicas, pois suas vogais indicam o tipo e a ordem das proposições categóricas de cada modo e as consoantes expressam operações requeridas para demonstrar sua validade.

<sup>6</sup>“Termo” aqui traduzido do grego “*oron*”, que, no contexto, deve ser entendido como premissa.

### 2.3 A LÓGICA CARROLLIANA

O objetivo desta seção é apresentar a concepção de natureza da lógica e o projeto lógico de Lewis Carroll. Contudo, antes de adentrar as especificidades deste estudo, gostaria de me deter a breves considerações biográficas, tamanho o entrelaçamento entre a vida e a obra deste autor e a grande repercussão do seu trabalho ao longo de gerações.

Carroll nutriu amizade com crianças, em especial com meninas, ao longo de toda a sua vida, sempre preocupado com a instrução de suas amigas. Passou toda a vida adulta em um dos *colleges* mais famosos de Oxford, primeiro como um aluno brilhante e logo em seguida como professor. Ordenou-se diácono em 1861, mas continuou lecionando e não ordenou-se sacerdote (MONTTOITO, 2011, p. 61-62).

“Sua bibliografia inclui mais de trezentos itens publicados separadamente” e “em seus últimos 35 anos, ele enviou e recebeu 98721 cartas” (COHEN, 1998, p. 16), trocando correspondências até com Charles Darwin (MONTTOITO, 2011, p. 63). Carroll também foi um entusiasta da fotografia e “chegou a ser reconhecido como o melhor fotógrafo de crianças do século XIX” (COHEN, 1998, p.16).

Ele costumava publicar seus trabalhos em matemática assinando como Charles Lutwidge Dodgson e já havia publicado poemas anônimos até que, em 1853, publicou um poema romântico intitulado “Solitude”, na revista “Comic Times”. O editor da revista exigiu que o poema fosse assinado e, temendo que seu nome enquanto matemático pudesse cair em descrédito com esta publicação, Charles Lutwidge inventa o seu pseudônimo “baseado na inversão latinizada de seus dois primeiros nomes” (COHEN, 1998, p. 99). Carroll temia que “os críticos recebessem suas obras sérias com indiferença, caso ligassem os dois nomes a uma só pessoa o que, de fato, algumas vezes aconteceu.” (MONTTOITO, 2011, p. 70).

Entre as crianças com as quais Carroll nutria amizade estava Alice Liddell, filha de Henry Liddell, deão do Christ Church e amigo de Carroll. Em uma certa tarde de 1862, enquanto passeava de bote com Alice e suas duas irmãs, Carroll conta-lhes a história de “Alice no País das Maravilhas”, que originalmente se chamava “Alice's Adventures Under Ground” (COHEN, 1998, p. 159). Após muita insistência de Alice, Carroll decide publicar, em 1865 (CARROLL, 2002), a história que o colocou para sempre entre os grandes clássicos da literatura.

A repercussão da obra foi imediata, considerado pela crítica como “o mais original e o mais fascinante” dentre os duzentos livros infantis daquele ano (MONTTOITO, 2011, p. 54). “Alice no País das Maravilhas” já foi adaptada para inúmeros filmes e peças de teatro, o rosto de Carroll aparece inclusive na capa de um álbum dos Beatles (THE BEATLES, 1967).

Mas antes de ser reconhecido como um dos gigantes da literatura, Carroll foi, em vida, um grande professor e um homem com severas críticas ao sistema educacional de sua época. Em carta endereçada a dois de seus irmãos, Carroll expressa, com ironia, parte de suas críticas:

O ponto mais importante, vejam bem, é que o professor seja revestido de um ar de majestade e colocado a uma certa distância do aluno; o aluno, por sua vez, deve ser degradado tão baixo quanto possível.

Mesmo porque, vocês bem sabem, o aluno nunca é tão humilde quanto deve.

Por isso é que eu me sento no ponto mais recuado da sala; atrás da porta (que fica sempre fechada) senta-se um guarda; atrás da segunda porta (que também fica sempre fechada) senta-se um segundo guarda e, enfim, no pátio, senta-se o aluno.

As perguntas são gritadas, um para o outro, e as respostas voltam pelo mesmo caminho. Fica um pouco confuso até que as pessoas se acostumem.

Veja um pouco como a aula funciona:

O Professor: -Quantas são duas vezes três?

O Guarda: -Qual é o aluno da vez?

O Sub-guarda: -O que a Rainha fez?

O Sub-sub-guarda: -O seu cão é pequenez?

O Aluno (timidamente): -Dez reais.

O Sub-sub-guarda: -Mas quais?

O Sub-guarda: -Não sei mais.

O Guarda: -Dois quintais.

O Professor (um pouco desconcertado, mas tentando outra pergunta): Divida cem por doze.

O Guarda: -Por favor, não ouse!

O Sub-guarda: -Mas que pose!

O Sub-sub-guarda: -Ces't quelque chose.

O Aluno (surpreso): -O que quer dizer isso?

O Sub-sub-guarda: -Carregue a mala!

O Sub-guarda: -Qual é a ala?

O Guarda: -O baile é de gala.

E assim a aula prossegue. Tal como a vida. (SANTOS, 1997, p. 15-16)

Carroll “era contrário ao próprio sistema de avaliação, que chegava a deixá-lo deprimido” (COHEN, 1998, p. 112). Suas críticas ao sistema de avaliação figuram em uma de suas últimas obras literárias, chamada “Sylvia and Bruno”:

-Nosso professor preferido tornava-se mais obscuro a cada ano que passava... Bem, seus alunos não conseguiam entender absolutamente nada de... [filosofia moral], mas sabiam tudo de cor e, quando chegava a hora dos exames, eles colocavam tudo aquilo no papel, e os examinadores diziam “Lindo! Que profundidade!”

-Mas o que os alunos faziam com aquilo depois? [pergunta o interlocutor.]

-Ora, você não vê? -respondeu Mein Herr. -Depois chegava a vez de eles serem os professores, e eles repetiam todas aquelas coisas, e os alunos deles escreviam tudo aquilo de novo, e os examinadores aceitavam, e ninguém tinha a menor ideia do que queria dizer! (CARROLL, 1893 apud COHEN, 1998, p.112)

Carroll não limitou-se a fazer críticas. Ele defendeu o acesso à educação superior para as mulheres, suas obras literárias buscam desenvolver o raciocínio lógico do leitor e boa parte de suas publicações “sérias” apresentam novos métodos para o ensino de matemática, geometria e lógica. Segundo Edward Wakeling (THE JOY OF LOGIC, 2013), ex-presidente da “Lewis Carroll Society”<sup>7</sup>, a obra “Symbolic Logic” recebeu este título graças à pressão dos editores, pois o desejo de Carroll era chamá-la de “Logic for Ladies”, tamanha sua preocupação em fomentar o acesso à educação para mulheres.

"Lewis Carroll se empenhou com afinco, sobretudo nos últimos anos de sua vida, para escrever obras sérias e significativas que pudessem merecer um valor duradouro”, sabe-se que “ficou tão obstinado com a consecução desse objetivo que se tornou quase um recluso, passou a comer e a dormir pouco e praticamente cavou a própria cova com a pena” (COHEN, 1998, p. 18). O reverendo Charles Lutwidge Dodgson “morreu em 14 de janeiro de 1898, 13 dias antes de completar 66 anos” (COHEN, 1998, p. 606).

Carroll escreveu dois livros sobre lógica, ambos são resultados do esforço para escrever obras sérias e significativas que ocupou a fase final de sua vida. Neste período trocou correspondências com os principais lógicos que lhe foram contemporâneos, incluindo John Venn de Cambridge (BARTLEY III, 1986, p. 31). Curiosamente, embora considerasse estas como suas obras mais sérias e onde apresenta suas contribuições mais significativas, ele as assina como Lewis Carroll, diferente de seus trabalhos sobre matemática e geometria, que assinou como Charles Lutwidge Dodgson.

A obra “The Game of Logic”, publicada originalmente em 1886, é um manual de lógica que apresenta um método diagramático para resolução de silogismos. Este método, além de apresentar avanços em relações aos métodos disponíveis à época, possui grande apelo didático, pois apresenta a resolução diagramática de silogismos como um divertido jogo de peças.

O autor começa a publicar “Symbolic Logic” em 1896, um trabalho que seria dividido em três partes. A primeira parte de “Symbolic Logic” se chama “Elementary” e é onde Carroll

---

<sup>7</sup>A “Lewis Carroll Society” foi fundada em 1969 com o intuito de promover o interesse na vida e na obra de Charles Lutwidge Dodgson. A sociedade se reúne regularmente, patrocinando eventos, conferências e um ativo programa de publicações. (COHEN, 1998, p. 669)

apresenta, de forma mais detalhada do que em “The Game of Logic”, seu método diagramático para silogismos; a segunda parte é denominada “Advanced” e só foi publicada postumamente, em 1977, após minucioso trabalho de compilação dos manuscritos de Carroll realizado por William Warren Bartley III. É em “Symbolic Logic: Part II – Advanced” que alguns temas mais avançados em lógica são apresentados, incluindo o que chamou de “método de árvores” (CARROLL, 1986, p. 279-319), um “método de decisão para sorites que pode ser considerado o precursor das atuais árvores de refutação” (SAUTTER, 2004, p. 91).

Sabemos que Charles Dodgson inventou seu pseudônimo para suas publicações literárias, enquanto utilizava seu nome de batismo para suas publicações acadêmicas. Por que então, ao final da vida, os frutos dos trabalhos que acreditava serem os mais significativos foram assinados como “Lewis Carroll”?

A resposta mais óbvia é que seu pseudônimo já era muito famoso e aumentaria as vendas dos livros. Mas talvez a escolha de assinar os trabalhos como “Lewis Carroll” esteja relacionada à própria concepção de lógica do autor.

Enquanto Charles Dodgson assinava trabalhos acadêmicos em matemática e geometria com seu nome de batismo, o uso de seu pseudônimo parece estar, acima de tudo, associado à uma literatura que buscava a popularização da lógica. As obras literárias assinadas como Lewis Carroll já visavam popularizar o raciocínio lógico dos leitores e parece que Dodgson atribuiu ao seu pseudônimo a tarefa de popularizar a lógica ao também usá-lo em suas obras sobre lógica.

### **2.3.1 A concepção de lógica carrolliana**

Convicto da utilidade social da lógica e dedicado a popularizá-la, Carroll priorizou a criação de novas didáticas para o ensino da lógica em seus trabalhos, nos quais faz apenas escassas considerações acerca de sua concepção sobre a natureza da lógica, a partir das quais pretendo esboçar uma hipótese de sua posição em filosofia da lógica, tema nunca tratado diretamente pelo autor.

Segundo Braithwaite (1932), Carroll concebia a lógica como uma recreação útil na detecção de falácias, uma atividade lúdica que aumentaria a destreza em detectar os muitos argumentos falaciosos que nos são apresentados ao longo da vida.

Você acredita que o principal uso da Lógica, na vida real, é o de deduzir conclusões viáveis [workable], e o de convencer-se que as conclusões, deduzidas por outras pessoas, estão corretas? Quisera fosse assim! A sociedade estaria muito menos sujeita ao pânico e a outras ilusões, e a vida política, sobretudo, seria algo totalmente diferente, caso a maioria dos argumentos transmitidos e espalhados pelo mundo fossem corretos! Mas, receio, é exatamente o contrário. Para cada par de premissas viáveis (aquelas que levam a uma conclusão lógica) que você encontra ao ler um jornal ou uma revista, você provavelmente encontrará cinco que não levam a conclusão alguma, e mesmo quando as premissas são viáveis, para cada instância na qual o escritor extrai uma conclusão correta, há provavelmente dez nas quais ele extrai uma incorreta. [...] O uso principal que você fará dessa destreza lógica, que esse jogo pode lhe ensinar, será o de detectar ‘Falácias’ [...]. (CARROLL, 1887, p. 32-33)<sup>8</sup>

O título de sua primeira obra sobre lógica é “The Game of Logic” (CARROLL, 1886), um manual de lógica que apresenta a lógica como um jogo. O subtítulo da primeira parte de “Symbolic Logic” também corrobora com essa posição: “Uma recreação mental fascinante para os jovens” (1886, p. 43, tradução nossa).

*Prima facie* percebe-se que Carroll concebia a lógica como um jogo, onde sua função enquanto lógico parece ser a de criar as regras para esse jogo. Conceber a lógica desta forma aproxima-o, em filosofia da lógica, da posição convencionalista. Segundo os convencionalistas, a função do lógico “seria criar regras coerentes para estabelecer (não representar) uma noção de inferência” (IMAGUIRE; BARROSO, 2006, p. 315).

A posição semântica defendida por Carroll (1886, p. 232), segundo a qual o lógico é livre para atribuir o significado que desejar aos termos lógicos que usar, também parece corroborar com uma interpretação convencionalista de sua filosofia da lógica. Porém, no mesmo parágrafo onde expressa sua posição semântica, Carroll adverte: “contanto, é claro, que ela [interpretação arbitrária] seja coerente consigo mesma e com os fatos aceitos da Lógica”. Admitir que há fatos aceitos da lógica destoa da posição convencionalista, pois se há fatos aceitos, o lógico não os estabelece, apenas os representa.

Há outro fragmento onde percebemos que Carroll não era um convencionalista, tratando a lógica como um jogo apenas como um meio didático para o seu ensino, pois considerava que a lógica era subjacente a qualquer tópico do conhecimento humano, acreditando que aqueles que se dedicarem à atividade lúdica de jogá-lo aumentariam, em especial, a destreza em detectar falácias.

---

<sup>8</sup>Todas as traduções de “The Game of Logic” (CARROLL, 1886, 1887) utilizadas neste trabalho são de Frank Thomas Sautter e ainda não foram publicadas.

[O perfeito lógico] poderá aplicar sua destreza a todo e qualquer tópico do conhecimento humano; em cada um deles ela o ajudará a obter ideias claras, a ordenar o seu conhecimento, e, o mais importante, a detectar e deslindar as falácias que encontrará em cada tópico no qual ele próprio possa estar interessado. (Carroll , 1986, p. 46)

Embora seja impossível ter precisão acerca da concepção de natureza da lógica defendida por Carroll, pois o mesmo nunca a explicitou, o fragmento supracitado, somado à constante reivindicação da utilidade social da lógica, sugerem que Carroll estaria próximo da posição atualmente chamada de pragmática, isto é, considerar a lógica “como um instrumento de regulamentação do discurso, em particular, de sequências de sentenças que constituem um argumento” (IMAGUIRE; BARROSO, 2006, p. 316).

A passagem supracitada também reforça a detecção de falácias como o aspecto mais importante da utilidade da lógica. Sautter (2015) destaca a teoria das falácias como o coração da lógica carrolliana. Carroll define falácias como “qualquer argumento que nos engana, ao aparentemente demonstrar o que realmente não demonstra, pode ser chamado de Falácia (derivado do verbo latino *fallo*, “engano”) [...]”(CARROLL , 1986, p. 129, grifo do autor). A análise carrolliana de falácias foi restrita àquelas que se encontram em forma de silogismo.

Na obra “The Game of Logic” (CARROLL, 1886, 1887) somos apresentados as duas categorias principais de falácias da lógica carrolliana: as falácias das premissas e as falácias da conclusão. As falácias da conclusão dividem-se em duas subcategorias: falácias da conclusão defeituosa e da conclusão falaciosa (*stricto sensu*).

As falácias das premissas são aquelas nas quais a partir das premissas dadas não se pode inferir nenhuma conclusão válida. Sautter (2015, p. 15-16) adverte que a falácia das premissas é impossível na lógica fregeana, pois Frege concebe como argumento válido aquele onde se preserva a verdade e, no pior dos casos, sempre se pode concluir uma premissa. Percebe-se uma fidelidade de Carroll à concepção de silogismo (válido) de Aristóteles, onde a conclusão sempre será uma proposição diferente e resultada necessariamente das premissas.

A falácia da conclusão falaciosa ocorre quando se infere mais do que se estaria autorizado a partir das premissas, sendo uma inferência inválida.

A falácia da conclusão defeituosa ocorre quando se infere uma conclusão mais fraca, isto é, menos informativa do que poderia ser inferida a partir das premissas. Embora a conclusão defeituosa seja objeto de estudo de sua teoria das falácias, o próprio Carroll reconhece que ela não se trata exatamente de uma falácia: “ela [a conclusão obtida] pode ser

uma parte da conclusão correta e, em um sentido limitado [as far as it goes], inteiramente correta.” (CARROLL, 1887, p. 34).

Sautter (2015, p. 17-20) adverte que tomar a conclusão defeituosa como um tipo de falácia foi um erro de Carroll, dado que a inferência obtida nesses casos é válida e em alguns casos até desejada, pois conclusões mais fracas minimizam o risco de inconsistência no conjunto de teses defendidas por um ator de uma disputa racional.

O estudo destes tipos de falácias também é objeto da obra “Symbolic Logic”, onde recebem um tratamento similar (CARROLL, 1986, p. 129-131).

### **2.3.2 O projeto lógico carrolliano**

As obras lógicas de Carroll estão situadas no período da álgebra da lógica, onde se começou a delinear certas relações entre a matemática e a lógica.

Lewis Carroll é um lógico excêntrico entre os algebristas. Ele usa técnicas similares às de seus contemporâneos em Cambridge e a possibilidade de leitura proposicional de seu método por subscritos exclui a possibilidade de classificá-lo como um lógico aristotélico que ignorava os avanços de seus contemporâneos. Sabemos que Carroll trocava correspondências com os principais lógicos da época e estava a par das principais discussões em lógica do período, mas, diferente de seus pares, Carroll não vinculava tantas pretensões à lógica. Ele jamais se interessou pela discussão sobre os fundamentos da matemática, que foi cara aos seus contemporâneos.

O principal projeto lógico de Carroll consiste na criação de uma silogística ampliada, buscando possibilitar o reconhecimento de uma maior quantidade de formas válidas à silogística. A silogística ampliada de Carroll redefine a própria noção de silogismo, como veremos no próximo capítulo. A principal diferença da silogística carrolliana em relação à silogística tradicional é a utilização de termos negativos.

Aristóteles já havia reconhecido a possibilidade de termos negativos ao analisar a relação entre diferentes proposições, chamando-os de “nomes indefinidos” (ARISTÓTELES, 2010, p. 95), mas os ignora em sua teoria silogística.

Carroll comenta a recusa da utilização de termos negativos por parte de alguns de seus contemporâneos:

Eles têm um tipo de pavor nervoso de atributos começando com uma partícula negativa. Por exemplo, proposições como “Todos os não-x são y” e “Nenhum x é não-y” são bastante estranhas aos seus sistemas. E assim, ao excluírem, por puro nervosismo, uma quantidade grande de formas bastante úteis, eles produziram regras que, embora inteiramente aplicáveis às poucas formas admitidas, de nada servem quando você leva em consideração todas as possíveis formas. (CARROLL, 1887, p. 36)

Com a publicação póstuma da segunda parte de “Symbolic Logic”, em 1977, somos apresentados à leitura proposicional de sua notação por subscritos, bem como à sua utilização para o tratamento de alguns paradoxos, mostrando que sua dedicação à silogística não foi exclusiva.

Talvez a silogística tenha recebido maior atenção por servir melhor ao objetivo de popularizar a lógica ou Carroll desejava continuar seu trabalho dedicando-se à lógica proposicional e foi interrompido pela morte, mas há fortes indícios que apontam para uma terceira direção.

Você pode se lançar na sua cama de batatas ou na sua cama de morangos sem que isso cause qualquer prejuízo; você pode mesmo se lançar da varanda (a menos que se trate de uma casa nova, construída sob contrato, e sem um mestre de obras) e sobreviver à temerária iniciativa. Mas, se você se lançar ao seu destino, assuma as consequências! (CARROLL, 1887, p. 36)

O “destino” na citação acima refere-se às distintas posições teóricas dos lógicos da época (SAUTTER, 2015, p. 11). Sautter (2015, p. 8-9) sustenta que “Carroll não colocava as suas fichas nos desenvolvimentos de seus contemporâneos algebristas da lógica”, citando o título e a epígrafe do primeiro capítulo de “The Game of Logic” (1887) para corroborar sua posição.

O título do capítulo é “Lâmpadas novas por velhas”, uma óbvia alusão a uma passagem da história indiana “Aladim e a Lâmpada Maravilhosa”, onde um mago oferece lâmpadas novas em troca de lâmpadas velhas, buscando reencontrar a lâmpada maravilhosa. Este título pode ser interpretado como a posição teórica de Carroll em favor da “velha” lógica aristotélica. A epígrafe do capítulo é “Vem fácil, vai fácil”, uma possível alusão à sua crença na efemeridade da lógica algébrica.

O fato de, em “Symbolic Logic” (1886), haver uma dedicatória à memória de Aristóteles (“Dedicated to the Memory of Aristotle”) também demonstra o especial apreço que Carroll nutria pela velha lógica aristotélica.

Se, por um lado, Lewis Carroll não pode ser considerado um lógico aristotélico, pois a leitura proposicional de seu método por subscritos admite formas de inferência não reduzíveis à silogística e seu trabalho pode ser considerado como uma contribuição à álgebra da lógica (BARTLEY III, 1986, p. 19); por outro lado, é possível que a familiaridade de Carroll com o trabalho de seus contemporâneos tenha se desenvolvido apenas em virtude de seu projeto de ampliação da silogística, tendo falecido enquanto trabalhava motivado por uma crença na possibilidade de acrescentar todas as novas formas de inferência dos algebristas à silogística e recuperar o status de “maravilhosa” da velha lógica aristotélica.



### 3 A SILOGÍSTICA CARROLLIANA

O objetivo deste capítulo é apresentar a teoria silogística e o método diagramático de resolução de silogismos de Lewis Carroll através do cotejamento das obras “The Game of Logic” (1887) e “Symbolic Logic” (1896).

Vale ressaltar que a primeira edição de “The Game of Logic”, de 1886, teve uma circulação privada, pois Carroll não gostou da qualidade de sua impressão. Apenas a segunda edição, de 1887, tornou-se acessível a um público mais amplo (MOKTEFI, 2005). A segunda edição traz algumas correções e pequenas diferenças nos textos, em especial nos exemplos; a primeira edição será ignorada neste capítulo.

A primeira edição de “Symbolic Logic”, de 1896, trazia apenas a primeira parte, chamada “Elementary”. A segunda parte, chamada “Advanced”, só veio a público em uma edição póstuma, em 1977. Este trabalho baseia-se principalmente em uma versão revisada e expandida com o acréscimo de novos fragmentos póstumos, ela contém as duas partes e foi publicada em Nova York no ano de 1986.

A primeira seção trata da redefinição da noção de silogismo, exigida do autor em virtude da utilização de termos negativos; a segunda seção dedica-se à teoria dos termos, apresentando seu acréscimo de termos negativos à teoria silogística; a terceira seção apresenta a teoria das proposições, onde Carroll distingue apenas três tipos de proposições categóricas; a quarta seção trata da representação diagramática das proposições; a quinta seção traz uma exposição teórica do método diagramático aplicado à resolução de silogismos; e a sexta seção apresenta exemplificações práticas da aplicação do método diagramático.

Percebe-se, na exposição subsequente, vários pontos de contato entre a lógica carrolliana e a gramática. O contato entre lógica e gramática foi abandonado na lógica contemporânea, visando purificar a lógica dos equívocos causados pela gramática das línguas naturais.

O extensivo contato da lógica carrolliana com a gramática é coerente com o objetivo primário de sua criação, que é divulgar e popularizar a lógica, onde o apelo à gramática, já previamente conhecida por seus leitores, é usado como recurso didático para a introdução de noções lógicas.

