Un argumento ingenuo a favor del principio de verdad necesaria como aquella verdad cuyo contrario es imposible

Por

Emilio Méndez Pinto

Propiamente dicho, el título de este breve trabajo debería de ser “Un argumento ingenuo a favor de los principios de verdad necesaria como aquella verdad cuyo contrario es imposible y de verdad imposible como aquella verdad cuyo contrario es necesario”. Todavía más propiamente dicho, o *estrictamente dicho,* debería de ser “Un argumento muy ingenuo a favor de los principios de verdad necesaria como aquella verdad cuyo contrario es imposible y de verdad imposible como aquella verdad cuyo contrario es necesario considerando un enunciado aritmético elemental”.

El primero de estos títulos ampliados, y obviamente los supuestos que se encuentran detrás de él, bien podría dar lugar, una vez sustituidas las nociones de “verdad necesaria”, “imposible”, “verdad imposible”, y “necesario” respectivamente por las nociones de “verdad contingente”, “posible”, “verdad posible”, y “contingente”, a un trabajo (en mi opinión) interesante que podría llevar por título: “Un argumento ingenuo a favor de los principios de verdad contingente [i. e., una verdad falsa en algún mundo posible] como aquella verdad cuyo contrario es posible [i. e., una verdad verdadera en algún mundo posible] y de verdad posible como aquella verdad cuyo contrario es contingente”.

Un trabajo de este segundo tipo se enfrentaría a dificultades serias si pretendiese que sus argumentos tuvieran validez universal, a menos, quizá, que imponga una restricción en los argumentos (como nuestra restricción de “considerando un enunciado aritmético elemental”).

Sin embargo, nuestra restricción no obedece a motivaciones de evadir una dificultad intrínseca al tema tratado. Más bien, obedece a lo siguiente:

1) Un solo caso, i. e., un solo caso de un enunciado aritmético elemental, basta con el fin de establecer nuestro argumento para cualquier caso *de ese tipo*.
2) La pertinencia de un título como “Un argumento ingenuo a favor del principio de verdad necesaria como aquella verdad cuyo contrario es imposible y de verdad imposible como aquella verdad cuyo contrario es necesario considerando un enunciado matemático elemental”, por ejemplo, *estaría condicionada a la elección del enunciado matemático elemental considerado,* y por tanto no cumpliría invariablemente con 1). Esto porque hay enunciados geométricos

elementales que, a pesar de ser verdaderos, son contingentes, como "La suma de los ángulos internos de un triángulo es $=180°$", que es verdadero y contingente a la vez (i. e., es una verdad contingente): su contrario "La suma de los ángulos internos de un triángulo no es $=180°$" (o "No es el caso que 'La suma de los ángulos internos de un triángulo es $=180°$'", o cualquier forma que se quiera emplear para frasear el enunciado "La suma de los ángulos internos de un triángulo no es $=180°$") es un enunciado perfectamente posible (además de empíricamente verdadero) para las geometrías no euclidianas tanto en su versión elíptica como en su versión hiperbólica.

Hechas estas aclaraciones, pasemos a nuestro tema.

Los principios de que una verdad necesaria es aquella verdad cuyo contrario es imposible y de que una verdad imposible es aquella verdad cuyo contrario es necesario pueden reducirse al siguiente principio general:

Si v *es una verdad necesaria (i. e., una verdad verdadera en todos los mundos posibles), entonces* ~v *es una verdad imposible (i. e., una verdad falsa en todos los mundos posibles) y* ~~v *es una verdad necesaria*.

Ejemplificando (particularizando) este principio general con un enunciado aritmético elemental, aquél queda como sigue:

Si $"3+2=5"$ *es una verdad necesaria (i. e., una verdad verdadera en todos los mundos posibles), entonces* $\sim"3+2=5"$ *es una verdad imposible (i. e., una verdad falsa en todos los mundos posibles) y* $\sim\sim"3+2=5"$ *es una verdad necesaria*.

Este principio general ejemplificado o particularizado puede fácilmente establecerse *ad infinitum*: El contrario de nuestra verdad necesaria es imposible; el contrario de esta verdad imposible es necesario; el contrario de esta última verdad necesaria es imposible; el contrario de esta última verdad imposible es necesario, y así ad infinitum:

$"3+2=5"$ es una verdad necesaria.

$\sim"3+2=5"$ es una verdad imposible.

$\sim\sim "3+2=5"$ es una verdad necesaria.

