

## A SOLUÇÃO PARACONSISTENTE AO PARADOXO DO MENTIROSO<sup>1</sup>

Rafael Ongaratto<sup>2</sup>

**RESUMO:** O artigo faz uma análise de uma solução paraconsistente ao paradoxo do mentiroso, a solução de Priest. Lógicas paraconsistentes são caracterizadas, em oposição à lógica clássica, por rejeitar o Princípio de Explosão, segundo o qual “de uma contradição, tudo se segue”. Priest, por sua vez, é um dialeteísta, uma interpretação da paraconsistência que admite a verdade de contradições. Sua resposta ao paradoxo do mentiroso, portanto, procura aceitar a frase do mentiroso como sendo uma sentença realmente paradoxal utilizando a LP, a “Lógica do Paradoxo”. Em seguida, esboçamos algumas críticas à sua posição. Por fim, avaliamos a solução de Priest ao paradoxo em comparação com as soluções canônicas de Tarski e Kripke.

**Palavras-chave:** Paradoxo do mentiroso; Lógica paraconsistente; Dialeteísmo; Priest.

**ABSTRACT:** The article makes an analysis of a paraconsistent solution to the liar paradox, namely, Priest’s solution. Paraconsistent logics are characterized, in opposition to classical logic, as rejecting the Principle of Explosion, which says that “from a contradiction everything follows”. Priest, in turn, is a dialetheist, an interpretation of paraconsistency that admits the truth of contradictions. His answer to the liar paradox, therefore, accepts the liar sentence as being a truly paradoxical sentence using LP, the “Logic of Paradox. Then, we propose some critiques of his position. Finally, we evaluate Priest’s solution to the paradox in comparison with Tarski and Kripke canonical solutions.

**Keywords:** The liar paradox; Paraconsistent logic; Dialetheism; Priest.

### Introdução

Uma das experiências filosóficas mais interessantes e mais acessíveis ao grande público é a exposição de paradoxos semânticos. Uma frase tão simples como a afirmação “Esta frase é falsa” é capaz de provocar surpresas e embaralhamentos mentais tanto a filósofos de profissão quanto àqueles que suspeitam da filosofia como uma atividade legítima. A surpresa do paradoxo do mentiroso, por sua vez, é que a afirmação “Esta frase é falsa” é *aparentemente* contraditória, ou seja, ela é verdadeira e falsa. Os esforços tradicionais de solução, dessa forma, são voltados à *dissipação* da contradição, mostrando como podemos entender a frase do mentiroso de maneira não-paradoxal. A tentativa de resposta ao paradoxo do mentiroso que analisaremos, no

---

<sup>1</sup> O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

<sup>2</sup> Mestrando pela Universidade Estadual de Campinas. Graduação em Filosofia pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. ORCID 0000-0001-5303-9054. E-mail: ongarattorafa@gmail.com.

entanto, é a solução proposta por Graham Priest, um defensor ferrenho de um tipo de lógica não-clássica denominada *paraconsistente*. Em linhas gerais, o que Priest pretende mostrar com sua argumentação é que a única alternativa viável frente ao paradoxo é aceitarmos que a aparente contradição não é apenas aparente: frases do tipo “Esta frase é falsa” são verdadeiras e falsas. Nessa medida, a solução de Priest é única no espectro do presente debate: sua solução, ao aceitar o raciocínio apresentado pelo paradoxo, procura lidar com aquilo que todas as outras posições consideram uma consequência inaceitável.

Não obstante, Priest não pode comer o bolo e guardá-lo para depois, pois aceitar que há frases cuja afirmação e negação são ambas verdadeiras em um determinado sistema lógico requer alterações profundas em relação aos tipos de inferências válidas. Adotando um raciocínio clássico, poderíamos facilmente derivar, de uma frase e sua contradição, outra frase qualquer:

1.  $v(\alpha) = V$  [hipótese]
2.  $v(\neg \alpha) = V$  [hipótese]
3.  $v(\alpha \vee \beta) = V$  sse  $v(\alpha) = V$  ou  $v(\beta) = V$  [valoração booleana clássica da disjunção]
4.  $v(\alpha \vee \beta) = V$  [1,3]
5.  $v(\alpha) = V$  sse  $v(\neg \alpha) = F$  [valoração booleana clássica]
6.  $v(\alpha) = F$  [2,5]
7.  $v(\beta) = V$  [3, 6]

A conclusão (7) vale para qualquer  $\beta$ , ou seja, se alguma contradição é verdadeira em um sistema clássico, pode-se provar a verdade de qualquer outra frase, o que trivializa o sistema. Denominamos esse princípio da lógica clássica de *Princípio de Explosão*. Há diferentes maneiras de evitarmos que esse princípio seja válido, no entanto, qualquer alternativa exige que abandonemos alguma das inferências clássicas, como o silogismo disjuntivo, o *modus ponens*, ou o princípio de contração (cf. PRIEST, 1979, p. 228).