### 3.1 A REDEFINIÇÃO DA NOÇÃO DE SILOGISMO

A expansão da silogística realizada por Carroll exige do autor uma redefinição da noção de silogismo, principalmente em virtude da utilização de termos negativos.

Dado um trio qualquer de proposições em forma normal, o que será tratado em detalhes na terceira seção deste capítulo, Carroll (1986, p. 107, tradução nossa) caracteriza como silogismo válido todo o argumento que cumpra às seguintes três cláusulas:

- (1) Todos os seis Termos são Espécies do mesmo Gênero.
- (2) Qualquer dupla [de proposições] sempre vai conter entre si um par de Classes codivisionais.
- (3) As três Proposições estão relacionadas de tal maneira que, se as duas primeiras fossem verdadeiras, a terceira seria verdadeira.

Sautter (2015, p. 13) batiza a primeira cláusula de ontológica, a segunda de epistemológica e a terceira de lógica. A primeira cláusula é dita ontológica pois ela é o requisito que define o Universo do Discurso, como veremos na próxima seção. A segunda cláusula é dita epistemológica na medida em que estabelece a possibilidade de obter informações sobre a relação de dois termos recorrendo a um terceiro termo. A terceira cláusula é a estritamente lógica porque exige que a terceira proposição seja o resultado de uma inferência válida das duas anteriores.

A primeira cláusula possibilita que o silogismo seja composto por até seis termos diferentes; distanciando-se da definição tradicional de silogismo dada por Aristóteles, que exigia que todo silogismo fosse composto por apenas três termos e cada termo deveria ocorrer em duas proposições. Abaixo, um exemplo de silogismo válido com seis termos diferentes, onde cada termo ocorre apenas uma vez em cada proposição:

Todo desinteressado é inumano.

Todo interessado é racional.

Logo, nenhum humano é irracional.

Atendendo à primeira cláusula, tratada em seus pormenores na próxima seção, podemos tomar cada um dos seis termos como Espécies do Gênero “Animais”.

Atendendo à segunda cláusula, também tratada em seus pormenores na próxima seção, vemos que o termo sujeito da primeira premissa representa uma Classe codivisional à Classe representada pelo termo sujeito da segunda premissa, que o termo predicado da primeira premissa representa uma Classe codivisional à Classe representada pelo termo sujeito da conclusão e, finalmente, que o termo predicado da segunda premissa representa uma Classe codivisional ao termo predicado da Conclusão.

Atendendo à terceira cláusula, a conclusão é o resultado de uma inferência válida a partir das duas premissas, objeto da quinta seção deste capítulo.

Rasch (2013, p. 20) lista alguns resultados metateóricos levantados por Aristóteles, entre eles: (a) “não existe dedução com duas premissas negativas” e (b) “conclusões negativas são geradas quando há uma premissa negativa”. Segue-se a demonstração de que tais resultados não se sustentam sob a redefinição carrolliana.

(a) Na silogística aristotélica, duas premissas negativas estariam apenas negando a relação de dois termos com o termo médio, impossibilitando concluir qual relação esses termos mantêm entre si, como vemos no argumento falacioso abaixo:

Nenhuma planta é um ser animado.

Nenhum ser animado é bicho.

Logo, nenhum bicho é planta.

A conclusão não decorre das premissas. Mesmo que nenhum dos termos da conclusão esteja relacionado com o termo médio nas premissas, não se exclui a possibilidade de que tenham alguma relação entre si, dado que as premissas poderiam ser verdadeiras mesmo se “bicho” e “planta” fossem termos que representam as mesmas coisas. Graças ao uso de termos negativos, a silogística carrolliana possibilita que as duas premissas de um silogismo válido possam ser negativas:

Nenhuma planta é um ser animado.

Nenhum ser inanimado é bicho.

Logo, nenhum bicho é planta.

Repare que, no exemplo de silogismo acima, o termo médio ocorre na primeira premissa como “ser animado” e como sua contraparte negativa, “ser inanimado”, na segunda premissa; o que possibilita inferir a correta relação que os termos da conclusão mantêm entre si.

Comparar os dois argumentos apresentados acima suscita questionar se a silogística carrolliana é uma extensão conservativa ou expansiva da silogística aristotélica. Tal problemática será tratada em seus pormenores na terceira seção do próximo capítulo deste trabalho.

(b) Voltando à silogística aristotélica, conclusões negativas exigem que uma premissa seja negativa. Este resultado metateórico de Aristóteles justifica-se porque se as premissas forem apenas afirmativas, nenhuma relação entre termos é negada e só se poderá inferir uma certa relação também afirmativa entre os termos da conclusão.

Carroll considera a proposição universal afirmativa como uma proposição dupla, cujas especificidades serão tratadas na terceira seção deste capítulo, o que, somado à utilização de termos negativos, possibilita a criação de um silogismo válido cujas premissas sejam afirmativas e a conclusão negativa. O primeiro silogismo apresentado como exemplo a esta seção também demonstra tal possibilidade (consultar página 44).

### 3.2 A TEORIA DOS TERMOS

A teoria dos termos da silogística carrolliana apresenta um grande avanço em relação à silogística aristotélica: o uso de termos negativos. Carroll não foi o único lógico do período a acrescentar termos negativos à silogística. John Neville Keynes (1852-1949) também utiliza termos negativos em sua obra “Studies and Exercises in Formal Logic” (1906), com a primeira edição publicada em 1884, dois anos antes da primeira edição de “The Game of Logic” (1886). Mas as primeiras edições da obra de Keynes não utilizavam termos negativos, sendo acrescentados apenas a partir da quarta edição, de 1906, oito anos após a morte de Charles Lutwidge Dodgson.

Carroll começa a exposição de sua teoria dos termos apresentando o domínio de aplicação de sua lógica através de duas breves considerações ontológicas que serão a base para a interpretação semântica de seus termos: (1) “O **Universo** contém **Coisas**” e (2) “**Coisas**

têm **Atributos**” (1986, p. 59; 1887, p. 2, grifo do autor)<sup>9</sup>. Um atributo ou grupo de atributos é chamado de **Adjunto**, terminologia que aparece apenas em “Symbolic Logic” e será adotada neste trabalho. Em “The Game of Logic” (1887) a palavra “adjunto” é sempre substituída por “atributo” ou “grupo de atributos”, de acordo com o caso.

Partindo da exposição do quadrado ontológico de Aristóteles, presente na segunda seção do segundo capítulo deste trabalho, percebe-se que a caracterização em coisa e adjunto corresponde apenas à metade do quadrado, parecendo considerar apenas a dicotomia entre o que existe e o que não existe em um sujeito, onde “coisa” corresponde a “substância” e “adjunto” corresponde a “acidente”. Em “The Game of Logic” (CARROLL, 1887, p. 2), “coisa” é associado a “substantivo” e “adjunto” a “adjetivo”.

Ainda em “The Game of Logic”, os adjuntos também são caracterizados como “o que é dito pertencer a” (1887, p. 2) uma coisa. Aqui Carroll parece aceitar a outra dicotomia do quadrado ontológico, entre o que é dito e não dito de um um sujeito, especificando que seus adjuntos correspondem apenas aos acidentes universais.

Como veremos a seguir, diferente de Aristóteles, Carroll admite o uso de termos singulares, como “Sócrates”, de modo que, *mutatis mutandis*, os termos também podem estar situados na região das substâncias particulares.

Os exemplos dados por Carroll corroboram com esta interpretação. Em “Symbolic Logic” (1986, p. 59, tradução nossa), os exemplos de coisas são “eu” (substância particular), “Londres” (substância particular), “rosas” (substância universal), “vermelhidão” (substância universal), “velhos livros ingleses” (substância universal) e “uma carta que eu recebi ontem” (substância particular); os exemplos de adjuntos são “largo” (acidente universal), “vermelho” (acidente universal), “velho” (acidente universal) e “que recebi ontem” (acidente universal). Em “The Game of Logic” (1887, p. 2) os exemplos de coisas são “roscas” (substância universal), “bebês” (substância universal), “besouros” (substância universal) e “raquetes” (substância universal); os exemplos de adjunto são “cozido” (acidente universal), “bonito” (acidente universal), “preto” (acidente universal) e “quebrado” (acidente universal).

Dado estes pressupostos semânticos, somos introduzidos ao que Carroll chama de **Classificação**, um processo mental no qual diferenciamos as coisas que têm atributos em diferentes grupos a partir dos adjuntos que lhes são específicos, estes grupos são chamados de

---

<sup>9</sup>Quase todos os termos técnicos usados por Carroll em “Symbolic Logic” (1896) são apresentados em negrito e usados ao longo da obra com a primeira letra em maiúscula, o mesmo expediente tipográfico será mantido neste trabalho.

**Classes** e cada coisa que pertence a uma determinada Classe é chamada de **membro** da Classe. Embora não seja mencionado por Carroll, este processo de Classificação é bastante similar à “Árvore de Porfírio”, uma estrutura lógica que visa apresentar a teoria da subordinação dos conceitos da obra “Categorias” de Aristóteles (PORFÍRIO, 2002).

O processo de Classificação começa pressupondo uma Classe chamada “Coisas”, a esta Classe não se atribui nenhum adjunto específico e seus membros são a totalidade de coisas do Universo. Em uma relação com a Árvore de Porfírio, a Classe “Coisas” seria análoga ao conceito de “Substância”.

A partir da Classe “Coisas”, deve-se imaginar um adjunto que não é possuído por todas as coisas do Universo. Este adjunto peculiar será chamado de **Diferença**<sup>10</sup>. Todas as coisas que possuem este adjunto peculiar serão membros de uma Classe que é chamada de **Classe Espécie** da Classe “Coisas”, que, por sua vez, passa a ser considerada a **Classe Gênero** desta determina Classe Espécie.

Em relação a esta nova Classe, assim como a todas as Classes que podem ser criadas a partir dela, como o processo é inteiramente mental, pode-se imaginar, sem qualquer prejuízo à lógica, que sua Diferença seja um adjunto que nenhuma coisa tenha. Aqui Carroll introduz uma regra que define como arbitrária, podendo ser usada ou não de acordo com o objetivo do autor da argumentação: Se há membros em uma dada Classe, então esta Classe é chamada de **Real**, caso não hajam membros, então a Classe é chamada de **Irreal** ou **Imaginária**, sendo uma Classe vazia.

Predicar “Real” ou “Imaginária” a uma Classe é diferente de distinguir o *status* ontológico dos membros da Classe entre “coisas que existem no mundo real” e “coisas que existem apenas na nossa imaginação”. A lógica carrolliana não se preocupa com essas sutilezas ontológicas, de modo que predicar “Imaginária” à Classe significa apenas a sua vacuidade.

*Stricto sensu*, admitir a possibilidade de que diferentes Classes possam ser chamadas de Irreais ou Imaginárias parece um erro de Carroll. Duas Classes são diferentes apenas quando uma delas possui ao menos um membro que não é membro da outra. Dado que Classes Imaginárias não possuem membros, segue-se que não há nenhuma Classe Imaginária que possua algum membro não possuído por outra Classe Imaginária. Logo, somos forçados a

---

<sup>10</sup>Do original, em latim: “*Differentia*” (CARROLL, 1986, p. 60, grifo nosso).

admitir a impossibilidade de que diferentes Classes possam ser chamadas de Irreais ou Imaginárias, havendo apenas uma única Classe Imaginária.

O raciocínio acima, que infere um erro de Carroll, é válido apenas sob uma interpretação extensional da noção de Classe e até onde se pode traçar um paralelo entre a concepção carrolliana de “Classe” e “membro” com a concepção de “conjunto” e “elemento” em Teoria dos Conjuntos, onde a existência de um único conjunto vazio é garantida pelo “Princípio de Extensionalidade”<sup>11</sup>.

Podemos resguardar Carroll do erro de admitir a existência de diferentes Classes Imaginárias adotando uma interpretação intensional para sua noção de Classe, isto é, supondo que, para Carroll, a noção de Classe seja indissociável da intensão do termo que a representa. Como diferentes termos, com diferentes intensões, podem não possuir instâncias simultaneamente, considerando que termos com intensões diferentes devem ser associados à Classes diferentes, segue-se a possibilidade de que haja diferentes Classes Imaginárias.

Seguindo o processo de Classificação, a Classe criada como Classe Espécie da Classe “Coisas” pode ser tomada como uma Classe Gênero, pensando em um novo adjunto como Diferença, para a criação de duas novas Classes Espécies. Estas duas Classes Espécies são chamadas de **codivisionais** e dividem os membros de sua Classe Gênero pela relação dicotômica que mantêm entre si. Uma destas Classe Espécie será formada pelos membros da Classe Gênero que possuem o determinado adjunto, a outra Classe Espécie será formada por todos os membros restantes, isto é, aqueles que não possuem o determinado adjunto, sendo a contraparte negativa da primeira Classe Espécie.

Considerando que toda Classe Espécie caracteriza-se por uma Diferença, isto é, um certo adjunto que, quando possuído por membros da Classe Gênero, torna-os membros da Classe Espécie, segue-se que, para todo par de Classes codivisionais, a Diferença de uma das Classes é a negação da Diferença da outra. Assim, a criação de Classes codivisionais pelo processo de Classificação pode omitir a Diferença da Classe codivisional negativa, dado que a Diferença omitida é necessariamente contraditória àquela que é expressa para a formação da outra Classe e, por isto, não precisa ser especificada.

Segue um esquema, em forma de tabela, que exemplifica o processo de Classificação.

---

<sup>11</sup>Princípio que garante que se dois conjuntos possuem exatamente os mesmos elementos, então são o mesmo conjunto e não conjuntos diferentes (MORTARI, 2001, p. 45-46).

Tabela 4 – Processo de Classificação

<b>Etapas da Classificação</b>	<b>Exemplo de Processo de Classificação</b>
Classe Gênero	Coisas (Contém todas as coisas do Universo)
Diferença	Que pertencem ao reino <i>Animalia</i>
Classe Espécie	Coisas que pertencem ao reino <i>Animalia</i>
Classe Gênero (Real)	
Diferença	Que possuem razão
Classe Espécie codivisional (Real)	Coisas que pertencem ao reino <i>Animalia</i> e possuem razão (Membros: animais racionais)
Classe Espécie codivisional (Real)	Coisas que pertencem ao reino <i>Animalia</i> e <u>NÃO</u> possuem razão (Membros: animais irracionais)

Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma Classe que possui um único membro é chamada de **Individual**. Carroll adverte (1986, p. 61) que, por vezes, o que parece ser uma Classe formada por dois ou mais membros é tratada como sendo uma Classe Individual; isto acontece apenas quando o adjunto específico só pode ser atribuído às coisas que formam a Classe quando tomadas como um único membro e não a cada uma delas separadamente.

Por exemplo, tomar como Diferença o adjunto “ser a cavalaria de reserva napoleônica” que, embora defina uma Classe formada por vinte e dois mil cavaleiros, nenhum deles possui o adjunto quando tomado separadamente. Os vinte e dois mil cavaleiros são tomados como o único membro da Classe “Cavalaria de reserva napoleônica”, uma Classe unitária. É este recurso que possibilita um tratamento lógico para termos situados na região das substâncias particulares do quadrado ontológico de Aristóteles.

Exigir que cada membro da Classe possua individualmente o adjunto que é a Diferença específica pela qual se forma a Classe significa que a Diferença não predica à própria Classe, mas sim aos seus membros, onde a própria Classe é tomada apenas como o agregado de seus membros.

Este é um erro que denota certa confusão entre as noções de Classe e membro. Se a Classe fosse simplesmente o agregado de seus membros e não houvesse membros, segue-se que não haveria Classe. Tomar a Classe como idêntica ao agregado de seus membros implica na impossibilidade da existência de uma Classe vazia, fazendo com que a diferença entre Classe Real e Imaginária seja sem sentido.

Tal erro não se deve a uma posição idiossincrática de Carroll: compreender Classe como o agregado de seus membros e aceitar, ao mesmo tempo, a existência de Classes vazias foi um lugar comum entre os algebristas da lógica até Frege, em 1895, publicar argumentos que rejeitam a tese de que uma Classe unitária é idêntica ao próprio membro, em crítica à noção de Classe presente na lógica de Schröder (1841-1902) (WOLEŃSKI, 2005, p. 290-301), que é semelhante à noção carrolliana.

Voltando à teoria dos termos carrolliana, a cada Classe pode-se atribuir um **Nome**, isto é, uma ou mais palavras que denotam as coisas com a Diferença específica que formam a Classe da qual são membros. O Nome “Coisas” é reservado para a Classe de todas as coisas do Universo, as demais Classes podem ser nomeadas de três formas distintas:

- (a) O nome “Coisas” e um ou mais adjetivos que transmitam a ideia dos adjuntos possuídos pelos membros da Classe.
- (b) Um substantivo que transmita a ideia de alguns adjuntos e um ou mais adjetivos que transmitam a ideia dos demais adjuntos da Classe.
- (c) Um substantivo que transmita a ideia de todos os adjuntos da Classe.

Tomando como exemplo de nomeação a Classe “Coisas que pertencem ao reino *Animalia* e possuem razão”, que foi criada pelo processo de Classificação do esquema acima; se nomeada pela forma (a), seu nome permaneceria o mesmo, se nomeada pela forma (b), seu nome poderia ser “Animais racionais” e, se nomeada pela forma (c), seu nome poderia ser simplesmente “humanos”, pois transmite a ideia de todos os adjuntos da Classe.

No caso das Classes codivisionais, a Classe que corresponde à contraparte negativa também pode receber um Nome próprio através das mesmas três formas propostas, mas expressando também os adjuntos que seus membros não possuem. Por exemplo, a Classe “Coisas que pertencem ao reino *Animalia* e não são racionais”, cujo Nome pode ser “Animais Irracionais” pela forma (b) de nomeação.

É evidente que todo membro de uma Classe Espécie é também membro de sua respectiva Classe Gênero, assim sendo, cada Nome pode ser definido com o Nome de sua Classe Gênero e os adjuntos que lhe são específicos. Seguindo o exemplo de Classificação proposto, o Nome “Humanos” pode ser definido simplesmente como “Coisas que pertencem ao reino *Animalia* e possuem razão”.

Resta especificar que a partir da Classe que é formada tendo a Classe “Coisas” como Gênero pode-se formar várias Classes Espécies codivisionais distintas, onde cada par codivisional corresponde a uma forma distinta de separar os membros da respectiva Classe Gênero em duas Classes Espécie de acordo com o adjunto usado como Diferença.

Lembrando que a primeira cláusula que caracteriza um silogismo exige que todos os termos sejam Espécies do mesmo Gênero, segue-se que todos os termos de um silogismo são Nomes que representam Classes Espécies formadas a partir da mesma Classe Gênero.

A Classe formada a partir da Classe “Coisas” que será Classe Gênero para todas as Classes codivisionais de um determinado silogismo se chama **Universo do Discurso**, pois ela define o limite de coisas do Universo às quais o discurso do silogismo se refere. Vale ressaltar que, dado certos pressupostos existenciais que serão especificados na próxima seção, todo Universo do Discurso será sempre uma Classe Real.

Vejamos um exemplo mais detalhado do processo de Classificação até a formação de três pares de Classes codivisionais para serem usadas em um silogismo, numerando a ordem de desenvolvimento do processo:

***Classe Gênero “Coisas”:***

**01- Diferença:** Que são criaturas.

**02- Classe Espécie:** “Coisas que são criaturas”.

**03- Nome à Classe Espécie “Coisas que são criaturas”:** “Criaturas”.

**04- Classe Espécie “Criaturas” (Real) torna-se Classe Gênero:** Define-se o Universo do Discurso.

***Dada a Classe Gênero “Criaturas”:***

**05- Diferença:** Que são felinos domésticos.

**06- Classes Espécies codivisionais:** “Criaturas que são felinos domésticos” e “criaturas que não são felinos domésticos”.

**07- Nomes às Classes codivisionais acima:** “Gatos” e “não-gatos” (possíveis termos).

***Dada a Classe Gênero “Criaturas”:***

**08- Diferença:** Que são fluentes em espanhol.

**09- Classes Espécies codivisionais:** “Criaturas que são fluentes em espanhol” e “Criaturas que não são fluentes em espanhol”.

**10- Nomes às Classes codivisionais acima:** “Fluentes em espanhol” e “não fluentes em espanhol” (possíveis termos).

**Dada a Classe Gênero “Criaturas”:**

**11- Diferença:** Que são fêmeas dos galos.

**12- Classes Espécies codivisionais:** “Criaturas que são fêmeas dos galos” e “Criaturas que não são fêmeas dos galos”.

**13- Nomes às Classes codivisionais acima:** “Galinhas” e “não-galinhas” (possíveis termos).

Supondo o processo de Classificação acima, pode-se dar luz ao seguinte silogismo, cujo Universo do Discurso é “Criaturas”:

Todo gato é fluente em espanhol.

Alguma galinha é um gato.

Logo, alguma galinha é fluente em espanhol.

O silogismo acima é válido, atendendo à terceira cláusula de caracterização da noção de silogismo válido de Carroll, pois se as duas primeiras proposições fossem verdadeiras, a terceira também o seria, apesar de não ser o caso de que as premissas sejam verdadeiras.

Entre os silogismos apresentados como exemplos por Carroll, surgem exceções em que a própria Classe “Coisas” é tomada como Universo do Discurso (1986, p. 116, p. 162, p. 173; 1887, p. 81-83). Resta considerar que a própria Classe “Coisas”, mesmo com toda a abstração de seus membros, é a Classe Gênero a partir da qual os três pares de Classes Espécie codivisionais são formados.

Fica evidente que a exigência de um Universo do Discurso, tal como expressa na primeira cláusula da redefinição da noção de silogismo carrolliana, enquanto decisão teórica, foi tomada em virtude da semântica dos termos negativos.

O Universo do Discurso limita a possibilidade de interpretação semântica de todos os termos que ocorrem em um silogismo, mas mostra-se especialmente necessário em relação aos termos negativos, dado que é este limite que possibilita atribuir-lhes um significado preciso, a saber, o complemento de sua Classe codivisional. Sem um limite definido a este complemento, os termos negativos seriam imprecisos e suas interpretações semânticas seriam arbitrárias.

Em resumo à esta seção, todo termo que ocorre em um silogismo carrolliano é um Nome que representa uma certa Classe [Espécie] de coisas cujos membros são limitados pelo adjunto específico que as definem em relação a uma Classe [Gênero] previamente conhecida, chamada de Universo do Discurso. Toda Classe que pode ocorrer em um silogismo possui uma relação, dita codivisional, com outra Classe, que é representada por outro Nome, cujos membros correspondem a todos os demais membros do Universo do Discurso que não sejam membros de sua Classe codivisional.

### 3.3 A TEORIA DAS PROPOSIÇÕES

Carroll define **Proposição**, em “The Game of Logic” (1887, p. 3), como uma “sentença declarando que algumas, ou nenhuma, ou todas, as coisas pertencentes a uma determinada classe, denominada seu 'sujeito', são também coisas pertencentes a outra determinada classe, denominada seu 'predicado”.

Já em “Symbolic Logic” (1986, p. 67), “proposição” é definida como qualquer frase que transmite alguma informação, seja ela qual for, mas adverte que as proposições, tal como usadas em sua silogística, devem estar configuradas em um formato específico, chamado de **Forma normal**.

