

**BERTRAND RUSSELL:**  
**Ontologie, Funktionstheorie und Semantik**  
**von den *Principles* bis "On Denoting"**

Inaugural-Dissertation  
Zur Erlangung des Doktorgrades der Philosophie  
an der Ludwig-Maximilians-Universität  
München

vorgelegt von

**Petermair Hannes**

aus

Eppan (Südtirol/Italien)

(Copy Shop 75, München, 2012)

Referent: Prof. Godehard Link

Korreferent: Prof. Karl-Georg Niebergall

Prüfungstermin: 16. Juli 2012

# Inhaltsverzeichnis

---

Vorwort

Kapitel I Terme, Klassen, Propositionen 1

<b>1. Einleitung</b> .....	<b>S.1</b>
<b>2. Die Terme</b> .....	<b>S.9</b>
2.1. Einleitung.....	S.9
2.2. Einführung der R-Terme.....	S.10
2.2.1. Die R-Terme sind die potenziellen Gegenstände des Denkens.....	S.12
2.2.2. Die R-Terme sind die individuellen Einheiten.....	S.15
2.2.3. Die R-Terme sind die Konstituenten der Propositionen.....	S.25
2.2.4. Die R-Terme sind logische Subjekte von Propositionen.....	S.26
2.2.5. R-Terme und Denotation.....	S.28
2.2.6. Russell und Moore im Vergleich.....	S.31
2.3. Pluralistische Ontologie.....	S.36
2.4. Zwei Kategorien von R-Termen: die Dinge und die Begriffe.....	S.39
2.5. Die Begriffe.....	S.50
2.5.1. Einleitung.....	S.50
2.5.2. Die Prädikate.....	S.51
2.5.3. Die Klassenbegriffe.....	S.55
2.5.4. Die denotierenden Begriffe.....	S.59
<b>3. Die Klassen</b> .....	<b>S.66</b>
3.1. Extensionale Auffassung der Klassen.....	S.66
3.2. Die Klassen als spezielle Ganzheiten.....	S.71
3.2.1. Drei Arten von Ganzheiten.....	S.72
3.2.1.1. Einleitung.....	S.72
3.2.1.2. Die Sammlungen.....	S.75
3.2.1.3. Die Aggregate.....	S.77
3.2.1.4. Die Einheiten.....	S.78
3.2.2. Die Klassen als Vielheit und die Klassen als Einheit.....	S.79
3.2.3. Die unendlichen Klassen.....	S.85
3.3. Die Klassen und die Funktionen.....	S.87
<b>4. Die Relationen</b> .....	<b>S.92</b>
4.1. Die Relationen sind objektiv, extern und nicht reduzierbar.....	S.92
4.2. Intensionale Interpretation für Relationen.....	S.105
4.3. Die Relationen und die Funktionen.....	S.109

<b>5. Die Propositionen.....</b>	<b>S.113</b>
5.1. Der Status der Propositionen.....	S.113
5.1.1. Die Propositionen sind nicht-mentale Entitäten.....	S.114
5.1.2. Die Propositionen bestehen aus Begriffen bzw. den R-Termen.....	S.117
5.1.3. Die Propositionen sind die Wahrheitsträger.....	S.124
5.1.4. Die existenziellen Propositionen sind die Objekte der Wahrnehmung.....	S.128
5.2. Klassifikation der Propositionen.....	S.135
5.2.1. Die Subjekt-Prädikat Propositionen.....	S.135
5.2.2. Die relationalen Propositionen.....	S.137
5.2.3. Die kardinalen Propositionen.....	S.140
5.2.4. Die Klassen-Propositionen.....	S.145
5.2.5. Äquivalente Propositionen.....	S.149
5.3. Assertion/logisches Subjekt.....	S.152
5.3.1. Einleitung.....	S.152
5.3.2. Legitimität der Analyse.....	S.154
5.3.3. Varianten der Analyse.....	S.157
5.3.4. Russells Assertionsbegriff im Vergleich mit Freges Ansichten.....	S.160
5.3.5. Russell Entwicklungen in Richtung Funktionstheorie.....	S.162
5.3.6. Verschiedene Assertionsbegriffe.....	S.166
5.4. Das Problem der Einheit der Propositionen.....	S.173
5.4.1. Die Einheit der Propositionen.....	S.173
5.4.2. Unendliche Einheiten.....	S.179
 Kapitel II <u>Analyse und Funktionstheorie</u> .....	 S.183
<b>1. Einleitung.....</b>	<b>S.183</b>
<b>2. Philosophie, Mathematik und Logik in PoM.....</b>	<b>S.186</b>
2.1. Die Philosophie in PoM.....	S.186
2.2. Die Mathematik in PoM.....	S.191
2.3. Die Logik in PoM.....	S.195
<b>3. Russells analytische Methode.....</b>	<b>S.204</b>
3.1. Grundsätzliches zu Analyse und Synthese.....	S.204
3.2. Analytische versus synthetische Propositionen.....	S.209
3.3. Verschiedene Arten von Analyse.....	S.213
3.3.1. Einleitung.....	S.213
3.3.2. Die regressive Analyse.....	S.218
3.3.3. Die dekompositionale Analyse.....	S.220
3.3.4. Die interpretierende Analyse.....	S.229

3.3.5. Die funktionale Analyse.....	S.231
<b>4. Abriss zu Analysis und Funktionsbegriffs vor Russell.....</b>	<b>S.236</b>
4.1. Entwicklungen in der Analysis von der Antike bis ins 18.Jahrhundert...	S.236
4.2. Geschichte des Funktionsbegriffs von Leibniz bis Peano.....	S.239
4.3. Freges Funktionsbegriff.....	S.243
<b>5. Der Funktionsbegriff in PoM.....</b>	<b>S.246</b>
5.1. Einleitung.....	S.246
5.2. Funktionsabstraktion.....	S.249
5.3. Die Variable.....	S.253
5.4. Arten von Funktionen (PF und DF).....	S.264
5.4.1. Einleitung.....	S.264
5.4.2. Die propositionalen Funktionen (PF).....	S.265
5.4.2.1. Historischer Ausblick.....	S.266
5.4.2.2. Einführung der PF.....	S.269
5.4.2.3. Die PF definieren Eigenschaften bzw. Klassen.....	S.271
5.4.2.4. Die PF sind injektiv, deren Werte enthalten die Argumente.....	S.275
5.4.3. Die nicht-propositionalen Funktionen.....	S.278
5.4.4. Typentheorie.....	S.282
<b>6. Die Funktionstheorie des Jahres 1903.....</b>	<b>S.285</b>
6.1. Die Vorbereitung der Funktionstheorie in "Classes" und "Relations".....	S.285
6.1.1. "Classes".....	S.285
6.1.2. "Relations".....	S.287
6.2. Die eigentliche Funktionstheorie.....	S.290
6.2.1. "Functions".....	S.290
6.2.2. "On Meaning and Denotation of Phrases".....	S.302
6.2.3. "Dependent Variables and Denotation".....	S.311
6.2.4. "On Meaning and Denotation".....	S.314
<b>7. Die Funktionstheorie des Jahres 1904.....</b>	<b>S.320</b>
7.1. Einführung.....	S.320
7.1.1. "Outlines of Symbolic Logic".....	S.321
7.1.2. "On the Nature of Functions".....	S.325
7.1.3. "On Functions".....	S.328
7.2. Die DF.....	S.330
7.2.1. Einleitung.....	S.330
7.2.2. Die DF haben PF als Argumente.....	S.332
7.2.3. Die DF sind von den PF abgeleitet.....	S.333
7.2.4. Die DF haben Bedeutung und Referenz.....	S.334
7.2.5. Die DF haben herkömmliche Entitäten als Werte.....	S.336

7.2.6. Die Werte von DF enthalten ihre Argumente nicht als Konstituenten.....	S.337
7.2.7. Die DF sind nicht injektiv.....	S.340
7.3. Die allgemeine Theorie der Komplexe.....	S.342
7.3.1. Einleitung.....	S.343
7.3.2. Der allgemeine Funktionsbegriff.....	S.346
7.3.2.1. Rechtseindeutigkeit.....	S.346
7.3.2.2. undefinierbarkeit.....	S.349
7.3.2.3. Notationen.....	S.350
7.3.3. Komplexe versus Funktionen.....	S.353
7.3.3.1. Einleitung.....	S.353
7.3.3.2. Die Funktionen sind grundlegender als die Komplexe.....	S.355
7.3.3.3. Die Komplexe sind grundlegender als die Funktionen.....	S.359
 Kapitel III <u>Semantik</u> .....	 S.364
<b>1. Einleitung</b> .....	<b>S.364</b>
<b>2. Russells frühes Sprachmodell</b> .....	<b>S.367</b>
<b>3. <i>The Principles of Mathematics</i></b> .....	<b>S.370</b>
3.1. Einleitung.....	S.370
3.2. Die Eigennamen.....	S.372
3.3. Die Adjektive und die Verben.....	S.374
3.4. Die denotierenden Begriffe.....	S.376
3.5. Zwei Arten der Bedeutung.....	S.381
<b>4. "Functions"</b> .....	<b>S.385</b>
<b>5. "On Meaning and Denotation of Phrases"</b> .....	<b>S.388</b>
5.1. Einleitung.....	S.388
5.2. Eigennamen.....	S.391
5.3. Adjektive und Verben.....	S.394
5.4. Die denotierenden Ausdrücke.....	S.397
5.5. Die nicht-funktionalen Ausdrücke.....	S.402
5.6. Die Entstehung von Russells Theorie von Semantik und Denotation.....	S.404
5.7. "Elements of Grammar for the Young".....	S.408
<b>6. "Dependent Variables and Denotation"</b> .....	<b>S.411</b>
6.1. Einleitung.....	S.411
6.2. Semantik der Komplexe.....	S.411
6.3. Zwei semantische Begriffe.....	S.413
<b>7. "Points about Denoting"</b> .....	<b>S.419</b>
7.1. Einleitung.....	S.419

7.2. Die Doppelnatur der Komplexe.....	S.419
7.3. Beschreibung und Denotation.....	S.423
7.4. Russells Prinzip der Bekanntschaft.....	S.426
<b>8. "On Meaning and Denotation".....</b>	<b>S.430</b>
8.1. Einleitung.....	S.430
8.2. Die Theorie von Bedeutung und Denotation.....	S.430
8.3. Die Kennzeichnungen.....	S.434
8.4. Die Doppelnatur der Propositionen.....	S.441
8.5. Die Antizipation einer Problematik von GEA.....	S.446
<b>9. "On Fundamentals".....</b>	<b>S.453</b>
9.1. Einleitung.....	S.453
9.2. Grundbegriffe der Semantik.....	S.453
9.2.1. Einleitung.....	S.453
9.2.2. Positionen und Vorkommen in Komplexen.....	S.455
9.2.3. Elemente der Funktionstheorie.....	S.458
<b>10. "On Denoting".....</b>	<b>S.460</b>
10.1. GEA und OF.....	S.460
10.2. Die Bedeutung von OD.....	S.491
Schlussbemerkung.....	S.500
Abkürzungen und Übersetzung einiger Schlüsselbegriffe.....	S.501
Bibliografie.....	S.505

## Vorwort

---

In der vorliegenden Arbeit sollen die wichtigsten Auffassungen und Positionen zu Ontologie, Funktionstheorie und Semantik rekonstruiert werden, welche Russell in der Zeit von der Niederschrift von den *Principles of Mathematics* (kurz 'PoM') bis zu "On Denoting" vertreten hat. Speziell will ich anhand der Analyse wichtiger Manuskripte zeigen, dass sich Russells metaphysischer Zugang zur Philosophie, wie er zunächst in der Ontologie der *Principles* vorherrscht, durch die Integration des Funktionsbegriffs zunehmend zu einem sprachlichen Diskurs wandelt, welcher in der Theorie der Kennzeichnungen von "On Denoting" kulminiert.

Ich greife in meiner Arbeit (neben PoM) auf eine Reihe von Manuskripten zurück, welche vor wenigen Jahren<sup>1</sup> im Band 4 der *Collected Papers* (CP4; *Foundations of Logic: 1903 - 1905*) erschienen sind. Die Lektüre dieser Manuskripte ermöglicht neue Sichtweisen nicht nur auf Russells frühes philosophisches Hauptwerk PoM, sondern vor allem auch auf "On Denoting". Die Schriften aus CP4 erweisen sich - wie die vorliegende Arbeit belegen soll - als unerschöpfliche Quelle für die analytische Philosophie und die Logik des 20. Jahrhunderts. Prof. Link<sup>2</sup> hat mich darauf hingewiesen, dass die direkte Wirkung von Russells Theorien speziell auf den Logiker Gödel kaum zu überschätzen sei.

Mein Ansatz ist ein vorwiegend hermeneutischer, welcher darauf abzielt, Russells Intentionen und Thesen hinter oftmals umständlichen, teilweise kryptischen Bemerkungen zu erfassen bzw. zu rekonstruieren. Dazu gehört, dass verschiedene Texte auseinander verstanden werden sollen, wie dies speziell bei 'On Denoting' und 'On Fundamentals' der Fall ist. Ich erhebe daher nicht den Anspruch, Russells Argumente und Theorien in einer unhistorischen und systematischen Warte zu betrachten, um sie auf philosophische Gültigkeit schlechthin hin zu befragen. Zudem beschränke ich mich in einigen Teilen meiner Arbeit darauf, wichtige Textstellen aus den Manuskripten einfach anzuführen und kurz zu kommentieren, ohne diese näher zu analysieren und einer eingängigen Interpretation zu unterwerfen.

Dass diese Schriften Russells schwer zugänglich sind, hat bekanntlich mehrere Gründe. Zum einen war fast keines von den in CP4 vereinten Manuskripten von Russell selbst zur Veröffentlichung vorgesehen. Er sah sie vielmehr als private Vorarbeiten zum zweiten Band der *Principles* an, dessen Publikation mit dem Titel *Principia Mathematica* sich allerdings noch einige Jahre hinziehen sollte. Russell hat vermutlich nur die wenige Manuskripte<sup>3</sup> noch einmal durchgesehen, um sie zu verarbeiten.

Zum anderen erschwert der auffällig hohe Grad an Komplexität das Verständnis dieser Schriften. Dass Russells Ansprüche speziell an die Philosophie alles andere als bescheiden

---

<sup>1</sup> Im Jahre 1994.

<sup>2</sup> Link (2012).

<sup>3</sup> Die Manuskripte "Classes" und "On Fundamentals" bilden hier sicherlich eine Ausnahme.



sind, zeigt sich besonders, wenn man seine Überlegungen zum Funktionsbegriff mit denen Freges vergleicht. Dass Frege in der heutigen Philosophiegeschichtsschreibung profiliert dasteht, darf kaum als Beleg für die mindere Qualität von Russells Philosophie gewertet werden, sondern ist wohl dem eminenten Einfluss von Denkern wie Wittgenstein und Dummett zuzuschreiben. Tatsächlich hat Russell aus verschiedenen Gründen, auf die an dieser Stelle nicht eingegangen werden soll, in der heutigen Philosophielandschaft nur einige wenige Anhänger.

Es ist mittlerweile durch eine Vielzahl von Untersuchungen belegt, dass die Phase von Russells Denken zwischen 1900 und 1905 aus der Sicht der Geschichte der modernen Logik und der analytischen Philosophie besonders intensiv und folgenreich war. Ich will in der vorliegenden Arbeit zeigen, dass die Qualität von Russells Denken in diesen Jahren nicht allein am Resultat der Theorie der Kennzeichnungen gemessen werden kann. Der Ausgangspunkt von Russells philosophischer Karriere ist - wie die Pioniere der Russell-Forschung Griffin<sup>4</sup> und Hylton<sup>5</sup> gezeigt haben - seine Revolte gegen den britischen Idealismus, welchen er in seiner Studienzeit in Cambridge kennen gelernt hat. Russell vertritt Ende der 90er des 19. Jahrhunderts - gemeinsam mit Moore - eine realistische Philosophie, welche aus einer Sammlung von Dogmen zu Sprachtheorie, Erkenntnistheorie, Logik und vor allem Ontologie besteht und welche als *New Philosophy* in die Geschichte eingegangen ist.

Spätestens nach dem Zusammentreffen mit dem italienischen Mathematiker Giuseppe Peano in Paris im Jahre 1900 beginnt Russell diese Dogmen der *New Philosophy* auf originelle Weise zu überarbeiten und seine Philosophie den hohen Standards<sup>6</sup> der Peano-Schule - speziell was deren Präzision in der Notationsfrage angeht - anzupassen. Die Niederschrift von PoM steht weitgehend unter diesem Vorzeichen. Im Folgenden will ich den Aufbau der vorliegenden Arbeit skizzieren.

In Kapitel I soll zunächst die Ontologie von PoM untersucht werden, welche in weiten Teilen auch noch nach PoM unverändert bleiben sollte. Das erklärte Fundament von Russells Ontologie ist sein Termbegriff, welcher als universeller Seinsbegriff fungiert. Die Terme gelten als objektive, sprach-unabhängige, reale, individuelle, quasi-atomare Entitäten, welche die Objekte der Erkenntnis und die Konstituenten der Propositionen sind. Zu den Termen gehören nun laut PoM die Begriffe und die Dinge, wobei erstere als Universalien aufgefasst werden und auch prädikativ auftreten können, während letztere lediglich als logische Subjekte der Propositionen auftreten können. Russell verwendet den Ausdruck 'Term' in PoM öfters für die Dinge, weshalb ich in meiner Arbeit für die undifferenzierten Terme den Ausdruck 'R-Terme' vorschlage.

---

<sup>4</sup> Griffin (1991).

<sup>5</sup> Hylton (1990).

<sup>6</sup> Hierher gehört auch Russells eigener Beitrag zur Theorie der Relationen, welchen er als Ergänzung der Peano'schen Logik ansah.

Zu den Begriffen gehören - wie wir in Kapitel I sehen werden - nun die Prädikate, die Klassenbegriffe, die Relationen und die denotierenden Begriffe, wobei vor allem letzteren in Zusammenhang mit der in Kapitel V von PoM präsentierten Denotationstheorie ein hoher Stellenwert zukommt. Russell konzipiert dort die Denotation ausdrücklich als logische Relation zwischen strukturierten (intensionalen) Begriffen und einfachen (extensionalen) Termen. Die denotierenden Begriffe haben aufgrund ihrer Struktur den Status von Komplexen, wobei sich Russell bewusst ist, dass dieser Status in PoM ungeklärt geblieben ist. Sie stellen laut PoM nicht nur eine logische Besonderheit - mithilfe derer die unendlichen Klassen manipuliert werden können - sondern zugleich eine semantische Anomalie dar, da Propositionen mit denotierenden Begriffen an Subjektposition nicht von den Begriffen selbst, sondern von den Termen handeln, welche von ihnen denotiert werden.

Als nächstes sollen dann Russells Ansichten zu den Relationen besprochen werden. Diese gelten - wie alle Terme - als extern und objektiv. An dieser Stelle kritisiert Russell die traditionelle Metaphysik, welche nach seiner Einschätzung auf der irrigen Annahme besteht, dass alle Propositionen aus Subjekt und Prädikat bestehen. Diese von ihm als Subjekt-Prädikat Theorie bezeichnete Theorie bedingt laut Russell zudem die falsche These von der Internalität aller Relationen, wie zu zeigen sein wird.

Gegenstand von Kapitel I sind weiters die Klassen, welche von Russell als Konjunktionen oder Kombinationen von R-Termen aufgefasst werden. Die Klassen gelten aber nicht als komplexe Terme, da ihre Elemente nicht durch Strukturen zusammengefasst werden. Russell tendiert manchmal dazu, den Klassen doch eine gewisse Einheit zuzuschreiben, wenn er von den Klassen als Einheit spricht. Eine Klasse als Einheit ist scheinbar ein neues Objekt, welches sich von den Elementen der Klasse unterscheidet und abhebt. Die Klasse als Vielheit hingegen ist ein Pluralobjekt und fällt laut Russell mit ihren Elementen zusammen.

Als wirkliche Einheiten gelten in der Ontologie von PoM nur die Propositionen. Sie enthalten die R-Terme als ihre Konstituenten, sie sind die Objekte des Denkens und die Träger der Wahrheit. Die Russell'schen Propositionen gelten (wie die R-Terme) erklärtermaßen nicht als sprachliche Objekte, sondern als reale Strukturen bzw. Sachverhalte, auch wenn Russell den Ausdruck 'proposition' manchmal für die Sätze verwendet. Letzteres zeigt<sup>7</sup> er normalerweise aber an. Wir werden sehen, dass mit den Propositionen - noch stärker als dies bei den Klassen der Fall ist - das schwierige Problem der Einheit auftaucht. Ich werde hier zeigen, dass der term-orientierte, atomistische Ansatz von PoM mit seiner Auffassung der Propositionen kollidiert. Russell versucht dann dieses Problem anhand des Funktionsbegriffs zu lösen, was ihm aber auch nicht gelingen sollte, wie wir sehen werden.

---

<sup>7</sup> "But a proposition, unless it happens to be linguistic, does not itself contain words: it contains the entities indicated by the words." (PoM, 47)

In Zentrum von Kapitel II steht - neben Russells Auffassungen von Analyse - vor allem sein Funktionsbegriff. Es soll hier gezeigt werden, wie Russells Denken durch die Integration des Funktionsbegriffs an Tiefgang und Stringenz gewinnt. Russell wandelt sich durch die Integration des Funktionsbegriffs in seine Philosophie vom Metaphysiker zum Logiker. Dabei will ich zeigen, dass neben Peano und Whitehead vor allem der Philosoph Frege und wohl weniger der Logiker wichtig ist. Die Funktionen finden zwar bereits in PoM Eingang in Russells Philosophie, sie bilden dort - wie ich zeigen will - allerdings einen (ontologischen) Fremdkörper. Sie stehen aber dann in der Phase nach PoM im Zentrum von Russells Theorien, wie man den Manuskripten von CP4 entnehmen kann.

Die logisch grundlegenden Funktionen sind für Russell die propositionalen Funktionen, welche laut Russell als Abstraktionen von Propositionen entstehen. Sie sind gewissermaßen Propositionen, welche anstelle der Terme Variablen enthalten. Ich versuche dann Russells schwierige Analyse der Natur der Variablen zu rekonstruieren und zu zeigen, wie schließlich eine einigermaßen befriedigende Quantifikationstheorie daraus entsteht. Russell versteht die Variablen zunächst als eine Art von denotierenden Begriffen und nicht als Platzhalter für Ausdrücke.

Von den propositionalen Funktionen unterscheidet Russell dann - neben einem allgemeinen Funktionsbegriff - die denotierenden Funktionen, welchen nicht erst in der Theorie der Kennzeichnungen eine Schlüsselrolle zukommen sollte. Die denotierenden Funktionen sind nach Russells Verständnis Strukturen, welche eine Art Rechenvorschrift angeben, mithilfe derer man zu bestimmten Objekten gelangen kann. Durch Paraphrasierung der Kennzeichnung "der Autor von Waverley" (es gibt genau ein  $x$  und ein  $y$  und  $y$  ist Waverley und  $x$  ist Autor von  $y$  und ...) wird diese strukturelle Rechenvorschrift expliziert, welche uns dann direkt und auf eindeutige Weise zu Scott führt. Russell fasst diese Struktur als Funktion auf, das denotierte Objekt hingegen als Funktionswert dieser Struktur. Der entscheidende Punkt ist, dass hier Symbole und keine realen Objekte manipuliert werden. Der ontologische Diskurs aus PoM wird so in "On Denoting" ein formaler Diskurs. Diesem Sachverhalt entspricht zugleich ein Wandel in Russells Auffassung von Analyse, wie ich zeigen werde.

Ich vertrete in Kapitel III meiner Arbeit die These, dass sich die Integration des Funktionsbegriffs in Russells Philosophie speziell auf die Semantik auswirkt, welche in den verschiedenen Manuskripten von CP4 präsentiert wird.

In Kapitel III vertrete ich zudem die These, dass Russells Theorie von Bedeutung (meaning) und Denotation (denotation) in der Theorie der denotierenden Begriffe aus PoM wurzelt und durch eine Vertauschung der Terminologie entsteht. Den entscheidenden Anstoß

zur Bildung der neuen semantischen Theorie stammt nach meiner Überzeugung von Frege<sup>8</sup>, wie ich anhand der Kommentare Russells aus dem Appendix A aus PoM zu Freges Theorien belegen will. Russell unterscheidet in den Manuskripten von CP4 - anders als noch in PoM<sup>9</sup> - wie Frege drei verschiedene semantische Ebenen, nämlich die Ausdrücke, die Bedeutungen (meanings) und die Denotationen (denotations). Der entscheidende Punkt ist, dass Russell die Bedeutungen mit den Funktionen und die Denotationen mit den Funktionswerten identifiziert. Genau hier zeigt sich, dass der Funktionsbegriff zum eigentlichen Schlüsselbegriff der Semantik wird. Die Bedeutungen werden von Russell als Weg<sup>10</sup> aufgefasst, über den man Denotationen bzw. einzelne Entitäten erreichen kann. Dieser Weg ist nichts anderes als eine Rechenvorschrift bzw. eine spezielle Funktion, wie ich zeigen will.

Der philosophische Abschluss meiner Arbeit - welcher nach meiner ursprünglicheren Hoffnung den Aufwand meiner Bemühungen rechtfertigen sollte - endet mit einer neuerlichen,<sup>11</sup> etwas gewagten Interpretation des *Gray's Elegy* -Arguments (kurz 'GEA'), welche auf der Auswertung meiner Analyse von Ontologie, Funktionstheorie und Semantik resultiert. Dabei will ich zeigen, dass die Lektüre von OF das geeignete Instrument für das Verständnis von GEA ist. Ich versuche zu zeigen, dass GEA anhand von Textstellen aus OF weitgehend rekonstruierbar ist und dass es kein reines Sammelsurium von Gebrauchs-Erwähnungsfehlern darstellt.

Ich darf mich an dieser Stelle herzlich bei Prof. Godehard Link bedanken, welcher nicht müde wurde, mich über die Jahre hinweg in schwierige wie anregende Diskussionen zu verwickeln und mich zu motivieren, die vorliegende Dissertation zu einem annehmbaren Ende zu bringen. Ein großes Dankeschön geht auch an Prof. Karl-Georg Niebergall, dem die undankbare Aufgabe zufiel, meine Promotionsschrift durch freundliche Unterstützung aus der Ferne mitzubetreuen. Ihm gebührt ebenfalls ein großer Dank dafür, dass die vorliegende Arbeit überhaupt zustande gekommen ist.

---

<sup>8</sup> Die Ähnlichkeit bestimmter Textstellen aus den Manuskripten von CP4 zu jenen Formulierungen Freges, welche Russell im Appendix kommentiert hat, ist auffällig. Ich will zeigen, dass Russells Ontologie und Semantik - aber weniger seine Funktionstheorie - nach PoM im mehr jener Freges annähern, wobei dies möglicherweise von ihm selbst nicht bemerkt wird.

<sup>9</sup> Wobei dort die denotierenden Begriffe bereits eine Anomalie darstellen.

<sup>10</sup> "[...] meaning has to do, not with what a thing is, but with the road by which it is reached..." (PaD, 308)

<sup>11</sup> Das 100-jährige Jubiläum von "On Denoting" ist allerdings schon einige Jahre vorbei.

# Kapitel I

## Terme, Klassen, Propositionen

---

1. Einleitung.....	S.1
2. Die Terme.....	S.9
3. Die Klassen.....	S.66
4. Die Relationen.....	S.92
5. Die Propositionen.....	S.113

### 1. Einleitung

In Kapitel I soll zunächst die Ontologie der *Principles of Mathematics*<sup>1</sup> (im Folgenden kurz 'PoM' genannt) beleuchtet werden. Russells technische Ausführungen zur Grundlegung der verschiedenen Bereiche der Mathematik in diesem Buch - also die effektive Umsetzung des logizistischen Vorhabens - werden dabei nur am Rande gestreift. Im Vordergrund soll ganz das ontologische Grundinventar von PoM stehen, welches zusammen mit einer Reihe von Prinzipien<sup>2</sup> - vor allem zu den Termen und den Propositionen - zugleich die Grundlage für Russells Entwicklung in den Monaten unmittelbar nach PoM darstellt und bis zur Niederschrift von "On Denoting"<sup>3</sup> in weiten Teilen unverändert bleiben sollte. Bekanntlich sollten nach OD, bis zum Erscheinen von PM - im Rahmen von Russells Theorie der unvollständigen Symbole, wie sie in OD entwickelt wird - immer mehr Entitäten aus dem Arsenal von PoM - nämlich die denotierenden Begriffe, die Klassen, und die Propositionen - der logischen Analyse zum Opfer fallen. In der folgenden Einleitung soll zunächst ein kurzer Ausblick auf Kapitel I gegeben werden, auf den dann eine kurze Betrachtung des historischen Hintergrunds folgen soll.

Zuerst soll Russells universeller Termbegriff analysiert werden, indem wichtige Textstellen aus PoM analysiert und verglichen werden. Dabei offenbart sich bereits Russells für heutige Leser ungewöhnliche Grundposition, wonach die Terme gerade nicht als sprachliche Entitäten, sondern als Grundbausteine der Realität aufgefasst werden. Es wird sich zeigen, dass Russell - anders als Frege, welcher zwischen Gegenständen und Funktionen differenziert - zunächst einen einzigen Grundtypus von Termen (im Folgenden 'R-Terme' genannt)<sup>4</sup> vorsieht. Diese R-Terme haben den Status von individuellen Einheiten

---

<sup>1</sup> Russell (1903f). Zur Entstehungsgeschichte von PoM siehe Grattan-Guinness (1996).

<sup>2</sup> Dazu gehört unter anderem die Behauptung, dass jede Entität individuell ist; sowie die Forderung, dass jeder Term auch als logisches Subjekt von Propositionen auftreten können muss.

<sup>3</sup> Russell (1905c). In Zukunft verwende ich die Abkürzungen, wie welche in der Rubrik nach dem Vorwort aufgeschlüsselt sind; so wird beispielsweise für '1905c' die gängige Abkürzung 'OD' verwendet.

<sup>4</sup> Bei der Wahrheit, der Existenz, Raum und Zeit handelt es sich laut PoM übrigens keineswegs um Begriffe mit einem Sonderstatus, sondern um gewöhnliche R-Terme.

und stellen gewissermaßen die atomaren Strukturen des Russell'schen Universums dar, welche wie die Ideen Platons als unveränderlich und unzerstörbar gelten. Sie sind die Objekte der Erkenntnis und die Konstituenten der Propositionen. Russell fasst die R-Terme ebenso wenig wie die Terme als sprachliche Strukturen auf, sondern konzipiert sie als Sachverhalte, welche aus den realen Gegenständen - eben den Termen - bestehen.

Für die Terme selbst formuliert Russell - neben der Annahme, dass jede Entität eine Einheit ist - ein wichtiges Prinzip<sup>5</sup> - im folgenden (LS) genannt -, wonach jeder R-Term als logisches Subjekt von Propositionen auftreten kann. So ein Prinzip lehnt Frege bekanntlich gerade ab, wenn er etwa behauptet, dass der Begriff 'Pferd' eigentlich ein Objekt sei.

Im letzten Teil meiner Arbeit vertrete ich die These, dass Russell zentrales Argument in "On Denoting" gegen die Annahme der Existenz von denotierenden Begriffen darin besteht, dass sie (LS) nicht genügen.

Nach der Einführung von Russells universellem Termbegriff soll auf seine Einteilung der R-Terme in Begriffe und Dinge eingegangen werden, welche vor allem für den Logizismus wichtig ist. Auf den ersten Blick verwirrend ist für den Leser, dass Russell die Dinge in PoM häufig als Terme<sup>6</sup> bezeichnet. Ich will zeigen, dass sich hinter diesem etwas verwirrenden Sprachgebrauch schwierige Probleme verbergen und die Einteilung in Begriffe und Dinge auf eher wackeligen Beinen steht. Ich will zeigen, dass Russell nicht in der Lage ist, diese Einteilung der R-Terme zu fundieren, ohne den atomistischen Ansatz der *New Philosophy* aufzugeben. Nach meiner Einschätzung ergibt sich die Zuordnung zur ontologischen Kategorie (Begriff oder Ding) - wenn wir von der Grammatik<sup>7</sup> einmal absehen - für Russell letztlich aus der Funktion bzw. der Position<sup>8</sup> in der Proposition. Ich vertrete die Position, dass so eine Ontologie nicht durchwegs als term-orientiert gelten kann, da sie letztendlich von einer propositionalen Dimension abhängig ist. Nach diesen kritischen Bemerkungen soll dann auf Russells Begriffe eingegangen werden.

Die Begriffe - so Russell - können aufgrund ihres hybriden Charakters (ihrer Doppelnatur) in Propositionen sowohl als Begriffe (und somit als intensionale Momente<sup>9</sup> der Prädikation) als auch - entsprechend (LS) - als Terme (als logische Subjekte) auftreten. Die Terme hingegen sind laut Russell strukturlos und können lediglich als logische Subjekte, aber niemals prädikativ auftreten. Ich zeige in meiner Dissertation, dass sich der hybride Charakter der Begriffe in den nach PoM verfassten Schriften auch auf andere Entitäten wie Propositionen, Funktionen und Komplexe überträgt und so eine Schwachstelle von Russells Philosophie darstellt.

---

<sup>5</sup> Siehe Abschnitt 2.2.4.

<sup>6</sup> Ich werde im Folgenden von den Termen im engeren Sinne (Terme i.e.S.) sprechen.

<sup>7</sup> Die Einteilung folgt syntaktischen Kategorien. Siehe Kapitel III.

<sup>8</sup> Russell spricht hier auch von der "Art des Auftretens". Hier kann nicht die Position in der Syntax der Sätze gemeint sein, sondern ein semantischer in der Struktur der Proposition. Siehe auch Kapitel IV, Abschnitt 1.3.3.

<sup>9</sup> Die heikle Unterscheidung zwischen intensionalen und extensionalen Elementen spielt hier eine wesentliche Rolle und muss ausführlich diskutiert werden.

Anschließend sollen dann die verschiedenen Arten von Begriffen besprochen werden, zu denen die Prädikate, die Klassenbegriffe, der Begriff der Klasse, die denotierenden Begriffe und die Relationen gehören. Letzte sollen in einem späteren Abschnitt<sup>10</sup> getrennt behandelt werden, da ihnen in der Philosophie Russells - wie ich glaube - eine Sonderrolle zukommt. Neben den Klassenbegriffen, welche die intensionalen Korrelate der Klassen sind, erweisen sich vor allem die denotierenden Begriffe - Derivate der Klassenbegriffe - als grundlegend für das Logizismus-Projekt. Laut der in Kapitel V von PoM präsentierten Denotationstheorie erfolgen die mathematischen Definitionen<sup>11</sup> der Terme (und Klassen) der Mathematik anhand von denotierenden Begriffen. Auf diese Weise soll laut Russell speziell die Manipulation von unendlichen Klassen gelingen. Wir werden dann aber sehen, dass die denotierenden Begriffe nicht nur für die Logik, sondern auch für die Ontologie und die Semantik<sup>12</sup> von PoM eine Anomalie darstellen. So ist mit diesen R-Termen speziell das anhand von Prinzip (AS) formulierte semantische Phänomen der Referenzverschiebung<sup>13</sup> verknüpft, welches besagt, dass Propositionen mit denotierenden Begriffen in Subjektposition nicht von diesen selbst, sondern von den denotierten Termen handeln. Damit ist klar, dass die denotierenden Begriffe nicht dem von Coffa angeführten Russell'schen Prinzip (TCA)<sup>14</sup> genügen, wonach jede Proposition ausschließlich von ihren Konstituenten handelt.

Nach der Analyse der Begriffe kommen wir auf die Klassen zu sprechen, welche Russell nicht als eigene R-Terme, sondern als Kombinationen oder Konjunktionen von R-Termen versteht. Ich will dann zeigen, dass mit dieser Auffassung - neben dem die Klassen bedrohenden Paradoxon - einige Schwierigkeiten verknüpft sind, deren Russell sich selbst mehr oder minder bewusst war. Der Punkt ist, dass auch die Klassen gewissermaßen hybride Objekte sind. Dies wird besonders deutlich, wenn Russell die Klasse als Vielheit (z.B. die Menschen<sup>15</sup>) von der Klasse als Einheit (z.B. die Menschheit<sup>16</sup>) unterscheidet. Während eine Klasse als Vielheit nun mit den R-Termen zusammenfällt, welche sie ausmachen, stuft Russell die Klassen als Eines (oder Einheit) als Aggregate ein, welchen er eine rudimentäre Art von Einheit zuschreibt. Die Annahme von Klassen, welche singuläre Objekte<sup>17</sup> sind, kollidiert nach meiner Einschätzung mit der term-orientierten, atomistischen Grundausrichtung der Ontologie von PoM, wonach sich die Identität von Ganzheiten stets

---

<sup>10</sup> Abschnitt 4.

<sup>11</sup> Russell unterscheidet die mathematischen Definitionen von den philosophischen. Siehe dazu Abschnitt 2 von Kapitel II.

<sup>12</sup> Siehe Abschnitt 3 von Kapitel III.

<sup>13</sup> Siehe Abschnitt 2.5.4.

<sup>14</sup> Siehe Abschnitt 2.5.4.

<sup>15</sup> Russell verwendet das Wort 'men'.

<sup>16</sup> Russell verwendet 'human race'.

<sup>17</sup> Cocchiarella stuft die Klassen als Vielheit mit mehr als einem Element als Gruppen von Objekten bzw. Pluralobjekte ein: "Occurring as a singular term, a name denotes, if it denotes at all, a class as many, where, as in Russell's theory, a class as many of one object is identical with that one object, and a class as many of more than one object is a plurality, i.e., a plural object that we call a group." (Cocchiarella 2005, 1).

aus ihren Teilen konstituiert. Kommen wir zu den Relationen, welche eigentlich zu den bereits angesprochenen Begriffen gehören.

Den Relationen kommt in der Philosophie der *New Philosophy* eine Sonderrolle zu, welche laut Russell die Differenz zu den großen metaphysischen Systemen der Geschichte markiert. Mit seiner Einstufung der Relationen stellt sich Russell gegen die von ihm als Subjekt-Prädikat Theorie<sup>18</sup> (kurz 'SPT') bezeichnete Position, wonach alle Propositionen aus Subjekt und Prädikat bestehen. Die Relationen gelten in der Ontologie von PoM als spezielle Begriffe, welche als "relating relations" - anders als die Prädikate - eine Mehrzahl von Termen (Dingen) in (relationalen) Propositionen verbinden. Die Relationen teilen den Status der R-Terme und gelten daher letztlich als real, extern und nicht (auf die Prädikate) reduzierbar. Wir werden sehen, dass Russell in PoM für eine intensionale Interpretation der Relationen optiert, welche er wenige Monate später<sup>19</sup> aufgeben sollte. Ich darauf hinweisen, dass Russell die Relationen in einigen Bemerkungen in PoM in die Nähe der Funktionen rückt, wobei er den formalen Charakter der Relationen hervorhebt. So behauptet er wiederholt, dass die rechtseindeutigen Relationen mit dem allgemeinen Funktionsbegriff zusammen fallen - ein These, welche ich dann in Kapitel II besprechen will. Kommen wir zur letzten offiziellen<sup>20</sup> Kategorie von Objekten der Ontologie von PoM, den Propositionen.

Die Propositionen machen sicherlich den eigentlichen Ausgangspunkt für Russell und das unumstrittene, eigentliche Zentrum seiner Philosophie aus. Russells Ansichten zu Logik, Semantik und Erkenntnistheorie resultieren in weiten Teilen aus seinen Überzeugungen zum ontologischen Status der Propositionen, wie ich meiner Arbeit zeigen will. Die Propositionen gelten genauso wenig wie die R-Terme als sprachliche (bzw. auch-sprachliche) oder als psychische Entitäten. Russell ist sich sehr wohl bewusst, dass der Ausdruck 'proposition' von seinen Zeitgenossen in der Regel für die Aussagen gebraucht wird und so eine sprachliche Bedeutungsebene impliziert, optiert aber selbst für eine Auffassung, welche die Propositionen als sprach-unabhängige Realitäten etabliert. Die Russell'schen Propositionen enthalten nämlich die R-Terme als ihre Konstituenten, sind die Objekte des Denkens und die Träger der Wahrheit. Darüber hinaus gelten diese komplexen Terme als die einzigen Einheiten. Einheiten - so behauptet Russell in PoM - sind jene Ganzheiten, welche durch die Angabe ihrer Teile (Konstituenten) noch nicht bestimmt sind. Sie sind gewissermaßen neue Entitäten (Komplexe), welche aus der strukturierten Kombination von R-Termen als neue Objekte entstehen. Es ist nicht verwunderlich, dass diese Auffassung noch stärker mit dem term-orientierten, atomistischen Ansatz der Ontologie von PoM kollidiert als Russells Auffassung von der Klasse als Einheit. Bekanntlich wird Russell das Problem der Einheit der Propositionen auch nicht so schnell los werden. Ein wichtiger Lösungsansatz Russells in

---

<sup>18</sup> Diese Doktrin werden wir mit Russell als "Subjekt-Prädikat Theorie" (kurz 'SPT') bezeichnen.

<sup>19</sup> Siehe Abschnitt 6.1. von Kapitel II die Schrift "Relations" (kurz 'R').

<sup>20</sup> Ich werde zeigen, dass die Funktionen in der Ontologie von PoM gewissermaßen blinde Passagiere sind.



PoM und unmittelbar danach besteht darin, Propositionen als Werte von propositionalen Funktionen aufzufassen. Wie wir noch sehen werden, ist dieser Ansatz aber nur schwer mit den Dogmen der *New Philosophy* zu vereinbaren. Tatsächlich sind die Funktionen - wie wir noch sehen werden - in der Ontologie von PoM ein Fremdkörper. Die Funktionen - welche Russell im Sommer des Jahres 1900 in Paris von Peano übernimmt - tauchen in den Entwürfen für PoM tatsächlich relativ spät auf, wie Beaney<sup>21</sup> in seinem Aufsatz nachgewiesen hat.

Zu den von Beaney genannten Vorläuferbegriffen der propositionalen Funktionen gehören der Begriff der logischen Variablen und der Assertionsbegriff. Ich will zeigen, dass Russell mit seiner Analyse der Propositionen nach dem Schema Assertion/logisches Subjekt die traditionelle Analyse der Propositionen in Subjekt und Prädikat ersetzen will. Wir werden sehen, dass Russell in PoM den Nutzen und auch die Grenzen der Analyse von Propositionen anhand des Assertionsbegriffs auslotet. Er kommt schließlich zum Ergebnis, dass bestimmte Propositionen nicht nach diesem Schema, sondern nur anhand des Funktionsbegriffs - beispielsweise als formale Implikationen - analysiert werden können. Auf diese Weise - so meine Sicht der Dinge - bereitet Russell dem Funktionsbegriff und der funktionalen Analyse, sowie seinen Funktionstheorien von 1903 und 1904 den Boden.

Damit wäre das Inventar der wichtigsten Objekte der Ontologie von PoM einigermaßen komplett. An dieser Stelle will ich darauf hinweisen, dass einige Bemerkungen Russells den Versuch erkennen lassen, diese Objekte dann in einer Art Stammbaum zu ordnen. So setzt er im Rahmen der regressiven Analyse<sup>22</sup> die Klassen, die Prädikate, die Klassenbegriffe, die denotierenden Begriffe und die Relationen in eine genetische Linie und behauptet, dass letztlich alle diese Entitäten auf die propositionalen Funktionen (kurz 'PF'<sup>23</sup>) reduziert werden können. Anders gesagt, die propositionalen Funktionen<sup>24</sup> generieren - so Russells Redeweise - die Begriffe, die Klassen und die Propositionen. In Kapitel II soll beiläufig auch die genetische Beziehung zwischen den Funktionen und den Komplexen besprochen werden.

Bevor wir unsere Analyse mit dem Termbegriff beginnen, will ich einige Bemerkungen zum Einfluss anderer Denker auf Russell und dann zu Russells Sprachmodell anbringen.

Russell erklärt im Vorwort<sup>25</sup> zu PoM, dass Moore im Gespann der "New Philosophy" zunächst philosophisch federführend und tonangebend war und dass er sich ihm in den grundlegenden Fragen anschließt. Russells erklärtes Anliegen für PoM ist es dann den

---

<sup>21</sup> Beaney (2009).

<sup>22</sup> Siehe Abschnitt 3.3.2. von Kapitel II.

<sup>23</sup> Die PF gehen auf Peano zurück, welcher bereits seit dem Zusammentreffen auf dem Kongress in Paris (1900) nunmehr den größten Einfluss auf Russell ausübt.

<sup>24</sup> In Kapitel II wird auch deutlicher zum Ausdruck kommen, dass die Funktionen in der Ontologie von PoM einen Fremdkörper darstellen.

<sup>25</sup> "On fundamental questions of philosophy, my position, in all its chief features, is derived from Mr. G.E. Moore." (PoM, xxii)

Nachweis zu erbringen, dass erst die von Moore übernommenen Positionen - anders als die meisten anderen zeitgenössischen Philosophien - eine Grundlegung der Mathematik<sup>26</sup> möglich machen. Russell verweist an dieser Stelle auf die Schriften "The Nature of Judgement"<sup>27</sup> und "The Refutation of Idealism"<sup>28</sup>.

Allerdings steht dieser Einschätzung Russells, dass die meisten Ideen von Moore kommen, die Erklärung des letzteren<sup>29</sup> entgegen, wonach - wie speziell auch bei der Theorie der Urteile bzw. Propositionen - eher ein Austausch stattgefunden hat. Milkov<sup>30</sup> verweist auf Griffin, welcher die zwei genannten Schriften Moores als Quelle für Russells Wandel ab April 1898 ausdrücklich ausschließt. Laut Milkov<sup>31</sup> rührt die Ähnlichkeit der Schriften Moore und Russell eher daher, dass beide - Russell direkt und Moore über Brentano - die Philosophie von Lotze als Quelle genutzt haben.

Was nun die komplexe Beziehung der "New Philosophy" zum Idealismus angeht, wurde oft behauptet, dass in den beiden obgenannten Schriften Moores die Grundzüge jener Metaphysik programmatisch dargelegt werden, welche die definitive Abkehr vom britischen Idealismus<sup>32</sup> eines Bradley, Green, Stout und Mc Taggart inklusive deren Ahnherrn Immanuel Kant beinhaltet. Diese Einschätzung schließt nun die Annahme ein, dass Russell bis 1898 tatsächlich ein eingefleischter Idealist<sup>33</sup> war.

Milkov<sup>34</sup> hat mit seiner These nämlich möglicherweise recht, wenn er behauptet, dass die idealistischen Elemente der Frühphilosophie Russells generell überbetont werden. Wir wissen zwar, dass insbesondere Mc Taggart mit seinen Vorlesungen über Hegel zu Beginn der 90er Jahre einen bedeutenden Einfluss auf Russell ausgeübt hat. Bei Mc Taggarts Darstellung von Hegel - wie auch bei seinem eigenen pluralistischen Idealismus<sup>35</sup> - handelt es sich allerdings um eine Philosophie, welche sich tatsächlich nicht durch eine große Nähe

---

<sup>26</sup> "Before learning these views from him, I found myself completely unable to construct any philosophy of arithmetic, whereas their acceptance brought about an immediate liberation from a large number of difficulties which I believe to be otherwise insuperable. The doctrines [...] are, in my opinion, quite indispensable to any even tolerably satisfactory philosophy of mathematics, as I hope following pages will show. [...] the fact that they allow mathematics to be true, which most current philosophies do not, is surely a powerful argument in their favour." (PoM, xxii). Im ersten Satz spielt Russell vermutlich weniger auf sein erstes Buch an, nämlich *The Axioms of Geometry* (1899), welches noch stärker unter dem Einfluss der britischen Idealisten stand, als auf zwei seiner Aufsätze über die Grundlegung der Mathematik, "An Analysis of Mathematical Reasoning" (1898) und "Fundamental Ideas and Axioms of Mathematics" (1899).

<sup>27</sup> Moore (1899).

<sup>28</sup> Moore (1903).

<sup>29</sup> Moore (1942), 15.

<sup>30</sup> "Nicholas Griffin underlined that Moore's two dissertations of 1897 and 1898, as well as his paper 'The nature of judgement', cannot be the source of the changes in Russell's logic in April 1898. Unfortunately, Griffin\* did not investigate other possible sources [...] despite the fact that Griffin\*\* was the first to note that Russell had a Lotzean phase in 1897 to 1898. " \*Griffin (1991), p. 298. \*\* Griffin & Lewis (1990), p. 159. (Milkov 2008, 186).

<sup>31</sup> Milkov (2008), 192.

<sup>32</sup> Siehe dazu Griffin (1991).

<sup>33</sup> Russell selbst schreibt in seiner Autobiographie: "I was at this time a full-fledged Hegelian, and I aimed at constructing a complete dialectic of the sciences... I accepted the Hegelian view that none of the sciences is quite true, since all depend upon some abstraction, and every abstraction leads, sooner or later, to contradiction. Wherever Kant and Hegel were in conflict, I sided with Hegel." (Russell 1959, 42).

<sup>34</sup> "Many of today's historians of analytic philosophy find the early philosophy of Moore and Russell to be much more Hegelian than used to be believed." (Milkov 2008, 186).

<sup>35</sup> Vergleiche mit dem von Milkov (Siehe Milkov (2008), 186) wiedergegebenen Zitat von Passmore zu den Hegel-Vorlesungen McTaggarts: "[...] no one has ever been convinced that the Hegel he described exists outside McTaggart's fertile imagination".

zu Hegel auszeichnet. Milkov<sup>36</sup> meint, dass Russells Philosophie - entgegen dessen eigener Einschätzung - bereits seit 1896 nicht mehr idealistisch ist. Der Einfluss Hegels auf Russell, welcher im Jahre 1897 sein erstes größeres philosophisches Werk - *An Essay on the Foundations of Geometry*<sup>37</sup> - verfasste, beschränkt sich laut Milkov im wesentlichen auf vier Punkte<sup>38</sup>.

Auch wenn Russell schon vor 1898 kein überzeugter Idealist mehr war, so nimmt die Distanz zu Bradley und den meisten anderen britischen Idealisten ab 1898 doch zu, wie sich in meiner Analyse von Russells Termbegriffs und seiner Auffassung der Relationen zeigen wird. Gehen wir nun kurz auf die *New Philosophy*<sup>39</sup> ein.

Die *New Philosophy* besteht - wie wir in Kapitel I sehen werden - aus einem zunächst transparent anmutenden Netzwerk von scheinbar aufeinander abgestimmten Dogmen und Thesen aus Ontologie, Semantik, Logik und Erkenntnistheorie. Der darin zum Ausdruck kommende Realismus ist nach der Intention der Autoren darauf angelegt, nicht nur dem idealistischen, sondern auch den diversen psychologischen Tendenzen jegliche Grundlage zu entziehen.

Die antipsychologistische Metaphysik, wie sie von Moore und Russell in ihrer antiidealistischen Revolte konzipiert wurde, ist - wie ich zeigen will - durch ihren termorientierten Ansatz tendenziell realistisch, atomistisch und universalistisch. Die gewöhnliche Vorstellung von den Dingen als komplexen Einheiten ist aber im Universum von PoM aufgrund der atomistischen Definition der R-Terme, wonach alle Entitäten Individuen sind, nicht unbedingt vorgesehen. Darin stimmt Russell mit Moore überein, wobei er mit der Einführung des Funktionsbegriffs und auch seiner Denotationstheorie andere Wege beschreitet.

Wir werden sehen, dass Russell mit Moore auch die Auffassung teilt, dass die Wahrheit objektiv, absolut, bewusstseinsunabhängig sei und einen propositionalen Charakter habe. Erkenntnis ist für beide immer die Erkenntnis von Propositionen. Als spezielles Prinzip der Erkenntnistheorie<sup>40</sup> nimmt Russell dabei an, dass die Propositionen zu jenen Entitäten gehören, zu denen wir einen direkten, voraussetzungslosen und unbedingten Zugang haben. Aus diesem Prinzip ergibt sich weiters laut PoM die Forderung, dass für die Erkenntnis einer Proposition die direkte Bekanntschaft mit ihren Konstituenten erforderlich sei. Auch in diesem Kontext ist laut Milkov die Definition des Termbegriffs ausschlaggebend und der Einfluss Lotzes spürbar. Milkov schreibt dazu:

---

<sup>36</sup> Milkov (2008), 186-187.

<sup>37</sup> Siehe Russell (1897).

<sup>38</sup> Dazu gehören die Akzeptanz des ontologischen Gottesbeweises, der dialektisch konzipierte Übergang von einer Wissenschaft zur anderen, die Vorliebe für Paradoxa und zuletzt die Ausrichtung von Russells Philosophie, welche auf die Behebung der Schwierigkeiten von Hegels Logik und Mathematik angelegt ist.

<sup>39</sup> Siehe auch Hylton (1990).

<sup>40</sup> Siehe dazu den Exkurs in die Erkenntnistheorie in Kapitel IV, Abschnitt 4.

First of all, Russell accepted Lotze's idea that in order for thinking to be possible at all, its objects must be complex: [...] they must consist of clearly different elements. Indeed, a simple thing 'is unthinkable, since every object of thought can only be thought by means of some complexity'. [...] That complexity can only be achieved when referring to individuals (terms), which are different from any other individual. (Milkov 2008, 189)

Die logische Struktur der Welt bzw. die Realität überhaupt deckt sich für die Philosophen der *New Philosophy* mit den Propositionen und erweist sich für die Erkenntnis als grundsätzlich fassbar. In diesem Kontext müssen wir auf das zugrundeliegende Sprachmodell zu sprechen kommen.

Wenn die Welt erkennbar ist, so ist die Sprache - entsprechend Russells "augustinischer Auffassung"<sup>41</sup> - ein transparentes Medium ist, welches die ontologisch-logische Struktur der Welt auf neutrale Weise reflektiert. Diese Einschätzung führt beim Leser häufig zu Verwirrung und Missverständnissen, welche Russell nicht zu Unrecht den Vorwurf der Gebrauch/Erwähnung-Verwechslung einbringen. So erweckt er manchmal den Anschein von sprachlichen Entitäten zu sprechen, während er eigentlich die realen Objekte - die R-Terme und die Propositionen - meint. Die Sprache als solche wird von Russell generell als ein für die Philosophie und die Logik unwichtiger Bereich eingestuft und soll zunächst keiner eigenen philosophischen Analyse unterzogen werden. Russell lässt sie in PoM - wie wir vor allem in Kapitel II sehen werden - lediglich als nützlichen Führer für die Philosophie gelten, wobei letztere primär auf die Erforschung der Struktur der Propositionen abzielt.

In Kapitel III werde ich zeigen, dass die Semantik von PoM - im Unterschied beispielsweise zu Freges dreistufiger Semantik - zunächst zweistufig angelegt ist und zudem in der Einschätzung Russells einem strikten Kompositionalitätsprinzip<sup>42</sup> unterliegt. Zwischen den Ebenen der Sprache und der Realität gibt es demnach keinen weiteren Bereich in der Art von Freges Sinnebene. Wahrheit und Realität sind für Russell auf einer nicht-linguistischen Ebene angesiedelt und fallen möglicherweise zusammen - wie wir sehen werden. In der frühen Philosophie Russells und Moores ist jede Form von Korrespondenztheorie von vorne herein ausgeschlossen. Beginnen wir unsere Untersuchung von PoM mit der Analyse von Russells Auffassung von den Termen.

---

<sup>41</sup> Siehe dazu Kapitel III, Abschnitt 2.

<sup>42</sup> Im Sinne eines Namensuniversalismus handelt es sich um ein Kompositionalitätsprinzip für Bedeutungen im Sinne von PoM. Siehe die Abschnitte 3.4. und 3.5. von Kapitel III.

## **2. Die Terme**

### **2.1. Einleitung 9**

### **2.2. Einführung der R-Terme 10**

### **2.3. Pluralistische Ontologie 36**

### **2.4. Zwei Kategorien von R-Termen: die Dinge und die Begriffe 39**

### **2.5. Die Begriffe 50**

#### **2.1. Einleitung**

In den folgenden Abschnitten geht es zunächst um den Termbegriff, welcher erklärtermaßen im Zentrum von Ontologie und Logik von PoM steht und das Fundament der Philosophie von PoM ausmacht. Den undifferenzierten Termen (den R-Termen) in der Ontologie entspricht laut Philosophie von PoM ein einziger Typ von Variablen in der Logik. Diese Tatsache scheint allerdings insbesondere mit der späteren verzweigten Typentheorie<sup>43</sup> nur schwer in Einklang zu bringen, wie wir noch sehen werden.

Die R-Terme gelten nun in PoM - entsprechend dem Programm der *New Philosophy* - im platonischen Sinne als unveränderlich, unzerstörbar und zugleich als die Objekte des Denkens. Da sie zugleich die Konstituenten der Propositionen sind - welche Russell als reale Sachverhalte konzipiert - sind die R-Terme nicht nur die letzten Bausteine der Realität, sondern gehören auch zum Grundinventar der Logik.

Nach der Erörterung der Frage nach einem effektiven Identifikationskriterium für die R-Terme soll der Sachverhalt geklärt werden, inwiefern Russell seinen Termbegriff in PoM als Fundament einer pluralistischen Ontologie bzw. als Bastion gegen verschiedene Formen des Monismus betrachten kann. Nach diesem Exkurs über den Pluralismus konzentrieren wir uns auf die wichtige Einteilung der R-Terme in Begriffe und Dinge, wobei die "propositionale Perspektive" von PoM deutlich werden sollte.

Anschließend sollen die verschiedenen Arten von Begriffen näher analysiert und zueinander in Beziehung gesetzt werden. Obwohl die Relationen als mehrstellige Prädikate ebenfalls zu den Begriffen - und damit zu den R-Terme gehören - sollen diese aufgrund ihres programmatischen Sonderstatus erst in Abschnitt 4 behandelt werden.

Die Klassen, welche von Russell als Konjunktionen bzw. auch als Kombinationen von R-Termen aufgefasst werden, verdienen ebenfalls eine Sonderbehandlung und sollen in Abschnitt 3 besprochen werden. Kommen wir nun zur Einführung des universellen Termbegriffs in PoM und dem philosophischen Hintergrund von Russells Ansichten.

---

<sup>43</sup> Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 5.4.4.

## 2.2. Einführung der R-Terme

Der Termbegriff rückt nicht erst in PoM ins Zentrum von Russells Philosophie. Bereits in seinen Schriften um 1900 gründet Russell seine Ontologie auf den Termbegriff, wodurch erstere - oberflächlich betrachtet - zunächst den Anstrich einer atomistischen Theorien erhält. Dabei haben vermutlich Moores Begriffe - wie ich zeigen will - als direkte Vorlage gedient, wenn man einmal vom Einfluss der Schule Brentano absieht. Ich will zeigen, dass sich in Russells Auffassungen zu den Termen und Moores Auffassungen zu den Begriffen wesentliche Elemente der realistischen Position wieder spiegeln, welche sich vor allem gegen den britischen Idealismus richtet.

Nun wollen wir auf die Kennzeichnung der R-Terme in Kapitel IV von PoM zu sprechen kommen. Russell kennzeichnet diese zum einen als die potenziellen Gegenstände des Denkens. Zum anderen können die R-Terme - so Russell - in wahren oder falschen Propositionen auftreten und als eines gezählt<sup>44</sup> werden.

Beginnen wir nun mit der Analyse der einschlägigen Stellen aus PoM.

Russell bezeichnet das Wort 'Term' als das umfassendste philosophische Wort<sup>45</sup> überhaupt und stuft es als synonym mit 'Entität', 'Einheit' bzw. 'Individuum' ein. In seinen Worten:

Whatever may be an object of thought, or may occur in any true or false proposition, or can be counted as *one*, I call a *term*. This, then, is the widest word in the philosophical vocabulary. I shall use it as synonymous with it the words unit, individual, and entity. (PoM, 43)

Angesichts der hier vorliegenden Gebrauch/Nennung-Verwechslung, darf man Russells Behauptung hier vermutlich so auslegen, dass die Wörter 'Term', 'Entität', 'Einheit' und 'Individuum' dieselbe Bedeutung<sup>46</sup> haben, d.h. dieselbe Extension haben, d.h. auf dieselben R-Terme bzw. Klassen von R-Termen zuzutreffen. Die 4 Begriffe wären demnach koextensiv und die jeweiligen Wörter synonym im referenziellen Sinne.

Die Tatsache, dass die R-Terme für Russell so etwas wie Atome sowohl für die Semantik als auch für die Ontologie sind, erklärt womöglich Russells Nachlässigkeit in Hinblick darauf,

---

<sup>44</sup> Russell bemerkt an späterer Stelle, dass dieser Begriff nicht mit der Abzählbarkeit äquivalent ist. Die im Termbegriff intendierte Einheit bzw. Identität steht nicht mit der natürlichen Zahl 1 bzw. dem Begriff der Kardinalität in engem logischen Zusammenhang. Russell weist durch ein Frege-Zitat eben darauf hin: "The sense in which every object is *one*, which is apparently involved in speaking of *an* object, is, as Frege urges\*, a very shadowy sense, since it is applicable to everything alike." \* Grundlagen der Arithmetik, Breslau, 1884, p. 40. (PoM, 132). Siehe Abschnitt 5.2.3. zu den kardinalen Propositionen.

<sup>45</sup> Während im ersten Satz vom Begriff 'Term' die Rede ist, spricht Russell im zweiten und dritten vom Wort. Diese Nachlässigkeit wird durch die bereits erwähnte Grundannahme Russells zu Bedeutung der Wörter begünstigt und ist typisch für ihn. Die Schlampigkeit im Übergang von der Redeweise über die Bedeutungen von Wörter zu den Wörtern scheint an dieser Stelle durch Russells ambiguen Einsatz des Ausdrucks 'Term' zu geschehen, wobei hier ein kurioser Übergang vom Gebrauch zur Erwähnung zu beobachten ist.

<sup>46</sup> Die Bedeutung von Ausdrücken entspricht in PoM grob ihrer Referenz. Die denotierenden Begriffe haben eine davon verschiedene, spezielle Bedeutung. Siehe Abschnitt 3.5. von Kapitel III.

durch eine entsprechende Notation zwischen den R-Termen und den Wörtern zu unterscheiden. Die Gefahr der Verwechslung in Hinblick auf Gebrauch und Erwähnung wird beispielsweise in der am Anfang des Abschnitts angeführten Stelle zu den Termen deutlich, wo einmal von sprachlichen Ausdrücken, dann wieder von den R-Termen die Rede ist. Eine korrekte Transkription dieser Stelle könnte folgendermaßen aussehen, wobei dann auch die darauffolgenden Sätze angeführt werden sollen:

Whatever may be an object of thought, or may occur in any true or false proposition, or can be counted as one, I call a "term". This, then, is the widest word in the philosophical vocabulary. I shall use it as synonymous with it the words 'unit', 'individual', and 'entity' [**meine Korrekturen**]. [...] every term has being, *i.e.* is in some sense. 'A man', 'a number', 'a class', 'a relation', 'a chimera', or anything else that can be mentioned, is sure to be a term; and to deny that such and such a thing is a term must always be false. (PoM, 43)

Wenig später findet sich ein weiteres wichtiges Merkmal der R-Terme, wonach diese notwendigerweise als logische Subjekte in Propositionen auftreten können. Das folgende Prinzip beruht - wie wir noch sehen werden - laut Russell auf einer Theorie<sup>47</sup>, welche eng mit dem Idealismus verknüpft ist:

Every term [...] is a logical subject [...]. (PoM, 44)

Demnach gibt es in PoM vier wichtige Kennzeichnungen der R-Terme, welche wir in vier Abschnitten besprechen wollen. In zwei weiteren Abschnitten wollen wir unseren Diskurs zu den universellen R-Termen etwas ausweiten und abrunden.

Die 6 Abschnitte zu den Termen lauten wie folgt:

- 2.2.1. Die R-Terme sind die potenziellen Gegenstände des Denkens. 12**
- 2.2.2. Die R-Terme sind die individuellen Einheiten. 15**
- 2.2.3. Die R-Terme sind die Konstituenten der Propositionen. 25**
- 2.2.4. Die R-Terme sind logische Subjekte von Propositionen. 26**
- 2.2.5. R-Terme und Denotation. 28**
- 2.2.6. Russells und Moores im Vergleich. 31**

Bevor wir speziell auf die vier obgenannten Sätze eingehen, welche Russells Theorie der R-Terme beschreiben, will ich auf einen Punkt hinweisen, welche nicht nur die Terminologie betrifft. Bei der Lektüre von PoM zeigt sich dem Leser nämlich bald, dass Russell mit dem Ausdruck 'Term' nicht immer die universellen R-Terme meint, sondern manchmal die aktuellen (und nicht die potenziellen<sup>48</sup>) logischen Subjekte der Propositionen. Diese Terme

---

<sup>47</sup> Als 'SPT' benenne ich jene Theorie, wonach jede Proposition letztlich aus Subjekt und Prädikat besteht. Siehe Abschnitt 4.1.

<sup>48</sup> Vergleiche mit Abschnitt 2.2.4.

sind jene speziellen R-Terme, über die in der Proposition etwas präzisiert<sup>49</sup> wird, bzw. von denen<sup>50</sup> die Proposition handelt.

I shall speak of *terms* of a proposition as those terms, however numerous, which occur in a proposition and may be regarded as subjects about which the proposition is. (PoM, 45)

Um diese speziellen Terme von den undifferenzierten R-Terme auseinander zu halten, nenne ich sie im folgenden 'Terme im engeren Sinne' (kurz *Terme i.e.S.*), während erstere auch als 'Terme im weiteren Sinne' (kurz 'Terme i.w.S.')

oder weiterhin einfach als R-Terme bezeichnet werden sollen. Russell selbst macht sich darüber anscheinend keine Gedanken. Wenn er von den "Termen" spricht, sind daher manchmal die Terme i.e.S. - und nicht die R-Terme - gemeint. Tatsächlich ist die Unterscheidung der zwei Typen von Termen in Russells Philosophie - wie ich dann zeigen will - wichtig. Russell unterscheidet nämlich - wie wir in Abschnitt 2.4. sehen werden - zwischen zwei Arten von R-Termen - den Begriffen und den Dingen - wobei letztere mit den Termen i.e.S. weitgehend zusammenfallen.

Ich will zeigen, dass der spezielle Termbegriff eng mit Russells Prädikationstheorie zusammenhängt und speziell in seiner Überzeugung gründet, wonach sich die Propositionen in der Regel in ein logisches Subjekt und eine Assertion<sup>51</sup> zerlegen lassen. Die Terme i.e.S. sind als die logischen Subjekte eine Unterkategorie der R-Terme. Jene R-Terme hingegen, welche in der Proposition nicht an der Subjekt-Position auftreten, gehören laut Russell zur Assertion<sup>52</sup>. Es scheint, dass sich bei diesem Termbegriff die Bereiche Prädikation und Ontologie auf komplexe Weise überlagern, was aus Russells spezieller Sicht der Dinge durchaus unproblematisch sein mag. Ich werde diesen Sachverhalt in Abschnitt 5.3. dann so deuten, dass sich hier der Vorrang der propositionalen Perspektive vor der atomistischen, Term-orientierten Perspektive bemerkbar macht. Kommen wir nun aber zum ersten Merkmal der universellen R-Terme.

### 2.2.1. Die R-Terme sind die potenziellen Gegenstände des Denkens.

Russell legt sich darauf fest, dass die R-Terme (die Termen i.w.S.) die potenziellen Objekte des Denkens sind:

Whatever may be an object of thought, [...], I call a "term". [...] or anything else that can be mentioned, is sure to be a term; (PoM, 43)

---

<sup>49</sup> Russell spricht hier meist von der "Assertion". Siehe Abschnitt 3.3.

<sup>50</sup> Russell verwendet in der Regel den Ausdruck 'about'. Siehe auch Abschnitt 2.5.4.

<sup>51</sup> Siehe Abschnitt 5.3.

<sup>52</sup> Eine Assertion ist laut PoM nicht einfach ein R-Term, sondern eine Struktur, welche den Funktionen ähnlich ist und welche R-Terme gewissermaßen enthält. Siehe dazu Abschnitt 5.3.



Dass diese R-Terme als jene Entitäten definiert, welche erwähnt bzw. genannt<sup>53</sup> werden können, scheint in Einklang mit erkenntnistheoretischen und sprachphilosophischen Ansichten Russells zu stehen, wie wir noch sehen werden. Die These, dass die R-Terme die potenziellen Objekte des Denkens sind, erweist sich bei näherem Hinsehen allerdings als eine eher akzidentielle, wenig informative Kennzeichnung der R-Terme.

Nichtsdestoweniger markiert das Auftauchen dieser These bei Russell wichtige Elemente seiner Philosophie um 1900. Daher ist es an dieser Stelle vielleicht angebracht, den Hintergrund von Russells eher impliziten Erkenntnistheorie etwas beleuchten. Da Russell laut eigenen Aussagen zu Beginn seiner philosophischen Karriere die wichtigsten metaphysischen Grundannahmen mit Moore teilt, müssen dazu auf die *New Philosophy* und ihre Dogmen zu sprechen kommen. Deren quasi-platonischer Realismus wird im Kontext von erkenntnistheoretischen Überlegungen besonders gut sichtbar.

So erklären beide Philosophen - Moore und Russell - die Überzeugung, dass das menschliche Denken einen direkten Kontakt zu Termen (bzw. zu den Begriffen bei Moore) herzustellen vermag, zum Dogma. Erkenntnis ist für beide die Erkenntnis von extramentalen Entitäten ist, mit welchen der Geist im direkten Kontakt steht. Lange bevor Russell von direkter Bekanntschaft (*direct acquaintance*) spricht, vertritt er - so Levine<sup>54</sup> - im Kern bereits Jahre vor der Veröffentlichung von PoM die Auffassung, dass Erkenntnis stets intuitive Elementen einschließt<sup>55</sup>. So schreibt Russell im Manuskript "The Axioms of Geometry" aus dem Jahre 1899:

[...] the meaning of the fundamental terms cannot be given, but can only be suggested. (AoG, 411)

Die Annahme der direkten Bekanntschaft<sup>56</sup> mit den Bausteinen der Realität gehört also wesentlich zum Realismus der *New Philosophy*. Dass die Realität laut Russell nicht als monistische Substanz, sondern aus lauter einer Vielzahl von unabhängigen Entitäten bestehend vorgestellt werden muss, soll dann in Abschnitt 2.3. besprochen werden. Wir werden in diesem Kontext darauf zu sprechen kommen, dass hier möglicherweise, wie Milkov<sup>57</sup> bemerkt, der Einfluss von Lotzes Denken spürbar ist.

Dass der menschliche Geist mit den Termen in direktem Kontakt treten kann, beruht laut den Philosophen der *New Philosophy* auf der notwendigen Voraussetzung, dass die

---

<sup>53</sup> Dieses Merkmal könnte mit einiger Berechtigung auch als Ausdruck des metaphysischen Prinzips interpretiert werden, welches im nächsten Abschnitt besprochen wird. Den Ausdruck 'Whatever [...] can be counted as one...' hingegen interpretiere ich als Hinweis auf das metaphysische Prinzip. Siehe Abschnitt 2.2.2.

<sup>54</sup> Levine (2009). Siehe dazu Kapitel IV, Abschnitt 3.

<sup>55</sup> Siehe dazu ebenfalls Kapitel IV, Abschnitt 3.

<sup>56</sup> Später vertritt Russells das Prinzip der Bekanntschaft (*Principles of Acquaintance*, kurz 'PoA'), dass nämlich zum Verständnis einer Proposition laut dem die Bekanntschaft aller Terme erforderlich, aus denen die Proposition besteht. Folgende Passage aus OD bezieht sich wie die obige Stelle aus AoG auf die Terme, jetzt aber explizit als die "Konstituenten" von Propositionen, mit denen wir "unmittelbare Bekanntschaft" haben: "In every proposition that we can apprehend [...], all the constituents are really entities with which we have immediate acquaintance." (OD, 427). Siehe Kapitel IV, Abschnitt 4.

<sup>57</sup> Siehe Milkov (2009)

R-Terme bewusstseinsunabhängige d.h. extramentale Entitäten sind. Die R-Terme müssen also über ein vom Subjekt unabhängiges (objektives) Sein verfügen. Diese Einstufung verstehen beide als eine Kampfansage an den Psychologismus, zu dem Russell neben Kants Transzendentalphilosophie auch Lotzes Philosophie rechnet, wie wir gleich sehen werden.

Der Anti-Psychologismus der *New Philosophy* entstand übrigens fast zeitgleich mit demjenigen Husserls und teilt mit diesem - neben einigen Wurzeln<sup>58</sup> - auch einige wichtige Ansätze. Das entscheidende Argument Russells (und Moores) gegen den Psychologismus - wie auch gegen den Idealismus - verweist auf die grundlegende Unterscheidung<sup>59</sup> zwischen dem mentalen, psychischen Akt des Denkens und dem damit intendierten extramentalen, in der Regel nicht-psychischen Gegenstand. Die Tatsache, dass die Terme (die späteren R-Terme aus PoM) mehr sind als bloße Ideen, formuliert Russell in einer Kritik an Bradley wie folgt:

[...] everything that can occur in a proposition must be something more than a *mere* idea - it must be the object of an idea [...]. (1900b, 229)

Eine ähnliche Argumentation bringt Russell in PoM gegen die Philosophie von Lotze vor, welcher laut Russell das Vorgestellung durch uns irrigerweise als eine Art des Seins ("Lotze's second kind of being")<sup>60</sup> verstanden hat. Der Fehler speziell des Idealismus besteht nun darin, aus der Überlegung, dass viele Objekte des Denkens - wie beispielsweise die Zahlen und die Relationen - nicht außerhalb des Geistes existieren, darauf zu schließen, dass diese Entitäten durch die Gedanken erschaffen werden. Ein Fehlschluss - so Russell - zu dem nur Philosophen fähig sind. Hier der längere Auszug aus dem Appendix:

[...] but the whole theory rests, if I am not mistaken, upon neglect of the fundamental distinction between an idea and its object. Misled by neglect of being, people have supposed that what does not exist is nothing. Seeing that numbers, relations, and many other objects of thought, do not exist outside the mind, they have supposed that the thoughts in which we think of these entities actually create their own objects. Every one except a philosopher can see the difference between a post and my idea of a post, but few see the difference between the number 2 and my idea of the number 2. (PoM, 451)

Tatsächlich hat der Idealist Bradley selbst ansatzweise einen Beitrag dazu geleistet, die Bedeutung bzw. die Idee als objektive Komponente zu etablieren - ein Beitrag, welcher von Russell nicht gehörig gewürdigt wird. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass sich Bradley aus der Sicht Russells keineswegs vom Substanzbegriff sowie der Theorie der internen Relationen löst. Kommen wir zu einem weiteren Merkmal der R-Terme.

---

<sup>58</sup> Siehe Coffa (1991).

<sup>59</sup> Dies erinnert durchaus an Husserls Bewusstseinsakte und die Intentionalität. Wie Coffa gezeigt hat, steht Russell in der semantischen Tradition von Brentano. Siehe Coffa (1991).

<sup>60</sup> PoM, 451.

### 2.2.2. Die R-Terme sind die individuellen Einheiten.

Ein weiteres Kennzeichen der R-Terme - nämlich dass diese Einheiten sind - wird durch folgende Worte des oben angeführten bereits Zitats ausgedrückt.

Whatever [...] can be counted as one, I call a "term". This, then, is the widest word in the philosophical vocabulary. I shall use it as **synonymous with it the words 'unit', 'individual', and 'entity'** [meine Hervorhebung]. (PoM, 43)

Hier handelt es sich nicht um ein Merkmal mit einem Bezug zur Erkenntnistheorie, wie das gerade besprochene, sondern um ein metaphysisches Prinzip, welches entsprechend mehr über die R-Terme aussagt als ersteres.

Wenn Russell hier behauptet, dass die Ausdrücke 'Term', 'Einheit', 'Individuum' und 'Entität' synonym sind, meint er damit, dass jeder R-Term als Einheit, Individuum und Entität gelten kann und jede Einheit als R-Term, Entität und so fort. Man kann davon ausgehen, dass seine Behauptung weniger den korrekten Gebrauch der Worte betrifft, als dass sie ein zentrales metaphysisches Kriterium umschreiben will. Wie später noch deutlich werden sollte, hält Russell zu diesem Zeitpunkt - anders als wenige Jahre später - rein sprachphilosophische Erörterungen für uninteressant. Russells Behauptungen beruhen ihrerseits - wie ich meine - jedoch auf der stillschweigenden Annahme der Transparenz der Sprache.

So beruht das im Zitat formulierte Identifikationskriterium, wonach "alles, was genannt werden kann"<sup>61</sup> als Term aufzufassen sei, auf der stillschweigenden Annahme, dass die einzelnen Begriffe (in einer Proposition) und die sie ausdrückenden sprachlichen Zeichen (in einem Satz) in einer eindeutigen Korrelation zueinander stehen. So eine Auffassung ist laut Hist.Wört.d.Ph. übrigens bereits bei Aristoteles<sup>62</sup> zu finden. Dieses semantische Prinzip, wonach jedes Wort für sich - unabhängig von der Proposition bzw. dem Satz - eine Bedeutung hat, findet sich auch in PoM, wo es ohne Diskussion als gültig vorausgesetzt wird:

[...] it must be admitted, I think, that every word occurring in a sentence must have *some* meaning: a perfectly meaningless sound could not be employed in the more or less fixed way in which language employs words. The correctness of our philosophical analysis of a proposition may therefore be usefully checked by the exercise of assigning the meaning of each word in the sentence expressing the proposition. (PoM, 42)

Russell vertritt eine ähnliche Sprachauffassung auch noch nach PoM, wie folgende Stelle aus "On Meaning and Denotation of Phrases" (kurz 'OMPD') dem Jahr 1903 belegt:

Any object which is denoted by a constituent word or phrase is called a *term* in the proposition. (OMDP, 287)

---

<sup>61</sup> Vergleiche auch mit: "Where the mind can distinguish elements, there must *be* different elements to distinguish;" (PoM, 466) Diese psychologische Identifikationskriterium liegt vermutlich dem oben genannten sprachlichen Kriterium zugrunde.

<sup>62</sup> Siehe Aristoteles: Metaphysik, 987 b 30.

Russell wird die meisten dieser Überzeugungen erst mit OD endgültig über Bord werfen, wie ich in Kapitel III zeigen will. Allerdings tauchen - wie in meiner Arbeit gezeigt werden soll - bereits in verschiedenen Manuskripten vor OD Überlegungen<sup>63</sup> Russells dahingehend auf, dass sich die Bedeutung von bestimmten (komplexen oder nicht-komplexen) Ausdrücken (wie Funktionsausdrücken und denotierenden Ausdrücken) erst im Kontext von Propositionen ergibt.

Lassen wir jetzt die Sprachproblematik wieder beiseite und kehren zum Identitätskriterium für R-Terme zurück. Jedem R-Term kommt - so heißt es in PoM weiter - Sein zu, bzw. jede Entität ist ein R-Term und umgekehrt:

[...] **every term has being, i.e. is in some sense [meine Hervorhebung]**. 'A man', 'a number', 'a class', 'a relation', 'a chimera', or anything else that can be mentioned, is sure to be a term; and to deny that such and such a thing is a term must always be false. (PoM, 43)

Dieses Prinzip gilt laut Russell mit Notwendigkeit. Jeder R-Term ist per definitionem potenziell ein logisches Subjekt von Propositionen ist, wie Russell wenig später konstatiert:

[...] every constituent of every proposition must, on pain of self-contradiction, be capable of being made a logical subject. (PoM, 48)

In folgender Passage aus Teil VI von PoM über den Raum führt Russell das Argument weiter aus. Propositionen des Schemas 'A is not' sind notwendigerweise falsch - so könnte man Russells Position hier abkürzen - da der Ausdruck 'A is not' sonst als bedeutungslos gelten müsste. Russell behauptet also, dass A automatisch Sein zukommen muss, wenn es als Subjekt einer Proposition auftritt. Ich deute Russells Position so, dass der sinnvolle (sprachliche) Diskurs deshalb nicht ins Leere laufen kann, da unbezweifelbar eine (wahre oder falsche) Proposition vorliegt. In Russells Worten:

*Being* is that which belongs to every conceivable term, to every possible object, of thought in short to everything that can possibly occur in any proposition, true or false, and to all such propositions themselves. Being belongs to whatever can be counted. If *A* be any term that can be counted as one, it is plain that *A* is something, and therefore that *A* is. "A is not" must always be either false or meaningless. For if *A* were nothing, it could not be said not to be; "A is not" implies that there is a term *A* whose being is denied, and hence that *A* is. **Thus unless "A is not" is an empty sound, it must be false whatever A may be, it certainly is [meine Hervorhebung]**. (PoM, 449)

---

<sup>63</sup> "[...] all denoting functions are meaningless in themselves, and are only significant when they occur as constituents of propositions." (OF, 384). Und auch: "The same theory, it would seem, may be applied to ambiguously denoting complexes such as "a man". We shall say that "a man" means nothing at all by itself, but that  $\phi(a \text{ man}) = .(\exists x).x \varepsilon \text{ man}.\phi x$  Df." (OF, 385)

Solche Äußerungen machen Russell scheinbar zu einem Anhänger<sup>64</sup> der ontologischen Ansichten Meinongs, welche ein dicht bevölkertes Universum implizieren. Wir werden aber gleich auf Unterschiede zwischen beiden Ontologien hinweisen.

Russell verteidigt sich in PoM vor dem Vorwurf, so ein allgemeiner Termbegriff könnte unbrauchbar sein:

It might perhaps be thought that a word of such extreme generality could not be of any great use. Such a view, however, owing to certain wide-spread philosophical doctrines, would be erroneous. (PoM, 43-44)

Die Fortsetzung des oben angeführten Zitats geht in dieselbe Richtung. Das Sein bekommt hier - so der letzte Satz - einen ähnlichen Status zugewiesen wie der der Transzendentalien der mittelalterlichen Philosophie:

Numbers, the Homeric gods, relations, chimeras and four-dimensional spaces all have being, for if they were not entities of a kind, we could make no propositions about them. Thus being is a **general attribute of everything [meine Hervorhebung]**, and to mention anything is to show that it is. (PoM, 449)

Die Tatsache, dass der Term als absolut universeller Begriff gilt und mit dem Sein zusammenfällt, findet in der Logik von PoM ihre Entsprechung. Russell vertritt die Theorie der uneingeschränkten Variablen, wonach stets über alle Individuen/R-Terme quantifiziert wird. Bei der Logik von PoM<sup>65</sup> - so die Einschätzung von Landini - handelt es sich um einen universellen Individuenkalkül, welcher die Quantifikation über Funktionen prinzipiell nicht vorsieht. Doch zunächst zurück zu Fragen der Ontologie und dem Termbegriff.

Boukema<sup>66</sup> weist darauf hin, dass Realität und Sein sind zwar bei Russell als koextensiv gelten, aber nicht bei Meinong - auch wenn Russell dies in verschiedenen Äußerungen<sup>67</sup> scheinbar nicht zur Kenntnis nehmen will. In Meinongs Philosophie, dem es primär um Fragen der Epistemologie gegangen ist, gelten nämlich nicht alle Objekte als real, wie Boukema meint:

Meinong would fiercely protest against being depicted as a proponent of a realism which is more excessive than its Russellian or Fregean variant. Typical of Meinong's theory of objects is not [...] an attempt to allow the intrusion of new and strange denizens into the realm of being, but rather to extend the range of possible thought and knowledge to objects beyond that realm. (Boukema 2007, 6)

---

<sup>64</sup> Boukema spricht bei Russell von einer quasi-Meinong'schen Ontologie (Boukema 2007, 2)

<sup>65</sup> Siehe Landini (1996, 8).

<sup>66</sup> Boukema (2007, 7).

<sup>67</sup> Siehe Boukema (2007).

Im Unterschied zu Russell<sup>68</sup>, welcher auch den falschen Propositionen einen Seins-Status<sup>69</sup> zuschreibt, weigert sich Meinong<sup>70</sup> laut Boukema beharrlich, falschen Propositionen einen Realitätsgehalt zuzuerkennen.

In der Annahme, dass jede Entität eine Einheit<sup>71</sup> ist, stimmt Russell mit den Scholastikern<sup>72</sup> und auch mit Leibniz überein, welcher von Spätscholastikern wie Suarez beeinflusst wurde. Wenn man darüber hinaus jede Einheit als eine individuelle Entität auffassen könnte, dann würde sich unmittelbar ergeben, dass jeder R-Term (jede Entität) eine individuelle Entität ist und umgekehrt.

Die Behauptung, dass jede Entität eine Einheit ist, ist aber keine Tautologie und wird in den verschiedenen Metaphysiken unterschiedlich eingeschätzt. So gelten die Atome bei den antiken Atomisten beispielsweise als letzte Einheiten, aber keineswegs als Individuen. Deshalb gilt im Atomismus - anders als bei Russell - die These, dass jede individuelle Entität eine Einheit ist, als ebenso falsch wie die These, dass jede Einheit ein Individuum ist. Russell<sup>73</sup> hält die zwei Dinge in der Einleitung ebenfalls säuberlich auseinander:

The first [the word 'unit'] two emphasize the fact that every term is *one*, while the third [the word 'being'] is derived from the fact that every term has being, *i.e. is* in some sense. (PoM, 43)

Schließlich erläutert Russell seine Position<sup>74</sup> recht ausführlich und beruft sich auf Leibniz, wenn er folgendes Prinzip formuliert:

---

<sup>68</sup> "Thus 'the present King of France', 'the round square', etc., are supposed to be genuine objects. It is admitted that such objects do not *subsist*, but nevertheless they are supposed to be objects." (OD, 418).

<sup>69</sup> In Abschnitt 5.1.4. werden Russells Existenzbegriffe besprochen.

<sup>70</sup> "Nevertheless, the fact that 39 years later Russell spoke of 'Meinong's unduly populous realm of being' instead of Meinong's unduly populous realm of *objects*, is not due to a merely insignificant slip of his pen." (Boukema (2007, 7)

<sup>71</sup> Einheiten sind laut Russell scheinbar per Definition abzählbar, wie im oben angeführten Zitat zu den Termen nachzulesen ist: "Whatever may be an object of thought, or may occur in any true or false proposition, or **can be counted as one [meine Hervorhebung]**, I call a term." (PoM, 43) Wie Russell aber an andere Stelle klarstellt, basiert das eigentliche Zählen auf den Klassen und ist daher auf den Termbegriff nicht unmittelbar anwendbar. Siehe dazu Abschnitt 5.2.3. zu den "kardinalen" Propositionen.

<sup>72</sup> "Whatever is, is one: being and one, as Leibniz remarks, are convertible terms". \*Ed. Gerhardt, II, p. 300." (PoM, 132). Leibniz steht bekanntlich seinerseits in der Tradition der Scholastiker, welche diese "Transzendentalien" für gewöhnlich ebenfalls identifizierten ("Ens et Unum convertuntur"). Zu Leibniz ein längeres Zitat: "Der rationale Idealismus von Leibniz basiert auf drei zentralen Parametern: 1. einem im christlichen Platonismus fundierten Begriff von Einheit, 2. dem aus Aristoteles, dem Nominalismus und der christlichen Schöpfungslehre legitimierten Gedanken, dass nur Einzelnes, Individuelles und Singuläres wirklich 'ist' und 3. einem Begriff von Vollständigkeit, Abgeschlossenheit und Totalität, der dem schon antiken Gedanken der plenitudo oder des Pleroma folgt und hier bei Leibniz eine spezifische Synthese aus den beiden ersten Parametern, dem der Einheit und der Individualität darstellt. Denn: Leibniz' Begriff von Einheit ist nicht unabhängig zu denken von dem Gedanken einer absolut erfüllten, mangellosen, ihre inneren Implikationen für sich selbst und nach "außen" hin dokumentierenden Einheit 6. Somit ist alles, was ist, nicht nur ein je Eines oder Einzelnes (ens et unum convertuntur), sondern es ist auch, in je verschiedener Weise, ein je vollständig bestimmtes eines Sein, ein "unum completum" oder eine "unitas per se" (oder auch: unum per se). Alles, was ist, ist ein Eines, das eine abgeschlossene, es vollständig bestimmende und von allem anderen absetzende Menge von Bestimmungen aufweist." (Kisser, Thomas: "Leibniz' Abhandlung 'Meditationes de cognitione, veritate et ideis' von 1684 - eine Diskussion mit Blick auf den 'Tractus de intellectus emendatione' des Baruch Spinoza." in: Kisser Thomas (ed.): *Metaphysik und Methode. Descartes, Spinoza, Leibniz im Vergleich*, Stuttgart 2010, S. 107-124.

<sup>73</sup> "The first [the word 'unit'] two emphasize the fact that every term is *one*, while the third [the word 'being'] is derived from the fact that every term has being, *i.e. is* in some sense. (PoM, 43)

<sup>74</sup> Vergleiche mit Quines Prinzip 'no entity without identity'.

**Whatever is, is one** [meine Hervorhebung]: being and one, as Leibniz remarks, are convertible terms. (PoM, 132)

Ausgehend von der Position, dass jede Entität ein Individuum ist<sup>75</sup>, erzeugt dieses Prinzip in PoM einige Spannungen, wie wir noch sehen werden. So in Zusammenhang mit dem Begriff der Klasse als Vieles<sup>76</sup>, welche nur über eine relative Einheit<sup>77</sup> verfügen. Sie sind folglich in Russells Theorie nur so etwas wie Quasi-Einheiten und keine echten Individuen. Oder wie Russell sich ausdrückt, sie sind Ganzheiten<sup>78</sup>, aber keine Einheiten. Anders als die Propositionen können die Klassen nämlich durch die Angabe ihrer Teile<sup>79</sup> identifiziert werden. Bei den unendlichen Klassen<sup>80</sup> ergeben sich allerdings - wie zu sehen sein wird - schwierige Fragen. Russell ist sich durchaus dessen bewusst, dass seine Theorie der Pluralobjekte nicht ausgereift ist und unbefriedigend ist. So weist er beispielsweise in einer Fußnote<sup>81</sup> auf logische Schwierigkeiten im Kontext seiner Denotationstheorie hin, welche sich bei einer Ausweitung des Termbegriffs ergeben. Diese Problematik rührt nach meiner Einschätzung auch daher, dass Russell zu diesem Zeitpunkt nicht über eine philosophisch befriedigende Theorie der Variablen<sup>82</sup> und der Quantifikation verfügt.

Ein ähnliches - wie ich glaube - für Russell unlösbares Problem betrifft die Einheit der Propositionen<sup>83</sup>. Einerseits bestehen die Propositionen aus mindestens zwei R-Termen und sind somit nicht anderes als komplexe R-Terme. Andererseits haben sie als Einheiten den Status von Quasi-Individuen, wobei die Schwierigkeit darin besteht, eben diese Einheit der Propositionen (auf atomistische Weise) zu definieren. Russell befindet sich hier - wie sich zeigen wird - in einem Dilemma, welches er erst Jahre später<sup>84</sup> lösen sollte.

Wir haben bereits festgestellt, dass sich Russells Auffassungen zu den R-Termen von denen der antiken Atomisten deutlich unterscheiden. Sie entsprechen schon eher denen von Leibniz, welcher die Monaden als metaphysische Atome konzipiert hat, welche ihrerseits individuellen, vollständigen Begriffen<sup>85</sup> entsprechen (und umgekehrt). Wie ich in Abschnitt

---

<sup>75</sup> Siehe auch Abschnitt 2.3.

<sup>76</sup> Siehe Abschnitt 3.2.

<sup>77</sup> "[...] though terms may be said to belong to the class, the class must not be treated as itself a single logical subject." (PoM, 69)

<sup>78</sup> "Thus we see that there are two very different classes of wholes, of which the first will be called *aggregates*, while the second will be called *unities*." (PoM, 140)

<sup>79</sup> "The whole formed of the terms of the collection I call an *aggregate*. Such a whole is completely specified when all its simple constituents are specified; its parts have no direct connection *inter se*, but only the indirect connection involved in being parts of one and the same whole." (PoM, 140). Siehe die Abschnitte 3.2.2. und 3.5.

<sup>80</sup> Siehe Abschnitt 3.2.3.

<sup>81</sup> "Starting, for example, with human, we have man, men, all men, every man, any man, the human race, of which all except the first are twofold, a denoting concept and an object denoted; we have also, less closely analogous, the notions "a man" and "some man", which again denote objects\* other than themselves. \* I shall use the word *object* in a wider sense than *term*, to cover both singular and plural, and also cases of ambiguity, such as "a man". The fact that a word can be framed with a wider meaning than terms raises **grave logical problems** [meine Hervorhebung]. CF. § 47". (PoM, 55)

<sup>82</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.3.

<sup>83</sup> Siehe Abschnitt 5.4.

<sup>84</sup> In der Multiple-Relation Theory von 1906 gibt Russell die These von der Existenz von Propositionen als unabhängig vom Subjekt existierende Einheiten schließlich auf.

<sup>85</sup> Siehe Mates (1986).

4.2. zeigen will, kritisiert Russell aber Leibniz' These der Internalität aller Relationen<sup>86</sup>, welcher er als ein logisches Derivat von SPT<sup>87</sup> ansieht. Die Ablehnung von SPT garantiert - so Russell - einen Realismus mit einem gefüllten Universum, wie es den beiden Vertretern der *New Philosophy* eben vorschwebte.

All the arguments used by Hegelians to condemn the sort of things dealt with by mathematics and physics depended upon the axiom of internal relations. Consequently, when I rejected this axiom, I began to believe everything the Hegelians disbelieved. This gave me a very full universe. (Russell 1959, 48)

Die Fülle des Universums findet sich interessanterweise auch bei Leibniz, welcher der aktual existierenden Welt die beste Kombination von Seinsfülle und Einfachheit der sie regulierenden Gesetze bescheinigte. Eine andere Nähe zu Leibniz<sup>88</sup> - welcher laut Russell von SPT nicht weggekommen ist, obwohl er näher dran war als anderen Philosophen - zeigt sich auch darin, dass Russells Terme (die R-Terme) wie Leibniz' Monaden als komplexe Gebilde gelten. Jede einzelne Monade spiegelt laut Leibniz bekanntlich das gesamte Universum wieder, so dass in jeder Monade die vollständige Geschichte der aktuellen Welt<sup>89</sup> herauslesen lässt.

Russell unterscheidet sich von Leibniz darin, dass es bei ihm auch einfache<sup>90</sup> (unstrukturierte) R-Terme, die Terme im engeren Sinne, gibt. Laut Russell sind die R-Terme, über die Proposition etwas aussagt, also die Terme im engeren Sinne, in der Regel<sup>91</sup> einfache Objekte. Hintergrund und Motivation für die Position Russells sind epistemologischer Natur. Zum Verständnis<sup>92</sup> der Proposition 'Mont Blanc is over 4000 metres high' ist laut Russell nämlich die Beschaffenheit des Bergs mit seinen spezifischen Schneefeldern und Felsvorsprüngen nicht nötig. Andererseits haben Objekte wie der Mont Blanc eine gewisse Komplexität. Russell behauptet aber dezidiert, dass es keine komplexen Objekte<sup>93</sup> im herkömmlichen geben kann. Objekte wie der Mont Blanc werden von Russell als Klassen eingestuft:

---

<sup>86</sup> Siehe Abschnitt 4.

<sup>87</sup> SPT - die "Subjekt-Prädikat Theorie" - besagt, dass jede Proposition aus Subjekt und Prädikat besteht. Siehe Abschnitt 4.1.

<sup>88</sup> Siehe Abschnitt 4.1.

<sup>89</sup> Analog dazu kann laut Leibniz jede mögliche Welt aus jedem in ihr enthaltenen vollständigen Begriff auf vollständige Weise rekonstruiert werden.