Ao nos debruçarmos sobre a resposta de Priest, é especialmente recomendável analisar, em primeiro lugar, as razões específicas que o autor oferece para a adoção de sua posição. É tentador descartar a solução dialeteísta com base em seu valor *prima facie*, pois parece ser evidente que contradições não podem ser verdadeiras, ou seja, a conclusão de Priest seria uma redução ao absurdo de sua própria posição. No entanto, tratando-se de um paradoxo que perdura por mais de 2000 anos sem uma resposta definitiva, não é possível confiar inteiramente em nossa “intuição filosófica”.

## A Motivação Filosófica do Dialeteísmo

A crítica de Priest às supostas soluções anteriores ao paradoxo do mentiroso é que tais propostas tendem a simplesmente buscar construir uma linguagem em que o paradoxo do mentiroso não se origine: no caso de Tarski, a hierarquia infinita de linguagens não permite a construção de uma frase que tenha um predicado de verdade de mesmo nível, ao passo que a solução de Kripke evita que o predicado de verdade seja aplicável a frases que não remetam seu significado a frases totalmente despidas do predicado de verdade. No entanto, o problema com essas respostas é que há um aspecto em que tais respostas são *fabricadas*: o argumento que origina uma antinomia é apresentado, e a partir *disso* se procura realizar alguma alteração na linguagem para conter os danos. Não há um esforço independente de se pensar em como a linguagem é estruturada, ou algum argumento externo ao debate do mentiroso que permita mostrar a plausibilidade dessas soluções:

Uma solução nos diria qual premissa é falsa ou qual passo inválido; e, além disso, daria-nos uma *razão independente* para acreditar que a premissa ou o passo sejam inválidos. [...] Virtualmente, todas as 'soluções' aos paradoxos falham nesse teste e é por isso que eu digo que nenhuma solução foi encontrada (PRIEST, 1979, p. 220, tradução nossa).

Ao contrário dessas tentativas consistentes de responder ao paradoxo do mentiroso, Priest defende que aceitar que a contradição do mentiroso é verdadeira é a única alternativa viável no debate, e sua pretensão é mostrar que há argumentos independentes que mostram isso. Mesmo que a solução de Priest se mostre insatisfatória, é seu mérito trazer o debate do paradoxo "de volta ao chão", pois, por um lado, Tarski não procura responder o problema do paradoxo na linguagem natural (TARSKI, 1956[1933], p. 152). Por outro lado, Kripke não esclarece as suas razões filosóficas para adotar uma lógica paracompleta (KRIPKE, 1975)<sup>3</sup>.

Parte da razão pela qual Priest insiste no retorno da lógica a problemas concretos (nesse caso, problemas da linguagem natural) é que ele compreende a lógica como uma *matemática aplicada*:

O lógico formal é essencialmente um matemático aplicado. É seu trabalho construir sistemas matemáticos que modelam (no sentido físico, não lógico) algum fenômeno natural. O fenômeno em que o lógico está particularmente interessado é o raciocínio normal (ingênuo) realizado na linguagem natural (PRIEST, 1979, p. 225, tradução nossa).

---

<sup>3</sup> Estou reproduzindo, em linhas gerais, o raciocínio de Priest. Posteriormente, avaliarei se tal crítica é inteiramente justa para com Tarski e Kripke.

Nessa interpretação, sistemas formais são como modelos ideais na física: eles buscam *representar*, de maneira simplificada, um fenômeno mais complexo. Portanto, o lógico não deve apenas construir o máximo de sistemas formais que conseguir e deixar para as outras ciências a tarefa de aplicar o sistema mais conveniente à sua matéria. É parte essencial de seu trabalho buscar modelos que representem de maneira mais satisfatória nosso raciocínio na linguagem natural. Por isso, uma resposta satisfatória ao paradoxo não é apenas uma maneira de *evitá-lo*: devemos ser capazes de apontar qual a razão pela qual rejeitamos determinada premissa ou inferência.

Conforme exposto em “Logic of Paradox” (PRIEST, 1979) e desenvolvido em “Logic of Paradox Revisited” (PRIEST, 1984), a razão que Priest apresenta para a adoção de um sistema de lógica paraconsistente está diretamente relacionada ao Teorema da Incompletude de Gödel. Nas próximas páginas, faremos uma breve exposição do teorema de Gödel e alguns resultados importantes relacionados, para em seguida exibir o argumento de Priest baseado em tal prova.

Em linhas gerais, o Teorema da Incompletude de Gödel é uma prova da limitação de determinados sistemas formais de dedução. Ao montarmos um sistema formal, como, por exemplo, o sistema da Aritmético de Peano, listamos certos axiomas, que são enunciados tomados como verdadeiros que servem de base para a prova dos demais. A partir desses axiomas, podemos deduzir teoremas, que são enunciados derivados dos axiomas com base em regras lógicas. À princípio, poder-se-ia pensar que o conjunto dos enunciados verdadeiros coincide com o conjunto dos enunciados demonstráveis. Nesta hipótese, o fato de um enunciado ser verdadeiro significa que é possível derivá-lo a partir dos axiomas, ou seja, é possível obter uma prova desse enunciado.

