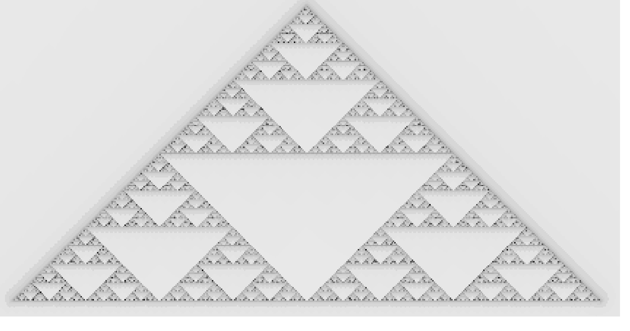
Złożoność wokół nas. Część pierwsza: gra w chaos

Dawid Lubiszewski

Złożone zjawiska – takie jak struktury czy procesy – interesują naukowców na całym świecie. Z wielu powodów, dla których złożoność jest tak bardzo popularnym przedmiotem badań, pozwolę sobie wymienić zaledwie trzy. Pierwszym jest fakt, z pozoru banalny, że żyjemy w złożonym świecie. Lecz złożoność nie ogranicza się jedynie do naszego otoczenia: my sami możemy nazwać siebie prawdopodobnie najbardziej złożonymi jednostkami istniejącymi w świecie; zawdzięczamy to oczywiście naszemu mózgowi, który składa się z miliardów neuronów tworzących jeszcze więcej połączeń między sobą. Zatem zrozumienie złożonych zjawisk może ułatwić nam lepsze poznanie nas samych. Z drugiej strony złożoność jest ciekawym przedmiotem badań, ponieważ zaskakuje naukowców i to przynajmniej na dwa sposoby. Pierwszy jest związany z samym momentem odkrycia czegoś nowego, jak na przykład struktur przypominających swoim zachowaniem proste organizmy żywe w słynnym automacie komórkowym Johna Hortona Conwaya nazwanym gra w życie (Gardner 1970). W tym przypadku pojawienie się złożonych struktur zaskoczyło badaczy, o czym świadczy okrzyk wydany przez jednego z naukowców: *Podejdźcie tutaj! Tu coś się rusza!* (tłum. własne (Berkelamp i inni 1982), za: (Ilachinski 2001)). Jednakże zaskoczenie nie ogranicza się do nieprzewidzenia przez naukowca czegoś, co może nastąpić w wyniku danego eksperymentu. Z drugiej bowiem strony złożoność zaskakuje, gdyż nieprzewidywalność jakiegoś zjawiska stanowi jego cechę.

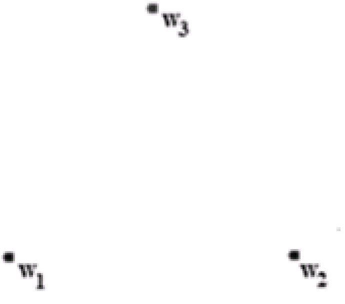
Ma to miejsce w niektórych układach złożonych i znane jest pod nazwą efektu motyla, oznaczającego wysoką podatność na gwałtowne zmiany w układzie w wyniku niewielkich zmian warunków początkowych (Smith 2007). Oznacza to, że jeśli nie dysponujemy pełnymi danymi na temat układu, nasze przewidywania na temat jego zachowania będą się różnić, a w niektórych przypadkach różnica ta będzie tak drastyczna, że przewidywania nasze nie będą nic warte. Ostatni, ale nie mniej ważny powód, dla którego warto zainteresować się złożonością, to fakt, że naukowcy w drodze doskonalenia swoich dociekań nad tymi zjawiskami musieli stworzyć nowy język. Mówią nam oni o fraktalach, stygmergii, samoorganizacji, emergencji i wielu innych zjawiskach. Ów nowy język pozwala czasami w dość prosty sposób opisać coś bardzo złożonego – co również jest zaskakujące. Mając na uwadze powyższe, chciałbym przedstawić w tym wprowadzającym artykule jeden z przykładów złożoności strukturalnej, gdzie złożone wzorce geometryczne wyłaniają się na skutek stosowania prostych reguł algorytmu, znanego jako gra w chaos. Niniejszy tekst ma stanowić jedynie zachętę do dalszego i bardziej zaawansowanego badania złożonych zjawisk i problemów, jakie są z nimi związane.



Rysunek 1: Trójkąt Sierpińskiego otrzymany za pomocą programu Fractal Explorer 2.02.