A definição apresentada em “The Game of Logic” limita o uso do termo “proposição” apenas às proposições categóricas, dado que a obra é dotada de um caráter mais introdutório e limita-se à silogística, já em “Symbolic Logic”, a definição é congruente com a que estava sendo adotada pelos demais algebristas da lógica a partir das inovações de Boole (1854), considerando que a toda informação pode-se atribuir “verdadeiro” ou “falso”, possibilitando que Carroll mantenha a mesma definição para a silogística e para a lógica proposicional que é introduzida em capítulos avançados através de uma leitura alternativa de seu método por subscritos.

Curiosamente, em “Symbolic Logic” (1986, p. 67), Carroll aceita que as palavras isoladas “sim” e “não”, em seus sentidos ordinários, sejam proposições, o que é problemático. Essas palavras isoladas não são usualmente aceitas como proposições por sistemas lógicos contemporâneos e parecem exemplos contraditórios à própria definição de proposição como “frase que transmite alguma informação”, tal como apresentada por Carroll. Se “sim” transmite alguma informação, que informação é essa? Sim o quê?

É necessário supor que, por “sentidos ordinários” (1986, p. 67, tradução nossa), Carroll compreende o uso dessas palavras como uma resposta para uma frase interrogativa em um contexto conversacional determinado, onde “sim”, se usado como resposta para, por exemplo, “Você foi ao banheiro?”, transmite a informação de que seu falante foi de fato ao banheiro e enquadra-se em sua definição de proposição.

Carroll também declara, em “Symbolic Logic” (1986, p. 67), que “Oh!”, “Nunca!” e “Qual livro você se refere?”; embora não sejam proposições, podem ser facilmente traduzidas para as proposições “Eu estou surpreso”, “Eu nunca vou consentir com isto” e “Eu quero saber qual é o livro que você está se referindo”.

A possibilidade de que frases sem conteúdo proposicional possam ser traduzidas para proposições levanta uma série de problemas. Por exemplo, a frase “Qual livro você se refere?” é uma frase interrogativa que exprime um pedido de seu falante e, em certos contextos conversacionais, suscita necessariamente uma resposta de seu interlocutor; enquanto a proposição “Eu quero saber qual é o livro que você está se referindo” é uma frase declarativa que exprime uma informação sobre uma certa dúvida de seu falante e não suscita, necessariamente, uma resposta do interlocutor, pois pode ocorrer em um contexto conversacional no qual o falante está apenas elencando as suas dúvidas, sem a intenção de que sejam respondidas. Assim, as duas frases podem ter conteúdos e usos distintos, de modo que uma não pode ser traduzida para a outra, exceto em contextos conversacionais específicos.

Carroll não fornece nenhuma explicação ou sequer faz menção à problemática levantada nos parágrafos precedentes, demonstrando aceitar uma flexibilidade cujos limites não são claramente expressos em sua noção de proposição; o que não é uma idiossincrasia, mas lugar comum entre os lógicos do período.

A problemática levantada pela busca de uma definição precisa da noção de proposição só veio a se tornar objeto de discussões posteriores e a própria noção de proposição só recebeu limites mais claros por meio dos trabalhos de Frege, Russell e Moore; embora continue sendo objeto de discussões até hoje (McGRATH, 2012).

### 3.3.1 A Forma normal de uma proposição

O que Carroll (1986, p. 68) chama de **Forma normal** [de uma proposição] possui correlatos em praticamente todos os sistemas de lógica formal, sendo a forma homogênea pela

qual se deve representar qualquer proposição a fim de que seja passível de tratamento lógico. Na silogística carrolliana, a Forma normal consiste em quatro partes (1986, p. 68):

- (1) **Sinal de Quantidade:** As palavras “Algum”, “Nenhum” ou “Todo”
- (2) **Nome do Sujeito:** O termo que ocupa o lugar de sujeito da oração.
- (3) **Cópula:** O verbo “é” ou “são”.
- (4) **Nome do Predicado:** O termo que ocupa o lugar de predicado da oração.

Em relação ao Sinal de Quantidade, vale ressaltar que a palavra “Algum” é sempre usada significando “um ou mais”, de tal modo que, quando usada em uma proposição em Forma normal, significa que um ou mais membros da Classe representada pelo termo sujeito são também membros da Classe representada pelo termo predicado.

Em relação ao Sinal de Quantidade, as proposições dividem-se em três tipos: (1) **Particulares**, (2) **Universais Negativas** e (3) **Universais Afirmativas**.

(1) Uma proposição Particular, também chamada de “proposição em I”, sempre começa com a palavra “Algum” e expressa que apenas uma parte dos membros da Classe do termo sujeito são membros da Classe do termo predicado.

(2) Uma proposição Universal Negativa, também chamada de “proposição em E”, começa com a palavra “Nenhum”, onde nenhum membro da Classe do termo sujeito é membro da Classe do termo predicado.

(3) Uma proposição Universal Afirmativa, também chamada de “proposição em A”, começa com a palavra “Todo” e nela todos os membros da Classe do termo sujeito são membros da Classe do termo predicado.

Há uma especificidade em proposições cujo termo sujeito representa uma Classe Individual. Nestes casos a proposição sempre será Universal, dada a impossibilidade de falar sobre parte do termo sujeito, pois referir-se a um único membro de uma Classe Individual é equivalente a referir-se à totalidade da Classe.

Carroll dispensa o uso das proposições Particulares Negativas, chamadas pela tradição aristotélica de “proposições em O”, graças ao uso de termos negativos, pois uma proposição do tipo “Algum S não é P”, caracterizada pela tradição aristotélica como uma proposição Particular Negativa, deve ser traduzida para a Forma normal “Algum S é não-P” na silogística carrolliana, recebendo o tratamento de uma proposição em I.

Embora “Algum S é não-P” possa ser considerado como uma inferência imediata<sup>12</sup> de “Algum S não é P”, a equivalência das duas proposições é discutível na medida em que se pode compreender o pressuposto existencial de cada proposição de formas diferentes.

Uma proposição tem pressuposto existencial quando sua verdade depende da existência daquilo sobre o quê ela está afirmando ou negando. Ferreira (2014, p. 203-244) reproduz diferentes possibilidades de interpretação do pressuposto existencial das proposições categóricas, o que será tratado em seus pormenores na próxima subseção. Por ora, basta apresentar a possibilidade de leituras diferentes para as duas proposições, provando que não são necessariamente equivalentes para todos os sistemas lógicos.

“Algum S não é P” pode ser verdadeira pressupondo a existência de um “S” que não seja “P” e que também não seja “não-P”. Por outro lado, “Algum S é não-P” é comumente interpretada como verdadeira apenas pressupondo a existência de algum “S” que seja “não-P”.

Acerca desta discussão sobre o pressuposto existencial, Carroll (1986, p. 232)<sup>13</sup> fez a seguinte declaração:

Os escritores, e editores, dos livros didáticos de Lógica que seguem as trilhas usuais – a quem vou me referir daqui em diante pelo título (que espero seja inofensivo) “Os Lógicos” – adotam, a este respeito, o que me parece ser uma posição mais humilde do que é necessário. Falam da Cópula de uma Proposição “com o fôlego suspenso”; quase como se fosse uma Entidade viva, consciente, capaz de declarar por si mesma o que lhe convém significar, e nós, pobres criaturas humanas, nada tivéssemos a fazer senão apurar quais são a vontade e o prazer soberanos dela e a eles nos submetemos. Em oposição a essa ideia, sustento que qualquer autor de um livro está plenamente autorizado a associar qualquer significado que lhe agrade a qualquer palavra ou expressão que pretenda usar. (...) Assim, quanto à questão de uma Proposição dever ou não ser entendida como afirmando a existência de seu Sujeito, afirmo que todo escritor pode adotar sua própria regra, contanto, é claro, que ela seja coerente consigo mesma e com os fatos aceitos da Lógica.

A partir do fragmento supracitado, em que Carroll defende sua concepção semântica sobre os termos da lógica<sup>14</sup>, somado a sua reivindicação de que a proposição “Algum S não é P” deve ser traduzida para “Algum S é não-P”, segue-se que Carroll, em sua silogística, interpretou as duas proposições como plenamente equivalentes. Tal equivalência é garantida

<sup>12</sup> Por inferência imediata compreende-se uma inferência válida a partir de uma única proposição.

<sup>13</sup> A tradução deste fragmento é de Maria Luiza X. de A. Borges (Carroll, 2002, p. 205).

<sup>14</sup> A concepção semântica de Carroll, segundo a qual o significado de cada termo pode ser convencionado pelo seu autor, assemelha-se à expressa pelo seu personagem Humpty Dumpty, em “Alice através do espelho” (2002, p. 205).

pela teoria silogística carrolliana graças às restrições semânticas impostas pela exigência de um Universo do Discurso previamente delimitado.

Uma proposição do tipo “Algum S não é P”, interpretada sob a silogística carrolliana, está informando que não há nenhum membro da Classe do termo “S” que seja membro da Classe do termo “P”. As Classes dos termos “S” e “P” são duas Espécies da mesma Classe Gênero, que se chama Universo do Discurso. Se existe um membro da Classe do termo “S” e este termo não é membro da Classe do termo “P”, segue-se necessário que, supondo sua existência e o limite imposto pelo Universo do Discurso, este membro da Classe do termo “S” seja membro da Classe codivisional à Classe do termo “P”, a saber, da Classe “não-P”. Assim, na silogística carrolliana, uma proposição do tipo “Algum S não é P” é equivalente, sem qualquer ganho ou acréscimo de informação, a uma proposição do tipo “Algum S é não-P”.

Em relação à Cópula da Forma normal, que é sempre expressa pelo verbo “é” ou “são”, cabe lembrar que Carroll atribui a ela (sem que para isso tenha mantido o fôlego suspenso ou a tenha considerado como uma entidade viva, consciente e capaz de declarar por si mesma o que lhe convém significar) a função de significar que há, como um fato real, uma certa relação entre os membros de duas Classes, cuja quantidade específica de membros relacionados é declarada pelo Sinal de Quantidade. Nas suas próprias palavras, em “The Game of Logic” (CARROLL, 1887, p. 29-31):

Primeiro, considere “Algum x é y”. Aqui, entendemos “é” como “é, como um fato real”, o que certamente implica que algumas coisas x existem. [...]. Segundo, considere “Nenhum x é y”. Aqui, somente entendemos “é” como “é, como um fato real”, [...]. Terceiro, considere “Todo x é y”, que consiste das duas proposições parciais “Algum x é y” e “Nenhum x é y”.

A lógica contemporânea admite ao menos quatro usos para o verbo “ser”: (a) existencial, (b) identitário, (c) predicativo e (d) veritativo. O uso (a) existencial exprime que algo existe, o uso (b) identitário distingue ou identifica algo em relação a si mesmo ou outrem, o (c) predicativo exprime uma determinada propriedade e o uso (d) veritativo possui o sentido metalinguístico de significar a verdade de uma proposição.

Destes quatro usos possíveis, a conjugação do verbo “ser” que é usada enquanto Cópula de uma proposição em Forma normal restringe-se ao uso (b) identitário, pois indiferente do Sinal de Quantidade da proposição, a relação expressa pela Cópula será sempre de identificação ou de distinção entre os membros da Classe do termo sujeito com os do termo predicado. No caso das proposições em A, a Cópula identifica todos os membros de uma

Classe como membros de outra; no caso das proposições em I, a Cópula identifica parte dos membros de uma Classe como membros de outra; já no caso das proposições em E, a Cópula distingue os membros de duas Classes.

Ainda em relação à Cópula, Carroll adverte quanto a casos em que a relação expressa por ela seja absurda em virtude das características dos termos empregados na proposição (CARROLL, 1887, p. 2-3, grifo do autor):

Onde pretendo chegar com toda essa ladainha? Pretendo chegar ao seguinte. Você pode colocar “é” ou “são” entre os nomes de duas *coisas* (por exemplo, “Algum porco é animal gordo”), ou entre os nomes de dois *atributos* (por exemplo, “Rosa é vermelho-claro”), e em cada caso fará sentido. Mas, se você colocar “é” ou “são” entre o nome de uma *coisa* e o nome de um *atributo* (por exemplo, “Algum porco é rosa”), isso *não* fará sentido algum (pois, como pode uma coisa *ser* um atributo?), a menos que você se ponha em acordo com a pessoa com quem está falando. Acredito que o acordo mais simples seja o seguinte: deve-se supor que o substantivo está repetido no final da sentença, de tal modo que a sentença, se escrita por extenso, seria “Algum porco é (porco) rosa”.

No fragmento acima, as Classes da proposição “Algum porco é animal gordo” podem ser consideradas Espécies do Gênero “Animal”, assim como as Classes da proposição “Rosa é vermelho-claro” podem ser consideradas como Espécies do Gênero “Cores”, sendo, em ambos os casos, proposições com sentido.

Na proposição “Algum porco é rosa” pode-se considerar a Classe “Animal” como Gênero da Classe Espécie representada pelo termo sujeito e a Classe “Cores” como o Gênero da Classe Espécie representada pelo termo predicado, sendo uma proposição sem sentido em virtude da impossibilidade de que membros de termos cujas Classes são Espécies de Gêneros distintos e não coextensivos possam manter qualquer relação entre si.

Para que a proposição tenha sentido, Carroll sugere que se convençione interpretá-la como “Algum porco é (porco) rosa”. Nesta interpretação, a Classe do predicado é Espécie da Classe do termo sujeito, o que não só possibilita, como torna necessário que haja uma certa relação de identidade entre os membros das Classes.

A primeira cláusula da redefinição da noção de silogismo, apresentada na primeira seção deste capítulo, exige que os seis termos que ocorrem em um silogismo sejam Espécies do mesmo Gênero, o que não é o caso da proposição “Algum porco é (porco) rosa”, dado que a Classe do termo predicado é espécie da do termo sujeito, que, por sua vez, deve ser Espécie de outra Classe.

Este problema se dissolve na medida em que tal proposição não é usada em um silogismo, ocorrendo nas páginas iniciais de “The Game of Logic” (1887, p. 2-3) com o intuito de esclarecer a noção de “proposição”, mais especificamente, esclarecer a necessidade de que deve haver uma relação possível entre os membros das Classes de cada termo para que a proposição tenha sentido.

A partir destas considerações acerca do fragmento supracitado, a primeira cláusula da redefinição da noção de silogismo também se mostra responsável por assegurar que nenhuma das proposições de um silogismo sejam sem sentido.

Em relação ao Nome do Sujeito e ao Nome do Predicado enquanto termos de uma proposição, lembrando que são Nomes de Classes, cabe especificar que se a proposição for Particular ou Universal Negativa, a posição ocupada pelos termos é sempre permutável. Dado que se algum membro da Classe do termo sujeito é membro da Classe do termo predicado, segue-se que algum membro da Classe do termo predicado também é membro da Classe do termo sujeito; assim como, se nenhum membro da Classe do termo sujeito é membro da Classe do termo predicado, segue-se que nenhum membro da Classe do termo predicado é membro da Classe do termo sujeito. Estas permutabilidades corroboram com a interpretação do uso identitário da Cópula, pois não se mantém sob outras interpretações.

O mesmo ocorre na silogística aristotélica, pois ela reconhece a permutabilidade da posição ocupada pelos termos sujeito e predicado nas proposições Universais Negativas e Particulares Afirmativas ao reconhecer que, nestes tipos de proposição, pode-se realizar uma inferência imediata válida cuja conclusão diferencia-se da premissa apenas pela posição ocupado pelos termos.

Em relação à Particular Negativa da silogística aristotélica, uma usual posição sobre a interpretação de seu pressuposto existencial faz com que a permutabilidade da posição de seus termos não seja reconhecida. A proposição “Algum S não é P” (Particular Negativa), se interpretada com o pressuposto existencial de que há algum “S”, tal que este “S” não é “P”, não afirma nada sobre a existência ou não de algum “P”, pois é verdadeira mesmo supondo a vacuidade da Classe “P”; por outro lado, a proposição decorrente da permutação da posição de seus termos, a saber, “Algum P não é S”, afirma que há algum “P”; de modo que as proposições transmitem informações diferentes e não são permutáveis.

Embora, sob a possibilidade de interpretação acima, a silogística aristotélica não reconheça a permutabilidade da posição dos termos de proposições Particulares Negativas, algo diferente ocorre na lógica de Lewis Carroll, mas ressalvas devem ser feitas.

Não há, na silogística carrolliana, nenhuma forma específica para proposições Particulares Negativas, havendo uma única forma comum a todas as proposições Particulares. Uma proposição Particular Negativa do tipo “Algum S não é P”, que não permite a permutabilidade entre seus termos, deve ser reduzida à Forma normal “Algum S é não-P”, pressupondo, como mostra a próxima subseção, a existência de alguma coisa que seja membro da Classe “S” e também da Classe “não-P”, possibilitando a permutabilidade entre a posição de seus termos com a manutenção do valor de verdade da proposição.

Do fato de que uma proposição do tipo “Algum S não é P” deve ser reduzida à Forma normal “Algum S é não-P”, que permite a permutabilidade da posição de seus termos, não se segue que a proposição “Algum S não é P” também deveria aceitar tal permutabilidade na lógica carrolliana.

A redução da proposição “Algum S não é P” para a sua Forma normal na silogística carrolliana, isto é, “Algum S é não-P”, determina uma certa interpretação para “Algum S não é P” que reconhece uma relação entre o termo “S” e a contraparte negativa do termo “P”. Compreender “Algum S não é P” como informando uma certa relação entre os termos “S” e “não-P” não é necessário, não sendo a única interpretação existencial possível, mas tal interpretação é fixada por Carroll e é ela que possibilita a redução à sua Forma normal.

Assim, a redução da proposição “Algum S não é P” para sua Forma normal gera uma proposição que permite a permutabilidade entre a posição de seus termos, mas estes termos não são “S” e “P”, como na proposição original, mas “S” e “não-P”. O termo “não-P” sequer ocorre na proposição original que foi reduzida, que permanece sendo uma proposição que não permite a permutabilidade da posição ocupado por seus termos.

No caso das Universais Afirmativas, a possibilidade de permutação do lugar dos termos não mantém a verdade da proposição, dado que, da afirmação de que todos os membros da Classe do termo sujeito sejam membros da Classe do termo predicado, não se segue que todos os membros da Classe do termo predicado também sejam membros da Classe do termo sujeito.

As proposição Universais Afirmativas também possuem outra especificidade: Elas são consideradas como **Proposições Duplas**. Segundo Carroll (1986, p. 74-75), toda proposição

Universal Afirmativa é uma proposição dupla na medida em que é equivalente a duas outras proposições, uma Particular e uma Universal Negativa. Esta equivalência mostra-se vital à representação diagramática das proposições; pois, como veremos na próxima seção, não há uma forma específica para a representação diagramática de Universais Afirmativas, devendo ser traduzida em duas proposições para que sejam passíveis de representação diagramática.

A proposição “Todo S é P” (Universal Afirmativa) transmite a informação de que todos os membros da Classe “S”<sup>15</sup> são também membros da Classe “P”. Carroll considera que uma parte desta informação sempre poderá ser expressa pela proposição “Algum S é P” (Particular), isto é, que ao menos um membro da Classe “S” é também membro da Classe “P”.

Considerar “Algum S é P” como uma inferência imediata válida de “Todo S é P” não é uma unanimidade entre os lógicos, dadas as possibilidades de interpretações distintas do pressuposto existencial de cada proposição, o que será tratado em suas especificidades ainda neste capítulo, mas a posição de Carroll preserva a relação subalterna do quadrado de oposições de Aristóteles.

Se “Algum S é P” transmite parte da informação de “Todo S é P”, cabe à proposição que queira transmitir a informação restante expressar que, entre todos os membros do Universo do Discurso, não há nenhum membro da Classe “S” que não seja membro da Classe “P”. Todos os membros do Universo do Discurso que não são membros da Classe “P” são membros de sua Classe codivisional, a saber, “não-P”. Logo, a proposição que expressa a parte restante da informação é “Nenhum S é não-P”.

Assim, na silogística carrolliana, a relação entre termos que é expressa em uma proposição Universal Afirmativa é equivalente, sem nenhuma perda ou acréscimo de informação, à relação expressa por duas outras proposições; uma Particular, expressando que algum membro da Classe do termo sujeito é membro da Classe do termo predicado, e uma Universal Negativa, expressando que nenhum membro da Classe do termo sujeito é membro da Classe cuja Diferença é contraditória à Classe do termo Predicado. Ou seja, “Todo S é P” é equivalente a “Algum S é P” e “Nenhum S é não-P”.

---

<sup>15</sup>Entenda: membros da Classe representada pelo Nome “S”. O mesmo se aplica à Classe “P” em relação ao Nome “P”.

### 3.3.2 O pressuposto existencial das proposições

Carroll (1986, p. 76), ao apresentar suas regras sobre pressupostos existenciais, assim como ao apresentar a distinção entre Classe Real e Imaginária, especifica que tais regras são arbitrárias e devem ser usadas ou ignoradas de acordo com a finalidade pela qual se constrói ou interpreta cada silogismo.

Supondo sua concepção semântica sobre termos lógicos e a arbitrariedade no uso de suas regras sobre pressupostos existenciais (CARROLL, 1986, p. 232), Carroll elenca as seguintes regras a respeito dos pressupostos existências relativos a cada tipo de proposição:

- (1) As proposições Particulares devem ser compreendidas como afirmando a existência de uma ou mais coisas que sejam membros da Classe do termo sujeito e que também sejam membros da Classe do termo predicado. Segue-se que cada termo representa uma Classe Real e que uma parte dos membros de cada Classe são coisas que têm os adjuntos das duas Classes, não havendo espaço para Classes Imaginárias em proposições Particulares.
- (2) As proposições Universais Negativas devem ser compreendidas apenas como afirmando que não existem coisas que sejam membros da Classe do termo sujeito e também membros da Classe do termo predicado. Tal afirmação nada expressa sobre o pressuposto existencial de seus termos isoladamente, dado que a não existência de coisas que sejam membros da Classe do termo sujeito e da Classe do termo predicado pode se dar em decorrência de que não exista nenhuma coisa que tenha os adjuntos das duas Classes simultaneamente, bem como em decorrência do termo sujeito ou do predicado representarem Classes Imaginárias. Assim, nas proposições Universais Negativas, a Classe de cada termo pode ser Real ou Imaginária, mas determina-se que não existem coisas que possuam os adjuntos dos dois termos simultaneamente.
- (3) As proposições Universais Afirmativas contém a afirmação de uma proposição Particular, de modo que está sujeita à mesma regra, ou seja, todos os termos de uma proposição Universal Afirmativa representam Classes Reais.

A reivindicação de que essas regras sejam arbitrárias, que ocorre em “Symbolic Logic” (CARROLL, 1986, p. 76, p. 232), também é exemplificada, em “The Game of Logic” (CARROLL, 1887, p. 29-31), por uma possível interpretação alternativa. A possibilidade de

interpretação alternativa que é apresentada substitui suas regras de pressuposição existencial por regras de compatibilidade entre termos, sem nenhuma pressuposição existencial.

Você só tem de fazer “é” significar “ser capaz de ser” e não haverá problemas. “Algum x é y” ficará “Algum x é capaz de ser y”, quer dizer, “os atributos x e y são compatíveis”; “Nenhum x é y” ficará “Nenhum x é capaz de ser y”, quer dizer, “os atributos x e y são incompatíveis”; e, é claro, “Todo x é y” ficará “Algum x é capaz de ser y, e nenhum é capaz de ser y' ”, quer dizer, “os atributos x e y são compatíveis, e os atributos x e y' são incompatíveis”. (CARROLL, 1887, p. 31)

Dada a reivindicação de arbitrariedade, o autor se restringe à apresentação das regras de pressuposto existencial que propõe, especificando-as e pressupondo-as no restante de sua obra, onde, com exceção da breve exemplificação de uma interpretação alternativa do fragmento acima, nenhuma outra possibilidade de interpretação recebe atenção.