<sup>90</sup> "Given any propositional concept, or any unity (See §136), which may in the limit be simple, its constituents are in general of two sorts: (1) those which may be replaced by anything else whatever without destroying the unity of the whole; (2) those which have not this property. [...] Of the unity in question, the former class of constituents will be called *terms* [meine Hervorhebung], the latter *concepts*." (PoM, 508). Siehe Abschnitt 2.4. Siehe auch Kapitel II, Abschnitt 3 zur Analyse. Wenn Russell von einfachen Termen spricht, bezieht er sich - wie es scheint - aber weniger auf begrifflich als auf real nicht analysierbare Universalien. Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3. zur Analyse.

<sup>91</sup> Die denotierenden Begriffe sind im Kontrast dazu komplexe R-Terme, welche zudem das Phänomen der Referenzübertragung auslösen, wie wir in Abschnitt 2.5.4. sehen werden.

<sup>92</sup> In Abschnitt 4 von Kapitel IV gibt es einen Exkurs in die Erkenntnistheorie.

<sup>93</sup> Russell distanziert sich von der Auffassung von Dingen als organischen Einheiten: "We are sometimes told that things are organic unities, composed of many parts expressing the whole and expressed in the whole. [...] For us, however, it is sufficient to observe that all unities are propositions or propositional concepts, and that



[...] the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc., are classes as one. [...].  
These objects, therefore, are of **the same type as simple individuals** [meine Hervorhebung].  
(PoM, 523-524)

An dieser Stelle will ich kurz Milkovs Ansichten zum Einfluss Lotzes auf Russell anführen. Russell lehnt sich laut Milkov mit seinem Termbegriff und seiner Theorie der Komplexe an Lotzes Philosophie an, wobei Milkov<sup>94</sup> erkenntnistheoretische Überlegungen hervorhebt. Speziell sieht Milkov Russells Idee der Seinsverschiedenheit (difference of being), welche im Termbegriff verankert ist, durch Lotze beeinflusst oder zumindest antizipiert. Dieser Einfluss zeige sich - so Milkov - bereits in der frühen Schrift 'An analysis of mathematical reasoning' (kurz 'AMR') aus dem Jahre 1898:

In brief, what was new in 'An analysis of mathematical reasoning' was the insistence that the terms are immutable and eternally self-identical and are the constituents of judgements/propositions. [...] In fact, Russell embraced these principles in the already discussed Chapter 1 of 'An analysis of mathematical reasoning', where he insisted that each term is identical with itself and different from all other terms. He called this kind of difference 'difference of being'. [...] 'It is the kind of difference that numeration depends upon, and it is in virtue of their difference of being that all terms can be counted'. [...] Lotze, for his part, already introduced an idea very close to Russell's 'difference of being' in *Microcosm*. (Milkov 2008, 191)

Russells Auffassung der Propositionen als (falsche<sup>95</sup> oder wahre) Sachverhalte würde demnach teilweise auf Lotzes Einfluss<sup>96</sup> zurück zu führen sein, wenn Milkov recht hat:

Lotze's influence on Russell on this point came from his claim that judgements have an objective content—they relate things (sie verhalten Sachen) which differ one from another with necessity. (Milkov 2008, 190) Lotze's influence on Russell on this point came from his claim that judgements have an objective content—they relate things (sie verhalten Sachen) which differ one from another with necessity. [...] (Milkov 2008, 191)

---

consequently nothing that exists is a unity. If, therefore, it is maintained that things are unities, we must reply that no things exists." (PoM, 466-467).

<sup>94</sup> "First of all, Russell accepted Lotze's idea that in order for thinking to be possible at all, its objects must be complex: [...] they must consist of clearly different elements. Indeed, a simple thing 'is unthinkable, since every object of thought can only be thought by means of some complexity'. [...] That complexity can only be achieved when referring to individuals (terms), which are different from any other individual. In perception, there must be 'at least one "principle of differentiation", an element, that is, by which the things presented are distinguished as various'. [...] Russell called this element 'a form of externality'. His argument here was similar to his argument in defence of complex objects of thinking. The objects of perception must be complex since in order to perceive them, we must differentiate these parts, and in order to differentiate, and then relate them, they must be external one to another." (Milkov 2008, 189). Und weiter: "Above all, in the introduction to the 'Analysis', Russell accepted an idea which later became leading in the Principles: 'Whatever can be a logical subject I call a term'. [...] Terms are all those things which can be counted; [...] they have a being. In fact, this idea was the cornerstone of Russell's new theory of propositions, which many authors consider the kernel of his philosophy. [...]" (Milkov 2008, 191)

<sup>95</sup> Wie bereits erwähnt, lehnt Meinong falsche Objekte bzw. Sachverhalte grundsätzlich ab.

<sup>96</sup> "Russell, for his part, borrowed his theory of judgment directly from Lotze." (Milkov 2008, 192)

Es lohnt sich an dieser Stelle, noch einmal einen Vergleich zu Leibniz anzustellen, welcher Russell vermutlich noch mehr als Meinong oder auch Lotze - direkt oder indirekt - beeinflusst hat. Beide Philosophen - Russell gegen Bradley und Leibniz gegen Spinoza - vertreten mit Nachdruck eine pluralistische Auffassung, wonach die Wirklichkeit aus einer (unendlichen) Pluralität<sup>97</sup> von Entitäten besteht. Leibniz behauptet bekanntlich von seinen Monaden, dass sie - wie Russells Konstituenten der Propositionen - einfach sind, wobei er wohl damit meint, dass sie als metaphysisch atomare Realitäten nicht zerlegbar sind. Entsprechend Leibniz' nominalistischem Ansatz existieren die Universalien in den Individuen bzw. als Gedanken der Super-Monade Gott, wobei nur den Individuen (wie Russells R-Termen) (unabhängige) Realität zukommt. In PoM hingegen sucht man vergebens nach einer klaren Trennung zwischen Universalien und Individuen. Dieser Tatbestand gründet nun gerade im Termbegriff. Wenn 'Term' für Russell das Wort mit einer absolut universellen Bedeutung ist und als synonym mit 'Individuum', 'Entität' anzusehen ist, so scheint dies eine kategorische Unterscheidung zwischen Universalien und Individuen auf den ersten Blick auszuschließen.

In Abschnitt 2.4. soll gezeigt werden, dass Russells Einteilung der R-Terme in Dinge (things)<sup>98</sup> und Begriffe (concepts)<sup>99</sup> in PoM eine Unterscheidung zwischen Universalien und Individuen postuliert. Ich will zeigen, dass die Lage der Dinge aber verworren ist. Mein Erklärungsversuch geht davon aus, dass die metaphysische Sichtweise genau in diesem Punkt bei Russell durch eine propositionale überlagert wird.

Tatsächlich fehlt in PoM nicht nur eine klare Unterscheidung zwischen universellen und individuellen R-Termen, sondern auch jene zwischen abstrakten und konkreten R-Termen. Naheliegender wäre es allerdings alle einfachen R-Terme (Terme und Begriffe) und alle komplexen R-Terme (Propositionen) in der Ontologie von PoM als individuelle R-Terme einzustufen, während die (propositionalen) Funktionen als einzige abstrakte R-Terme gelten müssten. In Anlehnung an Frege ergeben sich die PF scheinbar aus konkreten Propositionen, bei denen die Terme in Subjektposition (also Terme i.e.S.)<sup>100</sup> weggelassen werden. Es handelt sich demnach scheinbar um eine Art Funktionsabstraktion, wie sie u.a. auch Church im  $\lambda$ -Kalkül verwendet. Wie in Kapitel II gezeigt werden soll, hat Russell aber selbst einige Zweifel<sup>101</sup> an seiner Position angemeldet, welche er zudem in PoM und auch in

---

<sup>97</sup> Siehe dazu den Abschnitt 2.3 über den Pluralismus.

<sup>98</sup> Die Dinge stellen aber laut Russell - im Unterschied zu den Propositionen, keine Einheiten dar: "[...] consequently nothing that exists is a unity. If, therefore, it is maintained that things are unities, we must reply that no things exists." (PoM, 467)

<sup>99</sup> Siehe Abschnitt 2.5.

<sup>100</sup> Siehe folgende Stelle: "When a given term occurs as term in a proposition, that term may be replaced by any other while the remaining terms are unchanged. The class of propositions so obtained have what may be called constancy of form..." (PoM, 89). Ausführlicher ist diese Stelle: "In any proposition, however complicated, which contains no real variables, we may imagine one of the terms, not a verb or adjective, to be replaced by other terms: instead of "Socrates is a man" we may put "Plato is a man", "the number 2 is a man" and so on [...]. Thus we get successive propositions all agreeing except as to the one variable term. Putting  $x$  for the variable term, " $x$  is a man" expresses the type of all such propositions. A propositional function in general will be true for some values of variable and false for others." (PoM, 56). Siehe Abschnitt 2.4.

<sup>101</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.2.

den folgenden Jahren nicht konsequent durchgehalten hat. Der ontologische Status der Funktionen in PoM bleibt ungelöst.

Wenn wir die Problematik um den Funktionsbegriff einmal beiseite lassen, so könnte man eventuell jene R-Terme als konkrete Termen einstufen, welche eine spezielle Beziehung zum Terminus 'Existenz' einzuschließen. Solche R-Terme haben - so Russell - eine spezielle Beziehung zu Raum - und/oder Zeitpunkten. Solche Raum- und Zeitpunkte sind in Russells Einschätzung wie die anderen R-Terme nicht nur individuell<sup>102</sup>, sondern auch absolut. Russell verteidigt die Vorstellung eines absoluten Raumes unter anderem vehement gegen Leibniz<sup>103</sup>, welcher ein Anhänger der folgenreichen SPT ist.

In PoM zählt Russell schließlich 4 Klassen von existierenden Entitäten (existents) auf:

Among terms which appear to exist, there are, we may say, four great classes: (1) instants, (2) points, (3) terms which occupy instants but not points, (4) terms which occupy both points and instants. (PoM, 465)

Dazu gehören - wenn man eine andere Bemerkung Russells auswertet - neben den Raum- und Zeitpunkten auch Farben, Töne, Portionen von Materie und anderes mehr<sup>104</sup>:

There are terms which can never occur except as terms; such are points, instants, colours, sounds, bits of matter, and generally terms of the kind of which existents consist. (PoM, 212)

Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass die Existenz<sup>105</sup> für Russell ein R-Term ist wie jeder andere. Wie wir später sehen werden, unterscheidet Russell davon einen weiteren Existenzbegriff, welcher dem universellen Termbegriff von PoM weitgehend entspricht. Ein solcher Existenzbegriff ist mit den Klassen - aber nicht mit Raum und Zeit - verknüpft und wird unter anderem in Logik und Mathematik verwendet.

The sense in which existence is used in symbolic logic is a definable and purely logical sense, namely this: To say that *A* exists means that *A* is a class which has at least one member. [...] (*a*) the class and its members alike do not exist: they do not stand out in a part of space and time, or do they have that kind of a super-sensible existence which is attributed to the Deity. (EIP, 98-99)

Die Existenz von R-Termen in Raum und/oder Zeit hingegen ist weniger allgemein, wie in PoM nachzulesen ist:

---

<sup>102</sup> "The most fundamental characteristic of matter lies in the nature of its connection with space and time. Two pieces of matter cannot occupy the same place at the same moment, and the same piece cannot occupy two places at the same moment, though it may occupy two moments at the same place. [...] Matter itself seems to be a collective name for all pieces of matter, as space for all points and time for all instants. It is thus the peculiar relation to space and time which distinguishes matter from other qualities, and not any logical difference such as that of subject and predicate, or substance and attribute." (PoM, 468)

<sup>103</sup> Siehe Abschnitt 4.1.

<sup>104</sup> Russell zählt hier sicherlich auch Personen (z.B. Sokrates), Berge (z.B. der Mont Blanc) und Ereignisse dazu.

<sup>105</sup> Siehe Abschnitt 5.1.4.

Existence, on the contrary, is the prerogative of some only amongst beings. To exist is to have a specific relation to existence... (PoM, 449-450)

Alle R-Terme haben in PoM denselben ontologischen Status der Objektivität, insofern sie gleichermaßen als reale Gegenstände (Objekte) konzipiert werden. Wir wollen festhalten, dass die Realität von Russell (und Moore) - in Betonung der Distanz zum britischen Idealismus - generell als der Bereich des Objektiven vorgestellt wird. Diese Objektivität der Terme entspricht im Ansatz einem atomistischen Platonismus bzw. einem platonischen Atomismus, in dem die R-Terme als unveränderliche und unzerstörbare Objekte gedacht werden, aus denen sich die Realität zusammensetzt. Daher schreibt Russell den (existierenden wie den nicht-existierenden) R-Termen jene Eigenschaften zu, welche schon Parmenides dem Sein und Platon den Ideen zugesprochen hatten, nämlich die Unveränderlichkeit und die Unzerstörbarkeit:

[...] every term is immutable and indestructible. What a term is, it is, no change can be conceived in it which would not destroy its identity and make it another term. (PoM, 44)

Die Begriffe 'Existenz'<sup>106</sup>, 'Raum' und 'Zeit' gehören - wie wir bereits festgestellt haben - ebenfalls zu den R-Termen und nehmen unter diesen keinen Sonderstatus ein. Wie alle anderen R-Terme sind diese unzerstörbar und unveränderlich. Andere spezielle R-Terme (die existierenden R-Terme), wie Personen<sup>107</sup> oder Ereignisse, weisen - so Russells Position - lediglich spezielle Relationen zu diesen letzteren Termen auf. Darüber hinaus lässt sich laut Russell nichts Interessantes zur Existenz und dem Sein sagen.

Wir werden in Kapitel III sehen, dass sich mit der Einführung der Theorie von Bedeutung und Denotation nach PoM hier einiges ändern sollte. Dass in der Ontologie von PoM nicht nur Begriffe, sondern auch die Dinge als unzerstörbare Entitäten aufgefasst werden, lässt allerdings darauf schließen, dass alle R-Terme - also auch die Dinge - eigentlich ideale Objekte sind. Letztlich sind alle R-Terme in der Philosophie des frühen Russell - wie im nächsten Abschnitt gezeigt werden soll - im Wesentlichen die Komponenten der Propositionen. Wie die vorliegende Kennzeichnung der R-Terme nahelegt, sind die R-Terme zwar als vom Subjekt unabhängige Objekte konzipiert. Diese Unabhängigkeit von den Propositionen wird von Russell - wie ich zeigen will - nur angenommen und kann von ihm nicht konsequent durchgehalten werden. Bei den R-Termen wie bei den Propositionen handelt es sich scheinbar um ideale Objekte, welche übrigens in Analogie zu den platonischen Ideen durch eine spezielle Anschauung<sup>108</sup> erfasst werden können. Es handelt

---

<sup>106</sup> Siehe Kapitel IV, Abschnitt 4. Zum Sein und zur Existenz siehe PoM, 449.

<sup>107</sup> Personen werden in PoM als Klassen (classes as one) aufgefasst, wie wir bereits festgestellt haben. Siehe Abschnitt 3.2.2.

<sup>108</sup> Bei Russell taucht bekanntlich später der Terminus 'acquaintance' (direkte Bekanntschaft) auf, wie in Abschnitt 2.2.1. bereits erwähnt wurde. Siehe Kapitel IV, Abschnitt 4.

sich demnach um reifizierte, subjektunabhängige Ideen, wie das oben angeführte Zitat<sup>109</sup> aus dem Jahre 1900 nahe legt. Diese Diskussion soll im nächsten Abschnitt fortgesetzt werden, wobei noch ein weiteres Merkmal der R-Terme hinzugefügt wird.

### 2.2.3. Die R-Terme sind die Konstituenten der Propositionen.

Kommen wir zur bereits angesprochenen Kennzeichnung der R-Terme als Bestandteile der Propositionen. Russell spricht zunächst davon, dass die R-Terme in Propositionen auftreten (occur):

Whatever [may be an object of thought, or] may occur in any true or false proposition [, or can be counted as one], I call a "term". (PoM, 43)

Die Frage ist, ob hier die Terme im engeren Sinn gemeint sind oder die Terme i.w.S. - die R-Terme. Von den ersteren ist etwa im folgenden Satz die Rede, wenn Russell feststellt, dass die Propositionen von den Termen als den logischen Subjekten handeln:

I shall speak of *terms* of a proposition as those terms, however numerous, which occur in a proposition and may be regarded as **subjects about which the proposition is** [meine Hervorhebung]. (PoM, 45)

Tatsächlich aber sind nicht nur die Russell'schen Dinge, sondern auch die Russell'schen Begriffe Bestandteile der Propositionen, wie in PoM unmissverständlich dargelegt wird. Die Russell'schen Propositionen enthalten nämlich (alle) die Entitäten (die R-Terme), welche von den einzelnen Wörtern des entsprechenden Satzes bezeichnet<sup>110</sup> werden:

But a proposition, unless it happens to be linguistic, does not itself contain words: it contains the entities indicated by the words. (PoM, 47)

Die Propositionen sind in der Ontologie von PoM daher so etwas wie komplexe R-Terme<sup>111</sup>. Die R-Terme sind also nicht nur die Objekte<sup>112</sup> der Ideen bzw. der mentalen Akte, sie sind zugleich die potenziellen Konstituenten jener (wahren oder falschen) Propositionen, in welchen sie vorkommen (occur). Diese Auffassung steht im Kontext der Tradition des Aristoteles, welcher unter Termen die Außenglieder der Proposition versteht und welcher bekanntlich mit der Syllogistik die erste und zugleich wirkungsmächtigste<sup>113</sup> Termlogik

---

<sup>109</sup> "[...] everything that can occur in a proposition must be something more than a *mere* idea - it must be the object of an idea [...]" (Russell 1900b, 229)

<sup>110</sup> Russell spricht alternativ dazu auch von der Denotation der Wörter: "Any object which is denoted by a constituent word or phrase is called a *term* in the proposition." (OMDP, 287)

<sup>111</sup> Daneben haben in der Ontologie von PoM auch die denotierenden Begriffe, aber nicht die Klassen, den Status der Komplexität. Siehe die Abschnitte 2.5.4. und 3.

<sup>112</sup> Die R-Terme sind also für Russell nicht nur die potenziellen Gegenstände des Denkens, wie in Abschnitt 2.2.1. gezeigt wurde.

<sup>113</sup> Russells formuliert seine Kritik fast ein halbes Jahrhundert in seiner Philosophiegeschichte:

"In reading any important philosopher, but most of all in reading Aristotle, it is necessary to study him in two ways: with reference to his predecessors, and with reference to his successors. In the former aspect, Aristotle's merits are enormous; in the latter, his demerits are equally enormous. For his demerits, however, his successors are more responsible than he is. He came at the end of the creative period in Greek thought, and

entwickelte. Aristoteles vertritt allerdings - worin ihm Russell entschieden widerspricht - die Theorie (SPT), dass jede Proposition aus zwei R-Termen, einem Subjekt und einem Prädikat bestehen muss:

Terminum vero voco in quem resolvitur propositio, ut praedicatum et de quo praedicatur, vel appositio vel diviso esse et non esse. (Aristoteles 1962, 6)

Russell ersetzt SPT zunächst durch die Theorie von Subjekt und Assertion<sup>114</sup>, schließlich aber durch die Funktionstheorie, wie in Kapitel II gezeigt werden soll.

An dieser Stelle will ich kurz auf das Problem hinweisen, welches mit der Einstufung der Propositionen als komplexe Terme zu tun hat. Die Annahme Russells, dass die Propositionen über eine Einheit<sup>115</sup> verfügen und folglich komplexen Einheiten sind, kollabiert nämlich mit dem atomistischen Prinzip, wonach Ganzheiten stets aus der Summe ihrer Teile resultieren. Wir werden sehen, dass es in der Ontologie und der Logik<sup>116</sup> von PoM es eine immanente Spannung zwischen einem Down-Top Ansatz und einem Top-Down Ansatz<sup>117</sup> gibt, welche ungelöst<sup>118</sup> bleibt. Kommen wir aber zunächst zu einer weiteren Kennzeichnung der R-Terme.

#### **2.2.4. Die R-Terme sind logische Subjekte von Propositionen.**

Laut Russell müssen die R-Terme, welche ja als die Konstituenten der Propositionen definiert sind, notwendigerweise als logische Subjekte auftreten können. Auf diese Weise positioniert sich Russell erklärtermaßen gegen die Substanzphilosophie, welche SPT als grundlegendes Prinzip anerkennt. In Russells Philosophie gelten - wie wir wissen - alle R-Terme, nicht nur die Russell'schen Dinge, sondern auch die Russell'schen Begriffe, als gleich real und objektiv. Russells kritisiert an SPT die Annahme von Prädikaten (Begriffen) ist, welche keine richtigen Terme sind:

---

after his death it was two thousand years before the world produced any philosopher who could be regarded as approximately his equal. Towards the end of this long period his authority had become almost as unquestioned as that of the Church, and in science, as well as in philosophy, had become a serious obstacle to progress. Ever since the beginning of the seventeenth century, almost every serious intellectual advance has had to begin with an attack on some Aristotelian doctrine; in logic, this is still true at the present day. But it would have been at least as disastrous if any of his predecessors (except perhaps Democritus) had acquired equal authority. To do him justice, we must, to begin with, forget his excessive posthumous fame, and the equally excessive posthumous condemnation to which it led." (HWPH, 159-160). Speziell zur Syllogistik schreibt Russell: "The attempt to give pre-eminence to the syllogism in deduction misled philosophers as to the nature of mathematical reasoning. Kant, who perceived that mathematics is not syllogistic, inferred that it uses extra-logical principles, which, however, he supposed to be as certain as those of logic. He, like his predecessors, though in a different way, was misled by respect for Aristotle." (HWPH, 199)

<sup>114</sup> Siehe Abschnitt 5.3. und Kapitel II.

<sup>115</sup> Siehe Abschnitt 5.4.

<sup>116</sup> In einer Fußnote postuliert Russell ein logisches Down-Top Prinzip: "The notion of a constituent of a proposition appears to be a logical indefinable." (PoM, 510)

<sup>117</sup> Die Propositionen stellen - wie es scheint - nicht nur den methodologischen Anfangspunkt, sondern auch einen ontologischen für Russells Philosophie dar. In PoL heißt es zu Beginn: "That all sound philosophy should begin with an analysis of propositions, is too evident, to demand a proof." (PoL, 8)

<sup>118</sup> Russell gibt die Einheit der Proposition und damit die Proposition mit MRT schließlich auf und führt das Subjekt als relevante Entität wieder ein.

The traditional view - which may be called the subject-predicate theory - holds that in every proposition there is one term, the subject, and one concept which is not a term, the predicate. (PoM, 221)

Sein Grundprinzip zu den R-Termen und den Propositionen formuliert er wie folgt:

[...] every constituent of every proposition must, on pain of self-contradiction, be capable of being made a logical subject. (PoM, 48)

Folgenden Satz, welchen wir oben bereits kennengelernt haben, wollen wir sogleich als Prinzip formulieren:

**(LS) Jeder R-Term kann auch als logisches Subjekt in Propositionen auftreten.**

Jeder R-Term kann nicht nur als ein logisches Subjekt auftreten, sondern **ist** - so meint Russell an anderer Stelle - ein solches:

Every term [...] is a logical subject [...]. (PoM, 44)

Diese Aussage ist scheinbar stärker als die Behauptung, dass jeder R-Term potentiell das logische Subjekt jeder Proposition ist. In Wirklichkeit handelt es sich um nichts anderes als um das Prinzip (LS). Entweder ist ein R-Term das logische Subjekt einer Proposition oder nicht. Im letzteren Fall kann eine Proposition gebildet werden, bei der der R-Term effektiv als logisches Subjekt - bzw. als Term im engeren Sinne - auftritt. Die Bildung einer Proposition ist in Russells früher Philosophie nun keine Angelegenheit der Pragmatik oder von Sprechakten. Alle Propositionen - die falschen wie die wahren - kommt ja unabhängig vom Sprecher oder Denkenden eine Art Sein zu, wie oben deutlich wurde.

In Zusammenhang mit den denotierenden Begriffe und dem Prinzip (LS) tauchen allerdings Schwierigkeiten auf. Laut Prinzip TCA ("Theory of confined aboutness") - welches Coffa (Coffa, 1991) Russell zuschreibt - wird die logische Referenz einer Proposition stets vom logischen Subjekt der Proposition gestellt. Die denotierenden Begriffe bilden aber aufgrund der von ihnen ausgelösten Referenzverschiebung (AS) hierin eine Ausnahme. Propositionen mit einem denotierenden Begriffe an Subjektposition handeln nämlich nicht von den denotierenden Begriffen, sondern von denotierten Termen. Diese Anomalie, welche auch im Gray's Elegy-Argument (GEA) von "On Denoting" auftaucht, erweist sich für Logik und Ontologie Russells als folgenreich. Ich vertrete die These, dass GEA am Ende von Kapitel III die Unmöglichkeit aufzeigen will - im Rahmen einer Theorie von Bedeutung und Referenz - von den denotierenden Begriffen selbst (d.h. von deren Bedeutung im Unterschied zu ihrer Referenz) zu sprechen, um sie so als logische Subjekte zu fassen. Da sich dies als unmöglich erweist, werden die denotierenden Begriffe eliminiert. Bleiben wir doch zunächst bei PoM und (LS)

Eine weitere Schwierigkeit in Zusammenhang mit (LS) wie die der denotierenden Begriffe in PoM haftet - wie schon erwähnt wurde - auch den Klassen als Vieles (und den Konjunktionen bzw. Ansammlungen) an. Russell sieht sich bei solchen Pluralobjekten veranlasst, das Prinzip (LS) auszuweiten, wie folgende Bemerkung<sup>119</sup> belegt:

But can we now avoid the contradiction always to be feared, where there is something that cannot be made a logical subject? I do not myself see any way of eliciting a precise contradiction in this case. In the case of concepts, we were dealing with what was plainly one entity; in the present case, we are dealing with a complex essentially capable of analysis into units. In **such a proposition as "A and B are two," there is no logical subject** [meine Hervorhebung]: the assertion is not about A, nor about B, nor about the whole composed of both, but strictly and only about A and B. Thus it would seem that assertions are not necessarily about single subjects, but may be about many subjects; (PoM, 76-77)

Wie dem auch sei, diese Kennzeichnung der R-Terme sollte für unsere Zwecke vorerst ausreichen. Im folgenden Abschnitt soll die Beziehung der R-Terme mit der Denotation angesprochen werden.

### 2.2.5. R-Terme und Denotation

Russell weist darauf hin, dass die Denotationstheorie eng mit dem Termbegriff zusammen hängt. Letzterer markiert - so liest man in PoM - zum einen die Distanz zu verschiedenen Philosophien<sup>120</sup>, zum anderen eben seine eminente Bedeutung für die Denotationstheorie:

*Term* is therefore, a useful word, since it marks dissent from various philosophies, as well as because, in many statements, we wish to speak of *any* term or *some* term. (PoM, 44)

In dem der Denotation gewidmeten Kapitel V von PoM beginnt Russell mit einer für ihn typischen, kritischen Bemerkung zur bisherigen Behandlung des Denotationsbegriffs in der Logik, mit der er sich erneut von psychologistischen und sprachorientierten Auffassungen distanziert:

The notion of denoting, like most of the notions of logic, has been obscured hitherto by an undue admixture of psychology. There is a sense in which we denote, when we point or describe, or employ words as symbols for concepts; this however, is not the sense that I wish to discuss. (PoM, 53)

---

<sup>119</sup> "But can we now avoid the contradiction always to be feared, where there is something that cannot be made a logical subject? I do not myself see any way of eliciting a precise contradiction in this case. In the case of concepts, we were dealing with what was plainly one entity; in the present case, we are dealing with a complex essentially capable of analysis into units. In such a proposition as "A and B are two," there is no logical subject: the assertion is not about A, nor about B, nor about the whole composed of both, but strictly and only about A and B. Thus it would seem that assertions are not necessarily about single subjects, but may be about many subjects;" (PoM, 76-77)

<sup>120</sup> Gemeint sind hier wohl in erster Linie idealistische und psychologistische Philosophien. Zu Russells Kritik an SPT und den monistischen und monadistischen Systemen siehe die Abschnitte 2.3. und 4.1.



Die Denotation - so erklärt Russell seine eigene Position - besteht in einer logischen Relation zwischen den denotierenden Begriffen<sup>121</sup> und bestimmten Termen:

But the fact that description is possible [...] is due to a logical relation between some concepts and some terms, in virtue of which such concepts inherently and logically *denote* such terms.  
(PoM, 53)

Der entscheidende Punkt ist, dass mit der Denotation dieser speziellen Begriffe das oben erwähnte Phänomen der Referenzverschiebung verbunden ist, wie noch zu näher<sup>122</sup> zu sehen sein wird:

A concept *denotes* when, if it occurs in a proposition, the proposition is not *about* the concept, but about a term connected in a certain peculiar way with the concept. (PoM, 53)

Diese erste Denotationstheorie Russell erweist sich als eine Art Quantifikationstheorie, wobei die Variable<sup>123</sup> dann in Zusammenhang mit einer Funktionstheorie<sup>124</sup> als eine Art denotierender Begriff aufgefasst wird, welcher einen unbestimmten Term denotiert. Auf diese Weise wird es laut Russell möglich, von jeglicher denkbaren Entität<sup>125</sup> zu sprechen. Genau darauf - so meine ich - bezieht sich die zu Beginn des Abschnitts angeführte Aussage Russells über die Nützlichkeit seines neuen Termbegriffs. Dass die Denotationstheorie von PoM nicht ganz ausgereift ist, stellt Russell selbst fest.

So gibt es in PoM Bemerkungen, in denen Russell seine universalistische Auffassung der R-Terme und auch unter anderem auch das linguistische Identifikationskriterium für Terme scheinbar infrage stellt. In Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen verwendet Russell einmal den Ausdruck 'Objekt' in einer wie es scheint umfassenderen Bedeutung als 'Term'. Dabei stellt er fest, dass die Verwendung eines umfassenderen Ausdrucks als 'Term' schwere logische Probleme erzeugt. Russells Worte:

Starting, for example, with *human*, we have man, men, all men, every man, any man, the human race, of which all except the first are twofold, a denoting concept and an object denoted; we have also, less closely analogous, the notions "a man" and "some man", which again denote objects\* other than themselves. (PoM, 55)

\* I shall use the word *object* in a wider sense than *term*, to cover both singular and plural, and also cases of ambiguity, such as "a man". The fact that a word can be framed with a wider meaning than terms raises grave logical problems. CF. § 47.

---

<sup>121</sup> Siehe Abschnitt 2.5.4.

<sup>122</sup> Siehe Abschnitte 2.5.4. und 5.4.3. von Kapitel II.

<sup>123</sup> Siehe Abschnitt 5.3. von Kapitel II.

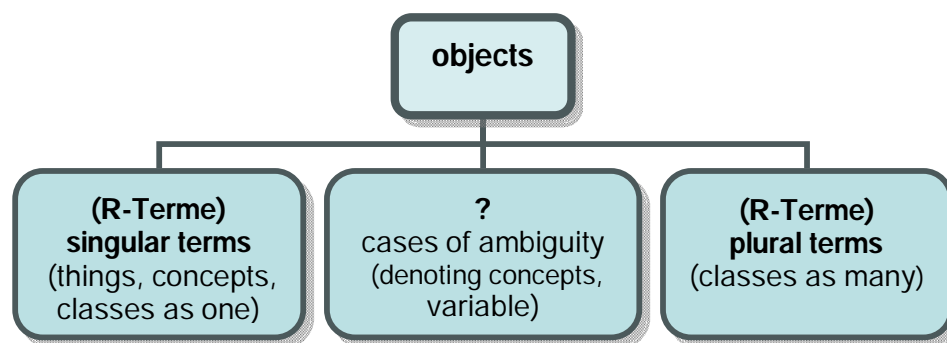
<sup>124</sup> Siehe Kapitel II.

<sup>125</sup> "[...] in every proposition of pure mathematics, when fully stated, the variables have an absolutely unrestricted field: any conceivable entity may be substituted for any of our variables without impairing the truth of our proposition." (PoM, 7)

Mit dem Ausdruck 'cases of ambiguity' (Fälle der Mehrdeutigkeit) bezieht sich Russell meiner Einschätzung nach auf den Funktionsbegriff<sup>126</sup>, welcher wie erwähnt mit seiner Theorie der denotierenden Begriffe eng verknüpft ist. Der Punkt ist, dass durch die denotierenden Begriffe bzw. durch die Variable anscheinend unbestimmte geisterhafte Objekte postuliert werden, welche dem Termbegriff nicht entsprechen. Die denotierenden Begriffe werden von Russell also bereits bei ihrer Einführung in PoM zwar als für die Logik grundlegende, aber als ontologisch suspekten Entitäten eingestuft. Er schreibt:

The whole theory of definition, of identity, of classes, of symbolism, and of the variable is wrapped up in the theory of denoting. The notion is a fundamental notion of logic, and, in spite of its difficulties, it is quite essential to be as clear about it as possible. (PoM, 54)

Das der angeführten Fußnote entsprechende Schema für die R-Terme würde jedenfalls folgenderweise aussehen, wobei das Fragezeichen letztendlich die Fremdartigkeit der Funktionen in der Ontologie von PoM betrifft.



Auf die unterschiedliche Behandlung von singulären Entitäten und Pluralobjekten<sup>127</sup> durch Russell soll später<sup>128</sup> eingegangen werden. Russell ist anscheinend unschlüssig darüber, wie die Denotate der denotierenden Begriffe einzuordnen sind. Scheinbar denotieren einige denotierende Begriffe (wie 'any') weder singuläre Terme, noch Pluralobjekt, wie Russell wenige Seiten später meint:

It is to be observed that this five combinations [**all, every, any, a, some + class-concept, meine Hinzufügung**] yield neither terms nor concepts, but strictly and only combinations of terms. The first yields many terms, while the others yield something absolutely peculiar, which is neither one nor many. (PoM, 58)

<sup>126</sup> Hier geht es neben den denotierenden Begriffen zentral um die (unabhängigen) Variablen. Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.

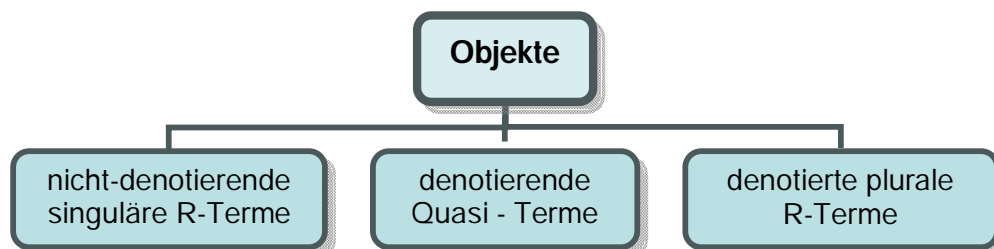
<sup>127</sup> Diese sind laut Russell eigentlich Kombinationen von R-Termen: "It is to be observed that this five combinations [*all, every, any, a, some + class-concept, meine Hinzufügung*] yield neither terms nor concepts [*meine Hervorhebung*], but strictly and only combinations of terms. The first yields many terms, while the others yield something absolutely peculiar, which is neither one nor many. The combinations are combinations of terms, effected without the use of relations. Corresponding to each combination there is, at least if the terms combined form a class, a perfectly definite concept, which denotes the various terms of the combination combined in the specific manner." (PoM, 58)

<sup>128</sup> Siehe den Abschnitt 3 zu den Klassen und Abschnitt 5.4. zu den Ganzen.

Tatsächlich verfügt Russell - wie wir in Abschnitt 5.3. von Kapitel II sehen werden - in PoM noch nicht über ein angemessenes philosophisches Verständnis der Variablen<sup>129</sup> und über eine stimmige Quantifikationstheorie, wie er selbst feststellte. Dazu kommt noch, dass die denotierenden Begriffe selbst - und nicht nur ihre Denotate - als Objekte schwer einzuordnen und in die Ontologie von PoM zu integrieren sind. Wie wir noch sehen werden, haben sie den Status von komplexen Begriffen, ohne Einheiten zu sein. In folgender Bemerkung werden sie von Russell weder als Begriffe, noch als Terme eingestuft:

*A man, we shall find, is neither a concept nor a term, but a certain kind of combination of certain terms, namely of those which are human. (PoM, 54)*

Die denotierenden Begriffe wären demnach vielleicht so etwas wie Quasi-Objekte oder "Quasi - Terme"<sup>130</sup>. Eine Einteilung der Objekte sähe wie folgt aus:



Wie werden noch sehen, dass die denotierenden Begriffe nach der Einführung der Unterscheidung zwischen der Bedeutung<sup>131</sup> (meaning) und der Denotation (denotation) einer ontologischen Neueinstufung unterzogen werden. Ich will zudem zeigen, dass die spätere Unterscheidung zwischen Bedeutung und Denotation in PoM in der Theorie der denotierenden Begriffen antizipiert wird. Mit anderen Worten<sup>132</sup>, die dreistufige Semantik von Bedeutung und Denotation nach PoM von Russell wird als Erweiterung der Semantik der denotierenden Begriffe aus PoM entwickelt. Bevor wir auf Russells pluralistische Ontologie zu sprechen kommen, sollen Russells Terme mit Moores Begriffen verglichen werden.

### 2.2.6. Russell und Moore im Vergleich.

Die oben erwähnte Interpretationslinie, Russells quasi-idealistischen Termbegriff in die Nähe der aristotelischen und mittelalterlichen Tradition der Termlogik zu stellen, erscheint noch plausibler, wenn man Moores Schriften mit einbezieht. Moore spricht in seinem Essay "The Nature of Judgement" (kurz 'NoJ') in Bezug auf die Konstituenten der Propositionen nicht von

<sup>129</sup> "The notion of the variable is one of the most difficult with which Logic has to deal, and in present work a satisfactory theory as to its nature, in spite of much discussion, will hardly be found..." (PoM, 5)

<sup>130</sup> Solche Quasi-Terme werden von Russell nach PoM im Rahmen als Komplexe eingestuft und durch den Funktionsbegriff, speziell durch die denotierenden Funktionen, formalisiert.

<sup>131</sup> Siehe dazu die Kapitel III und IV.

<sup>132</sup> Siehe dazu die Abschnitt 3 (und folgende) von Kapitel III.

Termen, sondern von Begriffen (concepts). Es zeigt sich, dass diese aber ähnliche Merkmale<sup>133</sup> wie Russells R-Terme aufweisen. Russell selbst weist in einer Fußnote von PoM darauf hin, dass seine Terme Moores Begriffe als Vorbild haben, auch wenn sie modifiziert sind bzw. sich in einigen wichtigen Punkten<sup>134</sup> von letzteren unterscheiden sollen:

The notion of a term here set forth is a modification of Mr. G.E. Moore's notion of a *concept* in his article: "On the Nature of Judgement", *Mind*, N.S. No. 30, from which notion, however, it differs in some important respects. (PoM, 44)

Auf den ersten Blick kurios erscheint hier der Umstand, dass Moore bei seiner Definition der Begriffe in NoJ gerade auf Bradleys Begriff der universalen Bedeutung Bezug nimmt. Moore distanziert sich dann - wie nicht anders zu erwarten - von Bradley und kritisiert dessen Auffassung von den Begriffen als Abstraktionen von Ideen<sup>135</sup>. Dabei geht es Moore - dessen Bemühungen die Etablierung einer realistischen Ontologie gelten - sicherlich nicht nur darum, den idealistisch verklärten Terminus 'Idee' zu verwerfen:

I shall in future use the term "concept" for what Mr Bradley calls a "universal meaning"; since the term "idea" plainly full of ambiguities, whereas "concept" and its German equivalent "*Begriff*" have been more nearly appropriated to the use in question. (NoJ, 177)

Wir wollen nun der Frage nachgehen, warum Russells nicht Moores Terminologie und das zugehörige terminologische Instrumentarium übernimmt, auf welches ich hier nicht näher eingehen will. Möglicherweise lässt sich Russells Abweichung<sup>136</sup> von Moore neben der Lektüre von traditionellen Schriften zur Logik auf den Einfluss von Leibniz zurückführen. Dieser spricht nämlich ebenfalls von Termen - so in Zusammenhang mit seiner *Ars combinatoria* - wobei er Viètes algebraischer Innovation folgend, Buchstaben als Variable<sup>137</sup> für Terme und Propositionen interpretierte. Der Termbegriff taucht bei Leibniz zudem auch in Zusammenhang mit zentralen metaphysischen Prinzipien seiner Philosophie und der Logik auf. So gibt Russell selbst in seinem Leibnizbuch folgende (in Englische übersetzte) Stelle zum Satz des zureichenden Grundes<sup>138</sup> wieder, in welcher Leibniz<sup>139</sup> von der Verknüpfung der Terme spricht:

---

<sup>133</sup> "A proposition is composed not of words, nor yet of thoughts, but of **concepts** [von mir hervorgehoben]. Concepts are possible objects of thought; in Moore (1899), 179. Siehe auch Abschnitt 5.1 unten.

<sup>134</sup> Man kann festhalten, dass sich bei Moore findet nichts Analoges zu Russells Denotationstheorie findet. Weitere unterschieden kommen anschließend zur Sprache.

<sup>135</sup> Moore stuft übrigens auch Kants Philosophie ähnlich ein. Siehe NoJ, 177.

<sup>136</sup> Russell teil, wie wir im übernächsten Abschnitt sehen werden, die R-Terme ja dann noch in Begriffe (concepts) und Terme (terms) ein.

<sup>137</sup> Russells eigenes Verständnis der Variablen in PoM scheint mir zudem von dem von Leibniz nicht allzu weit entfernt. Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.3.

<sup>138</sup> Genau genommen handelt es sich hier eigentlich um die Behauptung der Internalität aller Relationen, welche mit dem Satz des zureichenden Grundes allerdings eng zusammenhängt.

<sup>139</sup> "[...] that nothing is without a reason, or that every truth has its *a priori* proof, drawn from the notion of the **terms** [meine Hervorhebung], although is not always in our power to make this analysis." (PoL, 33)

He says: "There must always be some foundation of the connexion of **terms** in a proposition [**meine Hervorhebung**], which must be found in their notions<sup>140</sup>. This is my great principle..."<sup>141</sup>  
(PoL, 32)

Ähnlich wie Leibniz verwendet Russell den Ausdruck 'Term' - wie wir wissen - primär in einem nicht-linguistischen Sinne<sup>142</sup> für die Bestandteile der Propositionen. Wie wir sehen werden, folgt Russell aber Leibniz nicht darin, allen Termen einen begrifflichen bzw. intensionalen Inhalt<sup>143</sup> zuzusprechen. Laut Leibniz haben nämlich alle Terme, mit Ausnahme der atomaren Terme (dem Alphabet der Gedanken) eine intensionale Dimension. Die individuellen Terme (vollständigen Begriffe) - welche sämtliche Eigenschaften eines Individuums umfassen - sind dann in der Philosophie von Leibniz als spezielle, nämlich unendliche bzw. vollständige Begriffe eingestuft.

Russell fasst die Dinge (things)<sup>144</sup>, welche laut Semantik von PoM zunächst durch rigide Eigennamen<sup>145</sup> designiert werden, - anders als Leibniz - extensional auf. Sie sind für ihn nicht komplex, sondern einfach bzw. strukturlos. Lediglich die Begriffe (concepts) werden von Russell als (intensional) strukturiert aufgefasst. Auch Dinge wie Personen oder Ereignisse, welche Zusammenfassungen (combinations, conjunctions) von einfachen R-Termen, also Klassen (als Eines) darstellen, gelten bei Russell als einfach. Wie wir bereits besprochen haben, stecken hier epistemologische Motive dahinter. So muss eine Proposition wie 'Socrates is human' auch für jemanden verständlich sein, der mit den (anderen) Eigenschaften von Sokrates nicht vertraut ist. Der Eigenname 'Socrates' designiert laut Semantik von PoM ein Ding, welches in der Proposition unstrukturiert auftritt.

Dieser Sachverhalt reflektiert sich - wie ich in Kapitel II zeigen will - auch in Russells analytischer Methode. Wenn in Russells Ontologie nur die Begriffe eine komplexe Struktur aufweisen, können - neben den ebenfalls komplexen Propositionen - nämlich nur diese, aber nicht die einfachen Terme (Dinge) analysiert werden. Jede (philosophische) Analyse<sup>146</sup> ist begrifflicher Art, heißt es in PoM<sup>147</sup>. Der Geist (mind) gilt laut Russells stillschweigender Annahme als ebenso zuverlässig, wie die Sprache als transparentes Medium. Eventuellen begrifflichen Komponenten entsprechen daher stets bestimmte Entitäten, welche - anders als

---

<sup>140</sup> Der ontologische Status von Begriffen ("notiones", "conceptus",...) bei Leibniz ist zudem sicherlich ein wesentlich anderer als Status von Termen (und Begriffen) bei Russell. Die tendenziell nominalistische Auffassung von Leibniz, dass die Begriffe letztendlich im Geiste der Super-Monade 'Gott' existieren, hat wenig mit Russells realistischer Auffassung gemein.

<sup>141</sup> Russells Quelle ist hier G.II. 56.

<sup>142</sup> Manchmal können damit bei beiden Philosophen jedoch auch Ausdrücke gemeint sein. Auch Leibniz kann von einer gewissen Sorglosigkeit bei Gebrauch-Nennungsfragen nicht ganz freigesprochen werden.

<sup>143</sup> In der Übersetzung Russell des Zitates steht "notions" für die intensionale Dimension der Terme. Leibniz spricht hier auf Latein meist von "notiones" oder "conceptus".

<sup>144</sup> Siehe Abschnitt 2.4.

<sup>145</sup> "Among terms, it is possible to distinguish two kinds, which I shall call respectively *things* and *concepts*. The former are indicated by proper names, the latter those indicated by all other words." (PoM, 44)

<sup>146</sup> Russell bezeichnet diese spezielle Art von Analyse als "philosophische", welche er der "mathematischen" gegenüber stellt. Zur Analyse bei Russell siehe Abschnitt 3.3. Kapitel II. Der für das Verständnis der Russell'sche Analyse und der Propositionen wichtige Begriff der Ganzheiten (wholes) soll in Abschnitt 5.4. besprochen werden.

<sup>147</sup> Siehe Zitat unten.

bei den Idealisten (und andern Anhängern von SPT) - keine mentalen Abstraktionen sind. Neben der begrifflichen Analyse kann es - so der Kern von Russells Theorie - keine davon verschiedene reale Analyse<sup>148</sup> geben. Jede Komplexität ist nämlich zugleich begrifflich<sup>149</sup> wie real. Für Russell ist die Realität ist demnach letztendlich propositionaler Natur. Nun will ich den längeren Absatz aus PoM wiedergeben:

A distinction is made, in support of organic unities, between conceptual analysis and real division into parts. What is really indivisible, we are told, may be conceptually analyzable. This distinction, if the conceptual analysis be regarded as subjective, seems to me wholly inadmissible. All complexity is conceptual in the sense that it is due to a whole capable of logical analysis, but is real in the sense that it has no dependence upon the mind, but only upon the nature of the object. Where the mind can distinguish elements, there must *be* different elements to distinguish; (PoM, 466)

Wir halten zusammenfassend fest, dass die begriffliche Objektivität für Russell mit dem Objektiven bzw. dem Propositionalen zusammen fällt, wobei die Propositionen strukturierte Entitäten sind, welche - wie wir noch sehen werden - eine logische Form einschließen. Die Realität gilt Russells als unabhängig vom Subjekt und von der Sprache als Inbegriff der objektiven Sachverhalte, der Propositionen.

An dieser Stelle will ich auf den Hintergrund von Russells semantischen Ansichten und dem Termbegriff hinweisen, wie ihn Coffa sieht. Dabei verwende ich auch Einträge aus dem Historischen Wörterbuch der Philosophie (kurz 'Hist.Wört.d.Ph.').

Den wichtigen semantischen Hintergrund für Russells (und auch Moores) Auffassungen stellt laut Coffa die philosophische Schule von B. Bolzano dar. Bolzano vertritt laut Hist.Wört.d.Ph. eine objektivistische Theorie des Begriffs, wenn er zwischen Begriffen im logischen und Begriffen im psychologischen Sinne unterscheidet und wenn er die nicht-subjektive "Vorstellung an sich" als Konstituente des "Satzes an sich" erklärt. Begriffe sind für Bolzano "weder reale Gegenstände, noch wirkliche Akte des Denkens"<sup>150</sup>. Auf diese Weise wird - so das Urteil des Hist.Wört.d.Ph. - jene Unklarheit beseitigt, welche von der

---

<sup>148</sup> Die Position Russells, wonach die beiden Ebenen zusammen fallen, möchte ich als quasi-idealistisch bezeichnen. Wie die Lektüre von PoM und Band 4 der CP zeigt, kann Russell diese Identifikation der Ebenen aber nicht konsequent durchhalten. Russells Dilemma wird speziell in OD deutlich, wo Propositionen mal mit Bedeutungen, mal mit Denotationen oder Sachverhalten identifiziert werden. Exemplarisch sei folgende Stelle aus OD angeführt: "But the difficulty which confronts us is that we cannot succeed in *both* preserving the connexion of meaning and denotation *and* preventing them from being one and the same;" (OD, 486).

<sup>149</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus OMDP, wobei Russell jetzt - nach Einführung der Theorie von Bedeutung und Denotation - die Begrifflichkeit aus PoM als Bedeutungselement fixiert: "[...] *all* complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted may be regarded, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation." (OMDP, 288)

<sup>150</sup> Zitiert nach Hist.Wört.d.Ph., 784.

aristotelischen Bezeichnung für Begriffe als "passiones animi"<sup>151</sup> ausging, und welche die Tradition über Descartes, Locke bis Kant und Bradley belastet hat.

Bemerkenswert ist die Tatsache, dass laut Bolzano jeder eindeutige sprachliche Ausdruck zudem eine "einzige identische Vorstellung"<sup>152</sup> bezeichnet, was seiner Ansicht nach bei den mehrdeutigen psychologischen Vorstellungen nicht der Fall ist.

Diese Auffassung Bolzanos kommt wohl Russells Identifikationskriterium in PoM für Terme tatsächlich sehr nahe. Coffa könnte demnach mit seinem Urteil über Russell (und Moore) und den Einfluss der semantischen Tradition der Bolzano-Schule richtig liegen.

Russell Sprachauffassung, welche ich mit Levine als "augustinisch"<sup>153</sup> bezeichnen will, geht allerdings über jene von Bolzano deutlich hinaus. Für Russells Semantik muss in einem sinnvollen Diskurs nicht nur jeder einzelne sprachliche Ausdruck für sich eine Bedeutung aufweisen. Diese Bedeutung fällt für ihn - wie besprochen - zudem mit dem realen Objekt, für die der einzelne Ausdruck steht, zusammen. Alle R-Terme sind für Russell reale Objekte, zu denen neben den Dingen (things) auch seine Begriffe<sup>154</sup> (concepts) zählen, während die Begriffe bei Bolzano gerade nicht zu den realen Gegenständen gehören. Dadurch wird die Semantik<sup>155</sup> Russells in PoM (zunächst)<sup>156</sup> zweistufig, während jene von Bolzano dreistufig ist. Neben der Sprachebene und der Realität gibt es bei Russell keine weitere Ebene. Die R-Terme sind für Russell weder sprachliche, noch mentale Gebilde, sondern gehören, wie die Propositionen, zur Realität. Da die Propositionen<sup>157</sup> als die R-Terme (Gegenstände und Begriffe) enthaltende reale Sachverhalte aufgefasst werden, gibt es hier - neben der sprachlichen und der realen - keine dritte semantische Ebene. Russell hält die Sprache für vollkommen transparent und zuverlässig. Daher sieht er oft keine Notwendigkeit, zwischen den verschiedenen Ebenen - der Sprachebene und der Realität - zu differenzieren. Dies macht es dem Leser nicht gerade leicht, welcher sich manchmal gezwungen sieht, Russells wirkliche Intentionen zu erraten und rephrasieren.

So ließe sich beispielsweise folgende Stelle aus PoM über Terme und Propositionen zugleich auch als Aussage über sprachliche Strukturen verstehen, wenn man den Ausdruck 'proposition' mit 'sentence', und 'constituent' mit 'constituent word'<sup>158</sup> ersetzt. Russells Satz über Propositionen und deren Konstituenten, die Terme:

[...] it seems undeniable that every constituent of every proposition can be counted as one, and that no proposition contains less than two constituents. (PoM, 44)

<sup>151</sup> Laut Hist.Wört.d.Ph. beginnt im 14. Jahrhundert im Rückgriff auf Augustins "verba mentalia" die Mentalisierung der Terme, wobei der Ausdruck 'terminus mentalis' - unter dem Hintergrund des Einflusses der aristotelischen Terminologie, synonym mit 'conceptus mentis' verwendet wurde. Siehe Hist.Wört.d.Ph., 1013.

<sup>152</sup> Hist.Wört.d.Ph. 784.

<sup>153</sup> Siehe dazu Kapitel III, Abschnitt 2.

<sup>154</sup> Siehe dazu den Abschnitt 2.4.

<sup>155</sup> Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 3.

<sup>156</sup> Die denotierenden Begriffe bilden hier - wie erwähnt - eine Ausnahme, da sie neben den denotierenden Ausdrücken und den denotierten R-Termen eine intensionale, 3. Ebene postulieren.

<sup>157</sup> Siehe dazu Abschnitt 5 unten.

<sup>158</sup> Der Ausdruck 'constituent word' findet sich beispielsweise in obigem Zitat aus OMDP, 287.

[meine Paraphrase über Sätze und Wörter]<sup>159</sup>

And it seems undeniable that every **constituent word** of every **sentence** can be counted as one, and that no **sentence** contain less than two **constituent words**. (PoM, 44)

So eine Lesart wird dem Leser von Russells Schriften aus dieser Zeit geradezu nahe gelegt, da Russell kaum Mühe darauf verwendet, die verschiedenen Bereiche und Ebenen, durch eine sorgfältige Terminologie auseinander zuhalten. Dies liegt vermutlich teilweise auch daran, dass er in PoM nicht grundsätzlich zwischen einer Objekt- und einer Metasprache unterscheidet. Abgesehen davon sah sich Russell wohl auch nicht dazu herausgefordert, Bereiche wie Sprache, Wirklichkeit und Erkenntnis in der Terminologie strikt getrennt zu behandeln, da seine Philosophie um 1900 gerade von einer harmonischen Entsprechung dieser Bereiche ausging. Diese Harmonie wurde aber - worauf ich bereits hingewiesen habe - in PoM nicht allein durch das Paradoxon in Frage gestellt, sondern auch durch die Einführung der denotierenden Begriffe<sup>160</sup>, in ihrer Grundlage bedroht. Kommen wir zu Russells pluralistischen Ansichten, welche eng mit dem Termbegriff zusammenhängen.

### 2.3. Pluralistische Ontologie

Russell, welcher sich auch in diesem Punkt auf Moore beruft, spricht in folgendem Absatz von einer pluralistischen Welt - bestehend aus existierenden Entitäten<sup>161</sup>, unendlichen Klassen<sup>162</sup> und nicht-reduzierbaren Relationen. In Russells Worten:

I have accepted from him [Moore, meine Hinzufügung] [...] also the pluralism which regards the world, both that of existents and that of entities, as composed of an infinite number of mutually independent entities, with relations which are ultimate, and not reducible to adjectives of their terms or of the whole which these compose. (PoM, xxiii)

Russell behauptet, dass sein Termbegriff als dezidiert pluralistischer Begriff vor dem Monismus gefeit ist, wie er in verschiedenen Versionen von Spinoza bis Bradley vertreten wurde. Weiters meint er, dass der Monismus und die Theorie der Internalität der Relationen aus der Doktrin SPT<sup>163</sup> resultieren. Er selbst und Moore vertreten hingegen die Theorie der externen Relationen, welche Russell beispielsweise in seinem Leibnizbuch<sup>164</sup> präsentiert hat. Der Pluralismus wird in letzter Instanz durch den Termbegriff sicher gestellt, wie wir oben festgestellt haben. Die Tatsache, dass die R-Terme per definitionem numerische Identität mit

---

<sup>159</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle: "The verb, we saw, is a concept which, like the adjective, may occur in a proposition without being one of the terms of the proposition, though it may also made into a logical subject. One verb, and one only, must occur as verb in every proposition; but every proposition, by turning its verb into a verbal noun, can be changed into a single logical subject, of a kind which I shall call in future a propositional concept." (PoM, 52). Siehe auch PoM, 42-43.

<sup>160</sup> Siehe Abschnitt 2.5.4. und Kapitel III, Abschnitt 3.4.

<sup>161</sup> Russell unterscheidet 4 Typen von existierenden R-Termen, wie in Abschnitt 2.2.2. deutlich wurde.

<sup>162</sup> Siehe Abschnitt 3.2.3.

<sup>163</sup> 'SPT' steht hier für 'Subjekt-Prädikat Theorie'.

<sup>164</sup> Siehe dazu Abschnitt 2.5.4. unten.



sich selbst und numerische Diversität mit allen anderen Termen aufweisen, ist die Quelle von Einheit und Pluralität:

[...] every term is immutable and indestructible. What a term is, it is, no change can be conceived in it which would not destroy its identity and make it another term. Another mark which belongs to terms is numerical identity with themselves and numerical diversity from all other terms. Numerical identity and numerical diversity are the source of unity and plurality; and thus the admission of many terms destroys monism. (PoM, 44)

Während Leibniz seinen monadistischen Pluralismus durch Einführung der vollständigen Begriffe, der mögliche Welten und auch Gott primär ontologisch begründet, erfolgt die Fundierung des Termbegriffs bei Russell in einem propositionalen Kontext. Die R-Terme definieren sich nämlich über ihre Funktion in der Proposition, wie noch näher zu sehen sein wird. Neben Moore<sup>165</sup> könnte hier vielleicht Leibniz' Prinzip der Identität der Indiscerniblen für Russells Termbegriff wichtig gewesen sein. Die Beschäftigung mit den metaphysischen und logischen Argumenten der pluralistischen Philosophie von Leibniz ist die für Entwicklung von Russells Denken sicherlich wichtig gewesen.<sup>166</sup>

Die Nähe zu Leibniz ergibt sich auch daraus, dass sich dieser mit seiner Monadentheorie selbst dem aus christlicher Sicht ärgsten Schreckgespenst des Monismus, nämlich dem Spinozismus, entgegengestellt hat. Russell hat es mit dem modernen "Spinoza" Bradley zu tun, welcher ebenfalls Monist<sup>167</sup> war. Leibniz' Bastion gegen den Spinozismus ist wohl sein Prinzip der Identität der Indiscerniblen. In Russells Leibnizbuch findet sich folgende Übersetzung des Leibniz'schen Prinzips, welche Russells eben angeführter Kennzeichnung der R-Terme ähnlich erscheint:

It asserts "that there are not two indiscernible real absolute beings" (D. 259; G. VII 393), or again that "no substances are completely similar, or differ solo *numero*" (G. VII 433).

Laut Russell bezieht sich das Prinzip der Identität der Indiscerniblen bei Leibniz allerdings nur für Substanzen, weshalb es nicht so grundlegend ist wie ein entsprechendes Prinzip Bradleys:

It applies to substances only, existent attributes, as Leibniz explains in discussing place (D. 266; G. VII 400, 401) may be indiscernible. Leibniz' doctrine is not that urged by Mr Bradley, that all diversity must be diversity of content. (PoL, 54)

Russell Interpretation erklärt das Prinzip von Leibniz wie folgt, wobei er die Bedeutung des Ausdrucks 'diversity of content' nun mit 'difference of predicates' (und nicht als 'difference of attributes') umschreibt:

---

<sup>165</sup> Russell verweist dabei in der Fußnote auf einen Artikel von Moore: "On identity, see Mr G.E.Moore's article in the *Proceedings of the Aristotelian Society*, 1900-1901." (PoM, 44)

<sup>166</sup> Die Identität wird von Russell übrigens nicht als (richtige) Relation aufgefasst. Siehe PoM, 95.

<sup>167</sup> Unter den wichtigen britischen Idealisten war lediglich McTaggart kein Monist. Siehe Griffin (1991).

Leibniz's doctrine is, that two things which are materially diverse, *i.e.* two different substances, always differ also as to their predicates. (PoL, 55)

Leibniz' Prinzip der Identität der Indiscerniblen - so Russells Anmerkung - setzt die materiale oder numerische und inhaltliche Diversität<sup>168</sup> bereits voraus. Anders sein eigenes Prinzip zu den R-Termen und Identität bzw. Diversität, wie es im oben angeführten Satz<sup>169</sup> zum Ausdruck kommt. Dadurch dass die grundlegenden R-Terme bei Russell einfache nicht-strukturierte Entitäten und keine Komplexe<sup>170</sup> sind, belegt die Distanz zu Leibniz und Bradley. In PoM kritisiert Russell Leibniz (und Lotze) nicht zufällig als Anhänger von SPT, und gibt uns anschließend die nötigen Informationen darüber, wie er selbst die numerische Identität bei den R-Termen versteht. Er postuliert eine unmittelbare, und nicht eine intrinsische Diversität, welche - wie bereits erwähnt - auch für Raum- und Zeitpunkte gilt:

But when once is recognized that there is no essential distinction between subjects and predicates, it is seen that any two simple terms simply differ immediately - that they are two, and this is the sum-total of their differences. [...] immediate differences must be the source of all mediate differences. [...] Thus if there is to be any diversity at all, there must be immediate diversity, and this kind belongs to points. (PoM, 451-452)

Russell glaubt darüber hinaus, dass die Auffassung, wonach alle Punkte gleich sind, eine psychische Illusion<sup>171</sup> ist, und dass für Farben und elementare Gerüche dasselbe gilt wie für die Punkte, nämlich dass spezifische Relationen zu anderen R-Termen den Unterschied ausmachen:

Two colours, or two simple smells, have no intrinsic difference save immediate diversity, but have, like points, different relations to other terms. (PoM, 452)

Wir wollen festhalten, dass für Russells Pluralismus seine Auffassung der Relationen ausschlaggebend ist. Die These der Externalität aller Relationen ist demnach ein wesentliches Element des Termbegriffs. Die Ablehnung von SPT führt laut Russell logisch zur Ablehnung der These der Internalität aller Relationen. Milkov<sup>172</sup> meint, dass auch hier erkenntnistheoretische Überlegungen hinter Russells Doktrin stecken.

---

<sup>168</sup> "This doctrine evidently presupposes both kinds of diversity, and asserts a relation between them." PoL, 55.

<sup>169</sup> PoM, 44.

<sup>170</sup> In Hinblick auf Komplexe (wie Propositionen) scheint Russell Leibniz wenigsten teilweise recht zu geben, wie folgendes Zitat aus PoM zeigt: "Complex terms, it is true, have differences which can be revealed by analysis." (PoM, 451)

<sup>171</sup> Siehe PoM, 452.

<sup>172</sup> "In perception, there must be 'at least one "principle of differentiation", an element, that is, by which the things presented are distinguished as various'. [...] Russell called this element 'a form of externality'. His argument here was similar to his argument in defence of complex objects of thinking. The objects of perception must be complex since in order to perceive them, we must differentiate these parts, and in order to differentiate, and then relate them, they must be external one to another. For human beings forms of externality, space and time are of paramount importance. These are forms of intuition which make our knowledge as such possible. They are given to us a priori, and so are most fundamental. [...] This was a central assumption of Russell's philosophy, and it brought with it a considerable stress on the concepts of space and time in all periods of his philosophical development." (Milkov 2008, 189)

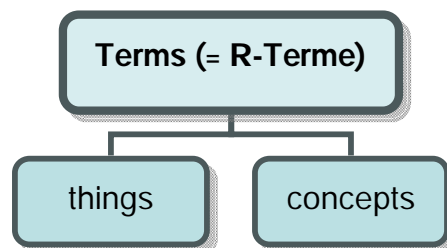
Dass Russells im obigen Zitat von der Einsichtigkeit ("it is seen") der grundlegenden und unmittelbaren Diversität der einfachen Terme spricht, lässt allerdings eine erkenntnistheoretische Dimension<sup>173</sup> im Diskurs vermuten. Seine Kennzeichnung der Diversität als unmittelbare, legt die Vermutung nahe, dass eine frühe Variante des Prinzips der Bekanntschaft (PoA)<sup>174</sup> involviert sein könnte. Russell weist bereits im Jahre 1899 in "The Axioms of Geometry" (im Folgenden kurz 'AoG' genannt) darauf hin, dass die Bedeutung der grundlegenden Terme nicht angegeben, sondern nur suggeriert<sup>175</sup> werden kann. Die Pluralität von verschiedenen R-Termen muss auf dieselbe Weise, also unmittelbar (bzw. durch Intuition) als gegeben angenommen werden, wenn ich Russell richtig verstehe. Nun kommen wir zur Einteilung der R-Terme, wie sie in PoM vollzogen wird.

## 2.4. Zwei Kategorien von R-Termen: die Dinge und die Begriffe

Russell unterscheidet in PoM zwei Arten von Termen, nämlich die Dinge (things) und Begriffe<sup>176</sup> (concepts). Diese grundlegende wie selbst seiner Einschätzung nach problematische<sup>177</sup> Einteilung entspricht - so heißt es weiter - der grammatikalische zwischen den Eigennamen<sup>178</sup> und allen anderen Wortarten:

Among terms, it is possible to distinguish two kinds [...] *things* and *concepts*. The former are indicated by proper names, the latter those indicated by all other words. (PoM, 44)

Das vorläufige Schema zu den R-Termen in PoM würde wie folgt aussehen:



Da Russell aber bei sehr vielen Gelegenheiten<sup>179</sup>, wie erwähnt, 'term' für die Terme im engeren Sinne reserviert, ist das folgende Schema für unsere Zwecke wohl nützlicher. Die

<sup>173</sup> Siehe den Exkurs in die Erkenntnistheorie in Kapitel IV, Abschnitt 4.

<sup>174</sup> Siehe Kapitel IV, Abschnitt 4.

<sup>175</sup> "[...] the meaning of the fundamental terms cannot be given, but can only be suggested." (AoG, 411)

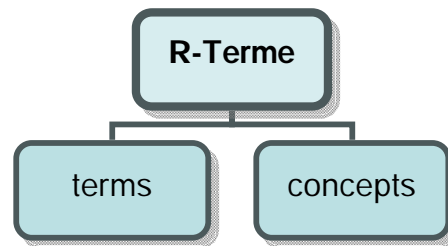
<sup>176</sup> Zu den Begriffen siehe Abschnitt 2.5.

<sup>177</sup> "[...] inextricable difficulties will envelop us if we allow such a view." (PoM, 45)

<sup>178</sup> Wie in Abschnitt 3.2. von Kapitel III gezeigt werden soll, kann man Russells Ansatz als "quasi-grammatikalisch" bezeichnen. Zur Semantik von PoM siehe Abschnitt 3 von Kapitel III.

<sup>179</sup> Im folgenden Textauszug zeigt sich, dass Russell hier mit 'terms' nicht die R-Terme, sondern die 'Terme im engeren Sinne' meint. Diese Terme sind die Subjekte der Propositionen bzw. deren logische Referenz ("aboutness"). "I shall speak of *terms* of a proposition as those terms, however numerous, which occur in a proposition and may be regarded as subjects about which the proposition is." (PoM, 45). Auch im folgenden Abschnitt muss von den 'Termen im engeren Sinne' die Rede sein, wenn Russell feststellt, dass die Proposition 'Socrates is human' nur einen Term aufweist: "It is characteristic of the terms of a proposition that any one of them may be replaced by any other entity without ceasing to have a proposition. Thus we shall say that

Terme im weiteren Sinne werden von mir im folgenden einfach als 'R-Terme' bezeichnet, während nun die Terme i.e.S. mit Russell als Terme bezeichnet werden sollen:



In späteren Kapiteln von PoM erfährt man einige nützliche Details zu dieser Einteilung. Zum einen weist Russell darauf hin, dass diese Einteilung die wahre Grundlage der aus seiner Sicht überholten "Doktrin von Substanz und Attribut"<sup>180</sup> darstellt:

There are among terms two radically different kinds, whose difference constitutes the truth underlying the doctrine of substance and attribute. (PoM, 212)

Entscheidend ist für diese Einteilung der R-Terme ist letztlich - so meine Einschätzung - die Art ihres Auftretens in den Propositionen. Die Terme i.e.S. können - so heißt es in PoM - lediglich als Terme auftreten, die Begriffe hingegen auch als anders<sup>181</sup>. Wiederum gibt Russell hier syntaktische, quasi-grammatikalische Kriterien an:

There are terms which can never occur except as terms; such are points, instants, colours, sounds, bits of matter, and generally terms of the kind of which existents consist. There are, on the other hand, terms which can occur otherwise than as terms; such are being, adjectives generally, and relations. Such terms we agreed to call concepts... (PoM, 212)

Im Wesentlichen sind die Begriffe für Russell die komplexen (intensionalen) R-Terme, die Dinge hingegen die (extensionalen) einfachen<sup>182</sup> R-Terme (die Terme i.e.S. bzw. die Russell'schen Dinge). Dass die Begriffe für Russell ansatzweise komplex sind - während die Dinge einfach<sup>183</sup> sind - entnehme ich Bemerkungen wie der folgenden:

---

"Socrates is human" is a proposition having only one term..." (PoM, 44). Ebenso in folgenden Satz, wo 'Term' und 'Subjekt' scheinbar als synonyme Ausdrücke gebraucht werden: "Predicates, then, are concepts, other than verbs, which occur in propositions having only one term or subject." (PoM, 45)

<sup>180</sup> Die traditionelle Substanzphilosophie vertritt aus Russells Sicht unhaltbare, weil widersprüchlich These, dass es Begriffe gibt (die Prädikate), welche keine Terme sind. "The traditional view - which may be called the subject-predicate theory - holds that in every proposition there is one term, the subject, and one concept which is not a term, the predicate." (PoM, 221)

<sup>181</sup> Die Begriffe können "als Terme" und "als Begriffe" "auftreten" oder "gebraucht" werden: "It might be thought that a distinction ought to be made between a concept as such and a concept used as a term, between, e.g., such pairs as *is* and *being*, *human* and *humanity*, *one* in such a proposition as "this is one" and "1 is a number"." (PoM, 45). Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.3.

<sup>182</sup> Komplexität und Einfachheit sind in letzter Instanz von der Funktion in der Proposition bestimmt. Zur propositionalen Perspektive Abschnitt 6.2. von Kapitel II.

<sup>183</sup> Für das Verständnis der Proposition 'Mont Blanc is over 4000 metres high' ist laut Russell die Beschaffenheit des Bergs mit seinen spezifischen Schneefeldern und Felsvorsprüngen überhaupt nicht relevant. Andersfalls - so lautet sein Argument - könnten wir durch Propositionen niemals etwas Neues erfahren. Der Eigenname

In intransitive verbs, the notion expressed by the verb is complex, and usually asserts a definite relation to an indefinite relatum, as in "Smith breathes." (PoM, 44).

Dieser Sachverhalt ist fundamental für Russells frühe Philosophie. In Nuce ist hier - wie in Kapittel III<sup>184</sup> gezeigt werden soll, Russells Theorie von Bedeutung (meaning) und Denotation (denotation) enthalten, wie wir sehen werde. Russell wird später in OMD<sup>185</sup> behaupten, dass die Komplexität die Bedeutungsebene betrifft, während durch die Denotation stets einfache R-Terme gefasst werden.

Den ontologischen Kategorien (Terme und Begriffe) entsprechen laut PoM also syntaktische, quasi-grammatikalische Kategorien. Während die Eigennamen Terme denotieren und das logische Subjekt der Propositionen stellen, denotieren die Adjektive und Verben Begriffe, welche zur Assertion gehören. Diese Zusammenhänge sollen in Kapitel III untersucht werden, wo es um Fragen der linguistischen Semantik geht.

Wechseln wir nun zur ontologischen Perspektive und betrachten die Frage nach der Funktion der Dinge in den Propositionen. Ein Ding wie 'Sokrates' kann laut PoM - anders als der Begriff 'human' oder 'humanity', niemals prädikativ gebraucht werden. Die Dinge können - wie bereits erwähnt wurde - in Propositionen ausschließlich als Terme im engeren Sinne, d.h. als logische Subjekte auftreten, jedoch niemals in der Assertion, während für Begriffe aufgrund ihrer Doppelnatur beides möglich ist.

Socrates is a thing, because Socrates can never occur otherwise than as term in a proposition. Socrates is not capable of that curious twofold use which is involved in *human* and *humanity*." (PoM, 45)

Wenn ein Begriff in einer Proposition an Subjektposition steht, ist die Funktion des Begriffs ein extensionaler. Russell drückt sich hier so aus, dass so ein Begriff nicht als Begriff auftritt, sondern als Term. Entscheidend ist in jedem Fall die Funktion der R-Terme innerhalb der Proposition. So erweist sich die Funktion in der Proposition als Russells eigentliches Identifikationskriterium<sup>186</sup> für die Unterscheidung zwischen Begriffen und Dingen (Termen).

---

fungiert als rigider Designator eines einfachen Objekts. Russell distanziert sich mit seiner Theorie - wie wir wissen - auch von der traditionellen Substanz, welche das Wesen eines Dings im Sinne von Kerneigenschaften ausmacht.

<sup>184</sup> Siehe Abschnitt 5.1. von Kapitel III. Dort geht es um OMDP, ein Manuskript, in welchem die neue Theorie von Bedeutung und Denotation wohl von zum ersten Mal auftaucht.

<sup>185</sup> "[...] *all complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted may be regarded, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation.*" (OMDP, 288)

<sup>186</sup> Es erinnert an Aristoteles, für den die primären Substanzen gewissermaßen die letzten Subjekte sind. Eine Substanz wie Sokrates kann niemals eine Eigenschaft von etwas anderem sein. Der Unterschied besteht darin, das für Russells Ontologie - anders als für Substanzphilosophen - nicht nur die Dinge, sondern auch die Begriffe real sind.

Im Folgenden soll auf Russells Dingbegriff eingegangen werden, welcher sich vom traditionellen Dingbegriff wesentlich abhebt. Zu Beginn des Kapitels 53 über die Materie kritisiert Russell den traditionellen Dingbegriff<sup>187</sup> wieder in Zusammenhang mit SPT.

Die Dinge zeichnen sich laut den traditionellen Substanzphilosophien oft dadurch aus, dass sie als organische Einheiten aufgefasst werden. Laut Russells Metaphysik verfügen aber nur die Propositionen (und die propositionalen Begriffe) über eine solche Einheit. Sie gelten nämlich als die einzigen Einheiten<sup>188</sup> (unities), d.h. Ganzheiten, welche über die Summe ihrer Teile (constituents) hinausgehen.

Die undefinierbare Einheit der Propositionen verdankt sich - so heißt es weiter - der Assertion<sup>189</sup>. Die Dinge sind daher für Russell - so muss man annehmen, anders als die Propositionen - durch die Angabe ihrer Konstituenten<sup>190</sup> bestimmt. Dinge als Einheiten hingegen gibt es nicht, wie Russell am Ende des längeren Textauszugs sagt. Hier der ganze Absatz:

We are sometimes told that things are organic unities, composed of many parts expressing the whole and expressed in the whole. [...]. A proposition has a certain indefinable unity, in virtue of which it is an assertion; and this is so completely lost by analysis that no enumeration of constituents will restore it, even though itself be mentioned as a constituent. There is, it must be confessed, a grave logical difficulty in this fact, for it is difficult not to believe that a whole must be constituted by its constituents. For us, however, it is sufficient to observe that all unities are propositions or propositional concepts, and that consequently **nothing that exists is a unity [meine Hervorhebung]**. If, therefore, it is maintained that things are unities, we must reply that no things exists. (PoM, 466-467)

Nun wollen wir noch einmal auf die Verbindung zwischen Termbegriff und der traditionellen Theorie von Substanz und Attribut zurückkommen. Russell spricht von der Einteilung in zwei Typen von Termen als von der wahren Grundlage<sup>191</sup> dieser Theorie. Die Frage ist, inwiefern sich seine Unterscheidung zwischen Dingen und Begriffen tatsächlich von der aristotelischen Substanztheorie entfernt. Für Russell ist nicht die Selbstsubsistenz<sup>192</sup> das entscheidende

---

<sup>187</sup> Russell äußert sich zu Beginn des Kapitels über die Materie wiederum in Zusammenhang mit SPT kritisch über den traditionellen Dingbegriff, welcher eine organische Einheit postuliert. "We are sometimes told that things are organic unities, composed of many parts expressing the whole and expressed in the whole." (PoM, 466)

<sup>188</sup> Siehe Abschnitt 5.4.4.

<sup>189</sup> Eigentlich begründet Russell die Einheit der Propositionen auf den Funktionen, im speziellen auf den PF.

<sup>190</sup> In Propositionen werden die Dinge als einfach angesehen, auch wenn sie aus Konstituenten bestehen. Russell schreibt in OMDP: "[For our purposes] *all* complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted **may be regarded [meine Hervorhebung]**, when denoted, as **simple**, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation." (OMDP, 288). Vergleiche mit folgender Stelle aus DVD: "In what is **simple [meine Hervorhebung]**, the object is always a **term**. In what is complex, one object at least is a meaning, and one at least is a term." (DVD, 298).

<sup>191</sup> "There are among terms two radically different kinds, whose difference constitutes the truth underlying the doctrine of substance and attribute." (PoM, 212)

<sup>192</sup> Interessant wäre vielleicht ein Vergleich der "Nicht-Selbstsubsistenz" mit Freges Ergänzungsbedürftigkeit bzw. Ungesättigtheit.

Kriterium, sondern vielmehr ein undefinierbarer Unterschied in der Art des Auftretens der R-Terme in Propositionen:

Terms which are concepts differ from those which are not, not in respect of self-subsistence, but in virtue of the fact that, in certain true or false propositions, they occur in a manner which is different in an indefinable way from the manner in which subjects or terms of relation occur. (PoM, 46)

Laut Russell sind die Metaphysiken wie jene des Aristoteles, welche die R-Terme nach zwei verschiedenen Abstufungen der Realität klassifizieren, von SPT<sup>193</sup> abhängig. Russells zentraler Punkt in der Kritik am traditionellen Substanzbegriff besteht darin zu zeigen, dass eine solche Theorie widersprüchlich ist:

Thus the theory that there are adjectives or attributes or ideal things [...], which are in some way less substantial, less self-subsistent, less self-identical, than true substantives, appears to me wholly erroneous, and to be easily reduced to contradiction. (PoM, 46)

Die Anhänger von SPT, wie beispielsweise Leibniz<sup>194</sup>, stufen die Relationen<sup>195</sup> immer - so Russell - als ideale Objekte ein, während diese für Russell wie alle R-Terme gleichermaßen real sind. Alle R-Terme - ob Begriffe oder Dinge - bilden in der Typentheorie<sup>196</sup> einen gemeinsamen Typus, liest man im Appendix. Alle Terme sind Individuen (und umgekehrt) und gehören zum untersten Typus:

A term or individual is any object which is not a range. This is the lowest type of object. If such an object - say a certain point in space - occurs in a proposition, any other individual may *always* be substituted without loss of significance. What we called, in Chapter VI, the class as one, is an individual, provided its members are individuals: the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc., are classes as one. [...] These objects, therefore, are of the same type as simple individuals. It would seem that all objects designated by single words, whether **things or concepts [meine Hervorhebung]**, are of this type. (PoM, 523).

Dass die traditionelle Substanzphilosophie eine falsche Trennung zwischen Dingen (Substanzen) und Begriffen (Ideen) postuliert, beruht - so argumentiert Russell an anderer Stelle - hängt letztlich von einem unangemessenen Verständnis der Denotation ab, welcher "ihnen zugrunde liegt". Wie bereits erwähnt wurde, hält Russell die Verbindung zwischen dem Termbegriff und der Denotation<sup>197</sup> für zentral. Russell Worte:

---

<sup>193</sup> Siehe dazu beispielsweise folgende Stelle aus PoL: "In the belief that propositions must, in the last analysis, have a subject and a predicate, Leibniz does not differ either from his predecessors or from his successors. Any philosophy which uses either substance or the Absolute will be found, on inspection, to depend upon this belief." (PoL, 15)

<sup>194</sup> Siehe Abschnitt 4.1.

<sup>195</sup> Siehe Abschnitt 4.

<sup>196</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.4.4.

<sup>197</sup> "Term is therefore, a useful word, since it marks dissent from various philosophies, as well as because, in many statements, we wish to speak of *any* term or *some* term." (PoM, 44)

This notion ['denoting', meine Ergänzung] lies at the bottom (I think) of all theories of substance, of the subject-predicate logic, and of the opposition between things and ideas, discursive thought and immediate perception. These various developments, in the main, appear to me mistaken... (PoM, 53)

Zusammenfassend könnte man festhalten, dass sich für Russell ein unangemessener Denotationsbegriff letztlich einem unangemessenen Termbegriff verdankt und umgekehrt. Beide Begriffe sind - wie in Kapitel II zu sehen sein wird - mit einem dritten Begriff auf engste verknüpft, welcher kurz vor der Fertigstellung von PoM von Russell hineingewoben wurde, dem Funktionsbegriff.

Ich will zeigen, dass Russells Einführung des Funktionsbegriffs in PoM nicht nur das Ergebnis der Auseinandersetzung mit den Ideen Peano ist, sondern vor allem das Ergebnis einer ernsthaften Konfrontation mit der Philosophie Freges. Dies zeigt sich beispielsweise bei der Überlagerung der ontologischen Unterscheidung zwischen den Termen und den Begriffen und der "logischen" Unterscheidung zwischen Subjekt und Assertion<sup>198</sup>. Dabei fällt auf, dass sich Russell in der letzten Phase der Niederschrift von PoM von seinem eigenen Assertionsbegriff distanziert, zumindest was dessen Anwendungsbereich<sup>199</sup> angeht. Beaney<sup>200</sup> hat gezeigt, wie Russell unter dem Einfluss Freges die Entwürfe zu PoM überarbeitet hat, und dabei den Ausdruck 'Assertion' an vielen Stellen durch den Ausdruck 'Funktion' ersetzt hat.

Die folgende Stelle belegt, dass die der Begriff der propositionalen Funktionen (kurz 'PF') tatsächlich der Einteilung in Dinge (Terme i.e.S.) und Begriffe zugrunde liegt. Es geht nämlich um die Zerlegung von Propositionen bzw. propositionalen Begriffen in ihre Konstituenten:

Given any **propositional concept**, or **any unity [meine Hervorhebung]** (See §136), which may in the limit be simple, its constituents are in general of two sorts: (1) those which may be replaced by anything else whatever without destroying the unity of the whole; (2) those which have not this property. [...] Of the unity in question, the former class of constituents will be called *terms* **[meine Hervorhebung]**, the latter *concepts*. (PoM, 508)

Das hier ausgedrückte Prinzip zur Abgrenzung der Terme von den Begriffen könnte man wie folgt formulieren:

---

<sup>198</sup> Siehe Abschnitt 5.3.

<sup>199</sup> Exemplarisch ist folgende Bemerkung: "Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, onto a subject and an assertion; **but this analysis becomes impossible [meine Hervorhebung]** when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of relation. Hence it became necessary to take *propositional function* as a primitive notion." (PoM, 106). Siehe Abschnitt 5.3. zur Assertion.

<sup>200</sup> Siehe dazu Beaney (2009).



**(SALVA UNIT) Die Terme sind jene Konstituenten (von Propositionen), welche in den Propositionen ausgetauscht werden können, ohne dass dadurch die Einheit der Proposition zerstört wird.**

Wie es scheint, hat Russell ein ähnliches Prinzip wenige Seiten darunter auch anders formuliert. Anscheinend handelt es sich auch hier um die Substitution von Termen:

If such an object - say a certain point in space - occurs in a proposition, any other individual may *always* be substituted without loss of significance. What we called, in Chapter VI, the class as one, is an individual, provided its members are individuals: the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc., are classes as one. (PoM, 523)

Vergleiche auch mit folgender Bemerkung:

It is characteristic of the terms of a proposition that any one of them may be replaced by any other entity without ceasing to have a proposition. Thus we shall say that "Socrates is human" is a proposition having only one term... (PoM, 44)

Dass die Einheit<sup>201</sup> der Propositionen für Russell von den Termen bzw. ihrer Substitution nicht tangiert wird, ist wohl darauf zurück zu führen, dass die Terme anstelle der Variablen als Argumente der PF eingesetzt werden. Die (intensionale) PF selbst bleibt in diesem Falle unberührt, was bei einer Ersetzung eines intensionalen Begriffs aber nicht der Fall ist. Wie in Abschnitt 2.5. gezeigt werden soll, sind die Begriffe nämlich als eine Art von logischem Derivat der PF<sup>202</sup> zu sehen.

Wir müssen uns die Frage stellen, welche Art von Entitäten die Funktionen eigentlich sind. Russell stellt im Appendix von PoM<sup>203</sup> fest, dass sich seine Begriffe und seinen Funktionen von denen Freges unterscheiden - wie wir noch sehen werden. Bei den Russell'schen Dingen ist die Nähe zu Frege scheinbar größer. So stellt Russell im Appendix fest, dass Freges Gegenstände seinen Dingen auf exakte Weise zu entsprechen scheinen:

His use of the word *Begriff* does not correspond exactly to any notion in my vocabulary, though it comes very near to the notion of an assertion [...]. [...] his *Gegenstand* seems to correspond exactly to what I have called a thing... (PoM, 505)

Wenn dies effektiv zutrifft, ergibt sich die Frage, ob auch Russell die Dinge wie Frege als eine Art von gesättigten Entitäten auffasst. Wenn Freges Dingbegriff mit demjenigen Russells identisch ist, dann könnte auch für die Terme Russells die Definition Freges zutreffen,

---

<sup>201</sup> Siehe Abschnitt 5.4.4.

<sup>202</sup> Kurz nach der Veröffentlichung von PoM charakterisiert Russell die Eigenschaften als PF: "[...] a property, in its most general form, is a propositional function  $\phi(x)$ , such as "to be a man", "to be a rational number", "to be a root of the equation  $\sin x = 1$ ", and so on." (CI, 5)

<sup>203</sup> PoM, 505.

wonach ein Ding ein mögliches Argument für eine Funktion ist. Tatsächlich finden sich in PoM<sup>204</sup> Formulierungen, die in diese Richtung gehen. Im Appendix A wird man fündig:

A proposition may be divided into two parts, as "Caesar" and "conquered Gaul". The former Frege calls the *argument*, the latter the *function*. Any thing whatever is a possible argument for a function (p. 17). (This division of propositions corresponds exactly to my subject and assertion as explained in § 43, but Frege does not restrict his method of analysis as I do in Chapter VII.) A thing is anything which is not a function, *i.e.* whose expression leaves no empty place. (PoM, 505)

Die Einteilung in gesättigte und ungesättigte Entitäten widerspricht aber dem Ansatz von PoM, wonach alle R-Terme denselben ontologischen Status teilen. Die Russell'schen Begriffe sind nach Russells Sicht der Dinge keine "löchrigen" Entitäten<sup>205</sup>, wie sich zeigen wird. Wenn überhaupt, könnte man höchstens im Zusammenhang mit dem Begriff der Assertion von Ungesättigtheit bzw. der Ergänzungsbedürftigkeit<sup>206</sup> sprechen.

Russell weist - wie das oben angeführte Zitat belegt - darauf hin, dass Freges Begriffe seinem eigenen Verständnis von Assertion nahe kommen. Russell kommt aber in PoM zum Ergebnis, dass die Assertionen keine richtigen Entitäten<sup>207</sup> sind. Dies wird für ihn ein zusätzliches Motiv dafür, sich mehr auf die PF zu konzentrieren. Tatsächlich kritisiert<sup>208</sup> Russell in PoM (und später) seinen eigenen Assertionsbegriff öfters zusammen mit Freges Funktionsbegriff. Dass die Russell'schen Begriffe nicht als ungesättigte R-Terme definiert werden können, liegt u.a. daran, dass sie - anders als die Frege'schen Begriffe, genau wie die Russell'schen Dinge, aufgrund von (LS) als logische Subjekte, d.h. als Terme (i.e.S.) in Propositionen auftreten können.

Russell ist sich andererseits in PoM darüber im Klaren, dass die Unterscheidung zwischen den Begriffen - welche sowohl als Begriffe, oder als Terme gebraucht werden können - und den Dingen (Termen), problematisch<sup>209</sup> ist. Diese bereits in PoM an die Oberfläche getretenen Schwierigkeiten - und die verschiedenen Paradoxa - bringen ihn in den Monaten nach der Veröffentlichung von PoM zu einer Revision der Ontologie. Wir wollen diesen Abschnitt damit abschließen, dass wir einige Entwicklungen in diese Richtung andeuten.

Während in PoM die R-Terme (die Termen im weiteren Sinn) in Begriffen und Dingen (den Termen im engeren Sinn) unterschieden werden, sind die Objekte in Classes (kurz 'CI') in Klassen und Individuen eingeteilt:

---

<sup>204</sup> Noch deutlicher in FU, wie wir gleich sehen werden.

<sup>205</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.4.2.1.

<sup>206</sup> Russell nimmt übrigens in ONF Stellung zur Gesättigtheit von Funktionen Stellung. Siehe ONF, 267.

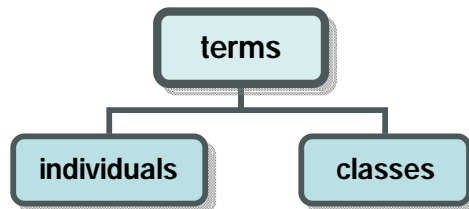
<sup>207</sup> [...] the  $\phi$  in  $\phi(x)$  is not a separate and distinguishable entity: it lives in the propositions of the form  $\phi(x)$ , and cannot survive analysis. (PoM, 88)

<sup>208</sup> Siehe Kapitel II, 5.4.

<sup>209</sup> "[...] inextricable difficulties will envelop us if we allow such a view." (PoM, 45)

That there are terms which are not classes is a fact which must be remembered in order to avoid conflicts with common sense; but we cannot recall any instance where it is actually employed in the reasoning of symbolic logic or mathematics. [...] Such terms will be called *individuals*. (CL, 16)

Ein entsprechendes Schema zur Ontologie in CI (1903) könnte dann folgendermaßen aussehen:

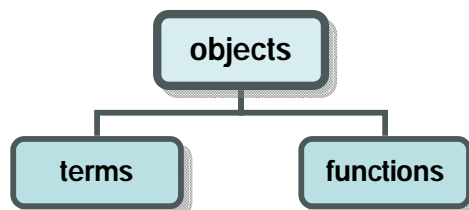


Wie wir gleich sehen werden, besteht hier eine große Nähe zum Schema für OMDP. Diese Einteilung aus CL legt nahe, dass Russell jetzt möglicherweise zwischen konkreten Individuen und Universalien (den Klassen) unterscheidet.

Wenige Wochen nach der Niederschrift von CL spricht Russell in Functions<sup>210</sup> (kurz 'FU', verfasst im Jahre 1903) von Funktionen und Termen, wobei die R-Terme nun als Objekte bezeichnet werden. Die Terme in FU entsprechen - so kann man vermuten - den Termen im engeren Sinne (den Dingen) von PoM. Die Terminologie ist hier im Wesentlichen diejenige Freges, wie sie Russell übrigens im Appendix<sup>211</sup> von PoM selbst vorgestellt hat.

Whatever is not a function will be called a *term*; either a term or a function will be called an object, so that everything absolutely is an *object*. A function will in general only have a significant value when an argument of a certain *type* is supplied to it [...] (FU, 51)

Ein elementares Schema zur Ontologie in Functions (1903) würde wie folgt aussehen:

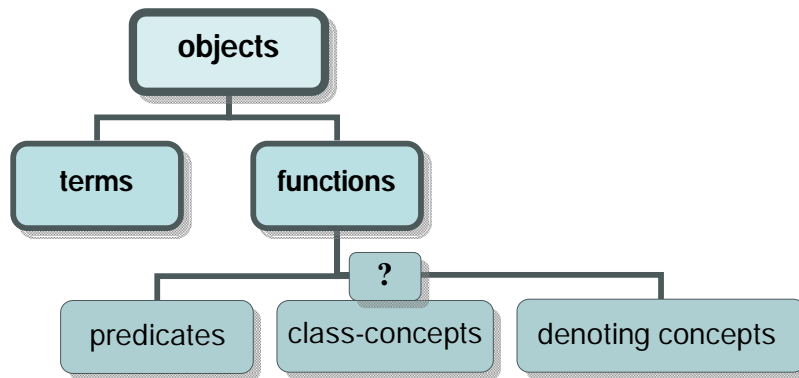


Wenn wir die Arten von Begriffen<sup>212</sup> aus PoM mit berücksichtigen, würde sich für die Ontologie von FU (1903) folgendes erweiterte Schema ergeben:

<sup>210</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 4.

<sup>211</sup> Dort fasst er Freges Vorstellungen wie folgt zusammen: "Any thing whatever is a possible argument for a function (p. 17). (This division of propositions corresponds exactly to my subject and assertion as explained in § 43, but Frege does not restrict his method of analysis as I do in Chapter VII.) A thing is anything which is not a function, *i.e.* whose expression leaves no empty place." (PoM, 505)

<sup>212</sup> Siehe den (nächsten) Abschnitt 2.5.

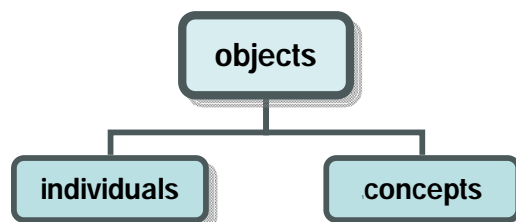


Diese Entwicklung spiegelt meines Erachtens die neu gewonnene Dimension des Funktionsbegriffs in Russells Denken sowie vermutlich auch den zunehmenden Einfluss von Freges Theorien wider, welche wir in Kapitel II rekonstruieren wollen.

Etwa in der Zeit der Niederschrift von FU verfasst Russell ein Manuskript mit dem Titel "On Meaning and Denotation of Phrases" (kurz 'OMDP'), in dem eine weitere terminologische Variation auftaucht. Die Objekte werden nun, wie dies ebenfalls in CI zu finden ist, in Individuen und Begriffe unterteilt.

The first kind of objects I propose to call *individuals* ; the third shall be called *functions* ; the second and the third together shall be called *concepts* ; and the second alone shall be called *non-functional concepts*. (OMDP, 287)"

Ein entsprechendes Schema zur Ontologie von OMDP würde folgenderweise aussehen:



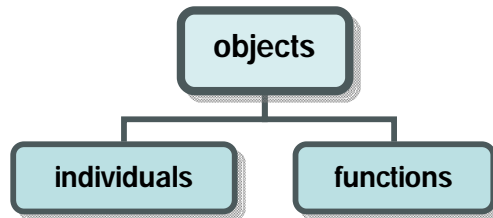
Diese Einteilung entspricht übrigens weitestgehend der Einteilung in Individuen und Klassen, wie sie im Appendix B<sup>213</sup> von PoM und dann in CI zu finden ist. Da die oben erwähnte zweite Kategorie von Objekten, die nicht-funktionalen Begriffe, von Russell als problematisch möglicherweise ausgeklammert<sup>214</sup> wird, läuft es vermutlich darauf hinaus, dass alle Objekte entweder Individuen oder Funktionen sind. Das korrigierte Schema von OMDP unterscheidet

<sup>213</sup> Russells Typentheorie von PoM führt die Individuen als den untersten Typ der Objekte, zu dem auch die Klassen als eines gehören, die weiteren Typen an: "[...] the class as one, is an individual, provided its members are individuals: the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc., are classes as one. [...]. These objects, therefore, are of the same type as simple individuals. The next type consists of ranges or classes of individuals. [...].The next type after classes of individuals consists of classes of classes of individuals. Such are, for example, associations of clubs; the members of such associations, the clubs, are themselves classes of individuals. (PoM, 523-524)

<sup>214</sup> "The second kind is doubtful and raises grave logical problems." (OMDP, 287)

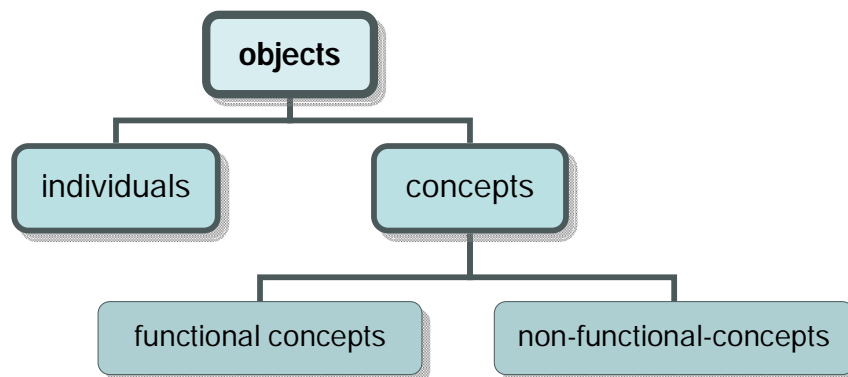
sich von dem von FU lediglich darin, dass jetzt die Terme (im engeren Sinne) als Individuen bezeichnet werden.