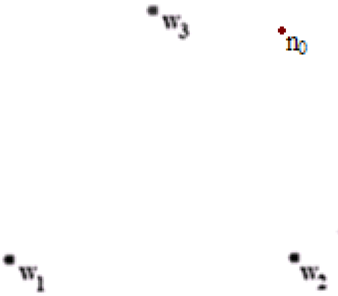
Swoją nazwę gra w chaos otrzymała od brytyjskiego matematyka Michaela Barnsleya (1988) w latach osiemdziesiątych, który użył jej na określenie metody tworzenia obrazów, głównie fraktali. Prostota tej metody jest zaskakująca, gdyż nie wymaga ona zaawansowanej wiedzy matematycznej ani rozwiniętych zdolności plastycznych, a do uzyskania na przykład rysunku fraktala, jakim jest trójkąt Sierpińskiego (rysunek 1), wystarczy zaledwie kartka papieru, ołówek, sześcienna kość do gry oraz trochę wolnego czasu (Peitgen, Jürgens i Saupe 2004). Sposób uzyskania trójkąta Sierpińskiego na kartce papieru opisany został poniżej.

Pierwszym krokiem jest narysowanie trzech punktów na kartce, które przypominają wierzchołki trójkąta równobocznego. Każdy z tych punktów został nazwany odpowiednio: w_1, w_2 i w_3 (rysunek 2).



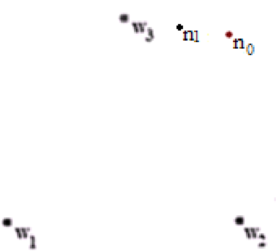
Rysunek 2: Pierwsze trzy punkty.

Kolejnym krokiem jest narysowanie kolejnego punktu w dowolnym miejscu na planszy – patrz: rysunek 3. Jest to tak zwany punkt wiodący. W przeciwieństwie do pierwszych trzech punktów, które są “stałe”, punkty wiodące będą zmieniać położenie w każdym kolejnym ruchu, chociaż pozostawiać będą po sobie ślad w postaci kropki. Pierwszy z takich punktów nazwany został n_0.



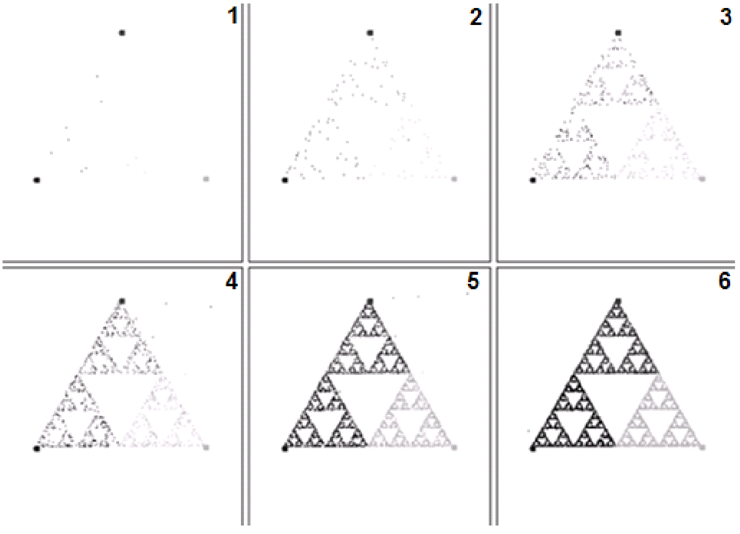
Rysunek 3: Punkt wiodący n_0.

W każdej kolejnej turze rzuca się kostką i przeprowadza następujące kroki. Jeśli wypadnie 1 lub 2, to kolejny punkt wiodący (n_1) będzie umieszczony dokładnie w połowie odległości, jaką dzieli punkt w_1 a n_0; jeśli zaś wyrzucone zostanie 3 lub 4, to nowy punkt wiodący będzie pomiędzy w_2 a n_0; natomiast jeśli wyrzucone zostanie 5 lub 6, to będzie on pomiędzy w_3 a n_0. Ostatnia z możliwości została przedstawiona na rysunku 4.



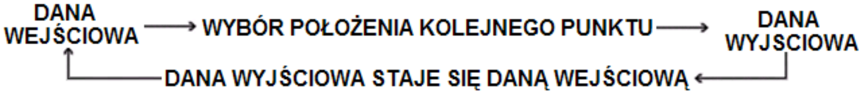
Rysunek 4: Nowy punkt wiodący w przypadku wyrzucenia 5 lub 6.

Po tym, jak narysowany zostanie nowy punkt wiodący, należy wybrać kolejny taki punkt wiodący za pomocą rzutu kostką. Całą procedurę należy powtórzyć aż do momentu uzyskania interesującego nas obrazu. Jak łatwo zauważyć, rysowanie fraktala za pomocą tej metody nie jest skomplikowane, ale jednak nudne i długotrwałe. Dlatego dużo prościej jest posłużyć się programem komputerowym, który będzie za nas wybierał losowo kolejne punkty wiodące i przedstawiał uzyskany obraz na ekranie komputera. Na kolejnym rysunku (patrz rysunek 5) przedstawiona została właśnie praca takiego programu w różnych odcinkach czasowych, czyli w turach (jedna tura to narysowanie jednego punktu wiodącego). Pierwszy rysunek przedstawia otrzymany obraz po dziesięciu, drugi po 100, trzeci po 500, czwarty po 1000, piąty po 5000, zaś ostatni po 10000 turach. Niezależnie od którego miejsca rozpoczniemy naszą przygodę, czyli w którym miejscu narysujemy pierwszy punkt wiodący (n_0), to i tak za każdym razem otrzymamy ten sam obraz: trójkąt Sierpińskiego.



