POZORUHODNÉ LOGICKÉ SYSTÉMY (I)
HINTIKKOVA "LOGIKA PODPORUJÍCÍ NEZÁVISLOST"

Jaroslav PEREGRIN*

V 1. a 2. ročníku ORGANONu Pavel Cmorej ve svých *Kapitolách z logické syntaxe* předváděl, jak je přirozený jazyk možné nahlížet prismatem 'standardní' logiky. Historicky ovšem neexistuje jedna logika, ale různé logické systémy, které spolu částečně soupeří (tak jako třeba klasická a intuicionistická logika), částečně jeden druhý rozšiřují (jako třeba klasický výrokový a klasický predikátový počet) či se navzájem doplňují (jako například modální a temporální logika). To co je v logice obecně přijímáno za standard, je fakticky výsledkem interakce a soutěžení různých neustále vznikajících systémů.

V tomto čtyřdílném seriálu bych chtěl čtenářům ORGANONu přiblížit několik logických systémů, které byly vytvořeny či 'oprášeny' v nedávné době a jejichž vztah k logickým standardům je zatím ve stádiu diskuse. Jejich společným jmenovatelem je to, že jsou nějak zajímavé právě z hlediska analýzy přirozeného jazyka.

První ze systémů, kterému se budu věnovat, takzvaná *independence-friendly logic* (zkráceně IFL; "logika podporující nezávislost")[1] navržená finským logikem a filosofem Jaakko Hintikkou, vzbudil v nedávné době poměrně velký rozruch. Jeho autor ho prezentoval s tvrzením, že *de facto* vyvrací slavnou Tarského větu stanovící, že žádný konzistentní jazyk není schopen vyjádřit svou vlastní pravdivost. Podívejme se nejprve na to, jak to s tímto vyvrácením je.

Paradox lháře zná každý: řeknu-li "Právě teď lžu", pak, jak se zdá, z předpokladu pravdivosti mého výroku vyplývá jeho nepravdivost a naopak. Obecně je tento paradox vyvoláván větou, která sama o sobě tvrdí, že je nepravdivá - to jest, můžeme říci, větou *Já nejsem pravdivá*. Jakmile mohu v nějakém jazyce takovou větu formulovat, mám paradox lháře a příslušný jazyk je tedy rozporný[2].

Co je potřeba k tomu, abych mohl v nějakém jazyce takovýto 'lhářovský výrok' formulovat? Zřejmě potřebuji (i) nějaký prostředek, který mi dovolí v rámci věty pojmenovat tuto větu samu ("já"), (ii) negaci ("ne"), a (iii) predikát pravdivosti ("být pravdivý"). Kdykoli tedy jazyk obsahuje tyto tři prostředky (a gramatickou možnost z nich sestavit inkriminovanou větu), je nutně nekonzistentní[3]. Tarského větu nyní můžeme vidět jako v podstatě triviální důsledek tohoto faktu: obsahuje-li jazyk negaci a mohou-li v něm výroky referovat k sobě sama, nemůže, nemá-li být sporný, obsahovat predikát pravdivosti.

Paradox je ovšem, teoreticky vzato, zřejmě možné blokovat i tak, že jazyku odepřeme některý jiný z potřebných prostředků. Poněkud problematické je to s (i), protože jak ukázal Gödel, jakmile je náš jazyk schopen vyjádřit elementární

ORGANON F 7 (2000), No. 1, 90-96

aritmetiku, je (i) triviálně splněn[4]. Mohli bychom ale jazyku samozřejmě odepřít negaci - a to je právě to, co dělá Hintikka. IFL tedy může obsahovat svůj vlastní predikát pravdivosti prostě proto, že neobsahuje negaci (přesněji řečeno obsahuje jenom 'negaci', která není aplikovatelná na každou větu).

Z tohoto pohledu tedy jeho 'vyvrácení Tarského' vypadá jako hodně laciný trik. Tak jednoduché to ale s Hintikkovou logikou přece jenom není - to, že IFL neobsahuje skutečnou negaci není jenom *ad hoc* tahem směřujícím k blokování paradoxu lháře; je výsledkem Hintikkových úvah o povaze logiky.