Cabe ressaltar que Carroll aceita que possa haver mais do que uma única Classe vazia, as chamadas Classes Imaginárias, sugerindo uma interpretação intensional para sua noção de Classe. Caso aceitasse que só há uma Classe vazia, tornar-se-ia necessário que ao menos um dos termos de uma proposição Universal Negativa represente uma Classe Real para que a proposição possa ser verdadeira.

Afirmar que nenhum membro de uma Classe é membro de outra Classe nos casos em que as duas Classes são iguais é sempre falso, dado que a igualdade entre duas Classes impede que possa haver membros de uma que não sejam membros da outra. Se Carroll sugerisse uma interpretação extensional para sua noção de Classe, aceitando apenas uma Classe vazia, então todas as proposições Universais Negativas cujos dois termos representem Classes Imaginárias seriam falsas.

Mas Carroll sugere uma interpretação intensional para sua noção de Classe, onde Classes distintas podem ser discriminadas apenas pela intensão do termo que a representa, aceitando que possa haver diferentes Classes Imaginárias. Segue-se que os dois termos de uma proposição Universal Negativa podem representar duas Classes Imaginárias diferentes, fazendo com que a verdade da proposição possa ser satisfeita por vacuidade.

As proposições Universais Afirmativas atribuem propriedades aos membros das Classes de seus termos que podem ser captadas por um condicional (FERREIRA, 2014, p. 207-208). Considerando a proposição “Todo S é P”, atribui-se a cada coisa do Universo do Discurso a propriedade “se é membro da Classe 'S', então é membro da Classe 'P'”. Dada a natureza do condicional, que é verdadeiro quando o antecedente é falso, a proposição será

verdadeira mesmo se a Classe “S” foi vazia, nestes casos a proposição Universal Afirmativa é considerada satisfeita por vacuidade.

Embora aceitar que proposições Universais Afirmativas possam ser satisfeitas por vacuidade seja um lugar comum entre os lógicos contemporâneos, que consideram “Todo S é P” como convertível em “Nenhum S é não-P”, esta posição não mantém a validade das relações lógicas do quadrado de oposições de Aristóteles.

Por exemplo, a relação subalterna do quadrado exige que se “Todo S é P” for verdadeira, “Algum S é P” também o será. Se “Todo S é P” for satisfeita por vacuidade, então não há nenhum membro da Classe “S” que possa ser membro da Classe “P”, fazendo com que “Todo S é P” seja verdadeira e “Algum S é P” seja falsa, não cumprindo a exigência do quadrado.

Segundo Ferreira (2014, p. 207), a interpretação contemporânea mais disseminada entre os intérpretes de Aristóteles prega que todas as proposições categóricas possuem força existencial, inclusive as Universais Negativas. Como, por exemplo, a interpretação de Brogan (1967, p. 52):

Nenhum termo nos silogismos de Aristóteles é “vazio” ou “nulo”. Quando A (ou B, ou C, etc.) é empregado como um termo em um silogismo, entende-se que há algum A. Assim, “Todo A é B” implica “Algum A é B” e “Nenhum A é B” implica “Algum A não é B”.

Se, por um lado, Carroll é fiel a Aristóteles e distancia-se da lógica contemporânea ao reivindicar o pressuposto existencial nas Universais Afirmativas, por outro, distancia-se da interpretação mais usual de Aristóteles ao aceitar que as Universais Negativas possam ser verdadeiras devido à vacuidade de seus termos.

Se as decisões sobre pressuposição existencial não são congruentes com a interpretação mais usual de Aristóteles e tão pouco demonstram congruência com as posições dos lógicos contemporâneos, parece que Carroll optou por adotar “sua própria regra”, mas Parsons (2012) fornece evidências de que a tese segundo a qual as proposições categóricas Afirmativas possuem força existencial e as Universais Negativas podem ser satisfeitas por vacuidade já foi amplamente defendida pelos medievais tardios. Segue-se que os medievais tardios podem ter influenciado Carroll, fazendo com que sua posição teórica sobre pressupostos existenciais não seja idiossincrática.

A tabela abaixo associa cada um dos quatro tipos de proposições categóricas da silogística aristotélica a uma respectiva possibilidade de estrutura formal para o cálculo de predicados de primeira ordem, onde “x” é uma variável que pode designar qualquer indivíduo. Estas quatro estruturas formais são, segundo Ferreira (2014, p. 207), as mais usuais entre os intérpretes de Aristóteles.

Percebe-se que as estruturas formais apresentadas na tabela abaixo não são adequadas para a formalização dos três tipos de proposição, divididas segundo o Sinal de Quantidade, da silogística carrolliana. A estrutura formal que corresponde à proposição Universal Afirmativa da tabela acima atribui propriedades que podem ser captadas por um condicional, aqui expresso segundo a nomenclatura da lógica carrolliana: “para todos os membros do Universo do Discurso, se é membro da Classe 'A', então é membro da Classe 'B'”; caso a Classe “A” seja Imaginária, então é verdadeiro que todos os membros da Classe “A” são membros da Classe “B”, dado que a Classe “A” não pode possuir um membro que não seja membro da Classe “B”. Segue-se que a estrutura formal que corresponde à proposição Universal Afirmativa pode ser satisfeita por vacuidade, diferente das proposições Universais Afirmativas da silogística carrolliana, que possuem pressuposto existencial.

Tabela 5 – Interpretação usual das proposições categóricas

	<b>Proposição categórica</b>	<b>Formalizações</b>
<b>A</b>	Todo A é B.	Para todo x, se x é A, então x é B
<b>E</b>	Nenhum A é B.	Para todo x, se x é A, então x é não-B
<b>I</b>	Algum A é B.	Há x, tal que x é A e x é B
<b>O</b>	Algum A não é B.	Há x, tal que x é A e x é não-B

Fonte: Elaborada pelo autor.

As quatro estruturas formais apresentadas na tabela acima, apesar de serem as interpretações mais usuais de formalização das proposições categóricas, não satisfazem as exigências do quadrado de oposições de Aristóteles, dado que as estruturas formais para as proposições em A e em E podem ser satisfeitas por vacuidade, não preservando a relação subalterna do quadrado. Segundo Ferreira (2014, p. 208):

A atitude mais comum dos intérpretes de Aristóteles é empregar essas estruturas formais da lógica formal clássica com uma restrição semântica, de modo a garantir a

validade das relações do Quadrado das Oposições. Ao se afirmar, por exemplo, que A é o caso, assume-se semanticamente que as classes designadas pelos termos dessa proposição categórica são “existentes”, isto é, que sua extensão contém pelo menos um indivíduo (portanto, seu valor semântico não pode ser o conjunto vazio).

Esta opção de estrutura formal e interpretação semântica, considerada a mais comum entre os intérpretes de Aristóteles, é nomeada por Ferreira (2014, p. 208) de interpretação semântico-existencial.

A interpretação semântico-existencial também não é adequada para a formalização dos três tipos de proposição da silogística carrolliana. Carroll não determina nenhum pressuposto existencial para as proposições Universais Negativas, que podem ser verdadeiras mesmo quando os dois termos representam Classes Imaginárias, diferente da interpretação semântico-existencial, onde assume-se semanticamente que o termo sujeito das proposições Universais Negativas deve conter pelo menos um indivíduo em sua extensão.

Como já citado, Parsons (2012) fornece evidências de uma tese que, embora pouco disseminada entre os intérpretes contemporâneos, foi amplamente defendida pelos medievais tardios<sup>16</sup>. Segundo essa tese, apenas as proposições categóricas afirmativas possuem pressuposto existencial; enquanto as negativas podem ser satisfeitas por vacuidade.

Segundo Ferreira (2014, p. 210-211), os defensores de tal tese, nomeada de interpretação sintático-existencial, não conseguem obter o resultado que esperam da formalização das proposições categóricas por meio de um recurso à restrição semântica, pois precisariam impor uma estranha diferença semântica ao mesmo termo de acordo com sua ocorrência em proposições afirmativas (onde possuiria pressuposto existencial) e negativas (onde não possuiria pressuposto). Ao invés de restrições semânticas, os defensores da interpretação sintático-existencial propõem uma alteração sintática na estrutura formal das proposição categóricas. Nas palavras de Ferreira (2014, p. 211):

Do mesmo modo que a anterior [semântico-existencial], essa interpretação – a qual chamarei de sintático-existencial – também preserva todas as relações lógicas do Quadrado das Oposições, mas é filosoficamente mais atraente porque desempenha essa tarefa sem limitar a validade dessas relações a situações em que os termos lógicos não são vazios.

Segue uma tabela com a estrutura formas da interpretação sintático-existencial das proposições categóricas.

<sup>16</sup>Prior (1962, p. 169-70) também cita alguns autores que vislumbraram essa interpretação.

Tabela 6 – Interpretação sintático-existencial das proposições categóricas

	<b>Proposição categórica</b>	<b>Estrutura formal</b>
<b>A</b>	Todo A é B.	Para todo x, se x é A, então x é B, e há x tal que x é A
<b>E</b>	Nenhum A é B.	Não há x tal que x é A e x é B
<b>I</b>	Algum A é B.	Há x tal que x é A e x é B
<b>O</b>	Algum A não é B.	Há x, tal que x é A e x é não-B, e não há x, tal que x é A

Fonte: Elaborada pelo autor.

Ignorando a estrutura formal da proposição Particular Negativa, não utilizada na silogística carrolliana, onde todas as proposições particulares assumem a mesma Forma normal, chamada apenas de “Particular” e correspondente apenas à proposição categórica particular afirmativa da silogística aristotélica; as estruturas formais da interpretação sintático-existencial aparentam corresponder adequadamente às formalizações dos três tipos de proposição da silogística carrolliana.

Utilizando uma nomenclatura carrolliana, pode-se compreender a estrutura formal da proposição Universal Afirmativa da tabela acima como transmitindo a informação de que a Classe “A” é Real e que todos os membros do Classe “A” também são membros da Classe “B”, o que é congruente com os pressupostos existenciais das proposições em A da silogística carrolliana; assim como pode-se compreender a estrutura formal da proposição Universal Negativa como transmitindo a informação de que não há nenhum membro da Classe “A” que também seja membro da Classe “B”, sem qualquer especificação sobre pressupostos existenciais das Classes separadamente, o que também é congruente com as considerações sobre pressupostos existenciais das proposições em E da silogística carrolliana; por fim, pode-se compreender a estrutura formal da proposição Particular Afirmativa como transmitindo a informação de que as Classes “A” e “B” são Reais, assim como há ao menos um membro da Classe “A” que também é membro da Classe “B”, o que também é congruente com o pressuposto existencial das proposições em I da silogística carrolliana.

Para confirmar se as estruturas formais da interpretação sintático-existencial correspondem adequadamente às formalizações das proposições da silogística carrolliana resta confirmar se, partindo da estrutura formal de uma proposição Universal Afirmativa, pode-se deduzir uma proposição Particular e uma Universal Negativa que correspondam à caracterização carrolliana de Proposição Universal Afirmativa como proposição dupla; assim

como se, partindo da estrutura formal de uma proposição Particular e de uma Universal Negativa, pode-se deduzir uma Universal Afirmativa.

As deduções naturais abaixo utilizam as regras de inferência encontradas no manual de lógica “Introdução à lógica”, de Mortari (2001, p. 242, 252, 255, 266, 273 e 278). Um hífen (“-”) indica que as fórmulas que ocorrem na linha supõem uma hipótese, dois hifens (“- -”) indicam que as fórmulas que ocorrem na linha supõem duas hipóteses.

Segue a primeira dedução natural, demonstrando que de uma proposição Universal Afirmativa pode-se deduzir a proposição Particular adequada.

1. Para todo  $x$ , se  $x$  é  $A$ , então  $x$  é  $B$ , e há  $x$  tal que  $x$  é  $A$ : Premissa.
2. Para todo  $x$ , se  $x$  é  $A$ , então  $x$  é  $B$ : de 1 por Eliminação da conjunção.
3. Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$ : de 1 por Eliminação da conjunção.
4. -  $c$  é  $A$ : Hipótese.
5. - Se  $c$  é  $A$ , então  $c$  é  $B$ : de 2 por Eliminação do Universal.
6. -  $c$  é  $B$ : de 4 e 5 por Eliminação da condicional.
7. -  $c$  é  $A$  e  $c$  é  $B$ : de 4 e 6 por Introdução da conjunção.
8. - Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  é  $B$ : de 7 por Introdução da Existencial.
9. Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  é  $B$ : de 4 a 8 por Eliminação da Existencial em 3.

A dedução natural acima corrobora com a posição de que a interpretação sintático-existencial serve corretamente à formalização das proposições da lógica carrolliana. A próxima dedução natural busca demonstrar a dedução da Universal Negativa adequada.

1. Para todo  $x$ , se  $x$  é  $A$ , então  $x$  é  $B$ , e há  $x$  tal que  $x$  é  $A$ : Premissa.
2. Para todo  $x$ , se  $x$  é  $A$ , então  $x$  é  $B$ : de 1 por Eliminação da conjunção.
3. - Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : Hipótese.
4. - -  $c$  é  $A$  e  $c$  não é  $B$ : Hipótese.
5. - -  $c$  é  $A$ : de 4 por Eliminação da conjunção.
6. - - Se  $c$  é  $A$  então  $c$  é  $B$ : de 2 por Eliminação da Universal.
7. - -  $c$  é  $B$ : de 5 e 6 por Modus Ponens.
8. - -  $c$  não é  $B$ : de 4 por Eliminação da conjunção.
9. - -  $c$  é  $B$  e  $c$  não é  $B$ : de 7 e 8 por Introdução da conjunção.

**10.** -  $c$  é  $B$  e  $c$  não é  $B$ : de 4 a 9 por Eliminação da Existencial em 3.

**11.** Não há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : de 3 a 10 por Introdução da negação.

A dedução natural acima considera a estrutura formal “Não há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ ” como formalização da proposição em  $E$  cuja Forma normal é “Nenhum  $A$  é não- $B$ ”. Embora “não é  $B$ ” não corresponda adequadamente à Classe “não- $B$ ”, pois negar que exista um indivíduo que não possua as propriedades de “ $B$ ” não transmite informação sobre membros da Classe “não- $B$ ”; a estrutura formal pode ser interpretada, sob o léxico carrolliano, como transmitindo a informação de que não há nenhuma coisa que seja membro da Classe “ $A$ ” que não possua o adjunto que é Diferença para formação da Classe “ $B$ ”. Como, na lógica carrolliana, todas as coisas que não possuem o adjunto que é Diferença para formação da Classe “ $B$ ” pertencem à Classe “não- $B$ ”, segue-se que a estrutura formal, sob esta interpretação, transmite a informação de que não há nenhuma coisa que seja membro da Classe “ $A$ ” e membro da Classe “não- $B$ ”, sendo uma estrutura formal adequada à formalização da proposição em  $E$  desejada.

Resta demonstrar, em uma terceira dedução natural, que a partir das proposições Particular e Universal Negativa adequadas pode-se deduzir a Universal Afirmativa desejada.

**1.** Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  é  $B$ : Premissa.

**2.** Não há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : Premissa.

**3.** -  $c$  é  $A$  e  $c$  é  $B$ : Hipótese.

**4.** -  $c$  é  $A$ : de 3 por Eliminação da conjunção.

**5.** - Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$ : de 4 por Introdução da Existencial.

**6.** Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$ : de 3 a 5 por Eliminação da Existencial em 1.

**7.** - Não para todo  $x$ , não é o caso que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : Hipótese.

**8.** - -  $c$  é  $A$  e  $c$  não é  $B$ : Hipótese.

**9.** - - Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : de 8 por Introdução da Existencial.

**10.** - - Há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$  e não há  $x$  tal que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : de 9 e 2 por Introdução da conjunção.

**11.** - Não é o caso que  $c$  é  $A$  e  $c$  não é  $B$ : de 8 a 10 por Introdução da negação.

**12.** - Para todo  $x$ , não é o caso que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : de 11 por Introdução da Universal.

**13.** - Para todo  $x$ , não é o caso que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$  e não para todo  $x$ , não é o caso que

$x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : de 7 e 12 por Introdução da conjunção.

14. Não é o caso que não é o caso que para todo  $x$ , não é o caso que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : de 7 a 13 por Introdução da negação.

15. Para todo  $x$ , não é o caso que  $x$  é  $A$  e  $x$  não é  $B$ : de 14 por Eliminação da dupla negação.

16. Não é o caso que  $c$  é  $A$  e  $c$  não é  $B$ : de 15 por Eliminação da Universal.

17. -  $c$  é  $A$ : Hipótese.

18. - - Não é o caso que  $c$  é  $B$ : Hipótese.

19. - -  $c$  é  $A$  e não é o caso que  $c$  é  $B$ : de 17 e 18 por Introdução da conjunção.

20. - -  $c$  é  $A$  e não é o caso que  $c$  é  $B$ , e não é o caso que  $c$  é  $A$  e  $c$  não é  $B$ : de 16 e 19 por Introdução da conjunção.

21. - Não é o caso que não é o caso que  $c$  é  $B$ : de 18 a 20 por Introdução da negação.

22. -  $c$  é  $B$ : de 21 por Eliminação da dupla negação.

23. Se  $c$  é  $A$ , então  $c$  é  $B$ : de 17 a 22 por Introdução da condicional.

24. Para todo  $x$ , se  $x$  é  $A$ , então  $x$  é  $B$ : de 23 por Introdução da Universal.

25. Para todo  $x$ , se  $x$  é  $A$ , então  $x$  é  $B$ , e há  $x$  tal que  $x$  é  $A$ : de 6 e 24 por Introdução da conjunção.

A dedução natural acima demonstra que a partir das proposições Particular e Universal Negativa adequadas, pode-se deduzir a proposição Universal Afirmativa esperada.

As três deduções naturais apresentadas demonstram que a formalização das proposições categóricas que é defendida pelos adeptos da interpretação sintático-existencial, além de expressarem corretamente os pressupostos existenciais das proposições, também mantêm a relação lógica adequada à concepção da proposição Universal Afirmativa como proposição dupla da silogística carrolliana.

Conclui-se que a formalização das proposições categóricas, tal como defendida pelos adeptos da interpretação sintático-existencial, também demonstra-se adequada à formalização das proposições da silogística carrolliana. Se a interpretação sintático-existencial mantém todas as relações lógicas do quadrado de oposições (FERREIRA, 2014, p. 211), segue-se também que o possível “triângulo de oposições” da silogística carrolliana é plenamente compatível com o quadrado de oposições da silogística aristotélica.

Dadas as considerações sobre os pressupostos existenciais, segue-se uma regra que, embora nunca explicitada por Carroll, é estritamente necessária: Todo Universo do Discurso de um silogismo deve ser uma Classe Real.

Se o Universo do Discurso for uma Classe Imaginária, então todas as Classes Espécie que podem ocorrer em um silogismo, na medida em que devem ser Espécies do Universo do Discurso, também seriam Classes vazias, o que é problemático.

Na criação de Classes Codivisionais supondo uma Classe Imaginária como Gênero, indiferente de qual adjunto seja usado como Diferença, os membros da Classe Gênero que possuem e não possuem o adjunto serão os mesmos, a saber, nenhum, dada a vacuidade da Classe Gênero. Uma Classe Espécie codivisional não seria formada pelo complemento de sua respectiva Classe codivisional, ou, caso se admita a criação de duas Classes codivisionais com os mesmos membros, um termo e sua negação iriam se referir as mesmas coisas, a saber, nenhuma.

Outro argumento a favor da impossibilidade de que o Universo do Discurso possa ser uma Classe Imaginária decorre do pressuposto de existência das proposições Particulares e Universais Afirmativas, pois sua ocorrência seria contraditória à própria caracterização do Universo do Discurso como Classe Imaginária.

### 3.3.3 Os dois tipos de proposição e as regras de tradução

Ainda sobre proposições, resta apresentar a divisão entre **Proposições de Relação** e **Proposições de Existência**. Esta divisão não se aplica apenas às proposições em Forma normal, mas também às proposições expressas em língua natural. Não há qualquer referência a tal divisão no “The Game of Logic” (1887), sendo introduzida apenas em “Symbolic Logic” (1986, p. 69-70).

É provável que Carroll tenha apresentado estas duas categorias de proposição apenas como um recurso didático para expressar sua posição acerca dos pressupostos existenciais de cada proposição; exemplificar a divisão entre Classes Reais e Imaginárias, que também é exclusiva do “Symbolic Logic” (1986); e facilitar a exposição teórica da representação diagramática de proposições.

Toda proposição em Forma normal é uma Proposição de Relação, assim como toda Proposição de Relação expressa em língua natural é correlata de uma proposição em Forma

normal, pois é uma oração que expressa uma certa relação entre seus termos sujeito e predicado. Assim, nas Proposições de Relação, os termos são Nomes que representam duas Classes Espécie da mesma Classe Gênero e cada termo transmite a ideia de algum adjunto não transmitido pelo outro. São chamadas de “Proposições de Relação” justamente porque declararam uma certa relação entre seus termos.

Já Proposições de Existência expressam a existência ou a vacuidade de membros em uma Classe e não possuem um correlato direto em Forma normal, transmitindo apenas a ideia de que há ou não membros em uma dada Classe. Elas podem ser traduzidas para Proposições de Relação.

Carroll apresenta dez exemplos de Proposição de Existência, cinco com uma Classe Real e cinco com uma Classe Imaginária, tratando de suas especificidades separadamente. Vejamos os exemplos de proposição com uma Classe Real (1986, p. 69, tradução nossa):

- (01) Homens honestos existem.
- (02) Alguns homens honestos existem.
- (03) A Classe “homem honesto” existe.
- (04) Há homens honestos.
- (05) Há alguns homens honestos.

As cinco proposições acima expressam que a Classe “homem honesto” é Real, isto é, que possui membros. As cinco proposições ficam idênticas quando traduzidas para uma Proposição de Relação em Forma normal, a saber, “Alguma coisa existente é homem honesto”.

A proposição (02) apresenta o Sinal de Quantidade “Algum”, em coerência com as considerações já expostas sobre o pressuposto existencial das proposições Particulares. A proposição (03) expressa que a Classe “homem honesto” existe, ao invés de expressar que ela possui membros, o que denota uma confusão entre as noções de “Classe” e “membros”, já diagnosticada na última subseção.

Seguem os exemplos de Proposição de Existência com uma Classe Imaginária (1986, p. 69-70, tradução nossa):

- (06) Homens com 50 pés de altura não existem.
- (07) Nenhum homem com 50 pés de altura existe.
- (08) A Classe “homem com 50 pés de altura” não existe.
- (09) Não há nenhum homem com 50 pés de altura.
- (10) Não há homens com 50 pés de altura.

As cinco proposições acima expressam que a Classe “homem com 50 pés de altura” é Irreal ou Imaginária. Se traduzidas para uma Proposição de Relação em Forma normal, tais proposição demonstram-se idênticas, a saber, “Nenhuma coisa existente é homem com 50 pés de altura”.

A proposição (08) apresenta a confusão entre as noções de “Classe” e “membro” de modo similar à proposição (03). Neste caso, a proposição (08) deveria expressar que a Classe “homem com 50 pés de altura” é Imaginaria e não que a própria Classe não exista.

As proposições (04), (05), (09) e (10) apresentam uma conjugação do verbo “ser” em seu uso existencial, demonstrando que Carroll reconhece usos para conjugações do verbo “ser” em língua natural que sejam distintas da restrição de uso identitário que é imposta à conjugação do verbo “ser” que ocorre enquanto Cópula de uma proposição em Forma normal.

