OPERACIONES AUTOFORMANTES Y HETEROFORMANTES

Ensayo de un criterio de demarcación gnoseológica entre la Lógica formal y la Matemática (II)

GUSTAVO BUENO MARTINEZ
Oviedo

IV. LA LOGICA FORMAL COMO CIENCIA CARACTERIZADA POR OPERACIONES AUTOFORMANTES; LA MATEMATICA COMO CIENCIA FORMAL, CARACTERIZADA POR OPERACIONES HETEROFORMANTES

Sugerimos la posibilidad de ensayar como criterio para establecer la distinción entre lógica formal y matemática la oposición entre operaciones (o procedimientos constructivos) *autoformantes* y *heteroformantes*. Ensayar: porque no se trata meramente de estipular esta distinción como criterio demarcador, sino de aplicar en cada caso —digamos «empíricamente»— el criterio y dar cuenta de los contraejemplos de modo satisfactorio, es decir, de suerte que estos contraejemplos resulten a la vez analizados por el criterio, y éste desarrollado por ellos; todo lo cual constituye más bien un programa, una metodología para establecer un criterio de demarcación, cuya plausibilidad sólo puede robustecerse a partir de sus mismos resultados «empíricos».

La lógica formal sería una ciencia caracterizada por la estructura autoformante de sus procedimientos, mientras que las matemáticas resultarían caracterizadas por la estructura heteroformante de sus construcciones. Gnoseológicamente, diríamos, la Lógica es la ciencia que establece las relaciones que brotan entre términos construidos según operaciones autoformantes, o en la medida en que son consideradas como tales. No es una ciencia definible, sin más, a partir de una presunta naturaleza de los términos de su campo (pongamos por caso, términos constitutivos de totalidades $\mathfrak{T}$, por oposición a términos pertenecientes a totalidades T, que corresponderían a los conjuntos, continuos o discretos, matemáticos), sino a partir de la naturaleza de las operaciones respectivas que, a su vez, incluyen un tipo especial de relación. Otra cosa es que las relaciones entre términos resultantes de operaciones autoformantes hayan de presentar un aspecto $\mathfrak{T}$: no sería este lo que constituye la logicidad en cuanto tal, puesto que las relaciones entre términos resultantes de operaciones autoformantes no tienen por qué ser siempre relaciones de la lógica de clases distributivas. Las clases *débilmente estructuradas* de las que habla Piaget, por ejemplo (53) serían sencillamente clases en las cuales no cabe definir operaciones heteroformantes, puesto que sus elementos están ligados con ciertas «cualidades comunes», sin que esté dada una operación capaz de construir, a partir de estas cualidades, otras cualidades de las clases envolventes o envueltas de la clase presupuesta. Algo análogo se diría de las clases *semiestructuradas*. Las relaciones establecidas entre términos resultantes de operaciones autoformantes son, sin duda, relaciones de identidad, y de identidad *sustancial* entre *figuras* geométricas; pero de identidad autoformante, aquella en cuyo ámbito se establece la *coherencia*, la «persistencia» de las posiciones previas dadas en los cursos operatorios, aquello que, en especial, queda formulado en la llamada «teoría de la identi-

(53) Piaget, *Traité de Logique*, op. cit., pág. 70-71

dad» (en los *Principia*, la teoría del símbolo × = y como abreviatura de (f) [f! χ⊃f! y] designando por f! a las funciones predicativas). Pero la reinterpretación de la «lógica de la identidad» como un caso especial de los procedimientos autoformantes requiere una discusión minuciosa que desborda los límites del presente trabajo.

En cualquier caso, este criterio no puede entenderse de un modo simplista, como una dicotomía que pudiera manifestarse nítidamente en cualquier trozo de construcción lógico formal, comparada con cualquier trozo (tomado a cualquier «escala») de construcción matemática. El criterio ha de aplicarse a escala adecuada, a sabeer, a escala gnoseológica, en el proceso de los cierres categoriales de las construcciones respectivas. Aquellas zonas en las cuales la línea de demarcación, según el criterio, se hace borrosa, deberán poder presentarse como zonas en las cuales precisamente los procedimientos lógico formales interfieren con los procedimientos matemáticos y recíprocamente.

Aquí solo podemos dar algunas indicaciones sobre el modo según el cual entendemos este «programa de demarcación» entre la lógica formal y las matemáticas.

2. Ante todo, podríamos comenzar construyendo sistemas formales según procedimientos deliberadamente autoformantes y mostrando cómo estos sistemas formales resultan ser intrínsecamente de naturaleza lógico formal —es decir, similares a aquellos que se consideran de esta naturaleza—.

Presentaremos el caso más sencillo: un álgebra binaria *reducida* a sólo dos términos constantes, las propias cotas 0,1 de las álgebras booleanas sobre infinitos términos $x_1, x_2, \ldots x_n$, tales que $0 \leq x_i \leq 1$. Un campo gnoseológico (para la teoría del *cierre categorial*) tiene que tener más de un término (más de una clase de términos), porque con un sólo término nada puede construirse. El número mínimo de estos términos es el de dos. Tenemos aquí dos clases de términos, a saber, la clase de las *menciones* del signo patrón 0, y la clase de las *menciones* del signo patrón 1.

Además, es precisa una relación formal indeterminada *asimétrica* entre ellos, puesto que la mera presencia de dos términos induce ya a una relación simétrica entre ellos, a saber, su propia diversidad o alteridad, y con la sola relación simétrica indeterminada, no es posible sino una sòla operación. Cualquier operación sería indiscernible en sus resultados si los dos únicos términos de referencia fuesen simétricos entre sí, meramente distintos. Aunque fuesen *estéticamente* diferentes, estarían en situación parecida a la que se plantea en la diferencia constructiva de las figuras enantiomorfas.

Estableceremos pues la relación antisimétrica $0 \subset 1$. Daría lo mismo suponer $1 \subset 0$, pero no cabe admitir ambos supuestos a la vez, porque se borraría la distinción exigida entre las dos clases 1 y 0. Es la propia distinción entre 1 y 0 la que obliga a entender la relación «⊂», para el caso $0 \subset 1$, como asimétrica (en otras situaciones, esta relación, como es sabido, es antisimétrica).

Pero, según la teoría del cierre categorial, es también necesario disponer de más de una operación, para que pueda hablarse de construcción científica. También de aquí podría derivarse la necesidad de una relación antisimétrica (por lo menos entre los términos que ya habíamos mostrado debían ser distintos.

Ahora bien: un campo dotado de dos clases {0}, {1}, entre las cuales media, por lo menos, una relación antisimétrica, sólo admite operaciones autoformantes, y esto en virtud de la misma naturaleza aspectual del concepto de operación o transformación autoformante. En efecto, dado que contamos solamente con dos términos, las operaciones monarias son necesariamente autoformantes, sea por vía reiterante, sea por vía involutiva. Si las operaciones monarias son reiterantes, son autoformantes, obviamente; si no son reiterantes, son necesariamente involutivas. Adviértase cómo este criterio da cuenta de la naturaleza *lógica* de la negación de un modo mucho más sencillo del que les es posible ofrecer a Quine en su *Filosofía de la lógica* (54). Las operaciones binarias son necesariamente autoformantes, sea por vía modulante, sea por vía absorbente, sea por vía involutiva.

Las operaciones monarias, en el campo así definido, pueden ser las siguientes:

—una operación modular recurrente: $1\pm = 1$; $0\pm = 0$. Esta operación no suele ser representada (aunque si ejercitada) en los cálculos.

—una operación involutiva: $\bar{1} = 0$; $\bar{0} = 1$ (de donde $\bar{\bar{1}} = 1$; $\bar{\bar{0}} = 0$).

Las operaciones binarias idempotentes sólo pueden ser dos, y necesariamente autoformantes:

— operaciones con la propiedad modular y absorbente a la vez:

$1 + 0 = 1$ (el término 0 es modular respecto de + y el 1 es absorbente).

$1 . 0 = 0$ (el término 0 es absorbente de 1 y es modular de .)

— operaciones con idempotencia, como fusión del aspecto modular y absorbente:

$1 . 1 =$ (modular de 1 respecto .)

$0 + 0 = 0$ (modular de 0 respecto de +)

— los dos casos anteriores pueden ser cómprendidos como automodularees. Bajo la rúbrica de autoabsorbente cabe reexponer la idempotencia de éste modo:

$1 + 1 = 1$ (absorbente de 1 respecto de +)

$0 . 0 = 0$ (absorbente de 0 respecto de .)

Las operaciones binarias, en este campo de dos términos, podrían ser no idempotentes; pero entonces serían autoformantes a través de la vía involutiva. La operación ⊕ (una especie de adición aritmética, módulo 2) tiene estas características (coordinables a lo que en la lógica de proposiciones se llama «contravalencia»):

$1 \oplus 1 = 0$; $1 \oplus 0 = 1$; $0 \oplus 1 = 1$; $0 \oplus 0 = 0$

(54) Quine, *Filosofía de la Lógica*, trad. esp. Alianza, 1.973, pág. 72.

Esta operación es autoformante, porque es involutiva:

$1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$ (porque $1 \oplus 1 \oplus 1 = 1 \oplus (1 \oplus 1) = 1 \oplus 0 = 1$)

Las operaciones descritas forman un *sistema cerrado,* en sentido operatorio. El álgebra binaria, por ejemplo, respecto de las operaciones . y $\oplus$ constituye un *cuerpo* de Galois y, mejor aún, un *anillo* de Boole (55).

A partir de las operaciones binarias . , $\oplus$ podemos determinar (y definir) la operación monaria no idempotente. Utilizando variables x, y, z,..., cuyo campo de variabilidad no sea otro sino el campo {0, 1} podemos escribir:

$\bar{x} = 1 \oplus x$ (En efecto: para $x = 1$, $1 \oplus 1 = 0$; para $x = 0$, $1 \oplus 0 = 1$)

También es posible redefinir la operación + a través de . y $\oplus$. En efecto: $x + y = x \oplus y \oplus (x \,.\, y)$.

Como vemos, un sistema, sobre un campo binario, no excluye las variables, siempre que esas variables sean booleanas, es decir, que tomen sus valores precisamente en los términos 1, 0 (designados otras veces como V, F) —y no se interpreten, por ejemplo, como «variables de frases», sustituibles por frases como es frecuente. Las *variables* pueden ser sustituídas por los *términos* de un modo alternativo: es el procedimiento llamado de «evaluación» de las variables en el sector de opciones de las tablas de verdad, en las cuales, efectivamente, resultan sustituídas estas variables por los términos constantes del campo considerado. Pero precisamente un sistema formal con variables de esta índole es isomorfo al sistema de la lógica de proposiciones no analizadas —que es el paradigma clásico de una construcción lógico formal. De este modo, hemos encontrado una razón sencilla y contundente —además de estrictamente gnoseológica— del «privilegio» de una lógica de dos valores, de la razón por la cual se escoge el número «2», que es uno más entre los elementos de la serie natural. Si la lógica formal «privilegia» tradicionalmente la bivalencia, no sería tanto (o sólo) por motivos psicológicos (estructura dualista arcáica de nuestro pensamiento...), exógenos a la gnoseología, ni siquiera por motivos epistemológicos (Reichenbach: 0 y 1 son los límites de probabilidades infinitamente escalonadas, cuyo privilegio es la certeza) sino por motivos estrictamente gnoseológicos, endógenos: *un sistema bivalente es necesariamente autoformante y, por tanto, lógico formal, según el criterio que utilizamos.* Un campo con un sólo elemento no puede soportar, según hemos dicho, ningún sistema operatorio. Y a partir de campos con más de dos elementos (dejamos aquí la cuestión de los *tres* valores), no tenemos ya operaciones necesariamente autoformantes.

El carácter autoformante de ésta lógica se aplica también a la negación, monaria, que no es idempotente, pero sí es involutiva, con un período de dos unidades. La incompatibilidad (functor de trazo) tampoco es idempotente: $P/P = \bar{P}$, pero es involutiva con un período de cuatro unidades: $[(P/P)/(P/P)] = P$.

El carácter autoformante de esta lógica se manifestará en el propio proceso de construcción cerrada de sus fórmulas, cuando se evalúan constructivamente, internamente, a partir de operaciones definidas, y no exógenamente. La evaluación de la fórmula $(P \rightarrow Q)$, como 1 ó como 0, no es lógico formal, ni lo es la evaluación de la fórmula $(\bar{Q} \rightarrow \bar{P})$; pero puede serlo la evaluación de la fórmula (teorema) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\bar{Q} \rightarrow \bar{P})$ en la medida en que sea construible según procedimientos autoformantes (Vid. más adelante).

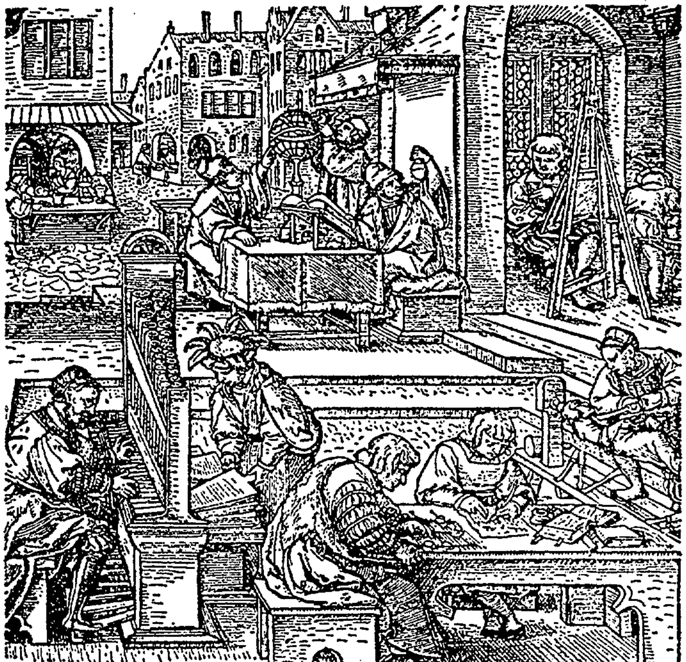
No es lógica formal la fórmula $(p \rightarrow p) \rightarrow p$, pero lo es la fórmula $p \rightarrow (p \rightarrow p)$. Diríamos que tanto las tautologías lógicas como las contradicciones lógicas son fórmulas lógicas porque en ellas tiene lugar un proceso autoformante (todas sus opciones ó combinaciones nos conducen siempre a 1 ó siempre a 0); la verdad de este tipo de construcciones lógicas, por evaluación, podría ponerse en esta su *autoformación,* en tanto es evaluable como 1: $p \triangle \neg p = 0$, como verdad lógica (en su contenido de contradición lógica) significa: $(p \triangle \neg p = 0) = 1$ (ver más adelante).

Esto nos permite una reinterpretación gnoseológica del concepto de «tautología» por el cual suelen definirse las verdades (identidades) lógicas, una reinterpretación sustitutiva de la interpretación neopositivista según la cual las verdades lógico formales serían analíticas, explanatorias (56). La tautología de la fórmula $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ sólo significa que en las tablas de verdad se corresponde siempre con el valor 1, lo que se coordina con la posibilidad de ser derivada sin premisas, a partir de 0 premisas, teniendo en cuenta que las premisas de las que se parte (por ejemplo, p, $p \rightarrow q$) son a la vez consideradas como 1 ó 0. Pero el establecimiento de esta tautología (valor 1 constante en todas las opciones) es *sintético,* no *analítico* (57). Y la *síntesis* podemos advertila en el proceso (autoformante) de reaplicación de las funciones $p \rightarrow q$, $\neg p$, en los sucesivos momentos de construcción evaluada de la fórmula $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$. Solamente (podría decirse) en el caso en que $p \rightarrow q$ fuese 1 y $(-|q \rightarrow -|p)$ fuese 0, la fórmula sería 0 (por reaplicación «autoformante» de la función $p \rightarrow q$). A su vez, recursivamente, supuesto que $p \rightarrow q$ es 1 (en cuyo caso p no puede ser 1 siendo $q = 0$), sólo $q \rightarrow p$ podría ser cero si $\neg q$ es 1 y $\neg p$ es 0; pero si $\neg q$ es 1, q es 0; y si $\neg p$ es 0, p es 1 —con lo cual $(p \rightarrow q)$ $1 \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ 0, implicaría que $(p \rightarrow q)\, 1 \rightarrow (q\, 0 \rightarrow p\, 1)$, que es 1 (con lo cuál habría contradicción). La tautología equivale (en tanto es un resultado) a la *síntesis* de todas las reaplicaciones de las funciones $\rightarrow$ y $\neg$ a las distintas opciones que van reproduciéndola de modo autoformante, evaluándola a la misma entidad tipográfica 1, que es el criterio de verdad (la verdad lógica formal, como identidad no es, desde luego, la figura 1, sino la confluencia en 1 de las demás relaciones). El aspecto autoformante del proceso de construcción de la verdad formal $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ por el método de las tablas, o por otro método «inductivo» similar, se manifiesta precisamente en la misma formación de la tautología o evaluación a 1, en tanto esta tautología es el resultado de cursos diferentes (los de cada línea de las opciones) pero en los cuales sin embargo, se reproduce la función —a diversos niveles— *confluyendo* todos ellos en el mismo valor 1 (ver más adelante).

(55) Michel Carvallo, *Principes et applications de l'analyse booleenne,* París, Gauthier-Villars, 1.961, cap. 1.

(56) L. Rougier, *Traité de la Connaissance,* París, 1.955, I, cap. I (Les deux sortes de Verité).

(57) Diríamos que aunque cada línea o fila de la Tabla fuese analítica, la confluencia de las cuatro líneas sería sintética.