Hintikkova IFL vznikla na základě úvah o tzv. 'herní' (*game-theoretical*) sémantice pro standardní predikátový počet, kterým se tento autor věnoval po dlouhá desítiletí[5]. Takovou sémantiku můžeme vybudovat následujícím způsobem:

S každým (interpretovaným) výrokem V predikátového počtu spojíme hru H[V] pro dva hráče (které budeme nazývat 'Já' a 'Příroda') následujícím způsobem[6]:

I. H[$R(t_1,...,t_n)$] probíhá tak, že jsou-li $t_1,...,t_n$ v relaci R, vítězím *Já*, jinak vítězí *Příroda*.
II. H[$\neg V$] probíhá tak, že si nejprve *Já* a *Příroda* vyměníme role, a pak se hraje H[V].
III. H[$V_1 \wedge V_2$] probíhá tak, že *Příroda* vybere jeden z výroků V_1, V_2 a hraje se jemu příslušní hra.
IV. H[$V_1 \vee V_2$] probíhá tak, že *Já* vyberu jeden z výroků V_1, V_2 a hraje se jemu příslušná hra.
V. H[$\exists x V[x]$] probíhá tak, že *Já* zvolím prvek a univerza a hraje se H[$V(a)$].
VI. H[$\forall x V[x]$] probíhá tak, že *Příroda* zvolí prvek a univerza a hraje se H[$V(a)$].

Tak například hra spojená s výrokem $\forall x \forall z \exists y \exists u\, R(x,z,y,u)$ probíhá následovně:

1. *Příroda* volí prvek x
2. *Příroda* volí prvek z.
3. *Já* volím prvek y.
4. *Já* volím prvek u.
5. Jsou-li x, z, y, u ve vztahu R, vítězím *Já*, jinak vítězí *Příroda*.

Nyní se dá snadno ukázat, že výrok V je pravdivý (v klasickém smyslu) právě tehdy, když mám *Já* vítěznou strategii ve hře H[V], a je nepravdivý právě tehdy, když má vítěznou strategii *Příroda*. Herní sémantika klasického predikátového počtu je tedy v tomto smyslu ekvivalentní sémantice standardní.

IFL nyní vznikne tak, že se v "herně" interpretovaném predikátového počtu připustí možnost 'utajování' předchozích tahů. To znamená, že se připustí i hry, při kterých nemá jeden z aktérů v momentě svého tahu dokonalou znalost o předchozích tazích svého protivníka. Hry tohoto nového typu budeme označovat pomocí nového druhu formulí využívajících symbolu "/" tak, že napíšeme-li T_2/T_1, bude to znamenat 'aktér tahu T_2 neví, jak jeho protihráč předtím provedl tah T_1'. Tak například hra spojená s výrokem $\forall x \forall z\, \exists y / \forall z\, \exists u / \forall x\, R(x,z,y,u)$ probíhá následovně:

1. *Příroda* volí prvek x.
2. *Příroda* volí prvek z.
3. *Já* volím prvek y, *aniž přitom vím, jaké z bylo zvoleno Přírodou.*
4. *Já* volím prvek u, *aniž přitom vím, jaké x bylo zvoleno Přírodou.*
5. Jsou-li x, z, y, u ve vztahu R, vítězím *Já*, jinak vítězí *Příroda*.

Vezměme například výrok (1) klasického predikátového počtu a výrok (2) IFL.

(1) $\forall x \forall z \exists y \exists u$ (**Obdivuje**$(x,y) \wedge$ **Obdivuje**$(z,u) \wedge (y \neq u)$)
(2) $\forall x \forall z\, \exists y / \forall z\, \exists u / \forall z$ (**Obdivuje**$(x,y) \wedge$ **Obdivuje**$(z,u) \wedge (y \neq u)$)

Představme si, že máme univerzum tvořené třemi individui, označme je A, B a C, a předpokládejme, že každé z těchto individuí obdivuje zbývající dvě. To znamená, že

A obdivuje B a C
B obdivuje A a C
C obdivuje A a B

Pak zřejmě platí, že výrok je (1) je pravdivý. Tento výrok je totiž očividně pravdivý právě tehdy, když si kterákoli dvě individua mohou zvolit reprezentanty svých 'obdivovanců' tak, aby se neshodla. (Tak například dvojice A a B to může udělat tak, že A zvolí B a B zvolí A.)