A prova de Gödel mostrou que tal intuição é espúria: inicialmente provando para o sistema lógico de *Principia Mathematica*, e posteriormente estendendo o resultado para outros sistemas formais de tanta complexidade quanto aquele, o Primeiro Teorema da Incompletude prova que há enunciados verdadeiros que não são *demonstráveis no sistema em questão*. É importante esclarecer o que tal frase diz: não se afirma apenas que não há uma prova de todos os enunciados verdadeiros do sistema (essa prova seria trivial, pois o número de teoremas de um sistema complexo como o aritmético é grande o suficiente para ocupar os matemáticos por muito tempo ainda); também não se quer dizer que nunca se poderá provar que certos enunciados são verdadeiros, por alguma limitação humana, embora algum outro ser conseguisse obter tal prova. O que se prova de fato é que há enunciados verdadeiros cuja verdade não pode

ser provada a partir dos axiomas pelo fato desses axiomas serem *incompletos*, isto é, eles não são suficientes para deduzir todos os enunciados verdadeiros. Um exemplo recorrente de um possível candidato a ser um enunciado indemonstrável é o teorema de Goldbach, que afirma que todo número par é a soma de dois primos. Temos boas razões para pensar que tal teorema é verdadeiro ( $4 = 2 + 2$ ,  $6 = 3 + 3$ ,  $8 = 5 + 3$ , ...). Essas razões, contudo, não são conclusivas para demonstrar a verdade de tal, pois elas são de natureza indutiva. Pode ser que tal conjectura seja verdadeira, ou seja, para qualquer número par, há um par de primos que somados resultam no número em questão. Entretanto, caso a conjectura de Goldbach seja um enunciado indemonstrável, matemáticos dedicarão suas vidas a encontrar uma prova que não existe.

Repare bem: Gödel mostrou que *nos* sistemas em questão não é possível obter uma prova de todas as frases verdadeiras. No entanto, nada nos impede de empregarmos uma metalinguagem que seja capaz de derivar tais frases. Por via da metamatemática, portanto, ainda é possível demonstrar a verdade de enunciados indecidíveis em um sistema formal particular. A metamatemática seria o domínio do raciocínio informal dos matemáticos, que corresponde ao que Priest chama de nossos "procedimentos de prova ingênuos" (PRIEST, 1979, p. 222, tradução nossa).

Desse modo, temos o seguinte cenário: em determinados sistemas formais, existem enunciados verdadeiros cuja prova não pode ser estabelecida. No entanto, isso não significa que ao passarmos ao nível da metalinguagem, em que podemos realizar os procedimentos ingênuos de prova, também sejamos incapazes de mostrar a verdade de tais enunciados. Ainda que isso soe paradoxal, a distinção entre a linguagem-objeto e a metalinguagem permite dissolver essa aparência: a metalinguagem pode conter mais axiomas ou mais regras que permitem derivar algumas frases indecidíveis (a conjectura de Goldbach não é um desses casos). Conforme se expressa Priest,

[A] incompletude do sistema formal meramente mostraria que há problemas matemáticos além dos poderes de decisão de nossos procedimentos de prova. No entanto, não é apenas isso, pois podemos *mostrar* a verdade de alguns desses enunciados sem prova, i. e., provar no sentido ingênuo (PRIEST, 1979, p. 221, tradução nossa).

Entretanto, ao assumirmos algumas suposições suplementares, é possível derivar um paradoxo, que mostra que algumas frases de Gödel são demonstráveis e não são demonstráveis em um sistema formal. Basicamente, o raciocínio é o seguinte: a metamatemática é uma parte do raciocínio informal empregado na linguagem natural. Tal raciocínio poderia ser formalizado em uma linguagem de complexidade como a da aritmética, ou seja, o procedimento de prova

ingênuo pode ser representado na linguagem-objeto. *Nesse caso*, há um paradoxo, pois na mesma linguagem é possível mostrar a verdade de uma frase de Gödel e mostrar que não é possível prová-la.

Priest considera duas possibilidades que resolveriam o problema, mas que são inaceitáveis por razões independentes:

O teorema de Gödel apresenta um problema epistemológico que nunca foi diretamente enfrentado. Como pode ser resolvido? Uma maneira de sair do problema é aceitando que o conjunto de axiomas não é recursivo. Desse modo, supondo a tese de Church, não haveria uma maneira efetiva de decidir se algo é auto evidente! Isso obviamente não está em questão. Outra possibilidade é que nossos procedimentos de prova não sejam formalizáveis. Isso parece implausível, embora possa se argumentar em favor (PRIEST, 1979, p. 221-2, tradução nossa).