$\sim\sim\sim "3+2=5"$ es una verdad imposible.

$\sim\sim\sim\sim "3+2=5"$ es una verdad necesaria.

$\sim\sim\sim\sim\sim$ $"3+2=5"$ es una verdad imposible.

$\sim\sim\sim\sim\sim\sim$ $"3+2=5"$ es una verdad necesaria.

$\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim$ $"3+2=5"$ es una verdad imposible.

Ad infinitum.

Así, para este caso (y para todos los de este tipo), sucede que si *v* es una verdad necesaria, si es negada sucede que tal negación es una verdad imposible, la negación de tal negación es una verdad necesaria, la negación de la negación de tal negación es una verdad imposible, la negación de la negación de la negación de tal negación es una verdad necesaria, la negación de la negación de la negación de la negación de tal negación es una verdad imposible, la negación de la negación de la negación de la negación de la negación de tal negación es una verdad necesaria, la negación de la negación de la negación de la negación de la negación de la negación de tal negación es una verdad imposible, y así ad infinitum.

En breve, si antes de un enunciado aritmético elemental del tipo recién considerado se escribe un signo de negación quineano "~" un número impar de veces (lo que no equivale a negar tal enunciado aritmético elemental tres, cinco, siete, etc., veces), entonces resultan verdades imposibles. Si se escribe el mismo signo de negación un número par de veces (lo que no equivale a negar la negación de tal enunciado aritmético elemental tres, cinco, siete, etc., veces), entonces resultan verdades necesarias.

En la adenda de *El nombrar y la necesidad*,[1] Kripke sostuvo que "un enunciado matemático, si es verdadero, es necesario". Creo que, como ya insinuamos en 2), esta afirmación está condicionada al tipo de enunciado matemático que se elija. Desde luego, si

[1] KRIPKE, Saul, *El nombrar y la necesidad* (México: Instituto de Investigaciones Filosóficas (UNAM), 2005), p. 156.

los enunciados geométricos no están excluidos de la clase de enunciados matemáticos a los que se refiere Kripke, entonces su afirmación no es universalmente válida. Pero, siguiendo esta idea, sí podemos afirmar universalmente que "un enunciado aritmético, si es verdadero, es necesario".

Y también, por tanto, que "la negación de un enunciado aritmético verdadero produce una verdad imposible; la negación de esta verdad imposible produce una verdad necesaria, etc., etc., etc.".

La negación de una contradicción produce una tautología y la negación de una tautología produce una contradicción

En aras de lo que sigue, tendremos que comprometernos con una serie de supuestos epistemológicos. Éstos están esbozados en el *Tractatus* de Wittgenstein[2] y en los escritos de Ramsey sobre los fundamentos de las matemáticas.[3] En específico, nos interesa señalar que, si uno se compromete con tales supuestos epistemológicos, existe una relación de sinonimia entre las proposiciones necesarias y las tautologías y, correspondientemente, una relación de sinonimia entre las proposiciones imposibles y las contradicciones.

Los supuestos epistemológicos wittgensteinianos con los que nos comprometeremos con el fin de señalar lo anterior son las proposiciones 6.13, 6.2, 6.21, 6.211, 6.22, 6.23, 6.2321, 6.2322, 6.2323, 6.234, 6.2341, y 6.3 del *Tractatus*, a saber:

La lógica no es una teoría sino una figura especular del mundo.

La lógica es trascendental.

La matemática es un método lógico.

Las proposiciones de la matemática son ecuaciones, es decir, pseudoproposiciones.

La proposición matemática no expresa pensamiento alguno.

En la vida lo que necesitamos nunca es, ciertamente, la proposición matemática, sino que utilizamos la proposición matemática *sólo* para deducir de proposiciones que no pertenecen a la matemática otras proposiciones que tampoco pertenecen a ella.

---

[2] WITTGENSTEIN, Ludwig, *Tractatus logico-philosophicus* (España: Alianza Editorial, 2009), pp. 121-124.
[3] RAMSEY, Frank, *The Foundations of Mathematics* (EEUU: Martino Publishing, 2013), pp. 4-11.

La matemática muestra en las ecuaciones la lógica del mundo que las proposiciones de la lógica muestran en las tautologías.

Si dos expresiones vienen unidas por el signo de igualdad, ello quiere decir que son sustituibles una por otra. Pero si esto es el caso tiene que mostrarse en las dos expresiones mismas.

Que dos expresiones sean sustituibles una por otra, caracteriza su forma lógica.