Cuando se trata de esquemas proposicionales (tipo X v X→X) en lugar de *leyes* sobre variables booleanas (tipo p v p→p), la *autoformación* aparece precisamente en el proceso de reaplicación distributiva (no acumulativa, atributiva) de esos esquemas a las diferentes situaciones, principalmente a los casos en los que se dé lo que llamaremos una pseudorecursividad atributiva, para decidir si una expresión E, constituída por $<e_1, e_2, \ldots \wedge, \vee, \vee, \triangle, \rightarrow>$, podría ir aplicando recursivamente la regla de formación. Pero no por ello podría decirse que hay una construcción recursiva atributiva, puesto que, en cada caso, la regla se aplica distributivamente, sin que los resultados se acumulen, y la fórmula obtenida será bien formada o mal formada, o tendrá el valor 1 ó 0. En un proceso recursivo atributivo la fórmula puede estar bien formada pero sin valores determinados, como ocurre con la expresión $\sqrt{-(3+4)}$, en el campo racional.

3. En general, las operaciones lógicas autoformantes que tienen lugar en la inscripción de símbolos (según las reglas de la lógica formal) no serían, por lo tanto, distintas de las operaciones lógicas que se realizan al márgen de los símbolos (en la lógica mundana, *utens*). La verdad (identidad) de la fórmula $(P/Q^{-1}) = (Q^{-1}/P^{-1})$ tendría el mismo alcance que la evidencia praxiológica (material) de quien sabe que para cerrar una puerta que fué abierta mediante una sucesión de operaciones (descorrer el cerrojo y despegar la hoja del marco - operaciones coordinables a P y Q) tiene que ejecutar las inversas de esas operaciones y en órden inverso temporal («no sería lógico» quien tratase de cerrar la puerta de referencia corriendo primero el cerrojo y aproximando después la hoja al marco). Ahora bien: la fórmula $(P/Q^{-1}) = (Q^{-1}/P^{-1})$, no alcanza su verdad lógica por el hecho de que «se verifique» en ciertas manipulaciones con puertas o con otros objetos, o con frases o enunciados, sino porque puede ser construída formalmente. Y esta construcción —tal es el punto de vista del materialismo formalista— tiene lugar en el propio plano en el que se inscriben los signos ordenados habitualmente en líneas orientadas de izquierda a derecha. El teorema formal que consideramos, lejos de simbolizar las relaciones exteriores al plano en el que se inscriben sus signos, podría entenderse como un proceso cuya logicidad reside en el mismo inscribirse de sus signos, en sus transformaciones espaciales, las de la sarta ordenada de izquierda a derecha a la imagen especular de la primera, cuyas unidades han permutado el lugar relativo. En efecto la verdad lógica del teorema $(P/Q^{-1}) = (Q^{-1}/P^{-1})$, es indisociable de su prueba o construcción, en tanto ésta arroja una *identidad sintética* en la que confluyen cursos diversos de operaciones. Atengámonos a la prueba que Whithehead y Russell dan en los *Principia* (58), si bien utilizamos una notación ligeramente diferente: En lugar de [⊢. Cnv‘ (R/S) = S̆/R̆], con objeto de simplificar, representamos, tanto Cnv‘ como el arco, por el exponente unidad negativa, con lo que enlazamos además con un teorema del cálculo matricial. Ahora bien: La prueba de Whithehead y Russell no consiste en otra cosa (apelando prolijamente, y aún con cierta tosquedad, a las reglas que definen las operaciones de *inversión* y *producto relativo* y al *principio de extensionalidad de las relaciones,* según el cual dos relaciones P, Q son *la misma* cuando todos los términos que la soportan son comunes) sino en representar el proceso de *regressus* de la fórmula del teorema a su *base funcional objetual* (R = xRy, etc.), de suerte que la base del teorema pudiera quedar resuelta en dos series o sartas de signos elementales inversamente ordenados en el espacio («simetría especular»). De tal modo que aquello que el teorema mismo viene a expresar fuera algo así como la misma relación espacial de las sartas tipográficas enantiomorfas, como si éstas constituyesen una relación autocontextual (*autogórica*) del mismo teorema que por medio de estos símbolos se representa (el exponente negativo representaría la misma *regla* de inversión especular):

$$(xPy \,.\, yQz)^{-1} = (zQ^{-1}y) \,.\, (yP^{-1}x)$$

Ahora bien, el teorema, aunque sin duda contiene esta base, no se reduce a ella. Sugerimos la conveniencia de analizarlo en su conjunto (a fin de hacer posible su comparación *gnoseológica* con otros teoremas matemáticos), introduciendo ideas holóticas, considerando esa base como un todo (una totalidad atributiva, de tipo T) y aplicando un principio general de la teoría de los todos y las partes según el cual una totalidad no se resuelve inmediatamente en sus partes elementales, sino a través de sus totalidades intermedias o, lo que equivalente, las partes elementales de una totalidad pueden reagruparse en subtotalidades (un conjunto en subconjuntos), lo que pone en cuestión la posibilidad de un concepto de totalidad con menos de tres elementos (59). Las totalidades («sartas») elementales están evidentemente organizadas en unidades o subconjuntos precisos (xPy), (yQz), entre las cuales se interpone el signo de producto relativo. Justamente estas subtotalidades son las que nos remiten a las relaciones (xRz), $(zR^{-1}x)$ —los productos relativos realizados— que son los que (en la demostración de los *Principia*) actúan como términos medios, que son eliminados precisamente de la fórmula final («eliminación de las operaciones»): $(P/Q)^{-1} = (Q^{-1}/P^{-1})$. La *verdad* del teorema es, según la teoría del cierre categorial, la misma *identidad sintética* de estos medios (xRz, $zR^{-1}x$), establecida en vir-

(58) *Principia,* vol. I, 34. 2

(59) Vid. nota nº 49.

tud del postulado de extensionalidad. Si llamamos *sintética* (no *analítica*) a esta identidad es porque ella es el resultado de cursos operatorios autónomos, aunque confluyentes. Podemos utilizar las dos direcciones ortogonales del propio plano en el que suponemos se despliega el teorema formal (las horizontales y las verticales) para levantar un diagrama de este proceso de confluencia de los cursos operatorios independientes (la *confluencia* se representa en la diagonal del rectángulo inferior derecho del diagrama). El diagrama toma así la forma de una *tabla de construcción gnoseológica*:

$xPy.yQz$	$\longmapsto$	xRz
-1		$\downarrow -1$
$zQ^{-1}y.yP^{-1}x$	$\longrightarrow$	$zR'x$ \ $zR^{-1}x$

$$\boxed{(P/Q)^{-1} = (Q^{-1}/P^{-1})}$$

La primera línea (la que contiene la primera flecha horizontal) representa la transformación (producto relativo) de P y Q en una relación R; la segunda flecha horizontal, contiene la misma transformación aplicada a otra *materia*. Ambas transformaciones nos remiten a dos resultados (xRz, $zR'x$) que en modo alguno son inconexos: la conexión se establece por medio de los «cursos verticales», el de la izquierda, consiste en una permutación o inversión triple (la que afecta a los términos de cada subtotalidad y las dos subtotalidades entre sí), y el de la derecha, que aplica la misma transformación a los materiales correspondientes. El término ($zR'x$) procede, por tanto, de dos cursos operatorios encadenados que transforman el «material originario» (xPy, yQz) primero según una dirección *vertical*, y luego según la horizontal; el término ($zR^{-1}x$) procede del «mismo material originario» transformado ahora, primero, por el *curso horizontal*, y, después, por el *vertical*. El teorema «cierra» —encuentra su *verdad*— en el momento de realizarse la *identidad* entre ($zR^{1}x$) y ($zR'x$) — una *identidad sintética* porque (y es lo que el diagrama representa, principalmente) sólo puede tener lugar en la confluencia diagonal de cursos de transformaciones que han seguido caminos diferentes. Según esto, la naturaleza lógico-formal que atribuímos al teorema $(P/Q^{-1}) = (Q^{-1}/P^{-1})$ ha debido manifestarse en las mismas características que pueden asignarse a esos cursos operatorios confluyentes y determinantes de la identidad.

Pero la naturaleza lógico-formal de estas características sólo podría configurarse en contraste con procesos matemáticos *gnoseológicamente* comparables con los que venimos analizando. A fin de establecer esta comparación, aportamos el análisis de un sencillo teorema de isomorfismo, cuya materia es evidentemente aritmética, que hemos considerado ya en alguna otra ocasión (60). Se trata de la *identidad* ($2^{x1} . 2^{x2} = 2^{x1 \times 2}$), que suponemos resultante de un *isomorfismo* (de los cursos operatorios implicados en un isomorfismo). Nuestro diagrama tiene la finalidad no tanto de mostrar el isomorfismo en lo que tiene de estructura ya dada, cuanto de mostrar su *génesis* operatoria, en virtud de la cual este isomorfismo puede asimilarse a la condición de un *teorema* que establece una identidad sintética fundada en las características del *material* mismo categorial desarrollado según cursos operatorios independientes, pero confluyentes, que son aquellos que el diagrama únicamente representa:

$+ \quad x_1 \quad x_2 \quad p \quad p \quad 2^{x1} \quad 2^{x2} \quad (x_1 + x_2)$

$p \quad 2(x^1 + x_2)\ 2x^1.\ 2x_2$

Ahora bien: la impresionante analogía entre los dos diagramas anteriores ¿no exige borrar toda diferencia entre el teorema *lógico-formal* [$(P/Q)^{-1} = (Q^{-1}/P^{-1})$] y el teorema *aritmético* [$2^{x1} . 2^{x2} = 2^{x1 \times 2}$]?. No, si tenemos en cuenta que los diagramas exhiben la analogía que ambos teoremas han de guardar, examinados desde una perspectiva gnoseológica, en cuanto son confluencias sintéticas —simbolizadas por la diagonal— de cursos operatorios independientes — independencia simbolizada por la ortogonalidad de las direcciones verticales y horizontales. Pero si nos remitimos (si regresamos) a la *materia categorial* trabajada por los «cursos operatorios» respectivos, podremos constatar una significativa diferencia, que tiene que ver con la oposición entre las «totalidades 𝕿 » (subordinantes en el diagrama «lógico») y las «totalidades T» (subordinantes en el diagrama «aritmético»). Abreviando, diremos que la «confluencia» lógico-formal, tiene lugar en virtud de operaciones *autoformantes*, según las cuales ($zR^{-1}x$) se nos da como resultado de la operación inversora (-1) aplicada a una totalidad mediada por (P, Q) —la distributividad holótica de esta operación (puesto que ella conduce a fórmulas cada una de las cuales realiza distributivamente la propia regla de inversión) se expresa explícitamente en la apelación de los *Principia* (31.131) a la operación de *conversión*—. En cuanto a ($zR'x$), asimismo, se nos dá como resultado de operaciones autoformantes (en el mismo sentido) a partir de las mismas letras (P, Q); por lo cual, debe *concluirse* que R' es precisamente el *mismo* resultado (en cuanto mediado por P, Q) que R^{1}, y ello en virtud del «postulado de extensionalidad» (que supone la referencia a x, y, z..., según 21. 43). La construcción puede, por tantó, entenderse como la *confluencia* de un primer *curso* (*regressus*) que, partiendo de la inversión global del todo $(P/Q)^{-1}$, nos remite, descomponiéndolo, a las inversiones implicadas en las partes Q^{-1}, P^{-1}, con un segundo *curso* (*progressus*) que, comenzando por la inversión de las partes (Q^{-1}, P^{-1}), nos lleva a la composición de las mismas, a una totalidad global que resulta ser la *misma* (en sentido distributivo) que la precedente y recíprocamente, cerrando el circuito. Podría simbolizarse este «circuito» del modo siguiente:

$$(P/Q)^{-1} \rightarrow (Q^{-1}/P^{-1}) \rightarrow (P/Q)^{-1}$$

Queremos subrayar que la *conclusión formal* del teorema lógico mantiene su evidencia (en cuanto identidad sintético-operatoria) en virtud de las identidades (ejercitadas en respectivos *autologismos*) de las letras P, Q, R, x, y, z en sus diversas *menciones*. Por ello, aún cuando el teorema se puede utilizar como *metro* de terceras construcciones practicadas con otros *materiales* relacionales (por ejemplo, «x *Hermano de* y»; «y *Padre de* z»; «x *Tío de* z»: «z *Sobrino de* x», etc.) no queda *probado* por ellas. Más aún: La impresión de evidencia lógica que eventualmente pueda obtenerse de estas «verificaciones» es engañosa, sencillamente porque (para referirnos al ejemplo) en campo tan complejo y amplio como el del Parentesco (si se quiere: el campo del lenguaje parental ordinario, de nuestra cultura) los

(60) En *Teoría y Praxis*, Valencia, Fernando Torres, 1977, pág. 69.

términos no se agotan en la identidad formal de sus nombres simbólicos. «Sobrino» no es una relación meramente recíproca de «Tio», porque los contenidos («connotaciones») de la primera relación no pueden obtenerse íntegramente por la operación *conversión* de la segunda relación. Tampoco queremos subestimar la importancia de la esquematización (formalización) del material empírico, ni su alcance: sólo decimos que éste es imprevisible en general y que debe ser explicado en cada caso, que no hay una «teoría general de los modelos». Si nos volvemos ahora al material de nuestro segundo diagrama, advertiremos que la *confluencia* en él representada, que dá lugar a una identidad sistética, tiene lugar en virtud de cursos de operaciones *heteroformantes*, formadoras de «totalidades («sartas») atributivas». En efecto, el «resultado horizontal» (2^{x+y}) tiene, sin duda, un significado directo que nos remite a una *repetición acumulativa* de la base: (2.2.2.2........2), (x + y) veces; el «resultado vertical» ($2^x.2^y$) nos obliga a regresar a dos *acumulaciones* $(2.2.\overset{x}{\text{———}}.2).(2.2.\overset{y}{\text{———}}.2)$ que *asociamos* (propiedad asociativa) en 2^{x+y}. Es decisivo tener en cuenta que ahora la «asociación» exige practicar coordinaciones de figura («2») a figura, que es preciso *contar* (los «recuentos» de la cuarta regla cartesiana) porque sólo en esta coordinación aritmética podemos basar la identidad $2^{x+y} = 2^x.2^y$).

4. No es posible aquí analizar en detalle, desde estos puntos de vista, los procedimientos de construcción lógico-formal por *deducción* o *derivación*, inspirados en el «cálculo de la deducción natural» de Gentzen. Veríamos en ellos (creemos) procesos esencialmente autoformantes. Reglas muy utilizadas en estos procedimientos son las reglas de *sustitución* y del *modus ponens*. Pero la *sustitución* es una *aplicación* $\mathfrak{S}$ de una fórmula $\cup$ a otra $\mathfrak{S}^{B}_{A}\cup$; la regla de sustitución podría entonces entenderse como el reconocimiento *autogórico* (ejercitativo, pragmático) de la identidad de las menciones de una variable y de su sustituyente, en tanto que este reproduce *distributivamente* la validez del marco de variable. La regla del *modus ponens* puede también entenderse como una regla de *autoformación* de la *tesis* de (p→q), en tanto que esta tesis (q) queda segregada o emancipada de la *hipótesis* (p), siempre que interpretamos la *inscripción* de (p→q) y, luego, la de (p), —es decir, su «presencia tipográfica»— como realizaciones coordinables con un valor 1 booleano (inserto en las reglas booleanas), porque entonces la misma secuencia de las inscripciones realiza autogóricamente el sentido del funtor «→». Si la inscripción de «p» vale 1, no podremos inscribir, según la regla, «p» sin inscribir «q», porque su ausencia valdría 0 (o, si se prefiere, 0 significará tanto la falta de derivación, como la derivación errónea puesto que en ambos casos se dá «negación de derivación lógica», aunque en uno haya «derivación psicológica»). —Si, a partir de las inscripciones:

(1) $\wedge x(Px \rightarrow Qx)$
(2) $\vee x Px$

podemos derivar (3):

(3) $\vee x Px \rightarrow \vee x Qx$

esto sería debido a la presencia de procesos autoformantes (que, por ejemplo, nos permiten pasar de Qx, en ciertas condiciones, a Qu, y luego, de Qu a Qx, siendo x una variable reproducida distributivamente en u) por los cuales inscribimos en una línea $\vee x$ Px, en otra línea posterior (y a partir de (1) y (2)) $\vee x$ Qx, reproduciendo luego distributivamente el curso mismo de las implicaciones ejercidas para obtener los miembros de (3) en la representación (autoformante, por tanto, por distribuir los *ejercicios* precedentes de la prueba) de la fórmula $\vee x\ Px \rightarrow \vee x\ Qx$. Esta fórmula, solo en tanto recibe su figura de la re-producción de las posiciones precedentes, puede sostenerse como una implicación —a la manera como la flecha del tiempo solo es temporal cuando incluye ella misma un movimiento.

En cualquier caso, las llamadas *cuantificaciones lógicas* ($\wedge x\ Fx$, $\vee x Gx$) tienen un comportamiento distinto de las cuantificaciones matemáticas —y esta diferencia puede establecerse precisamente mediante la oposición *autoformante / heteroformante* $\vee x\ Fx$ equivale a $(Fx^1 \vee Fx_2 \vee Fx_3 ...)$, serie en la cual se da evidentemente un proceso de repetición alternativa, distributiva, autoformante, de F. Po lo que respecta a $\wedge x\ Gx = (Gx_1 \wedge Gx_2 \wedge Gx_3\ ...)$, si bien hay una acumulación conjuntiva (atributiva), esta no determina un nuevo G, sino que es el mismo G el que se reproduce (*autoformándose*) en cada caso: se trata de una autoformación conjuntiva. El llamado «teorema de Löwenheim» («Si una fórmula de predicados de primer orden es realizable en un dominio *D* infinito enumerable no vacío, será realizable en otro *D'* no vacío infinitamente enumerable») podría vincularse a esta cuantificación autoformante, habida cuenta de que la *infinitud* puede venir a ser la manera matemática de alcanzar el carácter abstracto, no acumulativo, de ciertos predicados (61).