Para além da finalidade didática da introdução das duas categorias de proposição, tal divisão também facilita a tradução de certas proposições em língua natural para a Forma normal. Carroll, enquanto um convicto da utilidade social da lógica, visava que os argumentos expressos em língua natural que são espalhados pelo mundo, seja em jornais, revistas ou qualquer outro meio, especialmente nos discursos políticos (CARROLL, 1887, p. 32), possam ter suas premissas traduzidas para a Forma normal, de modo a receberem o tratamento lógico adequado para a inferência da conclusão em Forma normal, que deve ser traduzida para a língua natural e comparada à conclusão presente no argumento original, possibilitando que argumentos válidos possam ser verificados e que falácias possam ser detectadas.

O tratamento lógico pelo qual se pode verificar se de duas premissas em Forma normal se segue alguma conclusão válida requer que os termos sejam substituídos por variáveis para que o conteúdo das proposições possa ser representado em um diagrama através de marcas características e então manipulado para a possível extração de uma conclusão válida.

Lembrando que este movimento proposto por Carroll, no qual se traduz premissas em língua natural para uma forma que contenha variáveis, tornando-as passíveis de um tratamento lógico e possibilitando a extração de uma conclusão que, por sua vez, deve voltar a ser traduzida para a língua natural, é congruente com o que, segundo Valencia (2004, p. 389), caracteriza o período da álgebra da lógica.

A tradução de proposições em língua natural para a Forma normal deve ser efetuada por meio de dois conjuntos de regras, a saber, regras para **Tradução** e regras para **Redução**.

Estas regras não são rígidas e precisas, assemelhando-se mais a apontamentos e exemplos para guiar a tarefa de tradução de argumentos em língua natural para sua forma lógica do que regras propriamente ditas.

Regras de Redução são usadas para traduzir uma Proposição de Relação em língua natural para uma Proposição de Relação em Forma normal e vice-versa. Estas regras limitam-se ao reconhecimento das quatro partes de uma proposição em Forma normal na Proposição de Relação em língua natural que será reduzida e podem ser expressas da seguinte forma (CARROLL, 1986, p. 71):

- (i) Identificação do Universo do Discurso: Reconhecer do quê se está falando, o que facilitará a manipulação dos termos.
- (ii) Identificação do Termo Predicado: Reconhecer qual palavra ou grupo de palavras corresponde ao termo Predicado.
- (iii) Identificação do Termo Sujeito: Reconhecer qual palavra ou grupo de palavras corresponde ao termo Sujeito, isto é, o termo que representa uma Classe na qual algum, nenhum ou todos os seus membros sejam também membros da Classe representada pelo termo Predicado.
- (iv) Identificação da Cópula: Caso a frase não tenha o verbo “é” ou “são” entre os termos identificados acima, deve ser reescrita forçando a ocorrência deste verbo.
- (v) Identificação do Sinal de Quantidade: Reconhecer se a proposição expressa uma afirmação universal, uma negação universal ou uma relação particular entre os membros das Classes de seus termos.
- (vi) Organizar a proposição na seguinte ordem: Sinal de Quantidade, Termo Sujeito, Cópula e Termo Predicado.

Entre os exemplos de Redução apresentados por Carroll, destaca-se “Um filhote de cachorro manco não diria 'obrigado' se você oferece uma corda de pular” (1986, p. 72, tradução nossa). Neste exemplo, o Universo do Discurso foi tomado como “Filhote”, o termo sujeito como “Filhote de cachorro manco”, e o termo predicado como “Filhote que não diria 'obrigado' se você oferece uma corda de pular”. Dado que a Classe “Filhote de cachorro manco” é Individual, pois refere-se apenas a “um filhote”, e a relação expressa é afirmativa, segue-se que o Sinal de Quantidade é “Todo”. Assim, a proposição é reduzida à seguinte

Forma normal: “Todo filhote de cachorro manco é filhote que não diria 'obrigado' se você oferece uma corda de pular”.

As regras para tradução são usadas para traduzir o conteúdo de uma ou duas Proposições de Existência em uma Proposição de Relação em Forma normal, bem como para traduzir uma Proposição de Relação para uma ou duas Proposições de Existência.

A tradução de Proposições de Existência para Proposição de Relação determinam que a Classe “Coisa existente” ocorra como um dos termos da Proposição de Relação, estando em uma certa relação com o termo original da Proposição que foi traduzida e exprimindo a existência ou não existência dos membros da Classe deste termo.

As regras de Tradução de Proposições de Existência para Proposições de Relação em Forma normal limitam-se a três considerações (CARROLL, 1986, p. 76-78):

(vii) Nos casos em que uma Proposição de Existência exprime a existência de coisas com um certo adjunto, deve-se tomar o termo “Coisa existente” e o termo original que ocorre na Proposição de Existência como os termos de uma Proposição Particular em Forma normal, exceto nos casos em que o termo presente na Proposição de Existência represente uma Classe Individual, nestes casos deve-se tomar o termo que ocorre na proposição como Sujeito e o termo “Coisa existente” enquanto Predicado de uma Proposição Universal em Forma normal. Por exemplo, “Cachorros existem” deve ser traduzida para “Algumas coisas existentes são cachorros”; enquanto “Só existe um único cavalo alado” pode ser traduzida para “Todo cavalo alado é coisa existente”.

(viii) Nos casos em que uma Proposição de Existência exprime a não existência de coisas que sejam membros da Classe de seu termo, deve-se tomar o termo “Coisa existente” e o termo que ocorre originalmente na Proposição de Existência como os dois termos de uma Proposição Universal Negativa em Forma normal. Por exemplo, “Não existem unicórnios” deve ser traduzida para “Nenhuma coisa existente é unicórnio”.

(ix) Nos casos em que uma Proposição de Existência que exprime a existência de membros da Classe de um termo seja acompanhada de outra Proposição de Existência que exprime a não existência do membros da Classe codivisional à Classe que ocorre na primeira proposição, pode-se traduzir as duas Proposições de Existência em uma Proposição Universal Afirmativa em Forma normal, onde o termo com existência de membros em sua Classe será o Sujeito e o

termo “Coisa existente” será o predicado. Por exemplo, as Proposições “Alguma pedra existe” e “Nenhuma não-pedra existe” podem ser traduzidas para “Toda pedra é coisa existente”.

As regras de Tradução de Proposições de Relação para Proposições de Existência limitam-se à aplicação inversa das três regras explicitadas acima.

Carroll não apresenta exemplos de tradução de proposições que façam parte de um argumento em língua natural, restringindo o uso de Proposições de Existência à exemplificação das marcações de seus diagramas, utilizando a representação de Proposições de Existência não traduzidas para esclarecer a interpretação dos pressupostos existências das representações diagramáticas.

Devido ao uso restrito e dada a ocorrência do termo “Coisa existente” nas Proposições de Existência traduzidas para Proposições de Relação, deve-se supor que toda Proposição de Existência, quando transladada para uma Proposição de Relação, passa a ter a Classe “Coisas” como Universo do Discurso.

### 3.4 A REPRESENTAÇÃO DIAGRAMÁTICA

Segundo Gardner (1958, p. 28, tradução nossa), um “diagrama lógico é uma figura geométrica bidimensional com relações espaciais que são isomorfas com a estrutura de uma declaração lógica”. Assim, mais do que um recurso didático para o ensino de lógica, a utilização de diagramas possibilita a realização de raciocínios lógicos de forma independente (MOKTEFI; SHIN, 2012, p. 611).

Leibniz (1648-1716) já havia utilizado recursos diagramáticos para a representação das relações lógicas entre termos, mas é a popularização do trabalho de Leonhard Euler (1707-1783) e de John Venn (1834-1923), entre os séculos XVIII e XIX, que marca o período que é, segundo Moktefi e Shin (2012, p. 616), a era de ouro dos diagramas lógicos, onde o trabalho de Carroll está situado.

A silogística carrolliana aceita o uso de termos negativos, implicando novas especificidades à sua representação diagramática. John Neville Keynes (1887) também criou diagramas lógicos para a silogística com termos negativos, mas seu trabalho é posterior ao de Carroll, que trouxe soluções originais e cujos diagramas exerceram grande influência na popularização da lógica durante o século XIX (THE JOY OF LOGIC, 2013).

A análise e comparação das decisões teóricas adotadas por Carroll em relação aos diferentes métodos diagramáticos de seus pares será objeto da primeira seção do próximo capítulo.

O objetivo desta seção é apresentar e analisar apenas o método de representação diagramática de proposições da silogística carrolliana, base necessária para a compreensão do método de manipulação lógica dos diagramas para resolução de silogismos, que é objeto da próxima seção. A primeira subseção apresenta as considerações sobre a forma abstrata com a qual os termos devem ser representados em um diagrama, a segunda subseção apresenta as considerações sobre a representação diagramática dos termos e a terceira subseção apresenta as considerações sobre a representação diagramática das proposições.

### 3.4.1 A forma abstrata dos termos

O método diagramático de Carroll exige que os termos de uma proposição sejam substituídos por variáveis para que o conteúdo das proposições seja passível de um tratamento lógico diagramático, expediente comum entre os algebristas da lógica.

Portanto, antes da apresentação dos diagramas, faz-se *mister* apresentar como os termos em forma **concreta**, isto é, representados por palavras, devem ser substituídos pela sua forma **abstrata**, representados por variáveis (CARROLL, 1986, p. 109).

Os diagramas de Carroll são divididos em compartimentos associados à forma abstrata de termos. Caso os termos fossem representados em forma concreta, cada diagrama estaria destinado apenas aos seus termos específicos. Exigir a substituição da forma concreta para a forma abstrata possibilita que a mesma estrutura diagramática possa ser usada para a representação de todas as proposições possíveis.

São usadas três letras como variáveis para a representação de termos em forma abstrata, a saber, **x**, **y** e **m**. Cada uma dessas letras substitui um termo que representa uma certa Classe de coisas que possuem um certo adjunto. As mesmas letras, com o acréscimo de um apóstrofo, são usadas para substituir os termos negativos que representam Classes codivisionais às primeiras, a saber, **x'**, **y'** e **m'**.

O método por subscritos que é introduzido na segunda parte de “Symbolic Logic” (CARROLL, 1986, p. 119-131) utiliza esta mesma notação para representação de termos, embora acrescente novas letras à notação na medida em que o método também pode ser usado

para sorites. O método por subscritos também é passível de leitura proposicional, onde as letras deixam de representar termos e passam a representar proposições.

Caso se deseje representar uma única proposição em forma diagramática, sem que ela esteja presente em um silogismo, deve-se utilizar a variável  $x$  para um dos termos, ou  $x'$ , caso o termo seja negativo; assim como o outro termo deve ser representado por  $y$  ou  $y'$ . Qual termo será associado a cada variável é totalmente arbitrário, não havendo nenhuma regra que determine, por exemplo, que o termo sujeito deve ser  $x$  ou  $x'$ .

Na silogística aristotélica, o termo que se repete nas duas premissas se chama “termo médio”. Na silogística carrolliana, um termo positivo<sup>17</sup> pode ocorrer como termo médio nas duas premissas, ou apenas em uma premissa e seu termo negativo na outra, bem como apenas o termo negativo pode ocorrer como termo médio nas duas premissas; mas em cada uma das premissas, se representadas em forma abstrata, haverá a ocorrência das variáveis  $m$  ou  $m'$ .

Em relação aos outros termos; a forma abstrata  $x$  ou  $x'$  deve ocorrer na primeira premissa e na conclusão, assim como  $y$  ou  $y'$  deve ocorrer na segunda premissa e na conclusão.

Tabela 7 – Forma abstrata dos termos

<b>Forma abstrata</b>	<b>Termo que será substituído</b>
$m$	Termo médio positivo (não ocorre na conclusão)
$m'$	Termo médio negativo (não ocorre na conclusão)
$x$	Termo positivo que acompanha o termo médio na primeira premissa (pode ocorrer na conclusão)
$x'$	Termo negativo que acompanha o termo médio na primeira premissa (pode ocorrer na conclusão)
$y$	Termo positivo que acompanha o termo médio na segunda premissa (pode ocorrer na conclusão)
$y'$	Termo negativo que acompanha o termo médio na segunda premissa (pode ocorrer na conclusão)

Fonte: Elaborada pelo autor.

<sup>17</sup>Isto é, um termo que representa uma Classe de coisas que possuem um certo adjunto e é codivisional a um termo negativo que representa a Classe de coisas que não possuem este certo adjunto.

Assim, na forma abstrata dos termos de um silogismo, as variáveis  $x$ ,  $x'$ ,  $y$ ,  $y'$ ,  $m$  e  $m'$  representam seis Classes Espécies da mesma Classe Gênero, onde uma letra e a mesma letra com o acréscimo de um apóstrofo representam Classes codivisionais.

### 3.4.2 A representação diagramática dos termos

Em sua primeira publicação sobre diagramas lógicos, chamada “The Game of Logic” (1887), Carroll apresenta o seu método diagramático de resolução de silogismos como um jogo de peças, o chamado “Jogo da Lógica”. Nas palavras do autor, no prefácio da obra:

Além de ser uma fonte interminável de divertimento (a quantidade de argumentos por ele examinados é infinita), ele também fornecerá aos jogadores um módico de instrução. Mas há algum grande mal nisso, contanto que se obtenha diversão? (1887)

O jogo consiste em um tabuleiro com dois diagramas subdivididos em células que representam relações entre termos de um silogismo e dois tipos de peças que são usadas para representar o conteúdo de proposições.

O diagrama maior é dividido em oito células, onde cada célula representa uma combinação possível entre os termos que podem ocorrer nas premissas. O diagrama menor é dividido em quatro células, que representam as possíveis combinações dos termos da conclusão de um silogismo.

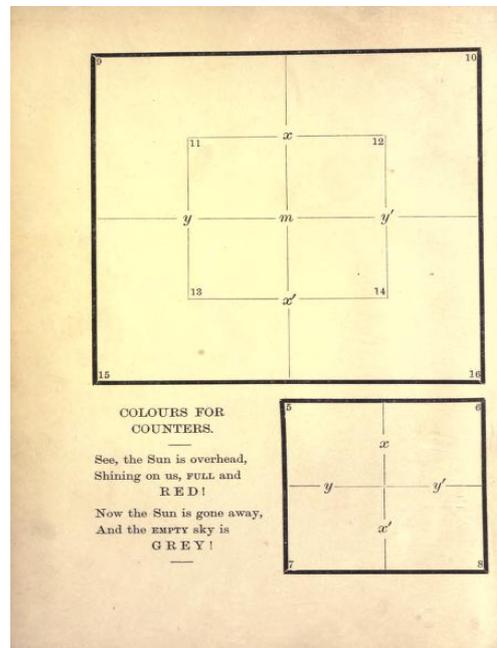
O jogador marca, usando as peças, o conteúdo de duas premissas no diagrama maior. A posição das peças no diagrama maior determina como as peças devem ser marcadas no diagrama menor, que representa o conteúdo proposicional da conclusão do silogismo.

Segundo Hodges (2013), a ideia de associar o ensino de lógica a um jogo não é original de Carroll, que a herda de uma série de trabalhos que, ao longo do período medieval, apresentaram diferentes jogos para o ensino de lógica.

Este jogo recebe uma exposição teórica em “Symbolic Logic” (CARROLL, 1986), sendo tratado como um método diagramático para resolução de silogismos. Nesta obra, o **diagrama menor** passa a ser chamado de **Biliteral** e o **diagrama maior** de **Triliteral**, nomenclatura que será adotada neste trabalho.

Na imagem abaixo, o tabuleiro do “Jogo da Lógica” de Carroll, como originalmente apresentado (CARROLL, 1887).

Figura 2 – O tabuleiro do Jogo da Lógica



Fonte: (CARROLL, 1887)

Os primeiros diagramas lógicos representavam a relação entre os termos diretamente (MOKTEFI; SHIN, 2012, p. 626), não havendo uma forma imagética padrão aos diferentes diagramas de um mesmo método. John Venn, em um artigo publicado em 1880, é o primeiro a propor um método diagramático no qual há um diagrama primário que contém todas as combinações possíveis entre os termos e a ele se acrescentam marcas distintas que representam o conteúdo das proposições, possibilitando uma forma imagética comum à todas as diferentes possibilidades de representação diagramática.

Na esteira do trabalho de Venn, o método de Carroll também utiliza uma forma diagramática primária para a representação de termos e marcas distintas para a representação de proposições. Esta subseção limita-se à exposição dos dois diagramas primários, a partir dos quais o conteúdo das proposições pode ser exprimido através de marcas distintas, objetos da próxima subseção.

O diagrama Trilateral fixa as combinações possíveis entre seis termos, contanto que sejam três pares de Classes codivisionais; já o diagrama Bilateral fixa as combinações entre quatro termos, sendo dois pares de Classes codivisionais.

O diagrama Trilateral é a base para a representação das premissas de um silogismo. Como apresentado em seus pormenores na próxima seção, a posição e a relação entre as

marcas distintas que são acrescentadas ao diagrama Trilateral para a representação do conteúdo das premissas é o que determina o tipo e a posição das marcas que devem ser acrescentadas ao diagrama Bilateral, que assim estará representando o conteúdo da conclusão de um silogismo. O diagrama Bilateral também é usado para a representação de qualquer Proposição de Relação isolada, sem que faça parte de um silogismo.

A exposição subsequente visa apresentar os diagramas primários através das etapas de seu processo de construção. Embora Carroll jamais tenha apresentado o seu método diagramático desta forma, ela é útil para a análise paulatina das diferentes partes dos diagramas e traz nitidez à relação lógica entre os diagramas Bilateral e Trilateral.

Carroll propõe que imaginemos o diagrama como um recinto que é atribuído a uma certa Classe de coisas (1986, p. 79). Sabemos que todos os termos que podem ocorrer em um silogismo são Nomes que representam uma certa Classe Espécie da mesma Classe Gênero, chamada de Universo do Discurso. O mesmo serve para proposições isoladas, pois elas só têm sentido quando transmitem a ideia de uma certa relação entre duas Classes que sejam Espécie da mesma Classe Gênero, que atua como Universo do Discurso da proposição.

Como todo o termo de uma proposição denota uma Classe Espécie que está contida, enquanto subclasse, em uma Classe Gênero, chamada de Universo do Discurso, todas as coisas cujas relações podem ser representadas em um diagrama são membros do Universo do Discurso, fazendo com que os limites do diagrama sejam os limites do Universo do Discurso.

Assim, como exemplificado na figura abaixo, a primeira parte do processo de construção de um diagrama consiste em um simples quadrado que marca o limite do Universo do Discurso.

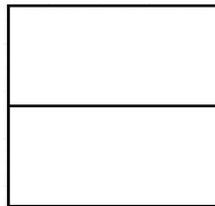
Figura 3 – Universo do Discurso



Todas as relações entre coisas que podem ser expressas em um diagrama estão fadadas a serem representadas dentro dos limites de um quadrado, como na figura acima, que representa os limites do Universo do Discurso.

Duas Classes Espécie codivisionais são formadas a partir de uma Diferença que divide todos os membros do Universo do Discurso entre aqueles que possuem o adjunto da Diferença, sendo membros da Classe que corresponde ao termo positivo, e aqueles que não possuem o adjunto da Diferença, membros da Classe correspondente ao termo negativo. Segue-se que a representação diagramática de duas Classes codivisionais deve ser feita pela divisão da representação diagramática do Universo do Discuso, como mostra a figura abaixo.

Figura 4 – Diagrama Unilateral



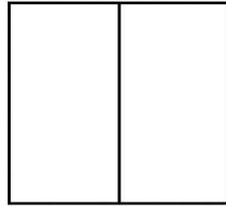
Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim, como exemplificado na figura acima, basta que uma linha horizontal divida o Universo do Discurso ao meio para que se represente os recintos atribuídos a cada Classe codivisional. Dado que as formas abstratas  $x$  e  $x'$  podem representar qualquer dupla de termos que denotem Classes codivisionais; ao recinto superior atribui-se a forma abstrata  $x$ , ou seja, a representação do termo positivo; e ao recinto inferior atribui-se a forma abstrata  $x'$ , representando o termo negativo.

Embora não seja utilizado em silogismos, o diagrama acima é batizado por Carroll de **Unilateral** (1986, p. 83).

Ao se convencionar associar a divisão horizontal aos termos  $x$  e  $x'$ , segue-se que a representação diagramática de outro par de Classes codivisionais deve se dar por outra forma de divisão.

A figura abaixo apresenta, agora com o acréscimo de uma linha vertical à representação diagramática do Universo do Discurso, outra possibilidade de divisão em duas Classes codivisionais, onde se atribui ao recinto esquerdo a forma abstrata  $y$  e ao direito  $y'$ .

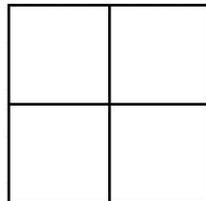
Figura 5 – Classes codivisionais  $y$  e  $y'$ 

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tal como ocorre na divisão entre  $x$  e  $x'$ , a soma da célula atribuída ao termo positivo com a célula atribuída ao termo negativo é igual ao espaço atribuído ao Universo do Discurso.

A representação de dois pares de Classes codivisionais no mesmo diagrama deve-se dar pela sobreposição das duas divisões anteriores, fazendo com que as coisas que são membros do Universo do Discurso dividam-se em quatro subgrupos, como mostra a figura abaixo.

Figura 6 – Diagrama Biliteral



Fonte: Elaborada pelo autor.

As coisas que possuem o adjunto que é Diferença para Classificação do termo  $x$  dividem-se entre aquelas que também possuem o adjunto do termo  $y$  e as que não o possuem. Dado o diagrama acima; a célula superior esquerda é atribuída às coisas com o adjunto dos termos  $x$  e  $y$ ; enquanto a célula superior direita é atribuída às coisas com o adjunto do termo  $x$  que não possuem o adjunto do termo  $y$ .

As coisas que não possuem o adjunto do termo  $x$  dividem-se entre as que possuem o adjunto do termo  $y$  e as que não o possuem. A célula inferior esquerda é atribuída às coisas que não possuem os adjuntos do termo  $x$ , mas possuem os adjuntos do termo  $y$ ; enquanto a célula inferior direita é atribuída às coisas que não possuem o adjunto do termo  $x$  e nem o adjunto do termo  $y$ , sendo um espaço representacional atribuído exclusivamente aos termos negativos.

A figura acima é o modelo do que Carroll chama de diagrama Biliteral, dividindo o Universo do Discurso em dois pares de Classes codivisionais e possuindo quatro células. A cada célula atribui-se uma combinação possível entre duas Classes. Como termos representam Classes, segue-se que o diagrama Biliteral representa as possibilidades de combinação entre quatro termos, dois positivos e dois negativos.

Abaixo, uma tabela com a relação entre as células do diagrama Biliteral, os termos abstratos que a elas são atribuídos e a qual subclasse de coisas do Universo do Discurso cada célula é associada.

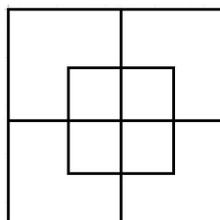
Tabela 8 – As células do diagrama Biliteral

<b>Célula</b>	<b>Atribuída aos termos</b>	<b>Representa a possibilidade de coisas que são membros do Universo do Discurso e</b>
Superior esquerda	$x y$	pertencem às Classes dos termos $x$ e $y$ .
Superior direita	$x y'$	pertencem às Classes dos termos $x$ e $y'$ .
Inferior esquerda	$x' y$	pertencem às Classes dos termos $x'$ e $y$ .
Inferior direita	$x' y'$	pertencem às Classes dos termos $x'$ e $y'$ .