Jak to je s výrokem (2)? Ten je, řekli jsme, podle definice pravdivý právě tehdy, mám-li *Já* v příslušné hře vítěznou strategii; to znamená jsem-li na každý výběr x a z učiněný *Přírodou* schopen odpovědět takovým výběrem y a u, aby platilo (**Obdivuje**$(x,y) \wedge$ **Obdivuje**$(z,u) \wedge (y \neq u)$). Svoji volbu y ovšem mohu provést jenom na základě znalosti toho, jaké x zvolila *Příroda*, bez znalosti toho, jaké zvolila z; a podobně u musím zvolit jedině na základě znalosti z, nikoli x. To znamená, že nutnou podmínkou toho, abych měl vítěznou strategii, je existence takových přiřazení f a g prvků univerza prvkům univerza, aby když pro jakoukoli volbu x a z stanovím y jako $f(x)$ a u jako $g(z)$, bude platit (**Obdivuje**$(x,y) \wedge$ **Obdivuje**$(z,u) \wedge (y \neq u)$). Jinými slovy, (2) je pravdivý právě tehdy, když

(2') $\exists f \exists g \forall x \forall z$ (**Obdivuje**$(x, f(x)) \wedge$ **Obdivuje**$(z, g(z)) \wedge (f(x) \neq g(z))$.

To znamená, že (2) je pravdivý tehdy a jen tehdy, když existují dvě přiřazení obdivovaných obdivujícím, která mají disjunktní obory hodnot - a to v případě naší interpretace zjevně splněno není.

Výrok (2') budeme nazývat *skolemizací* výroku (2); a funkcím f a g ve (2') obsaženým budeme říkat Skolemovy funkce[7]. Abychom nahlédli, jaký podstatný rozdíl je mezi (1) a (2), uveďme příslušnou skolemizaci výroku (1):

$$(1')\ \exists f \exists g \forall x \forall z\ (\mathbf{Obdivuje}(x,f(x,z)) \wedge \mathbf{Obdivuje}(z,g(x,z)) \wedge (f(x,z) \neq g(x,z))$$

Rozdíl je tedy v tom, že zatímco Skolemovy funkce obsažené v (2') jsou jednoargumentové, (1') vyžaduje *dvouargumentové* Skolemovy funkce.

Za jakých podmínek má ve hře odpovídající (2) vítěznou strategii *Příroda*? Zřejmě tehdy, když může zvolit taková dvě individua x a z, aby ($\mathbf{Obdivuje}(x,y) \wedge \mathbf{Obdivuje}(z,u) \wedge (y \neq u)$) neplatila pro žádné y a u; a to zřejmě nastává právě tehdy když existují dvě individua, která si nemohou mezi svými obdivovanci vybrat tak, aby se neshodla. To však zřejmě v naší interpretaci opět neplatí - to je totiž splněno právě tehdy, když je výrok (1) nepravdivý (a (2) se tedy shoduje s (1) co do podmínek nepravdivosti; jakkoli se s ním neshoduje co do podmínek pravdivosti). Výrok (2) tedy není nepravdivý; a to znamená, že není, na rozdíl od (1), ani pravdivý, ani nepravdivý. (Příslušná hra je tedy vlastně, na rozdíl od hry příslušné kterémukoli výroku standardní logiky 1. řádu, 'férová' v tom smyslu, že ani jeden hráč není v předem beznadějné pozici.)

Podmínky pravdivosti (2) jsme, jak jsme viděli, schopni stanovit prostřednictvím jistého výroku predikátového počtu druhého řádu (totiž (2')). Dá se ukázat, že tohle platí obecně: pro každý výrok V IFL existuje výrok V^* klasického predikátového počtu 2. řádu (a to výrok typu Σ_1^1, to jest výrok tvořený řetězcem druhořádových existenčních kvantifikátorů následovaným prvořádovou formulí) tak, že V je pravdivý, právě když je V^* pravdivý. (Avšak neplatí, že V je nepravdivý, právě když je V^* nepravdivý!) Z tohoto faktu pak mimo jiné zjevně vyplývá, že výrok IFL má v IFL negaci, právě když je ekvivalentní výroku 1. řádu. (Důkaz: Buď V výrok IFL, který není výrokem klasické logiky 1. řádu. Předpokládejme, že má v IFL negaci NV. Buď V' formule predikátového počtu druhého řádu zachycující pravdivostní podmínky V. Pak negace V zachycuje pravdivostní podmínky NV. Avšak tato negace zřejmě není výrokem typu Σ_1^1 ani nemůže být žádnému takovému výroku ekvivalentní. Spor.)