También, desde luego, en el *silogismo formal* cabe apreciar indicios claros de procesos autoformantes. Para atenernos a la interpretación del silogismo en la categoría de la lógica de clases: La transitividad de $\subset$, que conduce a la conclusión silogística $(S \subset M \wedge M \subset P \rightarrow S \subset P)$, envuelve necesariamente una *reproducción* del medio (M), así como una *eliminación* del mismo en la conclusión (eliminación que desempeña aquí el «trámite» de la eliminación de las operaciones confluyentes — regressus / progressus); una eliminación tal que es ella la que envuelve precisamente su reproducción (porque la premisa M P está a su vez apoyada circularmente en la conclusión, sin que este «círculo dialéctico» tenga que significar necesariamente una «petición de principio», como entendió Descartes y otros muchos críticos de Aristóteles).

Por último: la propensión de la Lógica formal hacia la «extensionalidad» (en las categorías de clases, relaciones, etc.) quedaría perfectamente explicada teniendo en cuenta el carácter distributivo de las extensiones lógicas. La resistencia que en cambio han encontrado todas las «lógicas intensionales», podría hacerse depender de la naturaleza *atributiva*, en general, de los complejos de notas intensionales. La demostración aritmética «por recurrencia» (la llamada inducción matemática) es, según esto, una construcción heteroformante, que se desarrolla en el marco de una totalidad atributiva y es sólo un error de análisis entenderla como un caso de «inducción baconia-

(61) Vid., v. gr., P.S. Novikov, *Introduction a la Logique mathematique*, París, Dunod, 1964, pág. 143. Para el teorema ampliado (de una fórmula a un conjunto) de Skolem, J. Ladrière, *Les limites de la formalisation* en *Logique* de la Pleiàde, pág. 320-322. Indicaciones históricas en el libro de Alonzo Church, *Introduction to mathematical Logic*, vol. I, 45. Princeton, 1956.

na», o, en general, «predicativa», como si lo que mediante ella se hiciera fuese «extender» a todos los números naturales una propiedad P observada en algunos. Este análisis es el que conduce a situaciones tales como la «Paradoja de Wang» («0 es pequeño; si n es pequeño, n + 1 es pequeño; luego todo número es pequeño»). Esta «paradoja» se resuelve, creemos, negando precisamente la pertinencia como «predicado distributivo» del predicado «pequeño», tal como éste es interpretado en el contexto de la «paradoja» (62); «pequeño» puede ser traducido por «menor que», y este predicado no es, en ningún caso, algo que pueda probarse en la construcción inductiva (a lo sumo, es un predicado formador de su «contexto determinante»). Pero la propiedad que la demostración por recurrencia va a extender a todos los números naturales no es una propiedad *distributiva* (del tipo: «Divisible por 2»), sino una propiedad *atributiva,* puesto que esta propiedad sólo corresponde a cada valor x en la medida en que éste se nos dá vinculado *nematológicamente* a otros valores de su clase. La apariencia de que P se verifica distributivamente se debe a que vamos sustituyendo cada valor por otros valores, pero sin tener en cuenta que, en cada caso, x_i suple por números en relación serial con otros números o cifras de un sistema en relación serial con otras cifras. Por ello, no es accidental el «campo experimental» de números del que parte (en el orden de exposición, al menos) la «inducción matemática»: este campo no tiene la naturaleza del campo de la inducción empírica. La propiedad P que se demuestra (o construye) es, en rigor (utilizando los conceptos de la teoría del cierre categorial), una relación de igualdad (identidad sintética) entre el resultado de operaciones con un término general (que designa una composición de un símbolo numérico con otros, por ejemplo $[p.(p+1)/2]$ y el resultado de operar con términos particulares («individualidades específicas» de Husserl: $2+4+6...$). La demostración por recurrencia no es, según esto, ni deductiva ni inductiva, en el sentido tradicional de estos términos (que se mantiene en el ámbito de las totalidades distributivas). El proceso constructivo de la recurrencia se apoya ciertamente (método de investigación) sobre situaciones particulares, que podrían ser considerados (gnoseológicamente) como *fenómenos*, precisamente en la medida en que estos casos particulares f_1 $(1+2+3+ \quad ...+p) = p.(p+1)/2$; f_2 $(1+2+3+...+n) = n.(n+1)/2$, configuran una fórmula general que tiene «la apariencia de una esencia». A partir de estas fórmulas, «empíricamente fundadas» (en el «orden de investigación») se edifica la demostración. Pero *ordo doctrinae,* la demostración progresaría (recurrencia) hacia la *esencia*, de este modo (que cabría representar en un diagrama similar a los que líneas atrás hemos levantado):

—Por un desarrollo horizontal (digamos: «por contigüidad») de la fórmula f_1. Un desarrollo de p a p + 1. A partir de la fórmula *fenoménica*, construiremos otra fórmula que nos será dada en virtud de las leyes generales (postulados operatorios) de la construcción algebráica. Por ejemplo, si agregamos el mismo valor (p + 1) a los dos miembros de la fórmula empírica, obtendremos otra fórmula válida (aún cuando no conozcamos su campo de aplicación):

$$1 + 2 + 3 + .. + p + (p + 1) = [p.(p + 1)/2] + (p + 1) = (p + 1).(p + 1 + 1)/2$$

—Por un desarrollo «vertical» (diríamos: por «semejanza» o por sustitución) tal que, a partir de la fórmula f_2, sustituyendo n por (p + 1), nos remita a una fórmula que *confluya* por identidad (algebráica, tipográfica) con la fórmula obtenida por construcción «horizontal». En esta confluencia se *cierra* el teorema.

Según esto, el desarrollo «vertical» es indispensable, no tanto para probar la verdad de la fórmula fenoménica «para el número siguiente» (en una función recursiva), cuanto para probar la construibilidad de la fórmula para el número siguiente. Es en esta confluencia, precisamente, donde se demuestra el teorema (para todo número n de Z) desde la *esencia* o estructura misma de la clase atributiva en la cual, a partir del primero, cada elemento resulta brotar del anterior por la adición de (+ 1). De ahí la consideración de «0» como primero (en modo alguno, como un dato más de índole empírica).

5. Es obligado dedicar unas líneas al análisis del concepto de *Verdad* en Lógica formal. «Una definición de la lógica formal como la siguiente es, en la actualidad, universalmente aceptada: la lógica es la ciencia de la verdad de los enunciados en función sólo de la forma de estos últimos», dice Paul Lorenzen (63). Pero si esta tesis puede ser dicha con tanto aplomo, es acaso porque está preservada por su propia ambigüedad. Si es «universalmente aceptada» es porque cada cual entiende «forma» y «verdad» a su modo. Sin embargo, la tesis de Lorenz no ofrece criterios ni siquiera para decidir si nos estamos refiriendo a los enunciados de la Lógica de enunciados, o a cualquier otro tipo de enunciados lógicos. Tampoco ofrece criterios para saber si hay que referirla a la «forma común» de los enunciados lógicos y matemáticos, dado que también pueden considerarse verdades, en *función de su forma* las identidades matemáticas tales como $(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$. Solo, pues, en el supuesto de que por «forma» se entienda «forma lógica», la definición es admisible, pero bien poco informativa («la Lógica es la ciencia de los enunciados verdaderos en función sólo de la forma lógica»).

Un modo (que hacemos nuestro) de precisar que pueda significar (gnoseológicamente) esa *forma lógica* podría ser el atenerse precisamente a la conexión entre *forma* y *verdad*: la *forma lógica* de los *enunciados lógicos* sería aquella que nos presenta a estos enunciados como *verdaderos,* como verdades lógicas (o como una transformación de esas verdades a partir de operaciones del «sistema»; por ejemplo, la contradicciones lógicas serían lógico-formales en cuanto transformación de las verdades lógicas a partir de la operación negación). Nuestro criterio renuncia al propósito de *desprender* un rasgo de semejanza homogéneo, común (distributivamente) a todas las fórmulas lógicas, y más bien pone en algunas (las *verdaderas*) el núcleo originario de la logicidad formal, buscando después un procedimiento de «propagación» (por «contigüidad») de esta logicidad a las fórmulas no-verdaderas.

(62) Michael Dummet, *Wang's Paradox,* en Synthese, vol. 30, April/May 1.975.

(63) Paul Lorenzen, *Pensamiento metódico,* trad. esp. E. Garzón, Buenos Aires, Sur, 1973, pág. 73.

Si partimos de las fórmulas verdaderas, y no de las falsas, es debido a que, desde un punto de vista gnoseológico, es en las fórmulas verdaderas en donde, en todo caso, puede residir el *cierre categorial* de la lógica formal. La verdad gnoseológica, por lo demás, la suponemos referida a los *teoremas,* unidades mínimas de una construcción cerrada. Las verdades, desde el punto de vista gnoseológico, son *relaciones.* Es decir: no son *términos* (como podría sugerir, al menos en lógica formal, la doctrina de Frege sobre los valores veritativos), ni son *operaciones* (una interpretación más afín al pragmatismo: «Verdadero es cuanto demuestra ser bueno por vía de creencia», digamos, cuanto produce u opera efectos bondadosos; pensamos en W. James, o en Nietzsche (64). Es decir, las verdades científicas no son «cosas», ni son «estados subjetivos». La verdad resulta (como relación objetiva) de la confluencia de cursos operatorios (subjetivos) diferentes, que deben ser eliminados (neutralizados) y el contenido de esa verdad-relación es la identidad. Una *verdad física* es una identidad entre *términos* físicos (por ejemplo, entre el término R —la «constante de Rydberg», procedente de los análisis espectroscópicos— y el monomio $(m2\pi^2Z^2 e^4/h^3 c)$— procedente de los principios de la Mecánica, del Electromagnetismo, etc., etc., tal como fueron conjuntados por Bohr), términos construídos operatoriamente; una *verdad lógica* es una identidad entre términos que también son resultado de construcciones llevadas a efecto según operaciones específicas.

Atengámonos, a fin de estrechar aún más nuestro campo de análisis, a una subcategoría de la Lógica formal, a saber, la *Lógica de enunciados.* ¿Dónde «localizar», en esta lógica elemental, la *verdad gnoseológica?.* ¿Qué conexiones puede guardar con la *verdad lógica?.*

Una gran dificultad que nos sale al paso reside en la circunstancia de que *Verdad,* en Lógica de enunciados, es algo que suele sobreentenderse como un nombre de la «mancha» «1» (o bien, «V», ó «W»), una vez que hemos desistido (desde el *materialismo formalista*) de la interpretación de estas «manchas» como símbolos o nombres de la «Verdad» (o del «Ser» etc. etc.). Pero «1» no parece tener la forma de una *relación:* se acomoda mejor a la forma de un *término.* En la doctrina de Frege, «1» y «0» son interpretados como *referencias,* y estas referencias podrían entenderse, es cierto, no ya necesariamente como «cosas» exteriores a la tipografía, pero sí como las mismas manchas tipográficas, que son tan corpóreas como las cosas «exteriores». El mismo criterio «extensionalista» de Frege, según el cual, funciones diferentes por su *sentido —Sinn—* tienen el mismo *significado — Bedeutung,* significado como «referencia» — cuando sus *cursos de valores — Wertelaufe* — coinciden, se aplicaría al caso puntualmente, puesto que dos funciones *equivalentes* son precisamente aquellas que, en las Tablas de verdad, se coordinan en cada opción a las mismas figuras «1» ó «0» (aunque estas figuras estén «desdobladas» en sus diferentes menciones). Podríamos así tomar, al parecer, a las manchas (*token* de Peirce) «1» y «0» como elementos de una de las clases de *términos* (la clase de los valores) que entran en la constitución de un *campo gnoseológico,* de suerte que las variables (p, q, r...) constituyesen la otra clase de términos del campo categorial de la Lógica de enunciados (65). Como *operaciones,* tendríamos a los funtores monarios y binarios (¬, ∧, ∨, →, etc.). ¿Cuáles serían las *relaciones?.* Una solución sería esta: Seleccionar, dentro del conjunto de los funtores, algunos capaces de desempeñar (por ser asimétricos, o por otras razones) el papel de *relatores* («→», por ejemplo).

Sin embargo, esta interpretación de las *relaciones* y de los *términos* gnoseológicos de la Lógica de enunciados, no nos parece satisfactoria. Ante todo, porque la distinción entre «operadores» y «relatores», en el seno de los funtores, sería siempre arbitraria. Todos los funtores de esta Lógica desempeñan el papel de *operadores.* Pero también porque «1» y «0» no pueden «sustancializarse», ni siquiera tipográficamente, como si ellos desempeñasen siempre un mismo papel: No pueden, en suma, considerarse siempre como *términos.* Aquí, es el simbolismo lo que enmascara (cuando es hipostatizado) la diversidad de situaciones gnoseológicas. Distinguiremos tres situaciones (denominadas I, II, III) de los *valores* «1» y «0», cada una de las cuales incluyen un papel gnoseológico bien distinto. Para abreviar, nos remitimos al siguiente ejemplo:

p	q	¬p	¬q	p→q	p→q→¬q→¬p
1	1	0	0	1	1
1	0	0	01	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
I		II			III

Situación I. Es la del «sector de opciones». Los valores «1» y «0» figuran como valores «empíricos», en el sentido de que su *asignación* a las variables es «descriptiva». Tan solo el conjunto de estas asignaciones puede reclamar una forma lógica (combinatoria dicotómica, etc.). Pero cada asignación (incluso cada opción), no es, por sí misma, una operación «lógica» —no es más una operación lógica que matemática. Cuando la asignación se considera divisivamente, es empírica (corresponde a la «verificación empírica» de las «proposiciones atómicas» del Círculo de Viena); y cuando la asignación se considera como resultado de una combinatoria, entonces es aritmética (es preciso contar etc.). Si las asignaciones del Sector I tienen un significado lógico (no el mero significado de una «asociación por contigüidad», etc.) será debido a su insertabilidad ulterior en los siguientes sectores.

Situación II (el sector de funciones). Esta situación suele ser confundida con la situación III, bajo la común denominación de «sector de matrices» (opuesto a la «tabla» o sector de opciones). Pero la comunidad de ciertas propiedades «matriciales» (vectoriales) no es razón suficiente para encubrir la diferencia gnoseológicamente decisiva. En efecto, en la Situación II, los valores «1» y «0» figuran como habiendo sido asignados (atribuídos) a las

(64) W. James, *Pragmatismo,* conferencia 6.

F. Nietzsche, *Más allá del bien y del mal,* & 11.

(65) G. Bueno, *La Idea de ciencia desde la teoría del cierre categorial,* Santander, Universidad Internacional Menéndez y Pelayo, 1976, pág. 39 sigts.

variables según un modo *prescriptivo* (no ya *descriptivo*, o empírico, casi al azar). Porque estas *asignaciones prescriptivas* son, en rigor, *definiciones* y definiciones que, estrictamente, tampoco envuelven una *forma lógica.* Si la definición matricial de «p→q» pertenece a la Lógica de enunciados, tampoco es en virtud de algún motivo intrínseco a la misma (de algún *rasgo* que pudiera ser explorado en el ámbito de la definición) — sino en virtud del *encadenamiento* que esta definición recibe ulteriormente en el curso de la construcción. Acaso es la inadvertencia de esta circunstancia (inadvertencia explicable por la ausencia de una perspectiva genuinamente gnoseológica) aquello que inhabilita para dar cuenta de la «logicidad» de definiciones tales como «p→q» = (1, 0, 1, 1), precisamente porque tal inadvertencia permite esperar que podremos extraer, analizando la definición, algún «rasgo» o «nota» lógico formal por ella *participada* distributivamente. Pero definiciones como la de referencia no son, por sí mismas (pese a la apariencia que brota de su «materia», los símbolos que, ya de entrada, pidiendo ingenuamente el principio, se consideran como símbolos lógico-formales) más lógicas de lo que pueda serlo una coordinación topográfica de libros a los estantes de la biblioteca. La propia combinatoria que preside las asignaciones en cada funtor, en relación con los demás (las permutaciones 2^{2^2}) tampoco es, por sí misma, lógico formal, aunque sea «sistemática»; su naturaleza es, más bien, matemática. Desde un punto de vista gnoseológico, la situación II correspondería propiamente, al *trámite* de las «configuraciones» del *campo de los términos.*

Situación III (que llamaremos «sector de teoremas», refiriéndonos a su «analogado principal»). Es aquí cuando los valores «1» y «0» figurarían como asignados en virtud de una *forma lógica,* a saber, como resultado de *operaciones* precisamente definidas, conducentes a *teoremas* específicos. La fórmula $[(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)]$ puede, en efecto, considerarse (gnoseológicamente) como un *teorema,* incluso cuando su «demostración» tiene lugar por el procedimiento «inductivo» de las tablas de verdad. Este teorema, aunque se designa «tautología», no es *analítico,* sino *sintético.* Supone, en efecto, la confluencia «algorítmica» de operaciones diversas, que desembocan, todas ellas (cada una en su línea —su fila— que se desarrolla independientemente de las demás) en el *mismo* valor «1» (el *tipo* de las *menciones* 1, 1, 1, 1).

Si hay una *verdad lógica* susceptible de ser entendida como *relación,* y como relación cuyo contenido sea el de una *identidad sintética,* esta verdad ha de buscarse precisamente en el Sector III, en el «sector de los teoremas». Es a la altura de estos teoremas cuando podremos hablar de un *cierre categorial* específico (el lógico-formal). Porque ahora, los cursos operatorios realizados con ciertos términos y operadores, *reaplicados* sobre sí mismos (a diferentes niveles de configuraciones) dan lugar a una identidad sintética que «anuda» todos estos «estratos» En una configuración tal que, a su vez, reproduce los mismos términos y funtores del «sistema» (que ahora, podrán ser llamados lógico-formales) y de ahí el «cierre»; cierre que, en este caso, se nos dá en un nivel de configuración más alto, recombinable, a su vez, con terceras configuraciones y con los propios «factores».