Fonte: Elaborada pelo autor.

O diagrama Biliteral é suficiente para representar as possibilidades de combinação entre termos de qualquer proposição isolada, dado que uma proposição pode expressar apenas a relação entre dois termos. A representação diagramática das premissas em um mesmo diagrama exige a representação prévia da combinação de três pares de Classes codivisionais, o que é realizado pela introdução de um quadrado interno, como mostra a figura abaixo.

Figura 7 – Diagrama Triliteral



Fonte: Elaborada pelo autor.

A representação de um terceiro par de Classes codivisionais divide todos os membros do Universo do Discurso em duas partes pela introdução de um quadrado interno, que possibilita dividir as coisas que são membros do Universo do Discurso entre sua região interna e externa, como mostra a figura acima, modelo de diagrama Triliteral, com oito células. A região interna é atribuída ao termo  $m$ , enquanto a região externa é associada ao termo  $m'$ .

Abaixo, tabela com a relação entre as células do diagrama Triliteral, os termos que lhes são atribuídos e a qual subclasse de coisas do Universo do Discurso cada célula é associada.

Tabela 9 – As células do diagrama Triliteral

<b>Célula</b>	<b>Atribuída aos termos</b>	<b>Representa a possibilidade de coisas que</b>
Superior esquerda externa	$m' x y$	pertencem as Classes dos termos $x, y$ e $m'$ .
Superior esquerda interna	$m x y$	pertencem as Classes dos termos $x, y$ e $m$ .
Superior direita externa	$m' x y'$	pertencem as Classes dos termos $x, y'$ e $m'$ .
Superior direita interna	$m x y'$	pertencem as Classes dos termos $x, y'$ e $m$ .
Inferior esquerda externa	$m' x' y$	pertencem as Classes dos termos $x', y$ e $m'$ .
Inferior esquerda interna	$m x' y$	pertencem as Classes dos termos $x', y$ e $m$ .
Inferior direita externa	$m' x' y'$	pertencem as Classes dos termos $x', y'$ e $m'$ .
Inferior direita interna	$m x' y'$	pertencem as Classes dos termos $x', y'$ e $m$ .

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como exemplo, vamos supor o seguinte processo de Classificação: Classe “Animais” (Universo do Discurso),  $x$  (Classe “Racionais”),  $x'$  (Classe “Irracionais”),  $y$  (Classe “Quadrúpedes”),  $y'$  (Classe “Não-quadrúpedes”),  $m$  (Classe “Mamíferos”) e  $m'$  (Classe “Não-mamíferos”).

Dada as relações acima, se aplicadas a um Diagrama Triliteral, como o da última figura, o quadrado externo que limita o diagrama torna-se o limite do Universo do Discurso, determinando que todas as coisas que são membros da Classe “Animais” estejam dentro dos limites do diagrama; a célula superior esquerda externa é reservada aos animais não-mamíferos, racionais e quadrúpedes; a célula superior esquerda interna é reservada aos animais mamíferos, racionais e quadrúpedes; a célula superior direita externa é reservada aos

animais não-mamíferos, racionais e não-quadrúpedes; a célula superior direita interna é reservada aos animais mamíferos, racionais e não-quadrúpedes; a célula inferior esquerda externa é reservada aos animais não-mamíferos, irracionais e quadrúpedes; a célula inferior esquerda interna é reservada aos animais mamíferos, irracionais e quadrúpedes, a célula inferior direita interna é reservada aos animais mamíferos, irracionais e não-quadrúpedes; e a célula restante reserva-se aos animais não-mamíferos, irracionais e não-quadrúpedes.

### 3.4.3 A representação diagramática de proposições

Sobre os diagramas primários, que representam todas as possíveis relações entre termos, aplicam-se marcas distintas para representar o conteúdo de proposições.

Existem apenas duas marcas distintas para representar proposições, chamadas de “**contador vermelho**” e “**contador cinza**”. Devido à restrição imposta pela impressão monocromática; em “The Game of Logic”, o contador vermelho é representado pelo número 1 (um), e o contador cinza pelo número 0 (zero); já em “Symbolic Logic”, o contador vermelho é representado por um círculo com um ponto em seu centro, enquanto o contador cinza é representado por um círculo vazio -recurso que será adotado neste trabalho.

O poema abaixo acompanha o tabuleiro com os diagramas primários em “The Game of Logic” (CARROLL, 1887) e é um auxílio para a memorização da função de cada contador.

Veja, o Sol está elevado,  
Brilhando sobre nós, PLENO e VERMELHO!  
Agora, o Sol está se pondo,  
E o céu VAZIO é CINZENTO!

Percebemos que a cor vermelha é associada a “pleno”, enquanto a cor cinza é associada a “vazio”. As marcas não são batizadas de “contadores” por acaso, pois atuam justamente apresentando uma “contagem” do número de coisas que existe na célula onde ocorrem. O contador vermelho indica que há uma ou mais coisas que possuem os adjuntos que são Diferença para a formação das Classes cujos termos são representados na célula onde ocorre, isto é, a célula está “plena”; enquanto o contador cinza indica que não há nenhuma coisa que possui os adjuntos da célula onde ocorre, isto é, a célula está “vazia”.

Embora Carroll (1986, p. 76) reivindique que suas regras para pressupostos existenciais são arbitrárias e que regras distintas podem ser utilizadas, elas são o pressuposto

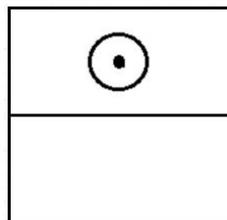
básico para a representação diagramática de proposições; dado que a função dos contadores, ao representar proposições, é de representar a existência ou a vacuidade dos membros das Classes associadas aos termos que ocorrem nas proposições. Utilizar seu método diagramático para interpretações existenciais alternativas exige outra interpretação para o função dos contadores, como, por exemplo, ao invés do contador vermelho representar a existência de coisas, pode representar a possibilidade de existência (CARROLL, 1887, p. 29-31).

A utilização, em “The Game of Logic” (CARROLL, 1887), do número 1 (um) para representar o contador vermelho e do número 0 (zero) para representar o contador cinza, pode ser compreendida na esteira do trabalho dos algebristas da lógica. Boole utiliza, em “An Investigation of the Laws of Thought” (1854, p. 47-48) o número 1 (um) para representar “Universo” e o número 0 (zero) para representar “Nada”. De forma similar, na lógica carrolliana, o contador vermelho pode ser compreendido como representando que existem, no Universo do Discurso, coisas que possuem todos os adjuntos da célula onde se encontram, assim como o contador cinza pode ser compreendido como representando que nada possui os adjuntos da célula onde se encontram.

Embora as Proposições de Existência e o diagrama Unilateral não sejam utilizados em silogismos, são utilizados para a exemplificação da função dos contadores (CARROLL, 1986, p. 83-85), possível razão pela qual Carroll introduz esta categoria de proposição e este tipo de diagrama em sua teoria lógica.

Imagine a Proposição de Existência “Cachorros existem”. Se não traduzida, tal proposição pode ser representada por um contador vermelho na célula superior de um diagrama Unilateral, como na imagem abaixo.

Figura 8 – Representação diagramática de uma Proposição de Existência em um diagrama Unilateral

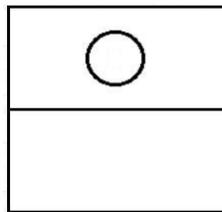


A figura acima considera a Classe “Animais” como Universo do Discurso, onde  $x$  representa a Classe “Cachorros” e  $x'$  representa sua Classe codivisional, a saber, a Classe “Não-Cachorros”.

As Proposições de Existência, quando não traduzidas para Proposições de Relação, podem ser representadas no diagrama Unilateral apenas porque limitam-se a fornecer informações sobre a existência ou vacuidade dos membros de uma única Classe.

Abaixo, a proposição “Cachorros não existem” representada por um contador cinza na célula superior de um diagrama Unilateral.

Figura 9 – Representação diagramática de uma Proposição de Existência com Classe Imaginária



Fonte: Elaborada pelo autor.

As Proposições de Relação transmitem informações sobre as relações lógicas entre membros de duas Classes. Para que possam ser representadas, além de reduzidas à Forma normal, exigem um diagrama Biliteral.

Proposições Particulares transmitem a informação de que existem coisas que são membros de uma certa Classe e também são membros de outra, exigindo a utilização de um contador vermelho para que sejam representadas em um diagrama Biliteral.

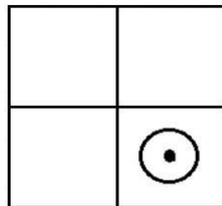
As proposições Universais Negativas transmitem a informação de que não existem coisas que sejam membros de uma Classe e ao mesmo tempo membros de outra, exigindo a utilização de contadores cinzas para que sejam representadas.

Dado que as proposições Universais Afirmativas são consideradas proposições duplas, elas devem ser reduzidas às proposições Particular e Universal Negativa adequadas para que seu conteúdo seja representado em um diagrama pela utilização dos dois tipos de contadores.

Tomando a Classe “Animais” como Universo do Discurso e associando os termos Cachorros, Não-cachorros, Quadrúpedes e Não-quadrúpedes às formas abstratas  $x$ ,  $x'$ ,  $y$  e  $y'$ ; vejamos o exemplo de representação de três Proposições de Relação em diagramas Biliterais.

A figura abaixo traz a representação diagramática da proposição Particular “Algum não-cachorro é não-quadrúpede”. O diagrama também pode ser compreendido como expressando que existe ao menos um animal (dado o limite do Universo do Discurso) que seja membro da Classe  $x'$  e também da Classe  $y'$ , isto é, existe ao menos um animal não-quadrúpede e não-cachorro.

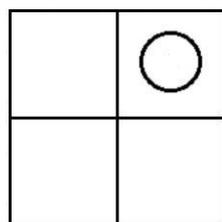
Figura 10 – Representação diagramática de uma Proposição de Relação Particular



Fonte: Elaborada pelo autor.

A figura abaixo traz a representação diagramática da proposição Universal Negativa “Nenhum cachorro é não-quadrúpede”. O mesmo diagrama pode ser compreendido como expressando a não existência de um animal que seja membro da Classe  $x$  e da Classe  $y'$  simultaneamente, isto é, não existe nenhum animal que seja cachorro e não-quadrúpede.

Figura 11 – Representação diagramática de uma Proposição de Relação Universal Negativa

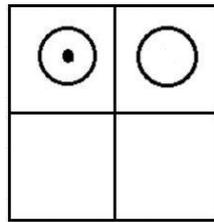


Fonte: Elaborada pelo autor.

Percebe-se na figura seguinte que, diferente dos dois diagramas anteriores, nela ocorrem dois contadores no mesmo diagrama, representando a proposição Universal Afirmativa “Todo cachorro é quadrúpede”, isto é, em forma abstrata “Todo  $x$  é  $y$ ”. Dado que toda Universal Afirmativa é uma proposição dupla, a dupla de proposições que traduz “Todo  $x$  é  $y$ ” adequadamente é “Algum  $x$  é  $y$ ” e “Nenhum  $x$  é  $y'$ ”. O contador vermelho na célula superior esquerda representa a proposição “Algum  $x$  é  $y$ ”, enquanto o contador cinza na célula

superior direita representa a proposição “Nenhum  $x$  é  $y'$ ”. O diagrama abaixo deve ser interpretado como a representação de que todos os membros da Classe  $x$  são membros da Classe  $y$ , isto é, que todos os cachorros são quadrúpedes, ou que existe ao menos um cachorro quadrúpede e não existem cachorros não-quadrúpedes.

Figura 12 – Representação de uma Proposição Universal Afirmativa no diagrama Biliteral



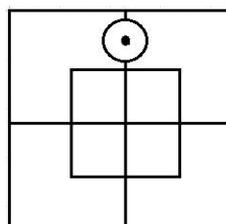
Fonte: Elaborada pelo autor.

Embora o diagrama Biliteral seja adequado para a representação diagramática de qualquer proposição com até dois termos, sendo adequado para a representação diagramática de qualquer possível conclusão de um silogismo, a representação diagramática das premissas em um mesmo diagrama exige a utilização do diagrama Triliteral.

Utilizemos uma expansão do exemplo anterior para a exemplificação, nas próximas figuras, da representação diagramática de possíveis premissas de um silogismo, tomando a Classe “Animais” como Universo do Discurso e associando os termos Cachorros, Não-cachorros, Quadrúpedes, Não-quadrúpedes, Racional e Irracional, respectivamente, às formas abstratas  $x$ ,  $x'$ ,  $y$ ,  $y'$ ,  $m$  e  $m'$ .

A figura abaixo traz a representação diagramática da proposição Particular “Algum cachorro é irracional” na forma abstrata “Algum  $x$  é  $m'$ ”.

Figura 13 – Representação de uma Proposição Particular em um diagrama Triliteral



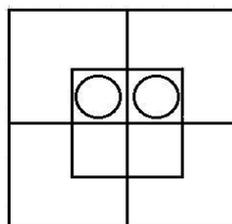
Fonte: Elaborada pelo autor.

Repare que na figura acima, pela primeira vez, um contador está situado sobre a linha de um diagrama. Isto ocorre porque tanto a célula superior esquerda (que associa os termos  $x$ ,  $y$  e  $m'$ ), como a célula superior direita (que associa os termos  $x$ ,  $y'$  e  $m'$ ), são espaços reservados à representação das relações entre os termos  $x$  e  $m'$ . Embora cada uma destas células também associe os dois termos a um terceiro, a saber,  $y$  e  $y'$ , a proposição que é representada não fornece nenhuma informação sobre a relação que seus termos mantêm com um terceiro termo, fazendo com que seja impossível decidir se o contador deve ficar na célula superior esquerda ou direita e forçando-o a manter-se sobre a linha que as divide. Carroll diz que, nestes casos, o contador está “em cima do muro” (1887, p. 9).

Pode-se compreender o diagrama acima, em termos concretos, como representando a existência de um animal que seja cachorro e irracional simultaneamente, embora não saibamos se o animal é quadrúpede ou não-quadrúpede.

A figura abaixo traz a representação diagramática da proposição Universal Negativa “Nenhum cachorro é racional” na forma abstrata “Nenhum  $x$  é  $m$ ”. Repare que, neste caso, ocorre o uso de dois contadores da mesma cor. Isto ocorre porque há duas células que associam os termos  $x$  e  $m$  no diagrama Triliteral. Embora a célula interna superior esquerda associe os termos  $x$  e  $m$  ao termo  $y$ , enquanto a célula interna superior direita associa os termos  $x$  e  $m$  ao termo  $y'$ ; se o que se deseja representar é a não existência de membros da Classe  $x$  e  $m$  simultaneamente, deve-se representar a vacuidade de todos os espaços representacionais reservados à associação dos termos  $x$  e  $m$ , o que é feito pelo uso de dois contadores cinzas.

Figura 14 – Representação de uma Proposição Universal Negativa em um diagrama Triliteral

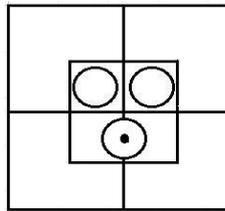


Fonte: Elaborada pelo autor.

Pode-se compreender o diagrama acima, em termos concretos, como representando a não existência de um animal que seja cachorro e racional ao mesmo tempo, indiferente de ser quadrúpede ou não.

A figura abaixo traz a representação diagramática da proposição Universal Afirmativa “Todo racional é não-cachorro” na forma abstrata “Todo  $m$  é  $x'$ ”. Dado o caráter de proposição dupla da Universal Afirmativa, as duas proposições adequadas são “Algum  $m$  é  $x'$ ” e “Nenhum  $m$  é  $x'$ ”. A proposição “Algum  $m$  é  $x'$ ” é representada pelo contador vermelho em cima do muro, entre a célula interna inferior esquerda e direita; a proposição “Nenhum  $m$  é  $x'$ ” é representada pelos contadores cinzas que ocupam as células internas superiores direita e esquerda.

Figura 15 – Representação de uma Proposição Universal Afirmativa em um diagrama Trilateral



Fonte: Elaborada pelo autor.

Pode-se compreender o diagrama acima, em termos concretos, como representando que todos os animais racionais são não-cachorros, isto é, existe ao menos um animal racional que é não-cachorro e não existe nenhum racional que seja cachorro.

### 3.5 O MÉTODO DIAGRAMÁTICO DE RESOLUÇÃO DE SILOGISMOS

Com o desenvolvimento da lógica iniciado pelo trabalho dos algebristas e, mais especificamente, a partir dos trabalhos que iniciam o período da lógica matemática, surge uma tradição rigorosa de análise semântica e sintática das sentenças em lógica, relegando o uso de diagramas a um papel apenas ilustrativo. Como afirma Giaquinto (2008), criou-se um verdadeiro desdém ao *status* lógico do uso de diagramas, especialmente em contextos de demonstração ou justificação, marcos de um período em que diagramas lógicos caíram em ostracismo.

Os diagramas lógicos voltaram a ser discutidos em uma literatura mais recente, onde o aspecto perceptivo que a utilização de figuras proporciona ao pensamento é debatido sob a denominação de *visual thinking* (MANCOSU, 2005 e 2008) e mesmo a potência errônea

atribuída à utilização de diagramas é posta em dúvida pelos trabalhos de Barwise, Etchemendy (1996) e Shin (1994).

Ignorando a discussão sobre o *status* lógico de diagramas e voltando a um período em que os lógicos, em especial Lewis Carroll, consideravam o uso de diagramas como um método adequado para resolução de silogismos, útil na detecção de falácias, na extração de conclusões e como meio adequado para comprovar a validade de inferências, segue-se a reconstrução do método diagramático carrolliano.

A resolução de silogismos da lógica carrolliana supõe a correta representação, através de contadores em um diagrama Triliteral, do conteúdo de duas premissas. A partir da forma de representação das duas premissas no mesmo diagrama Triliteral pode-se inferir, em um raciocínio visual, a forma adequada de representação da conclusão em um diagrama Biliteral que, por sua vez, terá o conteúdo proposicional que representa em si traduzido para uma forma proposicional adequada.

Assim, a resolução de silogismos da lógica carrolliana, realizada supondo seus critérios de redefinição da noção de silogismo, pode ser realizada através de seis etapas de desenvolvimento. Algumas etapas podem ser ignoradas ou simplificados de acordo com a prática do sujeito que utiliza o método.

A primeira etapa para verificar se alguma conclusão válida se segue de um par de premissas é determinar qual é o Universo do Discurso do silogismo e traduzir as Proposições de Relação em língua natural para as Proposições de Relação em Forma normal adequadas. A segunda etapa é traduzir as Proposições de Relação em Forma normal expressas com termos em forma concreta para as proposições adequadas com termos expressos em forma abstrata. A terceira etapa é utilizar os contadores para representar, em um diagrama Triliteral, a relação lógica entre termos expressa pelas proposições com termos em forma abstrata. A quarta etapa é, partindo da forma diagramática da representação das premissas, usar contadores para marcar todas as possibilidades de representação válidas no diagrama Biliteral. A quinta etapa é traduzir o conteúdo representado no diagrama Biliteral para uma proposição em Forma normal com termos em forma abstrata. A sexta etapa é traduzir os termos em forma abstrata para a forma concreta, resultando, assim, na possível conclusão válida em Forma normal com termos em forma concreta.

As primeiras etapas já foram previamente expostas nas seções anteriores deste capítulo, resta especificar as regras para que duas premissas sejam representadas

simultaneamente no mesmo diagrama Trilateral e as regras que determinam o raciocínio visual a partir do qual, dada uma certa representação no diagrama Trilateral, infere-se onde os contadores devem ser colocados no diagrama Bilateral, representando, assim, a forma diagramática da conclusão.

Para que duas premissas em Forma normal, com termos previamente traduzidos para forma abstrata, possam ser representadas no diagrama Trilateral, deve-se atentar para as seguintes regras:

(1) Deve-se marcar primeiro os contadores cinzas, isto é, deve-se representar primeiro as proposições Universais Negativas. Caso ocorra uma proposição Universal Afirmativa entre as premissas, a proposição Universal Negativa que representa parte de sua informação também deve ser marcada nesta etapa, enquanto a Particular que representa a informação restante deve ser marcada apenas na etapa seguinte.

(2) Dada as marcações de todos os contadores cinza possíveis, deve-se, então, marcar os contadores vermelhos. Nos casos em que o contador vermelho deveria ser marcado “em cima do muro”, mas uma das duas células já está marcada por um contador cinza, deve-se mover o contador vermelho para a célula sem marcação.

A regra (1) surge em virtude da regra (2), que se justifica na medida em que um contador vermelho só se localiza “em cima do muro” quando não se sabe qual é a relação que a marcação desejada mantém com um terceiro termo. Quando se conhece previamente que uma das células é vazia, segue-se necessário que a existência reivindicada pelo contador vermelho seja atribuída à outra célula, de modo que somos autorizados, nestes casos, a fixar o contador vermelho nos limites de uma única célula.

Dada as duas regras para a representação das premissas em um mesmo diagrama Trilateral, seguem as regras para a inferência da conclusão por marcações no diagrama Bilateral.

Percebe-se que o diagrama Bilateral representa as mesmas relações lógicas entre os termos  $x$ ,  $x'$ ,  $y$  e  $y'$  do diagrama Trilateral, apenas subtraindo as relações possíveis a partir dos termos  $m$  e  $m'$ . A questão é: A partir de que marcas específicas no diagrama Trilateral se está autorizado a inferir marcas no diagrama Bilateral?

(a) Caso haja dois contadores cinzas no mesmo quadrante; seja superior direito, superior esquerdo, inferior esquerdo ou inferior direito; significa que o quadrante está totalmente vazio e se está autorizada a marcar um contador cinza no respectivo quadrante do diagrama Biliteral.

(b) Caso um contador vermelho, em virtude da presença de um contador cinza, possa deixar sua posição “em cima do muro” e ser fixado nos limites de uma única célula; significa que, indiferente da célula ser interna ou externa e mesmo nos casos em que a outra célula do mesmo quadrante já está marcada com um contador cinza, pode-se marcar um contador vermelho no respectivo quadrante do diagrama Biliteral, dado que a existência de coisas que possuam os adjuntos respectivos às duas Classes associadas no respectivo quadrante do diagrama Biliteral já está assegurada.

Caso a marcação das premissas gere situações excêntricas às possibilidades até aqui apresentadas, como, por exemplo, a necessidade de que dois contadores cinzas devam dividir a mesma célula, significa que as premissas são inconsistentes ou apenas que delas não se segue nenhuma conclusão válida.

Resta exemplificar o método através de um exemplo. Imagine que um sujeito racional deseja verificar se, partindo de duas frases como premissas, pode-se inferir alguma conclusão válida. As frases são “Todos os corruptos, cedo ou tarde, tornam-se políticos” e “Nenhum honesto é engajado na política”.

A primeira etapa é identificar o Universo do Discurso, aqui identificado como a Classe “Humanos”, e reescrever as duas frases em Forma normal. A primeira frase é reduzida para a Forma normal “Todos os humanos corruptos são humanos que, cedo ou tarde, tornam-se políticos”. A segunda frase é reduzida para a Forma normal “Nenhum humano honesto é humano engajado na política”.