Die Nähe zu FU wird hier besonders deutlich:



Diese Einteilung wurzelt, wie bereits angedeutet wurde und in Abschnitt 5 von Kapitel III gezeigt werden soll, wie jene von PoM (und FU<sup>215</sup>) in quasi-grammatikalischen Strukturen. Der semantische Gesichtspunkt ist hier jedoch gewissermaßen präsenter als in PoM, da sich die Einteilung der Objekte hier<sup>216</sup> laut Russell von einer Einteilung der Wortarten<sup>217</sup> und Ausdrücke herleitet, welche ihrerseits über die semantischen Funktionen der Bedeutung (meaning) und der Referenz (denotation) definiert wird. Was die Begriffe angeht, so scheint die Einführung des Funktionsbegriff, wohl im Kontext der Herausforderung des Paradoxons, dazu geführt haben, dass die nicht-funktionalen Begriffe in FU als problematisch ausgeklammert wurden.<sup>218</sup>

Das erweiterte Schema zur Ontologie von OMDP (1903) würde folgenderweise aussehen:



Auf die hier angedeuteten Entwicklungen soll in Kapitel III näher eingegangen werden, wo wichtige Manuskripte einzeln besprochen werden. Nun wollen wir auf die verschiedenen Typen von Begriffen eingehen, wie sie Russell in PoM vertreten hat.

<sup>215</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 4.

<sup>216</sup> In PoM gibt es eine Zuordnung zwischen den Wortarten einerseits und der Assertion bzw. dem logischen Subjekt andererseits. Eine Korrelation mit den Typen von RT gibt es in PoM jedoch nicht in dieser Form. Die Frage ist allerdings, wie kohärent die Ontologie und die Semantik in OMDP sind.

<sup>217</sup> "Words and phrases are of three kinds: (1) those that denote without meaning; (2) those that mean without denoting; (3) those that both mean and denote. *Socrates* belong to (1), *is* to (2), *the death of Socrates* to (3)." (OMDP, 287)

<sup>218</sup> Siehe dazu Kapitel II.

## 2.5. Die Begriffe

### 2.5.1. Einleitung 50

### 2.5.2. Die Prädikate 51

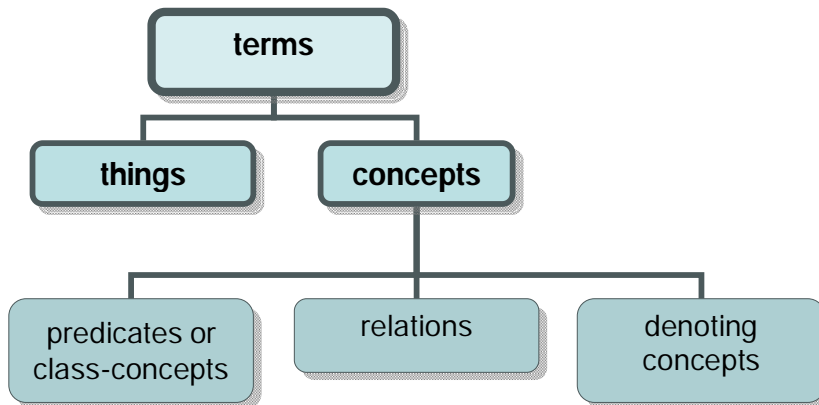
### 2.5.3. Die Klassenbegriffe 55

### 2.5.4. Die denotierenden Begriffe 59

#### 2.5.1. Einleitung

Russell unterscheidet in PoM zunächst vier Arten von Begriffen, nämlich die Prädikate<sup>219</sup>, die (ähnlichen) Klassenbegriffe, die Relationen und die denotierenden Begriffe. Da den Relationen in Russells Philosophie - in Zusammenhang mit SPT - ein besonderer Stellenwert zukommt, welcher sie nahe an die PF heranrückt, sollen diese in einem eigenen Abschnitt<sup>220</sup> besprochen werden.

Das Schema zur Ontologie der singulären Terme in PoM könnte folgenderweise aussehen:



Russell lässt sich nun bei der Einteilung der Begriffe scheinbar wieder von syntaktischen Kriterien leiten, oder - wie er sich ausdrückt - von der Grammatik anleiten. Da er ja davon überzeugt ist, dass die Sprache die Wirklichkeit korrekt widerspiegelt, erklärt er die Grammatik als Führer<sup>221</sup> für die Ontologie. So heißt es in Kapitel IV ("Proper Names, Adjectives and Verbs") von PoM, dass die Prädikate und Klassenbegriffe auf sprachlicher Ebene von den Adjektiven, die Relationen hingegen in der Regel von den Verben repräsentiert werden:

Among concepts, again, two kinds at least must be distinguished, namely those indicated by adjectives and those indicated by verbs. The former kind will often be called predicates or class-concepts; the latter are always or almost always relations. (PoM, 44)

<sup>219</sup> Prädikate sind für Russell also spezielle Begriffe, und wie alle Begriffe als Terme nicht-sprachliche Entitäten.

<sup>220</sup> Den Relationen ist der Abschnitt 4 gewidmet.

<sup>221</sup> "[...] grammar, though not our master, will yet be taken as our guide." (PoM, 42)

Diese Liste der singulären R-Terme wird im darauffolgenden Kapitel V über die Denotation ("Denoting") noch um die denotierenden Begriffe als eigene Spezies erweitert. Hier werden die denotierenden Begriffe eindeutig zu den Begriffen gezählt, während Russell sie an anderer Stelle<sup>222</sup> neben den singulären und den pluralen Objekten zunächst als dritte, schwer einzustufende Kategorie beschreibt. Die Begriffe sind in der frühen Philosophie Russells strukturierte Entitäten, welche sich vor allem in Zusammenhang mit der Denotation als interessant erweisen.

Kommen wir nun zur Besprechung der einzelnen Arten von Begriffen und beginnen mit den Prädikaten.

### 2.5.2. Die Prädikate

Beginnen wir mit den Prädikaten, den laut Russell einfachsten Begriffen. Die Russell'schen Prädikate werden im Unterschied zur modernen Auffassung - entsprechend Russells Termbegriff - als Eigenschaften (properties) d.h. als die Signifikate von einstelligen Prädikaten (im modernen Sinne) - und nicht als Signifikanten der Eigenschaften - aufgefasst. Die Relationen<sup>223</sup> entsprechen den intensionalen Korrelaten von mehrstelligen Prädikaten im modernen Sinne. Wenn im Folgenden von Prädikaten die Rede ist, sind stets die Russell'schen Prädikate gemeint. Diese treten laut Russell als Konstituenten des einfachsten Typs von Propositionen auf, nämlich von Propositionen mit einem einzigen Term<sup>224</sup>.

Predicates are, in a certain sense, the simplest type of concepts, since they occur in the simplest type of proposition. (PoM, 55)

Die folgende Stelle bestimmt den einfachsten Typus von Propositionen als Propositionen mit nur einem Term. Russell nimmt sich wieder nicht die Mühe, die sprachliche Ebene von der ontologischen zu trennen, wenn er die Prädikate als grammatikalische Kategorie fasst. Eigentlich geht es ihm - auch wenn er die Ebene der Ausdrücke mit der Ebene der R-Terme vermischt - um die Prädikate als logisch-ontologische Kategorie.

Predicates, then, are concepts, other than verbs, which occur in propositions having only one term or subject. (PoM, 45)

Russell liefert sogleich ein Beispiel:

Thus we shall say that "Socrates is human" is a proposition having only one term; of the remaining components of the proposition, one is the verb, the other is a *predicate*. (PoM, 45)

---

<sup>222</sup> In der Fußnote von PoM, 55. Siehe dazu Abschnitt 2.2.5. oben.

<sup>223</sup> Zu den Relationen mehr in Abschnitt 2.5.4.

<sup>224</sup> Hier meint Russell wiederum Terme im engeren Sinne.

Bei solchen Propositionen gibt es laut Russell nun genau eine Möglichkeit der Analyse<sup>225</sup>, während bei (relationalen) Propositionen mit mehr als zwei Termen hingegen mehrere Varianten denkbar sind.<sup>226</sup> Er schreibt:

But in some propositions, there is only a single way [of making the analysis, meine Hinzufügung]: these are the subject-predicate propositions, such as "Socrates is human". (PoM, 44-45)

Russells Auffassung der Propositionen nähert sich mit dieser Aussage aber keineswegs der traditionellen Theorie SPT, wonach alle Propositionen auf solche Subjekt- und Prädikatpropositionen reduzierbar sind. Wie wir wissen, stuft Russell SPT allerdings als sehr verbreitet und nahezu als Standard ein:

It is customary to regard all propositions as having a subject and a predicate, *i.e.* as having and immediate *this*, and a general concept attached to it by way of description. (PoM, 47)

Russells Kritik<sup>227</sup> an SPT wurde oben bereits angedeutet und soll im Kapitel über die Relationen näher besprochen werden. An dieser Stelle ist interessant, dass er SPT zunächst durch die These ersetzt, wonach jede Proposition in Subjekt und Assertion<sup>228</sup> zerlegt werden kann. In seinen Worten:

It has always been customary to divide propositions into subject and predicate; but this division has the defect of omitting the verb. [...] We may say, broadly, that every proposition may be divided, some in only one way, some in several ways, into a term (the subject) and something which is said about the subject, which something I shall call the *assertion*. (PoM, 39)

Anschließend bringt Russell ein Beispiel für eine Proposition mit einem Klassenbegriff. Dieses unterscheidet sich in seinen Augen - wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden - nur geringfügig von dem oben angeführten Beispiel einer Proposition mit einem Prädikat, wobei hier statt des Prädikats 'is human' der Klassenbegriff<sup>229</sup> 'is a man' als Assertion genannt wird:

Thus "Socrates is a man" may be divided into *Socrates* and *is a man*. The verb, which is the distinguishing mark of propositions, remains with the assertion..." (PoM, 39)

Wie wir in Abschnitt 5.2.1. sehen werden, rechnet Russell die Propositionen 'Socrates is human' und 'Socrates is a man' zur selben Kategorie, da er die Prädikate mit den Klassenbegriffen als nahezu identisch ansieht.

---

<sup>225</sup> Es handelt sich hier um die dekompositionale Analyse. Siehe Kapitel II, Abschnitt 4.4.2.

<sup>226</sup> Siehe dazu Abschnitt 2.5.4.3., PoM, 39 und PoM, 44-45.

<sup>227</sup> Siehe Abschnitt 4.

<sup>228</sup> Mehr dazu in Abschnitt 2.6.

<sup>229</sup> Siehe dazu den nächsten Abschnitt.



Wichtig ist in Russells Philosophie von PoM, dass die Prädikate - entsprechend (LS) - in Propositionen auch als Subjekte auftreten können. Wie bereits erwähnt wurde, schreibt Russell dies der Doppelnatur der Begriffe zu. Ein und dasselbe Prädikat wird einmal durch das Substantiv 'humanity', zum anderen vom Adjektiv 'human', also durch zwei verschiedene Wortarten<sup>230</sup> repräsentiert. Im ersten Falle ist es Teil des Subjekts, im zweiten Teil der Assertion. Diese doppelte Funktion der R-Terme zeigt laut Russell, dass wir es hier mit einem Begriff zu tun haben:

In "Socrates is human", the notion expressed by *human* occurs in a different way from that in which it occurs when it is called *humanity*, the difference being that in the latter case, but not in the former, the proposition is *about* this notion. This indicates that humanity is a concept, not a thing. (PoM, 45)<sup>231</sup>

Die Russell'schen Prädikate können definitiv keine grammatikalische Kategorie sein, wenn Russell Verben und Substantive in dieser Kategorie zusammenführt:

[...] *human* and *humanity*, which only differ grammatically... (PoM, 45)

Die entsprechenden Propositionen 'Humanity belongs to Socrates' und 'Socrates is human' gelten zwar als äquivalent<sup>232</sup>, sind aber laut Russell jedoch zwei verschiedene (distinct) Propositionen - wie wir gleich sehen werden. Lediglich bei der ersten Proposition geht es um 'humanity'<sup>233</sup>, zumal dieses Prädikat als Term<sup>234</sup> vorkommt. Wir haben es zudem mit einer relationalen Proposition (mit zwei Termen) und nicht mit einer elementaren Subjekt-Prädikat Proposition (mit nur einem Term) zu tun. Laut Russell sind die Proposition dieses Typs, wie die einer Serie von Typen<sup>235</sup>, aber vom elementaren Typus der Subjekt-Prädikat Proposition in einer gewissen Weise<sup>236</sup> abhängig.

Logically, the fundamental relation is that of subject and predicate, expressed in "Socrates is human" - a relation which as we saw in chapter IV, is peculiar in that the relatum cannot be regarded as a term in the proposition. The first relation that grows out of this is the one expressed by "Socrates has humanity"... (PoM, 77-78)

Wenn sich Russell von SPT dahingehend distanziert hat, dass Propositionen generell nicht nach Subjekt/Prädikat-Schema, sondern nach dem Assertion/Subjekt-Schema zerlegt werden müssen, so bleibt er - wie wir noch sehen werden - in PoM nicht dabei stehen.

---

<sup>230</sup> Für Russell gehören die Adjektive und die substantivierten Adjektive zur selben semantischen Kategorie. Siehe Kapitel III, Abschnitte 3.3. und 3.6.

<sup>231</sup> Hier scheint keine Gebrauchs-Nennungsverwechslung vorzuliegen.

<sup>232</sup> Abschnitt 5.2.5. ist der Äquivalenz verschiedener Typen von Propositionen gewidmet.

<sup>233</sup> "[...] the proposition is **about** [meine Hervorhebung] this notion." (PoM, 45)

<sup>234</sup> Die Terme im engeren Sinne stellen die Referenz: "I shall speak of *terms* of a proposition as those terms, however numerous, which occur in a proposition and may be regarded as subjects about which the proposition is." (PoM, 45)

<sup>235</sup> Siehe Abschnitt 5.2.5.

<sup>236</sup> Es handelt sich um eine spezielle logische Beziehung, welche Russell manchmal mit "derived" ausdrückt. Allerdings scheint das Hegelsche Erbe der Selbstbewegung des Begriffs bei Russell und speziell seinem Logizismus noch nicht ganz vergessen bzw. eliminiert zu sein. Siehe Abschnitt 5.2.5.

Letztendlich plädiert er für eine funktionale Analyse der Propositionen, welche ihrerseits die Analyse in Assertion und Subjekt ersetzt. Die PF gehören bereits in PoM als undefinierbare Entitäten zum logischen Grundinventar<sup>237</sup>. Die Prädikate<sup>238</sup> und die Klassenbegriffe (bzw. Eigenschaften) können von den PF abgeleitet<sup>239</sup> werden. Dabei kommt - so schreibt Russell - dem semantischen Begriff 'such that'<sup>240</sup> eine zentrale Bedeutung als Bindeglied zu:

From propositional functions all other classes can be derived by definition, with the help of the notion of *such that*." (PoM, 93)

Demnach müsste für Russell ein Prädikat wie 'human' von der PF 'x is human' abgeleitet sein. Die Klasse (als vieles) der Menschen (men) hingegen ist nach Russells Verständnis nichts anderes als die Menge aller R-Terme, welche diese PF erfüllen. Wenige Monate nach dem Erscheinen von PoM scheint Russell die Eigenschaften, d.h. die Russell'schen Prädikate, geradewegs mit den PF zu identifizieren:

[...] a property, in its most general form, is a propositional function  $\phi(x)$ , such as "to be a man", "to be a rational number", "to be a root of the equation  $\sin x = 1$ ", and so on. (CI, 5)

Wenn das Prädikat 'human' von der PF 'to be a man' bzw. von 'x is a man' generiert ist, erzeugt es laut PoM seinerseits eine Reihe von verwandten Begriffen, zu denen neben den Klassenbegriffe auch die denotierenden Begriffe<sup>241</sup> gehören. In Russells Worten:

[...] Predicates are distinguished from other terms by a number of very interesting properties, chief among which is their connection with what I shall call *denoting*. One predicate gives rise to a host of cognate notions: thus in addition to *human* and *humanity*, which only differ grammatically, we have *man*, *a man*, *some man*, *any man*, *every man*, *all men*. (PoM, 45)

Die Prädikate erzeugen darüber hinaus - so heißt es in PoM - die Klassen<sup>242</sup>, was für den Logizismus zentral ist:

---

<sup>237</sup> "Pure Mathematics was defined as the class of propositions asserting formal implications and containing no constants except logical constants. And logical constants are: Implication, the relation of a term to class of which it is a member, the notion of *such that*, the notion of relation, and such further notions as are involved in formal implication, which we found (§93) to be the following: propositional function, class\*, denoting, and *any* or *every term*. This definition brought Mathematics into very close relation to Logic, and made it practically identical with Symbolic Logic. An examination of Symbolic Logic justified the above enumeration of mathematical undefinables. \* The notion of *class* in general, we decided, could be replaced, as an undefinable, by that of the class of propositions defined by a propositional function." (PoM, 106). Siehe Kapitel 2, Abschnitt 2.

<sup>238</sup> Die Fundierung (Ableitung) von Klassen erfolgt in letzter Instanz - so behauptet Russell - nicht auf den Prädikaten (bzw. den Subjekt-Prädikat Propositionen), sondern auf den PF. "[...] classes are to be derived, by means of the notion of *such that*, from other sources than subject-predicate propositions and their equivalents. Any propositional function in which a fixed assertion is made of a variable term is to be regarded [...] as giving rise to a class of values satisfying it." (PoM, 79)

<sup>239</sup> Es handelt sich um eine logische Ableitbarkeit (Deduktion) im Russell'schen Sinne von 'logisch'. Siehe den Abschnitt 5.2.5.

<sup>240</sup> Mit diesem Begriff bezeichnet Russell die Klasse, welche eine PF erfüllt: "*Such that* is roughly equivalent to *who* or *which*, and represents the general notion of satisfying a propositional function." (PoM, 83). Siehe den folgenden Abschnitt.

<sup>241</sup> Um die denotierenden Begriffen geht es im den nächsten Abschnitt.

<sup>242</sup> Siehe Abschnitt 3.

[...] and thus ever predicate [...] gives rise to a class (PoM, 67)

Das mit diesem Prinzip - wie auch mit Freges Grundgesetz V - anhaftende Paradox sollte Russell bekanntlich noch vor der Veröffentlichung von PoM Anlass genug, seine Ontologie und Logik zu überdenken. Überlegungen wie die folgende, sind hier exemplarisch:

[...] the conclusion...seems obvious, 'not predicable of oneself' is not a predicate, [...] that 'class-concept which is not a term of its own extension' is not a class-concept. ( PoM, 102)

Diese "generative" Funktion der Prädikate führt uns zur Kategorie der Klassenbegriffe.

### 2.5.3. Die Klassenbegriffe

Russell legt zunächst keinen großen Wert darauf, strikt zwischen den Klassenbegriffen und den Prädikaten zu unterscheiden. So liest man an einer Stelle:

The class-concept ['man', meine Ergänzung] differs little, if at all, from the predicate ['human', meine Ergänzung]... (PoM, 54-55)

Obwohl man die Prädikate auch als Klassenbegriffe bezeichnen könnte, ergibt sich für Russell schließlich doch die Notwendigkeit an, diese Unterscheidung zu treffen:

Concepts which are predicates might also be called class-concepts, because they give rise to classes, but we shall find it necessary to distinguish between the words *predicate* and *class-concept*. (PoM, 54)

Im Kontext der Denotationstheorie<sup>243</sup> stuft Russell den Unterschied zwischen den Klassenbegriffen und den Prädikaten aber als nützlich an:

It will be convenient, for the present discussion, to distinguish a class-concept from a predicate: I shall call *human* a predicate, and *man* a class-concept, though the distinction is perhaps only verbal. (PoM, 56)

Zu jeder Subjekt-Prädikat Proposition muss es demnach eine entsprechende Proposition mit einem Klassenbegriff (eine "Klassenbegriffsproposition") geben. Russell nennt folgende Beispiele:

Subjekt-Prädikat Propositionen	Klassenbegriffs-Propositionen
A is.	A is an entity.

<sup>243</sup> Russell bringt die Denotation zunächst in Zusammenhang mit den Prädikaten. "[...] Predicates are distinguished from other terms by a number of very interesting properties, chief among which is their connection with what I shall call *denoting*." (PoM, 45) Wir werden in Abschnitt 2.5.4. sehen, dass die denotierenden Begriffe laut Russell aber direkt von den Klassenbegriffen abstammen.

A is one. <sup>244</sup>	A is a unit.
A is human.	A is a man.

Entscheidend für Russells Unterscheidung zwischen Prädikaten und den Klassenbegriffen ist demnach - wenn ich Russell richtig verstehe - die größere, syntaktische Nähe der Klassenbegriffe zu den PF. In Zusammenhang mit dem Logizismus-Projekt vertritt Russell die Position, dass die Klassen anhand von Begriffen manipuliert bzw. reduziert werden können. Es wird sich zeigen, dass bei der regressiven Analyse<sup>245</sup> der Klassen letztere auf Begriffe - und nicht auf Prädikate - zurückgeführt werden. Da die Klassenbegriffe das direkte Verbindungsglied zwischen den PF und den Klassen darstellen, werden sie von Russell als die intensionalen Korrelate der Klassen aufgefasst. In diesem Kontext erweist sich der von Peano übernommene Begriff 'such that' eine zentrale Rolle:

*Such that* is roughly equivalent to *who* or *which*, and represents the general notion of satisfying a propositional function. (PoM, 83)

In der folgenden Formulierung wird die Beziehung zwischen dem Begriff 'such that' und der Assertion und bzw. der Erfüllung von PF ausgedrückt:

[...] classes are to be derived, by means of the notion of *such that*, from other sources than subject-predicate propositions and their equivalents. Any propositional function in which a fixed assertion is made of a variable term is to be regarded [...] as giving rise to a class of values satisfying it. (PoM, 79)

Nun kommen wir zur Relation zwischen den PF und den Klassenbegriffen, wobei Russell hier scheinbar wieder syntaktische Kriterien<sup>246</sup> anwendet. Nur wenn ein Klassenbegriff ( $U$ ) vorliegt, und - so meine Interpretation - anstelle von  $U$  in der Assertion eingesetzt wird, liegt effektiv eine PF<sup>247</sup> vor:

The characteristic of a class-concept, as distinguished from terms in general, is that " $x$  is a  $u$ " is a propositional function when, and only when,  $u$  is a class-concept. (PoM, 56)

Wenn man hingegen ein Prädikat einsetzt, ergibt sich laut Russell in keinem Fall eine Proposition, ganz gleich was man dann für die Variable  $x$  einsetzt:

It must be held that when  $u$  is not a class-concept, we do not have a false proposition, hut simply no proposition at all, whatever value we may give to  $x$ . (PoM, 56)

<sup>244</sup> Es müsste sich hier viel mehr um den Typ von Proposition handeln, welche ich in Abschnitt 2.5.6.3. als "kardinal" nenne, bzw. welche Russell selbst als "arithmetische" bezeichnet hat.

<sup>245</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.2.

<sup>246</sup> Da er von einem Isomorphismus zwischen sprachlichen und logischen Strukturen ausgeht, nimmt er sich nur selten die Mühe, zwischen den zwei Ebenen zu differenzieren. Gemeint ist primär aber stets die logische.

<sup>247</sup> Russell meint natürlich nicht die Formel ' $x$  is a  $u$ ', sondern deren Denotat, welches er später mit der Funktion selbst identifiziert. Siehe Kapitel II, Abschnitt 5 und folgende.

Darüber hinaus - und dies ist ein zentraler Punkt von Russells erster Denotationstheorie, welche ja als Quantifikationstheorie fungiert - kann man laut Russell die Nullklasse<sup>248</sup> mittels der Klassenbegriffe in den Griff bekommen:

This enables us to distinguish a class-concept belonging to the null-class, for which all propositions of the above form are false, from a term which is not a class-concept at all, for which there are no propositions of the above form. (PoM, 56)

Wie man hier sieht, setzt Russell wieder syntaktische Kriterien für ontologische Belange an. Aufgrund von Russells SALVA PROP - Prinzip<sup>249</sup> erweist sich der Klassenbegriff (*u*) zwar als Bestandteil der PF, aber nicht als Term in der PF 'x is a *u*'. Folgende Bemerkung Russells in PoM führt uns schließlich direkt zur Diskussion der denotierenden Begriffen:

Also it makes it plain that a class-concept is not a term in the proposition "x is a *u*" for *u* has a restricted variability if the formula is to remain a proposition. A denoting phrase, we may now say, consists always of a class-concept preceded by one of the above six words or some synonym of one of them. (PoM, 56)

Ähnliches schreibt Russell es wenige Seiten später im Kapitel über die Klassen:

All denoting concepts are derived from class-concepts; and *a* is a class-concept when "x is an *a*" is a propositional function." (PoM, 74)

Laut Russell enthalten nicht alle Propositionen mit Klassenbegriffen notwendigerweise auch denotierende Begriffe. Dazu wollen wir seine Analyse<sup>250</sup> der Propositionen P1 (Socrates is human) und P2 (Socrates is - a man)<sup>251</sup> einerseits<sup>252</sup>, und der Proposition P5 (Socrates is a - man) andererseits, betrachten. P1 enthält laut dieser Analyse einen Term und ein Prädikat, P2 einen Term und einen Klassenbegriff, P5 hingegen einen Term, eine Relation und eine Disjunktion<sup>253</sup> (bzw. eine Klasse). Der entscheidende Punkt ist, dass bei P5 - aber nicht bei P2 (oder P1) - denotierende Begriffe im Spiel sind. Für P1\* (Socrates is a man) gibt es laut Russell zwei Lesarten<sup>254</sup>. P5 wird von Russell dann als Identitätsbehauptung<sup>255</sup> interpretiert, wobei der Determinator 'a' zum Verb - und nicht zum (mutmaßlichen) Klassenbegriff -

<sup>248</sup> Siehe Abschnitt 3 zu den Klassen.

<sup>249</sup> Siehe das Prinzip (**SALVA PROP**) in Abschnitt 2.4.

<sup>250</sup> Siehe PoM, 54. Siehe den Abschnitt 5.2.5. zu den Propositionen.

<sup>251</sup> "The [...] [proposition expresses a relation of Socrates to the class-concept *man*." (PoM, 55)

<sup>252</sup> "Socrates is-a man" is nearly, if not quite, identical with "Socrates has humanity"; (PoM, 80)

<sup>253</sup> Russell interpretiert die Signifikate von denotierenden Ausdrücken mit dem Determinator 'a' und einem Klassenbegriff in Kapitel V (PoM, 56) als variable Disjunktion. Für endlich viele R-Terme ergibt sich laut Russell folgendes: "An *a* denotes *a*<sub>1</sub> or *a*<sub>2</sub> or ... or *a*<sub>*n*</sub>, where *or* has the meaning that no one in particular must be taken, just as in all *a*'s we must not take any one in particular." (PoM, 59). Russell erläutert weiter: "An *a* belongs to any *b*, i.e. whatever *b* we take, it has *a* part in common with *a*." (PoM, 60). Der Ausdruck 'Socrates is a man' erfährt von Russell aber auch eine alternative Interpretation als Klassenproposition. Siehe P5 in Abschnitt 5.2.4.

<sup>254</sup> Dass es zwei Lesarten von 'x is an *a*' gibt, ist in Fußnoten nachzulesen. Siehe eben PoM, 54 und PoM, 64.

<sup>255</sup> "The former ['Socrates is a - man' (P5), meine Ergänzung] expresses the identity of Socrates with an ambiguous individual;" (PoM, 54-55). Und auch: "[...] "A is a - man" (cf. p. 54, note), which is very like identity." PoM, 64. Ähnlich heißt es in OMDP: "When we say x is a man, we are asserting, for each value of x, a kind of identity. "A man" is a denoting concept, which denotes a number of entities severally; with one of these entities x is said to be identical." (OMD, 341)

hinzugenommen wird. Bei der Identitätsbehauptung 'A is a - man' (P5) liegt demnach kein (gewöhnlicher) Klassenbegriff<sup>256</sup> vor, sondern - wie unten deutlich wird - ein Rudiment der Klasse<sup>257</sup> selbst. Hier wird behauptet, dass A ein Konjunktionsglied der Klasse der Menschen ist. Im Falle von (P2)<sup>258</sup> 'A is - a man', hingegen liegt ein Klassenbegriff vor. Hier liegt somit eine "Klassenbegriffspropositionen"<sup>259</sup> vor.

Russell behauptet übrigens, dass die Leseart P2 als Interpretation von P1\* Peanos Option ist. Laut Russell verwendet Peano das  $\varepsilon$  - Symbol um die Beziehung zwischen einem Term und einem Klassenbegriff auszudrücken:

This proposition ['Socrates is - a man', meine Ergänzung], considered as a relation between Socrates and the concept *man*, is the one Peano regards as fundamental; and his  $\varepsilon$  expresses the relation *is a* between Socrates and man. (PoM, 78)

Russell<sup>260</sup> meint, dass man das  $\varepsilon$ <sup>261</sup> ebenso gut für die Beziehung zwischen einem Term und einer Klasse verwendet werden könnte. Dann stünde es für die Elementschafft, wie sie in Beispiel P7 (bzw. ansatzweise in P5) vorkommt:

We may go on to the relation between Socrates and the human race; *i.e.* between a term and its class considered as a whole; this is expressed by Socrates belongs to the human race.

This relation might equally well be represented by  $\varepsilon$ . (PoM, 78)

In Zusammenhang mit der Identitätsproblematik<sup>262</sup> plädiert Russell dann für eine extensionale Auffassung der Klassen. Durch den Bezug auf die extensionalen Klassen wird nämlich laut Russell eine Eindeutigkeit geschaffen, wie sie bei den intensionalen Klassenbegriffen<sup>263</sup> nicht gegeben ist. Der Punkt ist, dass ko-extensive Klassenbegriffe nicht ko-intensiv sein müssen.

Two class-concepts need not to be identical when their extensions are so: *man* and *featherless biped* are by no means identical, and no more are *even prime* and *integer between 1 and 3*. These are class-concepts... (PoM, 20)

---

<sup>256</sup> Dass Russell auch im Falle von 'even prime' und 'between 1 and 3' als von Klassenbegriffen und nicht von denotierenden Begriffen spricht, kann an dieser Stelle vielleicht als Ausdruck der mangelnden Differenzierung angesehen werden. Dass es sich dennoch um denotierende Begriffe handeln muss, wird aber in den darauf folgenden Zeilen nahe gelegt. Die denotierenden Begriffe erzeugen nämlich typischerweise eine Referenzverschiebung: "We must be concerned with the actual assemblage of terms, not with any **concept denoting [meine Hervorhebung]** that assemblage." (PoM, 20)

<sup>257</sup> Siehe die Abschnitte 3.2. und 5.2.5.

<sup>258</sup> "[...] the latter ['Socrates is - a man' (P2) meine Ergänzung] expresses a relation of Socrates to the class-concept *man*." (PoM, 54-55)

<sup>259</sup> Siehe Abschnitt 5.2.1.

<sup>260</sup> Russell hält Peano allerdings zugute, dass er die Elementschäftsbeziehung definitiv von der Mengeninklusion unterschieden hat, mit der sie vor ihm fast durch die Bank ("almost universally") verwechselt wurde. (PoM, 78)

<sup>261</sup> "A relation which, before Peano, was almost universally confounded with  $\varepsilon$ , is the relation of inclusion between classes, as e.g. between men and mortals." PoM, 78.

<sup>262</sup> "Identity, which occurs here, is defined as follows: *x* is identical with *y* if *y* belongs to every class to which *x* belongs; on other words, if "*x* is an *u*" implies "*y* is an *u*" for all values of *u*." PoM, 20.

<sup>263</sup> Mehr zum Unterschied zwischen Klassenbegriffen und Klassen in Abschnitt 3.1.

Wie wir in Abschnitt 5.2.5. sehen werden, wird die die Elementschäftsbeziehung in Proposition P5 (Socrates is a - man) - im Unterschied zu 'Socrates belongs to the human race' - aber nicht explizit ausdrückt. Kommen wir nun zu den denotierenden Begriffen, welche im Zentrum von Russells erster Denotationstheorie stehen.

#### 2.5.4. Die denotierenden Begriffe

Die denotierenden Begriffe<sup>264</sup> gehören für Russell ebenfalls zu den Derivaten der Prädikate und stehen bekanntlich im Zentrum des Interesses von Kapitel V über die Denotation. Der ontologische Status<sup>265</sup> dieser Begriffe bleibt - wie wir eingangs festgestellt haben - für Russell zunächst ungeklärt, wenn er meint, dass es sich bei 'a man' weder um einen (herkömmlichen) Begriff, noch um einen Term (ein Ding) handelt, sondern um eine Kombination von Termen:

*A man, we shall find, is neither a concept nor a term, but a certain kind of combination of certain terms, namely of those which are human. (PoM, 54)*

Tatsächlich bleibt Russell nicht bei dieser Einstufung, wie wir gleich sehen werden. Was die Genese der denotierenden Begriffe<sup>266</sup> betrifft, sind sie laut Russell von den Klassenbegriffen abgeleitet, welche ihrerseits auf den PF basieren. Sie entstehen dadurch - heißt es zunächst - dass einer der 5 Determinatoren<sup>267</sup> (all, every, any, a, some)<sup>268</sup> "vor" einen Klassenbegriff gesetzt wird. Auf diese Weise ergeben<sup>269</sup> sich - dies ist der zentrale Punkt - wiederum weder Terme, noch Begriffe, sondern (strikt und ausschließlich) Kombinationen von Termen.

Russell geht also auch hier scheinbar um die denotierten (pluralen) Objekte und weniger um den ontologischen Status der denotierenden Begriffe. Die Kombinationen von Termen sind nichts anderes als die Klassen. Diese sind die Denotate von vollkommen definierten denotierenden Begriffen, wie man am Ende des Auszugs erfährt. Die denotierenden Begriffe werden von Russell im ersten Satz als Kombinationen bezeichnet. Nun der ganze Auszug:

*It is to be observed that this five combinations [*all, every, any, a, some* + class-concept, meine Hinzufügung] yield **neither terms nor concepts [meine Hervorhebung]**, but strictly and only combinations of terms. The first yields many terms, while the others yield something absolutely peculiar, which is neither one nor many. The combinations are combinations of terms, effected without the use of relations. Corresponding to each combination there is, at least if the terms combined form a class, **a perfectly definite concept**, which **denotes [meine***

---

<sup>264</sup> "One predicate gives rise to a host of cognate notions: thus in addition to *human* and *humanity*, which only differ grammatically, we have *man, a man, some man, any man, every man, all men.*" (PoM, 45)

<sup>265</sup> Daneben stehen auch der semantische und erkenntnistheoretische Status zur Debatte. Siehe dazu auch Abschnitt 3.4. Kapitel III und Abschnitt 2 von Kapitel IV.

<sup>266</sup> "All denoting concepts are derived from class-concepts; and *a* is a class-concept when "*x is an a*" is a propositional function." (PoM, 74)

<sup>267</sup> Korrekterweise müsste es um das Signifikat eines Determinators und nicht um diesen selbst handeln.

<sup>268</sup> Der wichtigste Determinator, nämlich 'the', fehlt hier, wird im nächsten von mir angeführten Zitat hinzugefügt.

<sup>269</sup> Der englische Ausdruck ist 'yield'. Siehe PoM, 58.

**Hervorhebungen]** the various terms of the combination combined in the specific manner.  
(PoM, 58)

Wenn Russell hier fünf Typen von denotierenden Begriffen nennt, finden sich wenige Seiten vorher 6 an der Zahl. Die syntaktische Anweisung bleibt dieselbe, wobei laut Russells gewohnt lässiger Formulierung Determinatoren und Klassenbegriffe - und nicht die Signifikanten der letzteren - zu denotierenden Ausdrücken zusammengesetzt werden.

A denoting phrase, we may now say, consists always of a class-concept preceded by one of the above six words [*all, every, any, a, some* and *the*", meine Hinzufügung] or some synonym of one of them. (PoM, 56)

Während es sich bei den fünf obgenannten denotierenden Begriffen um die unbestimmte Kennzeichnungen handelt, haben wir es im Falle von 'the'<sup>270</sup> bekanntlich mit den bestimmten Kennzeichnungen zu tun, welche stets einen einzelnen Term (oder eine Klasse als Einheit) auf eindeutige Weise denotieren:

The word *the*, in the singular, is correctly employed only in relation to a class-concept of which there is only once instance. We speak of *the* King, *the* Prime Minister, and so on (understanding *at the present time*); and in such cases there is a method of denoting one single definite term by means of a concept, which is not given to us by any of our other five words. (PoM, 62)

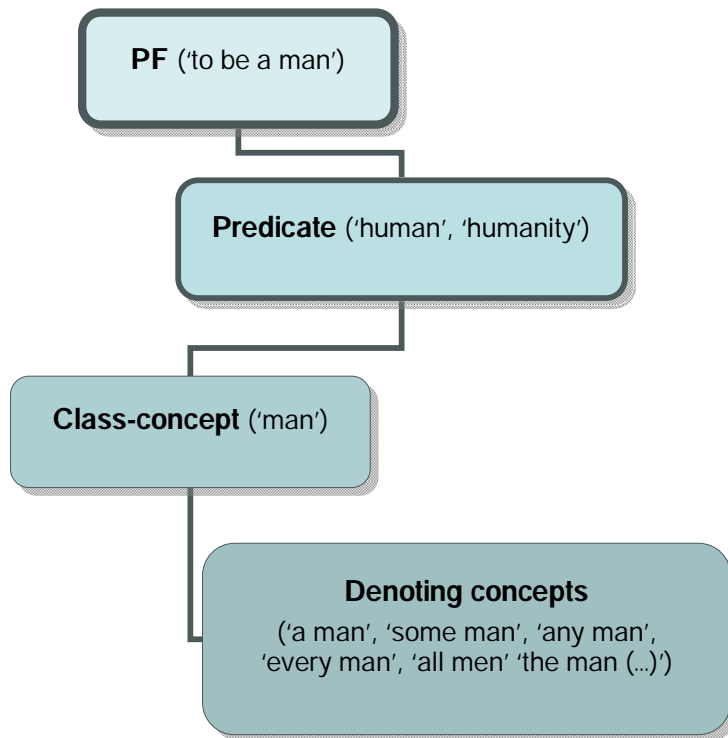
Auf der folgenden Seite wollen wir ein Schema zur Genese der denotierenden Begriffe<sup>271</sup> anbringen, welches der Interpretation eines Beispiels von Russell folgt.

---

<sup>270</sup> Bei der bestimmten Kennzeichnung geht Russell bekanntlich über Frege hinaus, währenden er dessen Analyse für die anderen Kennzeichnungen später übernehmen sollte.

<sup>271</sup> Die bestimmten Kennzeichnungen werden erst in Kapitel V von PoM, dafür aber ausführlicher, diskutiert.





Nun wollen wir kurz auf die interessante Problematik der Negation in Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen eingehen. Russell hat in Kapitel V anscheinend nicht daran gedacht, die Existenz eines speziellen denotierenden Begriff für die Negation in Betracht zu ziehen. Wenn auch 'no man' nicht unter den Beispielen von Kapitel V auftaucht, so stuft Russell jedoch 'nothing' in Zusammenhang mit der Diskussion um die leere Klasse<sup>272</sup> (und den Null-Klassenbegriff, sowie die Null-PF) als denotierenden Begriffen ein:

*Nothing* is a denoting concept, which denotes nothing. The concept which denotes is of course not nothing, i.e. it is not denoted by itself. The proposition which looks so paradoxical means no more than this; *Nothing*, the denoting concept, is not nothing, i.e. is not what itself denotes. (PoM, 75)

Interessant die Charakterisierung im letzten Satz als Entität, welche nicht das ist, was sie denotiert. Ich interpretiere diesen Sachverhalt als Konsequenz des Prinzips (AS)<sup>273</sup>, welches ja für alle denotierenden Begriffe gilt. Da jeder denotierende Begriff durch seine spezielle Bedeutung nach (AS) eine Referenzverschiebung erzeugt, ergibt sich für Russell der semantische Sachverhalt<sup>274</sup>, dass seine Referenz nicht mit seiner Bedeutung zusammen fallen kann. Ein denotierender Begriff kann denotieren ohne (effektiv) etwas zu denotieren, liest man in PoM:

<sup>272</sup> Siehe PoM, 75.

<sup>273</sup> Siehe in diesem Abschnitt weiter unten.

<sup>274</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.5.

It is necessary to realize, in the first place, that **a concept may denote although it does not denote anything [meine Hervorhebung]**. [...] Symbolic Logic says that these concepts denote the null-class, and that the propositions in question assert that the null-class is contained certain other classes. (PoM, 73)

Dies erklärt Russell so, dass der betreffende denotierende Begriff zwar eine Intension, aber nicht notwendigerweise eine Extension aufweist. Russell nimmt übrigens die Negation nicht ins Grundinventar der symbolischen Logik auf, wie dies beispielsweise Peano macht. Stattdessen schlägt er vor, ein Reduktionsprinzip zu verwenden, welches es ermöglicht die Negation von Klassen auf die Negation von Propositionen zurück zu führen:

[...] the idea of *negation*. This is taken, in the edition of the *Formulaire* we are considering, as a new primitive idea ... [...]. By dealing with propositions before classes or propositional functions, it is possible, as we saw, to avoid treating negation as a primitive idea, and to replace all axioms respecting negation by the principle of reduction. (PoM, 31)

Im nächsten Abschnitt, dem über die Klassen, wird das Problem um die Nullklasse<sup>275</sup> wieder aufgegriffen.

Russell kommt in PoM zum Ergebnis, dass es sich bei allen Typen von denotierenden Begriffen um dasselbe Phänomen der Denotation handelt. In Kapitel V schreibt er, dass es sich (in allen sechs Fällen) um dieselbe, vollkommen bestimmte Relation handelt:

We decided that denoting is a perfectly definite relation, the same in all six cases, and that it is the nature of denoted concept and the denoting concept which distinguishes the cases. (PoM, 64-65)

Wenn es sich bei der Denotation um eine vollkommen bestimmte Relation handelt, müssen die denotierenden Begriffen ebenfalls vollkommen bestimmte, einzelne Begriffe sein, wie man in PoM nachlesen kann:

All *a*'s, to begin with, denotes a numerical conjunction; it is definite as soon *a* is given. The concepts all *a*'s is a **perfectly definite single concept**, which **denotes [meine Hervorhebungen]** the terms of *a* taken all together." (PoM, 55)

Gerade um den Status der denotierenden Begriffe<sup>276</sup> geht es anschließend, wo die denotierenden Begriffe als komplexe Begriffe bzw. als Kombinationen von Begriffen interpretiert werden. Die denotierenden Begriffe sind - so heißt es hier - neue Begriffe, welche komplexer sind als ihre Konstituenten:

The combination of concepts as such to form new concepts, of greater complexity than their constituents, is a subject upon which writers on logic have said many things. But the

---

<sup>275</sup> Wie wir in Abschnitt 3.1. sehen werde, entscheidet sich gegen die Annahme der Existenz der Nullklasse. Dafür gibt es für ihn aber so etwas wie Nullklasse-Begriffe.

<sup>276</sup> Siehe dazu auch Kapitel III, Abschnitt 3.4.

combination of terms as such, to form what by analogy may be called complex terms, is a subject upon which logicians, old and new, give us only the scantiest discussion. (PoM, 55)

Um dem ontologischen Status der denotierenden Begriffe näher zu kommen, wollen wir uns vor Augen führen, was Russell über die Denotation<sup>277</sup> zu sagen hat. Letztere wird nämlich als eine logische Relation zwischen den denotierenden Begriffe und den denotierten Termen definiert, während die anderen semantischen Relationen für Russell rein linguistischer Natur<sup>278</sup> sind bzw. zwischen Wörtern und Termen bestehen:

But the fact that description is possible [...] is due to a logical relation between some concepts and some terms, in virtue of which such concepts inherently and logically *denote* such terms. (PoM, 53)

Die Eigenschaft, aufgrund der die denotierenden Begriffe in dieser logischen Beziehung zu den Termen stehen und diese denotieren können, scheint nun mit der speziellen Bedeutung der denotierenden Begriffe verknüpft zu sein. Diese unterscheidet sich laut PoM grundlegend von jener banalen Bedeutung, welche den sprachlichen Ausdrücken zugeschrieben wird, und die darin besteht, R-Terme zu repräsentieren bzw. zu benennen.

But such concepts as *a man* have a meaning in another sense: they are, so to speak, symbolic in their own nature, because they have the property which I call *denoting*. (PoM, 47)

Die banale, für die Logik unwichtige Bedeutung<sup>279</sup> besteht - entsprechend von (Aug) - in der Beziehung zwischen einem Wort und dem<sup>280</sup> R-Term, für den es steht. Dabei handelt es sich um einen Namensuniversalismus<sup>281</sup>, zumal die Bedeutung in der Designation von R-Termen besteht, wie folgende Stelle belegt:

Words all have meaning, in the simple sense that they are symbols which stand for something other than themselves. [...] Thus meaning, in the sense in which words have meaning, is irrelevant to logic." (PoM, 47).

Da die denotierenden Begriffe aber eine andere Art von Bedeutung aufweisen, stellen sie eine Ausnahme zum universellen Namensuniversalismus dar. Die spezielle Bedeutung der denotierenden Begriffe ist ein Beleg dafür, dass es sich auch in diesem Fall - ähnlich wie bei den Propositionen - scheinbar um komplexe Entitäten handelt, welche eine Art von Einheit aufweisen. Damit stellen sie neben den Propositionen und den Klassen eine dritte Spezies

---

<sup>277</sup> Siehe dazu Kapitel IV, Abschnitt 2.

<sup>278</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus PoM: "Words all have meaning, in the simple sense that they are symbols which stand for something other than themselves. But a proposition, unless it happens to be linguistic, does not itself contain words: it contains the entities indicated by the words." (PoM, 47). Diese abwertende Haltung findet sich auch noch in OD: "Now the relation of meaning and denotation is not merely linguistic through the phrase: there must be a logical relation involved, which we express by saying that the meaning denotes the denotation." (OD, 486)

<sup>279</sup> Siehe dazu auch die Abschnitte 1 und 3.5. von Kapitel III.

<sup>280</sup> Bei den Klassen handelt es sich in der Regel um eine Vielzahl von R-Termen.

<sup>281</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.

von Komplexen, wie Russell wenige Monate nach dem Erscheinen von PoM bemerkt - wobei er typischerweise die semantischen Ebenen<sup>282</sup> vermischt:

But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire unity, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning. (OMD, 318)

Im Zusammenhang mit der nicht-banalen Bedeutung der denotierenden Begriffe ergibt sich laut Russell darüber hinaus ein Phänomen, welches einer weiteren semantischen Anomalie gleichkommt. Dieses Phänomen will ich mit Makin als Referenzverschiebung (shift of aboutness)<sup>283</sup> bezeichnen. Bei Propositionen mit denotierenden Begriffen an Subjektposition geht es - so das Prinzip - nicht um<sup>284</sup> die Begriffe selbst, sondern die von ihnen denotierten Terme. Das logische Subjekt so einer Propositionen ist nicht der jeweilige denotierende Begriffe selbst, sondern der denotierte R-Term:

A concept *denotes* when, if it occurs in a proposition, the proposition is not *about* the concept, but about a term connected in a certain peculiar way with the concept. (PoM, 53)

Folgende Formulierung ist allgemeiner, da sie auch die unbestimmten Kennzeichnungen mit einschließt, welche als Referenz nicht immer einen einzelnen Term haben müssen, sondern einen Komplex von Termen haben können.

When a class-concept, preceded by one of the six words *all, every, any, a, some, the*, occurs in a proposition, the proposition, as a rule, not *about* the concept of the two together, but about an object quite different from this, in general **not a concept at all, but a term or complex of terms**. [meine Hervorhebung] (PoM, 64)

Da hier Russell selbst von einer Regel spricht, könnte man diese - ähnlich wie mit Makin - wie folgt formulieren:

**(AS) When an Aboutness-Shifter occurs in the subject-position of a proposition, the proposition is not about the Aboutness-shifter, but about what the Aboutness-shifter denotes.**

Coffa<sup>285</sup> hat darauf hingewiesen, dass hier auf direkte Weise eine andere Annahme von Russells Semantik verletzt wird, welche er als '*Theory of confined aboutness*' (kurz 'TCA') nennt. Laut (TCA) muss die logische Referenz (bzw. das logische Subjekt) eine Komponente der Proposition sein:

**(TCA) A proposition is only about<sup>286</sup> the terms, which it contains.**

---

<sup>282</sup> Terme oder Bedeutungen einerseits und Wörter andererseits.

<sup>283</sup> Siehe dazu Kapitel IV, 2.3. Siehe Makin (2000), 18.

<sup>284</sup> Russell verwendet den Ausdruck 'about'.

<sup>285</sup> Siehe Coffa (1991).

<sup>286</sup> Siehe Abschnitt 4.3.

Wie wir in Kapitel IV sehen werden, ergeben sich für Russell durch (AS) logische Schwierigkeiten, die ihn in OD schließlich dazu veranlassen sollten, die Theorie der denotierenden Begriffe ganz aufzugeben. Das Argument aus OD, welches die Unhaltbarkeit dieser Theorie behandelt, ist bekanntlich GEA<sup>287</sup>. Russells nach PoM eingeführte Unterscheidung zwischen der Bedeutung und der Denotation der denotierenden Begriffe bietet - wie wir noch sehen werden - keine definitive Lösung der Problematik, sondern ein weiteres Element der Destabilisierung für Logik und Ontologie. So ist Russell in den Manuskripten zu seiner Theorie der Komplexe oft unentschlossen darüber, ob er die Komplexe<sup>288</sup> mit der Bedeutung oder mit der Denotation identifizieren soll. Typisch für seinen dichotomischen Ansatz ist auch der Terminus des Auftretens von Komplexen "als Bedeutung" oder "als Entität"<sup>289</sup>.

Dies soll zu den Begriffen vorläufig genügen. Kommen wir nun zu den Klassen.

---

<sup>287</sup> Siehe Kapitel IV, Abschnitt 2.

<sup>288</sup> Siehe Kapitel II Abschnitt 7.3.

<sup>289</sup> A complex may occur in two ways, as meaning or as entity. Complexes may differ as meaning without differing as entity. What a complex is, is what we have called its denotation. There is no entity which *is* the complex as meaning because the complex as meaning is not one entity. (OF, 366). Siehe Kapitel II, Abschnitt 6.2. und 7.3.4.

### 3. Die Klassen

#### 3.1. Extensionale Auffassung der Klassen 66

#### 3.2. Die Klassen als spezielle Ganzheiten 71

#### 3.3. Die Klassen und die Funktionen 87

#### 3.1. Extensionale Auffassung der Klassen

Die Klassen gelten in der Ontologie von PoM nicht als richtige R-Terme, da sie weder Begriffe noch Terme sind. Sie resultieren aber aus den R-Termen, und sind für Russell - wie im letzten Abschnitt bereits deutlich wurde - so etwas wie Kombinationen von R-Termen. Wie in Abschnitt 2.5.3. deutlich wurde, fasst Russell die Klassenbegriffe als die intensionalen Korrelate der Klassen auf. Da jeder Klassenbegriff seinerseits von einem Prädikat abhängt, kann Russell behaupten - wie wir bei der Vorstellung der Prädikate und der Klassenbegriffe festgestellt haben - dass jedes Prädikat<sup>290</sup> - sofern es von mindestens einem R-Term richtig prädiert werden kann - eine Klasse erzeugt:

[...] every subject-predicate proposition<sup>291</sup> gives rise to the other three equivalent propositions<sup>292</sup>, and thus **every predicate** (provided it can be sometimes truly predicated) **gives rise to a class [meine Hervorhebung]**. This is the genesis of classes from the intensional standpoint. (PoM, 67)

Russell behauptet, dass die Klassen keineswegs mit den Klassenbegriffen identisch sind. Würden man diese mit den Klassenbegriffen identifizieren, müsste man laut Russell zwei Klassen in bestimmten Fällen<sup>293</sup> als gleich (bzw. äquivalent) ansehen, obwohl sie als Intensionen verschieden (bzw. nicht identisch) sind.

Thus when we identify the class with the class-concept, we must admit that two classes may be equal without being identical. ( PoM, 68)

Entsprechend Russells Besprechung des klassischen Beispiels, können zwei verschiedene (intensionale) Klassenbegriffe (bzw. zwei Prädikate) dieselbe Extension haben:

Two class-concepts need not to be identical when their extensions are so: *man* and *featherless biped* are by no means identical, and no more are *even prime* and *integer*

---

<sup>290</sup> Für die PF, von denen sich die Prädikate herleiten, gilt ähnliches: "Every propositional function which is not null, we supposed, defines a class, and every class can certainly be defined by a propositional function." (PoM, 103)

<sup>291</sup> Gemeint sind Propositionen mit einem Term und einem Prädikat wie 'Socrates is human'. (Siehe PoM, 67)

<sup>292</sup> Russell bezieht sich auf folgende Propositionen: 'Socrates has humanity', 'Socrates is a man', 'Socrates is one among men'. (Siehe PoM, 67)

<sup>293</sup> So müssten 'man' und 'featherless biped' - um bei Russells Beispiel zu bleiben - als dieselbe (equal) Klasse angesehen werden, obwohl beide Begriffe intensional verschieden (bzw. nicht identisch) sind.

between 1 and 3. These are class-concepts, and if our Axiom<sup>294</sup> is to hold, it must not be of these that we are to speak in dealing with classes. (PoM, 20)

Ähnlich heißt es, dass ein und dieselbe Klasse durch verschiedene Klassenbegriffe (bzw. Prädikate) erfasst werden kann:

A class, we have seen, is neither a predicate nor a class-concept, for different predicates and different class-concepts may correspond to the same class. ( PoM, 68)

Russell identifiziert die Klassen daher mit den Extensionen der Klassenbegriffe. Mit anderen Worten, die Klassen werden von Russell in PoM extensional aufgefasst.

Sie können daher - so Russells<sup>295</sup> Position - wie es von Bolzano vorgeschlagen wurde - auch als (endliche oder unendliche) Konjunktionen aufgefasst werden. Wie wir sehen werden, spricht Russell von den Klassen alternativ auch als von *Kombinationen*<sup>296</sup>, *Kollektionen*<sup>297</sup> oder *Aggregaten*<sup>298</sup> von R-Termen.

Allerdings - so meint Russell - funktioniert die extensionale Methode praktisch nur für die endlichen Klassen. Um unendliche Klassen zu erhalten, sind scheinbar doch wieder die intensionalen Klassenbegriffe bzw. deren Plural erforderlich, wie folgenden Bemerkung glauben lässt:

A class, we agreed, is essentially to be interpreted in extension; it is either a single term, or that kind of combination of terms which is indicated when terms are connected by the word *and*. But practically, though not theoretically this purely extensional method can only be applied to finite classes. All classes, whether finite or infinite, can be obtained as the objects denoted by the plurals of class-concepts men, numbers, points, etc. (PoM, 80)

Der entscheidende Punkt besteht für Russell darin, dass die Propositionen, welche denotierende Begriffe enthalten und zur Manipulation der unendlichen<sup>299</sup> Klassen dienen, stets von endlicher Komplexität sind:

Concepts of this kind [the denoting concepts 'all', 'every', 'any', 'a', 'some', and 'the', meine Ergänzung], we found, are fundamental in Mathematics, and enable us to deal with infinite classes by means of propositions of finite complexity. (PoM, 106)

In seiner Analyse der unendlichen Ganzheiten<sup>300</sup> (infinite wholes) erläutert Russell näher, warum jede Definition einer unendlichen Klasse notwendigerweise intensional sein muss.

---

<sup>294</sup> Russell bezieht sich auf folgendes Axiom (primitive proposition) zur Identität: "[...] if  $\phi x$  and  $\psi x$  are equivalent propositions for all values of  $x$ , then the class of  $x$ 's such that  $\phi x$  is true is identical with the class that of  $x$ 's such that  $\psi x$  is true." (PoM, 20). Vergleiche mit Freges Grundgesetz V.

<sup>295</sup> Russell schreibt: "The notion of *and* was brought into prominence by Bolzano..." und führt dann auch Bolzanos Terminus 'Inbegriff' an. Siehe PoM, 70.

<sup>296</sup> Siehe Abschnitt 2.5.4.

<sup>297</sup> Siehe Abschnitt 5.4.2.

<sup>298</sup> Siehe Abschnitt 5.4.3.

<sup>299</sup> Vergleiche auch mit: "Almost all mathematical ideas present one great difficulty: the difficulty of infinity." (PoM, 188)

Wäre so eine Definition nämlich extensional, bräuchte es dazu laut Russell eine unendliche Einheit<sup>301</sup>, was Russell scheinbar ohne weiteren Kommentar ausschließt. Endliche Definitionen von unendlichen Klassen funktionieren intensional, insofern sie die Merkmale der Sammlung (Konjunktion) von R-Termen angeben. In Russells Worten:

The definition must not be infinitely complex, since this would require an infinite unity. Now if there is any definition which is of finite complexity, this cannot be obtained from the parts, since these are infinitely numerous (in the case of an aggregate), or themselves as complex as the whole (in the case of a whole which his not an aggregate). But any definition which is of finite complexity will necessarily be intensional, *i.e.* it will give some characteristic of a collection of terms. (PoM, 148)

Diese Position Russells hat vermutlich ebenfalls erkenntnistheoretischen Hintergrund, welcher mit Russells (später so genanntem) Prinzip der Bekanntschaft<sup>302</sup> zu tun hat. Dieses wollen soll dann in Abschnitt 7 von Kapitel III besprochen werden.

Die extensionale Genese der Klassen ist laut Russell jedenfalls in der Mathematik üblich, wenn es um Klassen mit einer endlichen Anzahl von Termen geht. Er tendiert dazu - wie folgende Bemerkung belegt - so eine Klasse als ein neues Objekt bzw. als einzelnen R-Term aufzufassen, obwohl sie durch die Aufzählung der (R-) Terme definiert ist:

On the other hand, when mathematicians deal with what they call a manifold, aggregate, *Menge*, *ensemble*, or some equivalent name, it is common, especially where the number of terms involved is finite, to regard the object in question (which is in fact a class) as defined by the enumeration of its terms, and as consisting possibly of a single term; which in that cases *is* the class. (PoM, 67)

Wenn die extensionalen Klassen numerische Konjunktionen<sup>303</sup> ihrer Elemente sind, können hier nicht - so Russell - die intensionalen Prädikate und die Denotation ausschlaggebend sein:

Here it is not predicates and denoting that are relevant, but terms connected by the word *and*, in the sense in which this word stands for a *numerical* conjunction. Thus Brown and Jones are a class, and Brown singly is a class. This is the extensional genesis of classes." (PoM, 67)

---

<sup>300</sup> Siehe Abschnitt 3.4.

<sup>301</sup> So ein Monstrum entspricht dem absoluten Ganzen der Idealisten, wie Hegel und Bradley, und widerspricht dem Geist des ansatzweise atomistischen Realismus der *New Philosophy*, speziell der Term-Orientierung der Philosophie von PoM.

<sup>302</sup> Laut Russell ist - grob gesagt - die direkte Bekanntschaft der Konstituenten einer Proposition für deren Verständnis erforderlich. Siehe das Prinzip (PoA) und ähnliche in Abschnitt 4 von Kapitel IV. In Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen und (TCA) ergeben sich hier allerdings Schwierigkeiten.

<sup>303</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle, in der numerische Konjunktionen im Rahmen der Denotationstheorie mit Klassen in Zusammenhang gebracht werden: "In the first proposition [Brown and Jones are two of Miss Smith's sutors, meine Ergänzung], it is Brown and Jones who are two, and this is not true of either separately; nevertheless it is not the whole composed of Brown and Jones which is two, for this is only one. The two are a genuine combination of Brown with Jones, the kind of combination which, as we shall see in the next chapter, is characteristic of classes." (PoM, 57) Siehe auch Abschnitt 3.2.3.



Die extensionale Sichtweise der Klassen ist nun laut Russell nicht nur für mathematische Anliegen wesentlich, sondern auch für die symbolische Logik<sup>304</sup>. ER schreibt:

We must be concerned with the actual assemblage of terms, not with any concept denoting that assemblage. For mathematical purposes this is quite essential. [...] The extensional view of classes, in some form, is thus essential to Symbolic Logic and to mathematics, and its necessity is expressed in the above axiom.<sup>305</sup> (PoM, 20)

Dabei denkt er vermutlich an seinen Klassenkalkül (The Calculus of Classes) und seinen Kalkül der propositionalen Funktionen (The Calculus of Propositions). Der Relationenkalkül (The Calculus of Relations)<sup>306</sup> müsste hingegen ausgeklammert sein, zumal Russell die Relationen<sup>307</sup> in PoM noch intensional interpretiert.

Russell schwankt in PoM aber zwischen der extensionalen und der intensionalen Auffassung der Klassen hin- und her, wie gleich deutlich wird. Im Kapitel VI über die Klassen schreibt Russell, dass die Klassen sowohl durch die Angabe der R-Terme als auch über den denotierenden Klassenbegriff definiert werden können. Der Unterschied sei demnach lediglich psychologischer bzw. praktischer, aber nicht logischer Natur:

*Class* may be defined either extensionally or intensionally. That is to say, we may define the kind of object which is a class, or the kind of concept which denotes a class: this is the precise meaning of the opposition of extension and intension in this connection. But although the general notion can be defined in this two-fold manner, particular classes, except when they happen to be finite, can only be defined intensionally, i.e. as the objects denoted by such and such concepts. I believe this distinction to be purely psychological: logically, the extensional definition appears to be equally applicable to infinite classes, but practically, if we were to attempt it, Death would cut short our laudable endeavour before it had attained its goal. Logically, therefore, extension and intension seem to be on a par. (PoM, 69)

In Kapitel VI führt Russell aber auch ein Argument an, welches zunächst gegen die ausschließlich extensionale Auffassung gerichtet zu sein scheint. Nur wenn man den intensionalen Standpunkt vertritt, kann man - wie bereits erwähnt wurde - die Nullklasse bilden und so von nicht-existenten (und unmöglichen) Entitäten reden. Dieser Vorteil des intensionalen Standpunkts hängt für Russell von der Vorzügen seiner Denotationstheorie

---

<sup>304</sup> Die Bereiche Mathematik und Logik sind für Russell teilweise deckungsgleich, wie folgende Passage umschreibt "Logic consists of the premises of mathematics, together with all other propositions which are concerned exclusively with logical constants and with variables [...]. Mathematics consists of all the consequences of the above premises which assert formal implications containing variables, together with such of the premises themselves as have these marks. [...] But for the desire to adhere usage, we might identify mathematics and logic, and define either as the class of propositions containing only variables and logical constants." (PoM, 8-9). Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 2.2.

<sup>305</sup> Russell bezieht sich hier auf folgendes Axiom: "[...] if  $\phi x$  and  $\psi x$  are equivalent propositions for all values of  $x$ , then the class of  $x$ 's such that  $\phi x$  is true is identical with the class that of  $x$ 's such that  $\psi x$  is true." (PoM, 20)

<sup>306</sup> Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 2.2.

<sup>307</sup> Siehe Abschnitt 4.2.

zusammen, wie sie in Kapitel V von PoM dargelegt wurde. Die denotierenden Begriffe mit Denotationslücken denotieren laut der symbolischen Logik die Nullklasse, welche demnach auch als Element von anderen Klassen vorkommt:

It is necessary to realize, in the first place, that a concept may denote although it does not denote anything. This occurs when there are propositions in which the said concept occurs, and which are not about the said concept, but all such propositions are false. [...] Symbolic Logic says that these concepts denote the null-class, and that the propositions in question assert that the null-class is contained certain other classes. (PoM, 73)

Von einem rein extensionalen Standpunkt wäre diese Interpretationsmöglichkeit aber strikt ausgeschlossen, da die Nullklasse als Klasse ohne R-Terme nicht subsistiert (bzw. existiert), wie Russell meint:

But with the strict extensional view of classes propounded above, a class which has no terms fails to be anything at all: what is merely and solely a collection of terms cannot subsist when all the terms are removed. Thus we must either find a different interpretation of classes, or else find a method of dispensing with the null-class. (PoM, 67)

Russell entscheidet sich in PoM anscheinend für die zweite Variante<sup>308</sup> und lehnt die Existenz der Nullklasse (als Extension) als Fiktion ab, während er die Existenz von Nullklasse-Begriffen (Intensionen) aber annimmt. Er schreibt:

We agreed that the null-class, which has no terms, is a fiction, though there are null class-concepts. (PoM, 81)

Der Begriff 'nothing' scheint so ein Null Klasse-Begriff zu sein, und hat, da er nicht auf sich anwendbar ist und sich selbst denotiert, so Russell, nichts Paradoxes an sich. Er schreibt:

*Nothing* is a denoting concept, which denotes nothing. The concept which denotes is of course not nothing, i.e. it is not denoted by itself. The proposition which looks so paradoxical means no more than this; *Nothing*, the denoting concept, is not nothing, i.e. is not what itself denotes. (PoM, 75)

Der ontologische Status des denotierenden Begriffes 'nothing'<sup>309</sup> bleibt aber mysteriös, auch wenn seine Funktion im Rahmen der symbolischen Logik klar umrissen ist. Bezüglich der intensionalen oder extensionalen Sichtweise hält Russell am Ende von Kapitel VI zusammenfassend folgendes Resultat fest:

It appeared throughout that, although any symbolic treatment must work largely with class-concepts and intension, classes and extension are logically more fundamental for the principles of Mathematics; and this may be regarded as our main general conclusion in the present chapter. (PoM, 81)

---

<sup>308</sup> Und auch: "A class is said to exist when it has at least one term." (PoM, 21)

<sup>309</sup> Vergleiche mit OD, 491.

Russell ordnet die Klassen also definitiv dem Bereich der nicht-strukturierten (extensionalen) Terme zu, während die Begriffe für ihn strukturierte (intensionale) Objekte sind. Die Unterscheidung zwischen den Begriffen und den Termen erweist sich hier als grundlegend für den Logizismus. Die Klassen gehören zudem als die Extensionen der intensionalen Begriffe (der Prädikate, der Relationen<sup>310</sup>, der Klassenbegriffe und der denotierenden Begriffe), zu den Russellschen Dingen:

All classes, it would seem, as numbers, men, spaces, etc., when taken as single terms, are things; (PoM, 45)

Spätestens hier sollte klar sein, dass die Russell'schen Klassen dem modernen Verständnis der Klassen gar nicht entsprechen. Während Klassen heute als abstrakte Strukturen aufgefasst werden, sind sie für Russell eher so etwas wie Fusionen von R-Termen. So besteht beispielsweise die Klasse der Menschen - in Analogie zu den Russell'schen Propositionen, welche aus den R-Termen selbst bestehen - für Russell aus den einzelnen Menschen selbst. Diese Klasse ist somit selbst ein Ding im Russell'schen Sinne:

For example, *man* being the class-concept, *all men* will be the class. (PoM, 131)

Eine Klasse ist - wie Russell sich öfters in PoM ausdrückt - eine bestimmte Kombination<sup>311</sup> von Termen, welche durch den Klassenbegriff bestimmt werden:

A class is a certain combination of terms, a class-concept is closely akin to a predicate, and the terms whose combination forms the class are determined by the class-concept. (PoM, 55)

Neben den Ausdrücken 'combination of terms' und 'assemblage of terms' verwendet Russell für Klassen - wie bereits erwähnt - auch den Ausdruck 'the sum or conjunction of all the terms':

[...] a class, as opposed to the class-concept, is the sum or conjunction of all the terms (all men) which have the given predicate." (PoM, 54-55)

Im folgenden Abschnitt wollen wir uns der heiklen Frage zuwenden, ob es sich bei den Russell'schen Klassen um singuläre Entitäten oder Pluralobjekte handelt. Dazu wollen wir Russells Bemerkungen über die Ganzheiten (wholes) berücksichtigen.

## **3.2. Die Klassen als spezielle Ganzheiten**

### **3.2.1. Drei Arten von Ganzheiten**

### **3.2.2. Die Klassen als Vielheit und die Klassen als Einheit**

### **3.2.3. Die unendlichen Klassen**

---

<sup>310</sup> Siehe dazu Abschnitt 4.2.

<sup>311</sup> Eine Klasse kann laut Russell natürlich auch nur einen Termen, wie im oben angeführten Zitat (PoM, 80) zu entnehmen ist, oder wie die fiktive Null-Klasse gar keinen haben.

### 3.2.1. Drei Arten von Ganzheiten

#### 3.2.1.1. Einleitung 72

#### 3.2.1.2. Die Sammlungen 75

#### 3.2.1.3. Die Aggregate 77

#### 3.2.1.4. Die Einheiten 78

#### 3.2.1.1. Einleitung

Wenn Russell die Klassen als Kombinationen oder Konjunktionen von R-Termen auffasst, stellt sich die Frage des Status dieser neuen Entitäten. Solche Kombinationen sind - wie wir gleich sehen werden - laut Russell spezielle Ganzheiten (wholes) und verfügen über eine Art Einheit. Um den ontologischen Status der Klassen besser verstehen zu können, müssen wir daher Russells Überlegungen zur Teil-Ganzes Beziehung berücksichtigen. Diesem Thema ist das ganze Kapitel XVI von PoM gewidmet. Russell betont dort die Wichtigkeit der Untersuchung der Teil-Ganzes Beziehung für das Verständnis der Analyse und distanziert sich zugleich von den idealistischen Ansichten:

For the comprehension of analysis, it is necessary to investigate the notion of whole and part, a notion which has been wrapped in obscurity - though not without certain more or less valid logical reasons - by the writers who may be roughly called Hegelian. (PoM, 137)

Russell hat seine grundlegenden Ansichten zu Einheit und Teil-Ganzes Beziehung bereits einige Zeit vor PoM entwickelt. Dabei handelt es sich um einen anti-holistischem Ansatz, wie er für die *New Philosophy* typisch ist. Wie folgende Bemerkung zeigt, hat Russell ein quasi-atomistisches Modell (Down-Top Analyse) vor Augen:

The only kind of unity to which I can attach any precise sense - apart from the unity of the absolutely simple - is that of a whole composed of parts. (Russell 1899/1900, 160-161)

Russell teilt in PoM die R-Terme, welche nicht Klassen<sup>312</sup> sind, in einfache und komplexe Terme ein. Beide Arten von Termen<sup>313</sup> gelten als Einheiten (units):

Terms which are not classes may be, as we saw in the preceding chapter, of two kinds. The first kind are simple: these may be characterized, though not defined, by the fact that the propositions asserting the being of such terms have no presuppositions. The second kind of terms that are not classes, on the other hand, are complex, and in their case, their being presupposes the being of certain other terms. Whatever is not a class is called a *unit*, and thus units are either simple or complex. (PoM, 137)

---

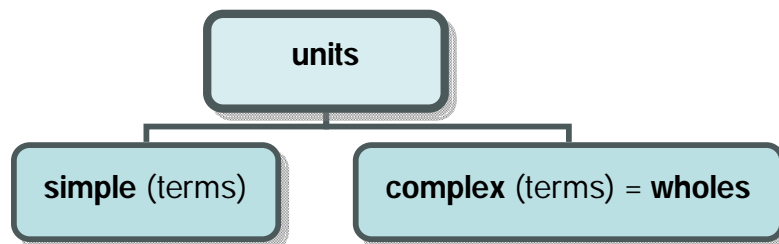
<sup>312</sup> Russell meint hier möglicherweise nicht die Klassen, sondern die Klassenbegriffe. Dies wird durch die nächsten Absätze in PoM nahegelegt. Siehe 2.1.5. oben.

<sup>313</sup> Die Terme im engeren Sinne sind die Dinge. Siehe 2.1.5. oben.

Die komplexen Einheiten haben - so heißt es weiter - den Status von Ganzheiten, welche zudem die Terme voraussetzen, aus denen sie zusammengesetzt sind:

A complex unit is a *whole* ; its parts are other units, whether simple or complex, which are presupposed in it. This suggests the possibility of defining whole and part by means of logical priority... (PoM, 137)

Diese Einteilung wollen wir in einem Schema festhalten:



Der entscheidende Punkt ist, dass laut Russell es sich bei der Beziehung zwischen dem Teil und dem Ganzen in Wirklichkeit nicht um eine, sondern um mehrere Beziehungen handelt, wobei zumindest eine davon - logisch und ontologisch - undefinierbar ist:

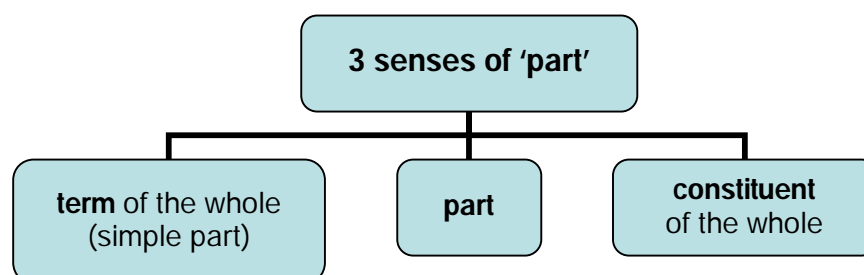
The relation of whole and part is, it would seem, an undefinable and ultimate relation, or rather, it is several relations, often confounded, of which one at least is undefinable. (PoM, 138)

Jeder Teil-Ganzes Beziehung entspricht - so liest man in PoM - genau ein Typ von Ganzheit. Es gibt demnach drei verschiedene Arten (wholes), nämlich die Sammlungen (collections), die Aggregate (aggregates) und die Einheiten (unities). Die drei verschiedenen Arten von Teilen werden von Russell wie folgt genannt:

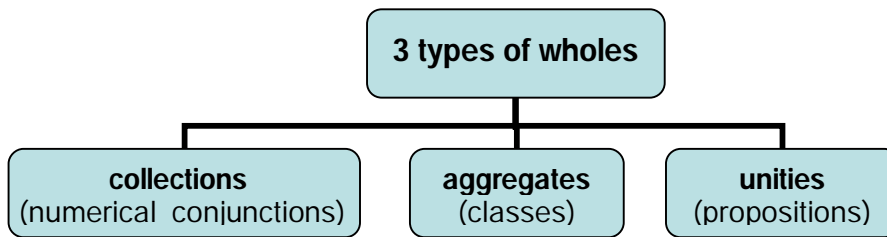
A part in the first sense is to be called a *term* of the whole\*; a part of the second sense is to be called a *part* simply; and a part in the third sense will be called a *constituent* of the whole.

\* A part in this sense will also be sometimes called a *simple* or *indivisible* part. (PoM, 143)

Das Schema zu den 3 Arten von Teilen:



Wir wollen die drei Typen von Ganzheiten ebenfalls in einem Schema festhalten:



Wie die folgende Stelle nahelegt, sind vor allem die beiden letzten Typen von Ganzheiten wichtig. Die Sammlungen werden hier gar nicht erwähnt:

Thus we see that there are two very different classes of wholes, of which the first will be called *aggregates*, while the second will be called *unities*. (PoM, 140)

Den drei Arten von Ganzheiten entsprechen laut Russell drei verschiedene Arten von Teilen, wobei die ersten beiden in der symbolischen Logik und der Mathematik von Bedeutung sind, während die dritte Art hingegen vor allem von Philosophen<sup>314</sup> betrachtet wurde:

It is *parts* in this third sense [of "unity", meine Hinzufügung] that are chiefly considered by philosophers, while the first two senses [of "collection" and "aggregate", meine Hinzufügung] are those usually relevant in symbolic logic and mathematics. This third sense of *part* is the sense which corresponds to analysis: it appears to be indefinable, like the first sense - *i.e.*, I know no way of defining it. (PoM, 139)

Russell behauptet, dass die Transitivität nur in Bezug nur innerhalb jeder einzelnen Art von Teil-Ganzes Beziehung gilt. Wäre die Transitivität global für alle drei Typen gültig, könnte man - so argumentiert Russell - von einem vierten allgemeinen Typus (a fourth general sense)<sup>315</sup> sprechen:

It must be held that the three senses are always to be kept distinct: *i.e.*, if *A* is part of *B* in one sense, while *B* is part of *C* in another, it must not be inferred in general that *A* is part of *C* in any of the three senses. (PoM, 139)

Laut Russell gelten nun zwei mereologische Prinzipien als selbstevident. Einmal, dass zwei Ganzheiten, welche aus verschiedenen Termen zusammengesetzt sind, verschieden sein müssen. Zweitens, dass eine Ganzheiten, welche aus nur einem Term besteht, dieser Term selbst ist. In seinen Worten:

(1) Two wholes composed of different terms must be different; (2) A whole composed of one term only is that one term. It follows that the whole composed of a class considered as one

<sup>314</sup> PoM, 139.

<sup>315</sup> Ibid.

term is that class considered as one term, and is therefore identical with the whole composed of the terms of the class; (PoM, 77)

Anschließend behauptet Russell, dass es bei der Analyse von Ganzheiten mehrere Varianten der Analyse<sup>316</sup> gibt, solange man noch nicht bei den letzten, den atomaren Konstituenten angekommen ist. Bei jeder Analysevariante ergeben sich jeweils verschiedene Konstituenten:

[...] A given whole is capable, if it has more than two parts, of being analyzed in a plurality of ways; and the resulting constituents, so long as analysis is not pushed as far as possible, will be different for different ways of analyzing. This proves that different sets of constituents may constitute the same whole, and thus disposed our difficulty. (PoM, 77)

Wie sich zeigen wird, entsprechen den verschiedenen Arten von Analyse in Russells Philosophie jeweilige Arten von Synthese<sup>317</sup>. Daher ergibt sich auch, dass dieselben R-Terme zu einem Aggregat oder zu einer Proposition zusammengesetzt werden können. Russell bemerkt in PoM<sup>318</sup>, dass man aus den Teilen 'A', 'größer als', 'B' entweder ein Aggregat, oder die Propositionen (bzw. PF) 'A ist größer als B' und 'B ist größer als A' bilden kann.

Bemerkenswert ist auch, was Russell über die Analyse zu sagen hat, nämlich das, was manchmal auch als das "Paradox der Analyse" bezeichnet wird. Er selbst spricht von der Doktrin, dass die Analyse Falsifikation ist. Die Teil-Ganzes Analyse liefert uns die Wahrheit in der Art wie ein Gegenstand überreicht wird, aber - und dies ist Russells eigentlicher Punkt<sup>319</sup> - eben nicht die ganze Wahrheit. Kommen wir nun zu den verschiedenen Arten von Ganzheiten (und Teilen).

### 3.2.1.2. Die Sammlungen

Als Sammlung (Collection) gilt in PoM eine Konjunktion von mehreren R-Termen, welche durch den Begriff 'und' verknüpft sind. Eine Sammlung ist eine klassenartige Aufzählung von Termen:

When a class is regarded as defined by the enumeration of its terms, it is more naturally called a *collection*. I shall for the moment adopt this name, as it will not prejudge the question whether the objects denoted by it are truly classes or not. By a collection I mean what is

---

<sup>316</sup> Siehe Abschnitt 5.3. und Abschnitt 3.3. von Kapitel II.

<sup>317</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.1.

<sup>318</sup> PoM, 141

<sup>319</sup> "Whatever can be analysed is a whole, and we have already seen that analysis of wholes is in some measure falsification. But it is important to realize the very narrow limits of this doctrine. We cannot conclude that the parts of a whole are not really its parts, nor that the parts are not presupposed in the whole in a sense in which the whole is not presupposed in the parts, nor yet that the logically prior is not usually simpler than the logically subsequent. In short, though analysis gives us the truth, and nothing but the truth, yet it can never give us the whole truth." (PoM, 141). Hegels holistische Auffassung von der Wahrheit erfährt hier zumindest als Metapher einen Nachruf, obwohl Russell terriorientierte Philosophie anfänglich einen logischen Atomismus und eine passende, wenn auch rudimentäre Wahrheitstheorie zu implizieren vorgibt.

conveyed by "A and B" or "A and B and C" ? or any other enumeration of definite terms. The collection is defined by the actual mention of the terms, and the terms are connected by *and*. (PoM, 69)

Dabei bringt Russell die logische Konjunktion zunächst in Zusammenhang mit Bolzano zurück, um sich anschließend von diesem zu distanzieren:

The notion of *and* was brought into prominence by Bolzano [...]. [...] This is the conception which underlies the conjunction *and*, which, however, if it is to stand out as clearly as is required, in many cases, both by the purposes of mathematics and by those of philosophy, I believe to be best expressed by the words: 'A system (*Inbegriff*) of certain things' or 'a whole consisting of certain parts.' (PoM,70)

Dabei bringt Russell die logische Konjunktion zunächst in Zusammenhang mit Bolzano zurück, um sich anschließend von diesem zu distanzieren:

Thus it seems best to regard *and* as expressing a definite unique kind of combination, not a relation, and not combining *A* and *B* into a whole, which would be one. This unique kind of combination will in future be called *addition of individuals*. It is important to observe that it applies to terms, and only applies to numbers in consequence of their being terms. (PoM, 71-72)

Solche Additionen von Individuen sind - so Russells Überlegung - Sammlungen, aber nicht Klassen, meint Russell in Kapitel VI von PoM. Die Klassen sind letztendlich die Korrelate der (intensionalen) Klassenbegriffe bzw. von (intensionalen) Begriffen einer Klasse:

The notion of *and*, however, does not enter into the meaning of a class, for a single term is a class, although it is not a numerical conjunction. [...] [...] what seems essential to a class is not the notion of *and*, but the being denoted by some concept of a class. This brings us to the intensional view of classes.

Im Unterschied zu den Klassen sind, werden bei den Sammlungen alle Terme einzeln angeführt bzw. aufgezählt und durch die Konjunktion verbunden:

The notion to be now examined is the notion of a numerical conjunction or, more shortly, a *collection*. This is not to be identified, to begin with, with the notion of a *class* but is to receive a new and independent treatment. By a collection I mean what is conveyed by "A and B" or "A and B and C," or any other enumeration of definite terms. The collection is defined by the actual mention of the terms, and the terms are connected by *and*. (PoM, 134)

Eine Sammlung ist demnach eine Art von Pluralobjekt. Wenn eine Sammlung - wie Russell<sup>320</sup> meint - zwar ebenso vieles und nicht eins ist, muss sie doch von der Klasse als Vieles<sup>321</sup> unterschieden werden.

---

<sup>320</sup> PoM, 134.

<sup>321</sup> Siehe den nächsten Abschnitt und den Abschnitt 3.2.2.



Die Sammlungen sind für Russell so etwas wie Vorstufen zu den Klassen, da sie sich als losere Gebilde als die Aggregate und auch als die Klassen als Vielheit erweisen. Wie folgende Stelle zeigt, sind für Russell solche Konjunktionen<sup>322</sup> aber in der extensionalen Genese der Klassen involviert:

Here it is not predicates and denoting that are relevant, but terms connected by the word *and*, in the sense in which this word stands for a *numerical* conjunction. Thus Brown and Jones are a class, and Brown singly is a class. This is the extensional genesis of classes." (PoM, 67)

Man kann sicherlich sagen, dass die Konjunktion für Russell einen fundamentalen Modus zur Bildung von Komplexen bzw. zur Kombination von R-Termen darstellt. Der entscheidende Punkt scheint aber zu sein, dass solche Konjunktionen immer endlich<sup>323</sup> sind:

It would seem that *and* represents a fundamental way of combining terms, and it might be urged that just this way of combination is essential if anything is to result of which a number other than 1 is to be asserted. [...] As regards what is meant by the combination indicated by *and* it gives what we called before the numerical conjunction. [...] The theory of *and* applies practically only to finite numbers, and gives to finite numbers a position which is different, at least psychologically, from that of infinite numbers. (PoM, 134)

Kommen wir nun zu den Aggregaten.

### 3.2.1.3. Die Aggregate

Die Aggregate<sup>324</sup> sind Ganzheiten, welche auf den Sammlungen aufgebaut sind. Sie sind aber ebenfalls keine richtigen Einheiten, da sie im Unterschied zu den letzteren eindeutig bestimmt sind, wenn die einzelnen R-Terme spezifiziert sind. Die Konstituenten von Aggregaten sind nämlich nicht auf direkte Weise miteinander verknüpft sind, meint Russell in Kapitel XVI von PoM:

The whole formed of the terms of the collection I call an *aggregate*. Such a whole is completely specified when all its simple constituents are specified; its part have no direct connection *inter se*, but only the indirect connection involved in being parts of one and the same whole. (PoM, 140)

Russell spricht diesen Klassen aber doch eine gewisse Einheit zu, wenn er von der Klasse als Einheit spricht. Ähnlich heißt es in Kapitel L über dem Raum, wo die Aggregate mit den Klassen - zumindest für die Belange der Geometrie - gleich gesetzt werden:

---

<sup>322</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle: "Brown and Jones are two of Miss Smith's suitors.[...] In the first proposition, it is Brown *and* Jones who are two, and this is not true of either separately; nevertheless it is not the whole composed of Brown and Jones which is two, for this is only one. The two are combinations of Brown and Jones, the kind of combination which, as we shall see in the next chapter, is characteristic of classes." (PoM, 56-57). Siehe auch die Abschnitte zu den Klassen und den kardinalen Propositionen.

<sup>323</sup> Siehe Abschnitt 3.2.3. zu den unendlichen Klassen.

<sup>324</sup> Siehe Abschnitt 3.5.

Whatever is complex, we then decided (§§ 143), must be composed of simple elements ; [...] We distinguished, in Part II, two kinds of wholes, namely *aggregate* and *unities*. The former may be identified, at any rate for present purposes, with classes, while the latter seem to be indistinguishable from propositions. Aggregates consist of units from whose addition (in the sense presupposed in Arithmetic) they result; (PoM, 442)

Russell versteht die Zusammenfassung von R-Termen zu Aggregaten also in Analogie zur arithmetischen Summenbildung. In Abschnitt 3.2.2. werden wir dann sehen, dass Russell die Aggregate mit den Klassen als Einheit identifiziert. Kommen wir nun zur dritten Art von Ganzheiten, nämlich den Einheiten.

#### 3.2.1.4. Die Einheiten

Die Einheiten unterscheiden sich dadurch von den Aggregaten, dass nicht durch die Angabe ihrer Teile (der R-Terme) definiert sind.

[...] in the case of unities, the whole is not even specified by its parts (PoM, 141)

Solche Ganzheiten schließen neben den R-Termen nämlich auch die Relationen zwischen den Termen ein, welche gewissermaßen - wie wir noch näher sehen werden - ein formales Strukturelement bilden:

[...] the fact that wholes are *not*, as a rule, determinate when their constituents are given, but are themselves new entities (which may be in some sense simple), defined, in the mathematical sense, by certain relations to their constituents. (PoM, 111)

Ähnlich lautet Russells Erläuterung der Einheiten im Kapitel über das Kontinuumsproblem. Der Punkt ist, dass Einheiten scheinbar nicht auf algebraischen Mustern beruhen. Es liegt keine Addition im algebraischen Sinne - oder wie Russell sich ausdrückt - im arithmetischen Sinne vor. Dafür ist von Prädikaten und Relationen die Rede:

[...] unities, on the contrary, are not reconstituted by the addition of their constituents. In all unities, one term at least is either a predicated predicate or a relating relation; in aggregates, there is no such term. (PoM, 442)

Wie wir noch sehen werden, bringt Russell die Relationen letztlich in die Nähe der PF<sup>325</sup>. Die einzigen Einheiten, welche es laut Ontologie von PoM gibt, sind die Propositionen, wie man in PoM<sup>326</sup> nachlesen kann:

Such a whole [a unity, meine Ergänzung] is always a proposition, so it need not be an asserted proposition. (PoM, 139)

---

<sup>325</sup> Siehe Abschnitt 4.3.

<sup>326</sup> "The former [aggregates, meine Hinzufügung] may be identified, at any rate for present purposes, with classes, while the latter [unities, meine Hinzufügung] seem to be indistinguishable from propositions." (PoM, 442)

Zu den Propositionen mehr in Abschnitt 5. Nach dieser Übersicht zu den Ganzheiten wollen wir nun näher auf die Klassen eingehen.

### 3.2.2. Die Klassen als Vielheit und die Klassen als Einheit

Die Überlegungen Russells zu den Ganzheiten haben ergeben, dass die Klassen Aggregate sind. Wir müssen uns fragen, ob hier die Klassen<sup>327</sup> als Ganzheit (class as whole) oder als Einheit (class as one) gemeint sind. Der Unterschied zwischen der Klasse als Einheit und als Vielheit hat laut Russell eine große Tragweite für die Philosophie der Arithmetik:

A question which is very fundamental in the philosophy of Arithmetic must now be discussed in a more or less preliminary fashion. Is a class which has many terms to be regarded as itself one or many? Taking the class as equivalent simply to the numerical conjunction "A and B and C and etc.," it seems plain that it is many ; yet it is quite necessary that we should be able to count classes as one each, and we do habitually speak of a class. Thus classes would seem to be one in one sense and many in another. (PoM, 76)

Die Unterscheidung betrifft die Klassen einmal als Pluralobjekte, zum andern als singuläre Objekte. Erstere bezeichnet er als Klassen als Vieles (class as many)<sup>328</sup>.

Die Klasse als Vielheit besteht aus den über den Begriff 'such that' und der PF definierten R-Termen und wird von Russell auch als extensionale Klasse bezeichnet:

Given a propositional function  $\phi(x)$ , the terms, when  $x$  is identified with any of them,  $\phi(x)$  is true, are the class defined by  $\phi(x)$ . This is the class as many, the class in extension. (PoM, 93)

Die Klasse als Einheit hingegen ist ein singuläres Objekt, welches sich laut Russell von den sie konstituierenden R-Termen in gewisser Hinsicht unterscheidet.

Diese ontologische Kategorisierung der Klassentypen wird laut Russell respektive durch den Plural und dem Singular angezeigt, wie in folgendem sehr aufschlussreichem Absatz nach zu lesen ist. Hier verwendet Russell die Sprache wiederum als Führer für die Ontologie. Er schreibt:

A class also, in one sense at least, is distinguished from the whole composed of its terms, for the latter is only and essentially one, while the former, where it has many terms, is, as we shall see later, the very kind object of which *many* is to be asserted. The distinction of a class as many from class as a whole is often made by language: space and points, time and instants, the army and the soldiers, the navy and the sailors, the Cabinet and the Cabinet Ministers, all illustrate the distinction. (PoM, 68)

---

<sup>327</sup> "There is a certain temptation to identify the class as many and the class as one, e.g. *all man* and *the human race*. Nevertheless, a class consists of more than one term, it can be proved that no such identification is permissible." (PoM, 76)

<sup>328</sup> Russell nennt sie auch "Klasse als Extension": "This is the class as many, the class in extension." (PoM, 93)

Halten wir Russells durch die Sprache belegten Beispiele zunächst in einem Schema fest:

<b>Class as one</b>	<b>Class as many</b>
space	points
time	instants
army	soldiers
navy	sailors
Cabinet	Cabinet Ministers

Diese quasi-grammatikalische Unterscheidung liegt in der Einschätzung Russells demnach eine ontologische zugrunde. Die Sprache dient ja - entsprechend Russells Position in PoM - als nützliche Anleitung<sup>329</sup> für philosophische Zwecke.

Die entscheidende Frage ist, ob die Unterscheidung der Klassen als Eines und als Vieles lediglich eine Frage der Betrachtung ist, so wie Russell an anderer Stelle<sup>330</sup> die intensionale und die extensionale Sichtweise der Klassen als psychologisch bzw. praktisch sinnvoll hinstellt. Ein Argument Russells für die tatsächliche Verschiedenheit der Klasse als Eines und als Vieles operiert mit einem *Salva Veritate*-Prinzip, wie es Leibniz vertreten hat. Wenn zwei (intensional unterscheidbare) Entitäten in verschiedenen Propositionen unterschiedliche Wahrheitswerte ergeben, müssen diese demnach verschieden sein. Da diese zwei Typen von Klassen (als eines und vieles) jeweils von verschiedenen intensionalen Begriffen (der Klasse) denotiert werden, müssen erstere notwendigerweise verschieden sein. Russells Argumentation folgt in voller Länge, wobei er auch einige Beispiel anführt:

There is a certain temptation to identify the class as many and the class as one, *e.g.*, *all men* and *the human race*. A concept of a class, if it denotes a class as one, is not the same as any concept of the class which it denotes. That is to say, *classes of all rational animals*, which denotes the human race as one term, is different from *men*, which denotes men, *i.e.* the human race as many. But if the human race were identical with men, it would follow that whatever denotes the one must denote the other, and the above difference would be impossible. [...]. (PoM, 76)

Der entscheidende Unterschied bleibt laut Russell die Tatsache, dass Klassen als Eines (Russells Beispiel: *the human race*) singuläre, Klassen als Vieles (Russells Beispiel: *men*) hingegen Pluralobjekte sind:

---

<sup>329</sup> Folgendes Zitat wurde bereits angeführt: "The study of grammar, in my opinion, is capable of throwing far more light on philosophical questions than is commonly supposed by philosophers. [...] On the whole, grammar seems to me to bring us much nearer to a correct logic than the current opinions of philosophers; and in that follows, grammar, though not our master, will yet be taken as our guide." (PoM, 42)

<sup>330</sup> PoM, 69. Siehe Abschnitt 3.1. oben,

[...] it is more correct [korrekter als Peanos Vorschlag<sup>331</sup>, meine Hinzufügung], I think, to infer an ultimate distinction between a class as many and a class as one, to hold that the many are only many, and are not also one. The class as one may be identified with the whole composed of the terms of the class, *i.e.*, in the case of men, the class as one will be the human race. (PoM, 76)

Russell nennt im Appendix weitere Beispiele für Klassen als Einheit, wobei jeder einzelne der genannten Gegenstände (z.B. eine Person wie Sokrates) als eine solche Klasse verstanden wird. Erst wenn wir solche Gegenstände zusammenfassen würden, hätten wir es mit Klassen als Vieles (z.B. den griechischen Philosophen) zu tun. Wie im Abschnitt über die R-Terme und der Unterscheidung zwischen Begriffen und Dingen deutlich wurde, distanziert sich Russell (und Moore) dezidiert vom traditionellen, organischen bzw. metaphysischen, durch den Substanzbegriff geprägten Dingbegriff. Russell zählt demnach Objekte wie Personen und Gegenstände zu den Klassen als Eines:

[...] the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc. are classes as one. (A person is a class of psychical existents, the others are classes of material points, with perhaps some reference to secondary qualities). (PoM, 523)

Ähnlich folgende Bemerkung:

All classes, it would seem, as numbers, men, spaces, etc., when taken as single terms, are things; (PoM, 45)

Eine Klasse als Eines ist eine Art Fusion von R-Termen und damit ein singuläres Objekt. Die Klasse als Vieles hingegen ist die Extension eines Klassenbegriffs bzw. einer PF. Klassen stellen nun laut Typentheorie von PoM<sup>332</sup> den Typus über den Individuen dar. Darauf folgen dann die Klassen der Klassen usf. Die Klassen als Eines gehören laut Russell zu den Individuen und sind vom selben Typ (type)<sup>333</sup> wie die einzelnen R-Terme dieser Klasse, also der Individuen.