En la Situación III, en suma, aparecen *relatores* específicos como pueda ser la *implicación formal* (que no se encuentran en las Situaciones I y II) y *términos* también específicos:

El símbolo «1» es distinto en III y en II ó I. Es la diferencia entre la «verdad empírica» (descriptiva) o la «verdad prescriptiva» y la «verdad lógico-formal». En rigor, en la situación I, o en la II, no cabe hablar de «verdades», sino de «valores». Y esto no es una *anomalía gnoseológica* de la Lógica formal, si hacemos corresponder los sectores I y II con el «plano tecnológico» (que suponemos antecede siempre a las ciencias) y reservamos el sector III como sector correspondiente al «plano científico». También en Aritmética distinguimos el «2» como símbolo de pares empíricos y como símbolo de una operación (14/7 = 2); o en Química distinguimos el símbolo (H_2O) como símbolo del «líquido natural», y como resultado de la oxidación del etanol (CH_3-CH_2.OH + O).

El símbolo «→» tiene diverso alcance en el sector III y en el sector II. Comienza a ser lógico-formal en el sector III (y de ahí se transmite la logicidad al sector II). Tampoco nos encontramos con esto con alguna sospechosa anomalía gnoseológica de la Lógica formal. En Aritmética, el símbolo «=» en (2 = 2) no tiene el mismo significado que en (5, 3) = (6, 4) = 2. En el primer caso, «=» puede interpretarse como una «igualdad tecnológica» (aritmético-tecnológica, empírica), mientras que en el segundo caso la igualdad aparece ya en un curso operatorio cerrado.

¿Que conexión gnoseológica cabe establecer entre el símbolo «1» lógico y el símbolo «→» lógico? ¿No podrían reducirse a un mismo sector gnoseológico del eje sintáctico?. Sugerimos, por nuestra parte, su interpretación como *relatores* (y no como términos —valores— o como operadores). Según esto, los símbolos «1» y «→» del sector III (no en general), desempeñarían el papel de *relatores* de la Lógica de enunciados, si bien estos relatores hayan de considerarse siempre dados a través de las *operaciones* y recíprocamente. Tampoco estamos aquí ante una anomalía gnoseológica. Cuando definimos una Topología sobre X = {a, b, c}, $<X,\cap,\cup,\subset>$ la Topología sólo puede considerarse dada cuando además, por ejemplo, del conjunto $\mathfrak{T}$ {a, b, c} consideramos las clases ∅ y X. Pero la clase ∅ sólo puede considerarse definida por la operación ∩ (por ejemplo: $\varnothing = a \cap a$), si no queremos incurrir en un concepto metafísico (el *Vacío,* la *Nada...*). Luego los *términos* del campo de esta Topología sólo pueden quedar definidos tras las operaciones (∩,∪) de la Topología (y, desde luego, de la relación ⊂). Vemos, pues, como ya en este caso formal el campo de términos de la Topología no esta *cerrado* previamente a las operaciones del mismo, puesto que ese cierre es resultado en parte de esas mismas operaciones.

Tampoco es inconveniente la posibilidad de re-definir los *valores* lógicos de la situación I por medio de *configuraciones* dadas en II y en III: tal ocurre en la llamada «forma canónima booleana» (de *constituyentes*), que permite dar al Sector I la *forma:* $[(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)]$. También en Aritmética re-definimos los números enteros (primitivos) como números *relativos,* en ciertas circunstancias, pese a que los números relativos sólo pudieron construirse a partir de los enteros.

Cabría también seguir otro camino: eliminar las variables tipográficas y considerar la Lógica de enunciados como el sistema de las aplicaciones de $\{1, 0\}^2 = \{(1, 1),$

(1, 0), (0, 1), (0; 0)} a {1, 0}. En estas aplicaciones, las propias eventualidades —por ejemplo: {(1, 1), (1, 0), (0, 1), (0, 0)} a 1— desempeñan el papel de variables (66).

Supuesta la posibilidad de re-definir el Sector I por medio de III, podríamos interpretar de otro modo la estructura sintáctica-gnoseológica del campo de la Lógica de enunciados:

(1) Como *términos* habría que considerar a las variables {p, q, r., }, no a los valores. Las variables no forman una sola clase, sino que cada letra-variable será ya una clase respecto de sus menciones (y esta distinción interviene en el proceso mismo de la construcción lógico-formal). El requerimiento gnoseológico según el cual un campo gnoseológico debe constar de términos pertenecientes a más de una clase, quedaría satisfecho de este modo: «No es posible construir una lógica de enunciados con una sola variable» (cuando suponemos la lógica de enunciados desarrollada con variables); por lo menos habrá dos variables p y q, es decir, dos clases de términos: A = {p, p, p, p, p.... } y B = {q, q, q, q, q,.... }.

(2) Como *operadores,* tomaríamos a los funtores monarios y a los 16 binarios. La teoría del *cierre categorial* presupone la necesidad de más de un operador para que pueda darse una construcción cerrada. ¿Cómo interpretar entonces la reductibilidad de todos los funtores-operadores a un único funtor (el funtor *trazo* de Sheffer, por ejemplo)?. La perspectiva gnoseológica nos induce a sospechar que estas reducciones son antes «artificios» tecnológicos que reducciones *esenciales* efectivas. Así, refiriéndonos a la función *trazo,* la de incompatibilidad (p/q), diremos que no cabe hablar de una reducción interna de $\neg$p («negación de p») a p/p («incompatibilidad de p consigo misma»). La reducción es externa, y exige un postulado artificioso *ad hoc.* En realidad una petición de principio, una convención. ~~En efecto~~ «$\neg$p» contiene un funtor monario, mientras que «p/p» contiene un funtor binario; es decir, dos variables (de clase distinta, por tanto). La construcción «p/p» es solo un caso dialéctico-límite que, *ad hoc* (y dado que no se deriva de él inconsistencia, pero como condición negativa) se hace corresponder con «$\neg$p». Pero «p/p», al margen de «$\neg$p», carecería de sentido. Es el caso de la «relación reflexiva», o de la «distancia 0» — que sólo cobran sentido como límites de relaciones no-reflexivas o de distancias no nulas. Si partiésemos de p/p, como fórmula con significado originario, ella solo podría interpretarse como 1/1 o como 0/0, lo que es absurdo. Solo cuando, por convención implícita, traducimos 1/1 por 0, y 0/0 por 1 (es decir; p/p por $\neg$p) se restablece la correspondencia; pero 1/1 ó 0/0 carecen de sentido fuera de esta traducción *ad hoc.*

(3) Como *relatores* tomaremos los símbolos «1» y «0» en tanto están dados en contextos «tautológicos» (o en contexto de «contradicciones lógicas»). De este modo, descargaríamos del peso sustancialista a la interpretación de 1 y 0 como «objetos». El propio Frege tampoco puso arbitrariamente los *valores de verdad* como objetos, desde el momento que advirtió: «lo que llamo *objeto* solo puede discutirse con exactitud en conexión con el concepto y la relación». Por tanto, (decimos) de la operación. La cosificación o sustantificación de los valores de verdad se produce cuando ellos son pensados como *referencias* de proposiciones aisladas (las del sector I). Cuando consideramos las «proposiciones» en sus relaciones mutuas, a través de operaciones (en el sector III), entonces la *objetividad* de los valores ya no es gratuita, porque esta objetividad aparece en la escala de las *clases* de proposiciones (es Frege mismo quien cita a Leibniz: *Eadem sunt quae sibi mutuo substitui possunt, salva veritate*») y por ello los valores objetivos podrían entenderse como símbolos de las propias *identidades sintéticas.* Para atenernos al *teorema* anteriormente utilizado: él no contiene una identidad, cuando consideramos su *relator* principal; pero es una identidad si consideramos sus evaluaciones constantes a 1, lo que podría expresarse del siguiente modo:

$$[(p\to q)\to(\neg q\to\neg p)] = 1$$

En esta forma, el relator principal es «=», que ya es una relación de identidad, si tenemos en cuenta su contenido lógico (que nos remite a los casos que ligan «1» con «$\to$»). «=» significa aquí «$\xrightarrow{1}$»; o bien «1», en su significado lógico, ha de entenderse aquí en combinación con un «$\to$» que arroja siempre «1» en los diferentes cursos operatorios, *sintéticamente confluyentes.* Esto podría expresarse de este modo:

$$(p\to q)\xrightarrow{1}(\neg q\to\neg p)$$

Insistimos aquí en la advertencia de que las tautologías lógicas son llamadas identidades sintéticas cuando se la considera dentro del plano algorítmico, constructivo. Esta es la consideración gnoseológicamente pertinente — y no, creemos, la consideración «epistemológica» de los teoremas lógicos como expresiones que no nos informan sobre los *hechos.* Wittgenstein, como es sabido, había declarado tautologías a los teoremas lógicos en este sentido («No sé nada sobre el tiempo cuando sé que llueve o no llueve» (67), que asociaba, por cierto, al sentido algorítmico a las matrices formadas por valores siempre 1), prisionero de la tendencia a confundir los valores de las variables proposicionales con los *hechos atómicos* (o lo que es equivalente, a confundir las variables proposicionales con emblemas de oraciones del lenguaje ordinario o científico), tendencia que contiene implícita el entendimiento de los constituyentes booleanos como descripciones de estado, en el sentido de Carnap (68). Pero si los teoremas lógicos conn variables proposionales se consideran dados en función de los valores «1» y «0», resultará totalmente extrínseco llamarles *tautologías* en el sentido epistemológico (carentes de contenido informativo, como interpreta Hintikka), como resultaría gnoseológicamente extrínseca la afirmación de que el «algebra» de la Quími-

(66) Kreisel-Krivine, *Elements de logique mathematique,* París, Dunod, 1967, pág. 7.

(67) *Tractatus,* 4. 461.

(68) R. Carnap, *Logical Foundations of Probability,* Chicago Univ. Press, 1963, pág. 294 sgtes.

ca del Carbono es tautológica (o nada informativa) respecto de las estructuras de las fugas del *Clave bien templado*. El «contenido informativo» de los teoremas lógicos habrá que medirlo en otra escala, la del propio formalismo (por ejemplo: respecto de las combinaciones al azar según las cuales pudieran ordenarse los símbolos que intervienen en un teorema lógico).

Por último, aún cuando los valores «1» y «0» aparecen como manchas igualmente «positivas» esto no significa que la *Verdad* y la *Falsedad* gnoseológicas puedan ponerse en un mismo plano. Si «1», gnoseológicamente, se corresponde con la verdad (identidad), con una relación objetiva, entonces «0» no podrá simbolizar otra relación objetiva, sino la ausencia de la primera. La expresión $p \wedge \neg p = 0$ es una verdad lógica; pero esta verdad puede expresarse justamente de este modo: $(p \wedge \neg p = 0) = 1$. Aquí, el «1» se refiere a la *verdad* de $p \wedge \neg p = 0$, pero el «0» no se refiere a la *falsedad objetiva* de $p \wedge \neg q$ dado que esta expresión no es tal falsedad, porque ni siquiera contiene una relación; puede darse, eso sí en un contexto relacional que incluya la negación de verdad: $p \wedge \overline{H} p = 1$. No cabe, con todo, equiparar la falsedad (como negación de verdad) a la verdad (como negación de falsedad). Porque si bien $p \wedge \neg p = 1$ es una falsedad (contradicción lógica), es decir, si podemos escribir: $(p \wedge \neg p = 1) = 0$, también es cierto que esta expresión queda a su vez *absorbida* en otra tautología o verdad lógica (y no recíprocamente): $:[(p \wedge \neg p = 1) = 0] = 1$.

6. Las llamadas *funciones recursivas primitivas*, en la medida en que incluyen procesos *heteroformantes*, serán de índole matemática, según el criterio que venimos exponiendo (69). «Si $\varphi(x_1 ...... x_n)$ es una función primitiva recursiva, entonces el predicado $\varphi(x_1 ...... x_n) = W$ es aritmético» (70). Esta tesis de Gödel se ajusta inmediatamente a nuestro criterio, si tenemos en cuenta que el concepto de función recursiva primitiva envuelve la noción de «sucesor de», en el sentido acumulativo (formador de totalidades atributivas). Es cierto que el concepto de «función recursiva» suele utilizarse también en un sentido más general, a saber, envolviendo simplemente y precisamente, la noción de repetibilidad indefinida de la aplicación de una regla (función, transformación de pasos finitos, etc.) que, partiendo de un material dado (parámetro) puede dar lugar a determinados resultados. Según ésta acepción genérica (que se aproxima más bien al concepto de *computabilidad* y *calculabilidad* (71)), una función recursiva no se confunde con una función «heteroformante», porque la repetición de una función no es necesariamente heteroformante, incluso cuando implique un orden en la sucesión de los valores obtenidos en el desarrollo (si este orden es «subjetivo», es decir, referible al *ordo inventionis*, pero no al *ordo doctrinae*). Podríamos distinguir, por tanto, dos situaciones de recursividad, la *situación distributiva* y la *situación atributiva*. En la recursividad distributiva, la regla o función se repite indefinidamente en el material, pero de suerte que cada resultado puede recibir una interpretación distributiva (sin perjuicio de que estos resultados puedan ser ordenados según criterios externos al propio método de obtención). Así, la función $y = 3x^3 + 2x$, es recursivo-distributiva en el campo de los números naturales (cuando la aplicación de la función o regla a una situación, no sea genéticamente independiente de otras situaciones previas, pero en cambio, el resultado sea «estructuralmente» distributivo, podríamos hablar de pseudorecursividad atributiva: tal es el caso de la aplicación de un esquema proposicional recursivo a una fórmula, o en la decisión sobre si una fórmula dada está bien o mal formada, por procedimientos recursivos, porque la aplicación de la regla a un determinado nivel de la fórmula puede exigir los resultados previos de niveles más bajos, sin que estos se *acumulen* propiamente a los siguientes, dado que, más bien, ocurre que se reproducen o se neutralizan quedando, por así decir, absorbidos). Pero si la función se aplica al material de suerte que sea preciso tener en cuenta acumulativamente (para la producción de un término nuevo) resultados de la aplicación anterior, entonces la recursividad será atributiva (como ocurre en las *iteraciones*, en las *recurrencias*): sum (x, 0) = x; sum (x, Sy) = S (sum (x, y)). La recursividad envuelve, por tanto, de algún modo *repetición;* solo que esta repetición no es necesariamente *autoformante*. Incluso cuando se reiteran, en el resultado, o bien los términos (los valores) —puesto que estos pueden estar dados en serie acumulativa: 0,33333— o bien la propia función — Exp (x, Sy) = = Prod [x, Exp (x, y)]—, puesto que esta reaparición recursiva de la regla en su resultado puede ir precisamente orientada a generar un resultado *heteroformante*. Nos remitimos a lo que antes hemos dicho a propósito de la «inducción matemática».

V. SOBRE EL SIGNIFICADO FILOSOFICO DEL CRITERIO DE DEMARCACION EXPUESTO

1 La teoría del carácter autogórico del simbolismo de las ciencias formales nos obligó a tomar en serio el hecho trivial (en cuanto genérico) de la repetición de los símbolos en estas ciencias y nos inclinó a dar un significado gnoseológico específico a esta repetición, que hemos pretendido establecer por medio de la distinción entre los procesos *autoformantes* y los *heteroformantes*.

Al propio tiempo, esta teoría del carácter autogórico del simbolismo de las ciencias formales, nos permite dar cuenta de la capacidad que este simbolismo posee en cuanto «metro», de otros campos «reales». No porque los símbolos formales «representen» (mentalmente) a las «cosas», puesto que también las cosas «representan» a los propios cursos simbólicos, en ciertas condiciones, y aún se comportan como «signos» de ellos (72). Ocurre sencillamente, que tanto las «cosas» como los «símbolos formales», están sometidos a estructuras holóticas comunes, aunque no necesariamente únicas — sino del tipo de aquello que los matemáticos llaman *categorías* (73). He-

(69) Kleene, *Introducción a la Metamatemática*, & 43.

(70) Gödel en 1931, apud. Kleene, op. cit., & 49.

(71) Ladrière, *Les limitations internes des formalismes*, París, Gauthier Villars, 1957, & 150 (Concepto de «Procedimiento efectivo»).

(72) K. Burke, *What are the signs of what?*, Anthropological Linguistic, 1962, 6, pág. 1-23.

(73) El concepto matemático-lógico actual de *categoría* habría surgido a principios de nuestro siglo, por obra de Oswald Veblen, sugerido por John Dewey. Vid. Mc Lane Eilenberg, *General theory of Natural equivalences*, American Society Transaction, 56, 1.945.

mos distinguido dos grandes modos de totalización (las totalidades «atributivas», T, y las totalidades «distributivas», $\mathfrak{T}$) y hemos coordinado las construcciones matemáticas con las totalidades T (en tanto esta totalización incluye un proceso de heteroformación), y las construcciones lógicas con las totalidades $\mathfrak{T}$ (en tanto incluyen procesos de autoformación). El conjunto (infinito) de los triángulos diametrales inscritos en diferentes círculos es una totalización del tipo $\mathfrak{T}$; el conjunto (infinito) de los triángulos diametrales inscritos en un mismo círculo, es una totalización del tipo T. Las entidades que suelen llamarse «clases» están pensadas generalmente como totalidades $\mathfrak{T}$, como ocurre cuando la relación ε se interpreta como la pertenencia de un individuo biológico a su especie; pero otras veces, están pensadas como totalidades T, como ocurre cuando la relación ε se interpreta como pertenencia de un punto a un intervalo: $x \varepsilon$ [a, b].

Cuando los historiadores dicen que la generalización del hierro determina un cambio completo en la estructura social —frente al bronce— porque el cielo homogeiniza e independencia una comunidade de otras, dentro del sistema comercial del Bonce, están utilizando la oposición entre una categorización y una T.