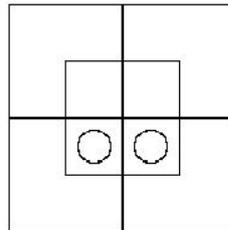
Dada a redução das frases para a Forma normal, segue-se a seguinte relação entre termos abstratos e concretos; os termos  $m$  e  $m'$  representam, respectivamente, os termos “humano corrupto” e “humano honesto”; os termos  $x$  e  $x'$  representam, respectivamente, os termos “humanos que, cedo ou tarde, tornam-se políticos” e sua contraparte negativa, “humanos que nunca se tornarão políticos”; assim como os termos  $y$  e  $y'$  representam, respectivamente, os termos “humano engajado na política” e “humano não engajado na política”.

A segunda etapa é traduzir as proposições em Forma normal com termos concretos para as respectivas proposições com termos abstratos, a saber, “Todo  $m$  é  $x$ ” e “Nenhum  $m'$  é  $y$ ”.

A terceira etapa é representar o conteúdo das proposições com termos abstratos no diagrama Triliteral. A proposição “Todo  $m$  é  $x$ ” deve ser traduzida, de modo que seu conteúdo possa ser representado no diagrama, para as proposições “Algum  $m$  é  $x$ ” e “Nenhum  $m$  é  $x$ ”. Primeiro deve-se marcar as proposições Universais Negativas, a saber, “Nenhum  $m$  é  $x$ ” e “Nenhum  $m'$  é  $y$ ”.

O diagrama Triliteral abaixo, através de dois contadores cinzas, representa a proposição “Nenhum  $m$  é  $x'$ ”.

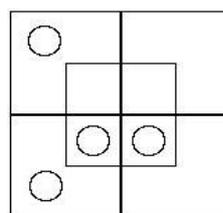
Figura 16 – Uma proposição representada



Fonte: Elaborada pelo autor.

Passemos para a representação da próxima Universal Negativa no mesmo diagrama. O diagrama Triliteral abaixo, através do uso de quatro contadores cinzas, representa adequadamente as proposições “Nenhum  $m$  é  $x'$ ” e “Nenhum  $m'$  é  $y$ ”.

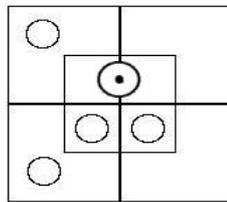
Figura 17 – Duas proposições representadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como não há mais proposições Universais Negativas, resta marcar a proposição Particular. O diagrama abaixo, com quatro contadores cinzas e o acréscimo de um vermelho, representa corretamente as proposições “Nenhum  $m'$  é  $y$ ”, “Nenhum  $m$  é  $x'$ ” e “Algum  $m$  é  $x$ ”. Como não há nenhum contador cinza em uma das duas células que poderiam receber o contador vermelho, ele é colocado sobre a linha, ficando “em cima do muro”.

Figura 18 – Três proposições representadas

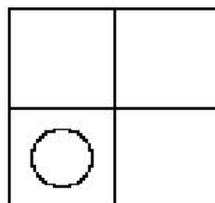


Fonte: Elaborada pelo autor.

A quarto etapa é, dada a representação das premissas no diagrama Trilateral, verificar quais as possibilidades de marcação no diagrama Biliteral. Apenas um quadrante do diagrama Trilateral é ocupado por dois contadores cinzas, a saber, o quadrante inferior esquerdo, segue-se que um contador cinza deve ocupar este respectivo quadrante no diagrama Biliteral. Nenhum contador vermelho está limitado em uma única célula, de modo que nenhum contador vermelho pode ser marcado no diagrama Biliteral.

A figura abaixo mostra o diagrama Biliteral com todas as marcações possíveis a partir da forma de representação das premissas no diagrama Trilateral. Há apenas um único contador cinza na célula inferior esquerda, representando a vacuidade do quadrante.

Figura 19 – Diagrama Biliteral com a representação da conclusão



Fonte: Elaborada pelo autor.

A quinta etapa é traduzir o diagrama Biliteral devidamente marcado para a respectiva proposição com termos em forma abstrata, a saber, “Nenhum  $y$  é  $x'$ ” ou “Nenhum  $x'$  é  $y$ ”. Como a posição ocupada pelos termos nas proposições Universais Negativas é intercambiável, as duas proposições são conclusões válidas e usar apenas uma em detrimento da outra é uma escolha arbitrária.

Adotemos “Nenhum  $x'$  é  $y$ ” para a sexta etapa, que é traduzir o conteúdo da proposição com termos em forma abstrata para uma proposição com termos em forma concreta, a saber, “Nenhum humano que nunca se tornará político é um humano engajado na política”.

Conclui-se que a partir das premissas “Todos os corruptos, cedo ou tarde, tornam-se políticos” e “Nenhum honesto é engajado na política” pode-se inferir “Nenhum humano que nunca se tornará político é um humano engajado na política”, inferência cuja validade foi demonstrada pelo método diagramático de resolução de silogismos da lógica carrolliana.

### 3.6 EXEMPLIFICAÇÃO PRÁTICA

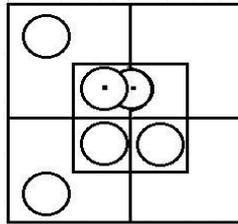
Dado que a seção anterior, que visava uma exposição teórica do método diagramático de resolução de silogismos, limitou-se a um único exemplo de sua aplicação; esta seção, que encerra o capítulo, visa apresentar a resolução, via o método diagramático, de três silogismos já utilizados neste trabalho, fornecendo uma pequena gama de exemplos.

O primeiro silogismo analisado ocorre na segunda seção do segundo capítulo: (1ª Premissa) Todos os sábios são lógicos. (2ª Premissa) Todos os vulcanos são sábios. Logo, (Conclusão) todos os vulcanos são lógicos.

Consideremos a Classe “Humanoides” como Universo do Discurso. O termo “sábio” é representado pela forma abstrata  $m$ , o termo “lógico” pela forma abstrata  $x$  e o termo “vulcano” pela forma abstrata  $y$ . Segue-se que as formas abstratas  $m'$ ,  $x'$  e  $y'$ , embora não ocorram no silogismo, correspondem respectivamente aos termos “não-sábio”, “ilógico” e “não-vulcano”.

As premissas deste silogismo, com seus termos representados em forma abstrata, tornam-se “Todo  $m$  é  $x$ ” e “Todo  $y$  é  $m$ ”, ambas representadas no diagrama abaixo.

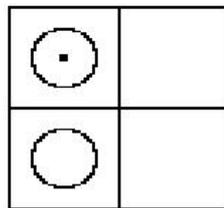
Figura 20 – Diagrama Trilateral da primeira exemplificação prática



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dado o diagrama Trilateral acima, segue-se o seguinte diagrama Biliteral, que pode ter seu conteúdo representado em duas proposições, a saber, “Algum y é x” e “Nenhum y é x' ”; proposições que podem ser traduzidas em uma única proposição, a saber “Todo y é x”, que, por sua vez, pode ser traduzida para a Forma normal com termos concretos “Todos os vulcanos são lógicos”, demonstrando, assim, a validade do primeiro silogismo.

Figura 21 – Diagrama Biliteral da primeira exemplificação prática



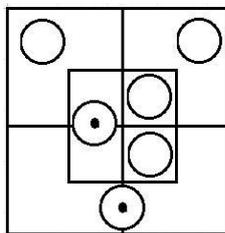
Fonte: Elaborada pelo autor.

O segundo silogismo analisado ocorre na primeira seção do terceiro capítulo: (1ª Premissa) Todo desinteressado é inumano. (2ª Premissa) Todo interessado é racional. Logo, (Conclusão) nenhum humano é irracional.

A Classe “Animais” pode ser considerada como Universo do Discurso; os termos “interessado” e “desinteressado” podem ser representados, respectivamente, pelas formas abstratas  $m$  e  $m'$ ; os termos humano e inumano podem ser representados por  $x$  e  $x'$ ; enquanto os termos racional e irracional podem ser representados por  $y$  e  $y'$ .

As premissas com termos em forma abstrata tornam-se “Todo  $m'$  é  $x'$  ” e “Todo  $m$  é  $y$ ”, possibilitando as seguintes marcações no diagrama Trilateral.

Figura 22 – Diagrama Trilateral da segunda exemplificação prática

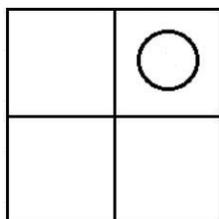


Fonte: Elaborada pelo autor.

Dado o diagrama Trilateral acima, segue-se o seguinte diagrama Biliteral, que pode ter seu conteúdo representado por duas proposições, a saber, “Nenhum  $y'$  é  $x$ ” e “Nenhum  $x$  é  $y'$ ”.

Como a posição ocupada pelos termos é intercambiável nas proposições Universais Negativas, as duas possíveis conclusões têm o mesmo conteúdo proposicional. A proposição “Nenhum  $x$  é  $y'$ ” pode ser reduzida à Forma normal com termos concretos “Nenhum humano é irracional”, demonstrando, assim, a validade do segundo silogismo.

Figura 23 – Diagrama Biliteral da segunda exemplificação prática



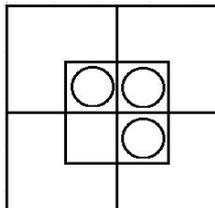
Fonte: Elaborada pelo autor.

O terceiro e último silogismo analisado também ocorre na primeira seção do terceiro capítulo: (1ª Premissa) Nenhuma planta é um ser animado. (2ª Premissa) Nenhum ser animado é bicho. Logo, (Conclusão) nenhum bicho é planta.

A Classe “Seres vivos” pode ser considerada como Universo do Discurso; o termo concreto “animado” pode ser representado pelo termo abstrato  $m$ ; o termo “planta” pelo termo  $x$ ; e o termo “bicho” pelo termo  $y$ .

As premissas com termos em forma abstrata tornam-se “Nenhum  $x$  é  $m$ ” e “Nenhum  $m$  é  $y$ ”, possibilitando as seguintes marcações no diagrama Trilateral.

Figura 24 – Diagrama Trilateral da terceira exemplificação prática



Fonte: Elaborada pelo autor.

Percebe-se a ocorrência redundante de dois contadores cinzas sobrepostos na célula interna superior direita; redundância pela qual pode-se constatar que, a partir deste par de premissas, não se segue nenhuma conclusão válida. A conclusão “Nenhum bicho é planta” é falaciosa.

## 4 PARTICULARIDADES DA LÓGICA DE LEWIS CARROLL

O objetivo deste capítulo é apresentar um exame teórico de alguns aspectos da teoria silogística de Lewis Carroll, em especial de seu método diagramático de resolução de silogismos.

A primeira seção dedica-se a comparar o método diagramático de Carroll aos principais métodos diagramáticos disponíveis em sua época, isto é, os métodos diagramáticos de Euler e Venn.

A segunda seção dedica-se à análise das considerações de Carroll sobre o uso de seu método diagramático para sorites (1986, p. 244-245), incluindo a análise de um manuscrito póstumo que veio a público apenas em 2013 (MOKTEFI, 2013).

A terceira seção dedica-se a examinar se a teoria silogística de Lewis Carroll, enquanto extensão da teoria silogística de Aristóteles, caracteriza-se como uma extensão expansiva ou conservativa.

### 4.1 COMPARAÇÕES ENTRE MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS

Os diagramas cuja criação é tradicionalmente atribuída a Leonhard Paul Euler (1707-1783), os famosos diagramas de Euler, foram usados em muitos trabalhos sobre lógica em sua época e foram vitais à popularização de métodos diagramáticos aplicados à silogística. Os diagramas de Venn, criados por John Venn (1834-1923), surgiram com base nos diagramas de Euler, corrigindo problemas que haviam sido diagnosticados. À época de Carroll, os diagramas de Venn já eram populares, mas os de Euler continuavam bastante conhecidos (CARROLL, 1986, p. 240).

Na segunda parte de “Symbolic Logic”, Carroll contrapõe seu método diagramático aos dois métodos mais conhecidos de sua época (1986, p. 240-249), a saber, os diagramas de Euler e Venn. Um movimento semelhante já havia sido realizado por Venn (1881, p. 510), contrapondo seu método ao de Euler, mas Carroll pode fazer novas críticas ao método de Euler com base nas inovações de sua silogística. O objetivo desta seção é reproduzir e trazer novos elementos à análise já previamente realizada por Carroll.<sup>18</sup>

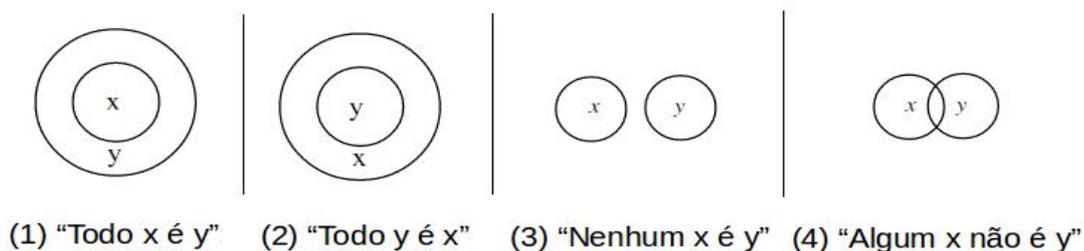
---

<sup>18</sup>Esta análise supõe conhecimento prévio dos diagramas de Euler e Venn. Para conhecer estes métodos diagramáticos indica-se Shin, Lemon e Mumma, 2013.

O primeiro diagnóstico crítico de Carroll ao método diagramático de Euler afirma que neles se representam apenas proposições (1986, p. 240). Os diagramas de Euler representam apenas proposições na medida em que a relação entre termos é representada diretamente na construção dos círculos, fazendo com que diferentes diagramas do mesmo método sejam muito diferentes entre si. Os métodos diagramáticos de Venn e de Carroll representam proposições com o acréscimo de marcas distintas sobre um diagrama primário que já contém todas as possíveis combinações entre termos, fazendo com que haja uma forma imagética padrão aos diferentes diagramas de um mesmo método.

O segundo diagnóstico crítico de Carroll ao método diagramático de Euler diz respeito à falta de clareza e de especificidade do conteúdo que é representado (1986, p. 241). Utilizando as formas abstratas “x” e “y” para dois termos quaisquer, Carroll apresenta os diagramas de Euler correspondentes às quatro seguintes proposições: (1) “Todo x é y”; (2) “Todo y é x”; (3) “Nenhum x é y”; e (4) “Algum x não é y”.

Figura 25 – Diagramas de Euler



Fonte: Elaborada pelo autor, baseada em Carroll (1986, p. 241).

Além da proposição que já é associada, Carroll apresenta diferentes proposições que podem ser afirmadas pela interpretação de cada diagrama; incluindo “Algum não-x é não-y”, que pode ser afirmada a partir de cada um dos quatro diagramas, o que é problemático na medida em que não é verdadeiro para todos os casos. Carroll complementa sua crítica sugerindo que uma representação adequada de qualquer proposição particular, isto é, incluindo todas as possíveis formas de representação, necessitaria de ao menos três diagramas.

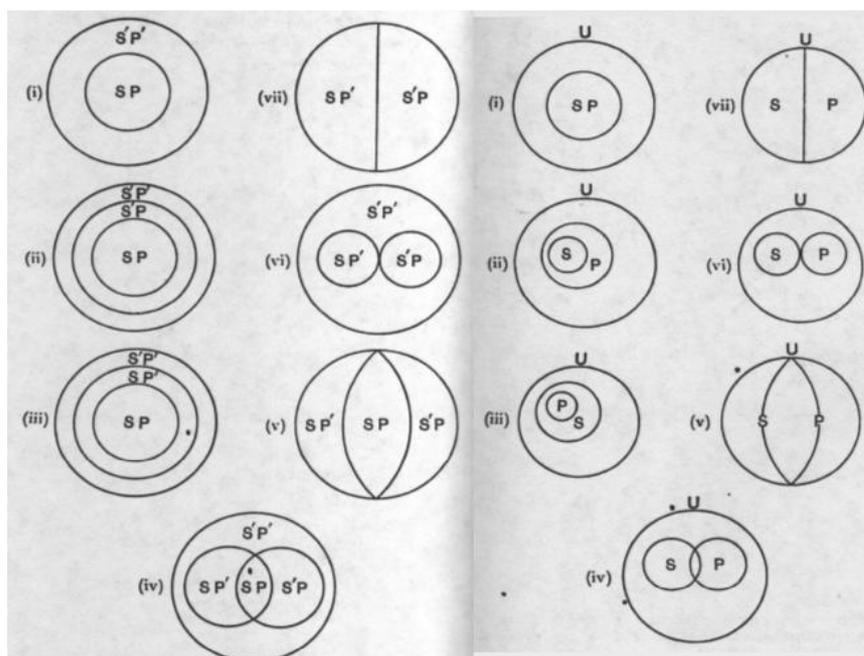
A crítica de Carroll se segue da ausência de uma representação para o Universo do Discurso e da inadequação do método de Euler para termos negativos. Dado que cada círculo representa um termo e como não há uma representação que limite o Universo do Discurso aos

termos positivos, segue-se que o espaço externo aos círculos é compartilhado pelo complemento dos termos representados, a saber, por suas contrapartes negativas.

Tomando a proposição “Todo  $x$  é  $y$ ” como exemplo, sua representação diagramática não deveria representar também a proposição “Algum não- $x$  é não- $y$ ”, dado que a primeira pode ser verdadeira e a segunda falsa simultaneamente, mas, como diagnosticado por Carroll, o método diagramático de Euler aplicado à representação de “Todo  $x$  é  $y$ ” também representa, na área externa aos círculos, a proposição “Algum não- $x$  é não- $y$ ”.

Este problema do método de Euler, tal como diagnosticado por Carroll, recebeu uma proposta de solução pelas mãos de John Neville Keynes (1852-1949), aumentando o número de diagramas básicos de Euler de cinco para sete.

Figura 26 – Diagramas de Euler propostos por Keynes



Fonte: (KEYNES, 1906, p. 171-172)

A figura acima apresenta os sete diagramas básicos de Euler tal como propostos por Keynes (1906). À esquerda, os sete diagramas para silogística com termos negativos ainda sem Universo do Discurso, à direita, os sete diagramas com Universo do Discurso “U”. Carroll não conheceu a solução de Keynes às críticas que fez ao método de Euler, dado que só foram publicadas em 1906, oito anos após sua morte.

Em relação ao método diagramático de Venn, a crítica é mais modesta. Lembrando que Carroll trocava correspondências com Venn (BARTLEY III, 1986, p. 31), que pode apresentar soluções às suas críticas.

Carroll começa sua análise admitindo os grandes avanços trazidos pelo método (1986, p. 242), em especial a introdução de um diagrama primário que representa as relações possíveis entre termos ao qual se acrescenta marcas características para representar o conteúdo de proposições, expediente também adotado por Carroll em seu próprio método.

A primeira crítica diz respeito ao número de regiões do diagrama: Supondo a representação diagramática de uma única proposição, o método diagramático de Venn utiliza dois círculos interseccionados, fazendo com que seu diagrama se divida em três regiões, enquanto o diagrama biliteral de Carroll possui quatro regiões.

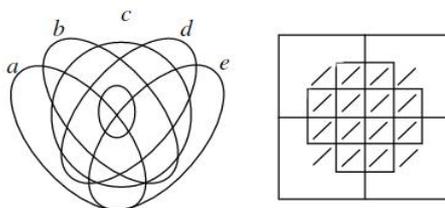
Essa crítica consiste no diagnóstico da ausência de uma região adequada para a representação de proposições do tipo “Nenhum não-x é não-y” nos diagramas de Venn, cuja possibilidade de representação é assegurada pela quarta região do diagrama Biliteral de Carroll. A mesma crítica se estende à representação de duas proposições no mesmo diagrama, dado que os diagramas de Venn possuem apenas sete regiões, enquanto o diagrama Triliteral de Carroll possui oito.

Segundo Carroll (1986, p. 242, tradução nossa), Venn percebeu este problema e respondeu com uma simples nota de rodapé: “Nós não vemos problemas em sombrear a parte externa deste diagrama”. A resposta de Venn não agradou Carroll, que julgou inadequado que uma das regiões do diagrama seja o resto de um plano infinito.

A última consideração de Carroll sobre o método diagramático de Venn diz respeito ao seu uso aplicado à representação de um número maior de termos para possibilitar a representação de um número maior de proposições e assim reconhecer a validade de sorites.

Carroll argumenta que os diagramas de Venn continuam com o problema da região faltante, mas suas formas tornam-se muito complexas para interpretar e difíceis de desenhar (Carroll, 1986, p. 243). Na figura abaixo, a comparação entre os métodos diagramáticos dos dois autores.

Figura 27 – Diagramas para sorites



Fonte: (CARROLL, 1986, p. 243-244)

Na figura acima, um diagrama de Venn para cinco termos à esquerda, ao lado de um diagrama de Carroll para cinco termos à direita. Apesar da análise de diagramas para sorites, nenhum exemplo de seu uso é apresentado por Carroll em suas obras.

A análise comparativa de Carroll não esgota as diferenças entre os dois métodos diagramáticos. Uma diferença notável é a quantidade de diagramas utilizados para a resolução de silogismos. No método de Venn, um único diagrama é utilizado, enquanto o método diagramático carrolliano exige o uso de dois diagramas no processo de resolução de um silogismo, onde o primeiro diagrama [Triliteral] determina a representação diagramática da conclusão no segundo diagrama [Biliteral].

Neste quesito, o método de Venn mostra-se mais prático e econômico, mas o método carrolliano traz clareza à representação diagramática da conclusão, pois não exige que marcações relativas ao termo médio sejam ignoradas na leitura da conclusão, que é representada de modo específico.

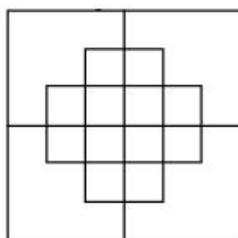
#### 4.2 USO DE DIAGRAMAS PARA SORITES

Como já consta na seção anterior, apesar de Carroll (1986, p. 244-245) apresentar diagramas para mais termos, aptos à resolução de sorites, incluindo um diagrama Octoliteral que contém 256 células, nenhuma exposição teórica ou exemplificação prática de seu uso é apresentada, sequer na edição póstuma de “Symbolic Logic” (1986).

Só em 2013, em artigo chamado “Beyond Syllogisms: Carroll’s (Marked) Quadrilateral Diagram”, de Amirouche Moktefi, é que veio a público o fragmento de um manuscrito, datado de 1892, onde Carroll utiliza um diagrama Quadrilateral para a resolução de um sorites.

O diagrama Quadrilateral que consta no manuscrito, tal como na figura abaixo, é construído com a eliminação do quadrado que há no centro do diagrama Trilateral, substituindo-o por um retângulo e adicionando outro retângulo interseccionado com o primeiro, onde cada retângulo representa um termo diferente, fazendo com que o diagrama possua dezesseis células. O diagrama Quadrilateral e seu método de construção já constavam em “Symbolic Logic” (1986, p. 244).

Figura 28 – Diagrama Quadrilateral



Fonte: (CARROLL, 1986, p. 244)

No manuscrito, as três letras utilizadas para representar os termos em forma abstrata são “a”, “b”, “c” e “d”; no diagrama, a letra “a” ocupa o lugar que é ocupado pela letra “y” no diagrama trilateral, a letra “b” ocupa o lugar da letra “x”, a letra “c” é associada ao retângulo horizontal e a letra “d” ao retângulo vertical. As premissas em Forma normal são: “Nenhum a é b”, “Todo c é b” e “Todo d é a”.

A premissa “Todo c é b” divide-se em “Algum c é b” e “Nenhum c é b' ”, enquanto “Todo d é a” divide-se em “Algum d é a” e “Nenhum d é a' ”. Primeiro deve-se marcar as premissas negativas, a saber, “Nenhum a é b”, “Nenhum c é b” e “Nenhum d é a”, depois as afirmativas, “Algum c é b” e “Algum d é a”.