Proč je IFL zajímavá? Bezesporu zajímavá je z čistě formálního hlediska; má totiž některé pozoruhodné metalogické vlastnosti. Tou nejpozoruhodnější je samozřejmě její schopnost vyjádřit svůj vlastní predikát pravdivosti, o které jsme hovořili na počátku (jakkoli tato vlastnost, jak jsme naznačili, není zase *natolik* pozoruhodná, jak má tendenci prohlašovat Hintikka). Naznačme, jak může být v rámci IFL tento predikát definován (rigorózní definice je relativně složitá a je ji možné najít např. u Hintikky, 1997):

Jak ukázal Tarski, predikát pravdivosti pro standardní logiku můžeme definovat v jistém vhodném metajazyce (přičemž, a to je důsledkem Tarského věty zmiňované v úvodu tohoto pojednání, tento metajazyk musí být v podstatném smyslu 'bohatší' než jazyk objektový). Pro IFL je vhodné vzít za metajazyk predikátový počet 2. řádu:

výše jsme naznačili, jak je možné prostřednictvím výroků této logiky vyjadřovat podmínky pravdivosti výroků jakékoli teorie v rámci IFL; a hledaná definice predikátu pravdivosti pro IFL je pak v podstatě konjunkcí obecných principů konstruování takových vyjádření[8]. Jak ovšem Hintikka ukazuje, bude tato definice výrokem typu Σ_1^1, a bude tak přeložitelná do IFL. Tak dostaneme vyjádření predikátu pravdivosti pro IFL v IFL (což je ovšem, jak jsme řekli na začátku, možné jenom díky tomu, že v IFL neexistuje kontradiktorická negace).

Přes tuto dramatickou odlišnost od klasického predikátového počtu si IFL zachovává některé příjemné vlastnosti predikátového počtu prvního řádu. Je totiž *kompaktní* (to jest jakákoli nekonečná teorie formulovaná v jazyce této logiky je konzistentní právě tehdy, když je konzistentní každá její konečná podmnožina); a navíc má i tzv. *Löwenheimovu-Skolemovu vlastnost* (teorie v jejím jazyce je splnitelná, je-li splnitelná ve struktuře se spočetným univerzem). To, čím IFL platí za zachování těchto 'příjemných' vlastností, je (sémantická) neúplnost: množina jejích platných formulí není rekurzivně vyčíslitelná[9].

Hintikka je ovšem přesvědčen, že IFL není zdaleka zajímavá jenom z tohoto formálního hlediska. Tvrdí totiž, že prostředky, které nám poskytuje a které chybí v klasické logice, jsou potřeba k adekvátnímu zachycení toho, co skutečně říkáme. Podle Hintikky má totiž taková věta jako

(3) Nějaký příbuzný každého vesničana a nějaký příbuzný každého měšťana se nenávidí,

alespoň jeden legitimní význam takový, že ho nelze zachytit jinak než prostřednictvím výroku IFL, totiž:

(3*) $\forall x \forall z\, \exists y/\forall z\, \exists u/\forall x\, (\mathbf{Vesničan}(x) \wedge \mathbf{Měšťan}(z) \wedge \mathbf{Příbuzný}(x,y) \wedge \mathbf{Příbuzný}(z,u) \wedge \mathbf{Nenávidí\text{-}se}(y,u))$

Zvláště nezbytnou je podle Hintikky IFL pro adekvátní artikulaci toho, co říkáme v matematice: podle něj existuje celá řada zcela zásadních matematických pojmů, které nelze vyjádřit v rámci predikátové logiky 1. řádu. (Takové pojmy ovšem jistě lze vyjádřit v rámci logiky 2. řádu - Hintikka ovšem považuje IFL, z důvodů uvedených výše, za mnohem přijatelnější než plnou logiku 2. řádu.). Vezměme například pojem, který Frege (1884) vyjadřuje termínem "gleichzählig" (a o který se opírá při své explikaci pojmu čísla): jde o vztah, ve kterém jsou dvě vlastnosti právě tehdy, když je má stejný počet individuí, to jest když mají jejich extenze stejnou mohutnost. Dá se dokázat, že neexistuje žádná formule logiky 1. řádu, která by byla danou interpretací splňována právě tehdy, když se rovnají mohutnosti extenzí predikátů P a Q. Hintikka naproti tomu ukazuje, že formule IFL