Las totalidades T tienen que ver, seguramente, con aquello que Kant llamó *intuiciones* siempre que las «intuiciones» que Kant considera se interpreten a su vez como *totalidades,* a lo que el propio Kant da pié (74). Y ello nos invita a relacionar las totalidades $\mathfrak{T}$ con aquello que Kant llama *conceptos* (el reino de la *Lógica* kantiana, precisamente, el reino que se opone al de la *Estética*). Al mismo tiempo, como hemos sugerido en alguna otra ocasión (75) las *intuiciones* de Kant tienen que ver con las «asociaciones por contigüidad» de Hume, así como sus «conceptos» tendrían que ver con las «asociaciones por semejanza». Y la cuestión gnoseológica central estriba (creemos) en establecer la naturaleza de la conexión entre ambos tipos de totalidades.

Kant, sin duda empujado por un punto de vista más *epistemológico* que *gnoseológico,* postuló esta conexión al afirmar que «las intuiciones sin concepto son ciegas, mientras que los conceptos sin intuiciones son vacíos». Pero este postulado no nos suministra ninguna regla de análisis gnoseológico y, por sí mismo, es sólo un postulado de yuxtaposición (un «axioma de María») a través de metáforas por cierto muy oscuras (una «intuición» ciega, es un «hierro de madera»; un «concepto vacío» es un no-concepto, porque ni siquiera el concepto de *clase nula* es vacío). Cuando recuperamos la perspectiva gnoseológico-holótica, podremos plantear la cuestión no ya en términos de yuxtaposición entre *intuiciones* y *conceptos,* sino en términos de conexión *conjugada,* ensayando la posibilidad de entender las relaciones entre las totalidades T y $\mathfrak{T}$ como relaciones entre términos *conjugados* (76). Ello implica negar la dicotomía entre *Estética* y *Lógica* en el sentido kantiano-neoplatónico. Las «intuiciones» han de ser ya lógicas, así como los «conceptos» han de tener un contenido estético. Las totalidades atributivas (según diferentes niveles k_1, k_2,... k_n) tienen sus partes vinculadas según

(74) Vid. El Basilisco, nº 2, pág. 28, nota 73.

(75) Vid. nota nº 74.

(76) El Basilisco, nº 1, *Conceptos conjugados.*

alguna totalidad distributiva (de nivel correspondiente a los de la totalidad atributiva de referencia) y recíprocamente. Además, la totalidades de un tipo, que se desarrollan por la mediación del otro, pueden ser múltiples, entretejiéndose los diferentes estratos «encadenados» a través de los tipos holóticos, sin recubrirse enteramente. Según esto, si la Lógica tiene que ver preferentemente con las totalidades $\mathfrak{T}$, ello no querrá decir que pueda abstenerse de trato con totalidades T; y si las Matemáticas tienen que ver con las totalidades T, tampoco por ello podrán prescindir de las totalidades $\mathfrak{T}$. En cierto modo, se tratará antes de explicar la disociación de estos tipos de totalidades, a partir de estructuras comunes, que de explicar su *conexión.* Aunque no es mucho decir, podríamos comenzar afirmando que la Lógica formal se ocupa de totalidades $\mathfrak{T}$ *in recto,* y de totalidades T *in oblicuo* — y diríamos lo inverso de las Matemáticas. No todas las situaciones arrojan la misma «proporción» de T y de $\mathfrak{T}$, y, por ello, no en todas las situaciones las relaciones lógicas aparecen del mismo modo a partir de las matemáticas, y recíprocamente. Sobre todo: No aparecen del mismo modo que aquél según el cual la Lógica formalizada se ha constituído como *metro* o paradigma, en función de los mismos procedimientos de *sustitución* distributiva propios del álgebra lógica. Habría que sobreentender que aquello que desempeña las funciones de *metro* o *canon* lógico-formal, envuelve también ciertas situaciones matemáticas (estéticas) —pongamos por caso, las relaciones de congruencia, las relaciones de dentro y fuera, en los círculos de Euler, etc.— y que no hay metros lógico-puros.

Pero todas estas expresiones siguen siendo gnoseológicamente insuficientes. Desde el momento en que partimos de la *conjugación* de T y $\mathfrak{T}$, parece evidente que es preciso apelar, de algún modo, a procedimientos dialécticos de disociación entre ambos tipos de totalidad. La disociación se produciría como resultado de una *neutralización* o eliminación constructiva, no abstractiva, como sugiere la doctrina escolástica tradicional (77). Por ejemplo, diríamos que tanto en la fórmula lógica $(a \wedge a \wedge a \wedge a) = a$, como en la fórmula aritmética $(a \times a \times a \times a) = a^4$ estamos ante totalidades de símbolos de tipo T («sartas» de símbolos); pero en la fórmula lógica, el igualar a «a» significaría eliminar T, no por *abstracción,* sino por *fusión* de los factores en uno sólo; mientras que en la fórmula aritmética, la igualación a «a^4» (= b), supone un recuento acumulativo (expresado en el exponente) y en virtud de la cual las mismas semejanzas (tipo $\mathfrak{T}$) entre las letras son abolidas, y no por «abstracción».

2. Al poner la logicidad del lado de los procesos autoformantes, dejando a las relaciones matemáticas en la proximidad de los procesos heteroformantes, ¿no estamos literalmente declarando *a-lógicas* a las categorías matemáticas (y a las restantes) a menos que no podamos dar cuenta de la presencia de los procesos autoformantes (que hemos asociado a las totalizaciones $\mathfrak{T}$) en los procesos heteroformantes (asociaciados a las totalizaciones T)?.

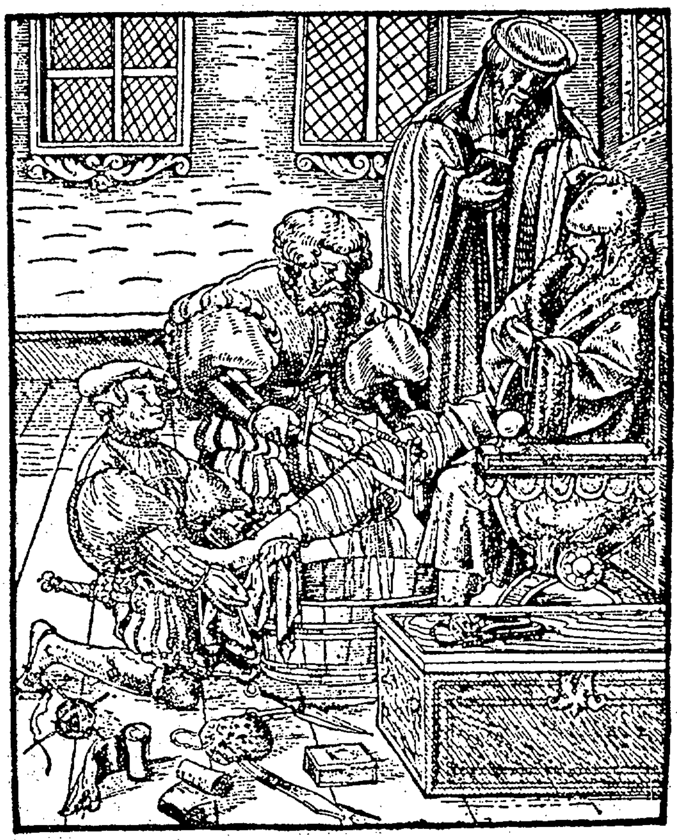
Pero no entendemos que las totalidades $\mathfrak{T}$ puedan estar relacionadas con las totalidades T a la manera como el *molde* (o la forma) se relaciona con el *material* (el contenido), o recíprocamente. Este tipo de relación implica, de algún modo, una re-petición de aquello que asume el pa-

(77) Juan St. Tomás, op. cit., II Pars., q. 27, a.I.

pel de forma, en virtud de la cual repetición habría de reproducirse en la materia («sigilación»). Las formas lógicas se reproducirían, según esto, en las diferentes categorías materiales (lo que nos llevaría o bien a declararlas vacías —«formales»—, lo que es tanto como decir impensables, o bien a atribuirles una materialidad *sui generis*, a hipostatizarlas metafisicamente). Por respecto a los esquemas hilemórficos, históricamente presupuestos, cabría decir que sólo podríamos liberarnos de ellos por vía de su negación, entendiendo la presencia de las totalidades $\mathfrak{T}$ en las T (o recíprocamente) no en términos de repetición (o re-afirmación), sino en términos de negación dialéctica. Así como los procesos autoformantes habría que entenderlos como negación (neutralización) de materialidades dadas según procesos heteroformantes presupuestos (a un nivel k_i), así también los momentos heteroformantes habría que verlos como resultados de la negación de materialidades resultantes de procesos autoformantes (al nivel k_j) ejercidos en el mismo proceso del desarrollo de las materialidades heteroformantes. La logicidad ejercida (la lógica *utens*) de un proceso matemático se nos presentaría así como la negación (neutralización resultante de múltiples operaciones, que sería preciso analizar en cada caso) de una logicidad autoformante re-presentada y que habrá que presuponer. En la constitución de la identidad, antes antes estudiada, $2^{x+y}= 2^x . 2^y$ habría que ver, desde luego, una totalización tipo $\mathfrak{T}$ cuyas partes fueran, por ejemplo (1) las partes 2, 2, 2,... del *todo global isológico* 2^{x+y}(2) Las partes 2^x y 2^y del todo *asociativo* 2^{x+y}. La totalización $\mathfrak{T}$ que consideramos, no se sitúa «más allá» de la totalización T (2.2.2.2.2.....) sino que tiene lugar en su propio desarrollo interno; es una *autoformación*. Porque solo en la medida en que resulte sér *idéntico* («el mismo») el todo T ($2^{x\cdot y}$) desarrollado en sus partes (2.2.2.2...) y las partes (2^x, 2^y) globalizadas en el todo T (2), la totalización T estará realizada como una unidad de orden superior a sus partes (Se trata de un proceso circular que podría ilustrar acaso aquello que Espinosa, *Etica,* II, Escolio II a la prop. XL, llamaba «ciencia intuitiva»). Pero, al propio tiempo, esta autoformación, así ejercida, estaría siendo negada, por de pronto, en la representación, dado que lo que *representamos* es un todo único T, a saber, aquel en el que se «reabsorben» los extremos (2.2.2.2.2.....).

En el mismo desarrollo de un silogismo («todos los animales son mortales, los hombres son animales, los hombres son mortales») habría que reconocer también la presencia de procesos heteroformantes, dado que la conclusión *agrega* los hombres al resto de los animales de la premisa mayor (o al concepto abstracto de animal, que no contiene explícitamente a los hombres). Sin embargo, la *verdad* de esta premisa se mantiene sobre la misma conclusión aún no representada (el silogismo, lejos de ser un proceso «tautológico», es un proceso dialectico) que, sin embargo, debe refundirse con aquella (de ahí el proceso autoformante no representado: los animales mortales de la premisa mayor que han de contener a los hombres han de ser *los mismos* a los que nos remiten los hombres mortales de la conclusión, en tanto que animales).

Cuando se considera una función periódica, pongamos por caso, *una ecuación de onda* del tipo $y = Y \cos (2\pi\lambda).(x - vt)$, «que se reproduce a sí misma a intervalos de tiempo iguales», estoy neutralizando los procesos autoformantes en los que se me da la «reproducción» al acumular, según el modo T, unos períodos a los sucesivos, estoy negando una totalidad al declarar *continuos* a sus elementos. Es una situación similar a aquella que se determina al analizar el concepto de un «poliedro regular»; el concepto de dodecaedro regular presupone una totalización distributiva ($\mathfrak{T}$) a saber, la clase de los pentágonos regulares e iguales (métricamente) entre sí; pero, sin embargo, es preciso neutralizar esta distributividad para poder formar la totalidad «poliédrica» atributiva (T) y esta neutralización no es el resultado de una *abstracción,* sino de una *fusión* (por identidad sustancial) de cada lado de un polígono de la clase distributiva con el lado de otro, para formar las *aristas*.



Según esto, el concepto de «aspecto autoformante» solo tiene sentido preciso cuando esten determinados los esquemas materiales de identidad (sustanciales y esenciales) por respecto de los cuales se habla de un objeto. En la transformación idéntica (el giro de 360° de un cuadrado), la involución autoformante es de índole sustancial. En la operación geométrica: «construír un poliedro regular uniendo los centros de las caras de otro poliedro regular dado», hay un aspecto cíclico autoformante de índole esencial (una vez sí, y otra no, se reproduce un término de una *clase* de poliedros); cuando el poliedro dado es el tetraedro, la operación es autoformante en un sentido esencial no-métrico, pero no es idempotente (si la idempotencia reclama una intención sustancial). La operación química «neutralización» (cuando interpretamos el agua como «ácido oxhídrico») es, en cierto sentido, autoformante, en tanto que la composición de un ácido (Cl H) y de una base (OH Na) nos remite a otro ácido (H_2 O) y a otras base (Cl Na)— prescindimos de los ácidos y bases en sentido específico, y nos atenemos sólo a las funciones genéricas «ácido» y «base», del mismo modo a como en la construcción de poliedro prescindíamos de las especificidades «métricas». Las leyes de Mendel podrían considerarse como expresivas de los aspectos autoformantes (especialmente involutivos) de la operación «generación biológica».

3. Los puntos de vista adoptados anteriormente, nos permiten reconocer como algo «normal» la presencia, en el contexto de las categorías matemáticas, de operaciones genuinamente autoformantes. La situación es análoga, aunque inversa, a la que plantea la presencia de operaciones aritméticas (o geométricas) en el interior mismo de la construcción lógico-formal. La dimensión corpórea de los símbolos lógicos determina que ellos formen totalidades de tipo T a las que será posible referirse simultáneamente al análisis de las perspectivas autoformantes que de ella nos importan, y estas totalidades T pueden mantener conexiones significativas, aunque sea por modo oblícuo, con las relaciones lógicas consideradas. Así, cuando *calculamos* el número de combinaciones de las funciones booleanas diádicas, cuando asignamos a cada una de estas funciones (oblícuamente) un número de código que luego puede ser incluído, a su vez, en ulteriores cursos operatorios o cuando introducimos funciones lógicas booleanas, tales como Maj (x, y, z) —es un caso más difícil— cuyos valores sólo pueden establecerse tras un *recuento* aritmético (por sencillo que sea) de los valores de la tabla de opciones (78). La significación de este recuento aritmético en el proceso de una función, considerada lógica, acaso pudiera reducirse a los términos de un *acoplamiento* de una función aritmética con los estados del desarrollo lógico de aplicación de la asociatividad, por la que se configuran totalizaciones diversas: [111] = [111]; [110] =[(11)0]; [1 00] = [1 (00)] etc. etc.

Por su parte, la presencia de procesos autoformantes en las construcciones matemáticas habría que esperarla, fundamentalmente, en todas aquellas situaciones en las cuales un término aparezca referido (tras una operación) no ya a otro, sino a sí mismo, por cuanto esta «autodesignación» incluirá, de algún modo, una «autoformación» (categorialmente desarrollada) del mismo término, una autoformación necesaria, a efectos de su segregación de los factores, para que pueda ser mencionado como tal (holóticamente: como una totalidad) desde el interior de la misma categoría. De donde podríamos «predecir» que las operaciones autoformantes se nos aparecerán preferentemente bajo la forma de «totalizaciones» en las que un término se detemina como unidad global re-produciéndose como tal. Esta reproducción autoformante no pertenecerá, sin embargo, a la Lógica formal —aunque sea lógica *utens*— precisamente porque el término así reproducido va destinado a insertarse en un contexto atributivo, T_k. Según esto, donde encontraremos con seguridad procesos autoformantes (lógico-informales) será en aquellas construcciones matemáticas que contienen operaciones con *módulos*. Aparecen muy claros los efectos totalizadores de los módulos en las fórmulas que contienen coeficientes de globalización, tipo «coeficiente de gasto de capital» utilizado por los economistas (79). Este coeficiente nos permite expresar la totalidad X de la producción capitalista de una sociedad en un tiempo dado ($X = c + m + v$) en función de una de sus partes ($a_c = c/X$), de donde: $X = [1/(1 - a_c).(m + v)]$. El «Todo» X queda simbolizado en este «1», porque su figura procede de un factor común X (es la *unidad* de X). En realidad, igualdades del tipo ($a \times 1 = a$), o bien ($n + 0 = n$) pueden interpretarse como «reglas de reproducción» del parámetro; la operación $k/k = 1$ es literalmente la expresión de la unidad global de k respecto de sí misma. Y en esta misma línea, podría acaso medirse el alcance del aspecto autoformante que asume la operación *derivación* (D) aplicada a la función exponencial: $D(e^x) = e^x$. Este resultado no sería debido, desde luego, a la supuesta ~~naturaleza~~ autoformante de la operación D (genuinamente matemática), sino al caso particular al que se aplica. Es lo que ocurre con los módulos del producto o de la suma aritméticos. (La misma estructura de la función e^x no puede considerarse al margen de la unidad, por cuanto «e» es el número cuyo logaritmo es 1).