A figura abaixo é idêntica à que consta no manuscrito e representa a correta marcação de todas as premissas, onde “0” ocupa o lugar do contador cinza e representa o vazio e “1” ocupa o lugar do contador vermelho e representa a existência. Foram usadas, obviamente, mais do que apenas dois contadores para a representação das Universais Negativas, de modo que todas as células fossem corretamente marcadas.

Figura 29 – Diagrama Quadrilateral marcado

0	0	0	
0	0	0	1
0	0	0	0
	1	0	

Fonte: (MOKTEFI, 2013, p. 65)

Inferir quais contadores devem ser mantidos em um diagrama Biliteral, isto é, encontrar qual conclusão deve ser extraída do diagrama acima, é uma tarefa que depende de quais termos se deseja manter na conclusão. O manuscrito de Carroll apresenta algumas possíveis conclusões. Em cada possível conclusão, de acordo com os termos que se deseja manter na conclusão, uma diferente configuração de diagrama Biliteral é utilizada, mantendo apenas as células respectivas aos termos desejados. Moktefi (2013, p. 65-67) realiza a análise de seis casos possíveis de conclusão, entre elas, “Algum a é c' ” e “Nenhum a é c”, demonstrando a validade das inferências.

Apesar desta utilização do diagrama Quadrilateral para a resolução de um sorites, este foi um caso isolado. Abeles (2007) alega que Carroll substituiu seu método diagramático pelo método de subscritos porque ele se tornou inadequado para decidir a validade de argumentos complexos, alegação que têm apoio textual do diário de Carroll, em fragmento onde demonstra sua frustração pela inadequação do método aplicado a um sorites com seis termos (ABELES, 2007, p. 6).

#### 4.3 UMA EXTENSÃO CONSERVATIVA

A primeira seção do terceiro capítulo deste trabalho mostra que não há nenhum silogismo válido com duas premissas negativas na silogística aristotélica<sup>19</sup>, diferente da silogística carrolliana, onde, graças ao uso de termos negativos, pode-se demonstrar a

<sup>19</sup>Compreende-se por “teoria silogística aristotélica” a versão desta teoria que nos foi deixada pela tradição, tal como brevemente exposta na segunda seção do segundo capítulo deste trabalho, e não a teoria original formulada por Aristóteles, que não reconhecia a quarta figura e aceitava apenas 14 modos válidos (PINHEIRO, 2015).

validade de silogismos com duas premissas negativas. Tal possibilidade suscita questionar se a teoria silogística carrolliana, enquanto extensão da teoria silogística aristotélica, caracteriza-se como uma extensão conservativa ou expansiva<sup>20</sup>.

Ser expansiva ou conservativa é uma propriedade importante de uma extensão. Uma teoria  $T''$  expressa em uma linguagem  $L''$ , compreendendo por linguagem os símbolos lógicos e extra-lógicos da teoria, está em uma certa relação que é dita expansiva ou conservativa para com uma teoria  $T'$  expressa em uma linguagem  $L'$ ; onde  $T''$  é uma extensão de  $T'$  (VELOSO, P.; VELOSO, S. 1991).

Uma teoria  $T''$  é a extensão de uma teoria  $T'$  se e somente se  $T'$  é uma subteoria de  $T''$ , isto é, a linguagem  $L'$  de  $T'$  é um subconjunto da linguagem  $L''$  de  $T''$ , e todas as fórmulas de  $L'$  podem ser provadas usando  $L''$ .  $L'$  é um subconjunto de  $L''$  se e somente se  $L''$  pode ser obtida de  $L'$  com o acréscimo de novos símbolos. Em relação à silogística, afirmar que todas as fórmulas de  $L'$  podem ser provadas usando  $L''$  equivale a afirmar que todos os silogismos válidos expressos em  $L'$  também são válidos se expressos em  $L''$ .

Predica-se à extensão de uma teoria  $T''$  de linguagem  $L''$  em relação a uma teoria  $T'$  de linguagem  $L'$  a propriedade conservativa, caso  $T''$  não prove nenhum novo teorema em  $L'$ , ou a propriedade expansiva, caso  $T''$  prove algum novo teorema em  $L'$ . Dado que  $L'$  é uma parte de  $L''$ ,  $T''$  será uma extensão conservativa se seu uso, quando limitado à linguagem  $L'$ , não provar nenhum novo teorema; assim como  $T''$  será uma extensão expansiva se seu uso, limitado à linguagem  $L'$ , provar algum novo teorema. Em relação à silogística, pode-se compreender “provar um novo teorema” como reconhecer a validade de um silogismo cuja validade não podia ser reconhecida.

Toda a linguagem da silogística aristotélica equivale a uma parte da linguagem da silogística carrolliana, cuja parte complementar não pode ser expressa pela linguagem da silogística aristotélica; parte complementar onde se inclui, por exemplo, os termos negativos; e todos os silogismos válidos expressos pela linguagem da silogística aristotélica continuam válidos quando expressos pela linguagem da teoria silogística carrolliana. Segue-se que a teoria silogística carrolliana pode ser considerada como uma extensão da teoria silogística aristotélica, onde o próprio projeto lógico de Carroll pode ser caracterizado como um projeto de extensão da silogística aristotélica.

---

<sup>20</sup>Compreende-se “extensão expansiva” como “extensão não conservativa”.

A teoria silogística carrolliana será considerada uma extensão conservativa da teoria silogística aristotélica se seu uso, limitado à linguagem da silogística aristotélica, não prove a validade de nenhum novo silogismo. Assim, para provar que a silogística carrolliana é uma extensão expansiva da silogística aristotélica, basta apresentar um silogismo expresso na linguagem da silogística aristotélica cuja validade não é reconhecida pela teoria silogística aristotélica e passa a ser reconhecida pela teoria silogística carrolliana.

O silogismo válido com duas premissas negativas que é apresentado na primeira seção do segundo capítulo possui termos negativos, ou seja, está expresso na linguagem própria à teoria silogística carrolliana e não é prova de expansividade.

Com uma análise exaustiva dos 256 modos de silogismo é possível demonstrar que não há nenhum silogismo expresso na linguagem da silogística aristotélica que não seja reconhecido como válido pela teoria silogística aristotélica e tenha sua validade reconhecida pela teoria silogística carrolliana, mas não é necessário apresentar a análise de 256 silogismos para provar que a teoria silogística carrolliana é uma extensão conservativa da teoria silogística aristotélica.

A teoria silogística aristotélica já foi amplamente reconhecida como correta e completa e extensões não-conservativas só fazem sentido em relação a teorias incompletas. Se a teoria silogística carrolliana fosse uma extensão expansiva, então ou a teoria silogística aristotélica seria incompleta, o que não é o caso, ou a extensão de Carroll seria incorreta, o que também não é o caso. Conclui-se que a teoria silogística carrolliana é uma extensão conservativa da teoria silogística aristotélica.



## 5 CONCLUSÃO

A presente investigação realizou a reconstrução e o exame da primeira metade da lógica de Lewis Carroll, isto é, sua teoria silogística e seu método diagramático de resolução de silogismos.

Antes da reconstrução e análise, fez-se necessário uma investigação histórica a fim de situar o trabalho de Carroll em seu próprio contexto. Concluiu-se que suas obras enquadraram-se no período histórico de desenvolvimento da lógica compreendido como algébrico, situado entre as obras de Boole e Frege, onde o próprio trabalho do autor pode ser compreendido como uma contribuição à álgebra da lógica.

A investigação histórica foi seguida de uma breve reconstrução da teoria silogística aristotélica anterior ao aporte de Carroll e de seus contemporâneos, de modo que servisse de pano de fundo para a compreensão das inovações carrollianas.

Antes da reconstrução e análise da silogística carrolliana *stricto sensu*, realizou-se uma análise da concepção de lógica e do projeto lógico carrolliano, a fim de que seu trabalho fosse compreendido em seus próprios termos.

Embora Carroll jamais tenha explicitado sua concepção de lógica, foi possível defender a hipótese, a partir de fragmentos de sua obra, de que Carroll estaria próximo à posição atualmente chamada de pragmática, concebendo a lógica como um instrumento regulador do discurso, cuja proficiência pode ser adquirida através de exercícios e a principal utilidade, na vida social, consiste na detecção de falácias.

O projeto lógico carrolliano foi claramente um projeto de extensão da silogística, buscando expandir a quantidade de argumentos passíveis de análise silogística através de novos recursos lógicos e priorizando a criação de ferramentas didáticas para a popularização da lógica.

O capítulo seguinte dedicou-se à reconstrução e análise da silogística carrolliana. O capítulo é dividido em seções que tratam das especificidades de sua teoria. A primeira seção dedica-se à análise de sua redefinição da noção de silogismo, a segunda seção dedica-se à análise de sua teoria dos termos, a terceira seção à teoria das proposições, a quarta seção à

forma de representação diagramática das proposições, a quinta seção ao método diagramático de resolução de silogismos e a sexta traz exemplos da aplicação do método diagramático.

A redefinição da noção de silogismo foi exigida do autor em virtude da utilização de termos negativos. Sua redefinição, com apenas três cláusulas, simplifica a noção no silogismo e expande a quantidade de argumentos passíveis de análise. Dois resultados metateóricos da silogística aristotélica, segundo os quais não existe dedução com premissas negativas e conclusões negativas são geradas apenas quando há uma premissa negativa, não se sustentam na silogística carrolliana, onde formas válidas de inferência contrárias a estes resultados são possíveis.

Em sua teoria dos termos, Carroll introduz o uso de termos negativos através da noção de Classes codivisionais. Aqui percebe-se um equívoco recorrente aos lógicos de seu período, confundindo as noções de “Classe” e “membro” ao definir “Classe” como o agregado de seus membros e aceitar a existência de Classes vazias.

Em relação à teoria das proposições, graças ao uso de termos negativos, Carroll utiliza apenas três tipos de proposições categóricas, redutíveis a duas na medida em que a proposição Universal Afirmativa é compreendida como uma proposição dupla, isto é, “Todo S é P” deve ser interpretado como significando “Algum S é P” e “Nenhum S é não-P” simultaneamente. Apesar da reivindicação de arbitrariedade da interpretações dos pressupostos existenciais, constatou-se a defesa de uma interpretação sintático-existencial, congruente com as relações lógicas do quadrado de oposições aristotélico.

A forma diagramática de representação das proposições, na esteira do trabalho de Venn, divide-se em um diagrama primário com a representação das possíveis relações entre termos, ao qual acrescenta-se marcas distintas para representar o conteúdo de proposições.

O método diagramático de resolução de silogismos, por sua vez, mostra-se adequado à silogismos com termos negativos e possibilita o reconhecimento da validade de muitas formas de inferência ignoradas pela silogística aristotélica.

O último capítulo deste trabalho dedicou-se à uma análise teórica de alguns pormenores do desenvolvimento lógico do autor. A primeira seção analisa a comparação entre o método diagramático de Carroll com os de Euler e Venn, tal como já havia sido realizada por Carroll, a segunda seção verifica a aplicabilidade do método diagramático para a

resolução de sorites e a terceira seção examina se a teoria silogística carrolliana caracteriza-se enquanto extensão conservativa da teoria silogística aristotélica.

Carroll fez severas críticas ao método diagramático de Euler, em especial à falta de delimitação do Universo do Discurso e sua inadequação ao uso de termos negativos. Percebe-se que a reformulação dos diagramas de Euler realizada por Keynes incide sobre os pontos já criticados por Carroll. Em relação ao método diagramático de Venn, critica-se a ausência da oitava região, necessária para certas inferências e contemplada pelo método carrolliano.

Embora Carroll jamais tenha publicado exemplos do uso de seu método diagramático para sorites, a partir da análise de um manuscrito póstumo, o método mostrou-se adequado para a resolução de sorites com até quatro termos.

A teoria silogística aristotélica é amplamente reconhecida como correta e completa. Através de uma análise simples, constatou-se que a teoria silogística carrolliana caracteriza-se como uma extensão conservativa da silogística aristotélica, o que coincide com as intenções do próprio projeto lógico carrolliano.

Apesar da adequação do método diagramático aplicado a sorites com quatro termos, indícios apontam que o método diagramático foi substituído pelo método de subscritos devido à sua inadequação quando aplicado a sorites com seis termos. Além disso, o método de subscritos também é passível de leitura proposicional e foi usado para a introdução do Método de Árvores. Segundo Bartley III (1986, p. 32), a ideia básica do método de *tableaux* semântico é idêntica àquela já apresentada por Carroll em seu Método de Árvores (CARROLL, 1986, p. 279-319), um sistema de dedução formal que antecedeu em mais de meio século o método de *tableaux* semântico atribuído ao lógico holandês E. W. Beth (1908-1964).

O presente trabalho é apenas o passo inicial para uma análise completa da lógica carrolliana. Esta investigação se encerra com o diagnóstico de que sua continuação lógica consiste na reconstrução e exame da segunda metade da lógica carrolliana, isto é, o método de subscritos aplicado à silogística, a leitura proposicional do método de subscritos e o Método de Árvores.



## REFERÊNCIAS

- ABELES, F. F. Lewis Carroll's visual logic. In: **History and Philosophy of Logic**. v. 28, n. 01, p. 1-17, Jan. 2007. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/01445340600704481>>. Acesso em: 12 dez. 2016.
- ANGELELLI, I. **Studies on The Gottlob Frege and Traditional Philosophy**. Dordrecht, Holanda: D. Reidel Publishing Company, 1967. p. 12-13.
- ARISTÓTELES. **Órganon**: Categorias, Da Interpretação, Analíticos anteriores, Analíticos posteriores, Tópicos, Refutações Sofísticas. 2. ed. Tradução de Edson Bini. Bauru: Edipro, 2010. 608 p.
- BARTLEY III. W. W. Editor's Introduction. In: CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. p. 3-36.
- BARWISE, J.; ETCHEMENDY, J. Visual information and valid reasoning. In: ALLWEIN, G; BARWISE, J. (Org.). **Logical reasoning with diagrams**. New York: Oxford University Press, 1996. p. 3-26.
- BOOLE, G. **An Investigation of the Laws of Thought**: on which are founded: The Mathematical Theories of Logic and Probabilities. Cambridge: MacMillan and Co., 1854. 425 p.
- BRAITHWAITE, R. Lewis Carroll as logician. In: **The Mathematical Gazette**, v. 16, n. 219, p. 174-178, Jul. 1932. <[https://www.jstor.org/stable/3607745?seq=1#page\\_scan\\_tab\\_contents](https://www.jstor.org/stable/3607745?seq=1#page_scan_tab_contents)>. Acesso em: 12 dez. 2016.
- BROGAN, A. P. Aristotle's logic of statements about contingency. In: **Mind**. v. 76, n. 301, p. 49-61, Jan. 1967. <<http://mind.oxfordjournals.org/content/LXXVI/301/49.extract>>. Acesso em: 12 dez. 2016.
- CARROLL, L. **The Game of Logic**. London: MacMillan and Co., 1886. 124 p.
- CARROLL, L. **The Game of Logic**. 2. ed. Lodon: MacMillan and Co., 1887. 124 p.
- CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Part 1 -Elementary. Londres: MacMillan and Co., 1896. 188 p.
- CARROLL, L. **Symbolic Logic**: Lewis Carroll's. 6. ed. Rev., ampl. e atual. New York: Clarkson Potter, 1986. 514 p.

CARROLL, L. **Alice**: edição comentada. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2002. 328 p.

COHEN, M. N. **Lewis Carroll**: Uma biografia. Tradução de Raffaella de Filippis. Rio de Janeiro: Record, 1998. 669 p.

FERREIRA, M. R. F. As proposições categóricas na lógica de Aristóteles. In: ANGIONI, L. (Org.). **Lógica e Ciência em Aristóteles**. Campinas: Editora PHI, 2014. p. 203-245.

FREGE, G. **Begriffsschrift**: eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle, Alemanha: Louis Nebert, 1879. 89 p.

GARDNER, M. **Logic Machines and Diagrams**. London: McGraw-Hill Book Company, 1958. 165 p.

GIAQUINTO M. Visualizing in mathematics. In: MANCOSU, P. (Org.). **The philosophy of mathematical practice**. Oxford: Oxford University Press, 2008. p. 22-64.

HODGES, W. Logic and Games. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 06 Feb. 2013. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/logic-games/>>. Acesso em: 31 out, 2016.

IMAGUIERE, G; BARROSO, C. A. C. **Lógica**: os Jogos da Razão. Fortaleza: Edições UFC, 2006. 321 p.

KANT, I. **Crítica da Razão Pura**. Tradução Fernando Costa Mattos. Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista, SP: Editora Universitária São Francisco, 2012. p. 25.

KENNY, A. **História Concisa da Filosofia Ocidental**. Tradução de Desidério Murcho, Fernando Martinho, Maria José Figueiredo, Pedro Santos e Rui Cabral. Lisboa: Temas e Debates — Actividades Editoriais, 1999. p. 438.

KEYNES, J. N. **Studies and Exercises in Formal Logic**: Including a Generalization of Logical Processes in their Application to Complex Inferences. 2. ed. London: MacMillan and Co., 1887. 455 p.

KEYNES, J. N. **Studies and Exercises in Formal Logic**. 4. ed. London: Macmillan and Co., 1906. 548 p.

KNEALE, W; KNEALE, M. **O Desenvolvimento da Lógica**. 3. ed. Traduzido por M.S. Lourenço. Lisboa: Fundação Caloust Gulbenkian, 1991. 770 p.

MILL, J. S. **A System of Logic, Ratiocinative and Inductive**: Being a Connected View of the Principles of Evidence and the Methods of Scientific Investigation -Vol I. London: John W. Parker, 1843. 580 p.

MANCOSU, P. Visualization in logic and mathematics. In: MANCOSU, P.; JØRGENSEN, K.; PEDERSEN, S. (Org.). **Visualization, explanation and reasoning styles in mathematics**. Dordrecht: Springer, 2005. p. 13-30.

MANCOSU, P. Introduction. In: MANCOSU, P. (Org.). **The philosophy of mathematical practice**. Oxford: Oxford University Press, 2008. p. 1-21.

McGRATH, M. Propositions. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 20 Jun. 2012. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/propositions/>>. Acesso em: 10 out, 2016.

MENDONÇA, B. R. **Conhecimento simbólico em John Venn**. 2013. 88 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia)-Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

MOKTEFI, A. How did Lewis Carroll become a logician? In: **Conference: Proceedings of The Canadian Society for the History and Philosophy of Mathematics' Annual Meeting**. v. 18. 4-6 Jun. 2005. Ontario: University of Waterloo, 2005. p. 136-144. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/280099236\\_How\\_did\\_Lewis\\_Carroll\\_become\\_a\\_logician](https://www.researchgate.net/publication/280099236_How_did_Lewis_Carroll_become_a_logician)>. Acesso em: 03 dez, 2016.

MOKTEFI, A. Lewis Carroll's Logic. In: GABBAY, D. M.; WOODS, J. (Org.). **Handbook of the History of Logic**: Volume 4: British Logic in the Nineteenth Century. Amsterdam: Elsevier BV., 2008. p. 457-505.

MOKTEFI, A.; SHIN, S. A History of Logic Diagrams. In: GABBAY, D. M.; WOODS, J. (Org.). **Handbook of the History of Logic**: Volume 11: Logic: A History of its Central Concepts. Amsterdam: Elsevier BV., 2012. p. 611-682.

MOKTEFI, A. Beyond Syllogisms: Carroll's (Marked) Quadrilateral Diagram. In: MOKTEFI, A.; SHIN, S.-J. (Org.). **Visual Reasoning with Diagrams**: Studies in Universal Logic. Basel, Suíça: Springer Basel, 2013. p. 55-71.

MONTOITO, R. **Chá com Lewis Carroll**: a matemática por trás da literatura. Jundiaí, Paco Editorial: 2011. 211 p.

MORTARI, C. A. **Introdução à lógica**. São Paulo: Editora UNESP, 2001. 393 p.

PARSONS, T. The traditional square of opposition. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Stanford, California. 21 Aug. 2012. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/square/>>. Acesso em: 13 dez, 2016.

PINHEIRO, F. F. **A Variedade dos métodos diagramáticos a partir da perspectiva da silogística**. 2015. 133 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia)-Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

PORFÍRIO, **Isagoge**: Introdução às Categorias de Aristóteles. Tradução de Bento Silva Santos. São Paulo: Attar, 2002. 95 p.

PRIOR, A. N. **Formal logic**. 2. ed. Oxford: Clarendon Press, 1962. p. 169-70.

QUINE, W. O. **O Sentido da Nova Lógica**. 2 ed. Curitiba: Ed. da UFPR, 1996. p. 15.

RASCH, E. **A Silogística categórica dos analíticos anteriores**. 2013. 100 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia)-Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

RUSSELL, B; WHITEHEAD, A. N. **Principia Mathematica**. 2 ed. London: Cambridge University Press, 1927. 491 p.

SANTOS, N. P. T. **Cartas às suas amiguinhas**. Rio de Janeiro: Sette Letras, 1997. p. 15-16.

SAUTTER, F. Lewis Carroll e a pré-história das árvores de refutação. In: SAUTTER, F. T. & FEITOSA, H. de A. (Org.). **Lógica: teoria, aplicações e reflexões**. Campinas: Unicamp, 2004. p. 91-103. (Coleção CLE)

SAUTTER, F. As Teorias Carrollianas das Falácias. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, Campinas, v. 1, n.1, p. 7-32, jan./jun. 2015.

SHIN, S. **The logical status of diagrams**. New York: Cambridge University Press, 1994. 212 p.

SHIN, S.; LEMON, O; MUMMA, J. Diagrams. In: ZALTA, E. Z. et al (Org.). **Stanford Encyclopedia of Philosophy**. 17 Sep. 2013. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/diagrams>>. Acesso em: 29 nov, 2016.

SLICK, G. White Rabbit. Intérprete: Jefferson Airplane. In: **Surrealistic Pillow**. Hollywood: RCA Victor's Music Center of the World, 1967. 1 LP (33 min): Analógico. Faixa 10.

THE JOY OF LOGIC. Direção de Catherine Gale. 59 min. Londres: BBC Four, 2013. Documentário (59 min), son., col. Disponível em <[http://www.dailymotion.com/video/x1a6ogd\\_the-joy-of-logic\\_tech](http://www.dailymotion.com/video/x1a6ogd_the-joy-of-logic_tech)>. Acesso em: 17 mar. 2016.

THE BEATLES. **Sgt. Pepper's Lonely Hearts Club Band**. Londres: Parlophone Records, 1967. 1 LP (39 min): Analógico.

VENN, J. On the diagrammatic and mechanical representation of propositions and reasonings. **Philosophical Magazine**. London, v. 10, n. 59, p. 1-18, July 1880.

VENN, J. **Symbolic Logic**. London: Macmillan, 1881. 446 p.

VELOSO, P.A.S.; VELOSO, S.R.M. On Conservative and Expansive Extensions. **O que nos faz pensar**. Rio de Janeiro, v. 1, n. 4, p. 87-106, abr. 1991.

VALENCIA, V. S. The Algebra of Logic. In: GABBAY, D. M.; WOODS, J. (Org.). **Handbook of The History of Logic: The Rise of Modern Logic from Leibniz to Frege**. Amsterdam: Elsevier B.V., 2004. p. 389-544.

WOLEŃSKI, J. The Reception of Frege in Poland. In: BEANEY, M; RECK, E. H. (Orgs.). **Gottlob Frege: Critical Assessments of Leading Philosophers**. New York: Routledge, 2005. p. 290-301.