Die Klassen als Vielheit sind eher unproblematisch, was den logisch-ontologischen Status betrifft. Da sie als Pluralobjekte keine wirklichen Ganzheiten<sup>334</sup> sind, müssen sie laut Russell auch nicht wie ein einzelnes logisches Subjekt behandelt werden:

In such cases, though terms may be said to belong to the class, the class must not be treated as itself a single logical subject. But this case never arises where a class can be generated by a predicate. Thus we may for the present dismiss the complication from our minds. ( PoM, 69)

---

<sup>331</sup> Siehe PoM, 76.

<sup>332</sup> "The next type [after the individuals, meine Hinzufügung] consists of ranges or classes of individuals. [...]. Thus "Brown and Jones" is an object of this type..." (PoM, 524)

<sup>333</sup> "What we called, in Chapter VI, the class as one, is an individual, provided its members are individuals: the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc., are classes as one. [...]. These objects, therefore, are of the same type as simple individuals. It would seem that all objects designated by single words, whether things or concepts, are of this type." (PoM, 523). Zur Typentheorie siehe auch Kapitel II, Abschnitt 5.4.4.

<sup>334</sup> Siehe auch Abschnitt 5.4.

Auch wenn die Klassen als Vielheit keine Ganzheiten sind, weisen sie laut Russell doch eine gewisse Einheit auf. Sie sind nämlich mehr als bloße Sammlungen<sup>335</sup> von R-Termen. Russells Versuch, diese Einheit zu beschreiben versucht, bleibt allerdings eher mysteriös und metaphorisch:

In a class as many, the component terms, though they **have some kind of unity, have less than is required for a whole [meine Hervorhebung]**. They have, in fact, so much unity as is required to make them many, and not enough to prevent them from remaining many. (PoM, 69)

Ein ernst zu nehmendes Problem ergibt sich für Russell aber daraus, dass Klassen als Vieles entgegen Prinzip (LS)<sup>336</sup> (in Propositionen) keine singulären logischen Subjekte darstellen:

In such a proposition as "A and B are two," there is no logical subject: the assertion is not about A, nor about B, nor about the whole composed of both, but strictly and only about A and B. Thus it would seem that assertions are not necessarily about single subjects, but may be about many subjects;" (PoM, 76-77)

Bei den Klassen als Eines liegen die Dinge jedenfalls nicht weniger kompliziert. Russell interpretiert solche Klassen - mit Ausnahme der Nullklasse<sup>337</sup> und der Einerklasse - als Aggregate:

[...] what we called classes as one may always, except when they contain one term or none, or are defined by quadratic propositional functions, be interpreted as aggregates. ( PoM, 141)

Wie oben deutlich wurde, sind die Aggregate<sup>338</sup> aber keine richtigen Einheiten, da sie im Unterschied zu den letzteren, den Propositionen, eindeutig bestimmt sind, wenn die einzelnen R-Terme spezifiziert sind. Russell interpretiert die Teil-Ganzes Relation zwischen den R-Termen und den Klassen als Eines als Elementschäftsbeziehung und symbolisiert sie mit dem Peanoschen 'ε', wie gleich noch deutlich wird.

Es bleibt zu klären, welche Art von Einheit die Klassen als Einheit dann aufweisen. In PoM gelten ausschließlich die Propositionen<sup>339</sup> - wie wir wissen - als Einheiten in diesem Sinne. Die Aggregate sind aber laut PoM singuläre Objekte mit dem Status von Individuen<sup>340</sup>. Sie müssen deshalb über eine Art von Einheit verfügen, welche die Klassen als Vieles nicht haben.

Dabei spielt möglicherweise auch die bereits erwähnte Typentheorie eine Rolle. Diese wurde von Russell bekanntlich im Eiltempo dazu entwickelt, um das Klassen und das

---

<sup>335</sup> Siehe auch Abschnitt 5.4.2.

<sup>336</sup> Siehe Abschnitt 2.2.4. oben.

<sup>337</sup> Siehe Abschnitt 3.1.

<sup>338</sup> Siehe Abschnitt 3.5.

<sup>339</sup> Siehe Abschnitt 5.4.

<sup>340</sup> "[...] the class as one, is an individual, provided its members are individuals..." (PoM, 523)

Prädikaten-Paradoxon<sup>341</sup> zu vermeiden. Die Lösung scheint für Russell zunächst darin zu bestehen, dass die Klassen zu einem anderen logischen Typ gehören müssen als ihre Elemente. Die oben diskutierte Identifikation der extensionalen Klassen mit den Konjunktionen der Elemente sieht Russell dadurch selbst allerdings infrage gestellt. In Russells Worten:

[...] we found in Chapter X that a class must be always an object of a different logical type from its members, and that, in order to avoid the proposition  $x\epsilon x$ , this doctrine must be extended even to classes which have only one member. How far this forbids us to identify classes with numerical conjunctions, I do not profess to decide... (PoM, 131)

In dieser Passage bezieht sich Russel - wie oben deutlich wurde - auf die Klasse als Vieles - und nicht die Kasse als Eines. Ähnliches steht auch in Kapitel X<sup>342</sup> über das Paradox, wo ein Identifikationskriterium für Klassen angewendet wird:

A class as one, we shall say, is an object of the same *type* as its terms; *i.e.* any propositional function  $\phi x$  which is significant when one of the terms is substituted for  $x$  is also significant when the class as one is substituted. (PoM, 104-105)

Um dieses Prinzip an einem einfachen Beispiel zu prüfen, müsste man in der PF 'x is human' für das x sowohl Socrates als auch 'the human race' einsetzen können, ohne eine sinnlose Proposition zu erzeugen. Warum dies für die Klasse als Vieles, wie z.B. 'all men' oder 'men' nicht funktionieren soll, ist allerdings nicht auf Anhieb klar. Russells Antwort, dass die Klasse als vieles eben als Pluralobjekt eingestuft werden muss, hilft uns nicht eigentlich weiter.<sup>343</sup> Der Frage nach der Einheit der Klasse als Einheit sind wir damit aber noch kaum näher gekommen.

Russell behauptet an andere Stelle, sogar dass die Klassen als Einheit nicht als logische Subjekte auftreten sollten:

For although whatever is, is one, yet it is equally true that whatever are, are many. But the truth seems to be that the kind of object which is a class, *i.e.* the kind of object denoted by all men, or by any concept of a class, is not one except where the class has only one term, and must not be made a single logical subject. (PoM, 132)

In folgendem Textausschnitt definiert Russell die Einer-Klasse als speziellen Grenzfall, wobei der Begriff der Klasse als vieles vorausgesetzt wird. Jeder einzelne Term - somit auch jede einfache Einheit (simple unit) - kann demnach im Prinzip als Sammlung eines Terms aufgefasst werden, heißt es in PoM:

---

<sup>341</sup> Potenziell vom Paradoxon betroffen sind nicht nur die Klassen, sondern auch die Prädikate und die PF (siehe dazu z.B. PoM, 104). Siehe dazu Abschnitt 6.1. von Kapitel II.

<sup>342</sup> Kapitel X trägt die Unterschrift 'The Contradiction'.

<sup>343</sup> "[...] classes as many are the objects denoted by concepts of the class, which are the plurals of class-concepts." (PoM, 106)

A term *A* which is one may be regarded as a particular case of a collection, namely of a collection of one term. Thus every collection, which is many presupposes many collections which are each one.... (PoM, 70-71)

Russell scheint die Klasse als einen einzelnen Term aufzufassen, wenn er im Folgenden von einer "two-term relation" spricht. Demnach muss es bei der Elementschaft definitiv um die Relation zwischen R-Termen und Klassen als Eines gehen:

And thus  $\varepsilon$  cannot represent the relation of a term to its class as many; for this would be a relation of one term to many terms, not a two-term relation such as we want. (PoM, 78)

Eine Klasse als Einheit Ganzheit stellt demnach eine Art logisches Subjekt<sup>344</sup> dar, wie es bei der Klasse als Vielheit nicht vorliegt. Dieser fehlt - wie obigem Zitat<sup>345</sup> zu entnehmen ist - gerade jene Portion Einheit, welche sie zu einem singulären Objekt machen würde. Diese Information ist für uns weder neu, noch brauchbar. Russell bleibt ein ontologisches Unterscheidungskriterium zwischen den zwei Typen von Klassen schuldig.

Russell tendiert manchmal dazu, die Klassen als Vielheit und die Klassen als Einheit als nicht grundsätzlich verschiedene Objekte aufzufassen. Dies wird auch durch seine Verwendung des Ausdrucks 'used as' suggeriert. So wie die Begriffe als Terme oder als Begriffe gebraucht werden können, deren ontologischen Status unabhängig von diesem pragmatischen Kriterium unfassbar bleibt, können die Klassen sowohl als singuläre Objekte als auch als Pluralobjekte angesehen werden. Sie haben - so könnte man es ausdrücken - einen pluralen und einen singulären Aspekt an sich.

Im Zusammenhang mit dem Paradoxon erweist sich die Unterscheidung zwischen den Klassen als Vieles und den Klassen als Eines als folgenreich. Russell ist der festen Überzeugung, dass nur die PF - aber nicht die Prädikate, Klassenbegriffe und Klassen - vor dem Paradoxon<sup>346</sup> gefeit sind. In Zusammenhang mit den PF entwickelt Russell nämlich einen Lösungsansatz, bei welchem auf die Klassen als Eines verzichtet werden muss.

Perhaps the best way to state the suggested solution is to say that, if a collection of terms can only be defined by a variable propositional function, then, though a class as many may be admitted, a **class as one must be denied** [meine Hervorhebung]. (PoM, 104)

Während logische Frage durch die Angabe formaler Kriterien weiter voran treibt, lässt er die ontologische Frage nach der Differenz der zwei Typen von Klassen teilweise ungeklärt. Dies wird auch in Zusammenhang mit dem Problem der unendlichen Entitäten deutlich.

---

<sup>344</sup> "In such cases, though terms may be said to belong to the class, the class must not be treated as itself a single logical subject." (PoM, 69)

<sup>345</sup> "They [classes as many, meine Hinzufügung] have, in fact, so much unity as is required to make them many, and not enough to prevent them from remaining many." (PoM, 69)

<sup>346</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.4.2.3.



### 3.2.3. Die unendlichen Klassen

Zunächst weist Russell auf ein zentrales Problem der Mathematik hin, nämlich die Unendlichkeit. Diese scheint den Kern aller mathematischen Ideen zu bilden, wie er im Kapitel XXIII ("Infinity, The Infinitesimal, and Continuity") meint:

Almost all mathematical ideas present one great difficulty: the difficulty of infinity. (PoM, 188)

In diesem Kontext taucht die Frage zunächst in der Formulierung auf, ob es unendliche Aggregate<sup>347</sup> gibt. Russell definiert die unendlichen Klassen als unendliche Aggregate, als Aggregate mit unendlich vielen Termen:

An infinite aggregate is an aggregate corresponding to an infinite class, *i.e.* an aggregate which has an infinite number of terms. (PoM, 143)

Nach einigen Bemerkungen über Raum, Zeit und die Zahlen und der Kritik (unter anderem) an Leibniz und Kant, bejaht Russell die Frage:

We must, then, admit infinite aggregates. (PoM, 144)

Der Begriff von unendlichen Ganzheiten dieser Art ist - wie Russell auch der ihm bekannten klassischen Literatur entnommen hat - speziell in der Kontinuumsproblematik unverzichtbar. Russell erörtert diesen Punkt im Kapitel "The Philosophy of the Continuum" in der Besprechung des ersten Arguments<sup>348</sup> des Zeno vor, nachdem er die Beiträge von Cantor<sup>349</sup> und von Weierstraß<sup>350</sup> lobend erwähnt hat:

[...] it would seem, there is an infinite regress in the notion of any whole; but without such infinite wholes, real numbers cannot be defined, and arithmetical continuity, which applies to infinite series, breaks down. (PoM, 348)

In diesen Kontext zeigt sich die die Wichtigkeit der Unterscheidung zwischen extensional und intensional definierten Ganzheiten, wobei für Russell auch erkenntnistheoretische Motive

---

<sup>347</sup> Um die unendlichen Einheiten geht es in Abschnitt 5.4.3.

<sup>348</sup> In Russells Worten: "The first argument, that of dichotomy, asserts: "There is no motion, for what moves must reach the middle of its course before it reaches the end." That is to say, whatever motion we assume to have taken place, this presupposes another motion, and this in turn another, and so on *ad infinitum*." (PoM, 348)

<sup>349</sup> Russell schreibt über Cantor: "The thesis of the present chapter is, that Cantor's continuum is free from contradictions." (PoM, 347) Und auch: "Cantor's merit lies, not in meaning what other people mean, but in telling us what he means himself - an almost unique merit, where continuity is concerned, He has defined, accurately and generally, a purely ordinal notion, free as we now see, from contradictions, and sufficient for all Analysis, Geometry and Dynamics. This notion was presupposed in existing mathematics, though it was not known exactly what it was that was presupposed. And Cantor, by his almost unexampled lucidity, has successfully analyzed the extremely complex nature of spatial series, by which [...] he has rendered possible a revolution in the philosophy of space and motion." (PoM, 353)

<sup>350</sup> Russell sieht Weierstraß als modernen Anhänger von Zeno: "After two thousand years of continual refutation, these sophism were reinstated, and made the foundation of mathematical renaissance, by a German professor, who probably never dreamed of any connection between himself and Zeno. Weierstrass, by strictly banishing all infinitesimals, has at least shown that we live in an unchanging world, and the arrow, at every moment of its flight, is truly at rest. [...] Weierstraß, being able to embody his opinions in mathematics, where familiarity with truth eliminates the vulgar prejudices of common sense, has been able to give to his propositions the respectable air of platitudes..." (PoM, 347-348)

eine Rolle spielen. Da für die für Menschen<sup>351</sup> nur endliche Ganzheiten extensional erfassbar sind, weil unendliche Konjunktionen nicht effektiv<sup>352</sup> abzählbar sind, müssen die unendlichen Klassen von Termen intensional definierte Ganzheiten sein - heißt es in Kapitel XLII ("The Philosophy of the Continuum").

Intensional definierte Klassen sind laut Russell nur mithilfe der Klassenbegriffe, den intensionalen Korrelaten der Klassen, manipulierbar. Die Terme so einer Klasse haben - so meint Russell - zu diesem Klassenbegriff eine exklusive Klassen-Relation<sup>353</sup>. Daher ist so eine unendliche Klasse dann definiert, wenn der Klassenbegriff spezifiziert ist. Hier folgt der ganze Absatz mit Russells Argumentation:

[...] we must distinguish wholes which are defined extensionally, *i.e.* by enumerating their terms, from such as are defined intensionally, *i.e.* as the class of terms having some given relation to some given term, or, more simply, as a class of terms. (For a class of terms, when it forms a whole, is merely all terms having the class-relation to a class-concept [L].) Now an **extensional whole** - at least so far as human power extend - **is necessarily finite**: we cannot enumerate more than a finite number of parts belonging to a whole, and if the number of parts be infinite, this must be known otherwise than by enumeration. But this is **precisely what a class-concept effects [meine Hervorhebungen]**: a whole whose parts are the terms of a class is completely defined when the class-concept is specified... (PoM, 349)

Russell ist sich in PoM natürlich bewusst, dass die Theorie der unendlichen Klassen eine funktionierende Quantifikationstheorie<sup>354</sup> voraussetzt. Als solche sah er zu diesem Zeitpunkt seine eigene Denotationstheorie an. Mithilfe der Denotation durch die spezielle Begriffe (wie dem denotierenden Begriffs 'all numbers') können laut Russell auch die unendlichen Klassen von Objekten (wie die natürlichen Zahlen) manipuliert werden. Entscheidend ist dabei - wie bereits erwähnt wurde -, dass die denotierenden Begriffe - und daher auch die Klassenbegriffe<sup>355</sup> von endlicher Komplexität sein müssen. Russell fasst im Kapitel über die Klassen die wesentlichen Punkte zusammen:

With regard to infinite classes, say the class of numbers, it is to be observed that the concept *all numbers*, though not itself infinitely complex, yet denotes an infinitely complex object. This is the inmost secret of our power to deal with infinity. An infinitely complex concept, though there may be such, can certainly not be manipulated by the human intelligence; but infinite

---

<sup>351</sup> Der Hinweis auf die Grenzen der menschlichen Fähigkeiten ("at least so far as human power extend") spricht erkenntnistheoretische Prinzipien an, welche in PoM kaum diskutiert worden sind. In der Phase nach PoM widmet Russell der Erkenntnistheorie und der Semantik mehr Aufmerksamkeit.

<sup>352</sup> Nicht praktisch, wie Russell an anderer Stelle meint.

<sup>353</sup> In diesem Kontext werden die Relationen mit den intensionalen Klassenbegriffen identifiziert: "[...] to identify them [the relations, meine Hinzufügung] rather with class-concepts rather than with classes..." (PoM, 99).

<sup>354</sup> Russell spricht von einer korrekten Philosophie von 'any' (a correct philosophy of *any*). Siehe (PoM, 188)

<sup>355</sup> "All denoting concepts are derived from class-concepts; and *a* is a class-concept when "*x* is an *a*" is a propositional function." (PoM, 74). Und auch: "A denoting phrase, we may now say, consists always of a class-concept preceded by one of the above six words [*all, every, any, a, some* and *the*", meine Hinzufügung] or some synonym of one of them." (PoM, 56)

collections owing to the notion of denoting, can be manipulated without introducing any concept of infinite complexity. (PoM, 73)

Erkenntnistheoretische Überlegungen,<sup>356</sup> wie sie hier zum Ausdruck kommen, werden von Russell erst nach der Veröffentlichung von PoM diskutiert und analysiert. Dabei spielen oft die Denotations- und die Definitionstheorie eine wichtige Rolle. Wie in Abschnitt 5 von Kapitel II gezeigt werden soll, steht die Denotation für Russell in einer engen Verbindung mit seiner Funktionstheorie. Wie Klement<sup>357</sup> feststellt, fasst Russell die Variablen in PoM (und auch noch später) als eine Art von denotierenden Begriffen auf. Um die unendlichen Einheiten (Propositionen) geht es dann in Abschnitt 5.4.3.

### 3.3. Die Klassen und die Funktionen

Im folgenden Abschnitt soll die Relation zwischen den Klassen und den Funktionen besprochen werden, wie sie von Russell in PoM angedacht wurde. Michael Beaney<sup>358</sup> hat Russells Einführung des Begriffs der PF in PoM rekonstruiert, welche erst wenige Monate vor der Fertigstellung erfolgt ist. Beaney belegt, dass in diesem Prozess der Ausdruck 'Assertion' in vielen Stellen durch 'PF' ersetzt wird. Dabei zeigt sich auch, dass die Klassenbildung von Russell ansatzweise durch die Funktionsabstraktion ersetzt wird. Die Klassen werden so durch die PF ersetzt. Obwohl die Klassen zunächst unter den grundlegenden Begriffen (indefinables) der Mathematik<sup>359</sup> angeführt werden, merkt Russell in einer Note an, dass die Klassen durch die PF ersetzt werden können. Nur die PF sind laut Russell also effektiv undefinierbar<sup>360</sup>. Er schreibt in PoM:

The notion of class in general, we decided, could be replaced, as an indefinable, by that of the class of propositions defined by a propositional function. (PoM, 106)

In der Logik von PoM sind demnach nicht nur die denotierenden Begriffe und die Klassenbegriffe für die Klassenbildung wichtig - Aspekte, welche wir bereits angesprochen haben - sondern eben auch die PF. In der letzten Phase der Ausarbeitung von PoM hat Russell dem für den Logizismus zentralen Funktionsbegriff eine Schlüsselrolle zugeordnet.

---

<sup>356</sup>Vergleiche mit: "It is owing to this notion [denotation] that mathematics can give definitions of terms which are not concepts [...]. Every term is the only instance of *some* class-concept, and thus every term, theoretically, is capable of definition, [...]. An object may be present to the mind, without our knowing any concept of which the said object is the instance; and the discovery of such a concept is not a mere improvement in notation. [...] ... as soon as the definition is found, it becomes wholly unnecessary to the reasoning to remember the actual object defined, since only concepts are relevant to our deduction." (PoM, 63). Siehe Kapitel IV, Abschnitt 4.

<sup>357</sup>"As variables are simply a special sort of denoting concept..." (Klement 2002, 22). Um die Variablen in PoM geht es in Abschnitt 5.3. von Kapitel II.

<sup>358</sup>Siehe Beaney (2009)

<sup>359</sup>"Pure Mathematics was defined as the class of propositions asserting formal implications and containing no constants except logical constants. And logical constants are: Implication, the relation of a term to class of which it is a member, the notion of *such that*, the notion of relation, and such further notions as are involved in formal implication, which we found (§93) to be the following: propositional function, class\*, denoting, and *any or every term*." (PoM, 106). Es geht hier um das Grundinventar der Logik. Zur Beziehung zwischen Mathematik und Logik siehe Kapitel II, Abschnitt 2.2.

<sup>360</sup>Wenn so will, im Sinne einer regressiven Analyse (bzw. Definition). Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.2.

Die Klassen resultieren gewissermaßen aus den PF, dadurch dass gewisse Werte die PF erfüllen:

Finally, we must remember that classes are to be derived, by means of the notion of *such that*, from other sources than subject-predicate propositions and their equivalents. Any propositional function in which a fixed assertion is made of a variable term is to be regarded, as was explained in Chapter II, as giving rise to a class of values satisfying it. (PoM, 79)

Die Klassen sind demnach auf die PF reduzierbar (und nicht umgekehrt), wobei eine PF ihrerseits als Klasse, nämlich als Klasse von Propositionen mit einer konstanten Form<sup>361</sup> aufgefasst wird. Russell ist anscheinend der festen Überzeugung, dass hier keine Zirkularität vorliegt.

The notion of class of propositions of constant form is more fundamental than the general notion of *class*, for the latter can be defined in terms of the former, but not the former in terms of the latter. (PoM, 89)

Die Klassenbildung erfolgt laut Russell - ausgehend von den PF - über den Begriff 'such that' bzw. über den Begriff der Wahrheit einer Proposition, welche den oben erwähnten Begriff der Erfüllung ausmachen. Man definiert jene Terme aus dem Argumentbereich, für die eine bestimmte propositionale Funktion  $f(x)$  wahr wird, als Elemente der Klasse  $a$ . Der Terminus 'such that' steht für den variablen Klassenbegriff:

Let  $x$  be a variable whose values form the class  $a$ , and let  $f(x)$  be a one-valued function of  $x$  which is a true proposition for all values of  $x$  within the class  $a$ , and which is false for all other values of  $x$ . Then the terms of  $a$  are the class of terms *such that*  $f(x)$  is a true proposition. (PoM, 29)

Alternativ zum letzten Satz findet sich in PoM Formulierungen dieser Beziehung zwischen den Klassen und den PF über den Begriff der Erfüllung<sup>362</sup> wie die folgende:

[...] if  $x$  belongs to the class of terms satisfying a propositional function  $\phi x$ , then  $\phi x$  is true." (PoM, 20)

Dabei ergibt sich laut CI folgende Relation zwischen den intensionalen PF und den extensionalen Klassen, welche der Relation zwischen den Klassenbegriffen<sup>363</sup> und den Klassen entspricht:

---

<sup>361</sup> "In order to grasp the meaning of *such that*, it is necessary to observe, first of all, that what Peano and mathematicians generally call one proposition containing a variable is really, if the variable is apparent, the conjunction of a certain class of propositions defined by some constancy of form ; while if the variable is real, so that we have a propositional function, there is not a proposition at all, but merely a kind of schematic representation of any proposition of a certain type." (PoM, 29)

<sup>362</sup> Dieselbe Terminologie findet sich auch noch in CI: "The values of  $x$  satisfying  $\phi(x)$  are the *class* defined by  $\phi$ . [...] "the  $x$ 's such that  $\phi(x)$  is true"". (CL, 5)

[...] *i.e.* equivalent propositional functions determine the same class. (CI, 5)

Russell schreibt dazu im Appendix:

A class is an object uniquely determined by a propositional function, and determined equally by any equivalent propositional function. Now we cannot take as this object (as in other cases of symmetrical transitive relations) the class of propositional functions equivalent to a given propositional function, unless we already have the notion of class. (PoM, 515)

Dass die PF - und nicht die Klassen - in PoM als logisch grundlegend gelten - zeigt sich laut Russell deutlich, wenn es um die formale Implikation geht. Nicht alle Fälle von formaler Implikation können auf adäquate Weise durch die Klasseninklusion erklärt werden. Der entscheidende Punkt in Russells Argumentation betrifft die Tatsache - wenn ich ihn richtig verstehe - dass die Relationen<sup>364</sup> nicht auf Klassen reduzierbar sind. Wie sich zeigen wird, sind die Relationen laut Russell aber sehr wohl auf PF<sup>365</sup> reduzierbar. Russells Bemerkung zur formalen Implikation:

We remarked [above] that the relation of inclusion between classes is insufficient. This results from the irreducible nature of relational propositions. [...] ... take "A is before B implies B is after A". [...] Such instances make it plain that the notion of a propositional function, and the notion of an assertion, are more fundamental than the notion of *class*, and that the latter is not adequate to explain all cases of formal implication. (PoM, 40)

Russell nimmt diese logisch-ontologische Reduktion der Klassen auf die PF übrigens später auch in seine Funktionstheorie auf. In "On Classes and Relations" (kurz 'OCR'), einem Manuskript aus dem Jahre 1904, identifiziert er die Klassen quasi mit den PF, wobei er letztere als Intensionen<sup>366</sup> mit dem Zirkumflex und dem spiritus asper symbolisiert:

It appears, for purposes of Symbolic Logic, the most convenient course is to regard the class defined by  $\hat{\phi}x$  as the class of equivalent properties, and to regard the members of this class as the terms satisfying  $\hat{\phi}x$  ... [...]. What symbolic logic is to call a class, therefore, is a set of mutually equivalent properties or propositional functions. (OCR, 274)

Wir wollen diesen Abschnitt über die Klassen damit abschließen, dass wir Russells Zusammenfassung am Ende von Kapitel VI ("classes") von PoM wiedergeben. Dort<sup>367</sup>

---

<sup>363</sup> Vergleiche mit: "Thus when we identify the class with the class-concept, we must admit that two classes may be equal without being identical." ( PoM, 68). Und: "A class, we have seen, is neither a predicate nor a class-concept, for different predicates and different class-concepts may correspond to the same class." ( PoM, 68). Siehe die Abschnitt 2.4.3. und 3.1.

<sup>364</sup> Siehe Abschnitt 4.1.

<sup>365</sup> Siehe Abschnitt 4.3.

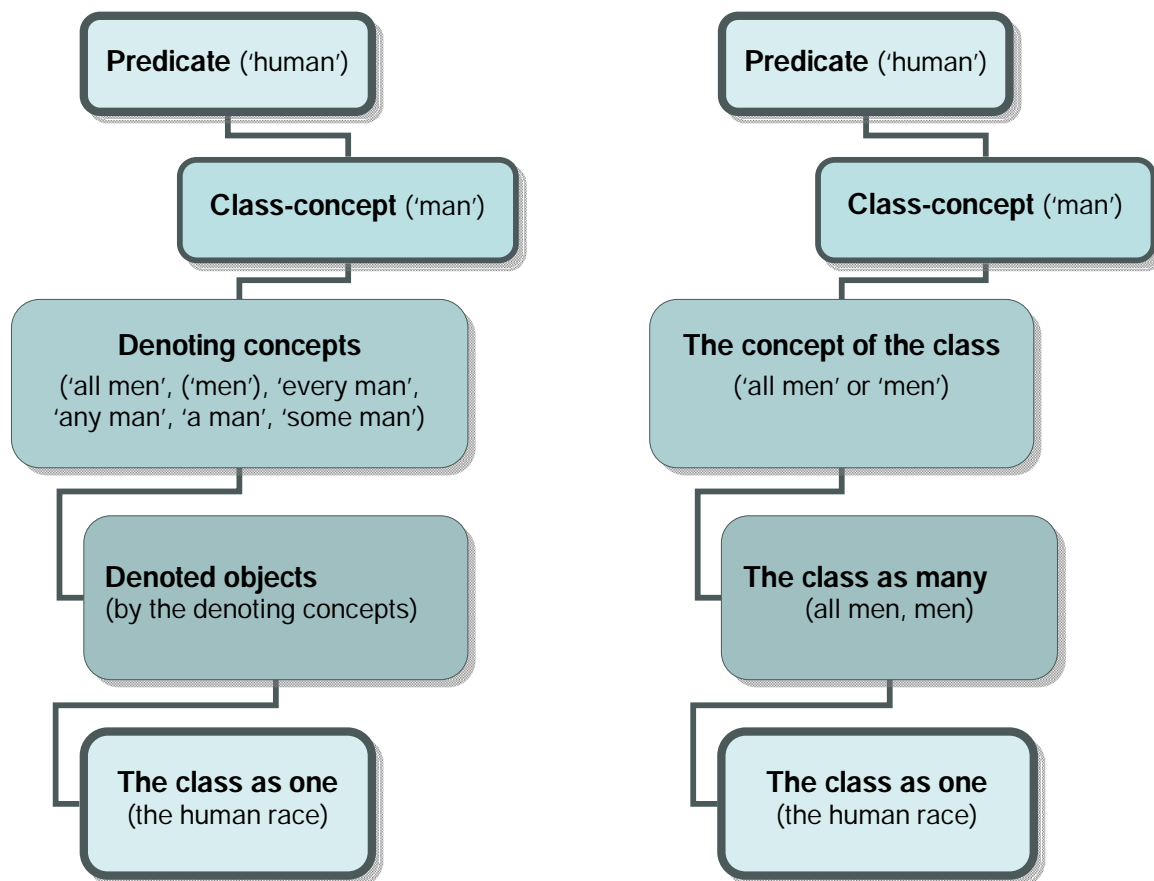
<sup>366</sup> Mit dem Zirkumflex bezeichnet Russell die Bedeutungskomponente (meaning) der Funktion bzw. die Funktion "selbst", um sie von der Denotation (denotation) der Funktion (den Funktionswerten) zu unterscheiden. Siehe Kapitel II, Abschnitt 7.1.

<sup>367</sup> Vergleiche diesen Abschnitt mit folgender Passage: "We agreed to call *man* a class-concept, but *man* does not, in its usual employment, denote anything. On the other hand, *men* and *all men*, (which I shall regard as synonyms) do denote, and I shall contend that what they denote is the class composed of all men. Thus *man* is

unterscheidet er die uns mittlerweile bekannten Entitäten<sup>368</sup>, wobei neben den Prädikaten, den Klassenbegriffen und den zwei Typen von Klassen auch der Begriff der Klasse genannt wird.<sup>369</sup> Russell schreibt:

Starting from [the predicate, meine Hinzufügung] *human*, we distinguished (1) the class-concept *man*, [...] (2) the various denoting concepts *all men*, *every man*, *any man*, *a man* and *some man*; (3) the objects denoted by those concepts, of which the one denoted by *all men* was called the *class as many*, so that *all men* (the concept) was called the *concept of the class*; (4) the class as one, *i.e.* the human race. (PoM, 80)

So ergibt folgendes auf der nächsten Seite abgedrucktes Schema (links unten) zu den verschiedenen Typen von Termen in PoM.



Das Schema rechts ist ein Spezialfall des linken, da der Begriff der Klasse (Russells Beispiel: 'all men'<sup>370</sup>) als spezieller denotierender Begriff aufgefasst wird. Die Objekte, welche vom

the class-concept, *men* is the concept of the class, and *men* (the object denoted by the concept *men*) are the class." (PoM, 67) Siehe auch folgende Stelle: "There is, connected with every predicate, a great variety of closely allied concepts..." (PoM, 55)

<sup>368</sup> Die Relationen sind spezielle Begriffe und sollen erst im nächsten Abschnitt besprochen werden.

<sup>369</sup> Russell bezeichnet die Begriffe der Klasse auch als 'Plurale' ("plurals") der Klassenbegriffe: [...] classes as many are the objects denoted by concepts of the class, which are the plurals of class-concepts. (PoM, 106). Damit ist wohl gemeint, dass der Begriff der Klasse 'men' aus dem Klassenbegriff 'man' durch die Pluralbildung resultiert. 'Every man' ist also wohl nicht als Begriff der Klasse aufzufassen.

Begriff der Klasse denotiert werden, entsprechen übrigens - wie aus Russells Bemerkung hervorgeht - der Klasse als Vieles. Wie bereits angedeutet wurde, könnten beide Schemata dadurch vervollständigt werden, dass man die PF ('x is a man' bzw. 'x is human') ganz oben anführt, welche laut PoM ja die logisch-ontologische Grundlage aller anderen Entitäten<sup>371</sup> - also auch der Prädikate und Klassenbegriffe - darstellt.

Die PF sollen in Kapitel II, welches dem Funktionsbegriff gewidmet ist, einer ausführlichen Analyse unterzogen werden. Die Relation zwischen einem Typ von Entität und dem darunter ist die der logisch-ontologischen Genese, wobei dieser Begriff die Unbestimmtheit von Russell Ideen in PoM widerspiegeln soll. Die Funktionstheorie soll hier Abhilfe schaffen, indem sie formale Kriterien bereitstellen soll.

Russell setzt seine Zusammenfassung mit der Klassifikation der Terme mit einer parallelen Klassifikation der Propositionen<sup>372</sup> fort, welche er als äquivalent<sup>373</sup>, aber als nicht-identisch einstuft. Russells Klassifikation der Propositionen in PoM soll in Abschnitt 5 einer näheren Analyse unterzogen werden. Abschließend will ich mit einer Übersicht der Typen von R-Termen mit Beispielen nach Grattan-Guinness,<sup>374</sup> wobei die eventuellen denotierten Objekte ebenfalls genannt werden:

Type of R-Term	Example	denotes?
Predicate	<i>Human</i>	no
Class-concept	<i>Man</i>	no
Concept of the class	<i>men or all men</i>	Class of all men as many
Class as many	Men	Object denoted by <i>men</i>
Class as one	Humanity	Class of all men as one

Nun wollen wir zur Besprechung der Relationen übergehen.

---

<sup>370</sup> Da für Russell 'men' synonym mit 'all men' ist, wird auch 'men' als Begriff der Klasse angesehen werden: "[...] *men* and *all men*, (which I shall regard as synonyms) do denote, and I shall contend that what they denote is the class composed of all men. Thus *man* is the class-concept, *men* is the concept of the class, and men (the object denoted by the concept *men*) are the class." (PoM, 67)

<sup>371</sup> From propositional functions all other classes can be derived by definition, with the help of the notion of *such that*." (PoM, 93)

<sup>372</sup> Zur Analyse dieser verschiedenen Propositionen siehe Abschnitt 5.2.

<sup>373</sup> Er zieht dann folgendes Schluss: "[...] every subject-predicate proposition gives rise to the other three equivalent propositions, and thus every predicate (provided it can be sometimes truly predicated) gives rise to a class. This is the genesis of classes from the intensional standpoint." (PoM, 67). Siehe Abschnitt 3.2.5.

<sup>374</sup> Grattan-Guinness (2000): 321.

## 4 Die Relationen

### 4.1. Die Relationen sind objektiv, extern und nicht reduzierbar 92

### 4.2. Intensionale Interpretation für Relationen 105

### 4.3. Die Relationen und die Funktionen 109

#### 4.1. Die Relationen sind objektiv, extern und nicht reduzierbar.

Der folgende Abschnitt wird den Relationen gewidmet, welche entsprechend der herkömmlichen Einstufung in PoM als spezielle Begriffe unter Abschnitt 2.5. besprochen hätten werden müssen. Tatsächlich verdienen sie aber - wie wir gleich sehen werden - in Zusammenhang mit SPT und der Metaphysik eine Sonderbehandlung, wie sie ihnen in weiten Teilen bereits durch Russell zugekommen ist. In Kapitel IV werden die Relationen auf herkömmliche Weise wie die Prädikate, die Klassenbegriffe und die denotierenden Begriffe zu den Begriffen gezählt:

Among concepts, again, two kinds at least must be distinguished, namely those indicated by adjectives and those indicated by verbs. The former kind will often be called predicates or class-concepts; the latter are always or almost always relations. (PoM, 44)

Die Relationen sind für Russell wohl so etwas wie mehrstellige Prädikate, welche in einer Proposition<sup>375</sup> mindestens zwei Terme, den Referenten und das Relatum,<sup>376</sup> zueinander in Beziehung setzen. Dabei ist die Ausrichtung<sup>377</sup> der Relationen wichtig, wie im letzten Satz des Zitats deutlich wird.

A relation between two terms is a concept which occurs in a proposition in which there are two terms not occurring as concepts<sup>[...]</sup>, and in which the interchange of the two terms gives a different proposition. (PoM, 95)

Russell erste systematische, philosophische Auseinandersetzung mit den Relationen und mit der Natur der Propositionen findet sich bekanntlich in seinem Buch über Leibniz<sup>378</sup>. Dort vertritt er die These, dass es einen engen Zusammenhang zwischen der Annahme der Grundstruktur der Propositionen<sup>379</sup>, der ontologischen Einstufung der Relationen, und den verschiedenen traditionellen Metaphysiken gibt. Auf diese Ansichten von Russell soll anschließend näher eingegangen werden.

Während es Russell in PoL darum geht, die Philosophie von Leibniz auf wenige Axiome zurück zuführen, ist es ein Hauptziel von PoM, die logizistische Fundierung der Mathematik mit logischen Mitteln zu erreichen. Wenn man von den Parallelen zwischen den zwei

---

<sup>375</sup> Zu den relationalen Propositionen siehe Abschnitt 5.2.2.

<sup>376</sup> Wie wir im Falle von Sätzen mit intransitiven Verben gleich sehen werden, kann das Relatum laut Russell auch unbestimmt bleiben.

<sup>377</sup> Russell verwendet den Terminus 'sense': "The sense of a relation is a fundamental notion, which is not capable of definition." (PoM, 96)

<sup>378</sup> Russell (1900).

<sup>379</sup> Wie beispielsweise die Theorie 'SPT'.



Fundierungen in PoL und PoM einmal absieht, zeigt sich, dass sich das vorwiegend ontologische Interesse für die Relationen in PoL zu den formaleren Belangen von Mathematik und Logik<sup>380</sup> in PoM wandeln sollte. Folgende Äußerung Russells aus PoM über die Logik der Relationen belegt dies auf exemplarische Weise, insofern die Bedeutung der Relationen für die Mathematik unterstrichen wird, welche jene der Klassen<sup>381</sup> sogar übersteigen soll:

[...] the logic of relations has a more immediate bearing on mathematics than that of classes or propositions, and any theoretically correct and adequate expression of mathematical truth is only possible by its means. (PoM, 23)

Wie wir wissen, fügt Russell in PoM dem propositionalen Kalkül (calculus of propositions), welcher der Aussagenlogik nur sehr entfernt entspricht, und dem Klassenkalkül (calculus of classes), welcher der Mengenlehre entspricht, einen Relationenkalkül (calculus of relations) hinzu<sup>382</sup>. Dabei erhebt er keineswegs den Anspruch, der Begründer dieses neuen Gebiets der Logik zu sein:

The calculus of relations is a more modern subject than the calculus of classes. Although a few hints for it are to be found in De Morgan [...], the subject was first developed by C.S. Peirce [...].(PoM, 23)

Allerdings distanziert er sich von Peirce und Schröder, weil er deren Methoden aus praktischen Gründen ablehnt. Diese basieren nämlich - anders als seine eigenen - nicht auf Peano, sondern auf Boole und sind in der Anwendung relativ unbrauchbar:

Pierce and Schröder have realized the great importance of the subject, unfortunately their methods, being based not on Peano, but on the older logic derived (with modifications) from Boole, are so cumbrous and difficult that most of the applications which ought to be made are practically not feasible. (PoM, 24)

Speziell kritisiert Russell am algebraischen Ansatz, dass die Relationen extensional interpretiert werden, was seines Erachtens lange Summen-Formeln mit sich bringt:

[...] their methods suffer technically [...] from the fact that they regard a relation essentially as a class of couples, thus requiring elaborate formulae of summation for dealing with single relations. (PoM, 24)

Russell hat seinen eigenen Beitrag zur Logik der Relationen unmittelbar nach seinem ersten Zusammentreffen mit Peano im Herbst 1900<sup>383</sup> als seines Erachtens notwendige Ergänzung

---

<sup>380</sup> Zum Verständnis dieser zwei Bereiche in PoM, siehe Kapitel II, Abschnitt 2.

<sup>381</sup> Die moderne, extensionale Auffassung der Relation und die fast globale Anerkennung der Mengenlehre als Schlüsseldisziplin der Mathematik sind Russells Position diametral entgegen gesetzt.

<sup>382</sup> Die entsprechenden Grundsymbole sind dabei '⊃', 'ε' und 'R'.

<sup>383</sup> Also noch im Jahr der Veröffentlichung von PoL.

von Peanos Arbeiten entwickelt. Im Abschnitt von PoM,<sup>384</sup> welcher der Logik Peanos gewidmet ist, kann man nachzulesen, dass Russell dessen Arbeiten in puncto Relationen als mangelhaft bewertet. In seinen eigenen Artikel will Russell Peanos Prinzipien auf die Logik der Relationen ausdehnen und zugleich Peanos Fehler<sup>385</sup> vermeiden:

But in one respect, it [Peano's logic] is still defective: it does not recognize as ultimate relational propositions not asserting membership of a class. For this reason, the definitions of a function\* and of other essentially relational notions are defective. But this defect is easily remedied by applying, in the manner explained above, the principles of the *Formulaire* to the logic of relations.\*\* (PoM, 32)

\* *E.g. F.* 1901; Part I, §10, Props. 1. 0. .1 (p.33).

\*\* See my article "Sur la logique des relations", *R.d.M.*, Vol. VII, 2 (1901).

Russells Auseinandersetzung mit den Relationen reicht allerdings weiter als bis zu seiner Auseinandersetzung mit Peano und Leibniz zurück. Ohne Zweifel ist Russells ontologische Einstufung der Relationen im atomistischen Realismus der *New Philosophy* verwurzelt. Wie für Moore ist die Auffassung von objektiven und externen Relationen für Russell ein Dogma in der Revolte gegen den Idealismus. Diese Auffassung findet sich in PoL und auch in PoM wieder.

In der Ontologie von PoM gehören die Relationen zu den R-Termen<sup>386</sup>. Als solche sind sie daher notwendigerweise Objekte des Denkens, individuelle Entitäten und potenzielle Konstituenten von Propositionen. Wenn sie reale und objektive Entitäten sind, welche als logische Subjekte von Propositionen auftreten können, muss ihnen - wie allen R-Termen - eine Art von Sein zugesprochen werden. Dass Russell die Relationen in einer Reihe mit den Göttern Homers und den Chimären nennt, hat wohl damit zu tun, dass ihre Realität oftmals als bloß ideale infrage gestellt wurde. Er schreibt in PoM:

Homeric gods, relations, chimeras and four-dimensional spaces all have being, for if they were not entities of a kind, we could make no propositions about them. (PoM, 449)

Russell meint, dass jene Philosophen, welche die absolute und metaphysische Gültigkeit der Relation ablehnen, sogar in der Mehrheit sind:

We are now in a position to meet the philosophic dislike of relations. [...] those philosophers - and they are, I fear, the major part - who hold that no relations can possess absolute and metaphysical validity. (PoM, 221)

Russell führt diese ablehnende Sicht der Relationen in PoM in einem Abschnitt, worin es vor allem um die asymmetrischen Relationen geht, auf jene "gängige Meinung" zurück, wonach alle Propositionen letztendlich auf Subjekt-Prädikat Propositionen reduzierbar sind. Die

---

<sup>384</sup> Chap. II, D: Peano's Symbolic Logic.

<sup>385</sup> Ein abwegiger Funktionsbegriff gehört demnach zu diesen nachfolgenden Irrtümern.

<sup>386</sup> Siehe Abschnitt 2 zu den Termen.

Ablehnung der Externalität und Objektivität der Relationen beruht letztlich auf der Subjekt-Prädikat Doktrin ("subject-predicate doctrine"<sup>387</sup>) SPT, wie Russell weiters meint:

It is a common opinion - often held unconsciously, and employed in argument, even by those who do not explicitly advocate it - that all propositions, ultimately, consist of a subject and a predicate.<sup>388</sup> (PoM, 221)

Wir wollen hier Russells Formulierung übernehmen und als Prinzip formulieren:

**SPT      Every proposition consists of a subject and a predicate.**

Russell erläutert SPT etwas genauer, wobei er die zwei Arten von R-Terme<sup>389</sup> - die Dingen oder Termen und die Begriffen (bzw. die Prädikaten) - erwähnt:

The traditional view - which may be called the subject-predicate theory - holds that in every proposition there is one term, the subject, and one concept which is not a term, the predicate. (PoM, 221)

Ähnlich ist folgende Bemerkung in PoL, wo Russell SPT in Zusammenhang mit Leibniz und der traditionellen Metaphysik bringt. Der Substanzbegriff und das Absolute sind laut Russell Derivate von SPT:

In the belief that propositions must, in the last analysis, have a subject and a predicate, Leibniz does not differ either from his predecessors or from his successors. Any philosophy which uses either substance or the Absolute will be found, on inspection, to depend upon this belief. (PoL, 15)

Russell teilt die Anhänger von SPT in PoM in ein monadistisches Lager mit Leibniz und Lotze, und in ein monistisches bzw. holistisches mit Spinoza und Bradley. Die Monadisten reduzieren laut Russell zweistellige relationale Propositionen stets auf zwei Subjekt-Prädikat Propositionen, wobei die Relation in zwei als äquivalent angenommene Adjektive zerlegt wird. Die Monisten hingegen - heißt es weiter - interpretieren Relationen als eine Eigenschaft des Ganzen. Hier der ganze Absatz:

When this opinion is confronted with a relational proposition, it has two ways of dealing with it, of which the one may be called monadistic, the other monistic. Given, say, the proposition  $aRb$ , where  $R$  is some relation, the monadistic view will analyse this into two propositions, which we may call  $ar_1$  and  $br_2$ , which give to  $a$  and  $b$  respectively adjectives<sup>390</sup> supposed to be together equivalent to  $R$ . The monistic view, on the contrary, regard the relation as a

---

<sup>387</sup> PoL, 14-15.

<sup>388</sup> Vergleiche mit folgender Stelle: "It is customary to regard all propositions as having a subject and a predicate, *i.e.* as having and immediate *this*, and a general concept attached to it by way of description." (PoM, 47)

<sup>389</sup> Die Unterscheidung des Gebrauchs als Term oder Begriff gehört ebenfalls hier her.

<sup>390</sup> Im Leibnizbuch glaubt Russell in Bezug auf die Metaphysik um die prästabilierte Harmonie folgende logische Inkohärenz ausfindig gemacht zu haben: "But the important point is, that the relations, being between monads, not between the various perceptions of one monad, would be irreducible relations, not pairs of adjectives of monads." (PoL, 130)

property of the whole we may denote by *(ab)r*. Of these views, the first is represented by Leibniz and on the whole by Lotze, the second by Spinoza and Mr. Bradley. (PoM, 221)

Die Gemeinsamkeit beider Positionen<sup>391</sup>, welche die Realität der Relationen ablehnen bzw. die Idealität der Relationen vertreten, liegt laut Russell neben der Annahme von SPT, in einer von SPT abgeleiteten These, nämlich der oben erwähnten These der Internalität der Relationen.

Russell vertritt bereits in seinem Buch über Leibniz hatte die These, dass SPT, neben anderen metaphysischen Irrtümern, die Position der Internalität aller Relationen mit sich zieht. Dies trifft gerade auch auf Leibniz zu, wobei Russell unter anderem folgendes Leibniz-Zitat<sup>392</sup> anführt:

All that can be validly said about a substance consists in assigning its predicates. Every extrinsic denomination - i.e. every relation - has an intrinsic foundation, i.e. a corresponding predicate (G.II.240). (PoL, 58)

Russell behauptet in PoM, dass Leibniz wie später Kant durch die falsche These über die Natur der Propositionen SPT zur Auffassung der Internalität der Relationen gelangt ist. Leibniz sah sich laut Russell durch SPT geradezu gezwungen, die Realität der Relationen zu leugnen. Dies bringt - so liest man weiter - zusammen mit der Annahme der Pluralität der Substanzen die Paradoxien der prästabilierten Harmonie hervor:

Thus Leibniz is forced, in order to maintain the subject-predicate doctrine, to the Kantian theory that relations, though veritable, are the work of the mind. [...] The only ground for denying the independent reality of relations is, that the propositions must have a subject and a predicate. [...] But his assumption of a plurality of substances made the denial of relations peculiarly difficult, and involved him in all the paradoxes of the pre-established harmony. (PoL, 14-15)

Die These der bloßen Idealität der Relationen erscheint Russell besonders verwunderlich, da Leibniz im Unterschied zu den meisten anderen Philosophen den eigentlichen Stellenwert der Relationen durchaus erfasst hatte:

It must not be supposed that Leibniz neglected relational propositions. On the contrary, he dealt with all the main types of such propositions, and endeavoured to reduce them to the subject-predicate form. [...] But relations, though founded in things, derive their reality from the supreme monad (N.E. p. 235; G. v. 210);" (PoL, 13)

---

<sup>391</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle: "Thus the theory of relations propounded by Lotze is, in fact, a theory that there are no relations. This has been recognized by the most logical adherents of the dogma - e.g. Spinoza and Mr Bradley - who have asserted that there is only one thing, god or the Absolute, and only one type of propositions, namely that ascribing predicates to the Absolute." (PoM, 447-448)

<sup>392</sup> Weitere Zitate sind auf Seite 14 von PoL. zu finden.

Russell kommentiert eine Analyse des deutschen Philosophen, in welcher dieser die Realität und Unabhängigkeit der Relationen von Subjekt und Akzidenz für einen Moment entdeckt zu haben schien, um sie anschließend doch als bloß ideales Ding zu verwerfen:

After he has seemed, for a moment, to realize that *relation* is something distinct from and independent of subject and accident, he trusts aside the awkward discovery, by condemning the third of the above meanings as "a mere ideal thing". (PoL, 13)

Russell glaubt zudem anhand der Analyse von Leibniz' Philosophie des Kontinuums zeigen zu können, dass SPT die Basis für ein korrektes Verständnis des Raumes (wie generell für eine adäquate Konzeption der Mathematik) untergräbt.

Abgesehen davon - so behauptet Russell - ist eine pluralistische Ontologie, wie sie Leibniz vertrat, mit der Ablehnung der Relationen nicht kompatibel:

[...] his assumption of a plurality of substances made the denial of relations peculiarly difficult... (PoL, 14-15)

Russell hält die Philosophie von Leibniz also für widersprüchlich, eine Position, welche in seiner kritischen Darstellung auch einigen Raum einnimmt. Für PoL hat er es sich als Aufgabe gestellt, die Philosophie von Leibniz als deduktives System<sup>393</sup> darzustellen, welches auf wenigen Prämissen - fünf an der Zahl - ruht. Russell kommt schließlich zum Ergebnis, dass es einen Widerspruch zwischen Leibniz' These I (SPT) und den Thesen IV (The Ego is a substance) und V (Perception yields knowledge of an external world...) gibt. Die Thesen IV und V beinhalten nach meiner Einschätzung im Wesentlichen die Behauptung der Pluralität der Substanzen. Das Ganze in Russells Worten:

The premisses themselves, though at first sight compatible, will be found, in the course of argument, to lead to contradictory results. We are therefore forced to hold, that one or more of the premisses are false. [...] The fundamental objection to Leibniz's philosophy will be found to be the inconsistency of the first premises with the fourth and fifth; and in this inconsistency we shall find a general objection to Monadism. (PoL, 4)

Russell zieht nun aus diesem Widerspruch den Schluss, dass nicht nur Leibniz' Variante des Monadismus - sondern jeder Monadismus - falsch und widersprüchlich ist. Aus Russells pluralistischer Sicht der Dinge bleibt nur noch, die Position der Monisten zu bekämpfen. Diese lehnen Prämissen wie die Prämissen IV und V, wie sie Russell Leibniz zuschreibt, mit einiger Sicherheit ab.

Russells Hauptstrategie gegen die Monisten besteht zum einen darin, SPT (also Leibniz' These I) direkt zu attackieren, zum anderen die Realität der Relationen mit Argumenten zu

---

<sup>393</sup> "The philosophy of Leibniz, though never presented to the world as a systematic whole, was nevertheless, as a careful examination shows, an unusually complete and coherent system." "[...] it [Leibniz' system, meine Ergänzung] would have lent itself far better than Spinoza's philosophy to geometrical deduction from definitions and axioms." (PoL, 1)

stützen. Einen Angelpunkt im Sinne der zweiten Strategie stellt für Russell sicherlich das berühmte Argument Bradleys<sup>394</sup> dar. Wie in Platons berühmtem Argument des dritten Menschen, welches auch Aristoteles aufgreift, operiert Bradleys Argument gegen die Realität der Relationen mit einem unendlichen Regress. Russell, der sich bereits in den letzten Jahren des 19. Jahrhunderts von der idealistischen Theorie der Widersprüche (der Dialektik) befreit hat, fasst Bradleys Argument in PoM wie folgt zusammen:

Mr Bradley, in Appearance and Reality, Chapter III, has based an argument against the reality of relations upon the endless regress arising from the fact that a relation which relates two terms must be related to each of them. (PoM, 99)

Anschließend fährt Russell mit einem Kommentar fort, welcher die Gültigkeit des Arguments in Zweifel zieht. Er hält den Regress zwar für unvermeidlich, aber nicht für problematisch:

The endless regress is undeniable, if relational propositions are taken to be ultimate, but it is very doubtful whether it forms any logical difficulty. (PoM, 99)

In Kapitel IV findet sich im Kontext der Analyse von 'A differs from B'<sup>395</sup> ein ähnliches Argument. Russells Argumentation gegen Bradleys ist dort expliziter bzw. aufschlussreicher. Demnach führt die Annahme von Relationen zu einem infiniten Regress, wie Russell meint, aber zu einem harmlosen:

This argument establishes a point of very great importance, namely, that when a relation holds between two terms, and of these relations to the relation and the terms, and so on *ad infinitum*, though all implied by the proposition affirming the original relation, form no part of the *meaning* of this proposition. (PoM, 51)

Der interessante Lösungsansatz Russells gegen das Argument Bradleys baut auf die Unterscheidung zwischen der 'relating relation' und der 'relation in itself'. Zudem akzeptiert er einen harmloseren Regress, welcher zwar unendlich viele Relationen des ersten Typus impliziert, aber nicht die Relation des zweiten Typus, welche zur genuinen Bedeutung der Proposition gehört. Die Proposition selbst wird dabei nicht antastet. Die Relationen des ersten Typus' hingegen gehören, wie bereits im ersten Zitat angedeutet wird, nicht zur Bedeutung der Proposition, obwohl sie von der Proposition impliziert werden. Eine Relation des 2. Typs zeichnet sich zudem durch das Element der Assertion<sup>396</sup> aus, wie Russells meint:

[...] the assertion of a relation between the relation and the terms, though implied is no part of the original proposition, and that a relating relation is distinguished from a relation in itself by the indefinable element of assertion which distinguishes a proposition from a concept. [...] Hence we shall have to conclude that a relational proposition  $aRb$  does not include in its

---

<sup>394</sup> Siehe auch die ausführliche Fussnote zu Bradley in Abschnitt 3.3.3. von Kapitel II.

<sup>395</sup> Vergleiche auch mit der Analyse der Proposition  $aRb$  in OMD. Siehe dazu Abschnitt 8.4. von Kapitel III.

<sup>396</sup> Siehe Abschnitt 5.3.

meaning any relation of  $a$  or  $b$  to  $R$ , and that the endless regress, though undeniable, is logically quite harmless. (PoM, 100)

Die Assertion stellt laut Russell - wie oben angedeutet wird - letztendlich die Einheit<sup>397</sup> der Propositionen her, eine Einheit welche durch die Analyse der Proposition allerdings in Mitleidenschaft gezogen, wie Russell meint:

[...] the true solution lies in regarding every proposition as having a kind of unity which analysis cannot preserve, and which is lost even though it be mentioned by analysis as an element of the proposition. (PoM, 51)

In dieser Kritik an Bradley zeigt sich, dass sich Russell hier definitiv von der idealistischen Methode lossagt. Zum einen gibt es in PoM eine seriöse Behandlung der (materialen und formalen) Implikation und anderer logischer Instrumente, auch wenn diese heute teilweise als überholt gelten. Zum anderen folgt die Konzeption von objektiven Relationen der Auffassung der R-Terme als individuellen Entitäten mit speziellen Identifikationskriterien.

Für die Philosophen der *New Philosophy* war es sicherlich von großer Wichtigkeit, den sicheren Nachweis dafür zu erbringen, dass die Annahme von Relationen nicht zu Widersprüchen führt. Bekanntlich<sup>398</sup> war Russell noch Anhänger der idealistischen Logik, als er im Jahre 1897 sein erstes Buch, nämlich *An Essay on the Foundations of Geometry* verfasste. Kaum ein Jahr später stuft Russell (und auch Moore) alle Relationen - mit Ausnahme einer speziellen Teil-Ganzes Beziehung<sup>399</sup> - als objektiv, real und extern ein.

Die Relationen gehören - wie wir wissen - fest zum ontologischen Grundinventar von PoM. Da die Relationen spezielle Begriffe sind, teilen sie mit allen anderen R-Terme den Status objektiv und real zu sein. Die Externalität der Relationen ist also ebenfalls in Russells Termbegriff verankert. Die Externalität ist für Russells atomistischen Platonismus ein Attribut alles Realen. Real ist für Russell letztlich, was entsprechend dem Prinzip (LS), als Term in einer Proposition auftreten kann. In dieser propositionale Perspektive erlangen alle Terme zugleich den Status der Einfachheit im Sinne der autonomen Realität. Sobald Russell die Relationen als Terme einstuft, ist dies gleichbedeutend mit der Aussage, dass sie individuelle Entitäten sind, deren Sein von den anderen Entitäten unabhängig ist. Wie oben deutlich

---

<sup>397</sup> Russell schreibt an anderer Stelle: "A proposition has a certain undefinable unity, in virtue of which it is an assertion; and this is so completely lost by analysis that no enumeration of constituents will restore it, even though itself be mentioned as a constituent." (PoM, 466-467). Diese Einheit wird - so Russell - durch die Analyse allerdings beschädigt: "It is observed that, according to the theory of propositional functions here advocated, the  $\phi$  in  $\phi(x)$  is not a separate and distinguishable entity: it lives in the propositions of the form  $\phi(x)$ , and cannot survive analysis." (PoM, 88)

<sup>398</sup> Hylton meint auch, dass die Geometrie in der Einschätzung Russells selbst voller Dialektik ist: "Russell's claim is not merely that this or that formulation of geometry is contradictory, or even that all formulations so far devised are contradictory; his claim is that the subject itself is inherently, and irremediably, contradictory." (Hylton 1990)

<sup>399</sup> Als Beleg könnte die Anmerkung zu folgender Aussage herhalten: "A relation between two terms is a concept which occurs in a proposition in which there are two terms not occurring as concepts\*, and in which the interchange of the two terms gives a different proposition. \* This description, as we saw above (§48), **excludes the pseudo-relation of subject to predicate [meine Hervorhebung].**" (PoM, 95)

wurde, geht die Behauptung der Externalität der Relationen (und der Prädikate) für Russell mit der Ablehnung von SPT einher.

Um mehr über Russells Auffassung der Relationen zu erfahren, wollen wir die Propositionen mit Relationen betrachten. Russell behauptet in PoM, dass die relationalen Propositionen nicht auf die Klassen-Propositionen<sup>400</sup> bzw. Subjekt-Prädikat Propositionen reduzierbar sind. Die extensionale<sup>401</sup> Auffassung der Relationen (als Klassen von geordneten Paaren) ist wahrscheinlich - so behauptet er weiters - unbewusst vom philosophischen Irrtum abgeleitet, dass die Klassen-Propositionen<sup>402</sup> und die Subjekt-Prädikat Propositionen grundlegender sind als die relationalen Propositionen. Dahinter steckt laut Russell natürlich wiederum SPT, auch wenn dies aus diesen Zeilen nicht direkt hervorgeht:

This view [“to regard a relation essentially as a class of couples”, meine Ergänzung] is derived, I think, probably unconsciously, from a philosophical error: it has always been customary to suppose relational propositions less ultimate than class-propositions (or subject-predicate propositions, with which class-propositions are habitually confounded), and this has led to a desire to treat relations as a kind of classes. (PoM, 24)

Laut Russells Theorie ist die relationale Proposition P3 ‘Sokrates has humanity’ nicht auf die Subjekt-Prädikat Proposition P1 ‘Sokrates is human’ reduzierbar. Die beiden Propositionen sind zwar aber äquivalent - d.h. voneinander logisch ableitbar (sie implizieren sich gegenseitig) - aber keineswegs identisch<sup>403</sup>. Der Strukturunterschied manifestiert sich in Russells Analyse darin, dass die erste Proposition nämlich aus zwei Termen und einer Relation, die zweite hingegen aus nur einem Term und einem Begriff (einem Prädikat) besteht.

Dieser Strukturunterschied müsste sich ebenfalls in der Analyse<sup>404</sup> der Propositionen in Subjekt und Assertion<sup>405</sup> zeigen, in die jede Proposition für gewöhnlich zerlegt werden kann. Das logische Subjekt wird als der Term (oder die Terme) definiert, von dem die Proposition handelt. Die Assertion hingegen ist jener Teil der Proposition, welcher vom Subjekt (oder den Subjekten) prädiziert wird.

Bei den relationalen Propositionen gibt es nun laut Russell, anders als bei den Subjekt-Prädikat Propositionen, stets mehr als nur eine Möglichkeit der Analyse in Assertion und Subjekt. Russell behauptet, dass man ‘A is greater than B’ einmal als Proposition mit ‘A’ als logischem Subjekt und ‘is greater than B’ als Assertion interpretieren kann. Man kann aber

---

<sup>400</sup> Russell meint wohl meine Klassenbegriffs-Propositionen, wie seine Bemerkung in der Klammer nahe legt. Siehe dazu Abschnitt 5.2.1.

<sup>401</sup> Siehe 2.5.6.2 unten.

<sup>402</sup> Zu den einzelnen Typen von Propositionen siehe Abschnitt 5.2.

<sup>403</sup> PoM, 45.

<sup>404</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.

<sup>405</sup> Siehe Abschnitt 3.3. unten. Siehe auch Kapitel II, Abschnitt 6.1.



genau so gut 'B' als Subjekt und 'A is greater than' als Assertion interpretieren, wie Russell vorschlägt.<sup>406</sup>

In "Relations" (kurz 'R'), einem Manuskript aus dem Jahre 1903, wird Russell für die zweistelligen Relationen noch eine Reihe weiterer Möglichkeiten anführen, für welche er jeweils unterschiedliche Notationen angibt.<sup>407</sup> In PoM kann man nachlesen, dass es bei den relationalen Propositionen mit mehr als zwei Termen immer mehr als zwei Möglichkeiten der Analyse gibt:

There are two ways of analyzing the proposition into subject and assertion. Where a relation has more than two terms, as in "A is here now"\*, there will be more than two ways of making the analysis. But in some propositions, there is only a single way: these are the subject-predicate propositions, such as "Socrates is human". (PoM, 44)

\*This proposition means "A is in this place at this time." It will be shown in Part VII that the relation expressed is not reducible to a two-term relation.

Wenn man berücksichtigt, dass es zu jeder Relation eine dazu inverse Relation<sup>408</sup> gibt, müsste es für Propositionen mit zwei Termen sogar mindestens vier Analysemöglichkeiten geben, welche Russell dann in "Relations" <sup>409</sup> tatsächlich bespricht. In PoM argumentiert er anhand eines abstrakten Schemas<sup>410</sup> für zweistellige Relationen genau in diese Richtung:

It may be doubted whether a proposition  $aRb$  can be regarded as asserting  $aR$  of  $b$ , or whether only  $\check{R}a$  can be asserted of  $b$ . In other words, is a relational proposition only an assertion concerning the referent, or also an assertion concerning the relatum? If we take the latter view, we shall have, connected with (say) " $a$  is greater than  $b$ ", four assertions, namely "is greater than  $b$ ", " $a$  is greater than", "is less than  $a$ " and " $b$  is less than", I am inclined myself to adopt this view, but I know of no argument on either side. (PoM, 98)

Wir halten fest, dass die Relationen für Russell jene speziellen Begriffe sind, welche in der Regel in relationalen Propositionen<sup>411</sup>, also in Propositionen mit einem Referenten und einem Relatum<sup>412</sup> vorkommen. Identitätsbehauptungen<sup>413</sup> können laut Russell nicht als gewöhnliche relationale Propositionen gelten, da hier der Referent zumindest mit einem Teil vom Relatum zusammenfällt. Propositionen mit einem Subjekt und einem Prädikat können nicht als Spezialfall von relationalen Propositionen angesehen werden, da das Prädikat hier als Begriff gebraucht wird und daher nicht zwei Terme vorliegen, sondern nur einer:

---

<sup>406</sup> PoM, 44.

<sup>407</sup> Siehe dazu den nächsten Abschnitt 4.2.

<sup>408</sup> "The relation which holds between  $b$  and  $a$  whenever  $R$  holds between  $a$  and  $b$  will be called the *converse* of  $R$ , and will be denoted (following Schröder) by  $\check{R}$ ." (PoM, 95)

<sup>409</sup> Siehe den nächsten Abschnitt, wo es auch um das Manuskript "Relations" geht.

<sup>410</sup> Bei  $aRb$  handelt es sich nach einer anderen Analyse um das Schema einer PF mit zwei Argument-Variablen, wie wir noch sehen werden.

<sup>411</sup> Russell unterscheidet im wesentlichen 3 Typen von Propositionen. Siehe PoM, 95.

<sup>412</sup> Im Falle von Sätzen mit intransitiven Verben kann das Relatum auch unbestimmt bleiben.

<sup>413</sup> Vergleiche mit folgender Stelle: "Again, in ordinary language, " $y$  is the father of  $x$ " clearly states identity, not a relation: it is " $y$ =father of  $x$ "" (OMD, 340)

A relation between two terms is a concept which occurs in a proposition in which there are two terms not occurring as concepts\*, and in which the interchange of the two terms gives a different proposition. (PoM, 95)

\*This description, as we saw above (§48), excludes the pseudo-relation of subject to predicate.

Russells Leitfaden auch für die Erforschung der Ontologie der Relationen ist in PoM die linguistische Semantik, welche er meist als Grammatik<sup>414</sup> bezeichnet. Im Folgenden wollen wir diesem Leitfaden folgen, um Russells Relationsbegriff besser zu verstehen. Dabei spielen die Wortarten und im Speziellen die Verben eine wichtige Rolle, wie wir aus der Analyse von PoM wissen. Während die Prädikate bzw. Klassenbegriffe von den Adjektiven repräsentiert werden, werden die Relationen immer oder fast immer von den Verben<sup>415</sup> repräsentiert:

Among concepts, again, two kinds at least must be distinguished, namely those indicated by adjectives and those indicated by verbs. The former kind will often be called predicates or class-concepts; the latter are always or almost always relations. (PoM, 44)

Die Verben stehen laut Russell in einer intrinsischen Beziehung zur Assertion<sup>416</sup>, und sind daher das Kennzeichen von behaupteten Propositionen:

Verbs are distinguished by special kind of connection, exceedingly hard to define, with truth and falsehood, in virtue of which they distinguish an asserted proposition from an unasserted one, e.g. "Caesar died" from "the death of Caesar". (PoM, 43)

Russell behauptet in PoM<sup>417</sup>, dass in jeder Proposition ein Verb vorliegen muss, welches als Verb auftritt. Diese enge Beziehung zwischen den Relationen und der Assertion zeigt die strukturelle Nähe der Relationen mit den Propositionen bzw. propositionalen Funktionen. Russell tendiert bereits in PoM dazu, und später noch stärker, dieses formale Element der Relationen heraus zu streichen. Dadurch löst er sich immer mehr von seiner Doktrin der Reifizierung, welche darin besteht, die Objektivität durch die Annahme von starren Objekten zu fassen.

Ich will im Folgenden eine wichtige Stelle aus PoM betrachten, welche uns zusätzliche Informationen liefern sollte. In der kurzen Zusammenfassung<sup>418</sup> von Kapitel IV hält Russell zu den Verben fest, dass sie als Relationen angesehen werden können. Für Verben gilt dieselbe Regel wie für die anderen Begriffe, die Adjektive, dass sie nämlich in Propositionen sowohl als Teil der Assertion, als auch als logische Subjekte vorkommen können. Wenn das zweite der Fall ist, haben wir es - was Russell hier nicht erwähnt - allerdings nicht mit einem

---

<sup>414</sup> "On the whole, grammar seems to me to bring us much nearer to a correct logic than the current opinions of philosophers; and in that follows, grammar, though not our master, will yet be taken as our guide." (PoM, 42)

<sup>415</sup> Siehe dazu auch Kapitel III, Abschnitt 3.3.

<sup>416</sup> Siehe dazu Abschnitt 5.3.

<sup>417</sup> Siehe den hervorgehobenen Text aus dem nächsten Zitat aus PoM, 52.

<sup>418</sup> Eine ähnliche Stelle findet sich bereits auf den Seiten 42-43.

Verb im grammatikalischen Sinne zu tun, sondern mit einem substantivierten Verb<sup>419</sup>, welches für einen propositionalen Begriff<sup>420</sup> steht. Dies zeigt, dass die Russell'schen Kategorien zu den Wortarten, auf welche in Kapitel III näher eingegangen werden soll, als quasi-grammatikalische aufzufassen sind. Russell schreibt:

The verb, we saw, is a concept which, like the adjective, may occur in a proposition without being one of the terms of the proposition, though it may also be made into a logical subject. **One verb, and one only, must occur as verb in every proposition [meine Hervorhebung]**; but every proposition, by turning its verb into a verbal noun, can be changed into a single logical subject, of a kind which I shall call in future a propositional concept. Every verb, in the logical sense of the word, may be regarded as a relation; when it occurs as verb, it actually relates, but when it occurs as verbal noun it is the bare relation considered independently of the terms which it relates. (PoM, 52)

Das hier erwähnte Prinzip, wonach jede Proposition durch Substantivierung des Verbs in ein einzelnes logisches Subjekt, einen propositionalen Begriff, umgewandelt werden kann, taucht in den Manuskripten der folgenden Jahre noch öfters auf. Dem liegt die Intention zugrunde, Terme und Propositionen einander anzugleichen und sie nicht verschiedenen semantischen und ontologischen Kategorien zuzuordnen. Russell hält die systematische Unterscheidung zwischen wahrheitsfähigen Formeln und nicht-wahrheitsfähigen Termen in seiner frühen Philosophie nämlich nicht immer konsequent durch.

Diese problematische Tendenz ist wesentlich auf Russells Auffassung der Propositionen als Sachverhalten und der damit einhergehenden rudimentären Auffassung der Wahrheit zurück zu führen. Die Einführung einer Funktionstheorie und einer umfassenden Theorie der Komplexe sollten hier auch nicht viel ändern. So fasst Russell in OMDP<sup>421</sup> Komplexe wie 'the death of Caesar' als nicht-behauptete Propositionen auf, wobei er das 'of' im Rahmen seiner Funktionstheorie nun mit dem ' $\phi$ ' symbolisiert:

We can transform "Caesar died" into "the death of Caesar is true"; [...] "...complexes as "the death of Caesar"; these may be symbolised by " $\phi$  of  $x$ "; and the of is conveniently symbolized by a stroke, thus " $\phi|x$ ". [...] The object denoted by "the death of Caesar" is a proposition, though it is not *asserted* in this phrase." (OMDP, 288-9)

Russell fasst das substantivierte Verb bzw. den propositionalen Begriff auch in folgender Passage als semantische und nicht als grammatikalische Kategorie auf. Wie alle R-Terme, sind demnach auch die Verben bzw. die propositionalen Begriffe Individuen:

In the case of propositions, it seems as though there were always an associated verbal noun which is an individual. We have " $x$  is identical with  $x$ " and "the self-identity of  $x$ ", " $x$  differs from

---

<sup>419</sup> Russell verwendet hier den Ausdruck 'verbal noun'.

<sup>420</sup> Siehe dazu Abschnitt 3.3. Vergleiche auch mit dem Ausdruck 'propositionaler Komplex' in OF, 366.

<sup>421</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.3.

$y'$ , and "the difference of  $x$  and  $y'$ "; and so on. The verbal noun, which is what we called the propositional concept, appears on inspection to be an individual. (PoM, 526-527)

Allerdings stellt Russell an einer Stelle selbst fest, dass die propositionalen Begriffe nicht mit den Propositionen identisch sind, da nur letztere als Wahrheitsträger infrage kommen:

What is asserted in the proposition "Caesar died"? the answer must be "the death of Caesar is asserted." In that case, it would seem, it is the death of Caesar which is true or false; and yet neither truth nor falsity belongs to a mere logical subject. (PoM, 48)

Die Verben zeigen diesen gewichtigen Unterschied der Propositionen zu den propositionalen Begriffen an. Die enge Beziehung zwischen den Relationen und den Funktionen, auf die wir im nächsten Abschnitt näher eingegangen wollen, wird scheinbar durch linguistische Phänomene angezeigt. In diesem Sinne stellt Russell in PoM fest, dass die Verben als quasi-linguistische Repräsentanten der Relationen in enger Beziehung zu den Funktionen stehen:

Broadly speaking, classes are connected with adjectives, while propositional functions involve verbs. (PoM, 52) <sup>422</sup>

Wie in Abschnitt 2.5.2. (zu den Prädikaten) und vor allem in Abschnitt 3. (zu den Klassen) deutlich wurde, sind laut Russells Analyse die Adjektive<sup>423</sup> (inklusive die substantivierten Adjektive) als Signifikanten von Prädikaten<sup>424</sup> zumindest indirekt für die Klassenbildung verantwortlich. Die Analyse Russells der Verben hat ergeben, dass diese für die Relationen stehen. Die Auffassung sollte Russell auch noch in OF vertreten, einem wichtigen, wenige Monate vor OD verfassten Manuskript. Dort heißt es, dass die Verben (und andere Wortarten) für die Einheit von Komplexen ausschlaggebend sind:

In every complex, at least one constituent occurs as meaning. It is the constituent occurring as meaning that gives form and unity to the complex; otherwise it would merely be several detached entities. Verbs not in infinite mood, and prepositions, and conjunctions, when they occur in sentences, normally occur as *meanings*; (OF, 380)

Dies entspricht weitgehend der Theorie von PoM. Durch die das Verb zugesteuerte Relation wird die Proposition zu einem Ganzen, welches von der Summe der Teile verschieden ist. Interessant ist dann Russells Bemerkung, dass es diese Fragen verdienen würden in einem Logik-Buch ausführlich besprochen zu werden. Russell schreibt:

---

<sup>422</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus OMDP, wo Russell diese Beziehung in Zusammenhang mit der Unterscheidung zwischen Bedeutung und Denotation bzw. Referenz weiter zu erforschen scheint: "Verbs are words which *mean* the principal undenoted function in an asserted proposition: e.g. in  $\vdash \phi x$ ,  $\vdash$  is a verb; in a proposition  $\vdash X$  in which  $x$  is the only term.  $\dot{x}X$  occurs as verb; in a proposition  $\vdash (x x y)$  in which  $x$  and  $y$  are the only terms;  $\dot{y} \dot{x} (x x y)$  occurs as verb; and so on." (OMDP, 296)

<sup>423</sup> Siehe auch Kapitel III, Abschnitt 3.3.

<sup>424</sup> [...] and thus ever predicate [...] gives rise to a class (PoM, 67). Aus Abschnitt 2.5.3. (zu den Klassenbegriffen) geht zudem hervor, dass nach Russells Auffassung in PoM die Prädikate und die Klassenbegriffe fast identisch sind. Es scheint, dass das englische Wort 'man' als Signifikant eines Klassenbegriffs, wie das substantivierte Adjektiv 'humanity' von Russell ebenfalls zu den Adjektiven gerechnet wird. Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.

Owing to the way in which the verb actually relates the terms of a proposition, every proposition has a unity which renders it distinct from the sum of its constituents. All these points lead to logical problems, which, in a treatise on logic, would deserve to be fully and thoroughly discussed. (PoM, 52)

Wie in Kapitel II gezeigt werden soll, greift Russell diese und verwandte Fragen nach PoM in verschiedenen Manuskripten wieder auf. Was die Analyse der Propositionen nach dem Schema Subjekt/Assertion betrifft, meint Russell, dass sowohl die Verben wie auch die Adjektive im Normalfall zum Assertionsteil einer Proposition gehören. Dies entspricht in der Prädikation dem Sachverhalt, dass die Verben, welche laut Russell für die Relationen stehen, in einem Satz zu dem Teil des Ausdrucks gehören, welcher vom grammatikalischen Subjekt (bzw. den Subjekten) etwas prädiziert. Wenn ich Russell richtig verstehe, können nur intensionale Elemente zur Assertion gehören, während die Subjekte extensional gegeben sind. Diese Dichotomie entspricht der Einteilung in Dinge (als Dinge) bzw. Terme und Begriffe (als Begriffe).

Da eine Analyse in Subjekt und Assertion nicht in allen Fällen möglich ist - so folgert Russell weiters - wurde es notwendig, den Begriff der PF<sup>425</sup> als grundlegenden Begriff einzuführen:

In Chapter VI we resumed the study of the verb. Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, onto a subject and an assertion; but this analysis becomes impossible when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of relation. Hence it became necessary to take *propositional function* as a primitive notion. (PoM, 106)

Der allgemeine Funktionsbegriff wird in PoM, und auch in den Jahren darauf, als logisch grundlegender als der Begriff der Relation angesehen. Die Relationen sind nämlich auf die Funktionen reduzierbar, bzw. - wie meint Russell - letztere sind grundlegender:

[...] the idea of functionality is more fundamental than that of relation. (PoM, 264)

Bevor wir auf die Beziehung zwischen den Funktionen und den Relationen eingehen wollen, soll Russells intensionale Auffassung der Relationen besprochen werden.

## 4.2. Intensionale Interpretation für Relationen

Russell ist in PoM der Auffassung, dass ein rein extensionales Verständnis der Relationen unmöglich ist. Dies hängt für ihn - wie wir gleich sehen werden - primär mit dem Begriff der Richtung<sup>426</sup> von Relationen zusammen, welcher bei allen asymmetrischen Relationen

---

<sup>425</sup> Siehe Abschnitt 2.5.6.3. und Abschnitt 6 von Kapitel II.

<sup>426</sup> Dies ist meine Übersetzung von 'sense'.

grundlegend ist. Russell bezeichnet den Begriff der Richtung als Quelle für die Ordnung und die Reihen:

[...]  $aRb$  will then always, provided  $a$  and  $b$  are not identical, denote a different proposition from  $bRa$ . This to say, it is characteristic of a relation of two terms that it proceeds, so to speak, *from* one to the other, This is what may be called the *sense* of the relation, and is, as we shall find the source of order and series. (PoM, 95)

Zunächst sieht es für Russell so aus, als ob die extensionale Sichtweise<sup>427</sup> der Relationen formale Vorteile mit sich bringen würde:

There is a temptation to regard a relation as definable in extension as a class of couples. This has the formal advantage that it avoids the necessity for the primitive proposition asserting that every couple has a relation holding between no other pair of terms. (PoM, 99)

Dann zeigt sich - so argumentiert Russell - dass sich die Relationen nicht ohne Zirkel auf Klassen von Paaren zurückführen lassen. Der Begriff des geordneten Paares ist aufgrund der in ihm enthaltenen Richtung der Relation nämlich nicht dasselbe wie eine Klasse von zwei Termen, heißt es weiter:

But it is necessary to give sense to the couple, to distinguish the referent from the relatum: thus a couple becomes essentially distinct from a class of two terms, and must itself be introduced as a primitive idea. It would seem, viewing the matter philosophically, that sense can only be derived from some relational proposition. (PoM, 99)

An einer anderen Stelle bezeichnet Russell die Richtung als grundlegenden Begriff, welcher zur Definition von Referent und Relatum dient:

We may distinguish the term *from* which the relation proceeds as the *referent*, and the term *to* which the relation proceeds as the *relatum*. The sense of a relation is a fundamental notion, which is not capable of definition. (PoM, 96)

Die extensional nicht definierbare Richtung der Relationen ist also laut Russell ein fester Bestandteil der Einheit von relationalen Propositionen. Wie wir aus unserer Analyse der Russell'schen Verben wissen, ist dieser Sachverhalt auf einer intrinsischen Beziehung zwischen den Relationen und der Assertion begründet. Russell behauptet dann sogar, dass eine relationale Proposition nicht nach dem Schema Assertion/logisches Subjekt analysiert werden kann, da bei so einer Analyse gerade die Richtung der Relation zerstört wird:

---

<sup>427</sup> Dass Russell über eine extensionale Auffassung der Relationen verfügt hat, der modernen sehr nahe kommt, wird im folgenden Absatz deutlich: "We can form the logical sum and product of two relations or of a class of relations exactly as in the case of classes, except that here we have to deal with double variability. In addition to these ways of combination, we have also the relative product, which is in general non-commutative, and therefore requires that the number of factors should be finite. If  $R$ ,  $S$  be two relations, to say that their relative product  $RS$  holds between two terms  $x$ ,  $z$  is to say that there is a term  $y$  to which  $x$  has the relation  $R$ , and which itself has the relation  $S$  to  $z$ . Thus brother in law is the relative product of wife and brother or of sister and husband... (PoM, 98-99)

[...] it is very difficult to regard  $xRy$  as analyzable into the assertion  $R$  concerning  $x$  and  $y$ , for the very reason that this view destroys the *sense* of the relation, *i.e.* its direction from  $x$  to  $y$ , leaving us with some assertion which asymmetrical with respect to  $x$  and  $y$ , such as "the relation holds between  $x$  and  $y$ ." (PoM, 86)

Wir halten fest, dass eine rein extensionale Interpretation der Relationen laut Russell aus besagten Gründen scheitern muss. Russell entscheidet sich in PoM also für eine intensionale Sichtweise der Relationen, wodurch letztere nicht mit den Klassen, sondern mit den Klassenbegriffen identifiziert werden. Diese Option ist seines Erachtens nicht nur die korrekte, formal geschicktere Lösung. Sie ist auch näher bei den logischen Tatsachen - so liest man in PoM:

It seems therefore more correct to take an intensional view of relations, and to identify them rather with class-concepts than with classes. This procedure is formally more convenient, and seems also nearer to logical facts. (PoM, 99)

Wenn die Relationen nicht mit den extensionalen Klassen, sondern mit den intensionalen Klassenbegriffen identifiziert werden, dann muss für sie Ähnliches gelten, wie für die Klassenbegriffe<sup>428</sup>. Intensionale Entitäten (Prädikate, Klassenbegriffe, Relationen, PF) gelten als "gleich oder äquivalent", wenn sie dieselbe Extension aufweisen. Im Falle von zwei äquivalenten Relationen, sind die entsprechenden relationalen PF ebenfalls äquivalent, bzw. die jeweiligen Formelschemata implizieren sich gegenseitig, wie Russell festhält:

The intensional view of relations here advocated leads to the result that two relations may have the same extension without being identical. Two relations  $R$ ,  $R'$  are said to be equal or equivalent, or to have the same extension, when  $xRy$  implies and is implied by  $xR'y$  for all values of  $x$  and  $y$ . (PoM, 24)

Russell bemerkt, dass die Relationen in seinem Relationenkalkül extensional aufgefasst werden:

Thus in the calculus of relations, it is classes of couples that are relevant, but the symbolism deals with them by means of relations. This is precisely similar to the state of things explained in relation to classes, and it seems unnecessary to repeat the explanations at length. (PoM, 99)

In Relations (kurz: 'R', verfasst zwischen Jänner und Mai 1903,) sollte Russell dann eine extensionale Auffassung der Relationen bevorzugen. Whitehead bezieht sich laut Herausgeber von CP4 in einem Brief auf eine frühe Version von R, wobei er verschiedene Notationen Russells wiedergibt:

$(x,y)$  defined as the couple with sense

---

<sup>428</sup> Russell hatte zuvor den ontologischen und semantischen Unterschied zwischen den Klassenbegriffen und den Relationen als die Signifikate respektive der Prädikate und der Verben noch betont. Siehe z.B. PoM, 44.

$\phi(x,y)$  defined as a proposition containing two constituents  $x$  and  $y$ .

' $\phi(x;y)$ ' which is defined as an assertion about  $x$  and  $y$

$\psi\{(x,y)\}$  which is defined as an assertion about the couple  $(x, y)$ . (R, 38)<sup>429</sup>

Whitehead selbst meldet einige Zweifel an Russells Notation an, wenn er beispielsweise fragt, worin der Unterschied zwischen der zweiten Notation und der dritten bzw. der vierten Variante liegt. Russell berücksichtigt diese Bemerkungen Whiteheads laut Herausgeber von CP4 dann möglicherweise in der abgedruckten Fassung von R<sup>430</sup>. Russell beginnt seine Ausführungen mit einer ähnlichen Auflistung von Analyse-Varianten, wobei er anschließend ein Beispiel analysiert:

Given a proposition containing  $a$  and  $b$ , we may consider it (1) as making about  $b$  an assertion which contains  $a$ , (2) as making about  $a$  an assertion which contains  $b$ , (3) as making an assertion about  $a$  and  $b$ , or (4) as making an assertion about the couple composed of  $a$  first and  $b$  after; or (5) as making an assertion about the couple composed of  $b$  first and  $a$  after. Thus consider, e.g. the proposition

" $a$  is the father of  $b$ "

We may divide this into

- (1) " $a$  is the father of" and " $b$ ".
- (2) " $a$ " and "is the father of  $b$ ".
- (3) " $a$ " and "is the father of" and " $b$ ".
- (4) "From  $a$  to  $b$ " and "the relation of paternity holds".
- (5) "From  $b$  to  $a$ " and "the relation of sonship holds".

Symbolically, these cases may be represented generally by the expressions:

(1)  $\phi_a(b)$ ; (2)  $\phi_b(a)$ ; (3)  $\phi(a, b)$ ; (4)  $\phi(a \rightarrow b)$ ; (5)  $\phi(b \rightarrow a)$ . (R, 40)

Demnach gibt es 5 verschiedene Möglichkeiten der Analyse von relationalen Propositionen mit zwei Termen. Wir wollen an dieser Stelle nicht auf die verschiedenen Notationen und ihre Bedeutungen einzugehen. Was Russell dann macht, ist die intensional verstandenen Relationen von den intensionalen PF "abzuleiten", wie es dem genealogischen Muster aus PoM durchaus entspricht.

Russell schreibt in "On the Relation of Mathematics to Logic" (kurz 'RML'), einem Manuskript aus dem Jahre 1905:

---

<sup>429</sup> In R ist laut Einleitung des Herausgebers der Wandel Russell weg von der Peano'schen Sichtweise und Notation hin zu Frege deutlich sichtbar, dessen Einfluss immer mehr zunahm. Meine Übersetzung der Stelle ins Deutsche:

' $(x, y)$ ' (steht) für geordnete Paare

' $\phi(x, y)$ ' (steht) für eine Proposition mit den Konstituenten  $x$  und  $y$ .

' $\phi(x ; y)$ ' (steht) für eine Assertion über  $x$  und  $y$ .

' $\psi\{(x, y)\}$ ' (steht) für eine Assertion über das geordnete Paar  $(x, y)$ . (R, 38).

<sup>430</sup> R, 38.



With respect to relations, a relation in intension is simply a double propositional function  $\phi!(x,y)$ . (RML, 262) <sup>431</sup>

Russell antizipiert diese Interpretation der Relationen möglicherweise in PoM, wie folgende Bemerkungen am Anfang des Buches vermuten lassen:

If  $R$  be a relation, we express by  $xRy$  the propositional function "x has the relation  $R$  to  $y$ ".  
(PoM, 24)

Im Folgenden wollen wir auf die Beziehung zwischen den Relationen und den Funktionen näher eingehen.

### 4.3. Die Relationen und die Funktionen

Die Beziehung zu den Funktionen offenbart die wahre Natur der Relationen, wie Russell später in PaD<sup>432</sup> schreiben wird. Bereits in PoM gibt es Spuren für die Annahme, dass Russell die Relationen mit bestimmten Funktionen in Zusammenhang bringt. Einmal bezeichnet er die Funktionen in PoM als relationale Begriffe:

For this reason, the definitions of a function<sup>[...]</sup> and of other essentially relational notions are defective. But this defect is easily remedied by applying, in the manner explained above, the principles of the *Formulaire* to the logic of relations. <sup>[...]</sup> (PoM, 32)

Dann meint er in Kapitel XXXII, dass der allgemeine Funktionsbegriff<sup>433</sup> mit dem Relationsbegriff zusammenfällt:

In its most general form, functionality does not differ from relation. (PoM, 263)

Russell definiert die Funktionen als rechtseindeutige<sup>434</sup> Relationen, also jene Relationen, welche er als "many-one"<sup>435</sup> bezeichnet. Die Rechtseindeutigkeit<sup>436</sup> von Funktionen muss gegeben sein, schreibt Russell wenige Monate nach dem Erscheinen von PoM in "Functions" (kurz 'FU'), da die Symbole sonst keine eindeutige Bedeutung mehr hätten. Dabei mag Russell an Beispiele der Mathematik (wie: der Sinus von  $x$ ) oder an nicht-mathematische Beispiele (wie: der Lehrer von  $x$ ) denken. Russell schreibt:

We shall regard it as part of the meaning of a function that it is one-valued; for otherwise our symbols cease to have a definite meaning; (FU, 51)

---

<sup>431</sup> "On the Relation of Mathematics to Logic" (kurz 'RML') in Russell, B. (1973).

<sup>432</sup> "This seems to bring us to the inmost shrine of relatedness." (PaD, 312)

<sup>433</sup> Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 7.3.2.

<sup>434</sup> Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 7.3.2.1.

<sup>435</sup> Russell definiert sie in einer Fußnote: "A many-one relation is one in which, as in the relation of a quantity to its magnitude, the right-hand term, to which the relation is, is uniquely determined when the left-hand term is given. Whether the converse holds is left undecided. Thus a one-one relation is a particular case of a many-one relation." (PoM, 246)

<sup>436</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.4.2.2.

Im folgenden Zitat identifiziert Russell allerdings die Funktion nicht mit der Relation, sondern mit dem Relatum und meint dabei den Funktionswert:

Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has only one relatum, defines a function: the relatum is that function of the referent which is defined by the relation in question. (PoM, 83)

Im Kapitel IX über die Relationen liefert Russell die heute üblichen Definitionen<sup>437</sup> des *Definitionsbereichs* (domain) als einer Klasse von Referenten, des *Argumentbereichs* (converse domain) als einer Klasse von Relata, und des *Feldes* (field) als Summe der beiden an. Russell fasst die Relationen<sup>438</sup> - wie wir bereits erwähnt haben - ontologisch als eine Art von Prädikaten (bzw. Klassenbegriffen) auf. Sie sind die mehrstelligen Prädikate.

Russell kommt aber bald zur Überzeugung, dass die enge verwandten Relationen und Funktionen aus der Sicht von Logik und Ontologie doch verschieden sind und dass speziell die PF<sup>439</sup> als die grundlegenden Entitäten anzusehen sind. Dennoch - so schreibt Russell in PoM - ist es für die meisten Zwecke angebracht, Funktionen und Relationen miteinander zu identifizieren:

It is important, however, to observe that propositional functions [...] are more fundamental than other functions, or even than relations. For most purposes, it is convenient to identify the function and the relation, *i.e.*, if  $y = f(x)$  is equivalent to  $xRy$ , where  $R$  is a relation, it is convenient to speak of  $R$  as the function... (PoM, 264)

Wenn Russell die Äquivalenz von Relationen und Funktionen behauptet, hat er vermutlich die DF vor Augen. Die Schreibweise ' $y = f(x)$ ' eignet sich nämlich besser für Funktionen<sup>440</sup>, welche einfache Entitäten als Werte haben, wie wir in Kapitel II sehen werden.

An anderer Stelle gibt Russell ein Argument für den Sonderstatus der PF an. Die PF sind deshalb grundlegender<sup>441</sup> als die Relationen, weil der Relationsbegriff nach seiner Einschätzung den Begriff 'such that' und somit auch den Begriff der PF bereits voraussetzt. Sobald die PF eingeführt sind, ist es demnach ein Leichtes, die Relationen zu definieren. Russell schreibt:

---

<sup>437</sup> "For the general theory of relations. Especially in its mathematical developments, certain axioms relating classes and relations are of great importance. It is to be held further that to have a given relation to a given term is a predicate, so that all terms having this relation to this term form a class. It is to be held further that to have a given relation at all is a predicate, so that all referents with respect to a given relation form a class. It follows, by considering the converse relation, that all relata also form a class. These two classes I shall call respectively the *domain* and the *converse domain* of the relation; the logical sum of the two I shall call the *field* of the relation." (PoM, 97)

<sup>438</sup> Laut Landini versteht Russell die (logischen) Junktoren ebenfalls als Relationen, welche Terme zu Propositionen verbinden. Laut modernem Verständnis verbinden die Junktoren Formeln zu neuen Formeln: "In the ontology of early Russellian propositions, the logical connectives are relation signs. They take terms to form formulas. Modern statement connectives such as the arrow take formulas to form formulas." (Landini 2008/9, 134)

<sup>439</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.

<sup>440</sup> Siehe Abschnitt 5.4.3. von Kapitel II.

<sup>441</sup> Vergleiche mit: "[...] the idea of functionality is more fundamental than that of relation." (PoM, 264)

Let us call the relation  $R$ . Then any entity which is a referent with respect to  $R$  is a proposition of the type " $x$  is an  $a$ ." But here the notion of *such that* is already employed. And the relation  $R$  itself can only be defined as the relation which holds between " $x$  is an  $a$ " and  $x$  for all values of  $x$ , and does not hold between any other pairs of terms. [...] The point which is chiefly important in these remarks is the indefinability of propositional functions. When these have been admitted, the general notion of one-valued functions is easily defined. (PoM, 83)

Peano hat übrigens gegenüber Couturat<sup>442</sup> später angewendet, dass man genauso gut das Umgekehrte machen kann, und die Relationen auf die Funktionen zurückführen kann.<sup>443</sup> Aus der Sicht von Russell liegen die Dinge aber sicherlich anders. Er stellt fest, dass auch der allgemeine Funktionsbegriff den Begriff der PF voraussetzt:

But where the function is a proposition, the notion involved is presupposed in the symbolism, and cannot be defined by means of it without a vicious circle: for in the above general definition of a function propositional functions already occur. (PoM, 83)

Daher zieht es Russell vor, die Relationen auf die PF zurückzuführen, wie es die Notation zu Beginn von PoM nahelegt. Die Identifikation der Relationen mit den Assertionen wird durch eine solche Schreibweise ebenfalls suggeriert:

If  $R$  be a relation, we express by  $xRy$  the propositional function " $x$  has the relation  $R$  to  $y$ ".  
(PoM, 24)

Die später gewählte Notation in der am Ende des letzten Abschnitt angeführten Satzes aus RML ist noch expliziter, weil hier die erforderte Rechteindeutigkeit durch das Rufezeichen ausgedrückt wird:

With respect to relations, a relation in intension is simply a double propositional function  $\phi!(x,y)$  (RML, 262)

Dass die PF logisch und ontologisch grundlegender sein müssen als die Relationen zeigt sich laut Russell auch darin, dass bestimmte Propositionen noch komplexer sind als die relationalen Propositionen. Er behauptet, dass solche Propositionen<sup>444</sup> nicht wie die relationalen Propositionen anhand des Schemas Assertion/Subjekt analysiert werden können, sondern nur anhand des Begriffs der PF.