Cabe explicar melhor as noções empregadas por Priest em tal trecho. Em primeiro lugar, o que seria um conjunto de axiomas recursivo? Seja  $\Gamma$  o conjunto de axiomas em questão. Se tal conjunto é recursivamente definido, então haveria uma definição finita que mostrasse (i) as formas básicas dos axiomas e (ii) como obter outras formas quaisquer de axiomas a partir de axiomas mais básicos. Como exemplo, consideremos a definição de um operador matemático como o fatorial:

Seja  $n!$  o fatorial do número  $n$ . Nesse caso,

$$(i) 0! = 1$$

$$(ii) n! = (n-1)! \cdot n$$

Tal definição, apesar de possuir duas cláusulas apenas, é aplicável a qualquer  $n$  tal que  $n$  seja um número natural. Podemos calcular, por exemplo,  $3!$  com base em tal definição:  $0! = 1$ ;  $1! = 0! \cdot 1 = 1$ ;  $2! = 1! \cdot 2 = 2$ ;  $3! = 3 \cdot 2! = 3 \cdot 2 = 6$ .

Assim, se o conjunto de axiomas de  $\Gamma$  fosse recursivo, seria possível estabelecer, mesmo que tal conjunto fosse infinito, se um determinado enunciado pertence ou não a  $\Gamma$ . A característica de decidibilidade está conectada à computabilidade, pois, se há uma maneira de decidir se os axiomas pertencem ou não a determinado conjunto, então existe uma função que fornece valores 1 para enunciados que fazem parte dos axiomas, e 0 para aqueles não pertencentes<sup>4</sup>. Desse modo, se um conjunto é definido por uma função recursiva, então ele é

---

<sup>4</sup> Confira o seguinte trecho de “Computabilidade e Lógica”, que fornece uma definição mais precisa de tais expressões: “Um conjunto de, digamos, números naturais é *efetivamente decidível* se há um procedimento efetivo que, aplicado a um número natural, dá, em um tempo finito, a resposta correta à questão de se ele pertence a esse conjunto. Dessa maneira, representando a resposta 'sim' por 1 e a resposta 'não' por 0, um conjunto é efetivamente decidível se e somente se sua função característica é efetivamente computável” (BOLOS, 2012, p. 101).

computável e decidível (BOLOS, 2012, p. 101). Apenas admitir isso, não obstante, não é suficiente para impedir o surgimento do problema epistemológico oriundo do teorema de Gödel (na possibilidade visada por Priest, admitir-se-ia que o conjunto de axiomas *não* é recursivo, e tudo que estabelecemos é o que acontece caso ele *seja*). Logo, ainda é necessário admitir a tese de Church, "de acordo com a qual todas as funções efetivamente computáveis são recursivas, [o que] implica que todos os conjuntos efetivamente decidíveis são recursivos" (BOLOS, 2012, p. 101). Desse modo, por *modus tollens*, podemos afirmar que o conjunto de axiomas não é efetivamente decidível. Caso este seja o caso, não é possível determinar se um determinado enunciado não se segue dos axiomas, pois sempre pode haver um axioma a mais que não estávamos levando em conta. Priest, contudo, rejeita impetuosamente tal alternativa, sem adicionar razões posteriores. A outra possibilidade visada por Priest é que os próprios procedimentos de prova ingênuos não sejam inteiramente capazes de formalização, o que impediria o surgimento de um paradoxo, pois a prova da verdade da frase de Gödel ocorreria em um registro diferente da linguagem-objeto.

Analisemos com mais vagar o surgimento da divergência entre as provas na linguagem-objeto e na metalinguagem: em particular, a prova da *indemonstrabilidade* da frase de Gödel " $\neg\exists x \text{ Prov}(xg)$ ", em que " $\text{Prov}(xy)$ " é uma abreviação de " $x$  é o código para a prova (em P) de  $y$ ". Como  $g$  é o código para a fórmula " $\neg\exists x \text{ Prov}(xg)$ ", segue-se que essa frase de Gödel expressa sua própria indemonstrabilidade (PRIEST, 1979, p. 222).

- (1)  $\exists x \text{ Prov}(xg) \rightarrow \text{'}\exists x \text{ Prov}(xg)\text{'}$  é verdadeiro
- (2)  $\exists x \text{ Prov}(xg) \rightarrow g$  pode ser provado
- (3)  $\exists x \text{ Prov}(xg) \rightarrow g$  é verdadeiro
- (4)  $\exists x \text{ Prov}(xg) \rightarrow \neg\exists x \text{ Prov}(xg)$
- (5) Logo,  $\neg\exists x \text{ Prov}(xg)$  (PRIEST, 1979, p. 223).