(4) $\forall x \forall z\, \exists y/\forall z\, \exists u/\forall x\, ((\mathbf{P}(x) \rightarrow \mathbf{Q}(y)) \wedge (\mathbf{Q}(z) \rightarrow \mathbf{P}(u)) \wedge ((y=z) \leftrightarrow (u=x)))$

je splněna právě v tomto případě. Proč tomu tak je, je patrné z následující úvahy. Skolemizací (4) dostaneme formuli

$$(4')\ \exists f \exists g \forall x \forall z\ ((P(x) \to Q(f(x)) \wedge (Q(z) \to P(g(z))) \wedge ((f(x)=z) \leftrightarrow (g(z)=x))),$$

která, jak snadno nahlédneme, neříká nic jiného než to, že existuje vzájemně jednoznačné zobrazení extenze P na extenzi Q. (První konjunkt konstatuje, že f zobrazuje prvky extenze P na prvky extenze Q; druhý říká, že g zobrazuje prvky extenze Q na prvky extenze P, a třetí pak konstatuje, že f a g jsou vzájemně inverzní zobrazení.)

Tohle vede Hintikku k závěru, že je to právě IFL, co je tou nejvhodnější logikou jak pro analýzu přirozeného jazyka, tak pro budování základů matematiky: neustále dokonce hovoří o *revoluci v logice*[10]. My jsme ovšem upozornili na to, že jakkoli je IFL zajímavá, takováto prohlášení je třeba brát s jistou rezervou.

POZNÁMKY

* Práce na tomto textu byla podpořena grantem GA AV ČR číslo 401/99/0619.

1 Viz Hintikka (1996a; 1997). S filosofickým pozadím Hintikkova přístupu měli čtenáři ORGANONu možnost se seznámit prostřednictvím Kolářova překladu jedné z Hintikkových filosofičtěji orientovaných statí (viz Hintikka 1996b).

2 Připomeňme, že právě tohle, i když v poněkud zakuklené podobě, ukázal v roce 1902 Bertrand Russell Fregovi o jazyce jeho logiky (viz Frege(1976)). Russell totiž přišel na to, že v rámci Fregova systému je možné definovat pojem P tak, aby pro každý pojem p platilo $P(p) \leftrightarrow \neg p(p)$. Pojem P je tedy vlastně pojmem 'nespadání pod sebe sama' - $P(p)$ říká, že p nespadá pod sebe sama. V tomto smyslu tedy platí, že výrok $P(P)$ říká, že P nespadá pod sebe sama; tento výrok je ale současně zřejmě přímým konstatováním toho, že P pod sebe sama spadá - a vlastně tedy sám o sobě říká, podobně 'lhářovský výrok', že není pravdivý.

3 Někdy se navíc uvádí, že je potřeba, aby v příslušném jazyce platila standardní logika - tento požadavek je ovšem podle mne obsažen již v požadavcích uvedených. Podle mého názoru nedává smysl si představovat, že nějaký výraz by mohl znamenat totéž, co naše "ne" a přitom se neřídit zákony naší logiky.

4 Gödel totiž ukázal, že pro každý (spočetný) jazyk nutně existuje jednoznačné přiřazení čísel všem výrazům; a je-li příslušný jazyk schopen vyjádřit aritmetiku, konkrétněji disponuje-li jmény pro přirozená čísla, můžeme právě tato jména brát jako pojmenování jeho výrazů.

5 Viz například již Hintikka (1973).

6 Několik poznámek k notaci, kterou budu zde i v následujících pokračováních užívat: Symboly s fixovanou interpretací píšu tučně, zatímco symboly, jejichž intepretace fixována není, píšu kurzívou. (To znamená, že kurzívou píšu jak proměnné, tak ale i ty extralogické konstanty, které jsou brány jako nespecifikované - takže píšu například "$\exists x \exists y$ **Obdivuje**(x,y)", ale "pro nějaký predikát R platí $\exists x \exists y\, R(x,y)$"). Dále: $P(x)$ znamená predikát P aplikovaný na proměnnou x; zatímco $V[x]$ znamená výrok V obsahující proměnnou x; a následuje-li v jedné větě po symbolu $V[x]$ symbol $V[y]$, označuje ten druhý, jak bývá zvykem variantu výroku V obsahující y tam, kde V obsahuje x.