---

<sup>442</sup> Couturat 1904c, 1046.

<sup>443</sup> Grattan-Guinness (2000): 366.

<sup>444</sup> In der Synthese von Teil I fasst Russell die wichtigsten Ergebnisse aus Kapitel VII ("Propositional Functions") mit folgenden Worten zusammen: "In Chapter VII we resumed the study of the verb. Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, onto a subject and an assertion; but this analysis becomes impossible when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of relation. Hence it became necessary to take *propositional function* as a primitive notion." (PoM, 106)

Zu diesen komplexen Propositionen eingestuft Fällen zählt Russell vermutlich Beispiele wie 'Socrates is a man implies Socrates is mortal'<sup>445</sup>, welche er als formale Implikationen interpretiert. Wenn man diese Proposition als behauptete Relation zwischen den zwei Teilsätzen 'Socrates is a man' und 'Socrates is mortal' verstehen wollte, oder auch als einzelne PF mit Sokrates als Term, ginge nämlich die formale Struktur verloren.

Russell kommt bei seiner Analyse des Beispielsatzes zum Ergebnis, dass der mit dem Relationsbegriff in enger Beziehung stehende Begriff der Assertion nicht hinreichend für eine angemessene Analyse solcher Propositionen ist und dass dazu der Begriff der PF erforderlich ist. Bevor wir in Kapitel II näher auf den Funktionsbegriff eingehen wollen, soll Russells Theorie der Propositionen von PoM besprochen werden. Dabei soll auch ein Abschnitt für die Analyse von Russells Assertionsbegriff reserviert werden.

---

<sup>445</sup> Bei der Analyse dieser Proposition ergibt sich übrigens die Frage, ob diese als eine Proposition über Sokrates angesehen werden muss. Dazu mehr im Abschnitt über die Assertion. Siehe PoM, 84.

## 5. Die Propositionen

### 5.1. Der Status der Propositionen 113

### 5.2. Klassifikation der Propositionen 135

### 5.3. Assertion/logisches Subjekt 152

### 5.4. Das Problem der Einheit der Propositionen 173

#### 5.1. Der Status der Propositionen

Eine erste Charakterisierung der Propositionen im folgenden Abschnitt erfolgt aus einer ideengeschichtlichen Perspektive, wobei die Vorstellungen Moores und Russells miteinander verglichen werden sollen. In den darauffolgenden Abschnitten sollen dann die Eigenheiten von Russells Theorie der Propositionen aus PoM näher beleuchtet werden.

Was Russell über den Status der Propositionen zu sagen hat, reflektiert teilweise seine Auffassungen über die Terme. Ich habe wiederholt die These formuliert, dass die Propositionen - und nicht die R-Terme - in der Philosophie des frühen Russell den eigentlichen Fixpunkt darstellen. Spannungen zwischen dem term-orientierten Ansatz (Down-Top Modell) und der propositionale Sichtweise (Top-Down Modell) werden von Russell im Zweifelsfall häufig zugunsten der letzteren aufgelöst. Die Schwierigkeiten insbesondere um die Einheit der Proposition sollten Russell später dazu veranlassen, in seiner Multiple Relation Theory (kurz 'MRT' genannt) die Annahme der Existenz von Propositionen als genuinen Entitäten ganz aufzugeben.

Seit der Revolte gegen den britischen Idealismus steht für Russell unumstritten fest, dass die Analyse der Propositionen der Ausgangspunkt für jede schlüssige Philosophie sein muss. In seinem Buch über Leibniz, wo die Diskussion um die Struktur der Propositionen im Mittelpunkt der Rekonstruktion von Leibniz' Philosophie steht, drückt sich Russell wie folgt aus:

That all sound philosophy should begin with an analysis of propositions, is too evident, to demand a proof. (PoL, 8)

Da Russell folgt dabei, wie er selbst erklärt<sup>446</sup>, den Ansichten G.E. Moores, welche dieser im Jahre 1899 in "The Nature of Judgement" (kurz 'NoJ') dargelegt hatte. Milkov<sup>447</sup> weist in einer Fußnote auf Imaguire's Nachforschungen hin, welche ergeben haben, dass Russell wohl im Frühjahr 1898 einen Wandel in der Terminologie vollzogen hat, und nun nicht mehr von Urteilen (judgements), sondern von Propositionen (propositions) spricht. Möglicherweise will sich Russell dadurch auch terminologisch von den Idealisten lösen, zumal man mit den

---

<sup>446</sup> Russell schreibt: "[...] the [...] philosophical belief, which I derived from my friend Mr G. E. Moore\* [...].

\*See his article "On the Nature of Judgement", *Mind*, N. S. No. 30." (PoM, 24)

<sup>447</sup> Milkov's Fußnote: "Cf. Imaguire (2001). In fact, Russell changed the term 'judgement' to 'proposition' only in 'The classification of relations' (Russell, 1990e [1899]). The paper was read in January 1899; in it the full conclusions from his March to April 1898 turn were made." (Milkov 2008, 190)

Ausdrücken 'judgements' und 'Urteil' traditionell die Beziehung zu einem Subjekt assoziiert. Wir werden sehen, dass Russells Ansichten zu den Propositionen mit denen Moores in weiten Teilen übereinstimmen.

Im folgenden Abschnitt sollen zuerst die wichtigsten Thesen Moores besprochen und mit Zitaten belegt werden, ohne diese These zu vertiefen. Moores eigene Argumente und der philosophische Hintergrund<sup>448</sup> bleiben ebenfalls weitgehend unberücksichtigt. Den Thesen Moores soll dann eine entsprechende These Russells zur Seite gestellt werden.

Die wichtigsten Thesen Moores (und Russells) zu den Propositionen sind:

**5.1.1. Die Propositionen sind nicht-mentale Entitäten 114**

**5.1.2. Die Propositionen bestehen aus Begriffen 117**

**5.1.3. Die Propositionen sind die Wahrheitsträger 124**

**5.1.4. Die existenziellen Propositionen sind die Objekte der Wahrnehmung 128**

**5.1.1. Die Propositionen sind nicht-mentale Entitäten**

**5.1.1.1. Moore**

Die anti-psychologische These, wonach die Propositionen nicht-mentale Entitäten sind, ist ein Kernstück der *New Philosophy*, welche sich primär durch einen extremen Realismus auszeichnet. Da die Propositionen aus Begriffen bestehen (siehe 5.1.2), muss ihre Realität auf der Ebene der Realität der Begriffe angesiedelt sein. Die Propositionen müssen daher - so die Überzeugung Moores - wie die Begriffe daher nicht-mentale Objekte sein. Betrachten wir zuerst Moores Begriffe, welche dieser auch als logische Ideen<sup>449</sup> bezeichnet. Sie sind - so liest man in NoJ - weder Abstraktionen<sup>450</sup> von Dingen noch von Ideen:

They [the concepts, meine Anmerkung] cannot be regarded fundamentally as abstractions either from things or from ideas; (NoJ, 179)

Die Begriffe sind laut Moore nämlich die Objekte des Denkens:

Concepts are possible objects of thought; (NoJ, 179)

Genau diesen Status teilen die Begriffe mit den Urteilen, welche - wie wir noch sehen werden - von Moore als komplexe Begriffe<sup>451</sup> aufgefasst werden. Die Urteile sind unabhängig vom Geist (mind) und einer etwa aus Dingen oder Substanzen bestehenden Welt, liest man in NoJ:

---

<sup>448</sup> Ich verweise hier auf Griffin (1991) und Hylton (1990).

<sup>449</sup> Siehe NoJ, 193 bzw. das nächste Zitat.

<sup>450</sup> Erinnern wir uns an die Kritik Russells an der traditionellen Metaphysik: "Homeric gods, relations, chimeras and four-dimensional spaces all have being, for if they were not entities of a kind, we could make no propositions about them." (PoM, 449). Und speziell was er über die Auffassung von Leibniz über die Relationen gesagt hat: "[...] Leibniz is forced, in order to maintain the subject-predicate doctrine, to the Kantian theory that relations, though veritable, are the work of the mind." (PoL, 14-15)

<sup>451</sup> Genau darum geht es dann in Abschnitt 5.1.2.

From our description of a judgement, there must, then, disappear all reference either to our mind or to the world. [...]. The nature of the judgements is more ultimate than either [the world or the mind, meine Hinzufügung] and less ultimate only than the nature of its constituents - the nature of the concept or logical idea. (NoJ, 193)

Moore's Anti-Psychologism in Hinblick auf den Status der Propositionen kommt noch deutlicher zum Ausdruck, wenn er sagt, dass es in Propositionen nicht über mentale Zustände, sondern um die Behauptung einer bestimmten Verknüpfung von Begriffen geht:

Similarly when I say "The chimera has three heads", the chimera is not an idea in my mind, nor any part of such idea. **What I mean to assert is nothing about my mental states, but a specific connexion of concepts [meine Hervorhebung].** If the judgment is false, that is not because my *ideas* do not correspond to reality, but because such a conjunction of concepts is not to be found among existents. (NoJ, 179)

Moore distanziert sich in diesem Absatz deutlich von der Korrespondenztheorie der Wahrheit<sup>452</sup>. Moore's eigene Auffassung<sup>453</sup>, nämlich dass die wahren Urteile auf einer spezifischen Verknüpfung von Begriffen beruhen, basiert indirekt auf seiner Überzeugung, dass die Welt selbst aus Begriffen<sup>454</sup> besteht. Die Struktur der Urteile und die Beziehung zu ihren Konstituenten nach Moore soll im Abschnitt 5.1.2. aufgegriffen werden. Kommen wir jetzt zu Russells Anti-Psychologismus.

#### 5.1.1.2. Russell

In einem Manuskript aus dem Jahre 1900 begründet Russell seinen Anti-Psychologismus in Hinblick auf die Propositionen - wie vor ihm Moore - auf der Auffassung der später von ihm als "Terme" bezeichneten Entitäten, wonach diese nicht bloße Ideen sein können, sondern die (realen) Objekte der Ideen<sup>455</sup> sein müssen:

[...] everything that can occur in a proposition must be something more than a *mere* idea - it must be the object of an idea [...]. (1900b, 229)

Wie bei Moore, folgt auch bei Russell eine Kritik an der Logik Bradleys. In PoM bemängelt er, dass laut Bradleys Theorie jede Proposition neben Bedeutungselemente (Bradleys Ideen) ein nicht-bedeutungsmäßiges und nicht-ideelles Subjekt (das Absolute) enthält. So eine Logik basiert laut Russell - was Moore bereits bemängelt hat - auf einer psychologischen

---

<sup>452</sup> Siehe Abschnitt 5.1.3.

<sup>453</sup> What kind of relation makes a proposition true, what false, cannot be further defined, but must be immediately recognised. (NoJ, 180)

<sup>454</sup> Moore schreibt: "It seems necessary, then, to regard the world as formed of concepts. These are the only objects of knowledge." (NoJ, 182)

<sup>455</sup> In Russells Semantik spielen die Ideen also definitiv keine Rolle. Die Bedeutungen der sprachlichen Ausdrücke sind keine psychischen oder mentalen Entitäten, sondern reale Entitäten, nämlich die RT. Zur Semantik siehe auch Kapitel III.

Auffassung der Bedeutung<sup>456</sup> der sprachlichen Ausdrücke. Eine für die Substanztheorien typische Unterscheidung zwischen den realen Substanzen und weniger realen, universellen Eigenschaften steckt hier dahinter, so Russell:

It is customary to regard all propositions as having a subject and a predicate, *i.e.* as having and immediate *this*, and a general concept attached to it by way of description. (PoM, 47)

Russell behauptet weiters, dass sich SPT mit einer internen logischen Notwendigkeit zu Bradleys Logik entwickelt. Letztere operiert mit einem Bedeutungsbegriff, welcher logische und psychologische Elemente mit einander vermischt. In Russells Worten:

This doctrine develops by internal logical necessity into the theory of Mr Bradleys Logic, that all words stand for ideas having what he calls *meaning* and that in every judgement there is something, the true subject of the judgement, which is not an idea and does not have meaning. To have meaning, it seems to me, is a notion confusedly compounded of logical and psychological elements. (PoM, 47)

Der Psychologismus Bradleys besteht laut Russell hier vor allem darin, dass die Propositionen letztendlich als mentale Entitäten verstanden werden und mit Erkenntnissen gleichgesetzt werden:

The confusion is largely due to the notion that propositions are essentially mental and are to be identified with cognitions. (PoM, 47)

Dass Russell Kants Transzendentalphilosophie<sup>457</sup> ebenfalls mit dem Psychologismus-Vorwurf belegt, wird in einer Bemerkung aus OMD<sup>458</sup> zu den komplexen Bedeutungen besonders deutlich. Komplexe Bedeutungen - so heißt es dort - sind nichts Psychisches. Es ist grundlegend, die psychische Idee von einem Komplexes vom nicht-psychischen Objekt dieser Idee, nämlich dem Komplexes (bzw. der komplexen Bedeutung) zu unterscheiden:

And when the idea of a complex is in the mind, that means that the complex is the object of the idea, and is thus other than the idea. Consequently a complex meaning is something not essentially psychical, and we must not allow ourselves to believe that all complexity is due to the activity of mind, or the "synthetic unity of perception". (OMD, 316)

---

<sup>456</sup> Moore hatte in NoJ Bradleys Theorie der Bedeutung ebenfalls infrage gestellt, obwohl er sich einigen Äußerungen Bradleys (zum "universal meaning") anschließt: "[...] he seems to me affected by the same error as theirs [who have treated the idea as a mental state, **meine Hinzufügung**], alike in his preliminary failure to distinguish clearly whether it is the symbol or the symbolised of which he is speaking, and in his final description of the "idea as meaning"..." (NoJ, 179)

<sup>457</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung aus PoL: "[...] Leibniz is forced, in order to maintain the subject-predicate doctrine, to the Kantian theory that relations, though veritable, are the work of the mind." (PoL, 14-15)

<sup>458</sup> Zur Kritik Russells an Lotze, dem er auch den Psychologismus-Vorwurf macht, siehe Abschnitt 2.1 oben.



Verwirrend ist die Tatsache, dass Russell in OMD<sup>459</sup> manchmal selbst von Haltungen (attitudes) spricht, welche ebenfalls ein subjektives Moment in die Propositionen hineinzubringen scheinen. Zu solchen Haltungen zählen die Bejahung (affirmation) und das Ausdrücken (expression). Ähnliche Bemerkungen finden sich übrigens auch in PoM<sup>460</sup>.

Eine weitere Schwierigkeit betrifft die Tatsache, dass es in der frühen Ontologie Russell auch falsche Propositionen geben muss, welche als das Objekt von Irrtümern<sup>461</sup> fungieren. Kommen wir nun aber zum nächsten Punkt.

### 5.1.2. Die Propositionen bestehen aus Begriffen bzw. den R-Termen<sup>462</sup>

Im folgenden Abschnitt geht es um die Beziehung zwischen der Proposition (bzw. dem Urteil) und ihren Konstituenten, den Termen (bzw. den Begriffen), wie sie respektive von Russell und Moore konzipiert wird. Dabei spielt sicherlich die realistische Überzeugung beider Philosophen eine Rolle, wonach die Realität mit den Propositionen (bzw. den Urteilen) zusammenfällt, so dass jenseits oder hinter der propositionalen Ebene keine weitere angenommen werden kann und muss. Hier zeigt sich, dass weder die Russell'schen Propositionen noch die Moore'schen Urteile rein sprachliche Gebilde, sondern reale Strukturen sind.

Bei der Besprechung von Russells Ansichten werden auch einige erkenntnistheoretische Betrachtungen mit einfließen, welche Russell selbst kaum reflektiert. Zuerst sollen aber Moores Auffassungen besprochen werden, welcher wiederum tonangebend war.

#### 5.1.2.1. Moore

Moore formuliert in NoJ ein zentrales Dogma des Realismus der *New Philosophy*, welches Russell<sup>463</sup> dann übernimmt, ohne es aber ähnlich deutlich zu formulieren. Nach der erwähnten Kritik an verschiedenen philosophischen Ansätzen und Theorien, kommt Moore zum Ergebnis, dass die Welt aus Begriffen geformt sein muss:

It seems necessary, then, to regard the world as formed of concepts. These are the only objects of knowledge. (NoJ, 182)

---

<sup>459</sup> Exemplarisch ist folgende Stelle: "Proceeding now to propositions, we have a new attitude towards objects, namely that of *affirmation*. When the object is a proposition, it may be not only expressed, but also affirmed." (OMD, 321)

<sup>460</sup> "The propositional concept seems, in fact, to be nothing other than the proposition itself, the difference being merely the psychological one that we do not assert the proposition in the one case, and do assert it in the other." (PoM, 526-527)

<sup>461</sup> Interessant folgende Bemerkung aus NT: "but equally, when a belief is *false*, it has an object, namely a certain false proposition, which is no less out there, no less a piece of reality, than a proposition that is true." (NT, 503)

<sup>462</sup> Russell seine R-Terme in Begriffe und Dinge ein, wobei eine gewisse Nähe zu den Mooreschen Begriffen in beiden Fällen gegeben ist. Siehe unten!

<sup>463</sup> Ich bin der Ansicht, dass Russells Unterscheidung der Dinge von den Begriffen nicht grundsätzlich viel daran ändert. Auch die Russellschen Dinge sind in gewissem Sinne ideale Entitäten, mit welchen ein Bewusstsein in eine direkte Beziehung treten kann. Russell sagt: "All complexity is conceptual in the sense that it is due to a whole capable of logical analysis, but is real in the sense that it has no dependence upon the mind, but only upon the nature of the object." (PoM, 466)

Wenn die Begriffe die letzten Bausteine der Welt sind, dann müssen folglich auch die Propositionen aus Begriffen bestehen. Dabei handelt es sich um eine der Hauptthesen von NoJ. Auf die Frage, wie sich die Propositionen aus den Begriffen bilden, kann man allerdings bei Moore nicht leicht eine klare Antwort finden. Eine realistische Position der Propositionen erschien den Vertretern der *New Philosophy* vermutlich als die einzig praktikable Alternative zu Idealismus und Psychologismus. Die neue Theorie der Propositionen sperrt sich vehement, aber möglicherweise mit begrenztem Erfolg gegen holistische Ansätze, wie ich in meiner Arbeit<sup>464</sup> zeigen will. Daneben ist es wohl so, dass materialistische Positionen für beide Philosophen gar nicht infrage kommen, zumal sie mit idealistischen Argumenten zur Genüge dagegen geimpft waren. Alberto Coffa<sup>465</sup> hat darauf hingewiesen, dass neben dem idealistischen Erbe der Einfluss der österreichischen Semantik um die Schule Bolzanos auf Russell und Moore nicht unterschätzt werden. Kommen wir nun aber zu den Äußerungen Moores über die Zusammensetzung der Urteile aus den Begriffen.

Ich will dazu einen Auszug aus Moores "The Nature of Judgement" wiedergeben, wo die Beziehungen zwischen den Begriffen und der Proposition mit einer Reihe von verschiedenen Ausdrücken beschrieben<sup>466</sup> wird. Die Vielzahl der Bezeichnungen für die Zusammensetzung (Synthese)<sup>467</sup> der Propositionen aus den Begriffen auf diesen 2 Seiten aus NoJ lässt darauf schließen, dass Moore zu diesem Zeitpunkt über keine sehr klaren Vorstellungen zur Struktur der Proposition verfügt. Ich sehe es als Verdienst Russells an, Moores Ansätze dadurch weiter zu entwickeln, dass vertiefendere philosophische Analysen und formale Standards dazu kommen. Die folgenden Formulierungen Moore bewegen sich noch auf einer mehr oder weniger metaphorischen Ebene. Lassen wir Moore zu Wort kommen:

A proposition is **composed** not of words, nor yet of thoughts, but **of concepts**. Concepts are possible objects of thought; [...] They are incapable of change; [...] It is of such entities as these that a proposition is composed. [...] that any proposition is true which consists of a **combination of concepts** which is actually to be found among existents. [...] It would seem, in fact, from this example, that a proposition is nothing other than a **complex concept**. The difference between a concept and a proposition, in virtue of which the latter alone can be called true or false, would seem to lie merely in the simplicity of the former. [...]. A proposition is a **synthesis of concepts**; [...] A proposition is **constituted by any number of concepts [meine Hervorhebungen]**, together with a specific relation between them; (NoJ, 179-180)

Die von Moore verwendeten Ausdrücke wollen wir in einem Schema festgehalten, ohne sie im Einzelnen zu besprechen und um dann zu überprüfen, ob ähnliche Formulierungen auch bei Russell zu finden sind.

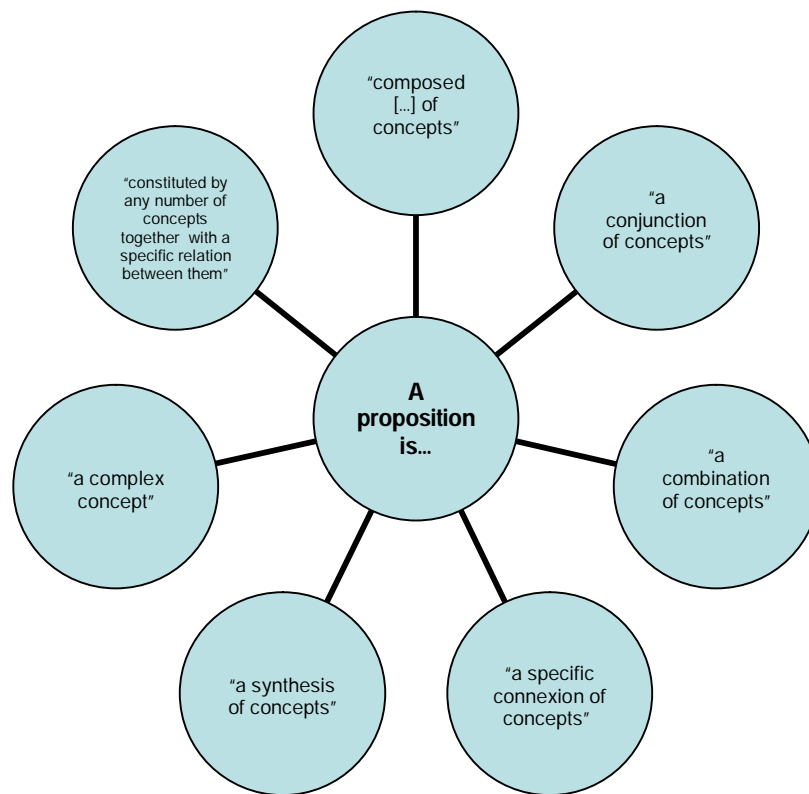
---

<sup>464</sup> Siehe Abschnitt 5.4.

<sup>465</sup> Siehe Coffa (1991)

<sup>466</sup> Die meisten der inNoJ verwendeten Ausdrücke kommen im folgenden Zitat vor.

<sup>467</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.



I

### 5.1.2.2. Russell

Tatsächlich finden sich fast alle oben erwähnten Kennzeichnungen Moores der Propositionen auch in PoM und in den Manuskripten CP4 wieder. Russell übernimmt Moores realistischen Ansatz der Theorie der Propositionen in groben Zügen, wie bereits in Zusammenhang mit dem Termbegriff deutlich wurde. So stellt Russell in PoM fest, dass seine Propositionen nicht-sprachlicher Natur sind und dass sie aus den R-Termen<sup>468</sup> bestehen, welche er in der Art von Moores Begriffen als reale Entitäten konzipiert. Bei der folgenden Formulierung, bei der sich Russell im speziellen von Bradleys Semantik<sup>469</sup> distanziert, kommt diese realistische Auffassung der Propositionen deutlich zum Ausdruck. Hier erwähnt Russell das traditionelle Verständnis der Propositionen als sprachlichen Entitäten:

[...] a proposition, unless it happens to be linguistic, does not itself contain words: it contains the entities indicated by the words. (PoM, 47)

Russells Position zum Status der betreffenden Propositionen impliziert, dass es neben der Sphäre der Signifikanten (der sprachlichen Zeichen) und der Sphäre der Signifikate (den

<sup>468</sup> Siehe Abschnitt 2.

<sup>469</sup> Zur Psychologismuskritik siehe Abschnitt 3.1.1. oben. Russell fügt später folgendes hinzu: "The confusion is largely due to the notion that propositions are essentially mental and are to be identified with cognitions. But these topics of general philosophy must be pursued no further in this work." (PoM, 47)

Entitäten der Wirklichkeit) keine weitere semantische Ebene<sup>470</sup> (wie mentale Entitäten oder ähnliches) gibt. Wie bereits angedeutet, hängt dies eng mit Russells augustinischer Sprachauffassung zusammen.

Dass Russell den Vorstellungen Moores zu den Propositionen treu bleibt, wird deutlich, wenn er die gemeinsame Auffassung verteidigt<sup>471</sup>, wonach die Propositionen der Inbegriff der Realität sind. Die Russell'schen Propositionen sind so etwas wie Sachverhalte oder Tatsachen, welche aus R-Termen bestehen. Dass es problematisch ist, die Propositionen mit den Tatsachen zu identifizieren, wird dann bei den falschen Propositionen deutlich, wie wir noch sehen werden. Für die Annahme von entsprechenden falschen Tatsachen oder Sachverhalten zahlt man einen hohen philosophischen Preis, wie Russell in verschiedenen Manuskripten von CP4 feststellen muss.

Es gibt aber durchaus auch terminologische und inhaltliche Unterschiede zwischen den beiden Philosophen. Dass Russell Moores Begriffe durch seine Terme ersetzt, wurde bereits in Abschnitt 2.2.6. besprochen wurde. Dies mag zunächst als rein terminologische Variation erscheinen. Im Folgenden will ich aber zeigen, dass Russell damit auch inhaltliche Unterschiede verbindet.

Moore beschäftigt sich um 1900 bekanntlich in erster Linie mit Fragen der Ethik (bzw. der Metaethik) und hat sich wohl nicht mit derselben Intensität mit der Logik und den Grundlagen der Mathematik auseinandergesetzt wie Russell. Letzteres mag als Grund dafür gelten, warum Russell zwar auf dem gemeinsamen Fundament aufbaut, dann aber eigene Wege geht. Wenn man sich Russells differenzierte Ontologie der R-Terme in PoM (things, predicates, relations, class-concepts, denoting concepts, concepts of the class, the class as one, the class as many) vergegenwärtigt, wird einem die Entwicklung bewusst, welche schon vor PoM einsetzt und die Russell wohl größtenteils ohne Moore zurückgelegt hat. Zu jedem dieser R-Terme hat Russell nämlich mehr oder weniger originelle Ideen entwickelt, wie oben gezeigt wurde. Dies gilt erst recht für die Zeit nach PoM und der Entdeckung des Paradoxon, in der der Einfluss Peano, Freges und Whiteheads auf Russells Denken den Moores bei weitem übersteigen sollte. Die Lektüre von Russells Manuskripten belegt, dass Russell alles daran setzt, soviel wie möglich vom gemeinsamen Gedankengut zu retten.

---

<sup>470</sup> In Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen ergeben sich für diese zwei-stufige Semantik laut Coffa einige Schwierigkeiten. Siehe Coffa (1991). Die denotierenden Begriffe scheinen nämlich eine dritte Sphäre zu postulieren: "[...] such concepts as *a man* have a meaning in another sense." (PoM, 47). Siehe auch Kapitel III, Abschnitt 3.5.

<sup>471</sup> Russell attackiert die Unterscheidung zwischen einer subjektiven, begrifflichen und einer realen Analyse als "A distinction is made, in support of organic unities, between conceptual analysis and real division into parts. What is really indivisible, we are told, may be conceptually analyzable. This distinction, if the conceptual analysis be regarded as subjective, seems to me wholly inadmissible. All complexity is conceptual in the sense that it is due to a whole capable of logical analysis, but is real in the sense that it has no dependence upon the mind, but only upon the nature of the object. Where the mind can distinguish elements, there must *be* different elements to distinguish;" (PoM, 466)

Russells Strategie besteht darin, neue Theorien<sup>472</sup> hinzuzufügen, neue Notationen zu entwickeln und die ursprünglichen Prinzipien, wenn es nicht anders geht, abzuschwächen, indem Erklärungsversuche für Ausnahmen gesucht werden. Wie wir in Kapitel II noch besser sehen werden, spielt dabei der Funktionsbegriff eine zentrale Rolle.

Im Folgenden sollen einige terminologische und inhaltliche Abweichungen von Moores Theorie der Propositionen angesprochen werden. Die Gemeinsamkeiten werden dabei ebenfalls zum Vorschein kommen, ohne dass sie weiter analysiert werden müssen.

Mit der Unterscheidung zwischen den zwei Arten<sup>473</sup> von Termen, den (extensionalen) Dingen und den (intensionalen) Begriffen, geht Russell definitiv über Moore hinaus. Russell Propositionen enthalten demnach beide Arten von R-Termen, nämlich Terme<sup>474</sup> im engeren Sinne (Dinge) und Begriffe. Die Terme sind die logischen Subjekte der Propositionen (aboutness<sup>475</sup>) der Propositionen, wie wir in Abschnitt 2.4. festgestellt<sup>476</sup> haben.

Hier kommt jenes semantische Prinzip zum Tragen, welches wir mit Coffa<sup>477</sup> als "Theorie der eingegrenzten Referenz"<sup>478</sup> (TCA) bezeichnet haben und welches Coffa als Erbe der semantischen Tradition der österreichischen Schule ansieht. TCA wird übrigens - wie wir bereits erwähnt haben - durch die denotierenden Begriffe verletzt, da diese eine Referenzverschiebung<sup>479</sup> bewirken. Russells unterscheidet später in OMD<sup>480</sup> zwischen der Bedeutung und der Denotation von Komplexen und identifiziert die Propositionen bald mit der Bedeutung, dann wieder mit der Denotation.

Mit TCA übrigens geht eine erkenntnistheoretische Position einher, wonach die Konstituenten (also die R-Terme) der Objekte der Erkenntnis (also der Propositionen) für den Geist direkt zugänglich bzw. fassbar sein müssen. Laut Russell späterem Prinzip der

---

<sup>472</sup> Im Brief an Couturat vom 20. Oktober 1903 schreibt Russell: "I have tried at least a hundred different theories, but sooner or later found myself at a dead end. However, I go on hoping."

<sup>473</sup> Siehe Abschnitt 2.4.

<sup>474</sup> Siehe auch 2.2. oben.

<sup>475</sup> Russell spricht in diesem Kontext manchmal statt von "aboutness" auch von "concerning". Siehe Kapitel III, Abschnitt 4.2. Entsprechend der Ontologie der R-Terme, können prinzipiell alle R-Terme in Propositionen als logische Subjekte auftreten, was demnach auch für die Russellschen Begriffe gelten muss.

<sup>476</sup> Z.B.: "I shall speak of *terms* of a proposition as those terms, however numerous, which occur in a proposition and may be regarded as subjects about which the proposition is." (PoM, 45). Und auch: "A term is, in fact, possessed of all the properties commonly assigned to substances or substantives. Every term [...] is a logical subject [...]." (PoM, 44). Oder auch: "This results from the previous argument, that every constituent of every proposition must, on pain of self-contradiction, be capable of being made a logical subject." (PoM, 48). Siehe dazu Abschnitt 2.4.

<sup>477</sup> Coffa (1991), 171.

<sup>478</sup> Dies ist meine Übersetzung von Coffas 'theory of confined aboutness' (kurz 'TCA')

<sup>479</sup> In Propositionen, welche denotierende Begriffe enthalten, geht es nämlich nicht um diese selbst, sondern um einen von ihnen denotierten Term. Sie vertreten also das logische Subjekt in der Proposition, welches aber für Russell selbst nicht Teil der Proposition zu sein scheint. "A concept *denotes* when, if it occurs in a proposition, the proposition is not *about* the concept, but about a term connected in a certain peculiar way with the concept." (PoM, 53). Siehe Abschnitt 2.5.4. und Kapitel IV, Abschnitt 2.

<sup>480</sup> "The difficulty is, that propositions themselves *seem* to have the two sides: a phrase which asserts something seem both to express a meaning and to designate what we may call a *fact*. [...]. The twofold nature of propositions, as meanings and what these meanings denote, appeared to be unavoidable [...]." (OMD, 319) Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.3.

Bekanntheit (Principles of Acquaintance, kurz 'PoA')<sup>481</sup> sind uns beim Verständnis einer Proposition alle ihre Referenten direkt vertraut bzw. bekannt, wie in OD nach zu lesen ist. Im Falle der denotierenden Begriffe wird (PoA) durch (AS) aber verletzt, weshalb sich Russell gezwungen sieht, es abzuändern (PoA\*)<sup>482</sup>. Doch nun wollen wir zu jenen Punkten kommen, bei denen Russells Theorie der Propositionen von jener Moores - terminologisch oder inhaltlich - abweicht.

So verwendet Russell beispielweise den Ausdruck 'combination'<sup>483</sup> in Bezug auf die Terme - welcher bei Moore in Bezug auf die Begriffe für die Propositionen steht - manchmal für die denotierenden Begriffe, manchmal aber auch für die Klassen<sup>484</sup>. Für letztere finden sich in PoM - wie wir oben gesehen haben - unter anderem auch die Bezeichnungen 'combination of terms', 'assemblage of terms'<sup>485</sup>, 'sum or conjunction of terms'<sup>486</sup> oder auch 'collection of terms'<sup>487</sup>. Den Ausdruck 'connexion of terms' verwendet Russell übrigens in PoL in seiner Übersetzung einer Leibniz-Stelle, in der es um die Reduktion der Relationen geht:

He says: "There must always be some foundation of the connexion of **terms** in a proposition [**meine Hervorhebung**], which must be found in their notions<sup>488</sup>. This is my great principle..."<sup>489</sup>  
(PoL, 32)

Im Kontext seiner späterer Theorie der Komplexe<sup>490</sup> charakterisiert Russell die Propositionen und die denotierenden Begriffe respektive als die nicht-denotierenden Komplexe<sup>491</sup> und die denotierenden Komplexe. Russells Bemühungen haben ab Mai 1903 wie erwähnt das Ziel, die Ontologie und die Logik von PoM durch stärkere Herausarbeitung des Funktionsbegriffes zu überarbeiten. Hierbei sollten immer mehr semantische und erkenntnistheoretische Aspekte eine immer wichtigere Rolle spielen, wie wir noch sehen werden.

---

<sup>481</sup> "In every proposition that we can apprehend [...], all the constituents are really entities with which we have immediate acquaintance." (OD, 427). Und auch: "We all know a proposition when we see one." (NT, 503)

<sup>482</sup> Siehe Abschnitt 7.4. von Kapitel III.

<sup>483</sup> Über die denotierenden Begriffe sagt er: "It is to be observed that this five combinations [*all, every, any, a, some* + class-concept] yield neither terms nor concepts, but strictly and only combinations of terms. [...] Corresponding to each combination there is, at least if the terms combined form a class, a perfectly definite concept, which denotes the various terms of the combination combined in the specific manner." (PoM, 58)

<sup>484</sup> Über die Klassen kann man folgendes nachlesen: "A class is a certain combination of terms, a class-concept is closely akin to a predicate, and the terms whose combination forms the class are determined by the class-concept." (PoM, 55)

<sup>485</sup> "We must be concerned with the actual assemblage of terms, not with any concept denoting that assemblage." (PoM, 20)

<sup>486</sup> "[...] a class, as opposed to the class-concept, is the sum or conjunction of all the terms (all men) which have the given predicate." (PoM, 54-55) Russell verwendet in diesem Zusammenhang übrigens häufig auch den Ausdruck *collection of terms*.

<sup>487</sup> "[...] the notion of a numerical conjunction or, more shortly, a *collection*." (PoM, 134)

<sup>488</sup> Der ontologische Status von Begriffen ("notiones", "conceptus",...) bei Leibniz ist sicherlich ein wesentlich anderer als Status von Termen (und Begriffen) bei Russell. Die tendenziell nominalistische Auffassung von Leibniz, dass Begriffe letztendlich im Geiste der Super-Monade Gott existieren, hat wenig mit Russells realistischer Auffassung gemein.

<sup>489</sup> Russells Quelle ist hier G.II. 56.

<sup>490</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 7.3.

<sup>491</sup> Siehe OF, 384-385.

In der Zeitspanne zwischen PoM und OD sollte sich auch Russells Sprachauffassung<sup>492</sup> ändern - speziell die Antwort auf die Frage, welchen sprachlichen Ausdrücken effektive Konstituenten der Propositionen entsprechen. Bekanntlich gibt Russell in OD definitiv seine augustinische Sprachauffassung auf, wonach jedem Wort in einem Satz eine Entität als seine Bedeutung zugeordnet ist. In der Theorie der Kennzeichnungen werden Ausdrücken wie 'der gegenwärtige König von Frankreich'<sup>493</sup> nicht mehr spezielle Entitäten - die vormaligen denotierenden Begriffe - zugeordnet. Sätze mit denotierenden Ausdrücken müssen in eine logisch korrekte Sprache transkribiert werden, wobei solche Ausdrücke nach vollzogener paraphrasierender Analyse<sup>494</sup> sozusagen eliminiert werden. Die semantische Struktur der Propositionen kann nach Russells neuer Konzeption dann nur durch eine transkribierende Interpretation (Rephrasierung) der denotierenden Ausdrücke aus der grammatikalischen Struktur des Anfangssatzes ermittelt werden. Wie eine entsprechende Analyse der Tiefenstruktur von Propositionen mit denotierenden Ausdrücken zeigt, kommt letzteren nur im Kontext von Propositionen Bedeutung zu.

Trotz der angesprochenen Schwierigkeiten, welche nach PoM in Ontologie, Semantik und Erkenntnistheorie immer mehr zutage treten, gibt Russell die Grundauffassung nicht auf, dass die Terme, aus denen die Propositionen bestehen, reale Objekte sind. In einem Brief an Frege vom 12.12.1904 vertritt Russell die Auffassung<sup>495</sup>, dass der Mont Blanc selbst eine Konstituente der Proposition 'Mont Blanc is over 1000 metres high' ist:

Concerning *Sinn* and *Bedeutung* I cannot see but difficulties which I cannot overcome. [...] I believe that in spite of all its snowfields Mont Blanc itself is a component part of what is actually asserted in the proposition [Satz], 'Mont Blanc is over 4000 metres high'. We do not assert the thought, for this is a private psychological matter: we assert the object of the thought, and this is, to my mind, a certain complex (an objective proposition [*ein objectiver Satz*], one might say) in which Mont Blanc is itself a component part. If we do not admit this, then we get the conclusion that we know nothing at all about Mont Blanc. (Frege 1980, 169).

Kommen wir nun zu einem weiteren, wichtigen Merkmal der Propositionen.

<sup>492</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 4.

<sup>493</sup> Betrachten wir folgenden Ausdruck (S1) und :

- S1** Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahl.
- S2** Es gibt ein  $x$ , das jetzt König von Frankreich ist.
- S3** Für alle  $y$  gilt: wenn  $y$  jetzt König von Frankreich ist, dann ist  $y = x$ .
- S4** Dieses  $x$  ist kahl.

Laut der ursprünglichen Auffassung wurde die entsprechende Proposition mit dem Funktionswert der PF 'x ist kahl' identifiziert, wobei für das  $x$  der denotierende Begriff 'der gegenwärtige König von Frankreich' eingesetzt wurde. Die neue Theorie hingegen interpretiert S1 als Konjunktion der Sätze S2, S3 und S4. Die verborgene Tiefenstruktur von S1, d.h. die entsprechende Proposition, nennen wir sie 'P1', wird durch die Angabe dieser Konjunktion gewissermaßen freigelegt. Der Ausdruck 'der gegenwärtige König von Frankreich' designiert nur, wenn die Konjunktion erfüllt wird.

<sup>494</sup> In Kapitel II unterscheide ich mit Beaney, [siehe Beaney (2009)] zwischen 3 Arten der Analyse. Siehe dazu Abschnitt 4.4.

<sup>495</sup> Im deutschen Original: "Man behauptet nicht den Gedanken, der ja psychologische Privatsache ist: man behauptet das objekt des Gedankens, und dies ist meines Erachtens ein gewisser Complex [...] worin der Mont Blanc selber ein Bestandtheil ist" (Frege (1976: 250-1)).

### 5.1.3. Die Propositionen sind die Wahrheitsträger

Im Folgenden geht es um die Beziehung der Propositionen zum Wahrheitsbegriff. Laut Moore und Russell können ausschließlich die Propositionen - aber nicht die Begriffe bzw. die R-Terme - wahr oder falsch sein. Wir werden gleich sehen, dass weder Russell noch Moore in ihrer frühen Philosophie eine ernstzunehmende Wahrheitstheorie entwickelt hat. Beide haben dazu eher naive Vorstellungen und vertreten möglicherweise eine Identitätstheorie oder so etwas wie eine primitivistische<sup>496</sup> oder redundante Auffassung von Wahrheit. Beginnen wir wieder mit Moores Ansichten aus NoJ.

#### 5.1.3.1. Moore

Laut Moore gibt es eine große Verwandtschaft zwischen den Propositionen und den Begriffen. Die Propositionen tragen, wie die gesamte Wirklichkeit, den Stempel der Begriffe, da laut Moore schließlich alles aus Begriffen besteht. Wie die Begriffe, sind auch die Propositionen nicht-mental, nicht-sprachlich, unveränderlich und unzerstörbar. Der wichtige Unterschied zwischen den Begriffen und den Propositionen betrifft - so Moore - die Tatsache, dass die Propositionen, und nicht die Begriffe<sup>497</sup> Wahrheitsträger sind. Laut Moore ist der Unterschied lediglich eine Frage der Komplexität. Eine Proposition wird nämlich - wie man in NoJ nachlesen kann - neben den einfachen Begriffen, durch eine spezifische Relation zwischen den Begriffen gebildet:

The difference between a concept and a proposition, in virtue of which the latter alone can be called true or false, would seem to lie merely in the simplicity of the former. (NoJ, 180)

Die Wahrheit und Falschheit einer Proposition, wie in der Fortsetzung des oben zitierten Abschnitts nachzulesen ist, hat mit einer besonderen Beziehung zwischen den Begriffen der Proposition zu tun, eine Beziehung, welche Moore allerdings für nicht weiter definierbar hält. Entsprechend dem Vorläufer von Russells PoA<sup>498</sup> scheint die Wahrheit etwas zu sein, was nur auf unmittelbare Weise aufgefasst werden kann. Moore schreibt:

A proposition is constituted by any number of concepts, together with a specific relation between them; and according to the nature of this relation the proposition may be either true or false. What kind of relation makes a proposition true, what false, cannot be further defined, but must be immediately recognised. (NoJ, 180)

---

<sup>496</sup> Siehe Korhoonen 2009.

<sup>497</sup> Und dies obwohl Moore Propositionen als komplexe Begriffe auffasst: "It would seem, in fact, from this example, that a proposition is nothing other than a complex concept." (NoJ, 180)

<sup>498</sup> Vergleiche mit folgender Stelle: "[...] that some conceptions, at least, must be indefinable. [...] such fundamental judgements, or axioms, will be found wherever we have two or more fundamental conceptions. Their truth must, for a successful study, be **intuitively apprehended [meine Hervorhebung]**; [...] no reason whatever can be given for their truth." (AMR, 163). Und auch: "[...] the meaning of the fundamental terms cannot be given, but can only be **suggested [meine Hervorhebung]**." (AoG, 411). Siehe auch Kapitel IV, Abschnitt 3.



Wahrheit und Falschheit werden von Moore weiters als Eigenschaften von bestimmten Begriffen und deren Relationen aufgefasst. Sie sind selbst also auch Begriffe, wie es im folgenden Auszug heißt. Wenn die Welt selbst aus Begriffen bestehend vorgestellt werden muss, macht eine Abgleichung der Propositionen mit einer nicht-begrifflichen Realität als Wahrheitskriterium im Sinne der Korrespondenztheorien keinen Sinn. Moore schreibt in NoJ:

It is at first sight tempting to say that truth of a proposition depends on its relation to reality; [...] we regard truth and falsehood as properties of certain concepts, together with their relations - a whole to which we give the name of proposition. [...] it would appear that the nature of a true proposition is the ultimate datum. [...] our conclusion is that truth is itself a simple concept; that it is logically prior to any proposition. (NoJ, 179-182)

Moore kommt zum Ergebnis, dass die Wahrheit einer Proposition nicht weiter hinterfragt werden kann, sondern als gegeben angenommen werden muss. Er unterscheidet in NoJ weiters zwischen einer subjektiven Behauptung (assertion) bzw. Bejahung (affirmation) und einer objektiven Bejahung. Eine Proposition ist eine Kombination von Begriffen, welche objektiv bejaht wird:

[...] a proposition is here to be understood, not as anything subjective - an assertion or affirmation of something - but as the combination of concepts which is affirmed. (NoJ, 183)

Die Wahrheit von Propositionen definiert sich laut Moore<sup>499</sup> schließlich über den Begriff der Existenz:

[...] that any proposition is true which consists of a combination of concepts that is actually to be found among existents. (NoJ, 179)

Wahre Propositionen sind im Prinzip nichts anderes als effektiv existierende Sachverhalte. So eine Position, bei der die Wahrheit mit der Realität identifiziert wird, wird heute manchmal als Identitätstheorie bezeichnet. Die Relation zwischen Wahrheit und Existenz soll dann im Abschnitt 5.1.4. besprochen werden.

### 5.1.3.2. Russell

Auf den ersten Seiten von PoM charakterisiert Russell die Propositionen - wie dies Moore vor ihm getan hat - standardmäßig als die Wahrheitsträger schlechthin:

A proposition, we may say, is anything that is true or that is false. (PoM, 12)

Die für den Wahrheitsbegriff relevante Frage betrifft wohl den Unterschied zwischen den Propositionen und den Begriffen. Der entscheidende Punkt ist, dass Propositionen sowohl

---

<sup>499</sup> "It is only maintained that existence is logically subordinate to truth; that truth cannot be defined by a reference to existence, but existence only by a reference to truth." (NoJ, 180)

aus Termen (Dingen) als auch aus Begriffen bestehen müssen. Russell äußert sich dazu wie folgt:

It is the presence of concepts not occurring as terms which distinguishes propositions from mere concepts; in every proposition there is at least one more concept than there are terms. (PoM, 212)

Der Unterschied zwischen den Proposition und den Begriffen ist letztlich aber auch laut Russell ein struktureller. Die Propositionen sind laut PoM spezielle Ganzheiten<sup>500</sup> - nämlich Einheiten<sup>501</sup> - welche Relationen enthalten. Für Russell heißt dies, dass die Propositionen durch die alleinige Angabe der Terme - also ohne die spezifischen Relationen zu nennen, um einen Ausdruck Moores zu verwenden - nicht identifizierbar sind. In seinen eigenen Worten:

But other wholes occur, which contain relations or what may be called predicates, not occurring simply as terms in a collection, but as relating or qualifying. Such wholes are always propositions. These are not completely specified when their parts are all known. (PoM, 140)

Dieser Unterschied zwischen den Propositionen und den Begriffen ergibt sich in letzter Instanz - wie im Abschnitt über die Relationen deutlich wurde - durch die Präsenz der Assertion bei den Propositionen. Im Appendix A schreibt Russell:

It is almost impossible, at least to me, to divorce assertion from truth, as Frege does. An asserted proposition, it would seem, must be the same as a true proposition. We may allow that negation belongs to the content of a proposition (Bs. p. 4), and regard every assertion as asserting something true. (PoM, 504)

Anders gesagt, der Unterschied zwischen einer Proposition und einem Begriff besteht in der Prädikation (im Sinne Russells):

It is the presence of concepts not occurring as terms which distinguishes propositions from mere concepts; in every proposition there is at least one more concept than there are terms. (PoM, 212)

Russells Behauptungen zur Assertion und zur Wahrheit richtig zu verstehen wird dadurch erschwert, dass er - wie ich in Abschnitt 5.3.6. zeigen will - mit mindestens zwei verschiedenen Assertionsbegriffen<sup>502</sup> operiert. Eine Assertion im ersten Sinne<sup>503</sup> ist jener Bestandteil einer Proposition, welcher übrig bleibt, wenn das logische Subjekt (bzw. die logischen Subjekte) abgezogen wird. Eine Assertion im zweiten Sinne hingegen ist so etwas wie die Behauptung. Genau dieser zweite Assertionsbegriff scheint der im Kontext der

---

<sup>500</sup> Siehe Abschnitt 3.2. oben

<sup>501</sup> Siehe Abschnitt 5.4.

<sup>502</sup> Siehe Abschnitt 5.3.

<sup>503</sup> Siehe dazu den Artikel "The Early Life of Russell's Notion of a Propositional Function" von Beaney. Beaney weist nach, dass Russell in der Endfassung von PoM an einigen Stellen den Assertionsbegriff (wie ich meine, den Assertionbegriff im ersten Sinne) durch den Begriff der propositionalen Funktion ersetzt wird.

Wahrheitstheorie relevant zu sein. Wenn sowohl die wahren als auch die falschen Propositionen eine Assertion im Sinne enthalten müssen, so ist eine Assertion im zweiten Sinne laut Russell nur bei den wahren Propositionen zu finden.

Die Assertion in diesem ersten Sinne müsste demnach laut Russell den Begriff der Wahrheit erhellen, insofern sie den eigentlichen Unterschied zwischen einer Propositionen und einem propositionalen Begriff ausmacht. Russell stuft diese Assertion als logische Assertion<sup>504</sup> ein und grenzt sie von einer psychologischen Assertion<sup>505</sup> ab:

True and false propositions alike are in some sense entities, and are in some sense capable of being logical subjects; but when a proposition happens to be true, it has a further quality, over and above that which it shares with false propositions, and it is this further quality which is what I mean by assertion in a logical as opposed to a psychological sense<sup>506</sup>. (PoM, 48-49)

Russell analysiert die Beziehung zwischen Assertionsbegriff und Wahrheitsbegriff in Kapitel IV von PoM, wobei 'Caesar died' sein Beispiel für eine Proposition und 'the death of Caesar' sein Beispiel für einen propositionalen Begriff ist. Er behauptet zunächst, dass nur bei der Proposition, und nicht beim propositionalen Begriff, eine Assertion vorliegt:

There appears to be an ultimate notion of assertion, given by the verb, which is lost as soon as we substitute a verbal noun, and is lost when the proposition in question is made the subject of some other proposition. This does not depend upon grammatical form: for if I say, "*Caesar died* is a proposition", I do not assert that Caesar did die, and an element, which his present in "*Caesar died*" has disappeared. (PoM, 48)

In Zusammenhang mit dem Prinzip (LS)<sup>507</sup> ergibt sich also, dass in der Proposition 'Caesar died' eine Assertion (im zweiten Sinne) vorliegt, welche laut Russell aber in der Proposition '*Caesar died* is a proposition' nicht (oder zumindest nicht in der selben Form) vorliegt. Dies müsste andererseits aber - so interpretiere ich Russells Überlegung - der Fall sein, da die erste Proposition eine Konstituente der Zweiten<sup>508</sup> ist. Russell gibt zu, dass er keine Lösung

---

<sup>504</sup> Zu dieser logischen Assertion äußert sich Russell auch so: "But there is another sense of assertion, very difficult to bring clearly before the mind..." (PoM, 49)

<sup>505</sup> Die psychologische Assertion ist nicht unsere Assertion im ersten Sinne.

<sup>506</sup> Russell scheint sich mit dem gemutmaßten "psychological sense", wohl entsprechend seiner Analyse von Propositionen auf jenen Teil der Proposition, nämlich die Assertion, zu beziehen, welche vom logischen Subjekt präzisiert wird.

<sup>507</sup> **L(S)**: Jeder RT kann auch als logisches Subjekt in Propositionen auftreten. In Russells Worten: "[...] every constituent of every proposition must, on pain of self-contradiction, be capable of being made a logical subject." (PoM, 48) Siehe Abschnitt 2.2.4.

<sup>508</sup> Wenn Russell im Appendix eine Art Paradoxon um die Assertion formuliert, scheint er wieder beide Assertionsbegriffe zu vermengen. Eine Assertion im ersten Sinne ist kein R-Term und daher auch kein Bestandteil einer im zweiten Sinn behaupteten Proposition. Er schreibt: "In "*p* implies *q*", either or both of the propositions *p, q* may be true, yet each, in this proposition, is unasserted in a logical, and not merely psychological sense. Thus assertion has a definite place among logical notions, though there is a psychological notion of assertion to which nothing logical corresponds. **But assertion does not seem to be a constituent of an asserted proposition [meine Hervorhebung]**. If *p* is a proposition, "*p*'s truth" is a concept which has being even if *p* is false, and thus "*p*'s truth" is not the same as *p* asserted." (PoM, 504)

für diese Schwierigkeit anbieten kann, welche anscheinend der wahren Natur von Wahrheit und Falschheit inhäriert:

Thus the contradiction which was to have been avoided, of an entity which cannot be made a logical subject, appears to have here become inevitable. This difficulty, which seems to be inherent in the very nature of truth and falsehood, is one with which I do not know how to deal satisfactorily. (PoM, 48)

Wenn Russell in PoM auch keine befriedigende Wahrheitstheorie entwickelt hat, bleibt die Assertion (im logischen Sinne) das entscheidende Element der Wahrheit. Eine Proposition ist demnach wahr, insofern sie ein vorliegender, effektiv behaupteter Sachverhalt ist. In diesem Sinne kann man Russells Äußerungen in PoM<sup>509</sup> über den Wahrheitsbegriff interpretieren, wenn er von der Erfüllung<sup>510</sup> spricht:

[...] if  $x$  belongs to the class of terms satisfying a propositional function  $\phi x$ , then  $\phi x$  is true."  
(PoM, 20)

Da auch die andere Richtung der Implikation als gültig angesehen wird, kann man annehmen, dass wir Russells Wahrheitstheorie - ähnlich wie dies Koorhonen<sup>511</sup> macht - wie folgt formulieren kann:

**(WP) A thing,  $a$ , has a property,  $F$ , if and only if the proposition ' $a$  is  $F$ ' is true.**

Koorhonen zeigt, dass Russell möglicherweise kein Anhänger der Identitätstheorie, sondern einer primitivistischen Wahrheitstheorie<sup>512</sup> ist. Russell selbst ist sich der Schwierigkeiten seiner Wahrheitstheorie in PoM durchaus bewusst, wie folgende Bemerkung<sup>513</sup> zeigt:

The nature of truth [...] belongs no more to the principles of mathematics than to the principles of everything else. I therefore leave this question to the logicians with the above brief indication of a difficulty. (PoM, 49)

Kommen wir nun zum letzten Punkt, nämlich zur Beziehung zwischen den Propositionen und der Existenz.

## 5.1.4. Die existenziellen Propositionen sind die Objekte der Wahrnehmung

### 5.1.4.1. Moore

---

<sup>509</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung aus CL: "[...] given any propositional function  $\phi(x)$ , certain values of  $x$  (or perhaps no values) render this function true, and are said to *satisfy* it." (CL, 5).

<sup>510</sup> Siehe auch folgende Formulierung zur Äquivalenz von Propositionen: "[...] if  $\phi x$  and  $\psi x$  are equivalent propositions for all values of  $x$ , then the class of  $x$ 's such that  $\phi x$  is true is identical with the class that of  $x$ 's such that  $\psi x$  is true." (PoM, 20)"

<sup>511</sup> Koorhonen (2009), 168.

<sup>512</sup> "Rather than an identity theorist, the early Russell was a *primitivist about truth*." (Koorhonen 2009, 167).

<sup>513</sup> Die hier intendierte Schwierigkeit betrifft den Assertionsbegriff, wie oben besprochen.

Wie wir im letzten Abschnitt erfahren haben, bringt Moore<sup>514</sup> den Begriff der Wahrheit in Zusammenhang mit dem Begriff der Existenz. Im Folgenden wollen wir zunächst den ontologischen Status der Existenz - und der existenziellen Propositionen - in Moores Philosophie hinterfragen. Anders als Kant ist Moore der Auffassung, dass es sich dabei ebenfalls um einen (richtigen) Begriff, wenn auch einen für uns besonders wichtigen Begriff handelt:

Existence is itself a concept; it is something which we mean; [...] It is not denied that this is a peculiarly important concept; that we are peculiarly anxious to know what exists. (NoJ, 180)

Eine existierende Entität<sup>515</sup> ist nach Moores Auffassung<sup>516</sup> demnach nichts anderes als ein Begriff oder ein Komplex von Begriffen, welcher in einer einzigartigen Relation zum Begriff der Existenz steht:

The opposition of concepts to existents disappears, since an existent is seen to be nothing but a concept or complex of concepts standing in a unique relation to the concept of existence. (NoJ, 182-183)

Die Wahrnehmung ist nun - so behauptet Moore - nichts anderes als die Erkenntnisart von existenziellen Propositionen, und keineswegs von nicht-propositionalen bzw. nicht-begrifflichen Objekten:

It now appears that perception is to be regarded philosophically as the cognition of an existential proposition; (NoJ, 183)

Die Objekte der Erkenntnis sind laut Moore immer Propositionen. Nach einer traditionellen Unterscheidung zwischen dem empirischen und dem nicht-empirischen Wissen sucht bei Moore daher vergeblich. Der Ausdruck 'cognition' im Zusammenhang mit (existenziellen) Propositionen ist typisch für den Realismus der *New Philosophy*. Er legt nahe, dass es sich hierbei um eine Art passives Erfassen<sup>517</sup> von jenen realen Objekten handelt, welche die Propositionen und die Begriffe für die platonistischen Realisten sind.

#### 5.1.4.2. Russell

Russells befindet sich wieder im Einklang mit Moore, wenn er in PoL behauptet, dass Wahrnehmung die Erkenntnis von etwas Existierendem ist:

In perception we know a proposition that something exists. (PoL, 164)

Die traditionelle Unterscheidung zwischen einer empirischen Erkenntnis (der Wahrnehmung) und einer nicht-empirischen (*a priorischen*) Erkenntnis hält für Russell deshalb für falsch, da

---

<sup>514</sup> NoJ, 179.

<sup>515</sup> Meine Übersetzung von 'existent'.

<sup>516</sup> Vergleiche auch mit: "[...] the great body of propositions, in which existence is joined to other concepts or syntheses of concepts, are simply true or false according to the relation in which it stands to them." (NoJ, 180)

<sup>517</sup> Vergleiche mit Russells Auffassung der Bekanntschaft und der Intuition. Siehe Anhang, Abschnitt 4.

unterstellt würde, dass nur in der zweiten Kategorie Propositionen erkannt würden. Russells Position ist zugleich erhellend wie banal. Erkenntnis ist - wie für Moore - immer Erkenntnis von Propositionen:

[...] we know a proposition equally in both cases. (PoL, 164)

Die Frage ist, wie Russell die Beziehung zwischen der Existenz und dem Sein beurteilt. Zur Beantwortung dieser Frage müssen wir auf den Termbegriff zu sprechen kommen. Dieser umfasst laut PoM alle erdenklichen Entitäten als mögliche Objekte des Denkens. Nicht umsonst wird der Name Meinongs von Russell und seinen Kommentatoren häufig in diesem Kontext genannt. Russell gebraucht den Begriff des Seins<sup>518</sup> nämlich auf äußerst inflationäre Weise, wenn er behauptet, dass allen R-Termen laut (LS)<sup>519</sup> Sein zugesprochen werden muss. Während der Termbegriff so universell wie das Sein ist, wird die Existenz von Russell enger gefasst. Er hält die Unterscheidung zwischen Sein und Existenz für fundamental, wie man in PoM erfährt:

It should be observed that *A* and *B* need not exist, but must, like anything that can be mentioned, have Being. The distinction of Being and existence is important, and is well illustrated by the process of counting. What can be counted must be something, and must certainly be, though it need by no means be possessed of the further privilege of existence. Thus what we demand of the terms of our collection is merely that each should be an entity. (PoM, 71)

Russell gibt allerdings nur eine banale Antwort. Für einen R-Term zu existieren heißt, eine spezifische Relation zum Begriff der Existenz zu haben:

Existence, on the contrary, is the prerogative of some only amongst beings. To exist is to have a specific relation to existence - a relation, by the way, which existence itself does not have. (PoM, 449-450)

Er argumentiert an dieser Stelle gegen die existentielle Theorie der Urteile<sup>520</sup>, wonach jede Proposition eine Proposition über etwas Existierendes ist:

[...] the existential theory of judgement - the theory, that is, that every proposition is concerned with something that exists. (PoM, 449-450)

Anschließend führt er ein Argument gegen diese existentielle Theorie der Urteile an. Wenn sich jede Proposition auf Existierendes beziehen würde, müsste dies auch auf die

---

<sup>518</sup> "Whatever may be an object of thought, or may occur in any true or false proposition, or can be counted as one, I call a term. This, then, is the widest word in the philosophical vocabulary. I shall use it as synonymous with it the words unit, individual, and entity. [...] **every term has being, i.e. /s in some sense [meine Hervorhebung]**. A man, a number, a class, a relation, a chimera... [...]; and to deny that such and such a thing is a term must always be false." (PoM, 43)

<sup>519</sup> "[...] every constituent of every proposition must, on pain of self-contradiction, be capable of being made a logical subject." (PoM, 48)

<sup>520</sup> Meine Übersetzung von 'existential theory of judgement'.

Proposition 'existence is an entity' zutreffen. Dann müsste man annehmen, dass die Existenz selbst auch existiert, was Russell offensichtlich als falsch ablehnt<sup>521</sup>:

Thus the consideration of existence itself leads to non-existential propositions, and so contradicts the theory." (PoM, 450)

Russell weist zudem darauf hin, dass die von der existentiellen Theorie der Urteile<sup>522</sup> ignorierte Unterscheidung zwischen Sein und Existenz in Zusammenhang mit der Negation (der Existenz) unverzichtbar ist. Negative Existenzaussagen wären nämlich ohne einen von der Existenz verschiedenen Seinsbegriff sinnlos, wie Russell feststellt:

[...] this distinction is essential, if we are ever to deny the existence of anything. For what does not exist must be something, or it would be meaningless to deny its existence; and hence we need the concept of being, as that which belongs even to the non-existent. (PoM, 450)

Russell unterscheidet in "The Existential Import of Propositions" (kurz 'EIP') aus dem Jahre 1905 zwischen zwei Arten von Existenz, welche anscheinend häufig verwechselt oder zumindest miteinander in Zusammenhang gebracht werden:

There are two meanings of this word ['existence', meine Ergänzung], as distinct as stocks in a flower-garden and stocks on the Stock Exchange, which yet are continually being confused or at least supposed somehow connected. Of these meanings only one occurs in philosophy or in common parlance, and only the other occurs in mathematics or in symbolic logic. (EIP, 98)

Die Bedeutung im ersten Sinn kommt im täglichen Leben und in der Philosophie vor und betrifft laut Russell ausschließlich Individuen wie Sokrates, Gott und Hamlet:

(a) The meaning of *existence* which occurs in Philosophy and daily life is the meaning which can be predicated of an individual: the meaning in which we inquire whether God exists, in which we affirm that Sokrates existed, and deny that Hamlet existed. (EIP, 98)

Der hier intendierte Begriff von Individuum ist nicht jener, wonach alle R-Terme<sup>523</sup> als Individuen aufgefasst werden. Gemeint sind die Objekte<sup>524</sup> des täglichen Lebens (die Russell'schen Dinge<sup>525</sup>), welche von Russell als Klassen von existierenden Entitäten aufgefasst werden. Russell teilt letztere nach Raum- und Zeitindizes in 4 Kategorien ein:

---

<sup>521</sup> Ob Russell hier einen unendlichen Regress vor Augen hat, ist nicht klar.

<sup>522</sup> "The theory seems, in fact, to have arisen from neglect of the distinction between existence and being." (PoM, 450)

<sup>523</sup> Siehe dazu Abschnitt 2.1. oben.

<sup>524</sup> "[...] the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc. are classes as one. (A person is a class of psychical existents, the others are classes of material points, with perhaps some reference to secondary qualities)." (PoM, 523). Und auch: "All classes, it would seem, as numbers, men, spaces, etc., when taken as single terms, are things;" (PoM, 45)

<sup>525</sup> Siehe Abschnitt 2.4.

Among terms which appear to exist, there are, we may say, four great classes: (1) instants, (2) points, (3) terms which occupy instants but not points, (4) terms which occupy both points and instants. (PoM, 465)

Die Existenz im ersten Sinne schließt demnach Raum- und/oder Zeitindices ein. Kommen wir nun zum zweiten Existenzbegriff.

Die Existenz im zweiten Sinne ist - so behauptet Russell in EIP - wird in der Logik gebraucht. Die Existenz in diesem logischen Sinne - so liest man in EIP- ist nämlich den Klassen (wie den Zahlen) vorbehalten. Für eine Klasse zu existieren heißt, mindestens ein Element zu haben. Weshalb allein die Nullklasse nicht existiert. Abstrakte Entitäten wie Klassen und Zahlen existieren - so schreibt Russell - aber nicht im ersten Sinne, weil sie nicht in Raum- und/oder Zeitindex sind. Der längere Absatz aus EIP soll hier zur Gänze abgedruckt werden:

(b) The sense in which existence is used in symbolic logic is a definable and purely logical sense, namely this: To say that *A* exists means that *A* is a class which has at least one member. Thus whatever is not a class (e.g. Socrates) does not exist in this sense; and among classes there is just one which does not exist, namely, the class having no members, which is called the null-class. In this sense, the class of numbers (e.g.) exists, because 1, 2, 3, etc., are members of it; but in the sense (a) the class and its members alike do not exist: they do not stand out in a part of space and time, or do they have that kind of a super-sensible existence which is attributed to the Deity. (EIP, 98-99)

Dieser auf die Klassen bezogene Existenzbegriff findet sich aber bereits in PoM:

A class is said to exist when it has at least one term. (PoM, 21)

Die Frage ist, ob eine Person wie Sokrates nicht doch auch im zweiten Sinne existieren können, da Personen und Ereignisse von Russell doch als eine Art Klasse<sup>526</sup> - nämlich als Klasse als Einheit - verstanden werden. Russell legt diese Interpretation selbst nahe, wenn er sagt, dass für die Logik und die Mathematik alle Entitäten gleich sind, unabhängig davon ob sie im Sinne (a) existieren oder nicht.

All entities, whether they exist or whether they do not exist in (sense(a)), are alike to symbolic logic and mathematics. [...] All the members of every class are among realities<sup>[1]</sup>, in the only sense in which symbolic logic is concerned with realities. (EIP, 98-99)

Möglicherweise bezieht sich Russell beim zweiten Existenzbegriff auf die Klassen als Vielheit. Im letzten Satz spricht Russell dann vom universellen Sein, wie es laut PoM allen

---

<sup>526</sup> Russell fasst die Personen ebenfalls als Klassen auf: "A person is a class of psychical existents..." (PoM, 523). Und: "[...] the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc. are classes as one. (A person is a class of psychical existents, the others are classes of material points, with perhaps some reference to secondary qualities)." (PoM, 523). Und auch: "All classes, it would seem, as numbers, men, spaces, etc., when taken as single terms, are things;" (PoM, 45)



R-Termen zugesprochen werden muss. Die Existenz der Klassen<sup>527</sup> im zweiten Sinne setzt demnach dieses universelle Sein voraus. Die Frage ist, ob die Existenz im zweiten Sinne mit diesem Sein zusammenfällt.

Man könnte die Überlegungen Russells in folgendem Schema zusammenfassen. Man vergleiche diese Beispiele mit jenen<sup>528</sup>, welche Russell bei der Definition von 'Term' in PoM anführt.

	does not exist	does exist
<b>Sense (a)</b>	Hamlet <sup>529</sup> , Apollo, Numbers, the present King of France	Socrates
<b>Sense (b)</b>	a Centaur, the round square, Nectar and Ambrosia <sup>530</sup> , the present King of France, Apollo, Priam... Socrates?	Numbers

Problematisch ist, dass auch jene Terme, welche auch im zweiten Sinne nicht existieren, doch über Sein verfügen müssen. Wie wir wissen, ruft die Negation dieses Seins laut Russell Überzeugungen zu dieser Zeit einen Widerspruch<sup>531</sup> hervor.

Negative Existenzaussagen wie 'there are no Centaurs' werden in EIP im Rahmen der Denotationstheorie interpretiert. Da kein  $x$  die PF 'x is a Centaurs' erfüllt, handelt es sich bei den Zentauren um die Nullklasse. Es liegt zwar denotierender Begriff (und ein PF) vor, dieser denotiert aber kein Individuum, wie folgender Bemerkung zu entnehmen ist:

But it is natural to inquire what we are going to say about Mr. McColl's classes of unrealities, centaurs, round squares, etc. Concerning alls these we shall say simply that they are classes

<sup>527</sup> Wobei die Nullklasse nicht als Klasse anzusehen ist, da sie im Sinne (b) nicht existiert. Siehe Abschnitt 2.5.5.

<sup>528</sup> Vergleiche mit: "Being belongs to whatever **can be counted** [meine Hervorhebung]. [...] Numbers, the Homeric gods, relations, chimeras and four-dimensional spaces all have being, for if they were not entities of a kind, we could make no propositions about them." (PoM, 449) Und auch: "A man, a number, a class, a relation, a chimera, or anything else that **can be mentioned** [meine Hervorhebung], is sure to be a term; and to deny that such and such a thing is a term must always be false." (PoM, 43)

<sup>529</sup> 'Hamlet' wird anders eingestuft als 'a Centaur', da es sich um ein Individuum und keine Klasse handelt. Wenn Russell aber später die Namen mythischer Personen wie 'Apollo' und 'Priamus' anführt, ist nicht weiter klar, warum dies im Fall von 'Hamlet' anders liegen soll. Wenn Russell die Signifikate solcher Namen, als denotierende Begriffe einstuft, ist nicht unmittelbar einzusehen, warum es sich hier nicht auch um Individuen handeln soll. 'Hamlet' kann - laut Russells Theorie - anders als 'a Centaur' denotiert werden.

<sup>530</sup> Russell schreibt, dass, obwohl es sich zunächst um Individuen zu handeln scheint, es sich so verhält wie beim Beispiel 'the present King of France', dass nämlich zwar ein denotierender Begriff vorliegt, dieser aber kein Individuum denotiert.

<sup>531</sup> "[...] every term has being, i.e. *is* in some sense. A man, a number, a class, a relation, a chimera, or anything else that can be mentioned, is sure to be a term; and to deny that such and such a thing is a term must always be false."(PoM, 43)

which have no members, so that each of them is identical with the null-class. There are no Centaurs; 'x is a Centaur' is false whatever value we give to x [...]. [...] Similarly, there are no round squares. [...] 'the present King of France' is a similar [as 'the present King of England', **meine Ergänzung**] complex concept denoting nothing. The phrase intends to point out an individual, but fails to do so: it does not point out an unreal individual, but no individual at all.

The same explanation applies to mythical personages, Apollo, Priam, etc. (EIP, 99)

Russell vertritt in EIP - anders als in PoM - eine dreistufige Semantik<sup>532</sup>, wie er sie wenige Monate nach dem Erscheinen von PoM in seiner Theorie von Bedeutung und Denotation entwickelt hat. Namen wie 'Apollo' und 'Priamus' haben laut dieser Theorie zwar eine Bedeutung, aber keine Denotation. Da sie überhaupt keinen R-Term denotieren, gehen sie ins Leere bzw. ins Nicht-Sein:

These words have a *meaning*, which can be found by looking them up in a classical dictionary; but they have not a *denotation*: there is no entity, real or imaginary, which they point out. (EIP, 100)

Bei dieser Kategorie von R-Termen, welche auch im Sinne (b) nicht existieren, ergibt sich in Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen ein erkenntnistheoretisches Problem<sup>533</sup>. Später werden wir der Frage nachgehen, inwiefern hier die Prinzipien (TCA) und (PoA) verletzt werden. Im folgenden Abschnitt soll es nun um die verschiedenen Typen von Propositionen gehen, wie Russell sie in PoM entwickelt hat.

## 5.2. Klassifikation der Propositionen

### 5.2.1. Die Subjekt-Prädikat Propositionen 135

### 5.2.2. Die relationalen Propositionen 137

### 5.2.3. Die kardinalen Propositionen 140

### 5.2.4. Die Klassen-Propositionen 145

### 5.2.5. Äquivalente Propositionen 149

In folgendem Abschnitt sollen anhand der Beispiele und Bemerkungen aus PoM auf die verschiedenen Grundtypen von Propositionen eingegangen werden. Russell nennt zunächst derer drei, von denen wir in Zusammenhang mit SPT und den Relationen bereits zwei, nämlich die Subjekt-Prädikat Propositionen und die relationalen Propositionen, kennen

---

<sup>532</sup> Siehe Kapitel III.

<sup>533</sup> Das Prinzip (PoA) nennt - wie wir sehen werden - für das Verständnis einer Proposition ja die Bekanntschaft mit jedem Term, der in ihr vorkommt bzw. der in ihr enthalten ist. Das Verständnis der Proposition 'there are no Centaurs' würde so die Bekanntschaft mit (im Sinne(b)) inexistenten Termen erfordern, was unmöglich ist. Russell ändert (PoA) dahingehend ab, dass nur die Bekanntschaft mit dem denotierenden Begriff erforderlich ist. Die Referenzverschiebung bewirkt, dass die denotierenden Begriffe die von ihnen denotierten Terme in den Propositionen semantisch vertreten. (PoA\*) erfordert also nur Bekanntschaft mit den effektiv im Satz vorliegenden Konstituenten, den denotierenden Begriffen. So muss etwa der denotierende Begriff 'Centaur' bekannt sein, was nichts anderes bedeutet als dass man mit der Bedeutung des Ausdrucks 'Centaur' bekannt sein muss, um die Proposition zu verstehen. Dass es keine Zentauren gibt, versteht Russell so, dass der denotierende Begriff 'Centaur' eben keine Denotation aufweist. Siehe Kapitel IV, Abschnitt 4.

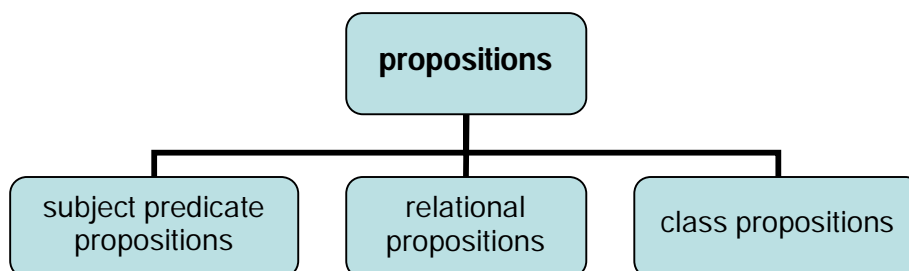
gelernt haben. Wie sich zeigen wird, gehört der im folgenden Satz erwähnte dritte Typus, die "kardinalen"<sup>534</sup> Propositionen, dann zu den Klassenpropositionen.<sup>535</sup> Russell schreibt:

Next after subject-predicate propositions come two types of propositions which appear equally simple. These are the propositions in which a relation is asserted between two terms, and those in which two terms are said to be two. (PoM, 95)

An anderer Stelle nennt Russell dann die drei Haupttypen: die Subjekt-Prädikat Propositionen, die relationalen Propositionen und die Klassenpropositionen. In seinen eigenen Worten:

Thus we have, in the case of every predicate, three types of propositions which imply one another, namely, "Socrates is human", "Socrates has humanity", and "Socrates is a man". The first contains a term and a predicate, the second two terms and a relation (the second term being identical with the predicate of the first proposition)[...], while the third contains a term, a relation, and what I shall call a disjunction... (PoM, 54)

Bevor wir mit der Analyse der Subjekt-Prädikat Propositionen beginnen, halten wir diese drei Typen von Propositionen in einem Schema fest:



Im Folgenden wird deutlich, dass die Propositionen auf ihre Struktur und die enthaltenen R-Terme hin analysiert werden. Beginnen wir mit den Subjekt-Prädikat Propositionen.

### 5.2.1. Die Subjekt-Prädikat Propositionen

Der einfachste Typus sind laut PoM die Subjekt-Prädikat Propositionen<sup>536</sup>, welche aus genau einem Term und einem Prädikat bestehen. Dabei muss das Prädikat als Begriff<sup>537</sup> und nicht als Term auftreten. In Russells Worten:

The simplest of propositions are those in which one predicate occurs otherwise than as term, and there is only one term of which the predicate in question is asserted. (PoM, 54)

<sup>534</sup> Ich will sie so nennen.

<sup>535</sup> "All these are of one of the three equivalent types which we distinguished at the beginning of chapter V, which may called respectively subject-predicate propositions, propositions asserting the relation of predication, and propositions asserting membership of a class." (PoM, 96)

<sup>536</sup> Dabei wird der Term als das logische Subjekt, das als Begriff vorkommende Prädikat als Teil der Assertion analysiert. Zur Analyse nach dem Schema Assertion/logisches Subjekt siehe den nächsten Abschnitt.

<sup>537</sup> Wie in Abschnitt 2.4. deutlich wurde, können Begriffe auch als Terme auftreten, was einen weiteren Begriff in der Proposition erfordert, welcher allerdings als Begriff auftreten muss.

Wie in Abschnitt 2.4. deutlich wurde, können Begriffe auch als Terme auftreten, was aber einen weiteren Begriff in der Proposition erfordert, welcher allerdings als Begriff auftreten muss. Auf diese Weise deute ich folgende Behauptung Russells:

[...] in every proposition there is at least one more concept than there are terms. (PoM, 212)

Russells Beispiel einer Subjekt-Prädikat Proposition will ich P1 nennen:

P1 Socrates is - a man<sup>538</sup>.

Aufgrund der Tatsache, dass Prädikate und Klassenbegriffe<sup>539</sup> fast dasselbe sind, können wir auch die Propositionen mit einem Klassenbegriff zu den Subjekt-Prädikat Propositionen gezählt. Russells Beispiel wollen wir zunächst P1\* nennen:

P1\* Socrates is a man.

Wie sich zeigen wird, ist P1\* laut Russell aber zweideutig, wie er in einer Fußnote<sup>540</sup> bemerkt. Dabei ist es die Lesart P2, und nicht P5<sup>541</sup>, welche Russell in die semantische Nähe von P1 ansiedelt. Russell setzt einen Bindestrich vor den unbestimmten Determinator, um die "Klassenbegriffsproposition" - wie ich sie nenne - zu kennzeichnen:

P2 Socrates is - a man.

Wenn man P1\* hingegen als 'Socrates is a - man' (als P5) liest, liegt laut Russells Auffassung nicht eine Proposition mit einem Klassenbegriff vor, sondern eine Klassen-Proposition. Letztere<sup>542</sup> muss - wie wir sehen werden - laut Russell als eine Quasi-Identitätsaussage interpretiert werden, insofern die Identität eines Terms mit einem Element einer Klasse (als Ganzheit) ausgedrückt wird. Auf den Unterschied zwischen den beiden Typen werden wir noch näher eingehen. Zunächst wollen wir bei den Subjekt-Prädikat Propositionen bleiben.

Da die Subjekt-Prädikat Propositionen aus einem Term und einem Begriff bestehen, gibt es - anders als bei den relationalen Propositionen - genau eine Möglichkeit, die Proposition in Subjekt und Assertion zu zerlegen:

But in some propositions, there is only a single way [of making the analysis, meine Ergänzung]: these are the subject-predicate propositions, such as "Socrates is human".  
(PoM, 44)

---

<sup>538</sup> PoM, 54. Vergleiche auch mit: "It is characteristic of the terms of a proposition that any one of them may be replaced by any other entity without ceasing to have a proposition. Thus we shall say that "Socrates is human" is a proposition having only one term..." (PoM, 44)

<sup>539</sup> Siehe Abschnitt 2.5.3. oben.

<sup>540</sup> "There are two allied propositions expressed by the same words, namely "Socrates is a - man" and "Socrates is - a man." (PoM, 54)

<sup>541</sup> P5 ist 'Socrates is a - man'. Siehe Abschnitt 3.2.4.

<sup>542</sup> Siehe Abschnitt 3.2.4.

Bei so einer Analyse wird, wie uns das Beispiel Russells zeigt, neben dem Prädikat 'human' auch die Kopula 'is' der Assertion zugerechnet. An einer anderen Stelle scheint Russell die Kopula als ein (logisches) Verb und damit als einen zweiten Begriff einzustufen:

Thus we shall say that "Socrates is human" is a proposition having only one term; of the remaining components of the proposition, one is the verb, the other is a predicate. (PoM, 45)

Damit würde es sich bei den Subjekt-Prädikat Propositionen allerdings um Propositionen mit einem Term und zwei Begriffen handeln, eine Ansicht, welcher Russell aber offensichtlich widerspricht. Wie wir im Abschnitt über die Relationen erfahren haben, stehen die Verben<sup>543</sup> laut Russell gewöhnlich für Relationen, welche Terme verknüpfen. Der Punkt ist, dass dies nicht auf die Kopula zutrifft, welche das Subjekt und das Prädikat der Proposition verbindet. In den Subjekt-Prädikat Propositionen liegt laut Russell keine echte Relation vor. Er spricht in PoM sogar von einer Pseudorelation<sup>544</sup>. Laut meiner Interpretation handelt er sich um eine spezielle Teil-Ganzes Relation<sup>545</sup>, welche zwischen einer Propositionen und ihren Konstituenten vorliegt. Der Punkt, auf den auch Griffin<sup>546</sup> hinweist, ist, dass die Teil-Ganzes Beziehung<sup>547</sup> von Russell um 1900 als die einzige interne Relation<sup>548</sup> - und damit nicht wirkliche Relation - betrachtet wird.

### 5.2.2. Die relationalen Propositionen

Wie im Abschnitt 4.1. über die Relationen<sup>549</sup> deutlich wurde, behauptet Russell, dass es neben den Subjekt-Prädikat Propositionen die Klasse der relationalen Propositionen gibt. Die traditionelle Ablehnung der relationalen Propositionen folgt laut Russell - wie wir wissen - aus SPT<sup>550</sup>. Die relationalen Propositionen wurden aufgrund von SPT als auf Subjekt-Prädikat Propositionen reduzierbar eingestuft. Russell hingegen ist der festen Überzeugung, dass diese Propositionen - wie auch eine weitere Klasse von Propositionen<sup>551</sup> - die "kardinalen" Propositionen - nicht auf die Subjekt-Prädikat Propositionen zurückgeführt werden können. Alle drei Grundtypen von Propositionen gelten laut Russell als gleichermaßen "einfach"<sup>552</sup>:

Next after subject-predicate propositions come two types of propositions which appear equally simple. These are the propositions in which a relation is asserted between two terms, and those in which two terms are said to be two. (PoM, 95)

---

<sup>543</sup> "Every verb, in the logical sense of the word, may be regarded as a relation;" (PoM, 52)

<sup>544</sup> "[...] the pseudo-relation of subject to predicate." (PoM, 95)

<sup>545</sup> Die Propositionen sind für Russell - wie wir noch sehen werden - die einzigen Einheiten. Siehe Abschnitt 5.4.

<sup>546</sup> Siehe Griffin (2003): 105.

<sup>547</sup> Russell unterscheidet in PoM drei Typen von Teil-Ganzes Beziehung. Siehe die Abschnitte 3.2. und 5.4.1.

<sup>548</sup> Ähnliches müsste dann auch für Identitätsaussagen wie 'Socrates=Socrates' zutreffen.

<sup>549</sup> Siehe Abschnitt 4.1.

<sup>550</sup> "The traditional view - which may be called the subject-predicate theory - holds that in every proposition there is one term, the subject, and one concept which is not a term, the predicate." (PoM, 221)

<sup>551</sup> Die "kardinalen" Propositionen.

<sup>552</sup> 'Einfach' ist hier wohl im Sinne der regressiven Analyse zu verstehen und bedeutet so viel wie 'logisch grundlegend'. Zur regressiven Analyse, siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.2.

Russell führt für seine Position, wonach die relationalen Propositionen auf nicht auf die Subjekt-Prädikat Propositionen reduzierbar sind, sowohl ontologische als logische auch Argumente an. Die ontologischen Motive<sup>553</sup> hängen mit dem intensionalen Status der Relationen als jenen speziellen Begriffen zusammen, welche mindestens zwei extensionale Terme verbinden:

A relation between two terms is a concept which occurs in a proposition in which there are two terms not occurring as concepts [...], and in which the interchange of the two terms gives a different proposition. (PoM, 95)

Die logischen Motive hängen mit der angesprochenen Unaustauschbarkeit der Terme in relationalen Propositionen zusammen, wobei die Terme geordnet<sup>554</sup> sein müssen - wie in Abschnitt 4.2. deutlich wurde. Russell schlägt für die relationalen Propositionen die bekannte Notation vor:

A relational proposition may be symbolized by  $aRb$ , where  $R$  is the relation and  $a$  and  $b$  are the terms; and  $aRb$  will then always, provided  $a$  and  $b$  are not identical, denote a different proposition from  $bRa$ . (ibid.)

Die Ausrichtung (sense) von Relationen ist laut Russell in der Mathematik von grundlegender Wichtigkeit<sup>555</sup> und erweist sich daher vor allem in Teil IV ("Order") von PoM und in den Kapiteln V ("Infinity and Continuity") und VI ("Space") von PoM als zentraler Begriff.

Russell meint, dass die Philosophen die relationalen Propositionen traditionell als zweistellig angenommen haben, um sie dann auf Subjekt-Prädikat Propositionen zu reduzieren. Die Tatsache, dass in der Mathematik mit mehrstelligen Relationen gearbeitet wird, macht deutlich, dass es mehrstellige Relationen und damit auch Propositionen mit mehr als zwei Termen gibt:

Philosophers seem usually assume - though not, so far as I know, explicitly - that relations never have more than two terms; and even such relations they reduce, by force or guile, to predications. Mathematicians, on the other hand, almost invariably speak of relations of many terms... But we see no *à priori* reasons for limiting relations to two terms, and there are instances which lead to the opposite view. (PoM, 212)

Als Beispiel für Propositionen mit einer mehrstelligen Relation<sup>556</sup> analysiert Russell die Propositionen (bzw. Schemata von Propositionen) mit der dreistelligen Relation 'between'<sup>557</sup>:

---

<sup>553</sup> Siehe Abschnitt 4.2. über die Relationen.

<sup>554</sup> "We may distinguish the term *from* which the relation proceeds as the *referent*, and the term *to* which the relation proceeds as the *relatum*. The sense of a relation is a fundamental notion, which is not capable of definition." (PoM, 96)

<sup>555</sup> "[...] the *sense* of the relation, and is, as we shall find, the source of order and series." (PoM, 95)

<sup>556</sup> Meine Übersetzung von 'triangular relation'.

<sup>557</sup> Diese Analyse findet sich auf den Seiten 207-217 von PoM.

A term  $y$  is between to terms  $x$  and  $z$  with reference to a transitive asymmetrical relation  $R$  when  $xRy$  and  $yRz$ . [...] this definition gives not merely a criterion, but the very *meaning* of betweenness. (PoM, 213)

Unabhängig von der zweifelsfreien Existenz mehrstelliger Relationen, diskutiert Russell die Möglichkeit, dass alle relationalen Propositionen letztlich auf relationale Propositionen mit zwei Termen reduzierbar sind:

It might be held, however, that all propositions not of the subject-predicate type, and not asserting numbers, could be reduced to propositions containing two terms and a relation. This opinion would be more difficult to refute, but this too, we shall find, has no good grounds in its favour [...]. (PoM, 95)

Auch wenn Russell die Reduktion für möglicherweise technisch machbar<sup>558</sup> hält, optiert er für die mehrstelligen Relationen. Er meint in PoM:

If, however, the reduction be held essential, it seems to be always formally possible, by compounding part of the proposition into one complex term, and then asserting a relation between this part and the remainder, which can be similarly reduced to one term. There may be cases where this is not possible, but I do not know of them. The question whether such a formal reduction is to be always undertaken is not, however, so far as I have been able to discover, one of any great practical or theoretical importance. (PoM, 213)

Russells in PoM häufig genannte Beispiele für Propositionen mit zweistelligen Relationen sind jedenfalls die beiden folgenden:

P3 Socrates has humanity.<sup>559</sup>

P4 Humanity belongs to Socrates.<sup>560</sup>

P3 und P4 gelten in PoM - wie wir noch sehen werden - zwar äquivalent, aber aufgrund der Verschiedenheit ihrer Konstituenten nicht als identisch. Laut Russell gilt das Prinzip, dass eine relationale Propositionen mit der Relation  $R$  nicht mit der relationalen Proposition mit vertauschten Termen und der Umkehrrelation  $R'$  identisch ist, obwohl sich beide Propositionen gegenseitig implizieren. Dies gilt - aufgrund der Ordnung (sense) in Relationen - sogar im Fall von symmetrischen Relationen, wie Russell behauptet:

It must be held as an axiom that  $aRb$  implies and is implied by a relational proposition  $bR'a$ , in which the relation  $R'$  proceeds from  $b$  to  $a$ , and may or may not be the same relation as  $R$ . But even when  $aRb$  implies and is implied by  $bRa$ , it must be strictly maintained that these are different propositions. (PoM, 96)

---

<sup>558</sup> Russell bringt dann aber ein Gegenbeispiel: "This proposition [A is here now, meine Hinzufügung] means "A is in this place at this time." It will be shown in Part VII that the relation expressed is not reducible to a two-term relation." (PoM, 44)

<sup>559</sup> PoM, 54.

<sup>560</sup> PoM, 45.

Diesen Sachverhalt deute ich als Beleg für die Tatsache, dass die Propositionen in PoM - und dies gilt in besonderem Maße von den relationalen Propositionen - ebenso wie die R-Terme, aus denen sie bestehen - letztendlich als strukturierte (intensionale) Objekte aufgefasst werden. Der Begriff der relationalen Propositionen wird - wie wir im Abschnitt 5.5. erfahren werden - durch den Begriff der PF<sup>561</sup> insofern eine neue Fundierung erfahren, da sich die Analyse nach dem Schema Subjekt/Assertion laut Russell in gewissen Fällen als zu simpel erweist:

Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, onto a subject and an assertion; but this analysis becomes impossible when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of relation. Hence it became necessary to take *propositional function* as a primitive notion. (PoM, 106)

In folgender Bemerkung aus dem Kapitel über die PF fasst Russell das bekannte Schema für zweistellige Relationen als PF mit zwei Variablen auf:

The simplest instance of this case is  $xRy$  where  $R$  is a constant relation, while  $x$  and  $y$  are independently variable. It seems evident that this is a propositional function of two independent variables... (PoM, 85)

Die Funktionen werden von Russell in PoM - wie in Abschnitt 4.3. bereits deutlich wurde - als grundlegender<sup>562</sup> als die Relationen eingestuft. Dies sollte zu den relationalen Propositionen zunächst genügen.

### 5.2.3. Die kardinalen Propositionen

In Kapitel IX von PoM erwähnt Russell neben den Subjekt-Prädikat Propositionen und den relationalen Propositionen einen weiteren Typus von Propositionen, welche ich "kardinale Propositionen"<sup>563</sup> nennen könnte. Ich werde gleich zeigen, dass diese Propositionen, welche Konjunktionen enthalten, für Russell rudimentäre Klassenpropositionen sind. Er definiert sie zunächst wie folgt:

There are the propositions in which a relation is asserted between two terms, and those in which two terms are said to be two. (PoM, 95)

Solche Propositionen teilen mit den relationalen Propositionen die Eigenschaft, mehr als nur einen Term zu haben. In den kardinalen Propositionen wird von dieser Mehrzahl von Termen gewissermaßen die Anzahl prädiert. Solche Pluralobjekte sind als eine Art Vorstufe zu den Klassen-Propositionen anzusehen.

---

<sup>561</sup> Auch die PF sind letztendlich intensionale Objekte, welche sich übrigens ohne Rückgriff auf die Propositionen gar nicht definieren lassen. Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 6.

<sup>562</sup> "[...] the idea of functionality is more fundamental than that of relation." (PoM, 264)

<sup>563</sup> Russell spricht von ihnen als "Propositions asserting numbers". (PoM, 95)



Genauso wenig wie die hier ebenfalls angeführten relationalen Propositionen auf die Subjekt-Prädikat Propositionen reduzierbar sind, sind die kardinalen Propositionen laut Russell auf die relationalen Propositionen reduzierbar. Russell führt die kardinalen Propositionen bereits in PoL als Beispiele von Propositionen an, welche entgegen SPT, nicht auf Subjekt-Prädikat Propositionen zurückgeführt werden können. Solche Propositionen - so heißt es dort - behaupten die Pluralität der Subjekte<sup>564</sup>:

The plainest instances of propositions not so reducible are the propositions which employ mathematical ideas. All assertions of numbers, as e.g. "There are three men", essentially assert plurality of subjects, though they may also give a predicate to each of the subjects. (PoL, 12)

Bei den kardinalen Propositionen sind die Terme im Unterschied zu den relationalen Propositionen aber nicht geordnet, wie Russell feststellt. Daher können die Terme - anders als bei relationalen Propositionen - *salva propositione*<sup>565</sup> vertauscht werden.

A relation between two terms is a concept which occurs in a proposition in which there are two terms not occurring as concepts<sup>566</sup>, and in which the interchange of the two terms gives a different proposition. This last mark is required to distinguish a relational proposition from one of the type "*a* and *b* are two", which is identical with "*b* and *a* are two. (PoM, 95)

Das Problem, dem wir auf den nächsten Seiten nachgehen wollen, betrifft die Frage, ob die kardinalen Propositionen der Form '*a* and *b* are two' mit Propositionen der Form '*a* and *b* are two terms'<sup>567</sup>, identisch sind. Diese Frage betrifft die Relation zwischen den R-Termen und den Klassen, welche einen für das Paradoxon relevanten Bereich darstellen. Zunächst erscheint es naheliegend, die Frage positiv zu beantworten, wenn man sich vor Augen hält, dass Russell die R-Terme nämlich als abzählbare Entitäten definiert:

Whatever may be an object of thought, or may occur in any true or false proposition, or **can be counted as one** [meine Hervorhebung], I call a "term". (PoM, 43)

Wie in Abschnitt 2 deutlich wurde, Russell kennzeichnet die R-Terme<sup>568</sup> - möglicherweise an pythagoreische und auch mittelalterliche Vorstellungen anknüpfend - als die Quelle für Einheit und Pluralität<sup>569</sup>. So könnte man meinen, dass aus Russells Termbegriff folgt, dass 'x

---

<sup>564</sup> [meine Übersetzung von "assert the plurality of subjects"].

<sup>565</sup> D.h. ohne die Bedeutung der Proposition zu verändern.

<sup>566</sup> This description, as we saw above (§48), excludes the pseudo-relation of subject to predicate. [Russells Anmerkung]

<sup>567</sup> Alternativ dazu: '*a* and *b* are two beings' oder auch '*a* and *b* are two entities'.