La hipostatización de $\mathfrak{T}$ y de T (si se prefiere: de la extensión y de la intensión) es, pues, una de las fuentes más graves de errores y confusiones en el momento de decidirse a interpretar las relaciones de la Lógica formal con las Matemáticas (o con la Física matemática). Es un modo de hablar erróneo (puramente «escolar») el de quienes dicen (y son muchos) que las operaciones $A \cap B$ o bien $A \cup B$, de la Lógica de clases, son «puramente extensionales», como si fuera posible eliminar las *intensiones* correspondientes (que están estructuradas por medio de T). Además, $A \cup B$, aún en su interpretación extensional, nos remite a una totalización de tipo $\mathfrak{T}$; es una totalización aritmética, y no cabe confundir $A \cup B$ con $A + B$, como tantas exposiciones de la Lógica de clases suponen de hecho al representar gráficamente la operación $A \cup B$ por dos círculos simultáneamente rayados. La *reunión* de las clases A, B no es la clase adición de los sumandos, sino que es «o bien A, o bien B o bien ambas (pero dadas precisamente de modo independiente, en una conjunción no aditiva o atributiva)»; por ello, propiamente, la reunión de clases no puede ser representada por un solo «juego» de círculos de Euler, sino por varios, vinculados, a su vez, por la *reunión* (el diagrama debe ser *autogórico*). Para que $A \cup B$ tenga la forma T, es preciso aritmetizar las clases, y esta aritmetización suele simbolizarse por $n(A \cup B)$. Pero entonces, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$. La operación $n(A \cup B)$ ya no es una operación lógica (autoformante), sino aritmética. Sin embargo, la eliminación de $n(A \cap B)$ no puede entenderse, según suele decirse, como la eliminación de la «parte común» (en cuyo caso, la operación $n(A \cup B)$ se confundiría con la operación $A \oplus B$), sino que ha de entenderse como un procedimiento para no «contar dos veces» esa parte común extensionalmente interpretada. Porque $(A \cup B)$ es una operación «extensional», pero sin que por ello pueda abandonarse la intensionalidad que siempre estará envuelta en ella, aunque sea oblícuamente. La determi-

(78) J. Kuntzmann, *Algebre de Boole*, París, Dunod, 1965, cap. I, & 30.

(79) Oskar Lange, *Introducción a la Economía cibernética*, F.C.E., 1969, pág. 59.

nación extensionalista de ($A \cup B$) solo puede tener lugar mediante el *bloqueo* de otros procesos, también lógicos, que tienen lugar en el plano intensional, sin perjuicio de que estos procesos intencionales se mantengan en el recinto extensional recortado por las clases reunidas. Pero no cabe confundir los diferentes planos, ni su logicidad respectiva. También la operación ($A \cup B$), sobre todo en su forma aritmetizada, sigue siendo lógica (según el criterio que venimos utilizando), siempre que podamos ver en $n(A \cup B)$ no ya la traducción aritmética (heteroformante) de ($A \cup B$), sino una forma lógica dada en ($A \cup B$) en su condición de totalidad T. Por esta condición, la totalidad de clases *reunidas* se asemeja a $n(A \cup B)$; pero por su naturaleza lógica autoformante, se asemejará a ($A \cup B$). Designemos a la operación en cuestión, en cuanto que contiene un momento lógico, por el símbolo ($A \Cap B$), que podría llamarse «producto abstracto». El sentido de ($A \Cap B$) queda fijado, mejor aún que por su relación a ($A \cup B$), por su relación a $n(A \cup B) = n(A) + n(B)\, n(A \cap B)$, pero siempre que podamos recuperar la forma lógica de esta operación. Diríamos entonces que el producto abstracto de A y B (o bien, de A, B, C...) es una clase C tal que su *extensión* sea el conjunto T de todos los elementos de A y B, pero en la medida en que (*intensionalmente*) estos elementos no figuren como partes de A y B a través de las cuales, sin embargo, se dán genéticamente (ocurre como si A y B fuesen intensionalmente *borradas* en el resultado $A \Cap B$).

No ponemos, pues, la diferencia entre $A \cup B$ y $A \Cap B$ en que aquella sea «extensional» mientras esta sea «intensional», puesto que es imposible disociar estas dimensiones. Diremos más bien que en $A \cup B$ (o en $A \cap B$) la intensión con la que operamos es la misma que aquella que define A y B, y solo en función de estas intensiones dadas se configuran las clases $A \cup B$, $A \cap B$. Acaso por mantenerse constante la intensión en los términos factores y en el término resultado, es posible la apariencia de que operamos con «puras extensiones», la apariencia de que no hay operación intensional (sobreentendiendose: «distinta de los factores y en el resultado»). Pero en $A \Cap B$, la extensión obtenida es aquella que sigue siendo *la misma* que la «recortada» por los factores, mientras que la *intensión* ha de ser distinta, a saber, de naturaleza *genérica* respecto de las clases-factores. Supongamos que las clases A = Mamíferos, B = Aves, C = Peces... (se trata de recoger todas las clases de vivientes) son totalizadas en la clase $G = A \Cap B \Cap C$ definida como «la clase de los organismos cuyas células tienen A.D.N.». La clase G sería distinta a la clase $Q = A \cup B \cup C$ pero no en *extensión* (suponiendo que todos y solos los vivientes sean organismos con A.D.N.), sino en *intensión,* en la medida en que suponemos que $G = A \Cap B \Cap C$... ha «borrado» la *morfología* de los mamíferos, aves etc., etc. Cuando decimos que «Hombre» —el «Hombre» de la *Declaración de derechos*— no es meramente la reunión de los blancos, negros y amarillos, sino que es la *Persona,* acaso estamos intentando regresar a ciertas notas intensionales que precisamente suponen la eliminación de las pigmentaciones.

Formalmente, por tanto, (algebráicamente) las propiedades de la operación $A \Cap B$, son similares a las propiedades de la operación $A \cup B$:

(1) $A \Cap A = A$, desde un punto de vista extensional, aunque la intensión sea distinta —lo que representaríamos por $A \Cap A = A$ (podríamos ejemplificar la situación con las redefiniciones de la elipse, fijada previamente como figura plana que contiene los puntos cuyas distancias a los focos, etc., y a partir de la cual procedemos, «borrando» estas distancias y focos, para «reobtener la misma clase de puntos determinada en la superficie de un cono). Un caso particular muy ilustrativo $\phi \Cap \phi = \phi$

(2) $A \Cap \varnothing = A$
(3) $A \Cap 1 = 1$
(4) $A \Cap A = 1$
(5) $A \subset B$, $A \Cap B = B$

Tanto $A \Cap B$, como $A \cup B$, son autoformantes extensionalmente.

La diferencia entre $A \Cap B$ y $A \cup B$, se nos muestra muy claramente al analizar la diferente interpretación que ambas operaciones han de dar a su común forma aritmetica $n(A) + n(B) - n(A \cap B)$. Mientras que en la *reunión* aritmetizada, la eliminación de $n(A \cap B)$ tiene el sentido de «no contar dos veces los elementos de A y B», recontados precisamente en A y en B, en cambio en el *producto abstracto* $n(A \Cap B)$ tiene el sentido «reexponer» la totalidad T (de extensión n), pero eliminando A y B.

Como ilustración no trivial de esta forma de la logicidad que puede aparecer en las totalidades T, ofrecemos un esbozo de lo que podría ser un análisis lógico de un conjunto de operaciones físicas cuyas relaciones de identidad se producirían en un plano T_k muy preciso, el de la Optica geométrica. Se trata de reconocer las operaciones lógicas (o los aspectos lógicos de las operaciones) que tienen lugar en los procesos de composición de lentes convergentes (nos atenemos aquí a las situaciones más sencillas), dado que difícilmente podríamos «reconocer» estas operaciones utilizando los conceptos habituales de la Lógica de clases (conceptos prisioneros del hilemorfismo en la versión que toma al utilizarse como criterio de la distinción entre Intensión y Extensión). En efecto:

Una *lente* puede, sin duda, ser interpretada como una clase de tipo (la clase constituída por todas las lentes de un mismo tipo). Pero cuando categorizamos lógicamente las *lentes* A, B.., de este modo, es evidente que operaciones tales como $A \cup B$ nos remiten, más que a una «lente física», a una clase de lentes (que no es ella misma una lente). Se perderán allí las relaciones (atributivas) de distancia (entre los focos de A, B...) y, por consiguiente, no será posible *reconocer* las relaciones lógicas que puedan subyacer en los «sistemas de lentes». Y una cosa es interpretar la clase universal 1 como aquella clase en la cual están incluídas todas las clases de lentes, y otra cosa es interpretar 1 como la clase formada por, por ejemplo, todas las «lentes planas», en virtud de las razones que daremos.

El concepto de «lente», en cuanto concepto-clase, puede entenderse:

— O bien como la clase de las lentes de una misma curvatura (podríamos considerar también el índice de refracción), y entonces las clases de lentes (y la clase de todas las clases) no es una lente.

— O bien como la clase formada por los rayos de un haz (su paralelismo es ya una relación que contiene un momento *lógico* de identidad) en tanto atraviesan un medio etc., etc. Ahora, las operaciones $A \cup B$, ó $A \cap B$, podrán ser interpretadas como lentes (en ciertas circunstancias). La convergencia de los rayos del haz en el foco-imágen, contiene también un momento lógico, y este momento es inherente al mismo concepto de foco, como lugar en el cual se «identifican» todos los rayos, en un instante. La lente plana, es la lente universal, un módulo (de las operaciones $A \cup B$, $A \cap B$), pues deja los rayos invariantes.

Pero un «sistema» de lentes es un «encadenamiento» (atributivo) de rayos tal que dá lugar a una lente (sistema) cuyos focos «borran» los focos presupuestos de A y B: Es la situación $A \textcircled{\cap} B$.

Como es sabido, la convergencia de un sistema de lentes A, B se define por la fórmula: $(1/f = 1/f_1 + 1/f_2 - d/f_1 f_2$. ¿Como podría dejarse de percibir el isomorfismo asombroso entre esta fórmula y la anteriormente considerada: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$?. Pero la dificultad estriba en dar cuenta en conceptos lógicos, de este isomorfismo. Sería todavía más asombroso que este isomorfismo algebráico entre fórmulas que proceden de campos tan distintos fuese casual. Y con esto queremos decir: que no tuviese ningún significado lógico, ni más alcance que el que pueda tener el «isomorfismo» entre una nuez y un cerebro humano. Pero para poder penetrar en el significado lógico de esta fórmula, que expresa los sistemas de lentes, es preciso poder dar una interpretación lógica satisfactoria de $(A \cup B)$ y $n(A \cap B)$, en cuanto coordinables con $(d/f_1 f_2)$, en sus diversas situaciones ($d = 0$, $d = f_1 + f_2$, etc.).

La principal dificultad estriba (nos parece) en la misma estructura aritmética de la fórmula del sistema de lentes. Es una fórmula de naturaleza dialéctica y el olvidarlo enmascara la estructura lógica que contiene. Queremos decir con esto que no es posible interpretar la fórmula como representativa, originariamente y simultáneamente (distributivamente), de todas las situaciones que contiene, sino que estas han de darse (en su concepto dialéctico) sucesivamente; sólo de un modo «artificioso» la fórmula homogeneiza a todas las situaciones particulares que representa. Basta tener en cuenta, en apoyo de esta interpretación, que la fórmula, para el caso ($A \cap B = \varnothing$), no puede representar ninguna *relación física correspondiente a la operación aritmética* de la sustracción ($- n(A \cap B)$), puesto que lo que sustraemos aquí es nada. Por tanto, para la situación (en primer lugar) de las lentes contiguas, la fórmula de la suma de convergencias corresponderá simplemente a $n(A) +_n (B)$; si agregamos el monomio sustraendo consabido, es solo para homogeneizar (en el plano algebráico), y también, sin duda, para constatar la comparación entre las diversas situaciones. Pero ¿qué puede significar una situación del sistema de lentes que corresponda a $n(A \cap B) \neq \varnothing$?. Si $(A \cap B)$ es un producto de lentes, y a este producto se le considera como siendo él mismo una lente «intersección» de las lentes-factores, dado que venimos definiendo el concepto de lente por la convergencia (no hacemos más precisiones, en evitación de prolijidades) la lente (A B) podría interpretarse como una convergencia de rayos atribuibles simultáneamente a A y a B (por tanto, función de sus focos respectivos), cuya distancia -la del foco imagen de A, y la del foco objeto de B- suele ser designada por $\triangle$). La parte común (no vacía) A B puede entonces reconocerse en las situaciones para las cuales el producto de $\triangle$ por d (la distancia entre las lentes) no sea nulo: $\triangle . d \neq 0$. En efecto, este producto es nulo si lo es uno sólo al menos de sus factores. Si $d = 0$, entonces $A \cap B$, sera ϕ, porque al estar contiguas las lentes A y B, la convergencia que A imprime al haz paralelo quedará inmediatamente reforzado (aditivamente) por la convergencia de B. Pero aunque $d \neq 0$, si decimos que $\triangle$ es nula, en tanto como si dijéramos que $F'_1 = F_2$, es decir, como si reconociésemos una *identidad* (sustancial, no ya esencial) entre el Foco imagen de la lente A y el Foco objeto de la lente B. Por tanto, la inclinación de los rayos debida a A no se sumará (o detraerá) de la inclinación debida a B. Los rayos son los mismos (identidad) y, sin perjuicio de ello, no hay una zona en la cual la inclinación (convergencia) atribuible a A sea a la vez atribuible a B o viceversa. La situación $\triangle = 0$, se asimila a la situación $d = 0$ a efectos de corresponderse con $A \cap B = \varnothing$. Pero hay una diferencia fundamental, de significación lógica: Mientras que en la situación $d = 0$ las lentes A y B son meramente disyuntas ($A \cap B = \varnothing$), en la situación $\triangle = 0$, las lentes son también disyuntas, pero según una relación peculiar, asimilable a la disyunción propia de las clases complementarias (A, $\overline{A}$) porque ahora una lente viene a ser el complemento de la otra y su negación (el foco imagen de una, es el foco objeto de otra). Pero la reunión de dos clases complementarias reproduce clase universal ($A \cup \overline{A} = 1$) y también la situación $\triangle = 0$, nos remite a la «lente universal» (el módulo 1) pues no otra cosa es el «sistema telescópico». (Tampoco en este caso se trata pues de una adición ordinaria, si tenemos en cuenta que nos remite a un infinito —aunque aritméticamente se represente por 1).

En los demás casos ($d . \triangle \neq 0$), y supuesto el sistema (es decir, supuesta una convergencia global), será preciso referir esta convergencia a las convergencia φ_1 y φ_2 de cada lente, pero no en el sentido de una simple adición de estas convergencias (o de la adición «infinita») sino en el sentido de una cantidad determinada que es función de φ_1 y φ_2 y de su *parte común. Lógicamente,* podría interpretarse así tal *comunidad:* la inclinación impresa al haz paralelo por A ya no será reforzada inmediatamente por B; el intervalo entre los focos representa una «declinación» de rayos (un «tramo de convergencia», una lente) que *aplazará* (relativamente a lo que sería la convergencia para $d = 0$) o bien retraerá (respecto de $\triangle = 0$) la convergencia del sistema $A \textcircled{\cap} B$. Y este aplazamiento es lo que se traduce por sustracción y sustracción de algo que pertenece a la vez a A y a B (que está en función de φ_1 y φ_2).

4. Por último, y a título de ilustraciones de la gran variedad de situaciones de las cuales tienen que dar cuenta los criterios sobre la logicidad que venimos exponiendo, ofrecemos los siguientes cuatro esbozos de análisis de otras tantas situaciones en las cuales las fronteras entre Lógica y Matemáticas parece borrarse por completo.

(a) La primera situación, nos la suministra el propio Boole en su obra funcional *The mathematical analysis of Logic* (80) y también en otra posterior, *Laws of Througts* (81), en la que utiliza la fórmula de Taylor, en lugar de la de Mc Laurin que usó en la primera obra.

La situación (verdaderamente difícil, para quien mantenga la tesis de la distinción entre las construcciones lógicas y las matemáticas) que Boole plantea puede resumirse de este modo: Que en la construcción de la fórmula lógica por antonomasia, la llamada hoy «función de Boole» y = ax + b (1 - x), Boole apela a fórmulas que son matemáticas por antonomasia, por ejemplo, la fórmula de Mc Laurin para el desarrollo polinómico de funciones enteras:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(.)}{1!}x + \frac{f'(0)}{2!}x^2 + \frac{f''(0)}{3!}x^3 + ... + \frac{f(0)}{n!}x$$

Dejamos para otro lugar el análisis pormenorizado de esta cuestión. Nos limitaremos aquí a decir que la construcción de una función estrictamente lógica a partir de una función estrictamente matemática no envuelve la absorción de la lógica formal en la matemática, ni es prueba de una tal absorción. Más bien constituye una ocasión privilegiada para el estudio de las interferencias posible entre estos dos tipos de construcciones formales, y de los «lugares» en los cuales estas interferencias pueden producirse. Brevemente: La propia función lógica habría ya asumido la forma polinómica por motivos que podrían considerarse *gnoseológicos* (acaso inspirados en la propia matemática, en la función *afín* y = ax + b, e incluso en el llamado «teorema del valor medio» (f(b) = f(a) + (b - a) f' (ξ)), a saber, la necesidad que toda construcción tiene de utilizar al menos dos operaciones. Una función polinómica, precisamente por admitir coeficientes nulos, ha de considerarse como realizando (*utens*) operaciones lógicas. En W = ax + by, el «+» alcanza el valor de una *alternativa* desde el momento en que a ó b pueden ser nulos. Boole, decidido a dar forma polinómica a la función lógica fundamental, habría acudido a la «forma canónica» de Mc Laurin (o bien, Taylor) mediante el «artificio» (o imitación de la fórmula matemática, usada como «modelo heteromorfo») de suponer que esa función ha de ser coordinable con una función lógica ordenada por potencias crecientes de x. Pero al eliminar las potencias (por la *idempotencia* del producto lógico principalmente, así como por la reducción de los valores de x a módulos), Boole habría reencontrado en la fórmula de Mc Laurin aquello de lo que, en el fondo, había partido.