Rysunek 5: Obraz uzyskany za pomocą programu komputerowego dostępnego pod adresem internetowym http://www.shodor.org/interactivate/activities/TheChaosGame (data dostępu 15 październik 2010).

Pomimo iż mowa jest o grze, to w rzeczywistości nie ma w niej zwycięzców ani przegranych, gdyż nie ma w niej graczy. W tym sensie grą jest tylko z nazwy. Zaś jej mechanizm jest bardzo prosty: to proces kolejnych iteracji, czyli ciągłe powtarzanie tych samych instrukcji, gdzie wynik końcowy jednej operacji staje się daną początkową dla kolejnej. Tak więc istotną rolę odgrywa tutaj sprzężenie zwrotne, które działa w ten sposób, że jeden punkt wiodący (będący informacją wejściową) wpływa na położenie kolejnego nowego punktu wiodącego (będącego informacją wyjściową), zaś ten staje się daną wejściową dla kolejnego punktu (patrz rysunek 6).



Rysunek 6: Sprzężenie zwrotne w grze w chaos.

Zatem jest to, jak widać, bardzo prosta metoda. Obraz powstaje na skutek kolejnych iteracji, które wykonuje się tak długo, dopóki pożądany obraz nie zostanie wygenerowany. Gra w chaos jest przykładem systemu funkcji iterowanych (z ang. *iterated function system*, w skrócie IFS),

Rysunek 7: Paproć Barnsleya wygenerowana za pomocą systemu funkcji iterowanych w programie Fractal Explorer 2.02.

za pomocą którego konstruuje się między innymi fraktale. W matematyce terminu tego używa się także na określenie samej metody konstrukcji figur geometrycznych. Odkryta przez Barnsleya metoda znalazła zastosowanie w przemyśle komputerowym, głównie w problematyce kompresji danych graficznych. Jednakże samo nazwisko Barnsleya kojarzy się nie tyle z systemem funkcji iterowanych w ogóle, ile ze szczególnym przypadkiem gry w chaos, czyli paproci Barnsleya (patrz rysunek 7).

Paproć Barnsleya jest fraktalem znanym ze względu na uderzające podobieństwo do liści paproci występujących w przyrodzie. Jest to przykład złożonego obiektu, który może być opisany za pomocą prostego systemu funkcji iterowanych (Barnsley 1988). Gra w chaos nie jest jedynie zabawką użyteczną przy tworzeniu wymyślnych grafik komputerowych, ale jest również interesującym studium przypadku w dyskusjach nad istotą przyrody. Można tu zadać pytanie, czy symulacje komputerowe w pełni oddają istotę odtwarzanych przez nie procesów zachodzących w przyrodzie – czy też jest to jeden z nielicznych przypadków, kiedy to za pomocą programów komputerowych udaje się w łatwy sposób naśladować naturę. To zaś prowadzi do kolejnego zagadnienia, czy natura również idzie „na skróty” i korzysta z takich rozwiązań. Innymi słowy: czy podstawy naszego świata zapisane są językiem matematyki? Czy może język matematyki, symulacje komputerowe są tylko jednymi z możliwych sposobów opisu otaczającej nas rzeczywistości? Sposobu bardzo trafnego, bo w niemal identyczny sposób naśladującego naturę. To z kolei wiedzie nas do pytania, czy poznajemy ostateczne tajemnice naszego świata, czy jedynie wskazujemy na możliwe mechanizmy leżące u jego podstaw. Wprowadzający ton tego artykułu wskazuje jedynie na niektóre z możliwych sposobów dalszego badania złożonych zjawisk. Postawione zaś na końcu pytania otwierają drogę do dalszej dyskusji.

Literatura

1. Barnsley, M. 1988. Fractals everywhere. San Diego: Academic Press, Inc.
2. Gardner, M. 1970. The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game 'life'. *Scientifc American* 223: 120-123.
3. Ilachinski, A. 2001. *Cellular Automata. A Discrete Universe.* Singapur: World Scientific: 135.
4. Peitgen, H.-O., Jürgens, H., Saupe, D. 2004. *Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. Second Edition.* Dordrecht: Springer-Verlag New York Inc.: 35.
5. Smith, L.A. 2007. Chaos. A Very Short Introduction, New York: Oxford University Press Inc.: 1-2.