A premissa (1) pode ser facilmente obtida pelo esquema-T da fórmula " $\exists x \text{ Prov}(xg)$ ". O esquema-T, de maneira simplificada, é a condição básica para aplicar o predicado "ser verdadeiro", que conecta aplicabilidade do predicado verdade à *asserção*, isto é,

(Esquema-T) ' $x$ ' é verdadeiro  $\leftrightarrow x$

(2), por outro lado, é consequência do fato de 'Prov' ser a relação de prova no sistema em questão. (3) pode ser obtida pela consideração da *correção* do sistema, ou seja, o fato de que tudo que pode ser provado em P é verdadeiro. (4), por fim, é derivado de (3) por uma aplicação do esquema-T para a fórmula " $\neg\exists x \text{ Prov}(xg)$ ", cujo código é  $g$ .



À primeira vista, tal raciocínio não incorre em problemas, pois ele é formulado na metalinguagem, em que se podem construir expressões da forma “x é verdadeiro”, em que “x” é o nome de uma frase da linguagem-objeto. Priest, entretanto, oferece um ponto forte contra essa distinção rígida entre a linguagem-objeto e a metalinguagem matemática: a ideia é que, na matemática, os processos de formalização axiomática servem para especificar os nossos métodos de prova ordinários. A prova da incompletude de Gödel mostraria que esses procedimentos possuem limitações. Contudo, o fato de poder provar informalmente as mesmas frases que não conseguimos formalmente é um paradoxo, pois se supõe que o sistema formal é uma estruturação de nosso raciocínio informal (ou seja, deveria haver uma correspondência entre o que é provado informal e formalmente).

No entanto, se a linguagem-objeto for semanticamente fechada – isto é, se existirem nomes para todas suas frases, e pudermos construir expressões da forma ‘x é verdadeiro’ – é possível replicar o argumento acima de maneira não problemática na linguagem-objeto. Assim, concluir-se-ia que a frase de Gödel é provada e não é provada na linguagem-objeto. Sob a suposição de *consistência* do sistema, tal conclusão é inaceitável. Recapitulando: uma construção correta da linguagem matemática exige uma teoria semanticamente fechada. Pelo Teorema da Incompletude de Gödel e outras suposições (supostamente) verdadeiras, tal teoria só pode ser inconsistente:

Nós vimos que a única maneira de resolver o problema – de fato, o único modo razoável – é aceitar que a correta formalização de nossos métodos ingênuos de prova deve ser uma teoria semanticamente fechada e inconsistente (PRIEST, 1979, p. 224, tradução nossa).

Não devemos diminuir a radicalidade do que está sendo afirmado por Priest: ele quer dizer que existem frases que são verdadeiras e falsas. Autores não-dialeteístas procuram evitar incondicionalmente tal conclusão, pois, pelo princípio de explosão, de uma contradição tudo se segue, ou seja, trivializaríamos o sistema. Portanto, é ônus inicial de Priest apresentar uma teoria em que o princípio de explosão não seja válido, ou seja, ele deve construir uma lógica paraconsistente. Esse é o diagnóstico de Priest após apresentar o argumento do paradoxo de Gödel:

Nas duas últimas seções, argumentei que teremos que lidar com sistemas com contradições. Se nós vamos fazer isso, temos que descartar a lógica “clássica”, pois contradições possuem um modo horrível de infectar teorias formalizadas classicamente (PRIEST, 1979, p. 226, tradução nossa).



## A Lógica do Paradoxo

Para modelar raciocínios metamatemáticos contraditórios, Priest propõe uma lógica alternativa à lógica clássica, que denomina de Lógica do Paradoxo (LP). Em LP, uma fórmula pode ser (i) apenas verdadeira, (ii) apenas falsa, ou (iii) verdadeira e falsa. No caso de a fórmula ser verdadeira e falsa, designamo-la como paradoxal – p – (PRIEST, 1979, p. 226). A ideia, semelhante à construção de Kripke na seção anterior, é que a lógica clássica seja preservada nos casos (i) e (ii), em que não há nenhuma diferença no valor designado para as fórmulas. No caso (iii), no entanto, formar uma operação sobre fórmulas paradoxais só gerará fórmulas paradoxais, a não ser que o valor de verdade da fórmula obtida possa ser decidido classicamente. Assim, os valores dos operadores são os seguintes:

- (a)  $v(\neg \Phi) = V$  sse  $v(\Phi) = F$ ;  $v(\neg \Phi) = p$  em qualquer outro caso.
- (b)  $v(\Phi \rightarrow \Psi) = V$  sse  $v(\Phi) = F$  ou  $v(\Psi) = V$ ;  $v(\Phi \rightarrow \Psi) = F$  sse  $v(\Phi) = V$  e  $v(\Psi) = F$ ;  $v(\Phi \rightarrow \Psi) = p$  em qualquer outro caso.
- (c)  $v(\Phi \wedge \Psi) = V$  sse  $v(\Phi) = V$  e  $v(\Psi) = V$ ;  $v(\Phi \wedge \Psi) = F$  sse  $v(\Phi) = F$  ou  $v(\Psi) = F$ ;  $v(\Phi \wedge \Psi) = p$  em qualquer outro caso.
- (d)  $v(\Phi \vee \Psi) = V$  sse  $v(\Phi) = V$  ou  $v(\Psi) = V$ ;  $v(\Phi \vee \Psi) = F$  sse  $v(\Phi) = F$  e  $v(\Psi) = F$ ;  $v(\Phi \vee \Psi) = p$  em qualquer outro caso<sup>5</sup>.