<sup>568</sup> Russell selbst ist sich der Tragweite bzw. der Implikationen seines Termbegriffs natürlich bewusst: "*Term* is therefore, a useful word, since it marks dissent from various philosophies, as well as because, in many statements, we wish to speak of *any* term or *some* term." (PoM, 44)

<sup>569</sup> "Numerical identity and numerical diversity are the source of unity and plurality; and thus the admission of many terms destroys monism." (PoM, 44). Siehe Abschnitt 2.3.

is' mit 'x is one' identisch ist. In PoM findet sich tatsächlich eine Formulierung, welche in diese Richtung gedeutet werden kann:

[...] it seems undeniable that every constituent of every proposition can counted as one...  
(PoM, 44)

Im zweiten Teil von PoM ("number") zeigt sich aber, dass Russell die kardinalen Propositionen nicht in einer logischen Nähe zum Termbegriff ansiedelt. Dabei beruft er sich auf Frege, welcher die mit dem Objektbegriff verknüpfte Einheit als sehr beiläufig einstuft:

The sense in which every object is *one*, which is apparently involved in speaking of *an* object, is, as Frege urges\*, a very shadowy sense, since it is applicable to everything alike. (PoM, 132)

\* Grundlagen der Arithmetik, Breslau, 1884, p. 40.

Während die kardinalen Propositionen eine Einheit implizieren, schließt der Termbegriff hingegen scheinbar keine definierte Form von Einheit ein. Die präzise, mathematische Bedeutung von Einheit in Sinne der Abzählbarkeit erfolgt bei Russell erst in Zusammenhang mit den Klassen<sup>570</sup> und der Elementschaftsbeziehung. So bezieht sich Russell beispielsweise in der folgenden Bemerkung auf die Einerklasse:

But the sense in which a class may be said to have one member is quite precise. [...] Here the one-ness is a property of the class, which may therefore be called class-unit. (PoM, 132-133)

Bekanntlich fasst Russell die Zahlen in der logizistischen Zahlentheorie auf geniale Weise als Klassen von Klassen auf:

Numbers are classes of classes, namely of all classes similar to a given class. Here classes have to be understood in sense of numerical conjunctions in the case of classes having many terms. (PoM, 136)

Daneben Russell führt in Kapitel XV ("Addition of Terms and Addition of Classes) explizit ein Argument dafür an, dass die kardinalen Propositionen - und damit das Zählen - auf den Klassen und nicht auf den Termen basieren. Das Element einer Einerklasse kann nämlich seinerseits - so heißt es dort - eine Klasse mit vielen Elementen sein. Damit steht fest, dass die Einheit so einer Klasse mit der Logik der Terme nicht zu erklären ist. Dazu ist nämlich die Relation der Elementschaft erforderlich und diese ist wird von den Klassen - und nicht von den R-Termen - ausgesagt, wie Russell anschließend klarstellt:

The *x* which is its only member may be itself a class of many terms, and this shows that the sense of *one* involved in *one term* or *a term* is not relevant to Arithmetic, for many terms as such may be a single member of a class of classes. *One*, therefore, is not to be asserted of terms, but of classes having one member in the above sense... (PoM, 133)

---

<sup>570</sup> Siehe die Abschnitte 3.2. und 5.4.

Daraus folgt letztlich, dass die Terme für sich - ohne die Zahlen bzw. Klassen von Klassen vorauszusetzen - gar nicht abzählbar sind:

The member of  $u$ , in this case, will itself be none or one or many if  $u$  is a class of classes; but if  $u$  is a class of terms, the number of  $u$  will be neither none nor one nor many, but simply a term. (PoM, 133)

Beim Zählen, so der entscheidender Punkt nach Russell, werden die Zahlen nämlich vorausgesetzt, wobei dann die abzuzählenden Terme bzw. Objekte in eine bijektive Beziehung gesetzt werden:

What I wish now to point out is the logical process involved in the act of counting, which is as follows. When we say one, two, three, etc., we are necessarily considering some one-one relation which holds between the numbers used in counting and the objects counting. [...] Thus we correlate a class of objects with a class of numbers. [...] Moreover the process of counting gives us no indication as to what the numbers are... Hence counting is irrelevant in the foundation of Arithmetic... (PoM, 133)

Russell schließt Zirkularität der Definition der Zahlen ausdrücklich aus und zeigt, dass die Definition von 'Term' die Zahl 1 bereits voraussetzt<sup>571</sup>. Die arithmetischen Operationen basieren - so liest man in PoM - ebenso wie die Zahlen auf den Klassen:

Finite Numbers are not to be regarded as generated by counting, which on the contrary presuppose them; and addition is primarily logical addition, first of propositions, then of classes, from which the latter arithmetical addition is derivative... (PoM, 136)

Die letzte Frage in diesem Abschnitt betrifft den Unterschied zwischen den kardinalen Propositionen und den Propositionen mit numerischen Konjunktionen<sup>572</sup>, wie sie in Kapitel V über die Denotation eingeführt werden. Als numerische Konjunktionen bezeichnet Russell in PoM denotierenden Begriff mit dem Signifikat des Determinators 'all'<sup>573</sup>.

Es handelt sich bei den numerischen Konjunktionen anscheinend um Sammlungen<sup>574</sup> (collections), während die wirkliche Klassen Aggregate<sup>575</sup> (aggregates) sind. Eine Sammlung ist eine Konjunktion von mehreren Termen, welche durch ein 'und' verknüpft sind. Im Unterschied zu den Klassen, werden die Terme hier alle aufgezählt. So eine Konjunktion ist - wie oben deutlich wurde - zwar ein Pluralobjekt<sup>576</sup>, muss aber laut Russell doch von der

---

<sup>571</sup> PoM, 135.

<sup>572</sup> Siehe Abschnitt 3.2.2.

<sup>573</sup> Die numerischen Konjunktionen sind - wie oben deutlich wurde - mit den Klassen als Vieles verwandt, wie auch der Vergleich folgender Sätze nahelegt. Der erste der beiden Sätze bezieht sich auf eine Konjunktion, der zweite hingegen auf eine Klasse: Dazu sagt Russell: "All  $a$ 's denote  $a_1$  and  $a_2$  and ... and  $a_n$ ." (PoM, 59) Und auch: "All men, which I shall identify with the class of men, seems to be an unambiguous object, although grammatically it is plural." (PoM, 59)

<sup>574</sup> Siehe Abschnitt 3.4.

<sup>575</sup> Siehe Abschnitt 3.2.

<sup>576</sup> PoM, 134.

Klasse als Vielheit<sup>577</sup> unterschieden werden. Die Sammlungen sind gewissermaßen Vorstufen zu den Klassen, da sie losere Gebilde als diese sind. Nichtsdestoweniger sind solche Konjunktionen<sup>578</sup> aber laut Russell in der extensionalen Genese der Klassen involviert:

Here it is not predicates and denoting that are relevant, but terms connected by the word *and*, in the sense in which this word stands for a *numerical* conjunction. Thus Brown and Jones are a class, and Brown singly is a class. This is the extensional genesis of classes." (PoM, 67)

Russell erklärt die Konjunktionen auch als Kombinationen. Letztere<sup>579</sup> implizieren jene Art von Einheit, welche charakteristisch für die Klassen ist:

Brown and Jones are two of Miss Smith's suitors.[...] In the first proposition, it is Brown *and* Jones who are two, and this is not true of either separately; nevertheless it is not the whole composed of Brown and Jones which is two, for this is only one. The two are of Brown and Jones, the kind of combination which, as we shall see in the next chapter, is characteristic of classes. (PoM, 56-57)

Nach diesen Überlegungen wir in der Lage sein, die kardinalen Propositionen besser einzuordnen. Russell selbst gibt uns in Kapitel XI über die Definition der kardinalen Zahlen eine ebenso klare wie einfache Antwort. Er identifiziert die kardinalen Propositionen eindeutig als Propositionen mit einem latenten Bezug auf die Klassen:

Thus what we have to say is, for example, that "two men" means "there is a class of men and couple", and "there are two men" means "there is a class of men which is also a couple". (PoM, 115)

Wir wollen festhalten, dass - wie die Tiefenanalyse zeigt - es sich bei den kardinalen Propositionen um eine Art von Klassen-Propositionen handelt.

Folgende Ordnung von Russell genannten Propositionen reflektiert - wie ich meine - den graduellen Übergang von den numerischen Konjunktionen zu den expliziten Klassen-Propositionen:

Numerische Konjunktion (kurz): Brown and Jones are two.

Numerische Konjunktion (lang): Brown and Jones are two entities.

---

<sup>577</sup> Siehe Abschnitt 2.5.5.

<sup>578</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle: "Brown and Jones are two of Miss Smith's suitors.[...] In the first proposition, it is Brown *and* Jones who are two, and this is not true of either separately; nevertheless it is not the whole composed of Brown and Jones which is two, for this is only one. The two are combinations of Brown and Jones, the kind of combination which, as we shall see in the next chapter, is characteristic of classes." (PoM, 56-57). Siehe auch die Abschnitte zu den Klassen und den kardinalen Propositionen.

<sup>579</sup> Während es laut Russell auch unendliche Klasse gibt, sind die Kombinationen - wie die Konjunktionen - aber endliche Gebilde.

Kombination:	Brown and Jones are two men.
Klassen-Proposition:	Brown and Jones are two of Miss Smith's suitors.
Explizite Klassen-Proposition:	All men are Miss Smith's suitors.

Kommen wir nun zu den expliziten Klassenpropositionen.

#### 5.2.4. Die Klassen-Propositionen

Die Klassen-Propositionen stellen - wie die oben angeführten Zitate aus PoM belegen - neben den Subjekt-Prädikat Propositionen und den relationalen Propositionen - eine dritte Kategorie von Propositionen dar:

All these are of one of the three equivalent types which we distinguished at the beginning of chapter V, which may called respectively subject-predicate propositions, propositions asserting the relation of predication, and **propositions asserting membership of a class** [**meine Hervorhebung**]. (PoM, 96)

Die Subjekt-Prädikat Propositionen unterscheiden sich von den Klassen-Propositionen darin, dass in ihnen, zusätzlich zum Term, welcher das logische Subjekt darstellt, keine Klasse, sondern höchstens ein Klassenbegriff oder ein Prädikat vorliegt. Im Abschnitt über die Klassenbegriffe<sup>580</sup> haben wir bereits darauf hingewiesen, dass es laut Russell zwei Deutungen von P1\* (und den Propositionen desselben Typs) gibt:

P1\* Socrates is a man.

Russell hebt die Lesart (P5) 'Socrates is a - man' von der Lesart 'Socrates is - a man'<sup>581</sup>, also von P2 ab und stuft P5 - wie gleich gezeigt werden soll - als Klassenproposition<sup>582</sup> ein. Bei der Proposition P2 handelt es sich, wie wir gesehen haben, laut Russell hingegen um eine Proposition mit einem Term und einem Klassenbegriff. P5 enthält hingegen keinen Klassenbegriff, sondern - wie wir sehen werden, eben auf implizite Weise - die Klasse (der Menschen) selbst. Russell notiert die Klassenproposition folgendermaßen:

P5 Socrates is a - man.

Weiters erfahren wir, dass Russell P5 in PoM als Identitätsbehauptung charakterisiert. Der in der folgenden Formulierung verwendete Ausdruck 'ambiguous' weist übrigens - wie wir in Abschnitt 5.3. von Kapitel II sehen werden - auf die Präsenz einer Funktion hin. Russell meint zu P5:

<sup>580</sup> Siehe Abschnitt 2.5.3.

<sup>581</sup> "The [...] [proposition expresses a relation of Socrates to the class-concept *man*." (PoM, 55)

<sup>582</sup> "The former ['Socrates is a - man' (P5), meine Ergänzung] expresses the identity of Socrates with an ambiguous individual;" (PoM, 54-55). Und auch: "[...] "A is a - man" (cf. p. 54, note), which is very like identity." PoM, 64. Und vor allem: "In this method we still take as fundamental the relation (which following Peano, I shall denote by  $\varepsilon$ ) of an individual to a class to which it belongs, *i.e.* **the relation of Socrates to the human race which is expressed by saying that Socrates is a man** [**meine Hervorhebung**]." (PoM, 18-19)

The [...] [proposition, meine Ergänzung] expresses the identity of Socrates with an ambiguous individual... (PoM, 54-55)

Es stellt sich die Frage, ob es sich bei P5 um eine richtige Klassen-Proposition handelt oder nicht. Bei den Klassen-Propositionen<sup>583</sup> wird die Elementschaftsbeziehung eines Terms zu einer Klasse zumindest implizit ausgedrückt. Während die relationalen Propositionen eine Relation und mindestens zwei Terme enthalten, besteht P5 laut Russell aus einem Term, einer Relation und einer Disjunktion von Termen:

The [...] [proposition P5, meine Ergänzung] contains a term, a relation, and what I shall call a disjunction (a term which will be explained shortly) [...] (PoM, 54)

Da P5 - anders als folgende Proposition P6 - die Klasse<sup>584</sup> nicht explizit als Konstituente aufweist, könnte man P5 als implizite Klassen-Proposition bezeichnen.

P6 Socrates is one among men.

Russell bezeichnet P6 im Folgenden explizit als Klassenproposition:

Of these propositions [P1, P3, P1\* bzw. P5, P6, meine Hinzufügung], the last only, we should say, explicitly contains the class as a constituent... (PoM, 67)

Bei P6 gibt es zudem keine Mehrdeutigkeit wie im Falle von P1\*, wodurch ist der strukturelle Unterschied zu den Subjekt-Prädikat Propositionen (mit einem Klassenbegriff) deutlich ist. P6 enthält nun, so Russell, die Klasse als Vielheit und nicht die Klasse als Einheit<sup>585</sup>. P7 enthält nun die Klasse als Einheit:

P7 Socrates belongs to the human race.

Obwohl auch die Klassen als Vielheit eine Art Einheit bildet, bleibt sie doch ein Pluralobjekt. Die Klasse als Einheit hingegen, wie sie in P7 vorkommt, stellt eine singuläre Entität<sup>586</sup> dar - bzw. entsprechend Russells Entitätskriterium - ein singuläres logisches Subjekt dar. Diese Singularität der Klasse als Einheit wird im Englischen durch den bestimmten Artikel angezeigt. Auch in diesem Fall orientiert sich Russell vermutlich an sprachlichen Kriterien<sup>587</sup>:

---

<sup>583</sup> Im speziellen die folgende: "In this method we still take as fundamental the relation (which following Peano, I shall denote by  $\epsilon$ ) of an individual to a class to which it belongs, *i.e.* the relation of Socrates to the human race which is expressed by saying that Socrates is a man." (PoM, 18-19)

<sup>584</sup> In P6 kommt die Klasse der Menschen (men) vor, welche nicht mit dem Begriff der Klasse 'men' verwechselt werden darf. 'Men' wird von Russell übrigens als synonym mit 'all men' angesehen. "[...] *men* and *all men*, (which I shall regard as synonyms) do denote, and I shall contend that what they denote is the class composed of all men. Thus *man* is the class-concept, *men* is the concept of the class, and men (the object denoted by the concept *men*) are the class." (PoM, 67). Siehe dazu auch den Schlussteil von Abschnitt 2.5.5.

<sup>585</sup> Siehe Abschnitt 2.5.5.

<sup>586</sup> Ibid.

<sup>587</sup> "[...] grammar, though not our master, will yet be taken as our guide." (PoM, 42)

Die Propositionen P5, P6 und P7 sind demnach verschiedene drei Prototypen von Klassen-Propositionen. Unsere Frage lautet, in welchem Fall Russell die Anwendung des 'ε' für angemessen hält. Es handelt sich dabei um ein Symbol, welches er von Peano übernommen hat, und welches für seinen Klassenkalkül (calculus of classes) erforderlich ist:

The calculus of classes may be developed by regarding as fundamental the notion of class, and also the relation of a member of a class to its class. This method is adopted by Professor Peano, and is perhaps more philosophically correct a different method which, for formal purposes, I have found more convenient. In this method we still take as fundamental the relation (which following Peano, I shall denote by  $\epsilon$ ) of an individual to a class to which it belongs, *i.e.* the relation of Socrates to the human race which is expressed by saying that Socrates is a man. (PoM, 18-19)

Russell behauptet anschließend, dass die Elementschaftsbeziehung vor Peano in der Logik, mit der Ausnahme von Frege, generell mit der Mengeninklusion verwechselt wurde, welche für Russell lediglich ein Spezialfall der Teil-Ganzes Beziehung ist. Russell schreibt Peano die Einführung dieser wichtigen und folgenreichen Unterscheidung<sup>588</sup> zu:

The insistence on the distinction between  $\epsilon$  and the relation of whole and part between classes is due to Peano, and is of very great importance to the whole technical development and the whole of the applications to mathematics. In the scholastic doctrine of syllogism, and in all previous symbolic logic, the two relations are confounded, except in the work of Frege... The distinction is the same as that between the relation of Socrates to the class of Greeks and the relation of Greeks to men. [...] the relation of part and whole is transitive, while  $\epsilon$  is not so: we have Socrates is a man, and men are a class, but not Socrates is a class. [...] The relation  $\epsilon$  must be regarded as holding between Socrates and men considered collectively, not between Socrates and *man*. (PoM, 19)

Man könnte das hier Gesagte in einem Syllogismus veranschaulichen, wobei in Prämisse 1 laut Russell die nicht-transitive Elementschaftsbeziehung (durch das  $\epsilon$  ausgedrückt) vorliegt, in Prämisse 2 hingegen die transitive Mengeninklusion (durch das  $\subseteq$  ausgedrückt). Laut Russells Analyse muss der folgende Syllogismus als ungültig angesehen werden:

Prämisse 1: Socrates ist ein Grieche.

Prämisse 2: Alle Griechen sind Menschen.

---

Konklusion: Sokrates ist ein Mensch.

Prämisse 1:  $S \epsilon M$

Prämisse 2:  $M \subseteq P$

---

Konklusion:  $S \epsilon P$

---

<sup>588</sup> Aus Russells Sicht der Dinge wird damit der Subjekt-Prädikat Logik, der vermeintlichen Quelle vieler philosophischer Irrtümer, der Garaus gemacht.

Laut Russell unterscheidet Peano in seiner Logik zwar zwischen der Mengeninklusion und der Elementschäftsbeziehung. Peano entscheidet sich aber - so Russell in PoM - dafür, letztere als Beziehung zwischen einem Termen und dem Klassenbegriff zu deuten:

This proposition ['Socrates is a man'], considered as a relation between Socrates and the concept *man*, is the one which Peano regards as fundamental; and his  $\varepsilon$  expresses the relation *is a* between Socrates and *man*. (PoM, 78)

Wenn Russell Recht hat, verwendet Peano das  $\varepsilon$  für Propositionen des Typs P2<sup>589</sup>. Russell hält Peanos Option für durchaus legitim, plädiert selbst aber für eine andere Variante, wie wir gleich sehen werden. Jedenfalls kann die  $\varepsilon$  - Relation nicht als Relation zwischen einem Term und der Klasse als Vielheit angesehen werden, da letztere, obwohl ihr eine gewisse Einheit<sup>590</sup> zugesprochen werden muss, doch ein Pluralobjekt ist. Russell schreibt in PoM:

[...] hence in any possible Symbolic Logic the letters which do duty for classes cannot represent the classes as many, but must represent either class-concepts, or the wholes composed of classes, or some other allied single entities. And thus cannot represent the relation of one term to its class as many... (PoM, 78)

Aufgrund dieser Überlegung scheidet P6 als Kandidat für die  $\varepsilon$ -Propositionen aus. Russell kommt schließlich zum Ergebnis, dass die Elementschäftsbeziehung als Relation zwischen einem Term und der Klasse als Ganzes aufzufassen sei. Dann führt er - alternativ zur Option Peanos - die Proposition P7 als Beispiel für so eine  $\varepsilon$  - Proposition an:

We may go on to the relation between Socrates and the human race, *i.e.* between a term and its class considered as a whole; this is expressed by "Socrates belongs to the human race". This relation might equally well be represented by  $\varepsilon$ . (PoM, 78)

P7 enthält also nach Russell eine Klasse als Einheit. So eine Klasse stellt eine singuläre Entität dar und ist ein Aggregat<sup>591</sup> von R-Termen.

Abschließend wollen wir festhalten, dass sowohl P5 als auch P6 und P7 von Russell in PoM als Klassen-Propositionen eingestuft wird, zumal sie alle eine Beziehung zwischen Sokrates und der Klasse der Menschen ausdrücken. Man könnte P6 als Erläuterung von P5 ansehen, und P7 als Explizitfassung von beiden. Dies wäre aber nicht im Sinne Russells, welcher den Standpunkt vertritt, dass hier drei verschiedene Propositionen vorliegen.

- P5 Socrates is a - man.
- P6 Socrates is one among men.
- P7 Socrates belongs to the human race.

---

<sup>589</sup> In "On Functions" optiert Russell anscheinend ebenfalls für diese Variante. Siehe dazu OFU, 105. Siehe auch Kapitel II, Abschnitt 6.3.2.2.

<sup>590</sup> Siehe Abschnitt 2.5.5.

<sup>591</sup> Siehe Abschnitt 3.2.



Man muss sich fragen, ob es sich bei einer Proposition wie 'Alle Griechen sind Menschen', in der eine Klasseninklusion behauptet wird, um eine Klassenproposition handelt oder nicht. Da laut Russell hier keine Elementschaftsbeziehung behauptet wird, handelt es laut Russells Definition bei diesem Beispiel strenggenommen nicht um eine Klassenproposition. Andererseits müssen solche Propositionen, in denen eine Mengeninklusion behauptet wird, intuitiv doch als Klassenpropositionen gelten. Daher ist es möglicherweise im Sinne Russells, wenn wir die Definition dahingehend ändern, dass wir behaupten, eine Klassenproposition sei eine Proposition, welche - implizit (wie P5) oder explizit - mindestens eine Klasse enthält.

Wir haben in diesem Abschnitt festgestellt, dass Russell in PoM verschiedene Typen von Propositionen aufgrund der Tatsache unterscheidet, dass diese jeweils unterschiedliche Komponenten aufweisen. Wie wir gleich sehen werden, betrachtet Russell die genannten Propositionen (P1 bis P7) zwar als unterschiedliche Objekte, aber zugleich als (logisch) äquivalent.

### 5.2.5. Äquivalente Propositionen

Nun müssten wir besser in der Lage sein, für PoM eine Klassifikation der wichtigsten Prototypen von Propositionen vorzunehmen. Russell interpretiert die Beziehung der Propositionen P1 bis P7 zueinander als eine Ableitung<sup>592</sup>, welche sich von oben nach unten fortsetzt. Dem entspricht auf der Ebene der Konstituenten (vom Prädikat bis zur Klasse als Einheit) die Beziehung der logischen Genese<sup>593</sup>. Russell behauptet, dass diese Propositionen gegenseitig äquivalent sind. Von der Wahrheit (bzw. Falschheit) einer dieser Propositionen kann man auf die Wahrheit (bzw. Falschheit) aller andern Propositionen schließen. Obwohl alle Propositionen äquivalent sind, haben sie - wie oben deutlich wurde - aufgrund der verschiedenen Konstituenten eine jeweils verschiedene Bedeutung.

<b>P1</b> Socrates is human.	<b>Subjekt-Prädikat Propositionen</b>
<b>P2</b> Socrates is - a man.	
<b>P3</b> Socrates has humanity.	<b>Relationale Propositionen</b>
<b>P4</b> Humanity belongs to Socrates.	
<b>P5</b> Socrates is a - man.	<b>Klassen-Propositionen</b>
<b>P6</b> Socrates is one among men.	
<b>P7</b> Socrates belongs to the human race.	

<sup>592</sup> These two classes of propositions [die Subjekt-Prädikat Propositionen und die relationalen Propositionen, meine Hinzufügung], though very important logically, are not so relevant to Mathematics as their **derivatives** [meine Hervorhebung].“ (PoM, 80)

<sup>593</sup> “but every subject-predicate proposition gives rise to the other three equivalent propositions, and thus every predicate (provided it can be sometimes truly predicated) gives rise to a class.” (PoM, 67)

Wir wollen nun jene Bemerkungen aus PoM anführen, in denen Russell die Relation zwischen diesen Propositionen bespricht. Es gibt Stellen, in denen sich Russell über die verschiedenen Typen von Propositionen äußert, wobei er einmal drei, dann wieder vier verschiedene nennt. Im Kapitel über die Denotation zählt er nur drei Prototypen auf, von denen er dann behauptet, dass sie sich die jeweiligen Propositionen gegenseitig implizieren. Da hier wohl die materiale Implikation gemeint sein muss, müssen die Propositionen demnach als äquivalent gelten. Als Beispiele nennt er hier die Propositionen P1, P3 und P5<sup>594</sup>:

Thus we have, in the case of every predicate, three types of propositions [subject-predicate propositions, relational propositions and class-propositions]<sup>595</sup> which imply one another, namely, "Socrates is human", "Socrates has humanity", "Socrates is a man". (PoM, 54)

P1 ist laut Analyse ein Beispiel für eine Subjekt-Prädikat Proposition, P3 ein Beispiel für eine relationale Proposition, und P5 für eine Art Klassen-Proposition. Wenige Seiten später, im Kapitel über die Klassen, nennt Russell neben diesen drei Beispielen noch eine weitere Proposition, nämlich P6 ('Socrates is one among men'):

We may, then, imagine a kind of genesis of classes, through the successive stages indicated by the typical propositions "Socrates is human", "Socrates has humanity", "Socrates is a man", "Socrates is one among men". Of these propositions, the last only, we should say, explicitly contains the class as a constituent; but every subject-predicate proposition gives rise to the other three equivalent propositions, and thus every predicate (provided it can be sometimes truly predicated) gives rise to a class. This is the genesis of classes from the intensional standpoint. (PoM, 67)

In der Zusammenfassung des Kapitel VI über die Klassen liefert Russell eine endgültige Klassifikation, in der auch P7 vorkommt. P7 enthält, wie wir festgestellt haben, laut Russells Analyse die Klasse als Einheit, während P6 die Klasse als Vielheit enthält.

Dass die gesamte Klassifikation der Propositionen aus der Klassifikation der R-Terme<sup>596</sup> resultiert, wird in dieser Zusammenfassung deutlich:

---

<sup>594</sup> Russell liest 'Socrates is a man' hier vermutlich als P5: 'Socrates is a - man', und nicht als 'Socrates is - a man', d.h. als P2, welche mit P1 fast identisch ist. Andernfalls wäre kein Beispiel für eine Klassen-Proposition dabei.

<sup>595</sup> "Thus we have, in the case of every predicate, three types of propositions which imply one another, namely, "Socrates is human", "Socrates has humanity", and "Socrates is a man". The first contains a term and a predicate, the second two terms and a relation (the second term being identical with the predicate of the first proposition)[...], while the third contains a term, a relation, and what I shall call a disjunction..." (PoM, 54)

<sup>596</sup> "Starting with predicates, we distinguished two kinds of proposition, typified by "Socrates is human" and "Socrates has humanity", of which the first uses *human* as predicate, the second as a term of a relation. These two classes of propositions, though very important logically, are not so relevant to Mathematics as their derivatives. Starting from *human*, we distinguished (1) the class-concept *man*, [...] (2) the various denoting concepts *all men*, *every man*, *any man*, *a man* and *some man*; (3) the objects denoted by those concepts, of which the one denoted by *all men* was called the *class as many*, so that *all men* (the concept) was called the *concept of the class* (4) the class as one, i.e. the human race." (PoM, 80)

We had also a classification of propositions about Socrates dependent on the above distinctions, and approximately parallel with them: (1) "Socrates is - a man" is nearly, if not quite, identical with "Socrates has humanity"; (2) "Socrates is a - man" expresses identity between Socrates and one of the terms denoted by *a man*; (3) "Socrates is one among men", a proposition which raises difficulties owing to the plurality of men; (4) "Socrates belongs to the human race" which alone expresses a relation of an individual to its class, and, as the possibility of relation requires, takes the class as one, not as many. (PoM, 80-81)

Von unseren Beispielen P1 bis P7 sind hier alle erwähnt, mit Ausnahme von der Proposition P1, welche aber wenige Zeilen vorher genannt wird. Von der Proposition P2 sagt Russell hier, dass sie fast, wenn nicht ganz identisch<sup>597</sup> mit P3 anzusehen ist. P2 müsste allerdings eine noch größere Ähnlichkeit mit P1 haben, wie wir in Abschnitt 5.2.1. erfahren haben. Russell bemerkt, dass die Typen von P1 (Subjekt-Prädikat Proposition) und P3 (relationale Proposition) zwar wichtig für die Logik sind, aber als nicht so bedeutend für die Mathematik wie die abgeleiteten Typen von Propositionen (also die Klassenpropositionen) anzusehen sind.

Im letzten Absatz der Zusammenfassung von Kapitel VI erklärt Russell, dass die extensionale Sichtweise und die (extensionalen) Klassen<sup>598</sup> für die Grundlagen der Mathematik wichtig sind:

It appeared throughout that, although any symbolic treatment must work largely with class-concepts and intension, classes and extension are logically more fundamental for the principles of Mathematics; and this may be regarded as our main general conclusion in the present chapter. (PoM, 81)

Darüber wird noch mehr zu sagen sein. Letztendlich scheinen alle Typen von Propositionen<sup>599</sup> - wenn ich Russell richtig deute - auf folgende drei zu reduzieren, nämlich auf die Typen von P1, P3 und P7. Der vorläufigen Vollständigkeit wegen, fügen wir noch eine Proposition (P8) des Typs der kardinalen Propositionen<sup>600</sup> hinzu.

Wie in Abschnitt 5.2.3. deutlich wurde, handelt es sich bei solchen Propositionen um eine Art von Klassen-Proposition. Das vorläufige Schema für die Propositionen soll auf der nächsten Seite abgedruckt werden und sieht folgendermaßen aus.

Hier das Schema zu den 3 großen Typen von Propositionen:

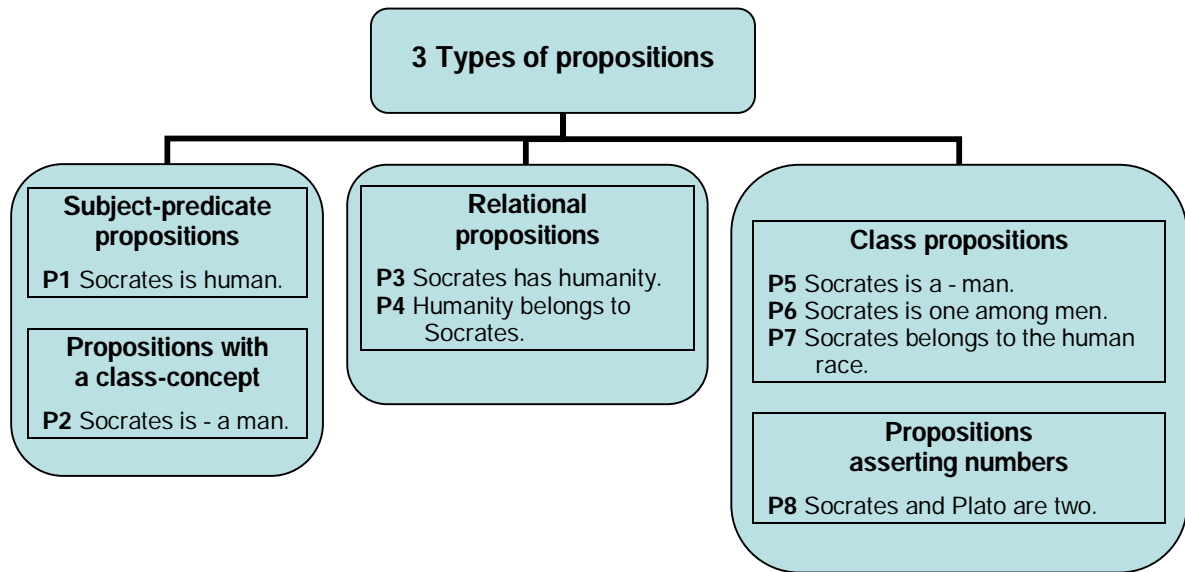
---

<sup>597</sup> PoM, 80.

<sup>598</sup> Siehe Abschnitt 3.1.

<sup>599</sup> "All these are of one of the three equivalent types which we distinguished at the beginning of chapter V, which may called respectively subject-predicate propositions, propositions asserting the relation of predication, and propositions asserting membership of a class." (PoM, 96)

<sup>600</sup> Russell nennt sie 'propositions asserting numbers'. Siehe PoM, 95.



Bevor wir Russells Assertionsbegriff analysieren wollen, soll noch die Frage gestellt werden, welchen Kategorien von Propositionen die folgenden Beispiele zugeordnet werden müssen. Sie entsprechen scheinbar nicht den bisher genannten Strukturen. Hier die Beispiele:

- P9 The teacher of Plato is mortal.
- P10 All men are mortal.
- P11 Socrates is a man implies Socrates is mortal.
- P12  $X$  is a man implies  $x$  is mortal for all values of  $x$ .

Es wird sich zeigen, dass sich laut Russell die meisten dieser Propositionen (bzw. PF) der herkömmlichen Analyse entziehen und sich nur anhand des Funktionsbegriffs analysieren lassen. Bevor wir uns in Kapitel II den Funktionen widmen wollen, kommen wir noch zu den Assertionen. Wie oben bereits angesprochen wurde, kann der Begriff der Assertion in der Philosophie von PoM eine Art Vorläufer des Funktionsbegriffs angesehen werden.

### 5.3. Assertion und Subjekt

#### 5.3.1. Einleitung 152

#### 5.3.2. Legitimität der Analyse 154

#### 5.3.3. Varianten der Analyse 157

#### 5.3.4. Russells Assertionsbegriff im Vergleich mit Freges Ansichten 160

#### 5.3.5. Russell Entwicklungen in Richtung Funktionstheorie 162

#### 5.3.6. Verschiedene Assertionsbegriffe 166

#### 5.3.1. Einleitung

Nach dieser Kategorisierung der Propositionen wir wollen jetzt die Struktur der Propositionen

untersuchen, indem wir Russells Assertionsbegriff näher betrachten. Dieser gehört nicht nur zum Grundvokabular von PoM, sondern taucht auch noch in späteren Schriften<sup>601</sup> Russells auf. Es handelt sich hierbei um einen zentralen Begriff in Russells Theorie der Propositionen, welche - wie bereits deutlich wurde - zugleich eine Prädikationstheorie ist. Ich will zeigen, dass die Assertionen in einer sehr engen Verbindung zu den PF stehen. Tatsächlich zählt Russell die PF und nicht die philosophisch zweifelhaften Assertionen zum logischen Grundinventar<sup>602</sup> von PoM. Ich vertrete im Folgenden die These, dass Russell in PoM zwei verschiedene Assertionsbegriffe verwendet.

Russell meint, dass der Begriff der Assertion in der Logik - obwohl häufig verwendet - keine getrennte Aufmerksamkeit erfährt, weil der Ausdruck 'proposition' dafür verwendet wird:

In logical discussion, the notion of assertion often occurs, but as the word *proposition* is used for it, it does not obtain separate consideration. (PoM, 39)

Russell will dies scheinbar ändern und diskutiert den Begriff der Assertion im Kontext seiner Analyse<sup>603</sup> der Propositionen an vielen Stellen in PoM. Dabei taucht immer wieder die bereits angesprochene Theorie auf, wonach jede Proposition in das logische Subjekt und eine Assertion zerlegt werden kann:

In every proposition [...] we may make an analysis into something asserted and something about which the assertion is made. (PoM, 43)

Russell legt Wert darauf, dass diese Auffassung nicht mit SPT<sup>604</sup> verwechselt wird, wonach jede Proposition letztendlich in Subjekt und Prädikat zerlegt werden kann. Wie wir wissen, bemängelt Russell auch bei der Analyse von einfachen Subjekt-Prädikat Propositionen unter anderem an SPT, dass hier das Verb ausgelassen wird. Wie im Abschnitt über die Relationen deutlich wurde, erfüllen die Verben<sup>605</sup> in Propositionen aber eine entscheidende Funktion. Erst das Verb macht die Proposition zu einer Proposition, wie auch aus folgendem Absatz aus PoM hervorgeht. Russell ersetzt hier die Analyse von Propositionen in Subjekt und Prädikat (SPT) daher durch die Analyse in Assertion und Subjekt. Er schreibt in PoM:

---

<sup>601</sup> So in OSL, 80.

<sup>602</sup> "Pure Mathematics was defined as the class of propositions asserting formal implications and containing no constants except logical constants. And logical constants are: Implication, the relation of a term to class of which it is a member, the notion of *such that*, the notion of relation, and such further notions as are involved in formal implication, which we found (§93) to be the following: **propositional function [meine Hervorhebung]**, class\*, denoting, and *any* or *every term*.\* The notion of *class* in general, we decided, could be replaced, as an indefinable, by that of the class of propositions defined by a propositional function." (PoM, 106).

<sup>603</sup> Hier muss die dekompositionale Analyse gemeint. Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.3.

<sup>604</sup> Folgende Kennzeichnung Russells von SPT erwähnt übrigens die Einteilung der R-Terme in Terme und Begriffe: "The traditional view - which may be called the subject-predicate theory - holds that in every proposition there is one term, the subject, and one concept which is not a term, the predicate." (PoM, 221)

<sup>605</sup> "One verb, and one only, must occur as verb in every proposition [...]. Every verb, in the logical sense of the word, may be regarded as a relation; when it occurs as verb, it actually relates, but when it occurs as verbal noun it is the bare relation considered independently of the terms which it relates." (PoM, 52). Siehe Abschnitt 4.1.

It has always been customary to divide propositions into subject and predicate; but this division has the defect of omitting the verb. [...] We may say, broadly, that every proposition may be divided, some in only one way, some in several ways, into a term (the subject) and something which is said about the subject, which something I shall call the *assertion*. Thus "Socrates is a man" may be divided into *Socrates* and *is a man*. The verb, which is the distinguishing mark of propositions, remains with the assertion; but the assertion itself, being robbed of its subject, is neither true nor false. (PoM, 39)

Das logische Subjekt ist - wie wir inzwischen wissen - jener Term<sup>606</sup> (oder jene Klasse von Termen), von dem (about) die Assertion handelt. Die Assertion hingegen ist jener Teil der Proposition, welcher übrig bleibt, wenn man das Subjekt abzieht. Im Zusammenhang mit den Assertionen erweist sich Russells platonistische Theorie der Propositionen daher zugleich als Prädikationstheorie.

Die Frage, ob die Assertion ebenfalls zu den R-Termen gehört oder nicht, wird sich für Russell als problematisch erweisen. Diese Schwierigkeit - wie wir anschließend sehen werden - steht in Zusammenhang mit Russells Option den Assertionsbegriff durch den Funktionsbegriff zu ersetzen.

Zunächst sollen zwei von Russell thematisierte Punkte besprochen werden. Zum einen geht es darum, dass Russell die Analyse in Subjekt und Assertion in einigen Fällen für unangemessen hält. Zum anderen die verschiedenen Varianten der Analyse besprochen werden, welche Russell in der oben angeführten Stelle<sup>607</sup> anspricht.

### 5.3.2. Legitimität der Analyse:

Was den ersten Punkt betrifft, steht die Angemessenheit einer solchen Analyse in Subjekt und Assertion für Russell in einigen einfachen Fällen außer Frage:

In some simple cases, it is obvious that the analysis into subject and assertion is legitimate. In "Socrates is a man", we can plainly distinguish Socrates and something that is asserted about him; we should admit unhesitatingly that the same thing may be said about Plato or Aristotle. (PoM, 84)

Wie das von Russell gewählte Beispiel nahelegt, meint er mit den einfachen Fällen die Subjekt-Prädikat Propositionen<sup>608</sup> vom Typ unserer Propositionen P1 und P2. Wenn man bei so einer Proposition das logische Subjekt abzieht, bzw. durch ein anderes ersetzt, erhält man laut Russell eine Klasse von Propositionen mit derselben Assertion. Die Fortsetzung des Zitats lautet wie folgt:

---

<sup>606</sup> Dass es sich dabei um einen Term i.e.S. handeln muss, wurde bereits geklärt. Siehe Abschnitt 2.4.

<sup>607</sup> "We may say, broadly, that every proposition may be divided, some in only one way, some in several ways..." (PoM, 39)

<sup>608</sup> Siehe Abschnitt 5.2.1.

Thus we can consider a class of propositions containing this assertion, and this will be the class of which a typical number is represented by "x is a man". It is to be observed that the assertion must appear as assertion, not as term... (PoM, 84)

Die so gewonnene Klasse von Propositionen 'x is a man' ist - wie wir später sehen werden - nichts anderes als eine PF, obwohl diese Bezeichnung im Zitat nicht vorkommt. Eine Assertion ist demnach für Russell - mit kleineren Unterschieden, auf die wir noch zu sprechen kommen - so etwas wie eine PF. Russell definiert die Assertionen bei einer anderen Gelegenheit als den variablen Teil einer PF:

[...] we may also collect them [propositions] into classes by the terms which occur in them: all propositions containing a given term *a* will form a class. In this way we obtain propositions concerning variable propositional functions. In the notation  $\phi(x)$ , the  $\phi$  is essentially variable. [...] Thus  $\phi(x)$  contains two variables. (PoM, 509)

Die Assertionen sind also Konstituenten der PF. Michael Beaney<sup>609</sup> hat übrigens in einem Vergleich der Entwürfe zu PoM nachgewiesen, dass Russell den Begriff der Assertion in der Endfassung an mehreren Stellen durch den Begriff der PF ersetzt hat. Kommen wir zunächst auf die Angemessenheit der Analyse von Propositionen in Subjekt und Assertion zurück.

Russell hält eine entsprechende Analyse in Assertion und Subjekt nicht nur bei Subjekt-Prädikat Propositionen, sondern auch im Falle von vollkommen definierten relationalen Propositionen für legitim. Diesmal spricht er explizit von einer PF:

In the case of propositions asserting a fixed relation to a fixed term, the analysis seems equally undeniable. To be more than a yard long, for example, is a perfectly definite assertion, and we may consider the class of propositions in which this assertion is made, which will be represented by the propositional function "x is more than a yard long". (PoM, 84)

Man könnte aus den Gesagten folgern, dass eine (binäre) relationale Proposition aus einer Assertion und zwei logischen Subjekten besteht, was aber - wie sich gleich zeigen wird - falsch wäre.

Nun gibt es laut Russell aber auch Propositionen, bei denen die Analyse in Subjekt und Assertion - anders als bei den Subjekt-Prädikat Propositionen und den relationalen Propositionen - unmöglich ist, wie man der Zusammenfassung von Kapitel VI von PoM entnehmen kann:

In Chapter VI we resumed the study of the verb. Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, onto a subject and an assertion; **but this analysis becomes impossible when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of relation [meine Hervorhebung]**. Hence it became necessary to take *propositional function* as a primitive notion. (PoM, 106)

---

<sup>609</sup> Beaney (2009).

Dabei handelt es sich also um Propositionen, welche komplexer als die Subjekt-Prädikat Propositionen und die relationalen Propositionen sind. Wir wollen herausfinden, um welche Typen von Propositionen es sich handelt.

Russell führt als Beispiel einer nicht nach dem Schema Assertion/Subjekt analysierbaren Proposition eine Proposition mit einer Implikation an, nämlich unsere Proposition P11 'Socrates is a man implies Socrates is mortal'<sup>610</sup>. Man kann zunächst versuchen, aus der Proposition 'Socrates is a man implies Socrates is mortal'<sup>611</sup> nach dem üblichen Muster<sup>612</sup> eine PF gewinnen zu können - nämlich dadurch, dass man das logische Subjekt variiert:

It is certainly undeniable that "Plato is a man implies Plato is mortal" is, in some sense or other, the *same* function of Plato as our previous proposition is of Socrates. (PoM, 85)

Die Schwierigkeit liegt aber laut Russell darin, dass die Analyse in Subjekt und Assertion im Falle von Implikationen einen gewissen Strukturverlust mit sich bringt. Sobald man nämlich das logische Subjekt weglässt, sind Leerstellen da. Dabei zeigt - so Russell - keine Vorschrift an, dass beide Leerstellen durch dasselbe Subjekt ausgefüllt werden müssen. Genau dieses Argument bringt Russell im Appendix gegen Freges Funktionstheorie vor, wie wir im übernächsten Abschnitt sehen werden. Die moderne Lambda-Notation für Funktionen macht übrigens die Berechtigung von Russells Einwand auf eindrucksvolle Weise nachvollziehbar, wie Linsky zeigt.<sup>613</sup> Das Argument lautet in Russells Worten:

An assertion was to be obtained from a proposition by simply omitting one of the terms occurring in the proposition. But when we omit Socrates, we obtain "... is a man implies ... is mortal." In this formula it is essential that, in restoring the proposition, the *same* term should be substituted in the two places where the dots indicate the necessity of a term. (PoM, 84)

Die Analyse in Subjekt und Assertion ist laut Russell bei Implikationen also nicht möglich. Eine korrekte Analyse formalisiert solche Sätze nicht als einzelne Propositionen, sondern als Implikationen zwischen zwei Assertionen, wenn ich folgende Bemerkung richtig deute:

I shall [...] regard formal implication as derived from a relation between assertions. (PoM, 40)

In letzter Instanz handelt es sich um eine PF mit einem All-Quantor, wie Russell an anderer Stelle klar stellt:

---

<sup>610</sup> Das andere Beispiel Russells ist: 'Socrates has a wife implies that Socrates has a father'

<sup>611</sup> Russell definiert die formale Implikation über den Begriff der Assertion: "I shall [...] regard formal implication as derived from a relation between assertions." (PoM, 40). Obwohl in der folgenden Definition von PF die Rede ist, kommt auch der Begriff der Assertion vor: "[Formal implication] is not a relation, but the assertion, for every value of the variable or variables, of a propositional function which, for every value of the variable or variables, asserts an implication." (PoM, 106)

<sup>612</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.2. zur Funktionsabstraktion in PoM.

<sup>613</sup> Linsky (2009), 11-13.



[Formal implication, meine Hinzufügung] is not a relation, but the assertion, for every value of the variable or variables, of a propositional function which, for every value of the variable or variables, asserts an implication. (PoM, 106)

Russell ist also der Auffassung, dass sich der bei der Analyse in Subjekt und Assertion beobachtete Strukturverlust nur anhand des Funktionsbegriffs vermeiden lässt. Demnach hat Russell solche Typen von Propositionen wie die formalen Implikationen vor Augen, wenn er behauptet, dass es notwendig<sup>614</sup> wurde, den Begriff der propositionalen Funktionen als grundlegend einzuführen.

Die formalen Implikationen sind dann für die Mathematik von zentraler Bedeutung, liest man in Kapitel I, welches der reinen Mathematik gewidmet ist:

We shall find always, in all mathematical propositions, the words *any* or *some* occur; and these words are the marks of a variable and a formal implication. [...] The typical proposition of mathematics is of the form " $\phi(x, y, z, \dots)$  implies  $\psi(x, y, z, \dots)$ , whatever values  $x, y, z, \dots$  may have. (PoM, 6)

Zudem stellt Russell in PoM - im Sinne der modernen Logik - fest, dass die formalen Implikationen äquivalent zu den universellen Urteilen der traditionellen Logik sind:

In order to avoid the general notion of propositional function, let us begin by the discussion of a particular instance, say " $x$  is a man implies  $x$  is mortal". This proposition is equivalent to "all men are mortal", "every man is mortal" and "any man is mortal". (PoM, 36)

Russell beginnt bereits in seinem Propositionenkalkül (calculus of propositions)<sup>615</sup> von PoM auf eine Funktionstheorie<sup>616</sup> zu setzen, wobei sich bald zeigen sollte, dass diese nur in Zusammenhang mit einer effektiven Quantifikationstheorie funktionieren kann. Doch kehren wir nun zu den relationalen Propositionen und unsere zweite Frage zurück, welcher die verschiedenen Varianten der Analyse betrifft.

### 5.3.3. Varianten der Analyse

Russell behauptet, dass es bei den relationalen Propositionen - anders als bei den Subjekt-Prädikat Propositionen - mehr als eine Möglichkeit Analyse in Assertion und Subjekt gibt. Bei den relationalen Propositionen<sup>617</sup> mit zwei Termen gibt es laut PoM zwei Möglichkeiten, wie Russell am Beispiel '*A is greater than B*' vorführt.

In a relational proposition, say " $A$  is greater than  $B$ ", we may regard  $A$  as the subject, and "is greater than  $B$ " as the assertion, or  $B$  as the subject and " $A$  is greater than" as the assertion.

---

<sup>614</sup> "Hence it became necessary to take *propositional function* as a primitive notion." (PoM, 106)

<sup>615</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 2.2.

<sup>616</sup> Siehe Kapitel II.

<sup>617</sup> In "Relations" (kurz 'R') gibt Russell sogar fünf Varianten der Analyse an. Siehe R, 40. Siehe dazu auch Kapitel II, Abschnitt 6.1.

There are thus, in the case proposed, two ways of analyzing the proposition into subject and assertion. (PoM, 44)

Bei den relationalen Propositionen mit mehr als zwei Termen - so heißt es weiter - muss es sogar mehr als zwei Möglichkeiten geben:

Where a relation has more than two terms, as in "A is here now" [...], there will be more than two ways of making the analysis. (PoM, 44)

Im Kapitel über die Relationen behauptet Russell, dass es bei binären relationalen Propositionen der Form  $aRb$  sogar 4 verschiedene Assertionen gibt, aufgrund der Tatsache, dass es zu jeder binären Relation eine inverse Relation gibt. Obwohl Russell diese vier Varianten nicht als identisch ansieht, glaubt er doch - ohne dies näher erklären zu können - dass sie alle mit der ursprünglichen Proposition verknüpft sind:

It may be doubted whether a proposition  $aRb$  can be regarded as asserting  $aR$  of  $b$ , or whether only  $\check{R}a$  can be asserted of  $b$ . In other words, is a relational proposition only an assertion concerning the referent, or also an assertion concerning the relatum? If we take the latter view, we shall have, connected with (say) " $a$  is greater than  $b$ ", four assertions, namely "is greater than  $b$ ", " $a$  is greater than", "is less than  $a$ " and " $b$  is less than", I am inclined myself to adopt this view, but I know of no argument on either side. (PoM, 98)

Russell stellt sich in diesem Kontext das schwierige Problem der logischen Referenz von relationalen Propositionen im Sinne der aboutness. Sein Vorbehalt scheint die grundsätzliche Angemessenheit einer Analyse von relationalen Propositionen in die Assertion und zwei Terme zu betreffen, da die Analyse dabei die Richtung von asymmetrischen Relationen gewissermaßen zerstört wird. Er meint dazu in PoM:

[...] it is very difficult to regard  $xRy$  as analyzable into the assertion  $R$  concerning  $x$  and  $y$ , for the very reason that this view destroys the *sense* of the relation, *i.e.* its direction from  $x$  to  $y$ , leaving us with some assertion which asymmetrical with respect to  $x$  and  $y$ , such as "the relation holds between  $x$  and  $y$ ." (PoM, 86)

Russell stellt sich eine ähnliche Frage auch in Bezug auf die Propositionen mit einer formalen Implikation:

Is such a proposition as "Socrates is a man implies Socrates is mortal", or "Socrates has a wife implies that Socrates has a father", an assertion concerning Socrates or not? (PoM, 84)

Anscheinend hat Russell keine befriedigende Antwort parat. Um bei einem einfacheren Beispiel zu bleiben, ist die binäre relationale Proposition 'Sokrates ist weiser als Platon' als Proposition über (about) beide Philosophen anzusehen oder nicht? Wenn ja, über beide einzeln, oder kollektiv wie in den Propositionen mit numerischen Konjunktionen und

Kombinationen<sup>618</sup>. Um ein wenig Klarheit darüber zu gewinnen, wollen wir eine Bemerkung Russells über das logische Subjekt (aboutness) in PoM heranziehen, um dann ein Prinzip zu formulieren. Folgende Passage aus PoM koppelt das logischen Subjekt und mit den Termen i.e.S.:

I shall speak of *terms* of a proposition as those terms, however numerous, which occur in a proposition and may be regarded as subjects about which the proposition is. (PoM, 45)

Russell vertritt also ein semantisches Prinzip zur 'aboutness' und den logischen Subjekten der Propositionen:

**(AB) *df* Every proposition is only about its logical subjects.**

Äquivalent dazu lässt sich auch ein Prinzip (AB)\* über die Terme formulieren, welches übrigens Coffas Prinzip (TCA)<sup>619</sup> entspricht:

**(AB)\* *df* Every proposition is only about the terms, which it contains.**

Propositionen handeln demnach von jenen Termen (i.e.S.)<sup>620</sup>, welche in ihnen als Konstituenten vorkommen<sup>621</sup>. Wenn SPT falsch ist, bedeutet dies, dass Propositionen im Prinzip beliebig viele<sup>622</sup> logische Subjekte aufweisen können. Relationale Propositionen mit zwei Termen handeln nach (AB) von beiden Termen als ihren logischen Subjekten.

Der entscheidende Punkt ist, dass die Analyse in R-Terme - also in Begriffe und Terme - nicht mit der Analyse in Subjekt und Assertion zusammenfällt. Hier steht eine term-orientierte dekompositionale Analyse einer tendenziell funktionalen Analyse<sup>623</sup> in Subjekt und Assertion gegenüber. Wenn eine (binäre) relationale Proposition bei einem term-orientierten Modell in zwei Terme und eine Relation, also insgesamt drei R-Terme, zerlegt wird, ergeben sich bei der Analyse in Subjekt und Assertion immer zwei Teile. Allerdings kommt ein entsprechender Teilbegriff in PoM nicht vor.

Wie in Abschnitt 3.2.1.4. gezeigt wurde, sind die R-Terme die einzigen Teile der Propositionen, welche ihrerseits als die einzigen Einheiten gelten. Russell kommt in PoM - wie wir noch sehen werden - schließlich zum Ergebnis, dass es sich bei den Assertionen um

---

<sup>618</sup> Vergleiche mit folger Stelle: "Brown and Jones are two of Miss Smith's suitors.[...] In the first proposition, it is Brown *and* Jones who are two, and this is not true of either separately; nevertheless it is not the whole composed of Brown and Jones which is two, for this is only one. The two are of Brown and Jones, the kind of combination which, as we shall see in the next chapter, is characteristic of classes." (PoM, 56-57). Siehe Abschnitt 5.2.3.

<sup>619</sup> (TCA)*df*: A proposition is only about the terms, which it contains. Siehe dazu Kapitel 3, Abschnitt 2.3.

<sup>620</sup> Russell bringt hier im letzten Satz das Identifikationskriterium für solche Terme in Spiel. Siehe dazu Abschnitt 2.4.

<sup>621</sup> Russell verwendet den Ausdruck 'occurrence'.

<sup>622</sup> Propositionen über unendliche Objekte, wie beispielsweise die natürlichen Zahlen, enthalten aber keine unendlichen Terme, sondern endliche, nämlich die denotierende Begriffe, welche allerdings die unendlichen Terme aufgrund einer Referenzverschiebung denotieren können. Sie übernehmen gewissermaßen als endlichen Vertreter die logische Referenz für die unendlichen Terme. Siehe Kapitel IV.

<sup>623</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.5.

keine richtigen R-Terme handelt. Kommen wir jedoch zu unserem Problem der logischen Subjekte und den relationalen Propositionen zurück.

Wie folgende Bemerkung deutlich macht, Russell bezieht in PoM keine eindeutige Position. Er geht hier sogar soweit, das Prinzip (AB)\* bzw. (TCA) infrage zu stellen:

Can every proposition be regarded as an assertion concerning any term occurring in it, or are there limitations necessary as to the form of the proposition and the way in which the terms enters into it? (PoM, 84)

Jedenfalls manifestiert sich bei der Analyse in Assertion und Subjekt eine gewisse Nähe zu den Ansichten Freges, welcher die Propositionen ebenfalls in zwei Komponenten, nämlich in Funktion und Objekt (Argument) zerlegt. Diese Nähe wird dadurch noch größer, als Russell den Begriff der Assertion durch von Peano entlehnten Begriff der PF als Schlüsselbegriff in PoM ablöst und teilweise ersetzt. An dieser Stelle ist es deshalb angebracht, Russells Analyse der Ansichten Frege um den Funktionsbegriff in PoM mit einzubeziehen und mit Russells eigenen Ansichten zu vergleichen.

#### 5.3.4. Russells Assertionsbegriff im Vergleich mit Freges Ansichten

Freges Analyse der Propositionen in Funktionen und Argument hat - wie Russell im Appendix selbst bemerkt - Ähnlichkeit mit seiner eigenen Analyse in Assertion und Subjekt. Russell spricht (in Klammer) sogar von einer exakten Übereinstimmung:

A proposition may be divided into two parts, as "Caesar" and "conquered Gaul". The former Frege calls the *argument*, the latter the *function*. Any thing whatever is a possible argument for a function (p. 17). (This division of propositions **corresponds exactly to my subject [meine Hervorhebung]** and assertion as explained in § 43, but Frege does not restrict his method of analysis as I do in Chapter VII.) A thing is anything which is not a function, *i.e.* whose expression leaves no empty place. (PoM, 505)

Der Punkt ist, dass laut Russell auf Freges Funktionsbegriff nun anscheinend dieselbe Kritik zutrifft wie auf seinen eigenen Assertionsbegriff, wie er wenig später meint:

Frege wishes to have the empty places where the argument is to be inserted indicated in some way; thus he says that in  $2x^3+x$  the function is  $2( )^3+( )$ . But there is requirement that the two empty places be filled by the same letter cannot be indicated; there is no way of distinguishing what we mean from the function involved in  $2x^3+y$ . (PoM, 509)

Freges Funktionen und Russells Assertionen sind demnach löchrige Pseudo-Entitäten, welche dem Identitätskriterium nicht genügen. Da Frege seine Begriffe<sup>624</sup> als spezielle Funktionen auffasst, ist es naheliegend, dass Russell seine Assertionen auch mit Freges

---

<sup>624</sup> Frege interpretierte Begriffe als spezielle Funktionen. Begriffsintensionen entsprechen demnach dem Sinn von Sätzen, Begriffsumfänge dem Wertverlauf von Funktionen. Siehe Kapitel 2, Abschnitt 2.3.

Begriffen vergleicht. Laut Russell entsprechen Freges Gegenstände genau seinen eigenen Dingen:

His use of the word *Begriff* does not correspond exactly to any notion in my vocabulary, though it comes very near to the notion of an assertion [...]. [...] his *Gegenstand* seems to correspond exactly to what I have called a thing (§48). I shall therefore translate *Gegenstand* by *thing*. (PoM, 505)

Damit steht für Russell fest, dass es eine große Übereinstimmung zwischen Freges Analyse der Entitäten in Gegenstände und Funktionen und seiner eigenen Analyse in Subjekt und Assertion gibt.

Ein wichtiger Unterschied zu Frege betrifft die Tatsache, dass bei Russell grundsätzlich alle R-Terme in Propositionen auch logische Subjekte<sup>625</sup> sein können, während laut Frege in einem Satz nur die Gegenstände, nicht aber die Begriffe die Subjektposition einnehmen können.<sup>626</sup> Der Ausdruck 'der Begriff Pferd' beispielsweise, bezieht sich in Freges Semantik auf ein Objekt und ist eben nicht der Begriff, auf den sich der Ausdruck '... ist ein Pferd' bezieht. Für Russell hingegen bleibt der Begriff 'Pferd' auch dann ein Begriff, wenn er "als Term auftritt" (bzw. nicht "als Begriff verwendet" wird) und in der Proposition die Subjektposition<sup>627</sup> einnimmt. Der ontologische Status ändert sich hier<sup>628</sup> laut Russell nicht mit der semantischen Position. Dieses Problem<sup>629</sup> betrifft laut PoM nicht nur Freges Begriffe<sup>630</sup>, sondern möglicherweise allgemein die Funktionen<sup>631</sup>, was im Falle der Identitätsfunktion besonders deutlich wird. Darum soll es im nächsten Abschnitt gehen.

Neben den Überlegungen Russells zu Freges Begriffen und Funktionen, gibt es im Appendix auch eine Bemerkung zu Freges Gedanken. Russell identifiziert diese mit seinen eigenen propositionalen Begriffen<sup>632</sup>, welchen ja gerade das Element der Assertion abgeht:

[...] the Gedanke is what I have called an unasserted proposition - or rather, what I called by this name covered both the Gedanke alone and the Gedanke with the truth-value. It will be

---

<sup>625</sup> Entsprechend Prinzip (LS).

<sup>626</sup> Dies erinnert an die Definition des Aristoteles, wonach (primäre) Substanzen den "letzten Subjekten" entsprechen. Terme, die wie 'Sokrates' nie die Prädikatposition einnehmen können, designieren für Aristoteles Substanzen. 'Sokrates' ist für Russells hingegen ein spezieller Term: "Socrates is a thing, because Socrates can never occur otherwise than as term in a proposition..." (PoM, 45)

<sup>627</sup> Siehe Abschnitt 2.4.

<sup>628</sup> Anscheinend ist aber Russells Unterscheidung zwischen den Termen und den Begriffen nicht ganz frei von einem ähnlichen Einwand. Siehe Abschnitt 2.4.

<sup>629</sup> Eine kritische Bemerkung über den Funktionsbegriff Freges findet sich auch in 'Functions' (kurz 'FU'): "Frege regards a function as what remains of the expression  $X$  when  $x$  is simply removed, but in such a way that the place or places from which  $x$  has been removed remain visible. This view, however, will not enable us, for example, to regard  $x$  itself as a function of  $x$ , since, when  $x$  is removed, nothing whatever remains. For this and other reasons, Frege's view is inadequate. (FU, 51)

<sup>630</sup> Die Begriffe sind für Frege spezielle Funktionen.

<sup>631</sup> "Frege's general definition of a function, which his intended to cover also functions which are not propositional, may be shown to be inadequate by considering what may be called the identical function; *i.e.*  $x$  as a function of  $x$ . If we follow Frege's advice, and remove  $x$  in hopes of having the function left, we find that nothing is left at all; yet nothing is not the meaning of the identical function." (PoM, 509)

<sup>632</sup> Siehe Abschnitt 4.1.

well to have names for these two distinct notions; I shall call the *Gedanke* alone a *propositional concept*; the truth-value of a *Gedanke* I shall call an *assumption* \*. (PoM, 503)

\* Frege, like Meinong, calls this an *Annahme*: FuB. P. 21.

Wenn die Frege'schen Gedanken allein (ohne die Annahme) den propositionalen Begriffen Russells entsprechen, müssten sie den Assertionen<sup>633</sup> nahestehen - wie im übernächsten Abschnitt über die verschiedenen Assertionsbegriffe gezeigt werden soll. Russell zeigt im Appendix, dass die mathematischen Funktionen den bestimmten Determinator (*the*) und somit den Denotationsbegriff voraussetzen. Dieser Punkt wird besonders in Zusammenhang mit der Identitätsfunktion deutlich, wie wir gleich sehen werden. Die denotierenden Funktionen<sup>634</sup> sind laut Russell letztlich von den propositionalen Funktionen abgeleitet, wie in Kapitel II deutlich werden wollte.

### 5.3.5. Russell Entwicklungen in Richtung Funktionstheorie

Wir haben mit Russell festgestellt, dass Frege Probleme hat, die Funktionen direkt zu benennen. Setzt man einen Funktionsterm wie im Beispiel oben ('... ist ein Pferd') nämlich in die Subjektposition einer Proposition, verwandelt sich die Funktion gewissermaßen in ein Objekt - und ist damit keine Funktion mehr. Wenn andererseits das Signifikat des Ausdrucks '... ist ein Pferd' Russells Auffassung von Assertion entspricht, könnte sich für Russells Assertionen ein ähnliches Statusproblem ergeben wie für Freges Begriffe und (allgemeiner) Funktionen. Russell behauptet in PoM tatsächlich, dass die Assertionen keine eigenen und unterscheidbaren Entitäten sind, sondern dass sie in den PF<sup>635</sup> leben. Russell identifiziert die Assertionen in folgendem Absatz scheinbar als Konstituenten der PF:

Can the indefinable element involved in propositional functions be identified with assertion together with the notion of *every* proposition containing a given assertion, or an assertion made concerning *every* term? The only alternative, so far as I can see, is to accept the general notion of a propositional function itself as indefinable, and for formal purposes this course is certainly the best ; but philosophically, the notion appears at first sight capable of analysis, and we have to examine whether or not this appearance is deceptive. (PoM, 83)

Wenn die Assertionen nicht benannt werden können - wie wir gleich sehen werden - sind sie keine richtigen R- Terme mit einem realen und unabhängigen Sein. Dies folgt direkt aus

---

<sup>633</sup> Vergleiche: [...] every proposition, by turning its verb into a verbal noun, can be changed into a single logical subject, of a kind which I shall call in future a propositional concept. Every verb, in the logical sense of the word, may be regarded as a relation; when it occurs as verb, it actually relates, but when it occurs as verbal noun it is the bare relation considered independently of the terms which it relates." (PoM, 52)

<sup>634</sup> "The fundamental case is that where our unity is a propositional concept. From this is derived the usual mathematical notion of a function, which might at first sight seem simpler. If  $f(x)$  is not a propositional function, its value for a given value of  $x$  ( $f(x)$  being assumed to be one-valued) is the term  $y$  satisfying the propositional function  $y=f(x)$ ..." (PoM, 508)

<sup>635</sup> Propositionen werden hier als eine Art von organischen Ganzen aufgefasst, welche mehr sind als die Summe ihrer Teile, d.h. der RT, aus denen sie bestehen. Zur Einheit der Propositionen siehe Abschnitt 5.4.4.

Russells Definition des Termbegriffs<sup>636</sup>, wie oben deutlich wurde. Die Assertionen haben lediglich den Status von Pseudoentitäten, welche nur im Kontext der philosophischen Analyse Bestand haben, meint Russell in PoM:

It is observed that, according to the theory of propositional functions here advocated, **the  $\phi$  in  $\phi(x)$  is not a separate and distinguishable entity [meine Hervorhebung]**: it lives in the propositions of the form  $\phi(x)$ , and cannot survive analysis. I am highly doubtful whether such a view does not lead to contradiction, but it appears to be forced upon us, and it has the merit of enabling us to avoid a contradiction arising from the opposite view. (PoM, 88)

Wenn man die Assertionen benennt bzw. mit einem Symbol ( $\phi$ ) bezeichnet, ergibt sich laut Russell das Paradoxon der PF, welches ähnlich wie das Klassenparadoxon gelagert ist. Dieses Assertionsparadoxon oder PF-Paradoxon ergibt sich aus Russells Prinzip, dass jeder R-Term als logisches Subjekt auftreten kann. Dies gilt demnach auch für die (intensionalen) Assertionen - dem intensionalen Teil einer PF - wie wir noch sehen werden. Auf diese Weise wird die Selbstanwendung möglich, welche von Russell mit dem Ausdruck ' $\phi(\phi)$ ' bezeichnet wird, womit wir schon fast beim Paradox angelangt sind:

If  $\phi$  were a distinguishable entity, there would be a proposition asserting  $\phi$  of itself, which we may denote by  $\phi(\phi)$ . In this proposition we may regard  $\phi$  as variable; we thus obtain a propositional function. The question arises: Can the assertion in this propositional function be asserted of itself? The assertion is non-assertibility of self, hence if it can be asserted of itself, it cannot, and if it cannot, it can. (PoM, 88)

Durch Einstufung der Assertionen als Nicht-Entitäten hält Russell die Bedrohung durch das Paradoxon für abgewehrt. Das  $\phi$  kann daher auch nicht - wie sich Russell später ausdrückt - an der Entitätsposition für die Variable eingesetzt werden:

This contradiction is avoided by the recognition that the functional part of a propositional function is not an independent entity. (PoM, 88)

Zum selben Ergebnis kommt er auch in der Fortsetzung der oben angeführten Stelle aus OMD, also Monate nach der Veröffentlichung von PoM. Er schreibt:

Hence it seems to follow that the  **$f$  in  $fx$  is not a separable and distinguishable object at all [meine Hervorhebung]**. (OMD, 334)

Halten wir fest, dass die Assertionen für Russell der intensionale Teil der propositionalen Funktionen sind. Sie sind aber keine eigentlichen Konstituenten von Propositionen, weil sie keine R-Terme sind. Russells Strategie zur Lösung dieses Problems in der Funktionstheorie<sup>637</sup> liegt - neben der Typentheorie - darin, zwischen dem Funktionswert und

---

<sup>636</sup> Siehe Abschnitt 2.1.

<sup>637</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 6.

der Funktion selbst zu unterscheiden. Während ersterer mit der Denotation<sup>638</sup> identifiziert wird, wird letztere als (intensionale) Bedeutung aufgefasst. Dazu mehr in den Kapiteln II und III.

Obwohl Russell Freges Funktionsbegriff kritisiert, nimmt Freges Einfluss auf Russell in Wirklichkeit nach PoM erst recht stark zu. Russell entwickelt in den Jahren 1903 und 1904 verschiedene Ansätze zu Funktionstheorien, welche wir in Kapitel II untersuchen wollen. Ein Vergleich einer Stelle aus dem Appendix von PoM mit einer Stelle aus FU belegt, dass Russells seine Paraphrase von Freges Bemerkung "A thing is anything not a function" in PoM, selbst in ähnlicher Form<sup>639</sup> in "Functions" (kurz 'FU')<sup>640</sup>, einem der ersten Manuskripte der neuen Funktionstheorie, aufgreift. Zunächst Russells Paraphrase zu einer Stelle aus "Funktion und Begriff", wobei der Ausdruck 'thing' für Freges Ausdruck 'Gegenstand'<sup>641</sup> steht:

**A thing is anything not a function [meine Hervorhebung],** i.e. anything whose expression leaves no empty place (F.u.B. p.18). (PoM, 507)

Die entsprechende Stelle aus FU zeigt, dass sich Russell inzwischen Freges ontologische Dichotomie - aber nicht dessen Ansichten zu den Funktionen, wie wir noch sehen werden - zueigen gemacht hat. Russell verwendet allerdings den Ausdruck 'term', was er aber schon in PoM<sup>642</sup> gemacht hat, wie wir wissen. Der letzte Satz markiert den oben besprochenen Unterschied zu Frege:

**Whatever is not a function will be called a *term* [meine Hervorhebung];** either a term or a function will be called an object, so that everything absolutely is an *object*. (FU, 51).

Russell greift die Analyse in Funktion und Argument auch in OMD, ein Manuskript, welches ungefähr zeitgleich mit FU entstanden ist, auf. Russell spricht in folgendem Absatz aus OMD schwerwiegende logische Probleme<sup>643</sup> an. Er meint, dass die Benennung der Funktion (ohne die Variable) mit einem Symbol ( $\phi$  oder  $f$ ) in der Logik unverzichtbar ist. Man muss von den Funktionen unabhängig von den Variablen sprechen können, um dann über die Werte von  $f$  quantifizieren zu können. In folgendem Absatz tauchen einige Ausdrücke und Ansätze auf, welche in Vergleich zu PoM neu anmuten. So ist von Komplexen und Konstituenten der

---

<sup>638</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.6.

<sup>639</sup> Russell ersetzt hier lediglich 'thing' durch 'term', was auf einen Wandel in seiner Ontologie hindeutet. Siehe dazu Abschnitt 2.4. oben.

<sup>640</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 4.

<sup>641</sup> "[...] his *Gegenstand* seems to correspond exactly to what I have called a thing..." (PoM, 505)

<sup>642</sup> Die Dinge sind können laut PoM in Propositionen nur als Terme i.e.S. auftreten, wie Russell mit dem Beispiel Sokrates klarstellt: "Socrates is a thing, because Socrates can never occur otherwise than as term in a proposition." (PoM, 45). An anderer Stelle scheint Russell die Dinge mit den Termen zu identifizieren, denn normalerweise spricht er von Dingen und Begriffen: "Of the unity in question, the former class of constituents will be called **terms** [meine Hervorhebung], the latter *concepts*." (PoM, 508) Siehe Abschnitt 2.4.

<sup>643</sup> Russell bezieht sich im letzten Satz auf das Paradox, welches die PF betreffen würde, wenn die Assertion als R-Term bzw. als Entität eingestuft würde. Anscheinend hielt Russell, wie Prof. Klement in einem Essay darlegte, die PF, im Unterschied zu den Klassen und den Prädikaten, zu diesem Zeitpunkt als vor dem Paradox gefeit. Siehe Klement (2004/5). Zur Einheit der Propositionen mehr in Abschnitt 5.4.



Bedeutung die Rede. Wie ich in Kapitel III zeigen werde, versteht Russell seine Bedeutungen nach PoM nicht mehr im referentiellen Sinne, sondern - nach dem Vorbild der denotierenden Begriffe in PoM - als Intensionen. Wie wir noch sehen werden, diskutiert Russell in seiner Theorie der Bedeutung und Denotation entsprechende Kompositionalitätsprinzipien. Wir wollen den ganzen Absatz anführen:

But certain grave difficulties meet us at the outset. In the expression  $fx$ , two variable elements, we said, are involved, namely the  $f$  and the  $x$ . But if this view is to be maintained, it is necessary that, in any **complex**, we should be able, with regard to each **constituents of the meaning**, to analyse the whole into an element independent of that constituent, together with that constituent. This, however, there is reason to think, cannot always be done [See *Principles of Mathematics*, Chap.VII. The Contradiction leads to the same result.]. Hence it seems to follow that the  $f$  in  $fx$  is not a separable and distinguishable object at all. **But in the case, we cannot make statements about what holds "for all values of  $f$ "; yet such statements, or some equivalent, are absolutely indispensable to logic [meine Hervorhebungen].** (OMD, 334)

Kehren wir nun zu unseren Assertionen zurück. Es zeigt sich, dass Russell auch nach PoM an der Analyse der Propositionen in Assertion und Subjekt festhält. Anscheinend hält Russell diese Analyse schon in PoM für weniger destruktiv als die vollständige Zerlegung<sup>644</sup> einer Proposition in die R-Terme:

[...] when a proposition is completely analyzed into its simple constituents, these constituents taken together do not constitute it. A less complete analysis of propositions into subject and assertion has also been considered; and this analysis does much less to destroy the proposition. (PoM, 83)

Wir wollen abschließend festhalten, dass Russells Analyse jede Proposition (mit Ausnahme von bestimmten Typen von Propositionen wie den Implikationen) in zwei Komponenten zerlegt, nämlich in das logische Subjekt, die Terme der Proposition, und die Assertion, welche der Prädikation entspricht. In jeder Proposition<sup>645</sup> muss laut Russell - so meine Interpretation, welche in Kapitel II präsentiert werden soll - mindestens je ein extensionales und ein intensionales Element vorliegen. Dem entspricht in der Semantik der

---

<sup>644</sup> Zur dekompositionalen Analyse siehe Kapitel II, Abschnitt 4.4.2.

<sup>645</sup> Vergleiche mit folgender Behauptung zu den R-Termen: "Given any propositional concept, or any unity (See §136), which may in the limit be simple, its constituents are in general of two sorts: (1) those which may be replaced by anything else whatever without destroying the unity of the whole; (2) those which have not this property. [...] Of the unity in question, the former class of constituents will be called *terms* [meine Hervorhebung], the latter *concepts*." (PoM, 508). Und auch mit folgender Behauptung aus OMDP: "In any sentence denoting a proposition, one at least of the constituent words or phrases that occur must denote, though it may also mean; and one at least of the constituent words or phrases must mean without denoting." (OMDP, 287)

Funktionstheorie die Forderung, dass jede Proposition<sup>646</sup> sowohl eine Denotations- als auch eine Bedeutungskomponente aufweisen muss. Dieses Prinzip findet sich auch in Russells allgemeiner Theorie der Komplexe<sup>647</sup> wieder, wie wir noch sehen werden. Wie wir in noch sehen werden, genießen die Funktionen in Russells Theorie der Komplexe - anders als in der Ontologie von PoM den Status von richtigen Entitäten. Russell fasst die Funktionen hier als Kombinationsmodi auf:

**A mode of combination**, like everything else, **is an entity [meine Hervorhebung]**; but it is not one of the entities occurring in a complex composed of entities combined in the mode in question. (OFU, 98)

Im folgenden Abschnitt sollen nun die verschiedenen Assertionsbegriffe unter die Lupe genommen werden, welche in PoM auftauchen.

### 5.3.6. Verschiedene Assertionsbegriffe

Zuerst wollen wir festhalten, dass die Assertionen laut PoM wie die Begriffe eine Doppelnatur haben, welche es ihnen ermöglicht als Terme oder als (intensionale) Assertionen auftreten zu können:

Thus we can consider a class of propositions containing this assertion, and this will be the class of which a typical number is represented by "x is a man". **It is to be observed that the assertion must appear as assertion, not as term [meine Hervorhebung]**... (PoM, 84)

In folgendem Abschnitt soll die schwierige Frage beantwortet werden, ob Russell in PoM mit einem oder mehreren Begriffen von Assertion operiert. Dazu betrachten wir die Fortsetzung des oben angeführten Zitates aus PoM zur Analyse von Propositionen. Die bloße Aneinanderreihung von Assertion und Subjekt - so setzt Russell seine Diskussion fort - stellt keine Proposition dar. Die ursprüngliche Proposition taucht laut Russell erst wieder auf, sobald die Assertion vom Subjekt effektiv behauptet wird. Des Verständnisses halber, führe ich den ersten Teil des Absatzes noch mal an:

[...] when a proposition is completely analyzed into its simple constituents, these constituents taken together do not constitute it. A less complete analysis of propositions into subject and assertion has also been considered; and this analysis does much less to destroy the proposition. A subject and an assertion, if simply juxtaposed, do not, it is true, constitute a proposition; but as soon as **the assertion is actually asserted [meine Hervorhebung]** of the subject, the proposition reappears. (PoM, 83)

---

<sup>646</sup> "In any sentence denoting a proposition, one at least of the constituent words or phrases that occur must denote, though it may also mean; and one at least of the constituent words or phrases must mean without denoting." (OMDP, 287). Siehe dazu Kapitel III, Abschnitt 5.

<sup>647</sup> "Every complex has meaning and being. *Quā* meaning, it is not one entity, but a compound of several..." (OF, 366). Siehe Kapitel II, Abschnitt 7.3.

Bemerkungen wie die oben hervorgehobene - bei der übrigens wie im Assertionsparadox eine Selbstanwendung der Assertion vorliegt - legen nahe, dass Russell mehr als nur einen Assertionsbegriff verwendet. Im Folgenden will ich eine Interpretation dieser Passage geben und mindestens zwei Typen von Assertionen unterscheiden.

Der erste Typus von Assertion wird auch im vorletzten Satz ("A subject and an assertion, if simply juxtaposed...") erwähnt, der zweite lediglich im letzten ("is actually asserted"). Um beide Begriffe auseinander zu halten, wollen wir im Folgenden von der **Assertion<sub>1</sub>** und der **Assertion<sub>2</sub>** sprechen.

Russell behauptet an der oben angeführten Stelle - so meine Paraphrase - dass die bloße Aneinanderreihung von logischem Subjekt und Assertion<sub>1</sub> keine Proposition darstellt. Erst wenn Assertion<sub>1</sub> effektiv durch die Assertion<sub>2</sub> behauptet wird, liegt eine Proposition vor. Gehen wir nun auf die Assertion<sub>1</sub> ein, um das Ganze besser zu verstehen. Dabei verwenden wir wieder Äußerungen aus dem Appendix.

Russell identifiziert eine solche Aneinanderreihung von logischem Subjekt und Assertion<sub>1</sub> nämlich möglicherweise mit dem, was er in Appendix von PoM als "propositionalen Begriff"<sup>648</sup> bezeichnet. Wir wollen deshalb an dieser Stelle die oben erwähnten Bemerkungen<sup>649</sup> Russells über Freges "Gedanke" neu analysieren.

Wie wir im vorletzten Abschnitt gesehen haben, identifiziert Russell Freges "Gedanken" mit seinen nicht-behaupteten Propositionen. Die letzteren sind aber für Russell - wie er in einer Anmerkung klarstellt - letztlich "propositionale Begriffe"<sup>650</sup>, welche neben den Termen unsere Assertion<sub>1</sub> enthalten. Anschließend behauptet er - wenn ich ihn richtig verstehe - dass die Assertion<sub>1</sub> plus Terme zusammen mit der Annahme<sup>651</sup> (dem Wahrheitswert des Gedankens), die behauptete Proposition<sup>652</sup> ausmachen. Russell weist im Nebensatz tatsächlich darauf hin, dass es sich um zwei verschiedene Begriffe handelt. Möglicherweise sind es unsere zwei Assertionsbegriffe. In Abschnitt 5.4.2.2. von Kapitel II wird übrigens die Nähe der Assertion<sub>1</sub> mit dem Begriff 'such that' zur Sprache gebracht, welchen Russell von Peano übernommen hat.

---

<sup>648</sup> Vergleiche mit folgender Stelle: "In the case of propositions, it seems as though there were always an associated verbal noun which is an individual. We have "x is identical with x" and "the self-identity of x", "x differs from y", and "the difference of x and y"; and so on. The verbal noun, which is what we called the propositional concept, appears on inspection to be an individual. [...] The propositional concept seems, in fact, to be nothing other than the proposition itself, the difference being merely the psychological one that we do not assert the proposition in the one case, and do assert it in the other." (PoM, 526-527)

<sup>649</sup> "[...] the Gedanke is what I have called an unasserted proposition - or rather, what I called by this name ['assertion', meine Hinzufügung] covered both the Gedanke alone and the Gedanke with the truth-value. It will be well to have names for these two distinct notions; I shall call the Gedanke alone a *propositional concept*; the truth-value of a Gedanke I shall call an *assumption* \*." \* Frege, like Meinong, calls this an *Annahme* : FuB. P. 21." (PoM, 503)

<sup>650</sup> Siehe Abschnitt 4.1.

<sup>651</sup> Meine Übersetzung von 'assumption'

<sup>652</sup> Meine Übersetzung von 'asserted propositions'.

Die Frage ist, ob Meinongs und Freges "Annahme" unserer Assertion<sub>2</sub> Russells entspricht. Bei der Assertion<sub>2</sub> würde es sich nämlich gerade um jenes Element handeln, welches laut Russell bei der Analyse einer Proposition in Subjekt (Term) und Assertion (Assertion<sub>1</sub>) verloren geht. Dies ist für Russell übrigens ein Argument mehr, die PF, und nicht die Assertionen (Assertionen<sub>1</sub>) als grundlegend anzunehmen. Im folgenden Absatz wird Russell sehr deutlich:

It seems exceedingly evident, in this case, that the proposition contains an element which is lost when it is analyzed onto a term  $x$  and an assertion  $R$ . Thus here again, the propositional function must be admitted as fundamental. (PoM, 86)

Eine Assertion<sub>1</sub> entspricht dem, was wir als den intensionalen Teil der PF bezeichnet haben. Die Assertion<sub>2</sub> hingegen steht - wie wir im Abschnitt über die Relationen<sup>653</sup> erfahren haben - in enger Verbindung mit dem Verb. Die Verknüpfung zwischen den Verben und der Wahrheit (bzw. der Falschheit) ist - in Russells Worten - allerdings schwer zu definieren. Wie wir gleich sehen werden, verbindet Russell in PoM - anders als Frege - den Assertionsbegriff eng mit dem Wahrheitsbegriff. Russell behauptet:

Verbs are distinguished by special kind of connection, exceedingly hard to define, with truth and falsehood, in virtue of which they distinguish an asserted proposition from an unasserted one, e.g. "Caesar died" from "the death of Caesar". (PoM, 43)

In der Funktionstheorie von 1903, in welcher Russell zwischen der Bedeutung und der Denotation unterscheidet, symbolisiert er das Verb in behaupteten Propositionen mit dem '|', wobei die Assertion (Assertion<sub>2</sub>) durch das '⊢' ausgedrückt wird - wenn meine Interpretation zutrifft:

*Verbs* are words which *mean* the principal undenoted function in an asserted proposition: e.g. in  $\vdash \phi | x$ ,  $|$  is a verb; in a proposition  $\vdash X$  in which  $x$  is the only term.  $x' | X$  occurs as verb; in a proposition  $\vdash (x x y)$  in which  $x$  and  $y$  are the only terms;  $y' x' (x x y)$  occurs as verb; and so on. (OMDP, 296)

Russell verwendet dasselbe Symbol für die Assertion auch in "Outline of Symbolic Logic" (kurz 'OSL'), einem Manuskript aus dem Jahre 1904:

"⊢" is the sign of assertion. It is put before a proposition to show that the proposition in question is asserted and not merely considered. (OSL, 80).

---

<sup>653</sup> Russell bringt die Assertion<sub>2</sub> anscheinend in Verbindung mit den "relating relations": "[...] the assertion of a relation between the relation and the terms, though implied is no part of the original proposition, and that a relating relation is distinguished from a relation in itself by the indefinable element of assertion which distinguishes a proposition from a concept." (PoM, 100). Siehe Abschnitt 4.

Aus diesen verschiedenen Quellen schließe ich, dass die Anwesenheit von Verben in der Philosophie von PoM ein sicheres Zeichen für die Präsenz einer effektiv behaupteten Proposition, also der Assertion<sub>2</sub> ist. Diesem Element der Assertion - und damit den Verben, sofern diese als Verben gebraucht werden - verdanken die Propositionen nun laut Russell ihre Einheit, was im nächstens Abschnitt untersucht werden soll. Russell schreibt dazu in PoM:

A proposition, in fact, is essentially a unity, and when analysis has destroyed the unity, no enumeration of constituents will restore the proposition. The verb, when used as a verb, embodies the unity of the proposition, and is thus distinguishable from the verb considered as a term, though I do not know how to give a clear account of the precise nature of the distinction. (PoM, 50).

Das besagte Element geht laut Russell dann verloren, sobald das Verb substantiviert wird oder wenn die Proposition selbst zum Subjekt einer anderen Proposition gemacht wird. Im ersten Satz bringt Russell die Assertion mit dem Verb definitiv in Verbindung. Nach meiner Sicht der Dinge handelt es sich dabei um den Begriff der Assertion<sub>2</sub>. Russell behauptet folgendes:

There appears to be an ultimate notion of assertion, given by the verb, which is lost as soon as we substitute a verbal noun, and is lost when the proposition in question is made the subject of some other proposition. This does not depend upon grammatical form: for if I say, "*Caesar died* is a proposition", I do not assert that Caesar did die, and an element, which is present in "*Caesar died*" has disappeared. (PoM, 48)

Dieses Resultat bringt uns aber nicht weiter. Russell stellt fest, dass so eine Assertion (Assertion<sub>2</sub>) dem Prinzip (LS) widerspricht und somit einen Widerspruch darstellt:

Thus the contradiction which was to have been avoided, of an entity which cannot be made a logical subject, appears to have here become inevitable. This difficulty, which seems to be inherent in the very nature of truth and falsehood, is one with which I do not know how to deal satisfactorily. (PoM, 48)

Als Ausweg überlegt er einen Moment, ob die Assertion vielleicht doch als eine psychische Entität begriffen werden könnte. Russell kommt aber zu einem negativen Ergebnis, da - so verstehe ich ihn hier - der bei den wahren Propositionen vorliegende Assertionsbegriff auf diese Weise nicht gefasst werden kann:

The most obvious course would be to say that the difference between an asserted and an unasserted proposition is not logical, but psychological. In the sense in which false propositions may be asserted, this is doubtless true. But there is another sense of assertion, very difficult to bring clearly before the mind, and yet quite undeniable, in which only true propositions are asserted. (PoM, 49)

Ähnlich verworren sind die Bemerkungen im Appendix, wo Russell die propositionalen Begriffe mit den substantivierten Verben identifiziert. Die Anwesenheit der Variablen zeigt, dass hier eine PF bzw. eine Assertion<sub>1</sub> gemeint sein muss. Die Assertion<sub>2</sub> wird dann wie oben von Russell vorsichtig als subjektives Element interpretiert, welches zum propositionalen Begriff bzw. der Assertion<sub>1</sub> (bzw. der PF) dazukommt und so erst eine richtige Proposition konstituiert. In seinen Worten:

In the case of propositions, it seems as though there were always an associated verbal noun which is an individual. We have "x is identical with x" and "the self-identity of x", "x differs from y", and "the difference of x and y"; and so on. The verbal noun, which is what we called the propositional concept, appears on inspection to be an individual. [...] The propositional concept seems, in fact, to be nothing other than the proposition itself, the difference being merely the psychological one that we do not assert the proposition in the one case, and do assert it in the other. (PoM, 526-527)

Russells psychologischer Begriff der Assertion gehört - wie man heute sagen würde - zur Pragmatik, und meint die Assertion im Sinne einer subjektiven Bejahung<sup>654</sup> (Affirmation). So eine Assertion kann sich laut Russell - wie auch dem ersten Zitat<sup>655</sup> zu entnehmen ist - auch auf falsche Propositionen beziehen, eine Assertion im logischen Sinne hingegen nur auf wahre:

Psychologically, any proposition, whether true or false, may be merely thought of, or may be actually asserted: but for this possibility, error would be impossible. But logically, true propositions only are asserted, though they may occur in an unasserted form as parts of other propositions. (PoM, 503)

Die schwer zu definierende logische Assertion - unsere Assertion<sub>2</sub> - liegt nur bei wahren Propositionen vor, behauptet Russell:

True and false propositions alike are in some sense entities, and are in some sense capable of being logical subjects; but when a proposition happens to be true, it has a further quality, over and above that which it shares with false propositions, and it is this further quality which is what I mean by assertion in a logical as opposed to a psychological sense<sup>656</sup>. (PoM, 48-49)

---

<sup>654</sup> In OSL ("Outline of Symbolic Logic") - einem Manuskript aus dem Jahre 1904 - führt Russell übrigens ein eigenes Symbol für die (logische) Assertion ein: "⊢" is the sign of assertion. It is put before a proposition to show that the proposition in question is asserted and not merely considered." (OSL, 80).

<sup>655</sup> "The most obvious course would be to say that the difference between an asserted and an unasserted proposition is not logical, but psychological. In the sense in which false propositions may be asserted, this is doubtless true." (PoM, 49)

<sup>656</sup> Russell scheint sich mit dem gemutmaßten "psychological sense", wohl entsprechend seiner Analyse von Propositionen auf jenen Teil der Proposition, nämlich die Assertion, zu beziehen, welche vom logischen Subjekt prädiert wird.

Eine wahre Proposition und eine (im logischen Sinn) behauptete Proposition sind demnach dasselbe. Anders gesagt: jede Assertion<sub>2</sub> behauptet etwas Wahres<sup>657</sup>. Der Ausdruck 'content' bezieht sich nach meinem Verständnis auch auf die Assertion<sub>1</sub>. Russell behauptet in PoM:

It is almost impossible, at least to me, to divorce assertion from truth, as Frege does. An asserted proposition, it would seem, must be the same as a true proposition. We may allow that negation belongs to the content of a proposition (Bs. p. 4), and regard every assertion as asserting something true. (PoM, 504)

Dies drückt die metaphysische Position Russells aus, wonach jeder reale Sachverhalt wahr ist. Der Ausdruck 'real' hat hier keinen Bezug zur raum-zeitlichen Existenz<sup>658</sup>, sondern meint Russells Sein (being) bzw. die logische Assertion. Die in dieser gegenüber Frege kritischen Bemerkung reflektiert sich die Distanz von Russells Philosophie zu jener Frege, welche die Relation der Realität und den Propositionen betrifft. In seinem berühmten Brief behauptet er vehement, dass die nicht-psychologische Assertion (die Assertion<sub>2</sub>) zu den (Russell'schen) Propositionen gehört, welche R-Terme wie den Mont Blanc enthalten:

Concerning *Sinn* and *Bedeutung* I cannot see but difficulties which I cannot overcome. [...] I believe that in spite of all its snowfields Mont Blanc itself is a component part of what is actually asserted in the proposition [*Satz*], 'Mont Blanc is over 4000 metres high'. We do not assert the thought, for this is a private psychological matter: we assert the object of the thought, and this is, to my mind, a certain complex (an objective proposition [*ein objectiver Satz*], one might say) in which Mont Blanc is itself a component part. If we do not admit this, then we get the conclusion that we know nothing at all about Mont Blanc. (Frege 1980, 169).

In Abschnitt 2.2.6. wurde ein wichtiges Zitat<sup>659</sup> angeführt, in welchem Russell klarstellt, dass die begriffliche Analyse nicht Subjektives enthält und mit der realen Analyse zusammenfällt. Russell versucht an einigen Stellen, die die Assertion<sub>2</sub> mit dem Wahrheitsbegriff zu erhellen. Die logische Assertion und die Wahrheit sind - so meint er im Appendix A - eng miteinander verwandt, welche aber doch nicht identisch. 'P 's Wahrheit' ist nicht dasselbe ist wie 'behauptetes P', heißt es hier:

If *p* is a proposition, "*p*'s truth" is a concept which has being even if *p* is false, and thus "*p*'s truth" is not the same as *p* asserted. (PoM, 504)

---

<sup>657</sup> Vergleich auch mit folgendem kritischem Kommentar zu Frege: "[...] an asserted proposition is one whose meaning is true, and that to say **the meaning is true is the same as to say the meaning is asserted [meine Hervorhebung]**. We might then conclude that true propositions, even when they occur as parts of others, are always and essentially asserted, while false propositions are always unasserted..." (PoM, 505)

<sup>658</sup> Siehe Abschnitt 5.1.4.2.

<sup>659</sup> A distinction is made, in support of organic unities, between conceptual analysis and real division into parts. What is really indivisible, we are told, may be conceptually analyzable. This distinction, if the conceptual analysis be regarded as subjective, seems to me wholly inadmissible. All complexity is conceptual in the sense that it is due to a whole capable of logical analysis, but is real in the sense that it has no dependence upon the mind, but only upon the nature of the object. Where the mind can distinguish elements, there must *be* different elements to distinguish;" (PoM, 466)

In Zusammenhang mit dem Konditional (den Propositionen mit Implikationen) kommt Russell zum Ergebnis, dass die Assertion<sub>1</sub> zwar keine Konstituente von behaupteten Propositionen ist, aber trotzdem auf irgendeine Weise in ihnen enthalten ist. Die Assertion muss irgendwo in  $p$  (intern) angesiedelt sein - so argumentiert Russell - da es sonst als externe Relation behauptet werden müsste. Bei diesem Argument handelt es sich ansatzweise um ein (infinites) Regressargument. In folgender Bemerkung vermischt Russell nach meiner Ansicht die zwei Typen von Assertionen (Assertion<sub>1</sub> und Assertion<sub>2</sub>) miteinander:

In " $p$  implies  $q$ ", either or both of the propositions  $p, q$  may be true, yet each, in this proposition, is unasserted in a logical, and not merely psychological sense. Thus assertion has a definite place among logical notions, though there is a psychological notion of assertion to which nothing logical corresponds. But assertion does not seem to be a constituent of an asserted proposition, although it is, in some sense, contained in an asserted proposition. If  $p$  is a proposition, " $p$ 's truth" is a concept which has being even if  $p$  is false, and thus " $p$ 's truth" is not the same as  $p$  asserted. Thus no concept can be found which is equivalent to  $p$  asserted, and therefore assertion is not a constituent in  $p$  asserted. Yet assertion is not a term to which  $p$ , when asserted, has an external relation; for any such relation would need to be itself asserted in order to yield what we want. (PoM, 504)

Ein ähnliches Ergebnis kennen wir aus dem letzten Abschnitt, wo wir festgestellt haben, dass die Assertion keine eigenen und unterscheidbaren Entitäten und damit keine R-Terme sind, sondern dass sie "in den PF leben"<sup>660</sup>. Wenn die Assertionen keine Konstituenten der Propositionen sind, wäre es denkbar, dass sie Teile in einem anderen Sinne sind. Wie in Abschnitt 3.2.1. gezeigt wurde, gibt es für Russell drei verschiedene Arten der Teil-Ganzes Beziehung und auch in der Folge drei verschiedene Arten von Ganzheiten und Teilen. Allerdings scheinen die anderen zwei Kandidaten - oberflächlich betrachtet - auch nicht infrage zu kommen.