(b) La segunda situación nos la aporta un método de decisión del Algebra de proposiciones no analizadas, que hubimos de desarrollar hace unos años con una finalidad en principio puramente práctica, pero que ofrece un gran interés como lugar de «observación». El método se basa en la transcripción polinómica numérica de la lógica de enunciados. Aprovechando la coordinabilidad de las propiedades *Par, Impar* (cuando se consideran «multiplicadas» según las conocidas reglas: Par x Par = Par; Par x Impar = Impar x Par = Par; Impar x x Impar = Par) con las propiedades del producto lógico (p ∧ q), cuando damos a las tablas de verdad la forma canónica llamada *adjuntiva,* y tenemos en cuenta la circunstancia de que la adición de una unidad a un número dado cambia su paridad (y puede, por tanto, coordinarse esa adición con el *negador*) —la *igualdad en paridad* es obviamente coordinable con la *equivalencia*— se hacía posible transcribir cada función lógica en forma polinómica, tomando la función sus valores en N (82). Por ejemplo, ($\overline{p} \vee \overline{q}$) tomará la siguiente forma matemática: (p . q + p + q); la función (p ↓ q), tomará la forma (p . q + 2p + 2q+1). El polinomio que corresponde a la equivalencia (p≡q) alcanza una forma, por cierto, muy similar a la «ecuación de las cónicas»: $p^2.q^2 + p^2.q +$ $+ p.q^2 + p.q + p + q$.

Ahora bien, esto supuesto, se advierte de inmediato que una *tautología lógica* podrá ser demostrada probando que los polinomios ligados por equivalencia tienen la misma paridad (o, lo que es lo mismo, que la suma de ambos polinomios es un número par). Así, probaríamos las «leyes de De Morgan» ($\overline{p \vee q} = \overline{p} \wedge \overline{q}$): [(p.q) + 1] + [(p + 1) . (q + 1) . (q + 1) + (p + 1) + + (q + 1) + 2] = 2p . q + 2p + 2q

Este polinomio es siempre par, porque cada uno de sus monomios es múltiplo de 2; la ley de De Morgan es una tautología.

¿Qué hay detrás de esta posibilidad de expresión de leyes lógicas inequívocas por medio de fórmulas polinómicas matemáticas?. Diríamos que no tanto una *matematización* de la lógica de enunciados (pese a las apariencias) cuanto una *logicalización* de los polinomios, o, para decirlo según nuestro criterio, una utilización de estos polinomios en sus momentos *autoformantes.* Porque, en efecto, los polinomios no van referidos a sus valores numéricos (heteroformantes), sino a los predicados universales distributivos de los valores numéricos (los predicados «Par», «Impar»). Estos predicados se «reproducen», como tales predicados, en cada polinomio. Aunque «Par», «Impar» son conceptos aritméticos, sin duda, el proceso en virtud del cual un número cambia de paridad al sumarle una unidad (y la cambia

(80) G. Boole, *The mathematical Analysis of Logic,* Cambrigde, Mac Millan, 1847. Reimpresión en Oxford, Blackwell, 1965, pág. 60.

(81) G. Boole, *An Investigation of the Laws of Thougth,* 1854, reimpresión New York, Dover Publications, s.f.

(82) Cuadro utilizado de correspondencias primitivas (caben otras):

p q	¬p p + 1	p v q p x q	p ≡ q p + q
Par, Par Par, Impar Impar, Par Impar, Impar	Impar Impar Par Par	Par Par Par Impar	Par Impar Impar Par
Términos	Operación monaria	Operación binaria	Relatores

El prof. Julián Velarde Lombraña preparó un ingenioso programa para reducir los valores pares en N a 1 y los impares a 0.

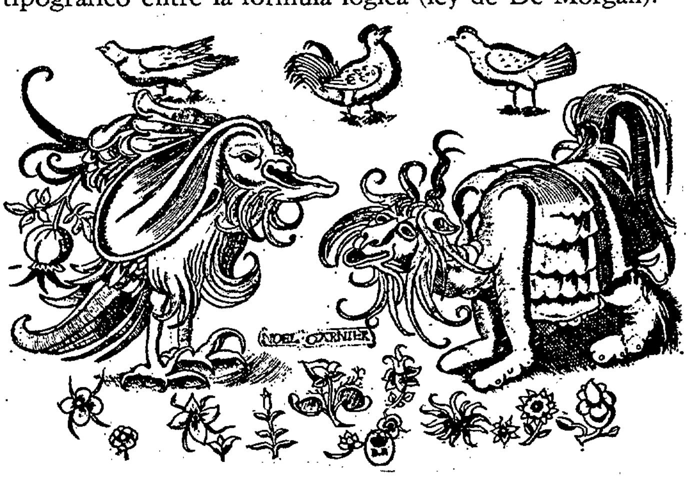
de un modo alternante, es decir, *involutivo*) habrá de ser considerado como un proceso lógico, autoformante por respecto de la misma propiedad «Par» o «Impar» que es la que se reproduce.

La *involución* puede, en general, desempeñar el papel *logificador* en muchas construcciones matemáticas. De este modo, una Algebra aritmética (aún cuando utiliza variables que toman valores en el campo Z de los enteros, y, desde luego, utiliza la adición aritmética) puede resultar ser una construcción lógica (según nuestro criterio: autoformante) si, de hecho, el campo de sus valores se reduce a dos («módulo 2»). Podremos definir la operación lógica $p \rightarrow q$ por la expresión aritmética:

$$m \rightarrow n = 1 + m(1 + n) \text{ (83)}$$

En efecto: Para $m = 1$, $n = 1$, $(m \rightarrow n) = 1$, porque $(m \rightarrow n) = 1 + 1 + 1 = (1 + 1) + 1 = 0 + 1 = 1$. Para $m = 1$, $n = 0$, $(m \rightarrow n) = 0$; para $m = 0$, $n = 1$, $(m \rightarrow n) = 1$ Para $m = 0$, $n = 0$, $(m \rightarrow n) = 1$. Estamos ante una Algebra aritmética *degenerada* y esto en sentido preciso: la operación *adición* en el campo de Z de los números enteros (m, n) queda neutralizada mediante su limitación a dos valores. La construcción de totalidades atributivas (aditivas) desaparece no en el *ejercicio,* pero sí en la *representación* y el campo Z no es un campo Z más que como un marco previo que resulta ser eliminado. De este modo, la adición deja de ser heteroformante y se hace autoformante por involución. Pero un campo Z que solo tiene dos elementos no es en rigor un campo Z (como tampoco la distancia 0 es una distancia, sino una no-distancia). Se trata de una situación genuinamente dialéctica, en la cual una categoría alcanza su límite desde su propio «interior»; y solo quien no quiere reconocer la efectividad de estos procesos dialécticos (acaso porque prefiere apelar a esquemas «armonistas», los que consideran la continuidad entre el 0 y las cantidades negativas, o, simplemente, porque frívolamente cree decir algo apelando a los «juegos lingüísticos», a los «artificios») podrá hablar de un mero «caso particular», o de una «continuidad» entre la lógica y las matemáticas.

(c) Sea nuestra tercera «situación» el isomorfismo tipográfico entre la fórmula lógica (ley de De Morgan):



(83) D.W. Barnes y J.M. Mock, *An algebraic Introduction to mathematical Logic,* New York, 1971, def. 2.2.

$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$

y la fórmula matemática:

$$\log. (a \times b) = \log. a + \log. b$$

Este isomorfismo tipográfico entre un teorema lógico y un teorema matemático, es también problemático desde una perspectiva que tiende a diferenciar la Lógica y las Matemáticas. Pero acaso no fuera preciso aquí entrar la explicación del isomorfismo; bastaría deshacer su apariencia de tal. Pues mientras que « » es una operación monaria, «log» es operación binaria.

(b) La cuarta y última situación que vamos a considerar está constituída por un todo isológico de tipo T (atributivo); se trata de un conjunto finito formado por elementos discretos acumulativos, pero redefinido como clase distributiva ($\mathfrak{T}_k$) a partir de ciertas notas intensionales (propiedades) disyuntivas (es decir, no conjuntivas). Se trata de una *clase genérica* (o bien, una *especie*) distributiva, pero no *porfiriana* sino combinatoria. Mientras que una totalidad (v. gr. una especie) *porfiriana* —tal como las que suelen citarse en la Teoría de los Conjuntos— aunque sea distributiva, es intensionalmente conjuntiva (las notas de su dotación intensional N_a, N_b, N_c..., se distribuyen conjuntamente en cada elemento de la clase), una *clase combinatoria* (o disyuntiva) está definida por una dotación intensional (N_f, N_q, N_p...) cuya distribución es disyuntiva y ello según reglas en cada caso diferentes. Cada elemento de la clase combinatoria, desde luego, participa de alguna nota N_j, pero no de todas ellas. Las clases combinatorias nos ponen delante de extensiones que, siendo extensiones de una misma *intensión sistemática,* no son uniformes, *unívocas,* aunque sus elementos sean distributivos. Se hace aquí preciso introducir el concepto de *estado extensional,* o «estado» de la clase o género combinatorio respecto de su intensión sistemática. Caben estados con elementos repetidos (cuanto a las notas realizadas) —el límite es el «estado universal»— y cabe también un estado de la clase en el cual los elementos son todos diferentes entre sí. En cambio, en las clases porfirianas no hay estados, en el sentido anterior, o, si se prefiere, las clases porfirianas admiten un solo estado, el estado universal. Pero sólo aparentemente, un estado universal de una clase combinatoria es una clase porfiriana. Las notas de la clase combinatoria son disyuntas, pueden disociarse. Su caso límite será, pues, aquel en el que las notas sean disyuntas y los elementos desempeñen el papel de *variables* respecto de las notas intensionales (la operación de determinar una variable es una operación característica, que se mueve en el marco de las *partes* de una *totalidad dada*). Precisamente para asegurarles su condición de «variables internas» consideramos las clases combinatorias como clases o totalidades distributivas, desarrolladas sobre una totalidad atributiva previa T, que suministra el componente genérico material. Estas disposiciones no son utópicas. Supongamos un dado hexaédrico. Para que el dado sea tal, es preciso que se lance varias veces (o, lo que es equivalente, que consideremos un conjunto de dados). Desde luego, un dado implica un *situs,* del que nos interesa el plano superior (respecto del jugador). El dado *físico* aún descansando sobre una cara y «presentando» su opuesta, no es un dado, sino un cubo decorado. Para que sea un dado, es preciso que la cara presentada pueda ocupar alternativamente la posición inferior, o una lateral — y esto es tanto como insertar cada cara en el contexto de otras posiciones posibles, que forman una *clase.* El *dado,* en resolución, no es un cubo *individual,* sino una *clase* (84). La operación de lanzarlo (*situarlo* alternativamente) nos introduce en el ámbito de una clase sucesiva atributiva; o, lo que es equivalente, es preciso que el dado se considere igual a otro dado contiguo, en *situación* determinada. El dado viene a ser, de este modo, una suerte de género combinatorio (terciogenérico), una totalidad atributiva (T) de múltiples cubos numéricamente distintos, una totalidad discreta. Sobre esta totalidad combinatoria, el dado se define como la clase disyuntiva de seis notas. Para un conjunto de 10 dados (o para las 10 tiradas de un dado) distinguiremos *estados* extensionales diferentes (seis estados universales, un estado heterogéneo total etc.). Por lo demás, este concepto de *totalidad combinatoria disyuntiva* (por medio del cual pensamos el concepto de «dado») puede aplicarse a otras situaciones: Los *hombres,* entendidos como individuos de un género zoológico T, acumulativo, pueden redefinirse («culturalmente») por el *lenguaje*; pero no ya por el lenguaje, tomado en general (*animal loquens*), sino por lenguajes especificados. No diremos que el hombre es «el animal que habla», sino que los hombres son individuos (animales) que hablan latín, o griego, o castellano, o bantú. (En el supuesto chomskyano de una totalidad $\mathfrak{T}$, referida, por ejemplo, a los cerebros humanos, cada individuo tiene capacidad para hablar cualquier idioma, pero de hecho, habla el idioma *nativo,* como el dado ocupa cada vez una sola *situación*).

Sin duda, el concepto de los géneros (clases, totalidades) combinatorios (disyuntos) suscitará recelo desde la perspectiva porfiriana en la que se sitúa la «teoría de los conjuntos» en tanto que, a lo sumo, interpreta las variables como «signos» exteriores de los «objetos» mismos. Y, desde una perspectiva «empirista-positivista», cabría argüir que si las notas disyuntas afectan sólo a una región de la clase o totalidad, no habría razón alguna para elevar esas notas a condición de propiedades de la clase total («hablar castellano» no es propiedad de la totalidad de los hombres).

Ocurre entonces como si las notas intensionales se equiparasen a la condición de propiedades según el *cuarto modo* de Porfirio («lo que se predica de todo, y solo, y siempre») o, a lo sumo, según el *segundo modo* («de todo, no solo»). Pero las notas intensionales de que hablamos, en cuanto disyuntivas, podrían asimilarse al *primer modo* de Porfirio («lo que conviene a solo, no a todo») o, a lo sumo, al *tercero* («a todo, a solo, no siempre», caso de los 10 dados presentando todos la misma cara). Y entonces sería preferible considerar las notas del todo no como notas intensionales de una *clase genérica* (puesto que no afectan a toda su extensión empírica), *sino como especies* de esa clase genérica (el género «conjunto de cubos» especificados por marcas de ases, reyes etc.). Sin embargo esta «reducción porfiriana» de los géneros combinatorios no da cuenta de su «regla de construcción» ni, por tanto, de la dialéctica propia de los géneros combinatorios. Porque no se trata de que un conjunto de diez cubos pueda ser considerado como un género, tomando como especies cada uno de los *estados* empíricos respecto de las marcas dadas (un esquema ampliamente utilizado en Genética) sino que se trata de recoger la condición de que esas *especies* afecten (distributivamente) a cada elemento y, además, de un modo disyuntivo. La marca «as» afecta distributivamente a cada dado, que se define intrínsecamente por ella y no es una «diferencia específica» sobreañadida al dado; además, afecta al colectivo, en el sentido de que la participación en una marca es la *privación* de otras: $N_k = (N_k, \overline{N}_r, \overline{N}_s ...)$. «Hablar castellano» no es tampoco una característica *específica* de «Hombre» (o un predicado de primer orden, respecto del predicado de segundo orden «lenguaje de palabras» que sería el predicable del hombre en general, como *animal loquens*) en la medida en que es una característica pensada como virtualmente universal (es la situación de las «religiones universales»), sea en un sentido *político,* sea en el sentido de Chomsky (el castellano puede ser hablado por cualquier individuo del «género humano»). Hay una evidente diferencia (que la Antropología filosófica no puede ignorar) entre la consideración («Antropología de Predicados») de la Idea de «Hombre» como una *clase genérica porfiriana,* entre cuyas notas intensionales figura, sin duda, el «lenguaje de palabras» (el «Logos»), un lenguaje que se *especificará* ulteriormente como *latín, griego, castellano*... y la consideración de esta Idea como una *clase genérica combinatoria* de notas disyuntivas (en conflicto dialéctico: el idioma griego, el latín, el castellano...) en función de los cuales el «lenguaje universal» supone, no ya solo la regresión a «estructuras profundas» sino, en todo caso, la traducción de unos idiomas en otros, o la eliminación de todos menos el que logra identificarse con el «estado universal»). A esta diferencia lógica, pues, corresponde una diferencia en la interpretación ontológica: la «Antropología de predicados» (la consideración de la nota «lenguaje de palabras» como predicado de segundo órden, respecto de los predicados de primer orden «hablar latín», «hablar castellano»...) se corresponde con el entendimiento de la Idea de Hombre como «sustancia» que se determina en «accidentes» histórico-culturales; la «Antropología dialéctica» no podrá aceptar como «accidente» esas determinaciones que constituyen precisamente el contenido mismo histórico cultural de la Idea de Hombre.

Es en situaciones análogas a las que estamos considerando, en donde la *Aritmética* y la *Lógica* se entretejen de modo peculiar, pero sin confundirse en modo alguno. Porque la Aritmética se nos manifiesta en la perspectiva de las partes acumulativas, y la Lógica, en la perspectiva de las partes distributivas; y estas perspectivas reaparecen, cada una, sobre los resultados de la otra (no son perspectivas absolutas). De ahí que las mismas acumulaciones «aritméticas» puedan ir engranadas en el curso de procesos lógicos, y recíprocamente.

Consideremos el caso más sencillo imaginable de estas totalidades que venimos denominando «géneros combinatorios disyuntivos», a saber, el caso en el cual las notas disyuntas sean solo dos (N_1, N_2). Esto significa que los elementos de T se comportaran como variables booleanas. O, si se prefiere, las variables booleanas se nos manifiestan ahora como un mero caso particular de

(84) G. Bueno, *El papel de la filosofía,* op. cit., pág. 183, nota 43.

los géneros combinatorios disyuntivos, siempre que esas variables sean utilizadas conjuntamente (como «cantidades booleanas» de una longitud extensional determinada). No se trataría, según esto, de entender las «variables booleanas» como el punto de partida originario, sobre el cual fuera preciso construir el concepto de las «totalidades disyuntas». Porque la binariedad es solo un caso particular y la variable aislada solo una situación-límite, que puede conceptualizarse desde la idea de «clase disyuntiva», pero no recíprocamente.