Conforme mostrado por Priest, LP preserva todas as tautologias clássicas, contudo, a relação de consequência lógica é alterada. Entre as regras que devem ser descartadas, destacam-se o silogismo disjuntivo e o modus tollens. Nesses casos, tais regras são quase válidas: elas preservam a verdade contanto que os valores de verdade se limitem aos clássicos (PRIEST, 1979, p. 228). Priest enfatiza esse aspecto, pois, como seu objetivo é construir uma lógica para o raciocínio ordinário matemático, nos contextos normais essas regras são preservadas: “[...] o objetivo desse exercício foi construir uma lógica que pudesse ser utilizada (em conexão com uma teoria semanticamente fechada) para capturar o raciocínio ingênuo matemático” (PRIEST, 1979, p. 232, tradução nossa).

Desse modo, temos uma imagem formada do sistema dialeteísta priestiano: algumas contradições são verdadeiras. No entanto, disso não se segue que todas as frases são verdadeiras, pois o sistema foi construído de tal maneira que o princípio de explosão não é

<sup>5</sup> Priest também procura esboçar uma lógica quantificacional (PRIEST, 1979, p. 229).

válido. Esse abandono não foi gratuito, pois foi necessário restringir a validade de algumas regras de inferência básicas. Finalmente, como algumas contradições podem ser verdadeiras, segue-se que se o raciocínio empregado para derivar a verdade e a falsidade do paradoxo do mentiroso for válido, não há razão para não aceitar que essa frase é contraditória. Tal frase, no entanto, será tratada como uma anomalia, que deve ser posta em 'quarentena' em relação aos contextos normais de raciocínio.

### **Críticas a Priest**

Ao discutirmos o sistema dialeteísta de Priest, é sempre tentador se conformar com a seguinte objeção: ora, uma das conclusões do sistema de Priest é que algumas contradições são verdadeiras. Logo, por redução ao absurdo, não devemos adotar o dialeteísmo.

É possível adotar essa posição radical contra a lógica do paradoxo. Contudo, nesse caso estaríamos em um caso de deep disagreement, ou seja, não haveria espaço lógico para o debate entre os dialeteístas e seus opositores, pois a tese defendida pelos dialeteístas é negada pelos opositores com base em alguma de suas suposições básicas.

Uma maneira mais interessante de argumentar contra o dialeteísmo é, ao invés de atacar diretamente sua tese, mostrar que o argumento fundamentado na prova de Gödel que a sustenta não é sólido. Tal estratégia serviria tanto para o opositor radical quanto para os demais, e seu sucesso derrotaria de vez o dialeteísmo (ao menos aquele com base na prova de Gödel). É isso que realiza Charles Chihara em seu artigo "Priest, the Liar and Gödel" (CHIHARA, 1984), que reconstruirei brevemente aqui.

Em resumo, ao apresentar o paradoxo de Gödel, Priest rechaça duas alternativas que seriam maneiras de resolver tal problema sem precisar assumir um sistema inconsistente: (i) a possibilidade de os axiomas do sistema não serem decidíveis, ou (ii) a impossibilidade de se formalizar por completo o nosso raciocínio ingênuo. Após descartá-las, o caminho para a inconsistência é o único trilhável.

Segundo Chihara, tanto (i) quanto (ii) são alternativas mais razoáveis que a solução de Priest. Em primeiro lugar, o autor da LP não oferece um argumento específico em favor da decidibilidade dos axiomas do sistema em questão; em segundo lugar – e essa é a crítica mais robusta de Chihara –, não é irrazoável supor que os procedimentos de prova comuns não sejam totalmente formalizáveis:

É questionável que o "paradoxo" de Priest possa ser bloqueado apenas supondo que nossos procedimentos de prova ingênuos sejam inconsistentes.

[...] De acordo com Priest, é inegável que [Q] os procedimentos a partir dos quais viemos a conhecer verdades matemáticas as provando de verdades autoevidentes podem ser completamente formalizáveis em um sistema P que está aberto aos resultados da incompletude de Gödel. [Q] é inegável? Certamente não. [...] De fato, muito do que é implicado por [Q] foi questionado por uma variedade de distinguidos matemáticos, lógicos e filósofos. Assim, se chegasse a uma escolha entre [Q] e a Lei de não Contradição, não hesitaria em escolher a última e rejeitar a primeira [...]. É bem sabido que muitos lógicos matemáticos [clássicos e intuicionistas] sustentaram que nem todos nossos procedimentos de prova matemáticos podem ser *completamente* formalizados. De fato, o próprio Gödel duvidou da completa formalização [...] Anti-mecanicistas também rejeitaram as suposições de Priest (CHIHARA, 1984, p. 121-2, tradução nossa).