Die dekompositionale Analyse stößt scheinbar in PoM bereits an ihre Grenzen. Wie wir in Kapitel II<sup>661</sup> sehen werden, treten vermehrt zwei andere Typen von Analyse an deren Stellen. Durch die immer stärker werden Integration des Funktionsbegriffs in Russells Philosophie wird die funktionale Analyse wichtig. Russells spätere Theorie der Komplexe wird durch den Begriff der funktionalen Komplexe einen entsprechenden neuen Typ von Ganzheiten einführen, welcher eben dieser funktionalen Analyse unterliegt. Doch nun kommen wir auf das Problem der Einheit der Propositionen zu sprechen und den Ansätzen, welche Russell in PoM und danach dazu entwickeln sollte. Dieser letzte Abschnitt von Kapitel I soll uns definitiv an den Funktionsbegriff heran führen, an einen Begriff, welcher vom Termbegriff von PoM - und von der Ontologie der *New Philosophy* eigentlich nicht vorgesehen ist.

---

<sup>660</sup> "[...] it lives in the propositions of the form  $\phi(x)$ ." (PoM, 88)

<sup>661</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.



## 5.4. Das Problem der Einheit der Propositionen

### 5.4.1. Die Einheit der Propositionen 173

### 5.4.2. Unendliche Einheiten 179

#### 5.4.1. Die Einheit der Propositionen

Im Folgenden abschließenden Abschnitt zu den Propositionen soll gezeigt werden, dass Russell mit dem term-orientierten Ansatz bereits in PoM an seine Grenzen stößt. Ich bin der Auffassung, dass es nicht ausschließlich der Entdeckung des Paradoxons zuzuschreiben ist, wenn Russell nach PoM eine Neuorientierung in Ontologie und Logik vornimmt, welche vor allem durch die Einführung des Funktionsbegriffs gekennzeichnet ist. Die Grenzen des term-orientierten Ansatzes werden speziell im Zusammenhang mit dem Problem der Einheit der Propositionen deutlich, wie wir gleich sehen werden. Anschließend sollen Russells Ansichten über die unendlichen Einheiten skizziert werden.

Wie wir in Kapitel I festgestellt haben, kommt den Propositionen laut Russell in Wissenschaft und Logik eine zentrale Bedeutung zu. Die Untersuchung der Propositionen stellt für Russells Philosophie den absoluten Ausgangspunkt dar, wie bereits deutlich wurde. Die Russell'schen Propositionen erweisen sich als nicht-mentale Objekte bzw. Entitäten<sup>662</sup>, welche aus den R-Terme bestehen, und gelten als die Träger der Wahrheit. Wichtig ist aber auch, dass sie laut Russell Einheiten<sup>663</sup> - und zwar die einzigen Einheiten - sind:

Such a whole [a unity, meine Ergänzung] is always a proposition, so it need not be an asserted proposition. (PoM, 139)

Diese Auffassung vertritt Russell interessanterweise bereits in PoL, wenn er die Existenz der analytischen Propositionen infrage stellt. Die hier postulierte Einheit betrifft in erster Linie - scheinbar anders<sup>664</sup> als dann in PoM - das Subjekt:

[...] they are logically subsequent to synthetic propositions asserting that the constituents of the subjects are compatible. They cannot, therefore, in any case, give the premisses of any of any science, as Leibniz supposed (cf. N.E. p.99; G. v. 92). But further, in so far as they are significant, they are judgements of whole and part; the constituents, in the subject, have a certain kind of unity - the kind always involved in numeration, or in assertions of a whole - which is taken away by analysis. (PoL, 22)

Die Einheiten unterscheiden sich laut PoM dadurch von den Aggregaten<sup>665</sup>, dass sie durch die Angabe ihrer Teile - nämlich der R-Terme, welche sie enthalten - nicht eindeutig bestimmt sind:

---

<sup>662</sup> Siehe 5.1.

<sup>663</sup> Siehe Abschnitt 3.2.1.4.

<sup>664</sup> Tatsächlich sind die Auffassungen weniger unterschiedlich als dies auf den ersten Blick erscheinen mag.

<sup>665</sup> Siehe Abschnitt 3.2.1.3.

[...] in the case of unities, the whole is not even specified by its parts. (PoM, 141)

Als Demonstration dafür führt Russell die zwei "Propositionen"<sup>666</sup> 'A is greater than B' und 'B is greater than A' an und behauptet von diesen:

These two propositions, though different, contain precisely the same constituents. (PoM, 107)

Russells Verständnis der Einheit sollte aber noch dasselbe sein, wie vor PoM - nämlich ein term-orientiertes, welches sich über die Teile definiert. Die Einheit der Propositionen ist die einer Ganzheit, welche aus Teilen besteht:

The only kind of unity to which I can attach any precise sense - apart from the unity of the absolutely simple - is that of a whole composed of parts. (Russell 1899/1900, 160-161)

Das Dilemma besteht für Russell nun darin, die Identität dieses Typs von Ganzheiten zu erfassen, wie es die Propositionen sind - nämlich der Einheiten - da sich diese gerade nicht über ihre Teile definieren lassen. Das Problem der Einheit der Propositionen hat Russell vermutlich schon vor PoM<sup>667</sup> beschäftigt und sollte sich neben dem Paradoxon als eines der hartnäckigsten Probleme überhaupt erweisen. Der Kern des Problems besteht darin, dass die Propositionen einerseits ausschließlich aus R-Termen bestehen und andererseits durch diese nicht eindeutig bestimmt sind. Wie Russell in PoM feststellt, handelt es sich um ein ernstes logisches Problem. Russell glaubt hier allerdings, eine Lösung gefunden zu haben, indem er für die atomistische Sicht (Down-Up Modell) optiert:

There is, it must be confessed, a grave logical difficulty in this fact, for it is difficult not to believe that a whole must be constituted by its constituents. For us, however, it is sufficient to observe that all unities are propositions or propositional concepts, and that consequently nothing that exists is a unity." (PoM, 467)

Russell eigentliche Strategie zur Lösung des Problems geht aber in folgende Richtung. Die Propositionen gelten - wie in den Abschnitten über die Relationen und relationalen Propositionen deutlich wurde - als jene Ganzheiten, welche neben den Termen auch die Relationen zwischen den Termen einschließen. Durch die Präsenz der Relationen werden sie scheinbar zu neuen Entitäten, wodurch sozusagen ein Hauch von Holismus erzeugt wird. So ein Ganzes - so kann man Russells Äußerung deuten - ist auch im mathematischen Sinne mehr als die Summe<sup>668</sup> seiner Teile:

This usage is inconvenient and, I think, useless; moreover it seems to overlook the fact that wholes are *not*, as a rule, determinate when their constituents are given, but are themselves

---

<sup>666</sup> Eigentlich sind es PF.

<sup>667</sup> Überlegung wie die folgende zur Teil-Ganzes Relation weist darauf hin: "The only kind of unity to which I can attach any precise sense - apart from the unity of the absolutely simple - is that of a whole composed of parts." (Russell 1899/1900, 160-161)

<sup>668</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung: "Owing to the way in which the verb actually relates the terms of a proposition, every proposition has a unity which renders it distinct from the sum of its constituents." (PoM, 52)

new entities (which may be in some sense simple), defined, in the mathematical sense, by certain relations to their constituents. I shall, therefore, in future, ignore the philosophical sense, and speak only of mathematical definability. (PoM, 111-112)

Die hier intendierten mathematischen Definitionen<sup>669</sup> unterscheiden sich laut Russell deutlich von der philosophischen, wie wir in Kapitel II noch sehen werden. Die philosophischen Definitionen hingegen erweisen sich gerade in Zusammenhang mit den Ganzheiten als wenig nützlich, wie Russell meint. Bei einer philosophischen Zerlegung der Proposition in ihre Konstituenten, die R-Terme, geht nämlich gerade die Einheit verloren, wie er in PoM meint:<sup>670</sup>

A proposition, in fact, is essentially a unity, and when analysis has destroyed the unity, no enumeration of constituents will restore the proposition. (PoM, 50)

Während die philosophischen Definitionen intensionale Begriffe in ihre Elemente zerlegen, definiert die Mathematik extensionale Terme anhand von rechtseindeutigen Relationen<sup>671</sup> d.h. anhand von Funktionen:

[...] definition, in mathematics, does not mean, as in philosophy, an analysis of the idea to be defined into constituent ideas. This notion, in any case, is only applicable to concepts, whereas in mathematics it is possible to define terms which are not concepts. [...]. Mathematical definition consists in pointing out a fixed relation to a fixed term, of one term only is capable: this term is then defined by means of the fixed relation and the fixed term. (PoM, 27)

Wenn die formale Struktur (Form)<sup>672</sup> die Einheit der Proposition jenseits der Konstituenten verbürgt, kann diese selbst nicht als Konstituente<sup>673</sup> der Proposition aufgefasst werden. Sie kann bei der Analyse aber - so drückt sich Russell aus - als ein Element<sup>674</sup> der Proposition erwähnt werden:

[...] the true solution lies in regarding every proposition as having a kind of unity which analysis cannot preserve, and which is lost even though it be mentioned by analysis as an element of the proposition. (PoM, 51)

Diese Behauptung entspricht der oben besprochenen Einschätzung des ontologischen Status der Assertionen. Die Assertionen (die Assertion<sub>1</sub>) sind die intensionalen Komponenten der PF und damit so etwas wie die logische Form der Propositionen. Russell spricht von

---

<sup>669</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 2.1.

<sup>670</sup> Russell schreibt Frege ähnliche Überzeugungen zu: „Frege recognizes the unity of a proposition...“ (PoM, 507)

<sup>671</sup> Die Injektivität oder Rechtseindeutigkeit liegt vor, da laut Russell nur ein einziger Term das Relatum sein kann („of one term only is capable“). Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.4.2.4.

<sup>672</sup> Siehe PoM, 88 und 89 sowie Kapitel IIb, Abschnitt 2.4.2.4.

<sup>673</sup> Vergleiche mit: „A mode of combination, like everything else, is an entity; but it is not one of the entities occurring in a complex composed of entities combined in the mode in question.“ (OFU, 98)

<sup>674</sup> Russell ist sich durchaus bewusst, dass seine Position dem Termbegriff widerspricht: „This view has doubtless its own difficulties...“ (PoM, 51). Vergleiche die Fussnote von PoM, 55. Die Diskussion zu dem dort verwendeten Begriff des Objektes siehe Abschnitt 2.5.5.

dieser Struktur später allgemeiner als von einem Kombinationsmodus von Komplexen. So heißt es etwa in OFU:

A complex is determined by its constituents together with their mode of combination. (OFU, 98)

Diese Kombinationsmodi werden in Russells Analyse - wie in Kapitel II näher gezeigt werden soll - als intensionale Funktionen aufgefasst. Eine funktionale Analyse - behauptet Russell in FN - liefert sowohl die Funktion als auch die Konstituenten des Komplexes:

In any complex, it is essential to a complete analysis to mention the function as well as the constituents. (FN, 129)

Diese Position ist - so meine ich - in PoM bereits angesteuert, wenn Russell die Relationen<sup>675</sup> zwischen den Konstituenten als entscheidend für die Ganzheiten der Propositionen erklärt. Dies wurde bei der Analyse der Assertion deutlich, welche sich als der Betrag der Verben erwiesen haben. Russell meint nun dazu:

[...] wholes [...] are themselves new entities (which may be in some sense simple), defined, in the mathematical sense, by certain relations to their constituents. (PoM, 111-112)

Dies wird in folgendem Satz noch deutlicher, wo Russell behauptet, dass die Relationen jenes Element beisteuern, welches die über die Summe der Teile hinausgehende Einheit der Proposition ausmacht:

Owing to the way in which the verb actually relates the terms of a proposition, every proposition has a unity which renders it distinct from the sum of its constituents. (PoM, 52)

Ähnlich folgende Bemerkung, in der die Propositionen als Ganzheiten mit Relationen gekennzeichnet werden, wobei Russell präzisiert, dass die Verben<sup>676</sup> hier als Begriffe (intensional) auftreten müssen:

But other wholes occur, which contain relations or what may be called predicates, not occurring simply as terms in a collection, but as relating or qualifying. Such wholes are always propositions. (PoM, 140)

Das nächste Problem, welches sich Russell bereits in PoM stellt, besteht darin, dass die Struktur der Propositionen mit dem Relationsbegriff letztlich doch nicht erfasst werden kann,

---

<sup>675</sup> Die Relationen werden laut PoM durch die Verben ausgedrückt, wie wir wissen: "The verb, when used as a verb, embodies the unity of the proposition, and is thus distinguishable from the verb considered as a term, though I do not know how to give a clear account of the precise nature of the distinction." (PoM, 50). Siehe Abschnitt 4.

<sup>676</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus OF: "In every complex, at least one constituent occurs as meaning. It is the constituent occurring as meaning that gives form and unity to the complex; otherwise it would merely be several detached entities. Verbs not in infinite mood, and prepositions, and conjunctions, when they occur in sentences, normally occur as *meanings*;" (OF, 380)

solange diese als gewöhnliche R-Terme aufgefasst werden. In diesem Sinne deute ich die Fortsetzung der Bemerkung oben:

We cannot explain this fact by saying that the parts stand in certain relations which are omitted in the analysis. (PoM, 140)

Dass Russell mit dem dekompositionalen Modell in eine Sackgasse geraten ist, zeigt sich, wenn er zugeben muss, dass er außerstande ist, die spezielle Teil-Ganzes Beziehung bei den Propositionen anzugeben. Er erklärt unter anderem auch die Teil-Ganzes Beziehung<sup>677</sup>, wie sie in den Propositionen vorliegt einfach für undefinierbar:

[...] "A differs from B" is not an aggregate, and has not parts at all in the first two senses of parts [the terms of a whole (collection) and the parts of aggregates, meine Ergänzung]. It is *parts* in this third sense [the constituents of a unity, meine Ergänzung] that are chiefly considered by philosophers, while the first two senses are those usually relevant in symbolic logic and mathematics. This third sense of *part* is the sense which corresponds to analysis: **it appears to be indefinable**, like the first sense - *i.e.*, **I know no way of defining it** [meine Hervorhebung]. (PoM, 139)

Zusammenfassend kann man sagen, dass Russell in PoM zunächst die Auffassung vertritt, dass die Relationen (wie die Prädikate) (intensionale) Konstituenten der Propositionen sind. Als solche erweisen sie sich in der philosophischen Analyse, welche nach dem dekompositionalen Modell von Analyse ausgerichtet ist. Russell geht aber noch in PoM zu einer Auffassung der Relationen über, welche diese als formale Strukturen der Propositionen und weniger als reale Entitäten ansieht. Damit rückt er die Relationen in die Nähe des Funktionsbegriffs, was im Rahmen von Russells Denotationstheorie und seinem Logizismus Sinn durchaus macht.

Die PF erweisen sich schließlich als die grundlegenden Entitäten<sup>678</sup> in der Ontologie Russells, da von diesen dann die Prädikate<sup>679</sup>, die Klassen<sup>680</sup>, die Relationen<sup>681</sup> und die Assertionen<sup>682</sup> abgeleitet werden können. Zudem sind konstituieren sie laut Russell die Einheit der Propositionen. Stellen wir uns die Frage, was eine PF ist, indem wir einige Bemerkungen Russells zu den PF anführen. Eine ausführliche Besprechung der PF und der anderen Funktionen folgt dann in Kapitel II.

---

<sup>677</sup> Siehe Abschnitt 3.2.1.

<sup>678</sup> From propositional functions all other classes can be derived by definition, with the help of the notion of *such that*." (PoM, 93)

<sup>679</sup> "[...] a property, in its most general form, is a propositional function  $\phi(x)$ , such as "to be a man", "to be a rational number", "to be a root of the equation  $\sin x = 1$ ", and so on." (CI, 5)

<sup>680</sup> Auch die Klassen werden in PoM generell auf PF zurückgeführt "A propositional function is the class of all propositions which arise from the variation of single term..." (PoM, 92-93)

<sup>681</sup> "In its most general form, functionality does not differ from relation." (PoM, 263)

<sup>682</sup> "It is observed that, according to the theory of propositional functions here advocated, the  $\phi$  in  $\phi(x)$  is not a separate and distinguishable entity: it lives in the propositions of the form  $\phi(x)$ , and cannot survive analysis." (PoM, 88)

In der Endfassung von PoM werden die PF als Klassen<sup>683</sup> von Propositionen mit einer konstanten Form<sup>684</sup> definiert. Wenig früher definiert Russell die PF als Konjunktionen<sup>685</sup> von Propositionen. Wenn Russell die Propositionen in PoM als die Werte der PF definiert, privilegiert er damit eine formalere, extensionale Auffassung der Propositionen.

Aufgrund der Rechtseindeutigkeit<sup>686</sup> der Funktionen ergibt sich bei den PF nach Einsetzung der Terme als Argument - sofern das Argument aus dem Bedeutungsbereich der Funktion stammt - stets eine eindeutige Proposition als Wert der PF. Als Wahrheitsbereich definiert Russell dann jene Argumente, welche die PF in eine wahre Proposition<sup>687</sup> überführen:

Every propositional function  $\phi(x)$  - so it is contended - has in addition to its range of truth, a range of significance, *i.e.* a range within which  $x$  must lie if  $\phi(x)$  is to be a proposition at all, whether true or false. (PoM, 523)

Jede PF liefert für jedes Input ein und ein eindeutiges Output liefert:

Input der PF: Intensionen (Terme)      Output der PF: Intensionen (Propositionen)

Bei den DF<sup>688</sup> hingegen - welche Russell bereits in PoM von den grundlegenden PF unterscheidet - gibt es ein extensionales Output:

Input der DF: Intensionen (Terme)      Output der PF: Extensionen (Terme)

Da die Natur der PF selbst eng mit der Variablen<sup>689</sup> verknüpft ist, wie in Abschnitt 5.3. von Kapitel II gezeigt werden soll - kann man die Funktion nicht einfach durch das Auslassen der Terme gewinnen (wie das Frege vorschreibt):

[...] in general it is impossible to define or isolate the constant element in a propositional function, since what remains, when a certain term, wherever it occurs, is left out of a proposition, is in general no discoverable kind of entity. Thus the term in question must be not simply omitted, but replaced by a *variable*. (PoM, 107)

---

<sup>683</sup> "The notion of class in general, we decided, could be replaced, as an indefinable, by that of the class of propositions defined by a propositional function." (PoM, 106) Und auch: "The notion of class of propositions of constant form is more fundamental than the general notion of *class*, for the latter can be defined in terms of the former, but not the former in terms of the latter." (PoM, 89)

<sup>684</sup> In FU wird Russell von der Funktion als der "Form von Ausdrücken" gesprochen: "If  $X$  be any expression containing  $x$ , the *form* of the expression may be preserved constant while  $x$  varies. [...]. The form of the expression  $X$  is what is called a *function*..." (FU, 53)

<sup>685</sup> "[...] the proposition  $f(x)$  is a conjunction of just as many propositions as there are terms in the class of terms such that  $f(x)$  is true." (CP3, 206)

<sup>686</sup> "[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has only one relatum, defines a function..." (PoM, 83)

<sup>687</sup> "Then the terms of  $a$  are the class of terms such that  $f(x)$  is a true proposition." (PoM, 29). Siehe auch die vorhergehende Fußnote!

<sup>688</sup> "[...] denoting functions in general have as values entities which are neither propositions nor functions, but ordinary entities." (FCR, 87). Siehe Kapitel II, Abschnitt

<sup>689</sup> "The question concerning the nature of a propositional function as opposed to a proposition, and generally of a function as opposed to its values, is a difficult one, which can only be solved by an analysis of the nature of the variable." (PoM, 264). Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.3.

Russells Strategie in seiner späteren Theorie der Komplexe<sup>690</sup> des Jahres 1904 besteht im Wesentlichen darin, diese Theorie von PoM weiterzuentwickeln. Die Propositionen werden dann nicht mehr als die einzigen Einheiten interpretiert, sondern als spezielle Komplexe<sup>691</sup>, welche sich letztlich - wie die anderen Komplexe auch - von den Funktionen herleiten lassen:

The complex is derived from the function, not the function from the complex. (FN, 251)

Wie wir in Kapitel II sehen werden, spielt in Russells Theorie der Komplexe die Unterscheidung von Bedeutung und der Denotation eine grundlegende Rolle. Durch das Bedeutungselement<sup>692</sup> erweist sich ein Komplex wie eine Proposition laut Russell nicht als eine atomare Entität, sondern ein als Gebilde dar, das aus vielen Komponenten besteht:

Every complex has meaning and being. *Quā* meaning, it is not one entity, but a compound of several. A complex may occur in two ways, as meaning or as entity. (OF, 366)

Während in PoM das konstante Bedeutungselement meist als Assertion interpretiert wurde, wird es in der neuen Theorie der Komplexe definitiv als Funktion aufgefasst. Die Proposition selbst<sup>693</sup> wird von Russell in OF, dem wichtigsten Manuskript vor OD, mit dem Sein bzw. der Denotation des [propositionalen] Komplexes identifiziert. Die denotierenden Begriffe aus PoM werden nun als denotierende Komplexe<sup>694</sup> interpretiert. Dazu mehr aber Kapitel II.

Die Frage der Einheit der Propositionen stellt sich in der Theorie der Komplexe nicht auf dieselbe Weise wie in der Philosophie von PoM. In Bezug auf die Denotation genügt es, dass feststeht, dass die Denotation eine eindeutig bestimmte Entität ist. Damit sieht es zunächst so aus, als würde die Frage der Einheit der Propositionen in der Theorie der Komplexe als Scheinfrage entlarvt. Tatsächlich taucht die Frage später auf einer höheren Ebene erneut auf. Russell lotet dabei die Gültigkeit von verschiedenen Kompositionalitätsprinzipien aus, wie wir noch sehen werden. Kommen nun noch auf die unendlichen Propositionen zu sprechen.

#### 5.4.2. Unendliche Einheiten

Nachdem wir in Abschnitt 2.2.2. die Frage nach der Existenz von unendlichen Aggregaten besprochen haben, geht es jetzt um die unendlichen Einheiten. Ob es solche unendlichen Einheiten überhaupt gibt, ist laut Russell nicht so leicht zu beantworten ist. Zunächst

---

<sup>690</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 6.2.

<sup>691</sup> Die denotierenden Begriffe sind ebenfalls Komplexe. Es gibt also denotierende und nicht-denotierende Komplexe. Siehe Kapitel II, Abschnitt 7.3.

<sup>692</sup> In OF werden Komplexe in den verschiedenen Arten des Vorkommens, als Bedeutung ("as meaning") und als Entität ("as entity"), betrachtet. Siehe Kapitel IV, Abschnitt 1.2.

<sup>693</sup> "A *propositional* complex is one which is a proposition: a proposition is not what is asserted, since this concerns the complex as meaning. When the complex as meaning is asserted, what the complex *is* is true." (OF, 366)

<sup>694</sup> "[...] meaning has to do, not with what a thing is, but with the road by which it is reached: in a denoting complex, the complex apart from what it denotes may be not a single entity at all." (PaD, 308)

definiert<sup>695</sup> er eine Einheit als endlich, wenn sie eine endliche Anzahl von einfachen Konstituenten aufweist. Andernfalls handelt es sich um eine unendliche Einheit:

A unity is finite when, and only when, the aggregate of its simple constituents<sup>696</sup> is finite. In all other cases a unity is said to be infinite. (PoM, 145)

Unendlich komplexe Propositionen<sup>697</sup> wären - anders als die Assertionen über unendliche Aggregate - wie Russells Beispiel veranschaulichen soll, solche unendlichen Einheiten:

An infinitely unity will be an infinitely complex proposition: it will not be analyzable in any way into a finite number of constituents. It thus differs radically from assertions about infinite aggregates. For example, the proposition "any number has a successor" is composed of a finite number of constituents... (PoM, 145)

An dieser Stelle fällt der von Russell oben angesprochene Unterschied zu den unendlichen Klassen ins Gewicht. Während die unendlichen Aggregate<sup>698</sup> zwar unendlich viele Terme haben, aber durch endlich komplexe Begriffe oder PF manipulierbar sind, wären die unendlichen Propositionen auch intensional unendlich.

Im Falle der unendlichen Klassen (Aggregate)<sup>699</sup> wird die Annahme von unendlich komplexen Propositionen durch die Einführung der Denotationstheorie überflüssig:

[...] it may be said the logical purpose which is served by the theory of denoting is, to enable propositions of finite complexity to deal with infinite classes of terms: this object is effected by *all*, *any*, and *every*, and if it were not effected, every general proposition about an infinite class would have to be infinitely complex. (ibid.)

Obwohl für Russell demnach feststeht, dass wir ohne unendlich komplexe Propositionen auskommen können, lässt er die Frage in Bezug auf ihre Existenz als nicht entscheidbar offen:

Now, for my part, I see no possible way of deciding whether propositions of infinite complexity are possible or not; but this at least is clear all propositions of infinite complexity known to us (and, it would seem, all propositions that we can know) are of finite complexity. (PoM, 145)

Neben Russells Pragmatik kommt in diesem Punkt auch seine wissenschaftsorientierte Position zum Ausdruck, wenn er die ontologische Frage von der erkenntnistheoretischen trennt. Unendlich komplexe Propositionen stünden nach seiner Einschätzung jedenfalls außerhalb unseres Erkenntnisvermögens:

---

<sup>695</sup> Russell platonischer Realismus unterscheidet grundsätzlich nicht zwischen Real- und Nominaldefinition. Die sprachliche Perspektive bleibt - wie wir wissen - weitgehend ausgeklammert. Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 4.

<sup>696</sup> "A simple constituent may [now] be defined as a constituent which itself has no constituents." (PoM, 145)

<sup>697</sup> Vergleiche mit: "[...] asking how our infinite wholes are to be defined. The definition must not be infinitely complex, since this would require an infinite unity." (PoM, 145)

<sup>698</sup> Siehe Abschnitt 2.2.2.

<sup>699</sup> "Concepts of this kind [*all*, *every*, *any*, *a*, *some*, and *the*, meine Ergänzung], we found, are fundamental in Mathematics, and enable us to deal with infinite classes by means of propositions of finite complexity." (PoM, 106)



Thus the question whether or not there are infinite unities must be left unresolved; the only thing we can say, on this subject, is that no such unities occur in any department of human knowledge, and therefore none such are relevant to the foundations of mathematics. (PoM, 145-146)

Es ist zu vermuten, dass hier der Vorläufer des späteren Prinzips der Bekanntschaft (PoA)<sup>700</sup> die Grundlage für Russells Behauptung darstellt.

Abschießend wollen wir darauf hinweisen, dass Russell seine Theorie der Ganzheiten später in die neue Funktionstheorie integrieren will. Russell beginnt bereits in PoM der Teil-Ganzes Beziehung die Relevanz für die Logik zu nehmen, wie folgende Bemerkung nahelegt:

But wherever infinite wholes are concerned it is necessary, and in many other cases it is practically unavoidable, to begin with a class-concept or predicate or propositional function, and obtain the aggregate from this. Thus the theory of whole and part is less fundamental logically than that of predicates or class-concepts or propositional functions; (PoM, 142)

In Abschnitt 3 von Kapitel II will ich zeigen, dass Russell vor allem nach PoM eine Verschiebung der resolutiven Analyse von der kompositionalen zur funktionalen Analyse vollzieht. Russell behauptet bereits in PoM, dass die unendlichen Funktionen zur Fundierung der unendlichen Klassen herangezogen werden können:

If functions are to extend to infinite classes, this state of things is essential, for enumeration has become impossible. (PoM, 268)

Dann äußert er sich in Hinblick auf die Komplexität der Funktionen ähnlich wie bei der Frage nach den unendlichen Propositionen. Die Funktionen, mit denen wir des Unendlich mächtig werden wollen, müssen praktischerweise von endlicher Komplexität sein:

[...] the defining relation of a function must not be infinitely complex, or, if it be so, must be itself a function defined by some relation of finite complexity. This condition, though it is itself logical, has again, I think, only psychological necessity, in virtue of which we can only master the infinite by means of laws of order. (PoM, 268)

Damit wollen wir dieses Kapitel beenden, um in Kapitel II zur Besprechung der Grundlagen der Logik, der philosophischen Analyse und vor allem des Funktionsbegriffs überzugehen.

Ich habe in Kapitel I die Ontologie von PoM in groben Zügen präsentiert und auf einige Schwachstellen von Russells Auffassungen hingewiesen. Ich habe in den Abschnitten zu den einzelnen Objekten von PoM auf die zentrale Bedeutung der Funktionen hingewiesen, welche dann - wie wir im nächsten Kapitel sehen werden - speziell in der Logik nach PoM wichtig sind.

---

<sup>700</sup> Siehe Abschnitt 7.4. von Kapitel II.

Wir haben gesehen, dass die für die Logik von PoM essentiellen Funktionen - wie auch die Assertionen und auf andere Weise auch die denotierenden Begriffe - in der Ontologie von PoM einen Fremdkörper darstellen. Nach PoM widmet sich Russell bewusst einer philosophischen Analyse des Funktionsbegriffs, welche der primäre Gegenstand von Kapitel II der vorliegenden Arbeit sein soll. Darüber hinaus werden wir uns beiläufig auch der Frage zuwenden, ob es ihm Russell in den Jahren 1903 und 1904 gelingt, einen effektiven Funktionskalkül zu entwickeln.

## Kapitel II

### **Analyse und Funktionstheorie**

---

<b>1. Einleitung.....</b>	S.183
<b>2. Philosophie, Mathematik und Logik in PoM.....</b>	S.186
<b>3. Russells analytische Methode.....</b>	S.204
<b>4. Abriss zu Analysis und Funktionsbegriff vor Russell.....</b>	S.236
<b>5. Der Funktionsbegriff in PoM.....</b>	S.246
<b>6. Die Funktionstheorie des Jahres 1903.....</b>	S.285
<b>7. Die Funktionstheorie des Jahres 1904.....</b>	S.320

#### **1. Einleitung**

Nachdem wir in Kapitel I das Grundarsenal der Ontologie von PoM untersucht haben, soll jetzt vor allem Russells Funktionsbegriff und die Auswirkungen der Integration des Funktionsbegriffs in seine Philosophie besprochen werden. Aus Kapitel I wissen wir, dass Russell grundlegend zwischen den einfachen R-Termen und den komplexen R-Termen, den Propositionen, unterscheidet. Zugleich versucht er, die Klassen als Konjunktionen von einfachen R-Termen aufzufassen. Die denotierenden Begriffe gelten hingegen als spezielle, komplexe Begriffe, welche in der Logik, der Erkenntnistheorie, der Semantik und der Ontologie von PoM eine Anomalie darstellen.

Ich will zeigen, dass Russell mit dem Funktionsbegriff in PoM dann ähnliche Anomalien verknüpft sieht. Tatsächlich konzipiert Russell, der um 1903 noch über keine philosophisch befriedigende Quantifikationstheorie verfügt, die Funktionen bzw. die Variablen zunächst in der Art der denotierenden Begriffe. Bei meiner Analyse von Russells Denken von PoM bis OD wird sich einerseits zeigen, dass Russells Theorie der Kennzeichnungen (seine zweite Denotationstheorie) als Ergebnis seiner Auseinandersetzung mit dem Funktionsbegriff anzusehen ist. Russells neues Verständnis der Funktionen (und der Komplexe) verdankt sich andererseits - wie ich zu zeigen versuche - seiner eingehenden Analyse der denotierenden Begriffe, welche dann in OD definitiv aus der Ontologie verbannt werden sollten. Zunächst soll der Aufbau von Kapitel II kurz skizziert werden.

Zu Beginn von Kapitel II sollen die Disziplinen Philosophie, Mathematik und Logik und ihre Beziehung zueinander besprochen werden, wie sie von Russell in PoM charakterisiert

werden. Dabei erweist sich die von mir in Kapitel I als problematisch eingestufte Einteilung der R-Terme in Begriffe und Dinge als zentrale Dichotomie für den Logizismus.

Anschließend konzentrieren wir uns ein wenig auf Russells Auffassungen von Analyse, was als ein kleiner Beitrag für die Beleuchtung der Anfänge der analytischen Philosophie gedacht ist. Ich will zeigen, dass sich die Entwicklung des Russell'schen Denken - von einer mit Moore geteilten primär metaphysischen, dogmatischen Orientierung hin zu einer von der philosophischen Logik geprägten Theorie - an der Entwicklung von Russells Methode bzw. an seiner Auffassung von Analyse ablesen lässt. Dabei vertrete ich die These, dass Russells funktionale Analyse<sup>701</sup> - besonders ab dem Frühjahr 1903, aber auch schon in PoM - die andere Version der resolutiven Analyse, nämlich die dekompositionale Analyse immer mehr verdrängen sollte. Zudem will ich belegen, dass die paraphrasierende oder interpretierende Analyse - wie sie dann in der Theorie der Kennzeichnungen konzipiert wird - bei Russell bereits vor OD auftaucht.

Anschließend soll ein Exkurs in die Geschichte der Analysis und des Funktionsbegriffs eingeschoben werden, welcher als Vorbereitung für die anschließende Untersuchung von Russells eigener Philosophie der Funktionen dienen soll. Dabei zeigt sich, dass sich die antike Analysis als eine Wissenschaft der Größen vor allem an der Geometrie orientiert, während die moderne Analysis zuerst durch eine Tendenz der Algebraisierung (17. Jahrhundert), dann der Arithmetisierung (19. Jahrhundert) gekennzeichnet ist. Bei der Skizzierung der Geschichte des Funktionsbegriffs sollen dann einige Definitionen angeführt werden, welche den möglichen Hintergrund für Russells Funktionsbegriffs bilden.

Wir werden sehen, dass sich Russells Funktionsbegriff, wie er in PoM und in den Manuskripten unmittelbar danach entwickelt wurde, deutlich vom klassischen Funktionsbegriff unterscheidet, wie er bei Dirichlet oder Cauchy zu finden ist. So lassen sich Russells wichtigste Funktionen - die propositionalen Funktionen (die PF) - nicht als Zuordnungen von Mengen von Zahlen zu anderen Mengen von Zahlen verstehen. Die Argumente der PF sind - wie wir aus Kapitel I wissen - Terme, ihre Werte hingegen Propositionen.

Russell hat den Funktionsbegriff - wie bereits erwähnt - im Jahre 1900 von Giuseppe Peano übernommen und sollte ihn - anders als etwa die denotierenden Begriffe, die Klassen und die Propositionen - noch lange nach dem Erscheinen der *Principia Mathematica* (kurz 'PM' genannt) beibehalten. Wie Beaney<sup>702</sup> gezeigt hat, gibt es in PoM zwei Begriffe, welche als Vorläufer des Begriffs der propositionalen Funktionen (PF) angesehen werden können, nämlich den Assertionsbegriff und den Begriff der logischen oder der abhängigen Variablen.

---

<sup>701</sup> In diesem Kontext erscheint es mir als sinnvoll, mit Beaney zwischen 3 verschiedenen Arten der Analyse zu unterscheiden, wie sie in der europäischen Philosophie und Wissenschaft seit der Antike immer wieder vertreten worden sind. Der Wandel in Russells Analysebegriff zwischen 1900 und 1905 kann auf diese Weise leichter rekonstruiert werden. Siehe Beaney (2003): 128-170.

<sup>702</sup> Beaney (2009).

Die PF gelten als Teile der Propositionen, welche Russell als die Werte der PF definiert. Die PF erweisen sich in der Logik von PoM als nützliche Instrumente, wie in der Analyse von Kapitel I bereits deutlich wurde. Wie wir in Abschnitt 2 sehen werden, umfasst die Logik von PoM drei verschiedenen Kalküle, den Klassenkalkül, den Relationenkalkül und eben den Propositionenkalkül, wobei Russell gerade den letzteren als den grundlegendsten ansieht.

In Russells Inventar finden sich aber auch die strukturell von den PF verschiedenen, denotierenden Funktionen (kurz: DF), zu denen er auch die mathematischen Funktionen zählt. Ich will zeigen bei der Rekonstruktion der Entwicklung von Russells Verständnis der DF zeigen, dass er in diesem Kontext - bei der Formalisierung der komplexen Begriffe - seine Theorie der Kennzeichnungen entwickelt. Als Ausgangspunkt für diese Entwicklung sehe ich den Appendix von PoM, wo Russell die propositionalen Funktionen<sup>703</sup> von den nicht-propositionalen unterscheidet. Meine Untersuchung beginnt also wieder mit PoM. Ich komme in meiner Arbeit schließlich zum Ergebnis, dass der Einfluss Freges auf Russell seit der letzten Phase der Niederschrift von PoM stärker als bisher angenommen gewesen sein muss - auch wenn zugleich deutlich wird, dass sich Russells Funktionsbegriff nicht nur von jenem Peanos, sondern auch jenem Freges grundlegend unterscheidet.

Es ist eine weitere These meiner Arbeit, dass sich Russells Philosophie durch die Integration des Funktionsbegriffs in verschiedenen Bereichen immer deutlicher von den gemeinsamen Anfängen mit Moore entfernt. Der Wendepunkt, durch welchen der Funktionsbegriff für Russells Logizismus an Attraktivität gewinnt, stellt hier vermutlich die Entdeckung des Klassenparadoxon dar. Wie Klement<sup>704</sup> gezeigt hat, stuft Russell die PF - anders als die Klassen und die Prädikate - zum Zeitpunkt der Veröffentlichung von PoM zunächst als vor einem Paradoxon gefeit ein. Dies mag ein Anstoß für Russell gewesen zu sein, nach der Veröffentlichung von PoM einen universellen Kalkül der Funktionen zu entwickeln.

Die in den Manuskripten vom Frühjahr 1903 und 1904 präsentierten Theorien lassen es als angemessen erscheinen, von richtigen Funktionstheorien zu sprechen. Ich will zeigen, dass sich Russell zwar penibel und speziell mit großer philosophischer Sorgfalt um die Notationsfrage und die Formulierung von Definitionen und Umformungsregeln kümmert, ohne dass er aber einen einwandfreien Funktionenkalkül entwickeln kann.

Am Ende von Kapitel II soll Russells Theorie der Komplexe besprochen werden, welche mit der Funktionstheorie gewissermaßen konkurriert und dann den Übergang zur Besprechung von Russells Semantik in Kapitel III ermöglichen soll. Dabei taucht eine ähnliche Frage auf, wie jene zur Genese der Entitäten aus Kapitel I. Während es dort um die Propositionen und die Funktionen ging, fragen wir uns jetzt mit Russell, ob die Komplexe oder die Funktionen

---

<sup>703</sup> Wir werden übrigens dann auch Russells spärliche Äußerungen über den allgemeinen Funktionsbegriff besprechen.

<sup>704</sup> Klement (2004/5).

logisch und ontologisch grundlegend sind. Es wird sich hier zeigen, dass Russell auch hier zu keinem definitiven Ergebnis kommt. Die Unterscheidung zwischen denotierenden und nicht-denotierenden Komplexen erweist sich in diesem Kontext als ebenso schwierig, wie auch folgenreich.

Das Verständnis von Russells Funktionstheorie und seiner Theorie der Komplexe stellt nicht umsonst eine sehr große Herausforderung dar, wobei Russells häufiger Wechsel zwischen verschiedenen Notationen für den Leser nicht die Verständnisschwierigkeiten darstellt. Ich selbst bin hier deutlich an meine Grenzen gestoßen und habe mich damit begnügt, einzelne Momente seines Denkens zu erfassen. Tatsächlich liegt die Schwierigkeit auch darin, dass Russell sehr häufig in Sackgassen<sup>705</sup> gerät und fast nie zu einer für ihn wirklich befriedigenden Lösung von Problemen gelangt. Letzteres spricht aber zugleich für seinen unermüdlichen philosophischen Forschergeist.

Kommen wir jetzt aber zu den drei zentralen Disziplinen von PoM.

## **2. Philosophie, Mathematik, und Logik in PoM**

### **2.1. Die Philosophie in PoM 186**

### **2.2. Die Mathematik in PoM 191**

### **2.3. Die Logik in PoM 195**

#### **2.1. Die Philosophie in PoM**

In diesem Abschnitt über die Philosophie, die Mathematik und die Logik geht es neben der Bestimmung des jeweiligen Forschungsobjekts und Methodenfragen auch um Russells Definitionstheorie, welche eine wichtige Komponente von Russells Modell von Analyse darstellt. Dabei werden auch einige epistemologische Überlegungen einfließen, welche dann in Abschnitt 7 von Kapitel III fortgesetzt werden sollen.

Als erstes wollen wir Russells Auffassung von Philosophie und ihre Beziehung zur Mathematik skizzieren. Es wird sich zeigen, dass sich Logik und Mathematik laut Russell nicht grundlegend voneinander unterscheiden, zumal beide als formale Disziplinen mit der Deduktion operieren. Die Abgrenzung der Mathematik von der Philosophie hingegen ist laut PoM eine Frage des Standpunkts<sup>706</sup>. Der Philosophie fällt im Wesentlichen eine propädeutische Funktion zu, welche sich in der Auffindung des logischen Instrumentarium - der Prinzipien und den Grundbegriffen der Logik - weitgehend erschöpft. Die Mathematik baut dann auf dieses logische Instrumentarium auf, um auf deduktivem Wege - d.h. mittels formaler Implikationen - Theoreme abzuleiten. Der Logik kommt demnach eine Art Brückenfunktion zu, insofern sie - entsprechend dem logizistischen Ansatz - eine Verbindung

---

<sup>705</sup> I have tried about a hundred hypotheses, but I have always ended up either with a contradiction, or with the absolute impossibility of getting to arithmetic. (OSL, 77)

<sup>706</sup> "The distinction of philosophy and mathematics is broadly one of point of view..." (PoM, 129-130)

zwischen der rein intensionalen (begrifflichen) Sphäre der Philosophie und der rein extensionalen Sphäre der Mathematik vermittelt.

Beginnen wir mit den beiden ersten Disziplinen, wobei unser Hauptaugenmerk in diesem ersten Abschnitt auf die Philosophie fallen soll.

Die Mathematik und die Philosophie unterscheiden sich zunächst in der jeweiligen Methode, wie wir der folgenden Textstelle entnehmen können. Die Mathematik - so heißt es in PoM - ist durch das deduktive Schließen (deductive reasoning) gekennzeichnet, während die Philosophie als Grundlagendisziplin vorwiegend mit Einsicht und Wahrnehmung (insight, inspection, perception) arbeitet. Wenn das Argument (argument) der Mathematik der Beweis (proof) ist, so ist jenes der Philosophie - so liest man weiters - die Überzeugung (exhortation). Während Russell der Mathematik eine konstruktive Rolle (constructive) zuschreibt, gilt für die Philosophie, dass sie kritisch<sup>707</sup> (critical) ist. Der folgende wichtige Absatz soll zur Gänze angeführt werden:

The distinction of philosophy and mathematics is broadly one of point of view: mathematics is constructive and deductive, philosophy is critical, and in a certain impersonal sense controversial. Wherever we have deductive reasoning, we have mathematics; but the principles of deduction, the recognition of undefinable entities, and the distinguishing between such entities, are the business of philosophy. Philosophy is, in fact, mainly a question of insight and perception. (PoM, 129)

Mit seiner Auffassung, wonach die Philosophie mit unmittelbarer<sup>708</sup> Einsicht und Wahrnehmung und die Mathematik mit Deduktion<sup>709</sup> zu tun hat, steht Russell durchaus in der Tradition der platonischen Erkenntnistheorie. Für Platon repräsentiert das diskursive (dianoia) und das intuitive Denken (noesis), respektive die Mathematik und die Philosophie, die zwei höchsten Wissenschaften (Episteme). Während sich die Mathematik laut Platon mit den Relationen zwischen den Ideen beschäftigt, sind die Ideen das eigentliche Objekt der Philosophie selbst.

Was den Status der Philosophie betrifft, liegen die Dinge bei Russell doch wesentlich anders. So kommt beispielsweise der Philosophie der Mathematik in Russells Realismus weitgehend nur eine propädeutische Funktion zu. Russells Philosophie sollte sich in dieser Hinsicht nach PoM<sup>710</sup> noch weiter von diesem platonischen Modell einer metaphysischen Tiefendisziplin entfernen. Man könnte mit etwas Phantasie sagen, dass der platonische

---

<sup>707</sup> Möglicherweise verwendet Russell diesen Ausdruck hier in Anlehnung an Kant.

<sup>708</sup> Der Zusatz "immediate" findet sich im Zitat weiter unten.

<sup>709</sup> Zu Beginn von Kapitel V über die Denotation scheint Russell die Dichotomie ("opposition") zwischen dem diskursiven und der unmittelbaren Wahrnehmung (intuitiven Denken) neben anderen Dichotomien allerdings grundsätzlich infrage zu stellen: "This notion ['denoting', meine Ergänzung] lies at the bottom (I think) of all theories of substance, of the subject-predicate logic, and of the opposition between things and ideas, discursive thought and immediate perception. These various developments, in the main, appear to me mistaken..." (PoM, 53)

<sup>710</sup> Siehe Kapitel V, Abschnitt 4.

Gedanke, dass sich die Mathematik mit den Relationen (zwischen den Ideen) beschäftigt, den Überlegungen Russells in einer bestimmten Phase aber gar nicht so fremd ist. Anhand der Funktionen, welche Russell ja als die rechtseindeutigen Relationen definiert, werden die formalen Beziehungen zwischen den R-Termen<sup>711</sup> erfasst.

Russell kommt in der Fortsetzung der oben angeführten Textstelle dann näher auf die Aufgabe der Philosophie zu sprechen, welche die Bereitstellung der Prämissen der Mathematik betrifft. Das Ergebnis der philosophischen Arbeit besteht laut Zitat nämlich in einem Korpus von Prämissen, welche dann das Ausgangsmaterial für den Mathematiker sind. Russell identifiziert dieses Korpus später mit der symbolischen Logik. Was den Status des philosophischen Wissens angeht, bleibt Russell aber vage. Interessant ist hierbei seine Behauptung, dass die Ergebnisse solcher philosophischen Untersuchungen nur falsifiziert, aber niemals verifiziert werden können. Die alleinige Abwesenheit von Paradoxa und Widersprüchen ist laut Russell aber nicht hinreichend für den Beweis ihrer Richtigkeit.

Russell umschreibt die Tätigkeit des Philosophen mit einer an das Höhlengleichnis erinnernden Metapher. Er behauptet, dass der Autor von philosophischen Argumenten dem Leser lediglich den Weg zeigt, damit dieser dieselben unmittelbaren Wahrnehmungen erfahren kann, wie der Autor. Womit wir bei der lenkenden Überzeugung und der platonischen Introspektion angelangt wären. Nun will ich diese aufschlussreiche Passage in voller Länge wiedergeben, wobei die Schlüsselstellen zu den Merkmalen der Philosophie hervorgehoben werden sollen:

A certain **body of indefinable entities and indemonstrable propositions** must form the starting-point for any mathematical reasoning; and it is this starting-point that concerns the philosopher. When the philosopher's work has been perfectly accomplished, its results can be wholly embodied in **premises** from which deduction may proceed. Now it follows from the very nature of such inquires that the **results may be disproved, but can never be proved**. The disproof will consist in pointing out contradictions and inconsistencies; but the absence of these can never amount to proof. All depends, in the end, upon **immediate perception**; and philosophical argument, strictly speaking, consists mainly of the endeavour to cause the reader to **perceive** what has been perceived by the author. The argument, in short, is not of the nature of the proof, but of **exhortation**. Thus the question of the present chapter: Is there any indefinable set of entities commonly called numbers, and different from the set of entities above defined? is an essentially philosophical question to be settled by **inspection [meine Hervorhebungen]** rather than by accurate chains of reasoning." (PoM, 129-130)

Nach dem Erscheinen von PoM sollte Russell die Relation von Mathematik und Philosophie teilweise neu bestimmen, wobei er in erster Linie Rollen und Methoden der Philosophie revidiert. Der Philosophie wird dann nicht mehr wie in PoM das primäre Anliegen

---

<sup>711</sup> In Abschnitt 2 über die R-Terme vertrete ich die These, dass Russells R-Terme wie Moores Begriffe eigentlich ideale Objekte sind.



zugewiesen, die Prämissen und die einfachen Elemente der Wirklichkeit und der Wissenschaft aufzuzeigen. Dies hat damit zu tun, dass der Bereich des Symbolischen immer mehr an Autonomie erlangt, wodurch die Logik immer mehr als ein rein syntaktisches System aufgefasst wird. Die Philosophie entwickelt sich parallel dazu hin zu einer philosophischen Logik, welche formale Begriffe und Prinzipien interpretiert.

In diesem Kontext müssen die philosophische Methode und das augustinische Sprachmodell<sup>712</sup> gründlich modifiziert werden. Wie verschiedene Manuskripten von CP4 belegen, steht der Funktionsbegriff nach PoM immer mehr im Zentrum von Russells philosophischer Neuorientierung nach PoM. Ich werde zeigen, dass die dekompositionale Analyse und die Teil-Ganzes Beziehung immer mehr an Bedeutung verlieren, da die funktionale Sichtweise Russell als attraktiver und aussichtsreicher erscheint. Doch zunächst wollen wir uns Russells Definitionstheorie aus PoM zuwenden und die Definitionen der Mathematik denen der Philosophie gegenüber stellen.

Russell stellt in PoM fest, dass die Definitionen im Grunde nur Behauptungen von symbolischen Abkürzungen - also sprachliche Konventionen - sind. Allerdings sind sie - wie Russell bemerkt - sehr aufwendig und enthalten manchmal einige der größten Errungenschaften<sup>713</sup> der Analyse. Russell unterscheidet - anders als beispielsweise John Locke - gerade nicht zwischen Nominal- und Realdefinitionen. Sein atomistischer Realismus ist nämlich mit einer transparenten Sprachauffassung kombiniert. Russell geht in PoM stillschweigend davon aus, dass die Sprache reale Strukturen abbildet. Diese Annahme wollen wir mit Levine<sup>714</sup> als augustinische Sprachauffassung bezeichnen und sie dann in Abschnitt 2 von Kapitel III analysieren. Zunächst soll aber der Absatz Russells über die Definitionen angeführt werden:

It is a curious paradox, puzzling to the symbolic mind, that **definitions, theoretically, are nothing but statements of symbolic abbreviations, irrelevant to the reasoning and inserted only for practical convenience, while yet, in the development of a subject, they always require a very large amount of thought, and often embody some of the greatest achievements of analysis.** This fact seems to be explained by the **theory of denoting [meine Hervorhebungen]**.  
(PoM, 63)

Wenn wir nun auf die Definitionen in Philosophie und Mathematik eingehen, zeigt sich, dass neben der erwähnten Denotationstheorie die Einteilung der R-Terme<sup>715</sup> in die strukturierten (intensionalen) Begriffe und die unstrukturierten, einfachen (extensionalen) Dinge eine fundamentale Rolle spielt. Laut Russell wird bei einer mathematischen Definition nämlich immer ein (oft einfacher und philosophisch nicht analysierbarer) Term (welcher kein Begriff

---

<sup>712</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 2.

<sup>713</sup> Dabei verweist Russell auf seine Denotationstheorie.

<sup>714</sup> Levine (2009).

<sup>715</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.4.

ist) durch eine definierte Relation zu einem definierten Term bestimmt oder - wie es richtig heißen muss - denotiert. Die philosophische Analyse<sup>716</sup> hingegen zerlegt komplexe Begriffe in ihre Konstituenten. Die mathematischen Definienda können demnach im Unterschied zu den philosophischen einfach und nicht zerlegbar sein. Hier folgt der ganze Absatz:

[...] definition, in mathematics, does not mean, as in philosophy, **an analysis of the idea to be defined into constituent ideas**. This notion, in any case, is only applicable to concepts, whereas in mathematics it is possible to **define terms which are not concepts**. Thus also many notions are defined by symbolic logic, which are not capable of philosophical definition, since they are **simple and unanalyzable [meine Hervorhebungen]**. Mathematical definition consists in pointing out a fixed relation to a fixed term, of one term only is capable: this term is then defined by means of the fixed relation and the fixed term. (PoM, 27)

Bei einer mathematischen Definition ist demnach die Eindeutigkeit<sup>717</sup> stets gegeben, was bei der traditionell verstandenen philosophischen Definition<sup>718</sup> und Analyse<sup>719</sup> nicht der Fall ist. Mathematische Definitionen geben also - im Unterschied zu den philosophischen - nicht nur die notwendigen, sondern auch die hinreichenden Bedingungen an. Diese Eindeutigkeit ist laut Russell durch ein Merkmal von bestimmten Relationen bzw. durch den Funktionsbegriff gegeben, da Funktionen per Definition rechtseindeutig sind. Diese Eindeutigkeit zeigt nach der Ansicht Russell nicht zuletzt die Überlegenheit des extensionalen über den intensionalen Standpunkt.

Fragen wir uns, warum sich die philosophischen Definitionen den mathematischen unterlegen sind. Wenn die philosophische Definition nur die Komponenten von Ganzheiten angibt - aber nicht das, was Russell später den Kombinationsmodus<sup>720</sup> nennt - muss sie methodologisch unvollständig bleiben. Wie wir in Kapitel I festgestellt haben, sind für Russell bestimmte Ganzheiten, nämlich die Einheiten<sup>721</sup>, durch die Angabe ihrer Teile nicht vollständig bestimmbar<sup>722</sup>.

Während Ganzheiten wie Aggregate<sup>723</sup> (Klassen) durch die Angabe ihrer Teile (den R-Termen) eindeutig bestimmt sind, gilt dies für die Einheiten gerade nicht. Die Propositionen sind nämlich laut Russell jene Ganzheiten (Einheiten), welche mehr als die

---

<sup>716</sup> Zur dekompositionalen Analyse siehe Abschnitt 3.4.2.

<sup>717</sup> Wie wir sehen werden, formalisiert Russell seine Denotationstheorie aus PoM später mit dem Funktionsbegriff, speziell anhand der DF.

<sup>718</sup> Dazu gibt es folgende Stelle: "But philosophically, the word *definition* has not, as a rule, been employed in this [mathematical] sense; it has in fact, been restricted to the analysis of an idea into its constituents." (PoM, 111-112)

<sup>719</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle: "Our method will be therefore be one of analysis, and our problem may be called philosophical - in the sense, that is to say, that we seek to pass from the complex to the simple, from the demonstrable to its indemonstrable premisses." (PoM, 3)

<sup>720</sup> Wie hier: "A complex is determined by its constituents together with their mode of combination." (OFU, 98). Und auch: "In any complex, it is essential to a complete analysis to mention the function as well as the constituents." (FN, 129). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.4.2.

<sup>721</sup> Siehe Kapitel I, die Abschnitte 3.2.1. und 5.4.

<sup>722</sup> Russell behauptet in diesem Kontext auch, dass die Analyse Falsifikation ist. Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.4.

<sup>723</sup> "The whole formed of the terms of the collection I call an *aggregate*. Such a whole is completely specified when all its simple constituents are specified." (PoM, 140)

Summe ihrer Teile sind<sup>724</sup>. Aus denselben Teilen (Konstituenten) können - wie Russell<sup>725</sup> zeigt - verschiedene Einheiten (Propositionen) konstituiert werden. Während bei den Klassen die intensionalen Klassenbegriffe eine einheitsstiftende Funktion ausüben, sind es bei den Propositionen die Relationen zwischen den Konstituenten, welche dann durch den Funktionsbegriff formalisiert werden. Da die philosophische Analyse genau für die Analyse von Propositionen zuständig ist - wie wir gleich sehen werden - sind mit den Grenzen der intensionalen Analyse zugleich die Grenzen der philosophischen Methode aufgezeigt.

## 2.2. Die Mathematik in PoM

Kommen wir nun zu Russells Charakterisierung der Mathematik, welche nach Russells Einschätzung - zumindest was ihre Methode anbelangt - der Philosophie weit überlegen ist. Russell plädiert zu Beginn des zweiten Teils ("Number") von PoM<sup>726</sup> sogar für die Vernachlässigung der philosophischen Analyse<sup>727</sup> im Sinne der dekompositionalen Analyse. Da bei den Propositionen Relationen involviert sind, müssen der Funktionsbegriff<sup>728</sup> und mathematische Methoden zum Einsatz gebracht werden. Der entscheidende Punkt ist, dass die mathematische Analyse durch ihre formalen Mittel - speziell durch den Einsatz des Funktionsbegriffs, wie wir noch sehen werden - auf eindeutige Weise Terme definieren kann, was bei der philosophischen Analyse nicht gelingen kann.

Hier folgt der ganze Absatz aus PoM:

Now definability is a word which, in Mathematics, has a precise sense [...]. Given any set of notions, a **term is definable** by means of these notions when, and only when, **it is the only term having to certain of these notions a certain relation** which is one of the said notions. But philosophically, the word *definition* has not, as a rule, been employed in this sense; it has in fact, been restricted to the analysis of an idea into its constituents. This usage is inconvenient and, I think, useless; moreover it seems to overlook the fact **that wholes** are *not*, as a rule, determinate when their constituents are given, but are themselves **new entities** (which may be in some **sense simple**), **defined, in the mathematical sense, by certain relations to their constituents [meine Hervorhebungen]**. I shall, therefore, in future, ignore the philosophical sense, and speak only of mathematical definability. (PoM, 111-112)

---

<sup>724</sup> "Owing to the way in which the verb actually relates the terms of a proposition, every proposition has a unity which renders it distinct from the sum of its constituents." (PoM, 52)

<sup>725</sup> "These two propositions ['A is greater than B' und 'B is greater than A', meine Hinzufügung], though different, contain precisely the same constituents." (PoM, 107)

<sup>726</sup> Part I von PoM ist der Analyse des mathematischen Grundinventars ("The Indefinable of Mathematics") gewidmet.

<sup>727</sup> "I shall, therefore, in future, ignore the philosophical sense, and speak only of mathematical definability." (PoM, 111-112)

<sup>728</sup> "Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, into a subject and an assertion; but this analysis becomes impossible when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of a relation. Hence it became necessary to take *propositional functions* as a primitive notion." (PoM, 106)

Als das grundlegende logische Instrument der mathematischen Definitionen erweist sich hier die Denotationstheorie<sup>729</sup>, was speziell in Zusammenhang mit der Manipulation der unendlichen Klassen oben bereits deutlich wird. Russell schreibt:

Concepts of this kind [*all, every, any, a, some, and the*, meine Ergänzung], we found, are fundamental in Mathematics, and enable us to deal with infinite classes by means of propositions of finite complexity. (PoM, 106)

Wie wir bereits erwähnt haben, beginnt Russell bereits in PoM, seine Denotationstheorie zu formalisieren. Die denotierenden Begriffe übernehmen in der Mathematik die Rolle von Quantoren. Die Sätze der Mathematik sind laut Russell typischerweise formale Implikationen, welche Variable bzw. PF enthalten. Mit der folgenden Bemerkung kommen wir der Russells Auffassung von der Mathematik tatsächlich näher. Das einfache Rechenbeispiel einer Addition wird als Implikation von PF konstruiert:

[...]  $1+1=2$  appears neither to contain variables nor assert an implication. But as a matter of fact, as will be shown in Part II, the true meaning of this proposition is: "If  $x$  is one and  $y$  is one, and  $x$  differs from  $y$ , then  $x$  and  $y$  are two." And this proposition both contains variables and asserts an implication. We shall find always, in all mathematical propositions, that the words *any* or *some* occur; and these words are the marks of a variable and a formal implication. Thus the above proposition may be expressed in the form: "Any unit and any other unit are two units." The typical proposition of mathematics is of the form " $\phi(x, y, z, \dots)$  implies  $\psi(x, y, z, \dots)$ , whatever values  $x, y, z, \dots$  may have"; where " $\phi(x, y, z, \dots)$ " and " $\psi(x, y, z, \dots)$ ", for every set of values of  $x, y, z, \dots$ , are propositions. (PoM, 6)

Im Rahmen der Denotationstheorie gilt als ausgemacht, dass jeder (extensionale) Term die einzige Instanz irgendeines (intensionalen) Klassenbegriffs ist<sup>730</sup>. Jeder Term ist daher durch die Denotation im Russell'schen Sinne mathematisch definierbar. In Russells Worten:

It is owing to this notion [*'the'*, meine Hinzufügung] that mathematics can give definitions of terms which are not concepts - a possibility which illustrates the difference between mathematical and philosophical definition. Every term is the only instance of *some* class-concept, and thus every term, theoretically, is capable of definition. (PoM, 62-63)

Im speziellen ist es die bestimmte Denotation um den Determinator 'the', durch welchen die (mathematische) Definitionen von (endlichen und unendlichen) Klassen ermöglicht werden. Die Klassen sind - so Russells Auffassung in PoM - anders als die intensionalen Prädikate, Klassenbegriffe, denotierenden Begriffe und PF - extensionale Objekte. Ein von der Mathematik definiertes Objekt ist entweder ein einzelner R-Term oder eben eine Klasse<sup>731</sup>

---

<sup>729</sup> Siehe auch Kapitel I, Abschnitt 3.4. Zur Denotation siehe Kapitel IV, Abschnitt 2.

<sup>730</sup> In Abschnitt 7.2.7. wird dies als Prinzip (TVDB) formuliert!

<sup>731</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.1.

von R-Termen (eine Konjunktion von R-Termen), aber niemals ein Begriff, wie Russell im folgenden Absatz behauptet:

In most actual definitions of mathematics, what is defined is a *class* of entities, and the notion of *the* does not explicitly appear there. But even in this case, what is really defined is *the* class satisfying certain conditions; for a class, as we shall see in the next chapter, **is always a term or conjunctions of terms and never a concept**. Thus the notion of *the* is always relevant in definitions; and we may observe generally that the adequacy of concepts to deal with things is wholly dependent upon the **unambiguous denoting of a single term [meine Hervorhebungen]** which this notion gives. (PoM, 63)

Nach PoM baut Russell diesen Ansatz in seiner Funktionstheorie weiter aus und formalisiert die denotierenden Begriffe fortan als denotierende Funktionen (DF)<sup>732</sup>. Die Bezeichnung der bestimmten Denotation in Zusammenhang mit dem Determinator 'the' als nicht-mehrdeutige Denotation sollte sich für die Entwicklung von Russells Theorie der Kennzeichnung als Ausgangspunkt erweisen.

Folgende Formulierung zu den denotierenden Begriffen findet sich beispielsweise in "On Meaning and Denotation of Phrases" (kurz 'OMDP')<sup>733</sup>, einem Manuskript, welches kurz nach der Veröffentlichung von PoM im Jahre 1903 entstand. Der Ausdruck 'unambiguously denotes' tritt hier und später<sup>734</sup> als Kennzeichen der DF auf:

A phrase which has meaning, and unambiguously denotes an individual, is always, in its logical essence, though not necessarily in linguistic form, compounded of a phrase which only has meaning, together with the word *the*. (OMDP, 285)

Die DF avancieren - wie ich dann in Abschnitt 7.2. zeigen will - so zum wichtigsten Instrument für die Logik und auch für die neue Semantik von Bedeutung (meaning) und Referenz (denotation). Durch die Einführung von DF und die Entwicklung einer effizienten Funktionstheorie wird die Philosophie Russells zunehmend formaler. Der Philosoph mit dem anfangs ansehnlichen Inventar an Entitäten und vielen ungeprüften philosophischen Intuitionen aus dem gemeinsamen Erbe mit Moore, beginnt nun mathematische Methoden in die Philosophie zu integrieren. Es liegt auf der Hand, dass dadurch etwaige Ungereimtheiten und Widersprüche besser zutage treten und so einige Prinzipien der *New Philosophy* ins Wanken geraten müssen. Diese Perspektive ist eine der Leitlinien für Kapitel II.

---

<sup>732</sup> Siehe Abschnitt 7.

<sup>733</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 7.

<sup>734</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung aus "On Functions, Classes and Relations" (kurz 'FCR'), in der Russell die denotierenden Begriffe als DF formalisiert: "[...] the function [...] ambiguously denotes complex meanings which unambiguously denote the values." (FCR, 87)

Laut PoM operieren die mathematischen Funktionen mit PF<sup>735</sup> und der Implikation bzw. der Äquivalenz von PF, welche als Implikation<sup>736</sup> in beide Richtungen bestimmt wird. Hier zeigen sich für Russell deutlich die Vorzüge der extensionalen Methode. Der ganze Absatz in Russells Worten:

Every proposition implies itself, and whatever is not a proposition implies nothing. [...] As the mathematical sense of *definition* is widely different from that current among philosophers, it may be well to observe that, in the **mathematical sense**, a **new propositional function** is said to **be defined** when it is **stated to be equivalent to** (*i.e.* to imply and be implied by) a **propositional function** which has either been **accepted as indefinable** or has been **defined** [meine Hervorhebungen] in terms of indefinables. (PoM, 15)

Die Forderung, dass die reine Mathematik<sup>737</sup> für Russell - anders als für Hilbert - keine undefinierbaren Prämissen<sup>738</sup> und keine Propositionen, sondern nur PF enthalten darf, drückt sich in der Forderung nach uneingeschränkter Allgemeinheit<sup>739</sup> aus, welche alle nicht-logischen Konstanten ausschließt. Letztere müssen der Reihe nach durch Variable ersetzt werden, damit die vollständige Verallgemeinerung<sup>740</sup> erreicht werden kann. Diese für die Mathematik konstitutive Verallgemeinerung erfolgt bereits laut PoM ansatzweise in Form einer Funktionsabstraktion, wie im folgenden Absatz deutlich wird. Dieses Thema wollen wir dann später im Abschnitt über die PF und die Variable vertiefen. Hier Russells Worte:

We can now understand why the constants in mathematics are to be **restricted to logical constants** in the sense defined above. The process of **transforming constants in a proposition into variables** leads to what is called **generalization**, and gives us, as it were, the formal essence of a proposition. Mathematics is interested exclusively in *types of propositions*...So long as any term in our proposition can be turned into a variable, our proposition can be generalized; and so long as this is possible, it the **business of mathematics** [meine Hervorhebungen] to do it. (PoM, 7)

In der Zusammenfassung von Teil I ("The Indefinables of Mathematics") wiederholt Russell seine Definition der reinen Mathematik und führt alle logischen Konstanten<sup>741</sup> seiner symbolischen Logik an. Es sind dies die Implikation, die Elementschaft, der Begriff 'such

---

<sup>735</sup> Wie noch sehen werden, leitet Russell die DF von den PF her: "The  $f\xi$ " is an undefinable unambiguously-denoting complex; it is meaningless unless  $f\xi$  is a propositional function; and when  $f\xi$  has not one and only one root, its meaning is merely conventional." (OMD, 355)

<sup>736</sup> Die Implikation steht bei Russell im Zusammenhang mit der regressiven Analyse. Siehe Abschnitt 3.3.2.

<sup>737</sup> "Thus pure mathematics must contain no indefinables except logical constants, and consequently no premisses, or indemonstrable propositions, but such as are concerned exclusively with logical constants and variables. It is precisely this that distinguishes pure from applied mathematics." (PoM, 8)

<sup>738</sup> Dieser Punkt ergibt sich aus dem Logizismus, wonach alle mathematischen Propositionen auf Begriffe zurück geführt werden müssen.

<sup>739</sup> Zur Funktionsabstraktion siehe Abschnitt 6.2.

<sup>740</sup> Russell sprach im Entwurf zu PoM zunächst von "Konjunktionen von Propositionen". "[...] the proposition  $f(x)$  is a conjunction of just as many propositions as there are terms in the class of terms such that  $f(x)$  is true." (CP3, 206) Vergleiche auch mit folgender Definition der PF: "A propositional function is the class of all propositions which arise from the variation of single term..." (PoM, 92-93). Siehe dazu auch Abschnitt 7.1.

<sup>741</sup> "The number of undefinable logical constants is not great: it appears, in fact, to be eight or nine." (PoM, 11)

that', der Relationsbegriff, die PF, die Klassen (mit Vorbehalt), die Denotation, die denotierenden Begriffe 'any' und 'every' (bzw. Determinatoren), welche den Quantoren  $\exists$  und  $\forall$  entsprechen. Letztere binden nach Russells Verständnis keine Variablen, sondern beziehen sich auf Klassen<sup>742</sup>. Hier der ganze Absatz:

Pure Mathematics was defined as the class of propositions asserting formal implications and containing no constants except logical constants. And **logical constants** are: **Implication**, the relation of a term to class of which it is a **member**, the notion of *such that*, the notion of **relation**, and such further notions as are involved in formal implication, which we found (§93) to be the following: **propositional function**, **class\***, **denoting**, and *any* or *every term* [**meine Hervorhebungen**]. This definition brought Mathematics into very close relation to Logic, and made it practically identical with Symbolic Logic. (PoM, 106)

\* The notion of *class* in general, we decided, could be replaced, as an indefinable, by that of the class of propositions defined by a propositional function.

Im nächsten Abschnitt soll auf die im letzten Satz des Zitats angesprochene enge Beziehung zwischen der Mathematik und der Logik eingegangen werden. Wie sich zeigen wird, ergibt sich auch hier eine Überlagerung der Disziplinen.

### 2.3. Die Logik in PoM

Kommen wir nun zu einer Skizzierung von Russells Auffassung der Logik in PoM. Durch die Klärung des Aufgabengebiets der Logik müsste sich dann indirekt auch die Rolle der Philosophen erhellen. Wie oben<sup>743</sup> deutlich wurde, besteht die Aufgabe der Philosophie ja gerade darin, das Fundament der Mathematik bereitzustellen. Diese Idee, welche den Logizismus ausdrückt, ist sicherlich einige Monate älter als PoM, was folgende Textstelle belegt:

All pure mathematics - Arithmetic, Analysis, and Geometry - is built up of the primitive ideas of logic, and its propositions are deduced from the general axioms of logic. (Russell 1901a, 367)

Die Russellforschung geht heutzutage davon aus, dass Russell die Idee von Peano und seiner Schule aufgreift, welche den Logizismus für die Arithmetik propagiert hat. Russell selbst schreibt die allgemeine, die ganze Mathematik umfassende Logizismus-Idee zu Beginn von Kapitel I von PoM Leibniz zu:

---

<sup>742</sup> "The sense in which existence is used in symbolic logic is a definable and purely logical sense, namely this: To say that *A* exists means that *A* is a class which has at least one member." (EIP, 98-99). Siehe auch PoM, 566. Siehe Kapitel II, Abschnitt 5.1.4.2.

<sup>743</sup> "[...] but the principles of deduction, the recognition of indefinable entities, and the distinguishing between such entities, are the business of philosophy. [...] A certain body of indefinable entities and indemonstrable propositions must form the starting-point for any mathematical reasoning; and it is this starting-point that concerns the philosopher. When the philosopher's work has been perfectly accomplished, its results can be wholly embodied in premisses from which deduction may proceed." (PoM, 129)

The general doctrine that all mathematics is deduction by logical principles from logical principles was strongly advocated by Leibniz, who urged constantly that axioms ought to be proved and that all except a few fundamental notions ought to be defined. But owing partly to a faulty logic, partly to belief in the logical necessity of Euclidean Geometry, he was led into hopeless errors in the endeavour to carry out in detail a view which, in its general outline, is now known to be correct [...]. (PoM, 6)

Die von der Philosophie bereitgestellte symbolische Logik schließt nun laut Russell das Fundament der Mathematik ein, welches aus den Prämissen (d.h. den Grundbegriffen und den Axiomen) und den Propositionen über die logischen Konstanten und Variablen besteht.

Wenn die Relation zwischen Philosophie, Logik und Mathematik auf korrekte Weise beschrieben ist, müssten im letzten Satz des folgenden Zitats die Aufgaben aller drei Disziplinen, in dieser Reihenfolge erwähnt sein. Der Philosoph stellt demnach die symbolische Logik bereit, welche dann das Fundament (premisses) für die Mathematik (deduction) darstellt. Russell schreibt:

When the philosopher's work has been perfectly accomplished, its results can be wholly embodied in premisses from which deduction may proceed. (PoM, 129)

Wir wollen noch einen Absatz aus PoM analysieren, in dem die einzelnen Teile der Relation zwischen den Disziplinen ein wenig näher ausgeführt werden. Russell konzipiert hier die Verbindung zwischen Mathematik und Logik äußerst eng, weshalb die Grenzziehung zwischen beiden relativ willkürlich ausfällt. Linsky<sup>744</sup> meint, dass die Grenzlinie zwischen beiden Disziplinen von Russell mit wenig Aufmerksamkeit bedacht wird, wie auch für die wichtige Frage, ob ein Begriff "logisch ist oder nicht". Die von Russell als Attribut der Konstanten verwendete Definition von "logisch"<sup>745</sup>, bleibt tatsächlich eher vage, was den Erfolg des Logizismus-Projekts beeinträchtigt. Die im zweiten Satz angesprochen Methode der Analyse der symbolischen Logik besteht - so Russell - in der Entdeckung der logischen Konstanten, welche er als genuine Aufgabe der Philosophie<sup>746</sup> ansehen will. Russell schreibt:

The connection of mathematics with logic [...] is exceedingly close. [...] but practically, the **method of discovering the logical constants is the analysis of symbolic logic**... The distinction of mathematics from logic is very arbitrary [...]. **Logic consists of the premises of mathematics, together with all other propositions which are concerned exclusively with logical constants**

---

<sup>744</sup> "In Russell's early writings there is little attention to a demarcation between logic and mathematics, or attention to whether a notion is logical or not." (Linsky 2009, 11)

<sup>745</sup> Einige wichtige Anmerkungen Russells zur Logik in PoM: "The number of undefinable logical constants is not great: it appears, in fact, to be eight or nine. [...] What symbolic logic does investigate is the general rules by which inferences are made, [...]. [...] The particular notions which appear in the propositions of symbolic logic, and all others definable in terms of these notions, are the logical constants." (PoM, 11). Zur Logik siehe Abschnitt 2.2. Zum Verständnis des "Logischen" als ein von der Psychologie (den Ideen) und der Linguistik unabhängiger Bereich der objektiven Begrifflichkeit, wie sie bei Moore den Begriffen und bei Russell den R-Termen zugeschrieben wird, siehe Kapitel I, Abschnitt 2.2 und 5.1.

<sup>746</sup> "A certain body of undefinable entities and indemonstrable propositions must form the starting-point for any mathematical reasoning; and it is this starting-point that concerns the philosopher." (PoM, 129)



and with variables [...]. **Mathematics** consists of all the consequences of the above premises which assert **formal implications containing variables**, together with such of the premises themselves as have these marks. [...] But for the desire to adhere usage, we might identify mathematics and logic, and define either as the **class of propositions containing only variables and logical constants** [meine Hervorhebungen]. (PoM, 8-9)

Nun wollen wir auf Russells Kennzeichnung der Logik<sup>747</sup> etwas näher eingehen. Diese scheint bereits in PoM als eine Schlüsseldisziplin konzipiert zu sein, welche für Mathematiker wie Philosophen gleichermaßen wichtig ist. Russell nennt in folgender Bemerkung interessanterweise die philosophische Logik als Disziplin:

Symbolic of Formal Logic - I shall use these terms as synonyms - is the **study of the various general types of deduction**. [...] Symbolic Logic has now become not only absolutely essential to every **philosophical logician** [meine Hervorhebungen], but also necessary for the comprehension of mathematics generally, and even for the successful practice of certain branches of mathematics. (PoM, 10)

Die symbolische Logik unterscheidet sich für Russell von der Mathematik und deren Teilgebiete durch ihre Allgemeinheit, wie dem folgenden Satz zu entnehmen ist. In der Logik wird nämlich die Schlussfolgerung (inference) im Allgemeinen untersucht, was den oben erwähnten allgemeinen Deduktionstypen (general types of deduction) entspricht. Russell schreibt:

Symbolic Logic is essentially concerned with **inference in general\***, and is distinguished from various special branches of mathematics by its **generality** [meine Hervorhebungen]. (PoM, 11)

\* I may as well say at once that I do not distinguish between inference and deduction. What is called induction appears to me to be either disguised deduction or a mere method of making plausible guesses.

Hier zeigt sich auch der eher syntaktische Zugang<sup>748</sup> zur Logik, welchen Russell übrigens mit Frege teilt. Semantische Überlegungen stehen bei Russell - anders als bei Tarski oder Löwenheim - im Hintergrund. Die formale Wahrheit definiert sich nicht über Interpretationen und Modelle, sondern über die Schlussfolgerung bzw. die Deduktion, wie oben deutlich wurde. Ein weiterer wichtiger Punkt für die Russell'sche Logik betrifft die Tatsache, dass Russell Hilberts Begriff der Metasprache und auch der mathematischen Induktion ablehnt.

---

<sup>747</sup> "The number of undefinable logical constants is not great: it appears, in fact, to be eight or nine. [...] The subject of Symbolic Logic consists of three parts, the calculus of propositions, the calculus of classes, and the calculus of relations. [...] What symbolic logic does investigate is the general rules by which inferences are made, [...]. [...] The particular notions which appear in the propositions of symbolic logic, and all others definable in terms of these notions, are the logical constants." (PoM, 11)

<sup>748</sup> Vergleiche mit folgender Einschätzung Zermelos: "The word "mathematical logic" can be used with two different meanings. On the one hand one can treat logic mathematically, as it was done for instance by Schröder in his Algebra of Logic; on the other hand, one can also investigate scientifically the logical components of mathematics." (Zermelo 1908a, 1)

Landini<sup>749</sup> und Philip Jourdain<sup>750</sup> sind nun der Auffassung, dass es sich bei Russells Logik aber weniger um einen Calculus ratiocinator als um eine Characteristica lingua universalis handelt. Badesa<sup>751</sup>, Mancosu und Zach sehen das ähnlich. Während die Logik nach modernem Verständnis ein Teilgebiet der Mathematik ist, und sich mit dem Studium von (nicht-interpretierten) formalen Systemen befasst, beschäftigt sie sich laut Russell mit den formalen Strukturen der Propositionen, welche er dann mit dem Funktionsbegriff identifiziert, und auch der Implikation. In Abschnitt 2 werden wir zudem Belege dafür anführen, dass Russell die Wahrheiten der Logik als synthetisch und a priori einstuft.

Tatsächlich ist die Logik für Russell auch nicht die Wissenschaft von nicht-interpretierten, symbolischen Kalkülen, sondern die allgemeinste Wissenschaft schlechthin. Die Logik ist laut Russell eben absolut universal, insofern sie sich gleichermaßen auf alle beliebigen Entitäten wie Propositionen, Universalien, Klassen oder konkrete Partikularia bezieht. Dies drückt sich in Russell Theorie der uneingeschränkten Variablen (unrestricted variable) aus, wie wir in Abschnitt 5.3. über die Russell'schen Variablen sehen werden.

Kommen wir nun zu einer Skizzierung der Teile der symbolischen Logik in PoM. Sie umfasst laut PoM nämlich drei Teile, und zwar den Propositionenkalkül<sup>752</sup>, den Klassenkalkül und den Relationenkalkül:

The subject of Symbolic Logic consists of three parts, the calculus of propositions, the calculus of classes, and the calculus of relations. (PoM, 11)

Russell ordnet dann jeden Kalkül eines der drei Grundsymbole '⊃', 'ε' und 'R' zu, welche wir in Kapitel I bereits kennengelernt haben. Der Propositionenkalkül operiert laut PoM mit der materialen Implikation (symbolisiert mit '⊃'):

The propositional calculus is characterized by the fact that all its propositions have as hypothesis and as consequent the assertion of material implication. (PoM, 13)

Russell übernimmt die Notation für die Implikation übrigens von Peano und verwendet '⊃' für die materiale Implikation, '⊃ x ... z' hingegen für die formale. Landini<sup>753</sup> weist darauf hin, dass es sich beim Propositionenkalkül keineswegs um eine Aussagenlogik im heutigen Sinne, sondern um eine Theorie höherer Stufe handelt. Landini<sup>754</sup> bemerkt, dass Russell durch seinen Gebrauch verschiedener Buchstaben irrigerweise nahelegt, dass es Variable

---

<sup>749</sup> Landini 1996, 554.

<sup>750</sup> "We can shortly but very accurately characterize the dual development of the theory of symbolic logic during the last sixty years as follows: The calculus ratiocinator aspect of symbolic logic was developed by Boole, DeMorgan, Jevons, Venn, C. S. Peirce, Schröder, Mrs Ladd Franklin and others; the lingua characteristica aspect was developed by Frege, Peano and Russell." ( Jourdain 1914, viii)

<sup>751</sup> "Couched in the Leibnizian terminology we thus find the distinction of logic as calculus vs. logic as language, which van Heijenoort (1967b) made topical in the historiography of logic." (Badesa 2004, 141)

<sup>752</sup> Dieser ist nicht als eine Art Aussagenlogik zu betrachten.

<sup>753</sup> Landini 1996, 559.

<sup>754</sup> Landini 1996, 561.

für die Terme und Variablen für Propositionen gäbe. Tatsächlich gibt es bei Russell nur einen Typ von Variablen, nämlich die uneingeschränkte Variable.

Der Klassenkalkül wird in PoM auf der Basis der Klassen - und eben nicht wie bei Peano<sup>755</sup> anhand von Klassenbegriffen - und der Elementschafft (symbolisiert mit 'ε') entwickelt:

The calculus of classes may be developed by regarding as fundamental the notion of *class*, and also the relation of a member of a class to its class.<sup>756</sup> (PoM, 18)

Der modernere Relationenkalkül baut neben den Klassen auf den mehrstelligen PF auf, welche Relationen (symbolisiert mit 'R ') enthalten. In Russells Worten:

The calculus of relations is a more modern subject than the calculus of classes. [...] If  $R$  be a relation, we express by  $xRy$  the propositional function  $x$  has the relation  $R$  to  $y$ . We require a primitive (*i.e.* indemonstrable) proposition to the effect that  $xRy$  is a proposition for all values of  $x$  and  $y$ . We have then to consider the following classes: The class of terms which have the relation  $R$  to some other term or other, which I call the class of *referents* with respect to  $R$ ; and the class of terms to which some term has the relation  $R$ , which I call the class of *relata*." (PoM, 23, 24)

Der Propositionenkalkül ist laut Russell nun der grundlegendste, vermutlich da Klassen und Relationen auf Propositionen<sup>757</sup> bzw. propositionale Funktionen reduziert werden können. Russell stellt in folgendem Absatz von PoM fest, dass es beim Klassenkalkül und dem Propositionenkalkül eine Art Strukturgleichheit gibt, ein Phänomen, welches bekanntlich vor ihm bereits von Leibniz und anderen Denkern entdeckt worden war:

Between the first two [the calculus of propositions and the calculus of classes, meine Ergänzung], there is, within limits, a certain parallelism, which arises as follows: In any symbolic expression, the letters may be interpreted as classes or as propositions, and the relation of inclusion in the one case may be replaced by that of formal implication in the other. (PoM, 11-12)

Russell führt in Kapitel II von PoM in diesem Kontext zwei Axiome (primitive propositions) ein. Das erste betrifft die Relation zwischen der Erfüllung und der Wahrheit einer PF, das

---

<sup>755</sup> Siehe Abschnitt 3.2.2. von Kapitel I.

<sup>756</sup> Russell sagt von Peano, dass er als erster die wichtige Unterscheidung zwischen der Elementschafft und der Mengeninklusion getroffen hat. (PoM, 19).

<sup>757</sup> Russell unterscheidet die Propositionen von den propositionalen Funktionen und präzisiert diesen Unterschied. Propositionen sind laut PoM die primären Wahrheitsträger. Sätze bzw. propositionale Ausdrücke sind nach Russells Auffassung demnach nur in einem abgeleiteten Sinne wahr oder falsch. "A proposition, we may say, is anything that is true or that is false." (PoM, 12). Propositionen können also im Unterschied zu propositionalen Funktionen nicht, wie sich Peano ausgedrückt hatte, "manchmal wahr und manchmal falsch sein". PF sind Funktionen mit einer abhängigen Variablen und haben Propositionen als Funktionswerte. "A propositional function is a dependent variable which has only propositions for its values." (OMD, 355). Propositionen hingegen enthalten keine Variablen: "I shall speak of propositions exclusively where there is no real variable: where there are one or more real variables, and for all values of the variables the expression involved is a proposition, I shall call the expression a *propositional function*." (PoM, 12-13)

zweite ähnelt Freges Grundgesetz V und definiert die Äquivalenz von zwei PF als Identität der Klassen, welche die Pf erfüllen. In seinen Worten:

With regard to these three fundamental notions ['class-membership', 'such that', 'propositional function': meine Hinzufügung], we require two primitive propositions. The first asserts if  $x$  belongs to the class of terms satisfying a propositional function  $\phi(x)$ , then  $\phi(x)$  is true. The second asserts that if  $\phi(x)$  and  $\psi(x)$  are equivalent propositions for all values of  $x$ , then the class of  $x$ 's such  $\phi(x)$  is true is identical with the class of  $x$ 's such that  $\psi(x)$  is true. (PoM, 20)

Meine in Kapitel I vertretene These zu Russells Strategie für die Begründung den Logizismus besteht darin, die Klassen auf die Klassenbegriffe<sup>758</sup>, diese auf Prädikate und letztere schließlich auf propositionale Funktionen zurückzuführen, ohne dabei die verschiedenen Entitäten (R-Terme) zu eliminieren. Es handelt sich hierbei um eine Reduktion im Sinne der regressiven Analyse<sup>759</sup>. Da die propositionalen Funktionen im regressiven Sinne undefinierbar bzw. logisch grundlegend sind, betrachtet Russell den Kalkül der Propositionen zwar als mit dem Klassenkalkül verschränkt - was bereits deutlich wurde - aber zugleich als grundlegender<sup>760</sup> als diesen:

The study of genuine propositions is, in my opinion, more fundamental than that of classes. [...] but the study of propositional functions appears to be strictly on a par with that of classes, and indeed scarcely distinguishable therefrom. (PoM, 13)

Eine extensionale Auffassung der Relationen hätte auch den Relationenkalkül an den Klassenkalkül angeschlossen, wie dies heute üblich ist. Russells Auffassung von den Relationen in PoM ist allerdings noch eine intensionale, an die er gewisse Vorteile geknüpft sieht.<sup>761</sup> Wie in Abschnitt 4 von Kapitel I deutlich wurde, sind die Relationen für Russell möglicherweise keine gewöhnlichen R-Terme, da sie die Assertion und somit die formale Struktur der Propositionen repräsentieren. Ich vertrete später die Auffassung, dass auch in Bezug auf die Relationen letztlich die PF<sup>762</sup> in Russells Logik und Ontologie grundlegend sind.

An dieser Stelle will ich einige historische Anmerkungen anbringen. Russell hat - wie wir seinen Briefen entnehmen können - durch das Zusammentreffen mit Peano nicht nur neuen Auftrieb für sein Philosophieren erhalten, sondern vor allem hat er durch ihn zur Logik gefunden. So hat er innerhalb weniger Monate die wichtigsten Arbeiten der Peano-Schule

---

<sup>758</sup> Siehe folgende Stelle aus einem Manuskript, welches kurz nach PoM verfasst wurde: "The values of  $x$  satisfying  $\phi(x)$  are the class defined by  $\phi(x)$ " (CI, 5)

<sup>759</sup> Siehe Abschnitt 3.3.2.

<sup>760</sup> Klassen sind für Russell auf PF reduzierbar: "The notion of class in general, we decided, could be replaced, as an indefinable, by that of the class of propositions defined by a propositional function." (PoM, 106). Siehe Abschnitt 2.5.5 von Kapitel I.

<sup>761</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.2.

<sup>762</sup> "If  $R$  be a relation, we express by  $xRy$  the propositional function  $x$  has the relation  $R$  to  $y$ ." (PoM, 24)

absorbiert und selbst eine Logik der Relationen beigesteuert. In PoM will Russell, neben der Umsetzung des Logizismus-Projekts, nicht mehr wie in PoL die Prinzipien eines historischen, philosophischen Systems diskutieren, sondern die Prinzipien der symbolischen Logik (d.h. die Grundlagen der Mathematik) entdecken. Was den zweiten Punkt betrifft, so hatte Peano bekanntlich etwas Ähnliches bereits für die Arithmetik erreicht. Russell meint in PoM:

[...] to show that all mathematics follow from symbolic logic, and secondly to discover, as far as possible, what are the principles of symbolic logic itself. (PoM, 9)

Abschließend wollen wir uns noch fragen, worin für Russell der Unterschied zwischen der symbolischen Logik und der Mathematik besteht. Da die Fundierung der symbolischen Logik eine Aufgabe der Philosophie ist, und diese vorwiegend mit Begriffen<sup>763</sup> operiert, muss man annehmen, dass auch die symbolische Logik<sup>764</sup> mit Begriffen operiert. Die Definitionen der Mathematik betreffen laut Russell in der Regel einzelne einfache R-Terme oder Klassen von solchen, wie oben gezeigt wurde.

Die symbolische Logik operiert scheinbar - wie man in PoM nachlesen kann - in einem Raum, welcher zwischen dem rein intensionalen und dem rein extensionalen Standpunkt angesiedelt ist. Die Logik bildet demnach eine Brücke zwischen der intensionalen Philosophie und der extensionalen Mathematik. Diese Brückenfunktion zeigt sich besonders bei der Denotation, welche - wie bereits deutlich wurde - als eine Art Extensionsoperation verstanden werden kann, da hier mittels der intensionalen Begriffe die extensionale Terme auf eindeutige Weise bestimmt werden können. Die Beurteilung der Logik in Russells Worten geht genau in diese Richtung:

It has been customary, in works of logic, to distinguish two standpoints, that of extension and that of intension. Philosophers have usually regarded the latter as fundamental, while Mathematics has been held to deal specially with the former. M. Couturat\*, in his admirable work on Leibniz, states roundly that Symbolic Logic can only build up from the standpoint of extension; and if there really were only these two points of view, his statement would be justified. But as a matter of fact, there are positions intermediate between pure intension and pure extension, and it is in these intermediate regions that Symbolic Logic has its lair. (PoM, 66)

\* *La Logique de Leibniz*, Paris, 1901, p. 387.

---

<sup>763</sup> “[...] definition, in mathematics, does not mean, as in philosophy, an analysis of the idea to be defined into constituent ideas. This notion, in any case, is only applicable to concepts, whereas in mathematics it is possible to define terms which are not concepts.” (PoM, 27)

<sup>764</sup> Die Logik hat nach Russells Verständnis nichts mit Grammatik oder Sprache zu tun: “Words all have meaning, in the simple sense that they are symbols which stand for something other than themselves. [...] Thus meaning, in the sense in which words have meaning, is irrelevant to logic.” (PoM, 47) Die für die Logik relevante Bedeutung liegt anscheinend nur im Falle der denotierenden Begriffe vor: “But the fact that description is possible [...] is due to a logical relation between some concepts and some terms, in virtue of which such concepts inherently and logically *denote* such terms.” (PoM, 53). “But such concepts as *a man* have a meaning in another sense: they are, so to speak, symbolic in their own nature, because they have the property which I call *denoting*. [...] Thus concepts of this kind have meaning in a non-psychological sense.” (PoM, 47) Siehe dazu Kapitel III, Abschnitte 2 und 3.5. und Kapitel IV, Abschnitt 2.

Die Begründung dafür, dass für die Logik ein rein intensionaler Standpunkt ausgeschlossen werden muss, hängt für Russell nicht zuletzt mit der Definition der Klassen<sup>765</sup> zusammen. Ein teilweise extensionaler Zugang ist nämlich erforderlich - so argumentiert Russell -, um einen Zirkel zu vermeiden. Bei den intensionalen Klassenbegriffen ist die für den Klassenkalkül erforderliche Eindeutigkeit<sup>766</sup> nämlich nicht gegeben. Russell schreibt:

It is essential that the classes with which we are concerned should be composed of terms, and should not be predicates or concepts, for a class must be definite when its terms are given, but in general there will be many predicates which attach to the given terms and to no others. We cannot of course attempt an intensional definition of a class as the class of predicates attaching to the terms in question and to no others, for this would involve a vicious circle; hence the point of view of extension is to some extent unavoidable. (PoM, 66)

Wir wissen andererseits aus Kapitel I, dass rein extensionaler Standpunkt schon allein deshalb ausgeschlossen ist, da wir die unendlichen Klassen<sup>767</sup> nur anhand einer intensionalen Methode manipulieren können. Die symbolische Logik operiert im Kontext der Denotationstheorie daher auch vom intensionalen Standpunkt aus, wie Russell erklärt<sup>768</sup>:

On the other hand, if we take extension pure, our class is defined by enumeration of its terms, and this method will not allow us to deal, as Symbolic Logic does, with infinite classes. Thus our classes must in general be regarded as objects denoted by concepts, and to this extend the point of view of intension is essential. (PoM, 66-67)

Ein wichtiges Instrument, die unendlichen Klassen in den Griff zu bekommen, ist laut PoM der Funktionsbegriff:

If functions are to extend to infinite classes, this state of things is essential, for enumeration has become impossible. (PoM, 268)

Wenn mit der jeweiligen Funktion auch die unendlichen Klassen manipuliert werden können, darf die betreffende Funktion selbst nicht unendlich (komplex) sein. Diese zwar logische Bedingung ist laut Russell durch die Endlichkeit der menschlichen Fähigkeiten<sup>769</sup> vorgegeben und daher nur von psychologischer Notwendigkeit.

---

<sup>765</sup> Vergleiche mit folgender Stelle: "We must be concerned with the actual assemblage of terms, not with any concept denoting that assemblage. For mathematical purposes this is quite essential. [...] The extensional view of classes, in some form, is thus essential to Symbolic Logic and to mathematics..." (PoM, 20). Und auch: "A class, we have seen, is neither a predicate nor a class-concept, for different predicates and different class-concepts may correspond to the same class." (PoM, 68). Siehe Kapitel I, Abschnitte 2.5.3. und 3.1.

<sup>766</sup> "Two class-concepts need not to be identical when their extensions are so: man and featherless biped are by no means identical, and no more are even prime and integer between 1 and 3. These are class-concepts..." (PoM, 20)

<sup>767</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.2.2.

<sup>768</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle: "It appeared throughout that, although any symbolic treatment must work largely with class-concepts and intension, classes and extension are logically more fundamental for the principles of Mathematics; and this may be regarded as our main general conclusion in the present chapter." (PoM, 81)

<sup>769</sup> Siehe auch Kapitel IV, Abschnitt 4.

[...] the defining relation of a function must not be infinitely complex, or, if it be so, must be itself a function defined by some relation of finite complexity. This condition, though it is itself logical, has again, I think, only psychological necessity, in virtue of which we can only master the infinite by means of laws of order. (PoM, 268)

Der Logizismus Russells besteht auch darin, zu zeigen dass die Sätze der Mathematik, die ja Terme definiert (welche keine Begriffe sind), von Strukturen deduzierbar sind, welche nur Begriffe enthalten. Die Logik und ihre Begriffe<sup>770</sup> sind daher definitiv grundlegender als die Mathematik. Wie wir bereits wissen, gibt es daneben auch erkenntnistheoretische Motive<sup>771</sup> für den Logizismus. Damit wollen wir diesen Abschnitt beenden und zur Besprechung von Russells philosophischer Methode übergehen.

---

<sup>770</sup> "Conceptual diversity implies numerical diversity, but the converse implication does not hold, since not all terms are concepts. Numerical diversity, as its name implies, is the source of plurality, and conceptual diversity is less important to mathematics. But the whole possibility of making different assertions about a given term or set of terms depends upon conceptual diversity, which is therefore fundamental in general logic." (PoM, 47)

<sup>771</sup> "It is owing to this notion that mathematics can give definitions of terms which are not concepts [...]. Every term is the only instance of some class-, and thus every term, theoretically, is capable of definition, [...] An object may be present to the mind, without our knowing any concept of which the said object is *the* instance; and the discovery of such a concept is not a mere improvement in notation. [...] ...as soon as the definition is found, it becomes wholly unnecessary to the reasoning to remember the actual object defined, since only concepts are relevant to our deduction." (PoM, 63)

### **3. Russells analytische Methode**

#### **3.1. Grundsätzliches zu Analyse und Synthese 204**

#### **3.2. Analytische versus synthetische Propositionen 209**

#### **3.3. Verschiedene Arten von Analyse 213**

#### **3.1. Grundsätzliches zu Analyse und Synthese**

Nach dieser einführenden Charakterisierung der Russell'schen Philosophie, Mathematik und Logik um 1900 gehen wollen wir jetzt seine analytische Methode untersuchen. Diese Untersuchung soll nicht zuletzt dazu dienen, wichtige Entwicklungen in seinem Denken in den Jahren zwischen 1898 und 1905 besser zu erfassen und zu rekonstruieren. Ich werde dann später in Kapitel III zeigen, dass diese Entwicklung der Analyse auch für Russells Semantik ausschlaggebend ist.