Podemos ilustrar esta situación con el conocido «juego de las vueltas» que se práctica con conjuntos de monedas. Tras una serie de operaciones (consistentes a dar la vuelta, un número indefinido de veces, a alguna o a todas las monedas de un conjunto, monedas, que descansan sobre una de sus caras) es posible *construir* (dialógicamente: «adivinar») la marca ocultada de una moneda dada del conjunto. No sería posible generalizar el juego a dados hexaédricos, etc.) (85). Las monedas del conjunto, por tanto, pueden considerarse como partes de un todo T (acumulativo, aunque isológico y discreto, poseedor de propiedades físicas, muchas de ellas distributivas —la temperatura del conjunto de monedas puede ser la misma que la temperatura de cada moneda— otras atributivas — el peso, por ejemplo). Pero este conjunto, a su vez, viene re-definido (en el juego y, en general, en el concepto mismo general de «moneda acuñada») como una totalidad de tipo $\mathfrak{T}$ disyuntiva, por especto de las notas intensionales (o propiedades) *cara* y *cruz* (o *anverso* y *reverso*). Estas propiedades son distributivas, porque afectan a todas las monedas, con la intención de afectar *a cada una* (es *cada una* la que posee una cara o una cruz, pero no el conjunto T; es el todo $\mathfrak{T}$ y no el T el que «tiene» cara y cruz). Además, las notas intensionales *cara* y *cruz* son disyuntivas en el juego: cada moneda (o parte de T) se comporta (respecto del todo $\mathfrak{T}$) como una variable booleana. Podríamos analizar esta estructura matricial mediante una tabla también matricial, como la siguiente:

$\mathfrak{T}$ \ T	Moneda 1	Moneda 2	Moneda 3	Moneda...	Moneda n
Cara	Cara 1	Cara 2	Cara 3	Cara...	Cara n
Cruz	Cruz 1	Cruz 2	Cruz 3	Cruz...	Cruz n

Hay una *clase de columnas* (cada uno de cuyos elementos se define por tener cara y cruz) y hay *dos clases de filas* (esta estructura lógica es similar a la constituída por los individuos vivientes de especies distintas por respecto de su sexo). Hay la clase de las *monedas,* y hay la clase de las *caras,* y la clase de las *cruces,* que mantienen entre sí relaciones combinatorias precisas. La «propiedad *moneda*» consta de dos *propiedades* (cara, cruz); la propiedad *cara* (o *cruz*) no consta de dos propiedades, pero sí va unida necesariamente (sinectivamente) a su disyuntiva. La clase de las monedas, pues, es de tipo T; la clase de las *caras* (como la de las *cruces*) es de tipo .

Solo cuando el conjunto que consideramos consta de más de una moneda (o variable booleana) tiene sentido hablar de dos tipos de *estados extensionales,* a saber, *pares* e *impares,* respecto de una propiedad disyuntiva (vinculada a su vez, sin duda, a alguna coordenada, v. gr., estar contigua a la superficie que la sostiene). En un conjunto de cinco monedas con cuatro caras y una cruz (en la posición «arriba»), el *estado* es «par» respecto de las caras y es «impar» respecto de las cruces. Un *estado universal* (las cinco caras, por ejemplo) tendrá la misma paridad del conjunto T; el *estado nulo* de una propiedad (no-cruces, si todas presentan la cara), pese a ser nulo lógicamente, es aritméticamente computable como *par,* y no absolutamente (de la misma manera que tampoco a° puede igualarse a 1 absolutamente) sino en virtud de su inserción en el curso operatorio de las operaciones de mutación (en virtud del hecho de que, al ser sometido a la operación consabida, y tras los «recuentos oportunos», nos devuelve al estado «impar»). Así, pues, una moneda aislada no podría ser considerada por sí misma, como una «clase unitaria primitiva combinatoria» (en general, entendemos las «clases unitarias», por nuestra parte, como derivaciones límite, pese a su «sencillez», de las clases no unitarias) porque en ella ningún *estado* podría ser par (como *negación* de impar) o impar (*ibid.*). Y si se considera *impar* (v. *par*) el conjunto por una sola de sus monedas, es en virtud de su inserción en cursos operatorios ulteriores, dados en conjuntos no unitarios. Esta observación tiene importancia, por cuanto ilustra la irreductibilidad de la llamada «cantidad booleana general» a la noción de «cantidad booleana simple» o elemental (86). Y esto significa algo que no deja de ser sorprendente, cuando nos consideramos situados en la perspectiva ordinaria (tecnológica) del Algebra: que la situación {1, 1}, por ejemplo, no es *deducible* de la situación {1}; que las funciones diádicas no son deducibles de las monádicas (en contra de la presunción de Sheffer), ni las triádicas lo son de las diádicas, etc. etc.

Ahora bien: Es la diferencia entre los estratos holóticos a nivel de partes (las monedas y las operaciones de mutación aplicadas sobre cada una de ellas) y aquellos que son dados al nivel del todo (o conjunto combinatorio en el cual aquellas partes van insertas) lo que permite dar cuenta de la *situación dialógica* en la que se desarrolla el juego que nos ocupa, y en el que intervienen dos sujetos, llamémoslos A y B. Porque la cuestión reside (creemos) no ya tanto en caracterizar *epistemológicamente* a los sujetos del juego («el sujeto A *conoce* un estado del conjunto de monedas, y el sujeto B *desconoce* la propiedad de la moneda que A le oculta, al tapar la moneda con la mano») cuanto en definir el papel *lógico* correspondiente a cada característica epistemológica presupuesta. Sugerimos que esta definición lógica puede llevarse a cabo recurriendo a la oposición entre *Parte* y *Todo,* a la vez que interpretando a los sujetos A y B como si fuesen *operadores* («sujetos gnoseológicos», y no

(85) El sujeto (operatorio) —jugador— B deja que el sujeto A le disponga a voluntad una colección de monedas (v. gr., cinco) presentando sus caras o cruces. B inspecciona el *estado* del conjunto (sin revelar a A la naturaleza de su operación) y A, sin que B pueda ver sus operaciones tampoco, dá un número indeterminado de vueltas a la monedas, tapando al final una con la mano. B, inspeccionando de nuevo las monedas que quedan al descubierto, puede *adivinar* la posición de la moneda que A mantiene oculta.

(86) Kuntzann, op. cit.

meramente «sujetos percipientes», que «conocen» o «desconocen»: en realidad, siempre conocen algo). El sujeto A y el B conocen el conjunto inicial finito de las monedas y su *estado*; el sujeto A opera mutaciones sin que el B conozca las monedas cambiadas (que permanecen ocultas) y esto significa: «Es posible operar sobre las partes sin que intervenga el sujeto B (que, en rigor, está siendo referido al Todo - lo que «conoce» es el todo —es decir, la paridad de la colección—, con abstracción de las partes). «Ocultar» monedas con la mano es, pues, el nombre *epistemológico* de la independencia lógica de la operación con las partes respecto del conjunto total. Además, B conoce el *número* de operaciones de A (las va contando: las operaciones forman una totalidad acumulativa) y, después, vuelve a examinar el *estado* resultante del conjunto, del cual A *oculta* una moneda. (A procede como si las mutaciones de unas monedas no repercutiesen en la oculta — es decir, abstrayendo su nexo a través del *estado total*— y por ello se asombra). B puede *adivinar* la marca de la moneda oculta («adivinar» es el nombre epistemológico de la operación lógica: «construir la marca»). Esta construcción, desde el punto de vista de A, como hemos dicho, es *asombrosa* (el *asombro* ha de coordinarse, por tanto, a la disociación entre la perspectiva de las partes y la del todo); diríamos que es *sintética* y no *analítica*, porque A manipuló acaso sobre algunas monedas del conjunto sin afectar a la moneda ocultada, o, recíprocamente, mudó la moneda que ha sido ocultada, manteniendo inalteradas las restantes (por lo cual le parece absurdo que pueda conocerse con necesidad —y no por azar— la marca de la moneda oculta). Y la mejor prueba (a partir de las *facta concludentia* de A) de que A no se sitúa en la perspectiva del *todo* es su estrategia habitual, tendente a «engañar» a B, mediante la realización de numerosos cambios sobre la misma moneda que mantendrá oculta, a la vez que alterando el órden, puesto que de este modo (piensa) ¿cómo podría B conocer la situación y estado de la moneda oculta inspeccionando las restantes monedas, si ignora si los cambios fueron dados a esta?. Podemos afirmar, por tanto, que el asombro de A se produce en el momento de la desconexión (lógicamente inteligible) con la perspectiva del todo disyuntivo (sin contar con las asociaciones parásitas relativas al órden de las monedas). B sabe, sin embargo, (cuando no actúa aplicando una regla puramente mecánica) que cada mutación (cambio en una parte) altera el tipo (la paridad) de estado del conjunto, y lo altera involutivamente (la mutación segunda, nos devuelve al estado de paridad del primer estado, aunque tenga otra *longitud*). Por consiguiente es la *cantidad* de operaciones, en tanto también puede disponerse según los estados de *par* e *impar*, aquello que se combina con el estado *par* ó *impar* del conjunto de monedas.

La cantidad de las operaciones, por tanto, es un concepto *aritmético* (una totalidad atributiva). Pero en él sólo consideramos un carácter *lógico*, a saber, la *paridad* y la *imparidad* (que sin perjuicio de ser conceptos matemáticos, se relacionan, a través de la operación «adicción de una unidad», según una forma involutiva, *autoformante*). La regla (isomorfa a la equivalencia de proposiciones) podría ser la siguiente (suponemos que operamos sobre *caras*; los cuadros de la tabla se refieren a *estados* resultantes):

Cardinal del estado inicial / Cardinal de las operaciones	Par	Impar
Par	Par	Impar
Impar	Impar	Par

Según esto, el *número par* de operaciones de mutación desempeña el papel de un módulo (idempotente, autoformante) al ser aplicado a los estados *par* o *impar*, porque un número par de operaciones aplicadas a un estado par, mantiene el estado par y un número impar, mantiene el impar. (La paridad de las operaciones no se confundirá con la paridad de los estados de las monedas, aunque todas ellas sean representables por los mismos símbolos 1, 0, dado que su comportamiento booleano es análogo). El número *impar* de operaciones es heteroformante: aplicado a estados *pares* de monedas (dá impar) o a estados impares (dá par); pero, en la medida en que a estos estados resultantes cabe aplicar de nuevo la operación idempotente, reobteniéndose los resultados cruzados, o diremos que se trata de una situación *involutiva* y, por tanto, según nuestro criterio, *lógica, autoformante.* En cualquier caso, el conocimiento, por B, del número de operaciones de A (que implica la operación aritmética *adición*) no va orientado en el sentido de una construcción aritmética, porque aquello que B determina en el número resultante es solamente su propiedad *par* o *impar* (en «5» solo percibe «impar», en cuanto opuesto a «par»), como si B juzgase sólo según «juicios reflexionantes» (en el sentido de Kant). Por ello, la suma de las operaciones, seguida del juicio reflexionante, podría ser sustituída por la *sucesión* de resultados disyuntivos *par/impar,* de suerte que fuera, por así decir, la propia sucesión real de las operaciones aquello que notificase a B la cualidad del estado del conjunto de monedas. Porque tanto dá alcanzar primero el resultado de una suma de uno a uno, para extraer después del resultado su carácter de par o impar, como atenerse de entrada al carácter par o impar que ha de tener un resultado de la suma por el hecho de suceder a otros previos opuestos.

Esto podría dar lugar a pensar (87) que la regla de construcción es la misma para el caso de una sola moneda que va cambiando y para el caso del conjunto de monedas. Esta sugerencia es muy ilustrativa, porque nos permite medir la diferencia entre lo que es una reducción operatoria y lo que es una reducción estructural. (La misma operación generadora, aplicada a materias diferentes, arroja resultados diferentes). Por ello, la reducibilidad de ambos casos a una regla común (en cuanto a la tarea de construcción de una variable y sus predicados) no ha de confundirse con la reducción de la estructura «cantidad booleana general» a la «variable booleana unitaria». Aunque puedo llegar a la situación de la moneda aislada como a un caso límite de la situación del conjunto de monedas, no puedo construir esta situación a partir de la primera. (Tampoco puedo construir un tensor a partir de un vector, aunque sí, recíprocamente, puedo considerar a un vector como un tensor de primer orden; y ello, porque la conexión entre los diferentes vectores de un tensor no es ella misma vectorial, como tampoco la articulación de las distintas variables booleanas en una cantidad booleana general es ella misma una cantidad booleana).

En resolución: Lo que cambia, disyuntivamente, en cada moneda aislada, es la propiedad *cara* (o cruz), y lo que cambia, en el conjunto de monedas, es la *paridad* de las propiedades (que es ya un «predicado de predicados»). Y lo que ocurre es que el cambio de esa paridad de propiedades (como predicado de predicados) se produce booleanamente, y en coordinación con el cambio (booleano) de cada propiedad. De ahí la posibilidad de una *regla* común («tecnológica»). Ahora bien: aún cuando las dos disposiciones impliquen, por así decir, una regla común, la regla común no implica la comunidad de las dos disposiciones. Precisamente por eso puede resultar *asombrosa* la construcción (en este juego, o en otros similares) aplicada al conjunto de monedas, a saber, precisamente porque ella es *trivial* aplicada a una variable (moneda) única. Una vez más, el *asombro* se nos manifiesta como el nombre psicológico que corresponde a la transición de un nivel de construcción lógico a otro más complejo, aún aplicando una regla tecnológicamente similar (un nivel que obliga a ligar la alternancia *cara/cruz* no solamente a 1/0, sino a la relación de «pares de caras» o «pares de cruces», a *estados* distintos, a su vez coordinables con 1/0).

Lo importante es, pues, advertir la diferencia entre la regla de construcción genética, que puede ser oblícua a la estructura, y la estructura misma (respecto de la regla interna). La regla tecnológica (práctica) puede apoyarse simplemente en la coordinación entre las alteraciones de cada moneda (booleanas) y las alteraciones (booleanas) de la paridad del conjunto, al estar coordinadas estas alteraciones por una relación muy sencilla (la alteración de una moneda, altera la paridad del conjunto). Pero esta regla práctica no necesita penetrar en la naturaleza lógica de las relaciones entre elemento y clase (como tampoco la relación entre las salidas y las entradas del ordenador necesita, para ser utilizada en los cálculos, penetrar en su «estructura profunda»). Y esto, sin llegar a tanto como pretendió Wagner en su interpretación de *Lohengrin* — sin llegar a pensar que el regreso a las cuestiones de *origen* suponga la destrucción de la relación, de la *estructura*. Pero sin excluir tampoco este pensamiento.

5. El criterio que hemos venido utilizando para establecer una línea de demarcación entre la Lógica formal y la Matemática —la distinción entre sistemas de operaciones autoformantes y heteroformantes— está pensado a escala de la llamada *Lógica formal* (o formalizada, o algebráica, o simbólica...). Pero, evidentemente, este criterio envuelve o está envuelto, por una Idea más amplia de la *logicidad*, a la cual podría regresarse a partir del propio criterio gnoseológico utilizado para la Lógica formal. Esta Idea más amplia de «Lógica», además de aplicarse a la Lógica formal, habría de cubrir aquellos trozos doctrinales de disciplinas tradicionalmente llamadas «lógicas» de un modo no gratuito, trozos doctrinales que, de hecho, no han podido pasar a los *cursos* de la lógica formal — pongamos por caso, toda la teoría de los *predicables*, cuyas diferencias hubieron de desvanecerse ante el formalismo nivelador de la lógica de clases, a saber, ante la relación «$A \subset B$». La Idea amplia de Lógica también tendrá que cubrir aquellos *momentos* lógicos realizados (o ejercitados) en las estructuras o procesos geométricos (la *esfera*, como esquema material de identidad, contiene un momento lógico; así como la *igualdad* de las razones entre los lados homólogos de dos triángulos *semejantes*), pero también físicos o biológicos. No es un objetivo del presente artículo el análisis de esta Idea amplia de *Lógica*, en tanto Idea que cubre no sólo a la Lógica formal, sino también a la «lógica informal». Tan solo diremos que esta Idea amplia de *Lógica* nos parece coordinable a la «constelación semántica» de conceptos tales como el de «igualdad por congruencia», «igualdad por coordinación», «semejanza», «coherencia», «identidad sustancial operatoria» (la del concepto de «baricentro» en cuanto intersección de las tres medianas de un triángulo en un *mismo* punto), etc. Esta constelación semántica contiene conceptos opuestos a aquellos otros (diversidad, contigüidad...) con los cuales pudieran constituirse constelaciones semánticas coordinables con los campos matemáticos, físicos, etc.

Evidentemente, si las Ideas lógicas no puede ser hipostasiadas, habrán de ser pensadas siempre como dadas (ejercitadas) en los procesos que tiene lugar entre los contenidos geométrico, físicos, etc. etc. (Por la identidad material dada en la *esfera* se «reproduce» la igualdad de los radios, pero en el mismo proceso de acumulación «por contigüidad» de estos radios diferentes; la identidad funcional dada en el desarrollo geométrico de la función parabólica, tiene lugar en el proceso de variación —por respecto de una recta— de la situación de los puntos de la curva).

Pero una vez que se ha regresado a una Idea amplia de Lógica tal que sea capaz de cubrir a la «lógica informal», la vuelta a la Lógica formal nos obliga a precisar su definición de un modo que puede resultar sorprendente. En tanto los *momentos* de la igualdad, semejanza, identidad, etc. solo pueden realizarse en los procesos de diversidad, de contigüidad, de diferencia, etc., habrá que reconocer que no decimos casi nada al caracterizar a la Lógica formal como una lógica que se acoge a los momentos de identidad, etc., incluídos en las operaciones autoformantes. Porque, o bien las operaciones autoformantes se encuentran por todos los lados, en la lógica informal, o bien hay que estrechar el alcance del concepto de lo «autoformante». La apelación a la Identidad (o semejanza, o igualdad, etc.) no sirve para definir el carácter autoformante de los procedimientos de la lógica formal; luego será preciso determinar los «parámetros» de esa identidad o semejanza constitutivos de las operaciones autoformantes lógico-formales. Nos ha parecido suficiente tener en cuenta las características de la igualdad, semejanza, etc., ligadas al simbolismo tipográfico (características geométricas, principalmente). Estas características sólo alcanzarían su significado gnoseológico por oposición a sus homólogas matemáticas. Al menos, sería de esta oposición o contraste de donde podría brotar la *representación* de los momentos de identidad ejercitados en los propios procesos formales.

(87) Debo esta sugerencia al prof. Julián Velarde Lombraña.