Em resumo, o erro de Priest seria, ao colocar em comparação o Princípio de não contradição (PNC) e o princípio Q, tratar o princípio Q como um princípio não revisável e o PNC como um princípio que podemos estar dispostos a revisar, caso tenhamos argumentos bons para isso. Nesse cenário, ao sermos confrontados com a escolha entre revisar o PNC ou Q, somos obrigados a revisar o PNC, por conta da característica não revisável de Q.

Um segundo caminho pelo qual podemos explorar um (aparente) ponto fraco do dialeteísmo é pelo paradoxo de Curry: embora não seja possível trivializar o sistema a partir de contradições, talvez a implicação forneça métodos de obter qualquer enunciado como consequência lógica do paradoxo de Curry, culminando na trivialização da “Lógica do Paradoxo”. O paradoxo de Curry é provocado por um condicional da forma

( $\Psi$ ) Se  $\Psi$  é verdadeira, então  $\Phi$ .

Pelo raciocínio da linguagem natural, conseguimos derivar  $\Phi$  como consequência da frase de Curry. Poderíamos, dessa forma, pensar que a Lógica do Paradoxo, apesar de estabelecer uma distinção entre inconsistência e trivialidade, ainda não consegue evitar a trivialidade. É importante destacar, não obstante, que um dos pontos fortes da Lógica do Paradoxo é que ela é capaz de lidar com tais objeções. Uma vez que Priest aceitou contradições em seu sistema, é necessário realizar reformas em suas inferências válidas, o que implica que há margem para abandonar certos princípios inegociáveis na lógica clássica:

O paradoxo de Curry, como ele o propõe, trata-se do princípio de inferência que se chama “absorção”:

$$\{\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)\} \vdash \alpha \rightarrow \beta$$

[...] um critério de adequação para a solução do problema de formular uma teoria da implicação é que ela não pode validar a asserção (ou absorção). (PRIEST, 2006b, p. 84, tradução nossa).

Outra crítica engenhosa contra o dialeteísmo é derivada de uma análise do problema que

o paradoxo do mentiroso oferece, conforme exposta, por exemplo, em *O mentiroso contra-ataca: a inadequação do dialeteísmo* (cf. ARENHART; MELO, 2016). Vale a pena desenvolver de maneira detalhada tal objeção, pois ela oferece algumas lições fundamentais sobre a estrutura geral dos argumentos do paradoxo do mentiroso.

Um cenário inicial nos mostra que uma primeira manifestação do mentiroso ocorre na forma do "mentiroso simples", em que o verdadeiro é contraposto diretamente ao falso, como é natural se assumir na lógica clássica. Na tentativa de preservar a intuição da linguagem natural, tentamos adicionar outros valores de verdade entre o verdadeiro e o falso. Nesse caso, o mentiroso simples não é contraditório, pois a frase em questão não seria nem verdadeira nem falsa. Há muitas possibilidades de prosseguir nesta etapa: podemos adicionar um terceiro valor de verdade,  $n$  valores de verdade, ou caracterizar a distância entre o verdadeiro e o falso como a distância entre o 0 e o 1 na série dos números reais.

Por mais que se tente resolver o paradoxo dessa maneira, a vingança do mentiroso é recorrente. Através da reformulação do mentiroso, constrói-se o "mentiroso reforçado", que reformula a oposição do mentiroso simples, dessa vez entre o verdadeiro e o seu complemento (por exemplo, suponhamos que há 3 valores de verdade. O complemento da verdade são todos aqueles valores de verdade que são distintos da verdade – a falsidade e o terceiro valor). “[...] a construção retorcida que sempre faz o Mentiroso manter a alternância de valores de verdade entre a verdade e o seu complemento e vice-versa – seja lá o que for o complemento em questão [...]” (ARENHART; MELO, 2016, p. 31).

Esse insight não deve ser depreciado: notar uma estrutura geral a que as diversas variantes do mentiroso se conformam significa notar que essas formulações são, essencialmente, o mesmo paradoxo (PRIEST, 2006a, p. 24).

Para ser possível formular o paradoxo do mentiroso, portanto, a negação deve se comportar de um modo específico: ela deve opor a verdade não meramente à falsidade, mas sim ao seu complemento. Isto é, seja  $p$  uma frase qualquer. Caso negar  $p$  implique apenas que  $p$  é falso, e a linguagem em questão possua gaps, por exemplo – ou seja, ela possua os valores tradicionais e um valor de verdade indeterminado –, então não é possível construir o paradoxo do mentiroso nessa linguagem, pois não há maneira de contrapor o verdadeiro ao seu complemento<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup> Note que as objeções feitas a Kripke se fundamentam com base nessa caracterização do paradoxo: a linguagem de Kripke expressa apenas a oposição entre o verdadeiro e o falso, concedendo um terceiro valor de verdade indeterminado. A possibilidade de expressar uma negação mais forte na metalinguagem, no entanto, abre o caminho para que o mentiroso possa derivar paradoxos novamente.

