

El método de G. Pólya para resolver problemas matemáticos

Por

Emilio Méndez Pinto

*It is often said that to teach any subject well, one has to understand it “as least as well as one’s students do”.
It is a paradoxical truth that to teach mathematics well, one must also know how to misunderstand it at least
to the extent one’s students do!*

John H. Conway, prefacio a *How to solve it: A new aspect of mathematical method*

Publicado originalmente en 1945, *How to solve it: A new aspect of mathematical method*,¹ de George Pólya (1887-1985), marcó, como bien señaló Alan Schoenfeld, un antes y un después en la educación matemática.² A falta de una traducción de este libro en esta colección, creo que una buena opción (quizá, la segunda mejor opción, incluso antes de una reseña) para exponer su contenido es ofrecer un resumen algo esquemático del mismo.³ Por lo demás, me parece que el valor pedagógico de *How to solve it...* trasciende las matemáticas, y que ese aspecto del libro aún no ha sido suficientemente apreciado.

¿Cómo resolver un problema matemático?

Primer paso: debes *entender* el problema (lo que no se reduce a *comprender* el problema):

- ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición?
- ¿Es posible satisfacer la condición? ¿Es la condición suficiente, insuficiente, redundante, o contradictoria, para determinar la incógnita?
- Traza una figura y/o introduce una notación apropiada.
- Separa la condición en partes. ¿Puedes escribirlas?

Segundo paso: encuentra la conexión entre los datos y la incógnita. Si no encuentras una conexión inmediata, quizá debas considerar problemas auxiliares. Eventualmente, has de obtener un plan para la solución:

- ¿Te has encontrado antes con el problema o lo has visto bajo una forma ligeramente distinta?

¹ Pólya, G. (2014), *How to solve it: A new aspect of mathematical method*, Nueva Jersey: Princeton University Press. Existe traducción al español, de editorial Trillas.

² Schoenfeld, A. (1987), “Polya, Problem Solving, and Education”, *Mathematics Magazine*, vol. 60, no. 5, pp. 283-291.

³ Resumen esquemático tomado de Pólya, G. (2014), *How to solve it: A new aspect of mathematical method*, Nueva Jersey: Princeton University Press, pp. xvi-xvii.

- ¿Conoces algún problema relacionado? ¿Conoces algún teorema que pudiera ser útil?
- Pon atención a la incógnita e intenta pensar en un problema relacionado que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- Si hay un problema relacionado, ¿puedes usarlo? ¿Puedes usar sus resultados y/o sus métodos? Quizá debas introducir algún elemento auxiliar a fin de hacer posible su uso.
- ¿Puedes replantear el problema? Una vez replanteado, ¿puedes volver a replantearlo?
- Si no puedes resolver el problema propuesto, intenta resolver algún problema relacionado. ¿Puedes imaginar algún problema relacionado que sea más accesible? ¿Más general? ¿Más especial? ¿Algún problema análogo?
- ¿Puedes resolver una parte del problema? Si conservas sólo una parte de la condición y dejas de lado la otra, ¿qué tanto está determinada la incógnita? ¿Qué tanto varía?
- ¿Puedes derivar algo útil desde los datos? ¿Puedes pensar en otros datos que sean propicios para determinar la incógnita?
- ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos – o ambos, si es necesario – a fin de que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cerca la una de los otros?
- ¿Hiciste uso de todos los datos? ¿Hiciste uso de toda la condición? ¿Tomaste en cuenta todas las nociones esenciales supuestas en el problema?

Tercer paso: lleva a cabo tu plan:

- Revisa cada paso. ¿Puedes ver de manera clara que cada paso es correcto? ¿Puedes probar que es correcto?

Cuarto paso: mira hacia atrás examinando la solución obtenida:

- ¿Puedes revisar el resultado? ¿Puedes revisar el argumento?
- ¿Puedes derivar el resultado de manera distinta? ¿Puedes verlo de un vistazo?
- ¿Puedes usar el resultado o el método para algún otro problema?