7 Upozorněme, že to není zcela standardní terminologie. Skolemizací (2) by se totiž obvykle nazývala nikoli (2'), což je výrok predikátového počtu 2. řádu, ale obdobná formule bez úvodních dvou existenčních kvantifikátorů.

[8] Definice pravdivosti pro IFL ovšem není dokonalou analogií Tarského definice pro standardní logiku. Vzhledem k tomu, že pro IFL obecně neplatí zákon vyloučení třetího, totiž zřejmě není možné pro každou teorii v rámci IFL definovat predikát pravdivosti **Pr** tak, aby z této definice pro každý výrok *V* a jeho Gödelovo číslo *V* vyplývala ekvivalence

$$\mathbf{Pr}(\ulcorner V \urcorner) \leftrightarrow V^*,$$

kde V^* je 'stoprocentním' překladem *V* do metajazyka. (Platnost této ekvivalence totiž zřejmě implikuje, že pro V^*, a potažmo pro *V*, platí zákon vyloučení třetího.) Co možné je, je definovat **Pr** tak, aby výše uvedená ekvivalence platila vždy v případě, že V^* je oním vyjádřením podmínek pravdivosti *V* v logice druhého řádu, o jakých jsme hovořili výše. V každém případě pak bude $\mathbf{Pr}(\ulcorner V \urcorner)$ platit tehdy a jen tehdy, když je $\ulcorner V \urcorner$ Gödelovým číslem pravdivého výroku - takže dává i přes tuto odchylku stále dobrý smysl mluvit o definici *pravdivosti*. Hledaná definice je pak analogická klasické Tarského definici.

[9] Čtenář, který zná tzv. Lindströmovu větu (viz Lindström, 1969), se může podivovat, zda je tohle skutečně možné - Lindströmova věta totiž říká, že klasický predikátový počet nelze netriviálně rozšířit, aniž bychom tím přišli buď o kompaktnost nebo o Löwenheimovu-Skolemovu vlastnost. K tomu je třeba si uvědomit, že IFL není rozšířením klasické logiky v Lindströmově smyslu, protože neobsahuje klasickou negaci. Jestliže k ní negaci přidáme, jak o Löwenheimovu-Skolemovu vlastnost, tak o kompaktnost přijdeme.

[10] Hintikkovu argumentci v Čechách převzal Jiří Fiala (1997). Podrobnější kritiku tohoto stanoviska lze nalézt v mé polemické reakci na Fialův článek (Peregrin, 1998). Viz též polemické reakce Hájka a Sochora (1998) a Hájka (1998).

LITERATÚRA

[1] FIALA, J. (1997): Je elementární logika totéž co logika prvního řádu? In: **Pokroky matematiky fyziky a astronomie** 42, 127-133.

[2] FREGE, G. (1884): **Grundlagen der Arithmetik**. Koebner, Breslau.

[3] FREGE, G. (1976): **Wissenschaftlicher Briefwechsel** (ed. G. Gabriel et al.). Meiner, Hamburg.

[4] HÁJEK, P. - SOCHOR, A. (1998): Klasická logika v kontextu svých zobecnění. **Pokroky matematiky fyziky a astronomie** 43, 39-45.

[5] HÁJEK, P. (1998): Ještě o elementární logice. **Pokroky matematiky fyziky a astronomie** 43, 324-325.

[6] HINTIKKA, J. (1973): **Logic, Language-Games and Information**. Clarendon Press, Oxford.

[7] HINTIKKA, J. (1996a): Contemporary Philosophy and the Problem of Truth. **Acta Philosophica Fennica** 61 (**Methods of Philosophy and the History of Philosophy**, ed. S. Knuttila a I. Niiniluotto). Český překlad **Organon F** 4 (1997), 137-154.

[8] HINTIKKA, J. (1996b): **The Principles of Mathematics Revisited**. Cambridge University Press, Cambridge.

[9] HINTIKKA, J. (1997): **Lingua Universalis vs. Calculus Ratiocinatur (Selected papers**, vol. 2). Kluwer, Dordrecht. (Zvláště článek Defining Truth, the Whole Truth and Nothing But Truth původně publikovaný v r. 1991)

[10] LINDSTRÖM, P. (1969): On Extensions of Elementary Logic. **Theoria** 35, 1-11.

[11] PEREGRIN, J (1998): Co je to elementární logika? **Pokroky matematiky fyziky a astronomie** 43, 45-47.