Portanto, a negação de  $p$  deve alternar entre o verdadeiro e o seu complemento. Recapitulemos o que foi dito: a contradição do mentiroso possui certa estrutura, que para poder ser formulada exige que empreguemos uma negação que oponha o verdadeiro ao seu complemento. Em termos de dependência conceitual, isso significa que o modo como operamos com a negação deve se basear na nossa caracterização de contradição (ARENHART; MELO, 2016, p. 34, e PRIEST, 2006a, p. 77).

Em relação à noção de contradição, Priest corrobora com a visão da lógica aristotélica: “[...] se  $a$  é um enunciado qualquer, seja  $\sim a$  a sua contraditória. [...] Quais relações valem entre eles? A lógica tradicional e o senso comum são bem claros sobre o mais importante: temos que ter pelo menos um do par, mas não ambos” (PRIEST, 2006a, p. 78, tradução nossa).

Resumidamente, a crítica feita a Priest é que ele, ao aceitar que um enunciado possa ser verdadeiro e falso, não está cumprindo com uma condição semântica de sua teoria, que é a noção intuitiva de contradição. Como essa condição lança luz sobre a sintaxe de sua “Lógica do Paradoxo”, segue-se que a “Lógica do Paradoxo” deve conformar sua noção de contradição a uma interpretação intuitiva de contradição. No entanto, isso não é possível, pois, apesar de conseguir resguardar a validade da Lei do Terceiro Excluído e a Lei de Não Contradição, Priest não preserva o sentido original de contraditoriedade: dois enunciados que são exaustivos – pelo menos um deles é verdadeiro -, e exclusivos - apenas um é verdadeiro. Ao não cumprir com o requisito de exclusividade – dado um par de contraditórias, alguns pares são ambos verdadeiros -, Priest falha em preservar o sentido intuitivo de contraditoriedade, ainda que sua sintaxe fique intacta. A relação real representada por um par de contraditórias no sentido priestiano é capturado pela relação de subcontrariedade:

Dado que a negação de LP permite que uma sentença e sua negação sejam ambas verdadeiras, temos que ela representa uma relação mais fraca: a relação de subcontrariedade que é definida da seguinte maneira:

**SB:**  $\alpha$  e  $\beta$  são *subcontrárias* quando elas não podem ser ambas falsas, mas podem ser ambas verdadeiras (ARENHART; MELO, 2016, p. 36).

Com isso, Priest possui apenas um caminho – caso ele queira salvar o dialeatismo: ele deve continuar insistindo na adequação da sintaxe de LP, negligenciando noções semânticas pré-formais. Essa estratégia, entretanto, tem um custo alto a pagar: a lógica passa a ser não mais uma ciência aplicada, que busca o modelo adequado para descrever as linguagens naturais, mas sim revisionista, sujeita às mesmas objeções feitas ao projeto de Tarski. Como vimos, entretanto, Priest explicitamente concebe a lógica formal como uma ciência aplicada: “O lógico formal é essencialmente um matemático aplicado” (PRIEST, 1979, p. 225, tradução nossa). Por

outro lado, a essência do paradoxo do mentiroso, segundo Priest, depende, para poder ser formulado, de uma noção adequada de contradição, que é a própria noção que ele não aceita em seu sistema, representando, ao invés disso, a noção mais fraca de subcontrariedade.

### Referências

ARENHART, J. R. B.; MELO, E. S. O mentiroso contra-ataca: a inadequação do dialeteísmo. *Fundamento*, vol. 13, p. 23-50, julho-dezembro, 2016.

CHIHARA, C. Priest, the liar, and Gödel. *Journal of Philosophical Logic*, vol. 13, p. 117-124, 1984.

GÖDEL, K. *On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems*. Tradução: B. Meltzer, Nova York: Dover Publications Inc, 1992.

KRIPKE, S. Outline of a theory of truth. *The Journal of Philosophy*, vol. 72, n. 19, p. 690-716, novembro, 1975.

PRIEST, G. *Doubt Truth to be a Liar*. Oxford: Oxford University Press, 2006a.

PRIEST, G. *In Contradiction: a study of the transconsistent*. 2 ed. Oxford: Clarendon Press, 2006b.

PRIEST, G. Logic of paradox revisited. *Journal of Philosophical Logic*, vol. 13, p. 153-179, 1984.

PRIEST, G. The logic of paradox. *Journal of Philosophical Logic*, vol. 8, p. 219-241, 1979.

TARSKI, A. The Concept of True Sentence in Formalized Languages. In: *Logic, Semantics, Metamathematics: papers from 1923 to 1938*. Tradução: J. H. Woodger. Oxford: Clarendon Press, 1956.