Y que las proposiciones de la matemática puedan ser probadas, no quiere decir otra cosa sino que su corrección puede ser percibida sin necesidad de que lo que expresan sea ello mismo comparado, en orden a su corrección, con los hechos.

No es posible *afirmar* la identidad del significado de dos expresiones. Porque para poder afirmar algo de su significado tengo que conocer su significado; y en la medida en que conozco su significado sé si significan lo mismo o algo diferente.

La ecuación caracteriza sólo el punto de vista desde el que considero ambas expresiones, es decir, el punto de vista de su igualdad de significado.

La matemática es un método de la lógica.

Lo esencial del método matemático es trabajar con ecuaciones. Que toda proposición de la matemática deba entenderse por sí misma, es cosa que descansa precisamente en este método.

La investigación de la lógica significa la investigación de *toda legaliformidad*. Y fuera de la lógica todo es casualidad.

Tales son los supuestos epistemológicos con los que nos comprometeremos en aras de nuestra exposición. Dando por cierta su validez general, Ramsey desarrolló (en mi opinión, de una manera muy clara y convincente) su propia teoría sobre los fundamentos de las matemáticas (una teoría que adopta no sólo los supuestos logicistas de Wittgenstein, sino también los de Russell y Whitehead, y que es especialmente crítica con la filosofía formalista de las matemáticas).

He aquí un breve resumen de la teoría de Ramsey *adecuado para nuestros propósitos explícitos* (i. e., señalar que, por un lado, los términos “proposición necesaria” y “tautología” son sinónimos intercambiables y, por el otro, que los términos “proposición imposible” y “contradicción” son sinónimos intercambiables):

La correspondencia entre tautologías y proposiciones verdaderas, por un lado, y entre contradicciones y proposiciones falsas, por el otro, se debe al hecho de que las tautologías y las contradicciones pueden tomarse como argumentos para funciones de verdad justo como proposiciones ordinarias, y con el fin de determinar la verdad o la falsedad de la función de verdad, las tautologías y las contradicciones deben contarse, entre sus argumentos, respectivamente como verdaderas y falsas. Así (retomando un ejemplo de Ramsey), si "*t*" es una tautología, "*c*" una contradicción, entonces "*t* y *p*", "Si *t*, entonces *p*", y "*c* o *p*" son lo mismo que "*p*", mientras que "*t* o *p*" y "Si *c*, entonces *p*" son tautologías.

Pero es evidente que las proposiciones verdaderas y las proposiciones falsas a las que alude Ramsey no pueden ser *cualquier tipo* de proposiciones verdaderas y *cualquier tipo* de proposiciones falsas: las primeras no pueden ser *verdaderas en algún mundo posible* (i. e., posibles) y las segundas no pueden ser falsas en algún mundo posible (i. e., contingentes) porque los contrarios de las verdades posibles son verdades contingentes, mientras que los contrarios de las verdades contingentes son verdades posibles, y esta circunstancia contradice la hipótesis de que *la negación de una contradicción produce una tautología y la negación de una tautología produce una contradicción*. En definitiva, las proposiciones verdaderas a las que alude Ramsey tienen que ser proposiciones verdaderas en todos los mundos posibles (i. e., necesarias), y las proposiciones falsas a las que alude tienen que ser proposiciones falsas en todos los mundos posibles (i. e., imposibles).

Solamente así puede establecerse una correspondencia válida entre proposiciones verdaderas y tautologías, por una parte, y entre proposiciones falsas y contradicciones, por la otra. Para convencerse de esto, consideremos las definiciones que ofrece Ramsey en su teoría: una tautología concuerda con todas las posibilidades de verdad, mientras que una contradicción no concuerda con ninguna. La equivalencia entre estas definiciones y las que ofrecimos en el párrafo anterior salta a la vista inmediatamente.

Para dejar más claro lo referido por Ramsey, consideremos el siguiente ejemplo:[4]

(Aquí y en la tabla que sigue, *V* significa verdad, *F* falsedad, y *p* es una proposición.)

Si hay un solo argumento, sea la tautología "*p* o no *p*":

[4] Ibíd., p. 10.

p	
V	V
F	V

Esto no dice nada sobre el mundo; a partir de ello, no conocemos nada nuevo.

Sea la contradicción “*p* no es verdadera ni falsa”:

p	
V	F
F	F

Esto no representa un estado de cosas posible cuya existencia pueda ser comprobada.