Zunächst sollen einige allgemeine Fragen zu Russell Auffassungen von Analyse besprochen werden, wobei auch historische Elemente einfließen. Dabei geht es unter anderem um die Relation zur Synthese. Anschließend wollen wir mit Beaney<sup>772</sup> drei bzw. vier verschiedene Modelle von Analyse definieren, welche im Inventar der europäischen Tradition vorkommen. Dazu gehören die regressive Analyse, die resolutive Analyse - welche ihrerseits dekompositional oder funktional sein kann - und die interpretierende (bzw. paraphrasierende) Analyse. Die regressive Analyse basiert im Wesentlichen auf der Implikation, während die resolutive Analyse komplexe Entitäten in ihre Bestandteile zerlegt. Die interpretierende oder paraphrasierende Analyse hingegen führt gewissermaßen zu einer logischen Transkription des Ausgangsmaterials.

Ich will zeigen, dass Russell alle diese Modelle in seine Philosophie integriert hat, wobei sie sich teilweise überlagern und jeweils phasenweise dominant sind. Über den betreffenden Zeitraum von weniger als 10 Jahren (von 1898 bis 1905) kann man hier Verschiebungen beobachten, welche - wie ich zu zeigen versuche - seine philosophische Entwicklung insgesamt gut widerspiegeln.

Ich vertrete die These, dass Russell in den Jahren vor PoM hauptsächlich ein dekompositionales Konzept von Analyse vertritt, welches auch noch in PoM einen gewissen Stellenwert hat. Daneben vertritt er dort - im Rahmen der logizistischen Reduktion der Mathematik auf die Logik - aber auch die regressive Auffassung von Analyse. Ich will zeigen, dass der Übergang zu einer interpretierenden Version von Analyse durch die Integration des Funktionsbegriffs in die Semantik und die Logik bereits in PoM vorbereitet wird. Wir werden auch sehen, dass das dekompositionale Modell in Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen bereits in PoM überwinden wird. Die nach PoM immer stärker in den Vordergrund

---

<sup>772</sup> Beaney (2009), 3-8.



tretende interpretierende oder paraphrasierende Analyse avanciert dann in OD definitiv zum philosophischen Paradigma.

Beginnen wir zunächst mit grundsätzlichen Bemerkungen zu Analyse und Synthese und dem historischen Hintergrund zu Russell Überlegungen.

Russells Autobiografie kann man entnehmen, dass er der Analyse seit den anti-idealistischen Anfängen eine zentrale Bedeutung für die Philosophie beimisst, wie das einem Gründervater der analytischen Philosophie Ehre macht. Die Analyse gilt für ihn als die Methode der Philosophie schlechthin, wie es dort heißt:

Ever since I abandoned the philosophy of Kant and Hegel, I have sought **solutions of philosophical problems by means of analysis [meine Hervorhebung]**, and I remain firmly persuaded, in spite of some modern tendencies to the contrary, that only by analysing is progress possible. (Russell 1959, 11)

Dass die Analyse für ihn nicht zur Philosophie gehört, sondern möglicherweise auch zur Logik (und zur Mathematik) legt seine Erläuterung der Analyse als Methode, durch welche wir vom Komplexen zum Einfachen und vom Beweisbaren zu den unbeweisbaren Prämissen gelangen, nahe. Russell schreibt zu Beginn von PoM:

Our method will be therefore be one of analysis, and our problem may be called philosophical - in the sense, that is to say, that we seek to pass from the complex to the simple, **from the demonstrable to its indemonstrable premisses [meine Hervorhebungen]**. (PoM, 3)

Wichtig erscheint mir in diesem Kontext Paul Hagers<sup>773</sup> Hinweis darauf, dass Russells analytische Methode nicht nur auf die Analyse im engeren Sinne beschränkt ist. Die Analyse im weiteren Sinn umfasst - wie die Methode der antiken, griechischen Mathematik - neben einer Analyse im engeren Sinne, auch eine Synthese. Die Analyse im engeren Sinne, geht laut Russell von einem Corpus von mehr oder weniger etablierten Wissen aus und führt dieses auf eine Anzahl von bekannten Prämissen zurück. Der synthetische Teil der Analyse nimmt den umgekehrten Weg und geht von den Prämissen aus, um das ursprünglich angenommene Wissen zu rekonstruieren:

The business of philosophy, as I conceive it, is essentially that of logical analysis, followed by logical synthesis. (L.A., 162)

Übrigens unterscheidet auch Moore in NoJ zwischen einer Analyse und einer Synthese, wie aus folgendem Absatz hervorgeht:

Valid logical processes would seem to be of two kinds. It is possible to start from a complex proposition and to consider what propositions are involved in it. In this case the latter must always be more simple than the former; and they may be true, although the former is false. Or

---

<sup>773</sup> Hager, Paul (2003): 310-331.

it is possible to start from a more simple proposition and to deduce one that is more complex, by successive additions of concepts; which is the properly deductive procedure exhibited in the propositions of Euclid: and in this case the premiss must be true, if the conclusion is so.<sup>774</sup>  
(NoJ,182)

Interessant ist die Tatsache, dass sich die Synthese laut Russell<sup>775</sup> nicht als das exakte Spiegelbild der Analyse im engeren Sinne erweist, da es hier - wie noch gezeigt werden soll - zu einem Zugewinn von Einsichten und zu einer Überarbeitung des Ausgangsmaterials kommt. Dadurch wird zugleich die Grenze zwischen Philosophie und Wissenschaft für Russell scheinbar fließend. In späteren Jahren<sup>776</sup> wird Russell es sogar als die Aufgabe der Philosophie ansehen, die Grenze des Nicht-Wissens zu überschreiten.

Bemerkenswert ist allerdings, dass Russell in Zusammenhang mit der Analyse auf das sogenannte Paradox der Analyse gestoßen ist. Die Doktrin, dass die Analyse von Ganzheiten Falsifikation ist, beinhaltet scheinbar die widersprüchliche Annahme, dass die einzelnen Teile und das Ganze sich gegenseitig logisch voraussetzen. Daraus zieht Russell den Schluss, dass uns die Teil-Ganzes Analyse die Wahrheit in der Art der Überreichung eines Gegenstands aushändigt, dass sie uns aber nicht die ganze<sup>777</sup> Wahrheit liefert. Allerdings sieht er hier keinen wirklichen Widerspruch, insofern das Ganze letztlich doch auf die R-Terme reduziert werden müssen - wie es seine Termorientierung (Down-up Modell) vorgibt. Er schreibt in PoM:

Whatever can be analysed is a whole, and we have already seen that **analysis of wholes is in some measure falsification**. But it is important to realize the very narrow limits of this doctrine. We cannot conclude that the parts of a whole are not really its parts, nor that the parts are not presupposed in the whole in a sense in which the whole is not presupposed in the parts, nor yet that the logically prior is not usually simpler than the logically subsequent. In short, though **analysis** gives us the truth, and nothing but the truth, yet it can never **give us the whole truth** [meine Hervorhebungen]. (PoM, 141)

Dieser die Analysis betreffende Sachverhalt reflektiert sich auch in der Definitionstheorie. Obwohl die Definitionen gewissermaßen Konventionen über sprachliche Ausdrücke sind, enthalten sie laut Russell - wie oben bereits erwähnt wurde - einen Zugewinn an Wissen. Russell spricht auch hier von einem Paradoxon:

---

<sup>774</sup> Die Fortsetzung dieser Passage lautet: "It may be well to state that both procedures are synthetic, in the sense that the results arrived at are different from the premisses, and merely related to them. In a vicious circle, on the other hand, the two procedures are confused. A result arrived at by the former of the two processes just described, is regarded as involving the truth of its premiss. Thus, when we say that the conceptual nature of truth is involved in logical procedure, no vicious circle is committed, since we do not thereby presuppose the truth of logical procedure. But when an existent is said to be involved in truth, a vicious circle is committed, since the proposition "Something is true," in which "Something exists" is supposed to be involved, must itself be true, if the latter is to be so." (NoJ, 182)

<sup>775</sup> Dies erinnert entfernt an den Hegelschen Begriff der Erfahrung als dialektischen Prozess.

<sup>776</sup> "[...] science is what you more or less know and philosophy is what you don't know." (PLA, 243)

<sup>777</sup> Hegels holistische Auffassung von der Wahrheit erfährt hier zumindest als Metapher einen Nachruf, obwohl Russell termorientierte Philosophie anfänglich einen logischen Atomismus und eine passende, wenn auch rudimentäre Wahrheitstheorie zu implizieren vorgibt.

It is a curious paradox, puzzling to the symbolic mind, that **definitions**, theoretically, are **nothing but statements of symbolic abbreviations**, irrelevant to the reasoning and inserted only for practical convenience, while yet, in the development of a subject, **they always require a very large amount of thought**, and often **embody some of the greatest achievements of analysis [meine Hervorhebungen]**. This fact seems to be explained by the theory of denoting. (PoM, 63)

In diesem Kontext taucht die Frage nach der Gültigkeit der Analyse auf. Russell tendiert zumindest in seiner frühen Philosophie dazu, die Resultate der Analyse als endgültig und nicht weiter zerlegbar anzusehen. Später behauptet er, dass dann die Analyse keineswegs die letzten Bausteine der Logik und der Wirklichkeit freizulegen vermag.

Zudem gibt es laut Russell oft - wie in Abschnitt 5.3. von Kapitel I deutlich wurde - alternative Analysemöglichkeiten. Dies ist beispielsweise bei der Analyse von Propositionen nach dem Schema Assertion/Subjekt - also bei der funktionalen Analyse - der Fall. In Bezug auf die regressive Analyse als Teil der philosophischen Methode behauptet Russell schließlich, dass die Resultate<sup>778</sup> so einer Analyse nur falsifiziert, niemals aber verifiziert werden können:

Now it follows from the very nature of such inquires that **the results may be disproved, but can never be proved [meine Hervorhebung]**. The disproof will consist in pointing out contradictions and inconsistencies; but the absence of these can never amount to proof. All depends, in the end, upon immediate perception." (PoM, 129-130)

Vermutlich hält er die Paradoxa um die prästabilisierte Harmonie<sup>779</sup> in diesem Sinne als Beweise der Ungültigkeit von Leibniz' philosophischen Prinzipien. Die Analyse führt nach Ansicht des frühen Russell zu den letzten Bausteinen des Seins<sup>780</sup> und der Wissenschaft. In einer späteren Phase seines Denkens wird die Zurückführung auf Prämissen für Russell immer mehr eine technische Angelegenheit, welche mehrere Antworten zulässt<sup>781</sup>.

Kehren wir nun zur wichtigen Frage in Bezug auf das Objekt der Russell'schen Analyse zurück. Wie auch in Kapitel I deutlich wurde, versteht Russell die Analyse primär nicht als linguistische Analyse, sondern eben als Analyse der Wirklichkeit. Der Punkt ist, dass Russell - wie ich in meiner Arbeit zeigen versuche - die Wirklichkeit mit der propositionalen Ebene identifiziert. Wie wir aus Abschnitt 2.2.6. von Kapitel I wissen, argumentiert Russell

---

<sup>778</sup> "A certain body of indefinable entities and indemonstrable propositions must form the starting-point for any mathematical reasoning; and it is this starting-point that concerns the philosopher. When the philosopher's work has been perfectly accomplished, its results can be wholly embodied in premisses from which deduction may proceed. Now it follows from the very nature of such inquires that **the results may be disproved, but can never be proved [meine Hervorhebung]**. The disproof will consist in pointing out contradictions and inconsistencies; but the absence of these can never amount to proof. All depends, in the end, upon immediate perception." (PoM, 129-130)

<sup>779</sup> "[...] his [Leibniz's] assumption of a plurality of substances made the denial of relations peculiarly difficult, and involved him in all the paradoxes of the pre-established harmony." (PoL, 14-15). Siehe 4.1. von Kapitel I.

<sup>780</sup> Vergleiche mit Leibniz' Alphabet der Gedanken.

<sup>781</sup> MDP, 162.

entschieden gegen die Unterscheidung zwischen einer realen Analyse und einer konzeptuellen Analyse<sup>782</sup>. Dies bedeutet, dass es sich bei Russells Analyse primär um eine Analyse von Propositionen und nur in einem abgeleiteten Sinne um eine ontologische Analyse im herkömmlichen Sinn handelt. Der eigentliche Gegenstand von Russells Analyse sind tatsächlich nicht logisch unstrukturierte Objekte<sup>783</sup> wie ein bestimmter Schreibtisch, der Mount Blanc<sup>784</sup> oder Sokrates<sup>785</sup>, sondern die diese Dinge<sup>786</sup> enthaltenden und sie betreffenden<sup>787</sup> Sachverhalte, Russells Propositionen<sup>788</sup>. Die Propositionen sind komplexe Objekte bzw. Strukturen, welche laut Russells quasi-phänomenalistischer Überzeugung<sup>789</sup> für den Betrachter - entsprechend dem Prinzip der Bekanntschaft (PoA) - mehr oder weniger direkt fassbar sind<sup>790</sup>.

Auch die R-Terme<sup>791</sup> können laut Russells Dogma direkt erfasst werden. Terme wie Sokrates können laut Russell aber nicht analysiert werden, da sie in einfach sind. Die Einfachheit der Dinge<sup>792</sup> resultiert laut Russell aus ihrem extensionales Vorkommen, wie in Abschnitt 2.2.6. von Kapitel I gezeigt wurde. Andererseits behauptet Russell, dass solche Dinge wie Sokrates als Klassen als Einheit<sup>793</sup> aufgefasst werden müssen. In diesem Falle hätten sie allerdings eine Form von Komplexität.

Hier sehe ich nun einige Schwierigkeiten in Russells Position. Der Punkt ist, dass die Russell'schen Terme (i.e.S.) ontologisch keine wirklichen Atome sind, welche dann die

---

<sup>782</sup> "A distinction is made, in support of organic unities, between conceptual analysis and real division into parts. What is really indivisible, we are told, may be conceptually analyzable. This distinction, if the conceptual analysis be regarded as subjective, seems to me wholly inadmissible. [...]. Where the mind can distinguish elements, there must be different elements to distinguish;" (PoM, 466). Russell unterscheidet übrigens auch nicht zwischen einer Realdefinition und einer Nominaldefinition.

<sup>783</sup> Dinge sind für Russell so etwas wie Klassen (von R-Termen): "[...] the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc., are classes as one. [...] These objects, therefore, are of the same type as simple individuals. It would seem that all objects designated by single words, whether things or concepts, are of this type." (PoM, 523). Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.4.

<sup>784</sup> Laut Russell ist das Objekt der Erkenntnis und der Analyse immer eine Proposition, welche reale Dinge enthält: "I believe that in spite of all its snowfields Mont Blanc itself is a component part of what is actually asserted in the proposition [*Satz*], 'Mont Blanc is over 4000 metres high'. We do not assert the thought, for this is a private psychological matter: we assert the object of the thought, and this is, to my mind, a certain complex (an objective proposition [*ein objectiver Satz*], one might say) in which Mont Blanc is itself a component part. If we do not admit this, then we get the conclusion that we know nothing at all about Mont Blanc." (Frege 1980, 169).

<sup>785</sup> "Socrates is a thing, because Socrates can never occur otherwise than as term in a proposition. Socrates is not capable of that curious twofold use which is involved in *human* and *humanity*." (PoM, 45)

<sup>786</sup> "We are sometimes told that things are organic unities, composed of many parts expressing the whole and expressed in the whole. [...] A proposition has a certain indefinable unity, in virtue of which it is an assertion; [...] all unities are propositions or propositional concepts, and that consequently nothing that exists is a unity. If, therefore, it is maintained that things are unities, we must reply that no things exists." (PoM, 466-467)

<sup>787</sup> Zum Begriff der 'aboutness' siehe Kapitel IV, Abschnitt 1.3.1.

<sup>788</sup> Diese Propositionen enthalten die Objekte als deren Konstituenten. Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.1.2.

<sup>789</sup> Siehe Kapitel IV, Abschnitt 4.

<sup>790</sup> "We all know a proposition when we see one." (NT, 503).

<sup>791</sup> "In every proposition that we can apprehend [...], all the constituents are really entities with which we have immediate acquaintance." (OD, 427)

<sup>792</sup> Wie dort bereits besprochen habe, muss eine Proposition wie 'Socrates is human' auch für jemanden verständlich sein, der mit den (anderen) Eigenschaften von Sokrates nicht vertraut ist.

<sup>793</sup> "What we called, in Chapter VI, the class as one, is an individual, provided its members are individuals: the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc., are classes as one. [...] These objects, therefore, are of the same type as simple individuals. It would seem that all objects designated by single words, whether things or concepts, are of this type." (PoM, 523)

komplexen Objekte, welche die Propositionen sind, konstituieren. Ihr Status als Terme resultiert erst aus ihrer Funktion in der Proposition, wie in Zusammenhang mit dem Termbegriff und der Einteilung der R-Terme in Dinge und Begriffe deutlich wurde. Hier wird der term-orientierte Ansatz (Down-Top Modell) durch den holistischen, propositionalen Ansatz (top-down Modell) unterminiert, wie ich in Kapitel I zu zeigen versucht habe.

Vermutlich ist Russell diese Problematik nach PoM selbst aufgefallen, wenn er in OF nicht mehr wie in PoM zwischen Begriffen und Termen unterscheidet, sondern von verschiedenen Positionen<sup>794</sup> in Komplexen spricht. Einen ähnlichen Ansatz gibt aber schon in PoM<sup>795</sup>, wenn Russell dort von der Art des Vorkommens bzw. des Gebrauchs von Begriffen spricht. Diese Redeweise suggeriert gewissermaßen eine von den Propositionen unabhängige Realität, welche für Russells Philosophie - wie das Dings an sich für Kants Transzendentalphilosophie - aber nicht mehr als ein Grenzbegriff sein kann. Die von Russell behauptete Identität der begrifflich-propositionalen Ebene<sup>796</sup> mit der Realität kann jedenfalls in dieser Form nicht konsequent durchgehalten werden. Dies zeigt sich vor besonders deutlich beim Problem der falschen Propositionen, welches erst durch die paraphrasierende Analyse in OD gelöst werden kann.

Belassen wir es hier bei diesen Bemerkungen zur Analyse im weiteren Sinn. In Abschnitt 3.3. wollen wir dann mit Michael Beaney<sup>797</sup> zwischen mehreren Versionen von Analyse im engeren Sinn<sup>798</sup> zu unterscheiden. Bevor wir auf Russells Vorstellungen von Analyse i.e.S. eingehen wollen, soll noch die traditionelle Unterscheidung zwischen den analytischen und den synthetischen Urteilen besprochen werden, wie Russell sie beispielsweise in seiner Auseinandersetzung mit der Philosophie von Leibniz reflektiert hat. Kants Theorie der Urteile stellt - so zeigt sich hier - nicht nur für die Philosophie der Idealisten einen Fixpunkt dar, sondern auch für Russells Denken.

### **3.2. Analytische versus synthetische Propositionen**

Im Folgenden geht es nicht wie im letzten Abschnitt um Methodenfragen, sondern um den Status und die Struktur der Propositionen. Ich will zeigen, dass Russell die Dichotomie analytisch/synthetisch als wertlos<sup>799</sup> ansieht, da für ihn alle richtigen Propositionen - die Tautologien gehören nicht dazu - synthetisch und notwendig sind. Hierbei handelt es sich

---

<sup>794</sup> Russell unterscheidet in OF zwischen Entitätenposition und Bedeutungsposition: "If something which is not a complex is put in meaning-position, the result is non-sense. This may be used as a criterion for distinguishing meaning-positions from entity-positions." (OF, 370)

<sup>795</sup> Siehe PoM 45 und 52.

<sup>796</sup> Die Art des Gegebenseins der Propositionen ist aber keine empirische Anschauung ohne Synthesis: "And when the idea of a complex is in the mind, that means that the complex is the object of the idea, and is thus other than the idea. Consequently a complex meaning is something not essentially psychical, and we must not allow ourselves to believe that all complexity is due to the activity of mind, or the "synthetic unity of perception". (OMD, 316)

<sup>797</sup> Beaney, Michael (2003): 128-170.

<sup>798</sup> Um die Analyse im engeren Sinn geht es in Abschnitt 3.3.

<sup>799</sup> Ähnliches sollte auf das Begriffspaar a priori/a posteriori zutreffen, wie wir gleich sehen werden.

vermutlich um ein Erbe der idealistischen Philosophie. Der propagierte quasi-holistische Ansatz, welcher bei den Einheiten (den Propositionen) vorherrscht, kollidiert aber mit dem term-orientierten atomistischen Ansatz. Wie wir aus PoM wissen, gelten die Propositionen als Einheiten, welche durch die Angabe ihrer Teile nicht definiert sind. Diese Auffassung basiert vermutlich auf Russells Überzeugungen zur Synthese. Beginnen wir mit einigen historiografischen Bemerkungen.

Russell und Moore greifen das Begriffspaar analytisch/synthetisch von Kant auf, welches Moore wie Kant in der KdrV auf die Urteile, Russell hingegen auf Propositionen bezieht. Russell behauptet nun in PoL, dass Kant die Position, dass alle Propositionen synthetisch und notwendig sind, in Zusammenhang mit den Sätzen der Mathematik selbst vorbereitet hat:

But Kant, by pointing out that mathematical judgements are both necessary and synthetic, prepared the view that this is true of all judgements. [...] if **all propositions are necessary** [**meine Hervorhebung**], the notion of necessity is shorn of most of its importance. (Pol, 23-24)

Russell distanziert sich damit vom Kant'schen Verständnis des Apriori, welche die Gültigkeit ohne Ausnahmen (bzw. Allgemeingültigkeit) und Notwendigkeit einschließt. Zugleich verwirft er auch die Unterscheidung zwischen den notwendigen und den kontingenten Propositionen, wie sie auch von Leibniz vertreten wurde.

Für Russell haben nämlich alle Propositionen den Status der Kant'schen a priori-Urteile, da es sich per definitionem um gleichermaßen nicht-mentale, objektive Sachverhalte handelt, welche aus den unveränderlichen, realen R-Termen bestehen. Wir wissen aus Abschnitt 5 von Kapitel I, dass für Russell und Moore auch die existenziellen Propositionen, d.h. die Propositionen über existierende R-Terme<sup>800</sup>, diesen Status teilen. Wir halten fest, dass für Russell somit alle Propositionen a priori sind. Bevor wir auf die von den zwei Philosophen der *New Philosophy* vertretenen Auffassungen zur Notwendigkeit zu sprechen kommen, soll das Begriffspaar analytisch/synthetisch untersucht werden.

Analytische Wahrheiten im Kantischen Sinne kann es für Russell deshalb nicht geben, da die meisten Kandidaten für analytische Urteile entweder nicht wirklich analytisch<sup>801</sup> sind, oder aber wertlose Tautologien darstellen und daher keine richtigen Propositionen darstellen, heißt es in PoL:

Either the instances can be easily seen to be not truly analytic - this is the case, for example, in Arithmetic and Geometry - or they are tautologous, and so not properly propositions at all. (PoL, 16-17)

---

<sup>800</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.4.

<sup>801</sup> Folgende Urteile sind laut Russell nicht analytisch, da der Subjektbegriff nicht komplex ist ("the subject is not even komplex"): 'red is a colour' '2 is a number' 'number is concept'. (Siehe PoL, 23.)

Zu den wirklich analytischen Urteile, nämlich den Tautologien, wie sie Leibniz anführt, meint Russell im Stile der Idealisten, dass sie keine richtigen Propositionen und damit wertlos sind:

[Tautologous instances] are not properly propositions at all [...]. Most of these instances assert nothing; the remainder can hardly be considered the foundations of any important truth."  
(PoL, 17)

Die Identität, welche Russell als die einzig interne Relation einstuft, gilt in seinen Augen als eine Pseudorelation<sup>802</sup>. Jede wirkliche Proposition schließt nämlich eine externe Relation<sup>803</sup> zwischen den R-Termen ein, welche eine entsprechend PF<sup>804</sup> einschließt. Auf Propositionen der Form 'A is A' trifft dies nicht zu, was bedeutet, dass in ihnen kein Sachverhalt behauptet wird bzw. keine Assertion vorliegt.

Was die andere Behauptung betrifft, wonach die meisten von Leibniz als analytisch eingestuften Urteile<sup>805</sup> nicht wirklich analytisch ist, argumentiert Russell folgendermaßen. Solche Urteile setzten nämlich - sofern sie nicht von der Art 'A is A' sind - so behauptet Russell - einen komplexen Subjektbegriff voraus. Bei der Kompatibilitätsbehauptung<sup>806</sup> der im Subjekt vereinten Prädikate kann es sich laut Russell aber nur um ein synthetisches Urteil handeln. Er schreibt dazu in PoL:

The subject is a collection of attributes, and the predicate is a part of this collection. [...] The collection, however - and this is the weak point of the doctrine of analytic judgements - must not be a haphazard collection, but a collection of compatible or jointly predicable predicates [...]. Now this compatibility, since it is presupposed by the analytic judgement, cannot itself be analytic. (PoL, 18)

Nun wollen wir noch einige exemplarischen Kandidaten für analytische Urteile (kurz 'AU') besprechen, wie sie Russell in seiner Auseinandersetzung mit Leibniz möglicherweise vor Augen hat, um das Gesagte zu veranschaulichen. Die beiden ersten stammen von Russell selbst, das dritte von mir:

AU1 I bin der, der ich bin.<sup>807</sup> (Aussageform nach Leibniz/Russell: 'A ist A')

AU2 Das gleichseitige Rechteck ist rechteckig.<sup>808</sup> (Aussageform: 'AB ist A')

AU3 Eine quadratische Kugel ist nicht quadratisch. (Aussageform: 'AB ist nicht A')

AU1 wäre demnach ein (von Leibniz gewähltes) Beispiel für eine aus der Sicht Russells wertlose Tautologie. AU2 hingegen wäre ein Beispiel für eine im dekompositionalen Sinne

---

<sup>802</sup> "[...] the pseudo-relation of subject to predicate." (PoM, 95)

<sup>803</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.1.

<sup>804</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitte 5.3.6 und 5.4.

<sup>805</sup> Russell stuft die von Leibniz als 'Vernunftwahrheiten' bezeichneten notwendigen Wahrheiten nach dem Kantianischen Muster als analytische Wahrheiten ein. Russell Sicht auf Leibniz ist sicherlich durch diese Kantianische Sichtweise getrübt und wird der Philosophie von Leibniz nicht wirklich gerecht.

<sup>806</sup> Vergleiche mit Russell Unterscheidung zwischen den Sammlungen, den Aggregaten und den Einheiten als den verschiedenen Arten von Ganzheiten in PoM.

<sup>807</sup> PoL, 17. [meine Übersetzungen]

<sup>808</sup> Ibid., 17.

analytische, letztlich aber nämlich im regressiven Sinne synthetische Proposition, weil sie von der synthetischen Proposition, dass 'gleichseitig' und 'Rechteck' keinen Widerspruch erzeugen, logisch abhängig ist. AU3 wäre für Russell vermutlich überhaupt keine analytische Proposition, weil die Prädikate 'quadratisch' und 'kugelig' nicht kompatibel<sup>809</sup> sind. AU3 ist für Russell wohl überhaupt keine echte Proposition.

Unsere Analyse zeigt, dass Urteile wie 'the equilateral rectangle is a rectangle' für Russell demnach nicht analytisch, sondern synthetisch sind.<sup>810</sup> Russell behauptet in PoL weiters, dass analytische Urteile aus diesem Grund als Prämissen bzw. als Axiome der Wissenschaft nicht infrage kommen. Wie später in PoM verweist er auf die Einheit der Propositionen, welche - wie wir auch aus PoM wissen - bei der Analyse verloren geht. Der ganze Absatz zur Teil-Ganzes Beziehung aus PoL:

[...] they are logically subsequent to synthetic propositions asserting that the constituents of the subjects are compatible. They cannot, therefore, in any case, give the premisses of any of any science, as Leibniz supposed (cf. N.E. p.99; G. v. 92). But further, in so far as they are significant, they are judgements of whole and part; the constituents, in the subject, have a certain kind of unity - the kind always involved in numeration, or in assertions of a whole - which is taken away by analysis. (PoL, 22)

Es zeigt sich hier, dass Russells Position zu den analytischen Urteilen auf engste mit der dekompositionalen Analyse<sup>811</sup> verbunden ist. Russell meint übrigens, Leibniz hätte eigentlich merken müssen, dass die analytischen Sätze nicht wirklich analytisch sind, als dieser die Unvollständigkeit des ontologischen Gottesbeweises in den Versionen von Anselm bis Descartes konstatierte, um dann selbst den Beweis um den Kompatibilitätsnachweis der einfachen Prädikate hinzuzufügen.

Leibniz kommt - so Russell - zum richtigen Ergebnis, dass nur komplexe Ideen in Widerspruch zu einander stehen können bzw. in einen offenen Widerspruch umgewandelt werden. Dies ist gleichbedeutend mit der Behauptung, dass die analytischen Urteile eine synthetische Kompatibilitätsaussage voraussetzen und somit selbst im regressiven Sinne synthetisch sind.

Der Gottesbegriff als Inbegriff bzw. algebraische Summe aller positiven, einfachen Ideen - so Leibniz' Argument - muss nämlich per definitionem widerspruchsfrei sein, da bei keinem positiven, einfachen Prädikat eine Negation enthalten sein kann. In Russells Worten:

Two simple ideas can never be mutually contradictory in Leibniz's sense, since mere analysis will not reveal any further predicate possessed by the one and denied by the other. (PoL, 21)

---

<sup>809</sup> "But the contradiction is only possible because round and square are both complex..." (PoL, 20)

<sup>810</sup> Russell spricht hier von Urteilen, weil er in PoL oft die Terminologie von Leibniz bzw. Moore verwendet.

<sup>811</sup> Siehe Abschnitt 3.3.3.



Russell ist davon überzeugt seinerseits in PoL gezeigt zu haben, dass alle (wirklichen) Propositionen synthetisch sind. So behauptet er die Synthetizität für die Geometrie, mit der sich Russell noch als Anhänger des Idealismus<sup>812</sup> auseinandergesetzt hat:

[...] hence the propositions of Arithmetic, as Kant discovered, are one and all synthetic. [...] Thus the propositions of Mathematics are necessary... (PoL, 21, 24)

Russell führt Leibniz' anderen Irrtum, nämlich dass alle 'a priori-schen' Wahrheiten analytisch sind - wie er in PoL zu erklären versucht - auf die Annahme von SPT zurück. Wenn alle Propositionen synthetisch sind, kann die Analytizität zudem nicht der Ursprung der Notwendigkeit sein. Russell verwirft in der Folge auch den Leibnizschen Begriff der metaphysischen oder geometrischen Notwendigkeit<sup>813</sup> und plädiert selbst für einen Notwendigkeitsbegriff, welcher mit der regressiven Analyse eng verknüpft ist. Russell vertritt in diesem Kontext die Auffassung, dass es Abstufungen der Notwendigkeit gibt, welche sich in Zusammenhang mit der Implikation anderer Propositionen ergeben.

Kommen wir nun zu den verschiedenen Typen von Analyse (im engeren Sinne).

### **3.3. Verschiedene Arten von Analyse**

#### **3.3.1. Einleitung 213**

#### **3.3.2. Die regressiv Analyse 218**

#### **3.3.3. Die dekompositionale Analyse 220**

#### **3.3.4. Die interpretierende Analyse 229**

#### **3.3.5. Die funktionale Analyse 231**

#### **3.3.1. Einleitung**

Im folgenden Abschnitt soll Russells Auffassung der Analyse i.e.S. untersucht werden. Dabei folge ich Michael Beaney,<sup>814</sup> welcher zwischen einer regressiven, einer auflösenden<sup>815</sup> und einer interpretierenden Analyse unterscheidet. Die resolutive Analyse<sup>816</sup> umfasst nun laut Beaney sowohl die dekompositionale als auch die funktionale Analyse. Im Folgenden will ich zunächst mit Zitaten belegen, dass in Russells früher Philosophie alle 4 Typen von Analyse zu finden sind. Nähern wir uns Russell, indem wir zuerst mit Beaney einen allgemeinen Begriff von Analyse formulieren und dann die Beziehung zwischen Mathematik und Philosophie auf diesem Hintergrund noch einmal betrachten.

Beaney charakterisiert die Analyse in seinem Aufsatz allgemein als Freilegung oder Erschließung dessen, was grundlegender ist:

---

<sup>812</sup> So in Russell (1897)

<sup>813</sup> PoL, 69.

<sup>814</sup> Siehe Beaney (2003), 154.

<sup>815</sup> Meine Übersetzung von 'resolutive'.

<sup>816</sup> "I use the term 'resolutive analysis' to cover both whole-part and function-argument analysis." (Beaney [2003], 154-155)

Perhaps in its broadest sense, 'analysis' might be characterized as *disclosing what is more fundamental*, but there are clearly many different kinds of things that can be analysed, and even where the same thing is being analysed (e.g., a 'proposition'), there are many different kind of things that can be regarded as more fundamental and many different forms that such a process of 'disclosing' can take... (Beaney 2003, 153)

Diese Definition ist tatsächlich sehr weit gefasst und schießt aller Wahrscheinlichkeit nach auch Russells Vorstellungen von Analyse ein. Bevor wir auf Beaney's verschiedene Typen von Analyse eingehen, kommen wir zu Russells Auffassung der allgemeinen Analyse und rekapitulieren einige Ergebnisse von Kapitel I.

Russell selbst stellt in PoM fest, dass die logische Analyse nur im Falle von komplexen Objekten möglich ist und dass diese Komplexität begrifflicher Natur ist. Wie wir aus Kapitel I wissen, gibt es ein Dogma der *New Philosophy*, welches besagt, dass die Realität<sup>817</sup> objektiv und begrifflich ist. Russell schreibt in PoM:

All complexity is conceptual in the sense that it is due to a whole capable of logical analysis, but is real in the sense that it has no dependence upon the mind, but only upon the nature of the object. (PoM, 466)

Wenige Monate nach der Veröffentlichung von PoM sollte Russell diese Begrifflichkeit in OMDP als Bedeutung interpretieren. Nach Russells neuem Ansatz<sup>818</sup> sind die intensionalen Objekte Bedeutungen, während die extensionalen Objekte Denotationen sind. In seinen Worten:

[...] *all* complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted may be regarded, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation. (OMDP, 288)

Da die Analyse nur von intensionalen Objekten möglich ist, gilt für Russell die Untersuchung der Teil-Ganzes Relation als Voraussetzung für das Verständnis des Analysebegriffs hin. In PoM schreibt er dazu:

For the comprehension of analysis, it is necessary to investigate the notion of whole and part, a notion which has been wrapped in obscurity - though not without certain more or less valid logical reasons - by the writers who may be roughly called Hegelian. (PoM, 137)

Wir in Abschnitt 3.2.1. aus Kapitel I wissen, zählt Russell in PoM drei verschiedene Arten<sup>819</sup> von Teil-Ganzes Beziehungen - nämlich die Sammlungen, die Aggregate und die Einheiten - welchen jeweils Arten von Ganzheiten und von Teilen entspricht. Die Frage muss nun sein,

---

<sup>817</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.2.

<sup>818</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.

<sup>819</sup> Die Sammlungen, die Aggregate und die Einheiten. Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.2.1.

ob Russell parallel dazu auch drei verschiedene Arten von Analyse entwickelt hat. Anscheinend ist dies aber nicht der Fall, wie wir noch sehen werden.

Wenn man berücksichtigt, dass die Sammlungen von Russell kaum berücksichtigt werden, würden noch die Klassen und die Propositionen als Kategorien von Objekten der Analyse übrigbleiben.

Zum anderen geht Russell - wie dies auch in Beaney's allgemeiner Definition von Analyse vorgesehen ist - scheinbar davon aus, dass derselbe Typ von Ganzheiten auf verschiedene Weise analysiert werden kann. Aus Kapitel I wissen wir, dass die Propositionen von Russell manchmal in die konstituierenden R-Terme zerlegt werden, manchmal aber nach dem Schema Subjekt/Assertion. Wir noch deutlich wird, handelt es sich respektive um eine dekompositionale und um die funktionale Analyse. Fragen wir uns zunächst aber, ob sich Russells Analyse ausschließlich auf die Propositionen bezieht.

Russell behauptet in Kapitel VI ("Whole and Part") von PoM scheinbar, dass sich die philosophische Analyse ausschließlich mit den Einheiten befasst und somit stets eine Analyse von Propositionen ist:

It is *parts* in this third sense [of "unity", meine Hinzufügung] that are chiefly considered by philosophers, while the first two senses [of "collection" and "aggregate", meine Hinzufügung] are those usually relevant in symbolic logic and mathematics. **This third sense of *part* is the sense which corresponds to analysis [meine Hervorhebung]**: it appears to be indefinable, like the first sense - *i.e.*, I know no way of defining it. (PoM, 139)

Diese Angaben erweisen sich möglicherweise nicht ganz vollständig. Denn die Analyse der Propositionen in ihre Konstituenten ist nicht die einzige Form von Analyse, welche in der Philosophie von PoM vorgesehen ist.

In folgender Bemerkung am Anfang von PoM erwähnt Russell - neben der auf der Teil-Ganzes Relation beruhenden Analyse - eine Analyseform, welche auf Beweisketten beruht:

**Our method will be therefore be one of analysis**, and our problem may be called **philosophical** - in the sense, that is to say, that we seek to pass from the complex to the simple, **from the demonstrable to its indemonstrable premisses [meine Hervorhebungen]**. (PoM, 3)

Aus der Perspektive von Beaney's Modell betrachtet - welches wir gleich näher betrachten werden - würde dies bedeuten, dass die philosophische Analyse laut Russell neben einer resolutiven Analyse auch eine regressive Analyse umfasst. Wie aus Abschnitt 2.1. hervorgeht, besteht entsprechend dem Logizismusprojekt Russells die primäre Aufgabe der Philosophie in der Grundlegung der Mathematik. Diese Grundlegung erfolgt darin, dass die Propositionen der Mathematik auf jenen Corpus von Prinzipien und Grundbegriffen (undefinables) zurückgeführt wird, welche in PoM die Logik ausmacht.

Wenn die philosophische Methode laut Zitat den Übergang vom Beweisbaren zum Unbeweisbaren umfasst, so könnte genau diese Reduktion der Mathematik auf die Logik

gemeint sein. Bei so einer logischen Analyse werden - da die R-Terme in Russells Philosophie mit den Objekten der Erkenntnis zusammenfallen - letztlich zugleich die letzten Prämissen der Wissenschaft freigelegt. Zu diesen Prämissen<sup>820</sup> gehören nach Russells Verständnis, wie auch in PoM deutlich wird, nämlich nicht nur Axiome und Definitionen, sondern eben auch Begriffe oder Ideen. In der Analyse liegen die Prämissen als Analysans also eine Stufe tiefer<sup>821</sup> als das Analysandum.

Ein weiterer interessanter Punkt betrifft die Beziehung zwischen den Ergebnissen der Analyse und der Synthese, was den Grad an Sicherheit bzw. Evidenz betrifft. Paul Hager<sup>822</sup> zeigt, dass Russell die Prämissen im Gegenteil generell als weniger evident (und bezweifelbarer) als ihre logischen Konsequenzen (Data) einstuft, obwohl sie als klarer, präziser, einfacher als diese gelten. Die Prämissen erlangen nämlich ihre Gültigkeit - nach Russells Auffassung - gerade durch ihre logischen Konsequenzen.<sup>823</sup> Dies hängt mit der bereits erwähnten speziellen Auffassung von Notwendigkeit zusammen, wie sie bei Russell und Moore in diesen Jahren zu finden ist.

Es stellt sich nun die Frage, ob die regressive Analyse ihrem Charakter nach eher der Logik und der Mathematik angehört bzw. ob es bei diesen Disziplinen vielleicht andere genuine Arten von Analyse gibt. Wie wir wissen, operieren vor allem die Mathematiker mit den Klassen, welche in PoM ja auch als Aggregate aufgefasst werden. So könnte man annehmen, dass der Analyse der Klassen bei Russell die mathematische Analyse (und Definition<sup>824</sup>) entspricht, während die Analyse der Propositionen - neben der logizistischen Reduktion - zur philosophische Analyse bzw. Definition gehört.

Wenn wir unser Wissen über Russells Definitionstheorie mit einbeziehen, ergibt sich nun folgendes Bild. Aus Abschnitt 2.1. wissen wir, dass die mathematischen Definitionen<sup>825</sup> nicht in einer Analyse von Begriffe und Propositionen in ihre Konstituenten bestehen, sondern darin, auf eindeutige Weise extensionale Terme oder Klassen von Termen<sup>826</sup> zu bestimmen. Die erforderliche Eindeutigkeit wird in PoM durch die Denotationstheorie, später mittels des Begriffs der DF fundiert. Russell spricht sich dann in PoM aufgrund der Eindeutigkeit - wie wir

---

<sup>820</sup> Russell spricht manchmal auch von "primitives", "simples" oder "undefinables".

<sup>821</sup> Wenn Russell nun grundsätzlich nicht zwischen Objekt- und Metasprache unterscheidet, ist dies weniger eine Frage der mangelnden Einsicht, als eine Konsequenz seiner ontologischen und semantischen Überzeugungen.

<sup>822</sup> Hager (2003): 314-316.

<sup>823</sup> Hager (2003): 314-316.

<sup>824</sup> Zu den Definitionen in Mathematik und Philosophie siehe Abschnitt 2.1. Beaney ist der Auffassung, dass sich Russell auch in Zusammenhang mit der Implikation nicht ganz von der Subjekt-Prädikat Logik lösen kann. Siehe Beaney (2003), 135.

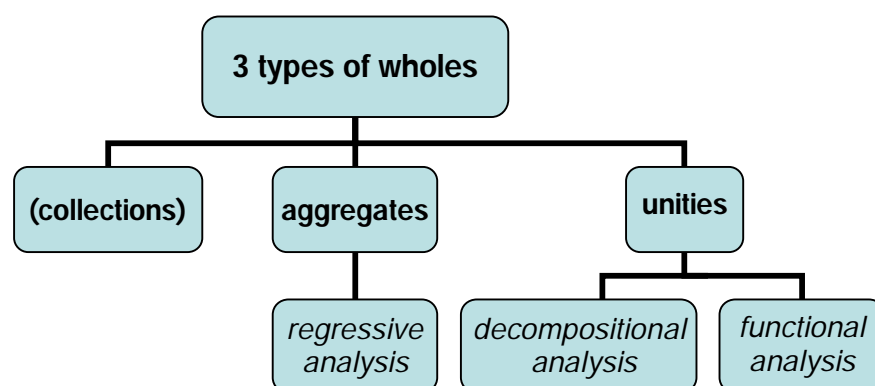
<sup>825</sup> "Mathematical definition consists in pointing out a fixed relation to a fixed term, of one term only is capable: this term is then defined by means of the fixed relation and the fixed term." (PoM, 27)

<sup>826</sup> "In most actual definitions of mathematics, what is defined is a *class* of entities, and the notion of *the* does not explicitly appear there. But even in this case, what is really defined is *the* class satisfying certain conditions; for a class, as we shall see in the next chapter, is always a term or conjunctions of terms and never a concept. Thus the notion of *the* is always relevant in definitions; and we may observe generally that the adequacy of concepts to deal with things is wholly dependent upon the unambiguous denoting of a single term which this notion gives." (PoM, 63)

wissen - dafür aus, die philosophischen Definitionen<sup>827</sup> zugunsten der mathematischen fallen zu lassen. Es versteht sich von selbst, dass Russell philosophische Analyse in PoM weiterhin verwendet. Da es bei den Klassen die dekompositionale Analyse (und Definition) nicht effektiv ist, ist es naheliegend anzunehmen, dass in der Mathematik vielleicht die regressive Analyse und funktionale Analyse Anwendung findet. Die Definition der Klassen<sup>828</sup> erfolgt laut PoM im Rahmen der Denotationstheorie bzw. in Zusammenhang mit den Funktionen. Die folgende Bemerkung legt nahe, dass die mathematischen Definitionen für Russell mit der regressiven Analyse in enger Verbindung stehen. Die regressive Analyse basiert - wie wir in Abschnitt 3.3.2. sehen werden - auf dem Begriff der Implikation<sup>829</sup>, welcher - so behauptet Russell unten - bei den Definitionen der Mathematik zentral ist.

Every proposition implies itself, and whatever is not a proposition implies nothing. [...] As the mathematical sense of *definition* is widely different from that current among philosophers, it may be well to observe that, in the mathematical sense, a new propositional function is said to be defined when it is stated to be equivalent to (*i.e.* to imply and be implied by) a propositional function which has either been accepted as undefinable or has been defined in terms of undefinables. (PoM, 15)

Aus Abschnitt 2.2. wissen wir, dass die Deduktion - in PoM als formale Implikation gefasst - wesentlich zur Mathematik gehört. Daher macht die regressive Analyse im Wesentlichen die mathematische Methode aus, die dekompositionale Analyse hingegen die philosophische. Ich will in Abschnitt 3.3.2. zeigen, dass die funktionale Analyse, welche zur Mathematik gehört, von Russell - bereits in PoM - teilweise als philosophische Methode integriert wird. Es wird sich heraus stellen, dass funktionale Analyse bei den denotierenden Begriffen den Charakter der interpretierenden Analyse annimmt.



<sup>827</sup> "I shall, therefore, in future, ignore the philosophical sense, and speak only of mathematical definability." (PoM, 111-112)

<sup>828</sup> "In most actual definitions of mathematics, what is defined is a *class* of entities, and the notion of *the* does not explicitly appear there. But even in this case, what is really defined is *the* class satisfying certain conditions; for a class, as we shall see in the next chapter, is always a term or conjunctions of terms and never a concept. Thus the notion of *the* is always relevant in definitions; and we may observe generally that the adequacy of concepts to deal with things is wholly dependent upon the unambiguous denoting of a single term which this notion gives." (PoM, 63)

<sup>829</sup> Siehe dazu den Abschnitt 3.3.2.

Kommen wir nun zur Untersuchung eines ersten Typs von Analyse - nämlich der regressiven Analyse - und prüfen nach, ob sie beim frühen Russell zu finden ist.

### 3.3.2. Die regressiv Analyse

Wir wollen mit Beaney<sup>830</sup> Präsentation der regressiven Analyse beginnen und diese dann als Instrument für eine kurze historische Betrachtung einsetzen.

Bei der regressiven Methode wird das Analysans laut Beaney durch Zurückschreiten (Regression) auf bereits Bekanntes, das Analysandum, zurückgeführt. Das primäre Objekt der Analyse sind die Sätze der Wissenschaft, welche so auf einen Corpus von primären Sätzen zurückgeführt werden. Laut Beaney wurde eine solche Methode bereits in der antiken Geometrie - beispielsweise von Euklid - verwendet. Beaney zitiert folgende Definition von Pappus als richtungweisend für die regressiv Methode:

In analysis we suppose that which is sought to be already done, and we inquire from what it results, and again what is the antecedent of the latter, until we on our backward way light upon something already known and being first in order.<sup>831</sup>

Das Analysans muss laut dieser Definition des Pappus nicht nur zum bereits anerkannten Wissen gehören, es muss gewissermaßen eine Voraussetzung vom Analysandum sein. Das Analysandum ist umgekehrt vom Analysans ableitbar bzw. deduzierbar. Dies soll uns vorerst genügen.

Die regressiv Methode bleibt in der Neuzeit die vorherrschende Methode bis zu den Anfängen der Analysis - wie in Abschnitt 4.1. zu sehen sein wird - und erfährt dann durch die Axiomatisierungsversuche Hilberts (und anderer) in der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts neuen Aufwind. Freges und Russells logizistische Projekte stehen - mit einigen Variationen - ebenfalls in der Tradition der regressiven Analyse - wie wir gleich sehen werden.

Bei Russell ist die regressiv Analyse speziell mit dem logizistischen Programm von PoM verbunden, welches die Suche nach den logischen Prämissen<sup>832</sup> der Mathematik beinhaltet. Es wurde bereits erwähnt, dass Russell<sup>833</sup> grundsätzlich nicht nur die Axiome, sondern auch die (logischen) Grundbegriffe<sup>834</sup> zu den "Prämissen" zählt. Erst wenn der Philosoph<sup>835</sup> seine Aufgabe erledigt hat und das logische Grundinventar - das heißt die Logik<sup>836</sup> - bereitgestellt hat, kann die Mathematik mit ihrer deduktiven Methode ansetzen. Im Zentrum der Methode

---

<sup>830</sup> Siehe Beaney (2009), 3.

<sup>832</sup> "[...] to show that all mathematics follow from symbolic logic, and secondly to discover, as far as possible, what are the principles of symbolic logic itself." (PoM, 9)

<sup>833</sup> Russell spricht in diesem Kontext oft auch von "indefinables".

<sup>834</sup> Russell zählt die folgende (undefinierbare) logische Konstanten zum logischen Grundinventars von PoM: Implication, membership, 'such that', relation, propositional function, class, denoting, *any* and *every term* [meine Aufzählung].

<sup>835</sup> Zur Beziehung zwischen Philosophie, Mathematik und Logik, siehe Abschnitt 2.

<sup>836</sup> Siehe Abschnitt 2.3.

der Mathematik steht nun - wie wir wissen - der Begriff der Äquivalenz von PF, welchen Russell als Implikation in beide Richtungen deutet. Russell schreibt zu Beginn von PoM:

[...] in the mathematical sense, a new propositional function is said to be defined when it is stated to be equivalent to (i.e. to imply and be implied by) a propositional function which has either been accepted as indefinable or has been defined in terms of indefinables. (PoM, 15)

In Kapitel I haben wir die verschiedenen Typen von Propositionen aus PoM untersucht und festgestellt, dass sich die Typen P1 bis P7 laut Russell gegenseitig implizieren<sup>837</sup> bzw. äquivalent sind.

Damit steht für mich fest, dass laut Russell sowohl der Philosoph, als auch der Logiker und der Mathematiker mit der regressiven Methode arbeiten. Als Grundlagendisziplin umfasst die philosophische Methode auch die Methode der Wissenschaften, deren Grundlegung sie erstellen muss. Russell unterscheidet bekanntlich nicht zwischen einer Objektsprache und einer Metasprache. Man kann davon ausgehen, dass es auch bei der Methode eine ähnliche Überlagerung gibt.

So kann man wahrscheinlich auch bei der Rückführung der Klassen auf die Klassenbegriffe, der Klassenbegriffen auf die Prädikate<sup>838</sup>, letzterer auf die PF - und somit der Klassen auf die PF - als eine regressive Analyse (oder als eine analytische Regression) interpretieren. Diese Reduktion wird von Russell in PoM teilweise nicht mit nicht-formalen Mitteln propagiert. Es handelt sich um eine ontologische Reduktion, welche er unter Zuhilfenahme von Metaphern umschreibt. So spricht Russell in PoM beispielsweise davon, ein Prädikat "erzeuge"<sup>839</sup> eine Menge von verwandten Begriffen:

One predicate **gives rise [meine Hervorhebung]** to a host of cognate notions: thus in addition to human and humanity, which only differ grammatically, we have man, a man, some man, any man, every man, all men. (PoM, 45)

Alternativ dazu verwendet er den englischen Ausdruck für 'generieren':

But this case never arises where a class can be generated by a predicate. Thus we may for the present dismiss the complication from our minds. ( PoM, 69)

Bei solchen ontologischen Reduktionen, welche laut PoM zur Tätigkeit der Philosophen gehören, werden - entsprechend Beaney's Definition - die einfachen Elemente der Realität und grundlegenden Instrumente von Erkenntnis und Wissenschaft freigelegt. Der Punkt ist, dass sie laut Russell aber nicht identisch sind, wenn sie verschiedene Bestandteile haben. Hier zeigt sich auch, dass sich die dekompositionale Analyse nicht als brauchbare Basis für

---

<sup>837</sup> "Thus we have, in the case of every predicate, three types of propositions which imply one another, namely, "Socrates is human", "Socrates has humanity", "Socrates is a man"." (PoM, 54). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.2.5.

<sup>838</sup>

<sup>839</sup> "[...] and thus ever predicate [...] **gives rise [meine Hervorhebung]** to a class." (PoM, 67)

eine Logik der Propositionen erweist. Die regressive Analyse, erweist sich somit nicht nur für die Mathematik, sondern auch für die Philosophie als essentiell.

Tatsächlich bleibt die regressive Analyse für Russell auch nach OD - während die dekompositionale Analyse fast verschwindet - ein fester Bestandteil seiner philosophischen Methode. Beaney verweist auf die im Jahre 1907 verfasste Schrift mit dem Titel 'The Regressive Method of Discovering the Premises of Mathematics', in der Russell seine Auffassungen zur regressiven Analyse erläutert.

Eine Formulierung aus dem Jahre 1911 in "The Philosophical Implications of Mathematical Logic" (kurz 'PIML')<sup>840</sup> belegt, dass Russell auch nach der Veröffentlichung von OD und PM an der regressiven Methode als Kernstück der Analyse festhält:

[...] every truly philosophical problem [...] is a problem of analysis; and in problems of analysis the **best method** is that **which sets out from results and arrives at the premises** [meine **Hervorhebung**]. (Russell 1973, 285)

Die in dieser Schrift vertretene Auffassung der Logik entspricht durchaus jener von PoM, wobei Russell nun allerdings das Attribut 'mathematisch' hinzufügt. Diesen Satz kann man unter der Anleitung der oben vertretenen These lesen, wonach die regressive Analyse und die Deduktion als Operationen nahezu spiegelbildlich zueinander stehen. Die Deduktion wäre demnach als eine Synthese im regressiven Sinne anzusehen. Russell schreibt dazu:

By the name 'mathematical logic', then, I will denote any logical theory whose object is the analysis and deduction of arithmetic geometry by means of concepts which belong evidently to logic. (Russell 1973, 284)

Wir finden in den darauffolgenden Sätzen zudem eine Bestätigung für die oben erwähnte Interpretation Hagers zum modalen Status der Analyse. Russell behauptet, dass die letzten Prämissen am unsichersten sind und dass der Grad der Sicherheit mit fortschreitender Deduktion zunimmt.

In mathematical logic it is the conclusions which have the greatest degree of certainty: the nearer we get to the ultimate premises the more uncertainty and difficulty do we find. (Russell 1973, 285)

Gehen wir nun zur dekompositionalen Analyse über, welche in Russells Denken besonders in den Jahren vor PoM einen großen Stellenwert eingenommen hat.

### 3.3.3. Die dekompositionale Analyse

Bei der dekompositionalen Analyse handelt es sich - wie bei der funktionalen Analyse - um eine Variante der resolutiven Analyse. Dabei soll das Analysandum in die verschiedenen

---

<sup>840</sup> Erschienen in: Russell (1973), 284-294.



Komponenten zerlegt werden, welche das Analysans ausmachen. Es handelt sich hier um eine eher naive Variante von Analyse, bei der ein Ganzes in seine Teile zerlegt wird. Bevor wir zu Russells dekompositionaler Analyse kommen, sollen jetzt einige Momente der Philosophiegeschichte herausgehoben werden, in denen der dekompositionalen Methode eine große Bedeutung zugemessen wurde. Es zeigt sich, dass diese Variante von Analyse sehr verbreitet ist.

Die dekompositionale Methode<sup>841</sup> nimmt laut Beaney ihren eigentlichen Anfang zu Beginn der Neuzeit, auch wenn bereits in der Antike einige wichtige Ansätze zu finden sind. So könnte Platons Definition des Wissens als wahre, begründete Meinung als Beispiel so einer Analyse angesehen werden, insofern hier der komplexe Begriff 'Wissen' in die Komponenten (Bestandteile) 'Wahrheit', 'Begründung' und 'Meinung' zerlegt wird. Die Erfindung dieser Methode des Philosophierens wird bekanntlich - und nicht nur von den Historiographen der analytischen Philosophie - dem Meisterdenker Sokrates zugeschrieben.

In der frühen Neuzeit erlebt die dekompositionale Form der Analyse eine Renaissance. Dabei muss vor allem die mechanizistischen und die atomistischen Denkmodelle gedacht werden, wie sie von Gassendi, Malebranche und Descartes vertreten worden sind. Die in diesen Philosophien propagierte Zerlegung von Begriffen, Wahrheiten, Entitäten simuliert gewissermaßen die Zerlegung von Uhren oder Molekülen. Neben der Mechanik sind es aber auch Neuerungen aus der Mathematik, welche den Ausbau der dekompositionalen Analyse angeregt haben.

So hat sicherlich Descartes' analytische Geometrie mit der Idee der Zurückführung der Geometrie auf die Algebra einen Anstoß zum Ausbau der dekompositionalen Analyse gegeben. Die Zerlegung des Polynoms ' $a^2+2ab+b^2$ ' in ' $(a+b)^2$ ' erfolgt beispielsweise ebenfalls nach dieser Methode.

Ich gehe davon aus, dass Leibniz' algebraische Logikkalküle und sein Alphabet der Gedanken [Gottes bei der Erschaffung der Welt] ebenfalls vorwiegend auf der dekompositionalen Analyse basieren. In folgender Formulierung über den Satz vom zureichenden Grunde, welcher von Russell als universelles<sup>842</sup> Analytizitätsprinzip für Urteile gedeutet wird - äußert sich Leibniz über Urteile, Definitionen, Analyse (als Gegenstück zur Definition) und Beweis auf dem Hintergrund der Teil-Ganzes Relation. Leibniz in deutscher Übersetzung:

Denn beweisen heißt nichts andres, als vermittels der Auflösung der Termini eines Urteils und durch Einsetzung der Definition oder eines Teils derselben an die Stelle des Definierten eine gewisse Gleichheit oder ein Zusammenfallen des Prädikats mit dem Subjekte in einem umkehrbaren Urteil aufweisen; in anderen Fällen dagegen wenigstens zu zeigen, dass das

---

<sup>841</sup> Diese ist meine Übersetzung von 'decompositional method'.

<sup>842</sup> Die Existenz ist laut Russell die einzige Ausnahme, was ihn zur Annahme veranlasst, dass die existenziellen Urteile bei Leibniz die einzigen kontingenten Urteile sind.

Prädikat im Subjekt eingeschlossen ist, so dass, was in dem Urteil verborgen und gewissermaßen nur potentiell in ihm enthalten war, durch den Beweis zum klaren Ausdruck gebracht wird. (Leibniz 1996, 657)

Kant baut bekanntlich in seiner Transzendentalphilosophie auf diese Vorstellungen von Leibniz auf, wie auch folgendem Textausschnitt aus der KdRV deutlich wird. Die Rolle der Synthesis und die Bedeutung der synthetischen Urteile in Verbindung mit dem für die Transzendentalphilosophie zentralen Begriff des *a priori* erscheinen allerdings als Novum gegenüber der Leibniz-Wolffschen Tradition.

Kant äußert sich über die dekompositionale Analyse als einer Zergliederung der Begriffe und schreibt ihr den größten Anteil an der Vernunfttätigkeit zu. Diese Ausführungen Kants beziehen sich zum großen Teil auf die analytischen Urteile, welche bei ihm auch Erläuterungsurteile heißen. Im letzten Satz kommt er aber auch die Spontaneität der Vernunft und auf die synthetischen Urteile *a priori* zu sprechen. Hier der ganze Absatz:

Ein großer Teil und vielleicht der größte von dem Geschäfte unserer Vernunft besteht in Zergliederungen der Begriffe, die wir schon von Gegenständen haben. Dieses liefert uns eine Menge von Erkenntnissen, die, ob sie gleich nichts weiter als Aufklärungen oder Erläuterungen desjenigen sind, was in unseren Begriffen (wiewohl noch auf verworrene Art) schon gedacht worden, doch wenigstens der Form nach neuen Einsichten gleich geschätzt werden, wiewohl der Materie oder dem Inhalte nach die Begriffe, die wir haben, nicht erweitern, sondern nur auseinander setzen. Da dieses Verfahren nun eine wirkliche Erkenntnis *a priori* giebt, die einen sichern und nützlichen Fortgang hat, so erschleicht die Vernunft, ohne es selbst zumerken, unter dieser Vorspiegelung Behauptungen ganz anderer Art, wo die Vernunft zu gegebenen Begriffen ganz fremde, und zwar *a priori* hinzu thut... (Kant 1968, 32-33)

Eine wichtige Brücke<sup>843</sup> zwischen Kant und Russell stellen dann in vielerlei Hinsicht die britischen Idealisten um Bradley, Green, McTaggart und Stout dar. Die Vorstellung der Welt als Inbegriff oder Summe<sup>844</sup> von verschiedenen, unabhängigen Entitäten<sup>845</sup>, wie sie von Leibniz, Locke oder Hume konzipiert wurde, wird von diesen Philosophen strikt abgelehnt. Die Welt bildet laut Bradley eine komplexe holistische Zusammenfassung aller Phänomene zu einer Einheit:

Reality... is not the sum of things. It is the unity in which all things, coming together, are transmuted, in which they are changed all alike, though not changed equally. (Bradley 1968, 432)

---

<sup>843</sup> Zur Rolle der semantischen Tradition um die Brentano Schule, siehe Coffa (1991).

<sup>844</sup> Bei Leibniz kann man diese Summe eventuell als logische, algebraische, oder metaphysische Summe interpretieren, wobei er verschiedene - mittelalterliche und frühneuzeitliche - Traditionen zusammenführt.

<sup>845</sup> Vergleiche mit Russells Kritik am Monadismus und dem Monismus in Kapitel I, Abschnitt 4.1.

Von Bradley und seiner Schule stammt dann eine Serie von Argumenten gegen die dekompositionale Analyse, welche Russell möglicherweise nicht unbeeindruckt gelassen haben. Tatsache ist, dass in einem holistischen Weltbild<sup>846</sup> eine atomistische, dekompositionale Analyse einen untergeordneten Stellenwert haben muss, da jeder einzelne Teil mit der Ganzheit zusammen hängt und diese reflektiert. Isoliert betrachtet kann so ein Teil deshalb nicht richtig beurteilt werden, da neben den Beziehungen zur Ganzheit auch jene zu den anderen Teilen unberücksichtigt bleiben. Für Bradley sind daher nur die metaphysischen Urteile wirklich gültig, welche stets einen Bezug zum absoluten Ganzen einschließen. Wie schon Hegel meinte: Das Wahre ist das Ganze.

Wenn der post-idealistische Russell in PoM<sup>847</sup> die These vertritt, dass die durch Analyse zerlegte Ganzheit einer Proposition nachträglich nicht wieder herstellbar ist, bewegt er sich möglicherweise noch im Fahrwasser von Bradleys Argumentation. Kommen wir nun zu Frege.

In der Philosophie von Frege kommt der Teil-Ganzes Beziehung keine so große Bedeutung zu, wie dies dann bei Russell und Moore der Fall ist. Seit der *Begriffsschrift* philosophiert Frege bekanntlich mit dem Funktionsbegriff<sup>848</sup>, welcher - wie wir noch sehen werde, eine spezielle Analyseform, die funktionale Analyse impliziert. Allerdings formuliert er im Kontext seiner späteren Theorie von Sinn und Bedeutung Kompositionalitätsprinzipien, welche die dekompositionale Analyse voraussetzen.

---

<sup>846</sup> Der Holismus der Metaphysik Bradleys zeigt sich auch in der Behauptung der Internalität aller Relationen. Die Annahme auch nur einer externer Relation, so Bradleys Argument (Bradleys Paradox), würde die Annahme unendlich vieler anderer Relationen mit sich ziehen, da diese Relation als fremde bzw. externe Entität erst mithilfe zwei weiteren Relation mit den ursprünglichen Relata verknüpft werden müsste und so fort. Dieses Argument ähnelt in seiner Struktur dem aristotelischem des "dritten Mannes" bzw. Gegenargumenten, die Platon gegen seine eigene Ideenlehre ins Feld geführt hatte. Die idealistische Ontologie geht von der Einheit der Realität aus, welche einer unmittelbaren Erfahrung zugänglich ist, schließt die Existenz separater Entitäten aber definitiv aus. "[...] the unity of feeling contains no individual terms with relations between them, while without these no experience can be really relational." (Bradley 1935, 642). Die Annahme von Relationen ohne diskrete Relata erübrigt sich demnach. Relationen und Relata sind für Bradley bestenfalls das Produkt einer nachträglichen Abstraktion von der Erfahrung ursprünglichen Einheit der Wirklichkeit. Als wirklich gilt ein Ding nur, wenn es aus sich selbst verstehbar ist und unabhängig existiert, und nicht von anderem, in seiner Existenz und Erklärbarkeit, abhängt. "[...] anything is absolute when all its nature is conditioned within itself. It is unconditional when every condition of its being falls inside it. It is free from chance of error when any opposite id quite inconceivable. Such characters belong to the statement that Reality is experience and is one." (Bradley 1968, 475). Da die metaphysischen Wahrheiten den Anspruch auf absolute Wahrheit erheben und bedingte und abhängige Wahrheiten als unvollständig ausgeschieden sind, muss die Wahrheit über ein Ding um die Wahrheit über jene Dinge ergänzt, von denen ersteres Ding abhängt. So rückt man laut Bradley dem absoluten Ganzes und der absoluten Wahrheit stetig näher. Die Wahrheit und Falschheit von Urteilen wird auf diese Weise zu einer Angelegenheit des mehr oder weniger: "There will be no truth which is entirely true, just as there will be no error which is totally false. With all alike, if taken strictly, it will be a question of amount, and will be a matter of more or less." (Bradley 1968, 320-321)

<sup>847</sup> "A proposition, in fact, is essentially a unity, and when analysis has destroyed the unity, no enumeration of constituents will restore the proposition." (PoM, 50). Russell nähert sich hier dem späteren Popperschen Fallibilismus: "Whatever can be analysed is a whole, and we have already seen that analysis is in some measure falsification. [...] In short, though analysis gives us the truth, and nothing but the truth, yet it can never give us the whole truth." (PoM, 141). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.4.

<sup>848</sup> Siehe Abschnitt 4.3.

So setzt sich laut Frege der Sinn eines Satzes (der Gedanke) aus dem Sinn der einzelnen Wörter wie ein Ganzes aus seinen Teilen zusammen. Beispielhaft sei folgende Formulierung aus den *Logischen Untersuchungen* ausgewählt:

Erstaunlich ist es, was die Sprache leistet, indem sie mit wenigen Silben unübersehbar viele Gedanken ausdrückt, dass sie sogar für einen Gedanken, den zum ersten Male ein Erdenbürger gefasst hat, eine Einkleidung findet, in der ihn ein anderer erkennen kann, dem er ganz neu ist. Dies wäre nicht möglich, wenn wir in dem Gedanken nicht Teile unterscheiden könnten, denen Satzteile entsprechen, sodass der Aufbau des Satzes als Bild gelten könnte des Aufbaus des Gedankens. [...] **Sieht man so die Gedanken als zusammengesetzt an aus einzelnen Teilen und lässt man diesen wieder einfache Satzteile entsprechen, so wird es begreiflich, dass aus wenigen Satzteilen eine große Mannigfaltigkeit von Sätzen gebildet werden kann, denen wieder eine große Mannigfaltigkeit von Gedanken entspricht [meine Hervorhebung]**. Hier liegt es nun nahe zu fragen, wie der Aufbau des Gedankens geschieht und wodurch dabei die Teile zusammengefügt werden, so dass das Ganze mehr wird als die vereinzelt Teile. (Frege 1986, 72)

Ich werde später belegen<sup>849</sup>, dass sich in Russells Manuskripten, und sogar in PoM<sup>850</sup>, ebenfalls Bemerkungen finden, welche auf ähnliche Kompositionalitätsprinzipien hinweisen. Russell hat sich hier möglicherweise von Frege leiten lassen. Bevor wir zu Russell kommen, soll Moores dekompositionale Analyse besprochen werden.

Ich führe es teilweise auf den erklärt anti-holistischen Ansatz der *New Philosophy* zurück, dass die dekompositionale Analyse bei Russell und Moore wieder einen hohen Stellenwert genießt. Die realistische Ontologien Moores und Russell sind vorwiegend auf die quasi-atomaren Terme bzw. Begriffe ausgerichtet (Down-Top Modell), wie wir in Kapitel I festgestellt haben. Kommen wir zunächst zu Moore.

Dessen berühmte<sup>851</sup> Analyse des Begriffs 'gut' (Moore, 1903) basiert eindeutig auf einem dekompositionalen Analysebegriff<sup>852</sup>, wie folgende Bemerkungen aus den *Principia Ethica* belegen. Hervorheben will ich in diesem klassischen Textauszug erstens die Kennzeichnung der Definition als Zerlegung einer komplexen Ganzheit in die konstituierenden Teile; Dann die Behauptung, dass die Definition immer in so einer Analyse bestehen muss, welche drittens letztlich zu den einfachen Begriffen gelangt. Hier Moores Worte:

"Good," then, if we mean by it that quality which we assert to belong to a thing, when we say that the thing is good, is incapable of any definition, in the most important sense of that word.

**The most important sense of "definition" is that in which a definition states what are the parts which invariably compose a certain whole;** and in this sense "good" has no definition because it

---

<sup>849</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitte 5.3. und 8.2.

<sup>850</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.

<sup>851</sup> Seine Auffassung der Proposition verdeutlicht dies ebenfalls. Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.2.1.

<sup>852</sup> Interessant ist hierbei speziell auch Moores Argument der offenen Frage (open question).

is simple and has no parts. It is one of those innumerable objects of thought which are themselves incapable of definition, because they are the ultimate terms of reference to which whatever *is* capable of definition must be defined. That there must be an indefinite number of such terms is obvious, on reflection; since **we cannot define anything except by an analysis**, which, when carried as far as it will go, refers us to something, which is simply different from anything else, and which by that ultimate difference explains the peculiarity of the whole which we are defining: for every whole contains some parts which are common to other wholes also. There is, therefore, no intrinsic difficulty in the contention that **“good” denotes a simple and indefinable quality [meine Hervorhebungen]**; There are many other instances of such qualities.  
(Moore 1903, §10, 1)

Kommen wir nun zu Russell selbst, welcher sich nach eigenen Angaben in dieser Phase seines Denkens vor PoM generell den philosophischen Überzeugungen Moores weitgehend angeschlossen hat. Es ist naheliegend anzunehmen, dass Russell Moores Überlegungen<sup>853</sup> zur Analyse aus NoJ übernommen hat. Man kann darüber hinaus aber auch davon ausgehen, dass Russells dekompositionale Analyse stark von Leibniz beeinflusst sein muss. Darauf will ich kurz eingehen.

Wie wir wissen, hat sich Russell kurz vor seiner Begegnung mit Peano ausführlich mit der Philosophie von Leibniz auseinandergesetzt. Russells Leibnizbuch ist seine erste größere philosophische Arbeit und stellt eine wichtige Etappe auch in der Entwicklung seiner philosophischen Methode dar. In PoL gibt es verschiedene Beispiele der dekompositionalen Analyse, welche teilweise von Leibniz stammen, aber ebenso zu Russells eigenem Denken gehören. Die Perspektive von PoL ist - wie bereits erwähnt - teilweise kantianisch geprägt. Dies zeigt sich unter anderem darin, dass die Begriffspaare ‘analytisch/synthetisch’ und ‘a priori/a posteriori’ als Leitbegriffe für Russells Rekonstruktion von Leibniz’ Philosophie dienen, auch wenn diese von ihm bereits der post-kantianischen idealistischen Kritik unterzogen worden sind.

Andererseits antizipiert PoL gewissermaßen methodisch das logizistische Programm von PoM, insofern hier zwar nicht die Mathematik auf die Logik, dafür aber die Philosophie von Leibniz auf wenige Prinzipien zurückgeführt werden sollen. Russell diagnostiziert - wie wir bereits erwähnt<sup>854</sup> haben - einen Widerspruch zwischen These I (SPT) und den Thesen IV und V. Darüber hinaus hält Russell Leibniz - um einem modernen Ausdruck zu verwenden - für einen Superessentialisten<sup>855</sup>, da er dessen Satz des zureichenden Grundes als universelles<sup>856</sup> analytisches Prinzip auslegt. Dass alle nicht-existenziellen Urteile für Leibniz letztendlich analytisch sind, hängt für Russell von SPT (Leibniz’ Prämisse I)<sup>857</sup> ab, wie wir

---

<sup>853</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.

<sup>854</sup> Kapitel I, Abschnitt 4.1.

<sup>855</sup> Laut dem Superessentialismus müssen alle Eigenschaften eines Individuums, nicht nur ein “Kern” (“the core set”) von wesentlichen Eigenschaften, als essentiell eingestuft werden. Siehe Mates (1986).

<sup>856</sup> Mit Ausnahme der Existenz.

<sup>857</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.1.

bereits festgestellt haben. Aus SPT resultiert laut Russell ebenfalls die falsche Theorie, dass Leibniz alle Relationen (mit der Ausnahme der Existenz) für intern und ideal hält.<sup>858</sup>

Die Ablehnung von SPT<sup>859</sup> ist für Russell (und Moore) von essentieller Bedeutung. Wie in Kapitel I deutlich wurde, avanciert die Theorie der externen Relationen für Russell zum Garanten für den ontologischen Pluralismus und die Objektivität der Realität. So gelten in Russells Ontologie um 1900 alle Relationen als extern, mit Ausnahme der Teil-Ganzes Relation. Alle (nicht-einfachen) R-Terme - und in Ansätzen auch die Klassen - werden als Komplexe interpretiert, welche aus verschiedenen einfachen Konstituenten bestehen und im Prinzip denselben ontologischen Status genießen. Wie in Abschnitt 5.1.4.2. deutlich wurde, bilden die existierenden Objekte<sup>860</sup> hier keine Ausnahme. Damit steht fest, dass die Teil-Ganzes Relation für Russell auch nach der Abkehr vom Idealismus ein Kernstück der philosophischen Analyse bleibt. Diese besteht - im Gegensatz zur *mathematischen* Analyse (bzw. zur Definition) - in der Zerlegung von (komplexen) Begriffen in ihre Konstituenten:

But philosophically, the word *definition* has not, as a rule, been employed in this [mathematical] sense; it has in fact, been restricted to the analysis of an idea into its constituents. (PoM, 111-112)

Bei der dekompositionale Analyse von Propositionen handelt es sich um eine philosophische Analyse, bei der die Propositionen in die verschiedenen R-Terme<sup>861</sup> zerlegt werden, welche sie konstituieren. Folgender Absatz kann gut als Beispiel dafür dienen:

Thus we have, in the case of every predicate, three types of propositions which imply one another, namely, "Socrates is human", "Socrates has humanity", and "Socrates is a man". The first contains a term and a predicate, the second two terms and a relation (the second term being identical with the predicate of the first proposition)[...], while the third contains a term, a relation, and what I shall call a disjunction... (PoM, 54)

Im Folgenden ich kurz auf einige mathematischen Schriften Russells vor PoM eingehen, um die Beziehung zwischen der dekompositionalen und der regressiven Analyse in der Mathematik zu beleuchten.

Obwohl Russell die Theorien von Weierstraß und Cantor kennen gelernt hat und er die regressive Analyse in der Mathematik als unverzichtbar einstufte, hält er in seiner als Buch veröffentlichten Dissertation *An Essay on the Foundations of Geometry* (1897) weiterhin an der dekompositionalen Analyse fest. Das primäre Ziel seiner Dissertation ist es, die

---

<sup>858</sup> Dass 'Existenz' durch die moderne Quantifikationstheorie, wie sie auf Frege und Peano zurückgeht, zum "Superprädikat" im transzendenten Sinne erhoben wurde, wurde von Russell lange nicht bemerkt.

<sup>859</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.1.

<sup>860</sup> "Among terms which appear to exist, there are, we may say, four great classes: (1) instants, (2) points, (3) terms which occupy instants but not points, (4) terms which occupy both points and instants." (PoM, 465). Siehe Kapitel I, Abschnitte 2.3. und 5.4.1.2.

<sup>861</sup> But a proposition, unless it happens to be linguistic, does not itself contain words: it contains the entities indicated by the words. (PoM, 47). Siehe die Abschnitt 2.2.3. und 5.1.2.2. von Kapitel I.

neuesten Entwicklungen der Geometrie - wie die damals mittlerweile anerkannten nicht-euklidischen Geometrien - in die Kantianische Philosophie zu integrieren und letztere gegebenenfalls zu überarbeiten. Im Wesentlichen will Russell Kants These stützen, dass die Geometrie synthetisch und a priori<sup>862</sup> ist. Der Ansatz ist also transzendental-philosophisch, die Argumente teilweise dialektisch, wie Griffin<sup>863</sup> feststellt. Russell sollte die subjektunabhängige Objektivität<sup>864</sup> erst in der Revolte gegen den Idealismus zum Dogma erklären.

Auch in "An Analysis of Mathematical Reasoning" (kurz 'AMR', 1898) verwendet Russell noch dialektische Argumente und eine neo-hegelianische Theorie der Relationen. In AMR taucht dann zum ersten Mal die Ontologie der Terme und Propositionen auf, wie sie Russell zusammen mit Moore entwickelt hat. Propositionen werden hier wie in NoJ als komplexe Terme aufgefasst. Die entsprechende Analyse der Propositionen weist dann die Züge der dekompositionalen Analyse auf. Laut Griffin kann man letztere nämlich als Prozess angesehen, bei dem die Konstituenten der Propositionen aufgezählt werden, und die Art herausgefunden werden muss, wie diese kombiniert sind.<sup>865</sup>

In der Schrift "Fundamental Ideas" (kurz 'FI', 1899) vertritt Russell eine eher simple Version der dekompositionalen Analyse. Griffin behauptet übrigens, dass die Teil-Ganzes Beziehung in FI einen Stellenwert genießt, welche sie im späteren Werk ganz verlieren sollte. Denn sie schließt nicht nur die Beziehung zwischen den Propositionen und ihren Konstituenten ein, sondern auch die Beziehung zwischen Propositionen selbst. Russell fasst dabei sogar die Implikationen auf mereologische Weise auf, wenn er behauptet, dass eine Proposition all ihre logischen Konsequenzen "enthält".

Griffin weist darauf hin auf, dass Russell nirgends die Behauptung erhebt, dass die dekompositionale Analyse effektiv zu einfachsten Konstituenten führt.<sup>866</sup> Möglicherweise vertritt Russell die Auffassung, dass der Prozess der Analyse nie definitiv zum Stehen kommt.

Wir wissen, dass Russell die Implikationen<sup>867</sup> in PoM anhand der regressiven Analyse interpretiert, insofern es um die Äquivalenz von Propositionen bzw. von PF geht. Dieser neue

---

<sup>862</sup> Für Russell gab es allerdings, im Unterschied zu Kant, verschiedene Abstufungen des 'a priori'. Zudem war seiner Ansicht nach der Raum nicht Subjektives.

<sup>863</sup> Griffin (2003): 90-93.

<sup>864</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.2.

<sup>865</sup> Siehe Griffin (2003a): 104.

<sup>866</sup> Griffin (2003a): 105.

<sup>867</sup> Eine Analyse in Subjekt und Assertion ist demnach laut Russell bei den Implikationen also unmöglich. Eine korrekte Analyse formalisiert solche Sätze nicht als einzelne Proposition, sondern als Implikation zwischen zwei Assertionen, wenn ich folgende Bemerkung richtig deute: "I shall [...] regard formal implication as derived from a relation between assertions." (PoM, 40). In letzter Instanz handelt es sich um eine PF mit einem All-Quantor: "[Formal implication, meine Hinzufügung] is not a relation, but the assertion, for every value of the variable or variables, of a propositional function which, for every value of the variable or variables, asserts an implication." (PoM, 106)

Ansatz ist auf den Einfluss Peanos<sup>868</sup> zurück zu führen, wie in Abschnitt 2 deutlich wurde. Dass Russell in FI die dekompositionale Analyse für die Interpretation von logischen Konstanten und Grundprinzipien heranzieht, ist durch die Tatsache bedingt, dass er bis zum Zusammentreffen mit Peano unter dem starken Einfluss der algebraischen Logik stand.

Wie die Untersuchung von PoM in Kapitel I gezeigt hat, gilt auch für die Propositionen mit den bestimmten denotierenden Begriffen<sup>869</sup>, dass die dekompositionale Analyse - und damit die Teil-Ganzes Relation - von Russell nicht mehr als passendes Instrument angesehen wird. Er schreibt in PoM:

The concept *even prime* does not contain as a constituent the concept *integer between 1 and 10*; the concept "English King whose head was cut off" does not contain the concept "people who died in 1649"; [...]. This might be met by saying that, though the relation of defining predicates is **not one of whole and part**, it is **more analogous to implication** [**meine Hervorhebung**], and is always what is really meant by propositions of inclusion. (PoM, 79)

Wie ich in Abschnitt 5.4. zeigen will, sollte Russell die denotierenden Begriffe in seiner Funktionstheorie dann wie die Implikationen unter Zuhilfenahme des Funktionsbegriffs formalisieren.

Eine andere Feststellung Russells im Kontext der Diskussion um die unendlichen Ganzheiten - bei denen die intensionalen Klassenbegriffe oder die PF im Rahmen der Denotation eingesetzt werden sollen - belegt ebenfalls die Abwertung der Teil-Ganzes Beziehung in PoM:

[...] the theory of whole and part is less fundamental logically than that of predicates or class-concepts or propositional functions; (PoM, 142)

Es zeigt sich übrigens, dass noch die dekompositionale Version von Analyse im Entwurf zu PoM noch präsenter ist als im fertigen Text. Beaney<sup>870</sup> weist darauf hin, dass Russell in der Endfassung von PoM den Ausdruck 'Assertion' an mehreren Stellen durch 'propositionale Funktion' ersetzt hat. Wir halten fest, dass die Tendenz in die Richtung geht, die dekompositionale Analyse durch die regressive und die funktionale Analyse immer mehr zu ersetzen. Anders als bei der dekompositionalen Analyse werden hier auch die formalen Beziehungen zwischen den Termen berücksichtigt.

Meine Untersuchung der Manuskripte von Band 4 der CP4 in den Abschnitten 6 und 7 wird zeigen, dass sich Russell in der Zeit zwischen 1903 und 1905 noch weiter vom dekompositionalen Ansatz entfernen sollte. Der Funktionsbegriff erweist sich - neben der

---

<sup>868</sup> Russell übernimmt die Notation für die Implikation übrigens von Peano und verwendet '⊃' für die materiale Implikation, '⊃ x ... z' hingegen für die formale Implikation.

<sup>869</sup> Die denotierenden Begriffe erzeugen eine Referenzverschiebung, entsprechend dem Prinzip (AS). Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.5.4.

<sup>870</sup> Beaney (2009)



neuen Analysemethode, der interpretierenden Analyse - definitiv als dynamisches Element für die Russell'sche Methode.

Zusammenfassend kann man festhalten, dass die philosophische Analyse vorwiegend intensional orientiert ist und bevorzugt dekompositional vorgeht, während die mathematische Analyse hingegen extensional ausgerichtet ist und bevorzugt regressiv vorgeht. Wie aber bereits deutlich wurde, haben beide Arten der Analyse in PoM ihre Daseinsberechtigung. Wenden wir uns nun der interpretierenden Analyse zu.

### 3.3.4. Die interpretierende Analyse

Die interpretierende oder paraphrasierende Analyse erfasst die Tiefenstruktur bzw. die logische Form des Ursprungssatzes oder Ausdrucks. Da sie in einer Übersetzung bzw. Paraphrasierung des zu analysierenden Ausdruckes (analysandum) in einen Ausdruck einer bevorzugten Sprache (wie der Logik) besteht, kann man auch von einer paraphrasierenden Analyse sprechen.

Die interpretierende Analyse avanciert mit Russells Theorie der Kennzeichnungen in OD<sup>871</sup> zu einer privilegierten Methode der analytischen Philosophie schlechthin. Freges Ansatz mit seiner Theorie von Sinn und Bedeutung hat sich bis heute - auch wenn er nicht unwidersprochen geblieben ist - als der Analyseansatz mit der größeren Breitenwirkung erwiesen.

Die Lektüre der Russell-Manuskripte zwischen 1903 und 1905 zeigt, dass Freges Philosophie der Funktionen seit der Niederschrift von Appendix A von PoM einen großen Einfluss auf Russells Denken ausgeübt hat. Vor allem die Entdeckung des Paradoxons, welche die Philosophie der *Grundgesetze* gleichermaßen wie die Philosophie von PoM unterminiert, spornt Russell dazu an, durch die Entwicklung von formalen Methoden wieder Herr der Lage zu werden. Dabei sollte sich der Funktionsbegriff für Russell als zentrales Instrument erweisen, wie wir noch sehen werden. Bei dieser Entwicklung kommt es in Russells Philosophie auch zu einer Neubewertung der Sprache und der semantischen Ebenen allgemein. Dies zeigt sich unter anderem in der paraphrasierenden Analyse.

Die Tatsache, dass die interpretierende Analyse primär eine Analyse von Ausdrücken ist, markiert den Übergang des Russell'schen Denken von einer vorwiegend ontologischen, term-orientierten Perspektive, wie sie noch in PoM und in Manuskripten unmittelbar nach PoM vorherrschend war, zu einer zunehmend sprachphilosophischen Perspektive, wie sie in OD<sup>872</sup> vorliegt.

Wie zu zeigen sein wird, hat Russell wichtige Instrumente, Ansätze und Theorien aber bereits Monate vor der Niederschrift von OD entwickelt. Russells Theorie der Kennzeichnungen ist - wie wir inzwischen wissen - das Ergebnis der vielen, mühevollen,

---

<sup>871</sup> Siehe Abschnitt 10.2. von Kapitel III.

<sup>872</sup> Siehe die Abschnitte 1-3 von Kapitel IV.

verwinkelten und häufig in Sackgassen mündenden Gedankengänge, wie sich in den Manuskripten der CP4 festgehalten sind. Das Resultat ist bekanntlich auf beachtliche Weise ebenso elegant wie effizient. Als eines der meist besprochenen philosophischen Themen muss es an dieser Stelle auch nicht ausführlich erläutert werden. Ich will lediglich ein Beispiel so einer paraphrasierenden Analyse aus OD anführen.

Russell analysiert den Satz 'Charles had one father and no more' durch Rephrasierung als 'It is not always false of  $x$  that ' if  $y$  begat Charles II.,  $y$  is identical with  $x$  ' is always true of  $y$ ':

"It is not always false of  $x$  that ' if  $y$  begat Charles II.,  $y$  is identical with  $x$  ' is always true of  $y$ ', which is what is expressed in common language by " Charles had one father and no more ".

Die Tiefenstruktur des ersten Satzes (die Proposition) wird hier dadurch expliziert, dass der denotierende Ausdruck eliminiert wird. Dies ist bekanntlich der Kern von Russells Theorie der Kennzeichnungen. Russell schreibt in OD:

The above [theory] gives a reduction of all propositions in which denoting phrases occur to forms in which no such phrases occur. Why it is imperative to effect such a reduction, the subsequent discussion will endeavour to show. (OD, 482)

Diese Reduktion reflektiert einen Wandel nicht nur in Russells Logik, sondern auch in seiner Ontologie. Der Übersetzungsvorgang des Analysans in eine korrekte Modellsprache, wie er bei Formalisierungen vorgeschrieben ist, führt nämlich bei den denotierenden Ausdrücken zu einer grundlegenden Revision der Ontologie und der Sprachauffassung von PoM. Bei Russells interpretierender Analyse zeigt sich, dass den denotierenden Ausdrücken (und deren Teilausdrücken) keine eigentliche bzw. einzelne Entität - ein R-Term - entspricht.

Die denotierenden Begriffe werden durch die Paraphrase nämlich "weganalysiert" und verschwinden definitiv aus Russells Ontologie. Der ursprünglich von Russell angenommene Isomorphismus zwischen Sprache und Realität - mit der augustinischen Sprachauffassung (AUG) und dem Prinzip (TCA) - wird von Russell über Bord geworfen.<sup>873</sup> Bekanntlich sollten in den darauffolgenden Monaten und Jahren auch die Klassen und dann die Propositionen den denotierenden Begriffen als Opfer von Russells Analyse folgen. In allen diesen Fällen steckt die paraphrasierende Analyse dahinter.

Dass im Falle der denotierenden Begriffe Occams Messer zuschlägt, ohne Platons Bart allzu sehr zu strapazieren, bleibt in der Russell-Literatur oft unberücksichtigt. Russell modifiziert seine platonische Ontologie nur minimal und bleibt vorerst bei seiner realistischen Metaphysik und der dazugehörigen Metaphysik der Propositionen.

Erst in der Substitutionstheorie von 1906 erklärt er, dass er ohne Klassen, Relationen und Zahlen und andere falsche Abstraktionen auskommen wolle. In dem Kontext erklärt er die

---

<sup>873</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 2.

Substitution - und nicht mehr die Denotation - als Allheilmittel auch für die Probleme um das Paradoxon. Anders als in PoM, wo die natürliche Sprache noch als Führer für die Philosophie gepriesen wurde, muss diese fortan einer kritischen Prüfung durch die formale Sprache unterzogen werden. Allerdings ist Russell auch hier noch nicht so weit, zwischen einer Objekt- und einer Metasprache zu unterscheiden.

Russell fügt dort der Liste der falschen Abstraktionen nach der Manier der denotierenden Ausdrücke noch weitere hinzu:

The theory which I wish to advocate is that **classes, relations, numbers, and indeed almost all the things that mathematics deals with, are 'false abstractions'**, in the sense in which 'the present king of England', or 'the present king of France' is a false abstraction. Thus e.g. the question 'what is the number *one*?' will have no answer; [...] there are really no such things as classes, and statements apparently about classes will only be significant when they can be analysed into statements about all or some of the members of the class. Language which speaks about classes is, in fact, merely a short-hand, and becomes illegitimate as soon as it is incapable of translation into language which says nothing about classes. (STCR, 166)<sup>874</sup>

Er erhoffte sich vermutlich zunächst, durch die interpretierende Analyse und entsprechende Modifikationen, das Grundgerüst der Ontologie von PoM weitgehend beibehalten zu können. Russell sieht sich jedoch - wenn auch noch nicht mit seiner Theorie der Kennzeichnungen in OD, so doch mit der Multiple Relation Theory (kurz 'MRT', 1906) - schließlich doch gezwungen, sich den hartnäckigen Schwierigkeiten<sup>875</sup> seiner realistischen Philosophie zu beugen. Nun werden auch die Propositionen, das pulsierende Zentrum seiner Philosophie der letzten Jahre, ein Opfer der interpretierenden Analyse. In seiner neuen Theorie der Propositionen kehrt er in gewisser Weise zum Subjekt<sup>876</sup> zurück und widerruft wichtige Prinzipien der *New Philosophy*.

Auf den erkenntnistheoretischen Implikationen, welche sich durch die Einführung der interpretierenden Analyse durch Russell bis OD ergeben, soll in Abschnitt 7 von Kapitel III eingegangen werden. Im nächsten Abschnitt soll auch die enge Relation der paraphrasierenden Analyse zur funktionalen Analyse deutlich zum Vorschein kommen.

### 3.3.5. Die funktionale Analyse

Bei der funktionalen Analyse wird das Analysandum in eine Funktion und ihre Argumente zerlegt. Es handelt sich hierbei um eine Variante der resolutiven Analyse, wobei deren prominenteste Anhänger Frege und Russell sind. Freges Funktionsbegriff soll Abschnitt 4.3 und die Funktionstheorien Russells in den Abschnitten 5-7 untersucht werden. Ich vertrete im

---

<sup>874</sup> On the Substitutional Theory of Classes and Relations (kurz 'OSTCR': 1906), in Russell (1973).

<sup>875</sup> Wie das Problem der Einheit der Propositionen. Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.4.

<sup>876</sup> Eine Proposition wird in MRT als eine mehrstellige Relation zwischen einem behauptenden Subjekt und einzelnen R-Termen aufgefasst.

Folgendes die These, dass sich die Attraktivität der funktionalen Analyse für Russell teilweise aus der Notwendigkeit ergibt, die falsche Theorie SPT definitiv zu ersetzen. Zunächst sollen aber ein paar kritische Überlegungen zu Russells Bemühungen in PoM angestellt werden.

Ich bin der Auffassung, dass die funktionale Analyse bei Russells zuerst in PoM und zwar als Analyse nach dem Schema Subjekt/Assertion auftritt. Wie wir in Kapitel I festgestellt haben, entspricht dieser Prototyp der funktionalen Analyse gar nicht den Mustern der dekompositionalen Analyse.

Der Unterschied zur dekompositionalen Analyse besteht darin, dass bei der Subjekt/Assertion Analyse das Analysans keineswegs ausschließlich aus R-Termen besteht. Die Assertionen sind laut Russells keine richtigen Entitäten, sie sind - wie wir es in Kapitel I ausgedrückt haben - der intensionale, nicht-identifizierbare Teil der PF<sup>877</sup>. Tatsächlich ist der Status der Funktionen selbst in der Ontologie von PoM nicht ausreichend definiert. So sagt Russell von Freges Funktionen, dass sie keine Entitäten sind:

Thus what Frege calls a function, if our conclusion was sound, is in general a non-entity" (PoM, 508).

Russell kritisiert die Unzulässigkeit so einer funktionalen Analyse von der Werte der Einheit der Propositionen aus:

The ground for regarding the analysis into argument and function is not always possible is that, when one term is removed from a propositional concept, the remainder is apt to have no sort of unity, but to falls into a set of disjointed terms. (PoM, 509)

Dieses Misstrauen Russells gilt in PoM nicht nur Freges Funktionen, sondern teilweise auch seinen eigenen. Laut Russell sind nämlich alle R-Terme entweder Begriffe oder Dinge (Terme i.e.S.). Russell geht in PoM - wie wir durch einige seiner Bemerkungen belegt haben - dazu über, die Dinge (sowie die Konjunktionen von Dingen, die Klassen) und alle Begriffstypen (die Prädikate, die Klassenbegriffe, die denotierenden Begriffe, die propositionalen Begriffe) auf die PF zurück zu führen, ohne die Relation des letzteren mit dem Termbegriffs einer kritische Betrachtung zu unterziehen.

Der ontologische Status der Funktionen in PoM bleibt ungeklärt und sollte erst im Rahmen einer Theorie von Bedeutung und Denotation präzisiert bzw. fassbar werden. Später identifiziert Russell in OMDP<sup>878</sup> - im Kontext der Funktionsabstraktion- die Funktion<sup>879</sup> mit der Bedeutung, den Funktionswert mit der Denotation.

---

<sup>877</sup> "It is observed that, according to the theory of propositional functions here advocated, **the  $\phi$  in  $\phi(x)$  is not a separate and distinguishable entity [meine Hervorhebung]**: it lives in the propositions of the form  $\phi(x)$ , and cannot survive analysis." (PoM, 88). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.3.5.

<sup>878</sup> "The method of obtaining the function  $x'(X)$  is this: If  $x$  is not already the subject of  $X$ , substitute for  $X$  (if possible) a formally equivalent complex in which  $x$  is subject, and does not occur except as subject. Then what is said about  $x$  is the function, *i.e.* what is *meant* by the rest of  $X$  is what is denoted by  $x'(X)$ ." (OMDP, 291-292)

Noch wenige Monate nach der Veröffentlichung von PoM behauptet Russell in OMD, dass die Funktionen keine gewöhnlichen Objekte sind:

[...] in any complex  $f(x)$ , there are places where we must have an argument other than a function, and other places where we must have an argument other than a function; this is equivalent to the assumption, that a function is **not an entity in the ordinary sense**, and is not among the possible values of an entity-variable  $x$ , while an entity, conversely, is not among the possible values of a function-variable. (OMD, 338)

Kommen wir zunächst zur Analyse nach dem Schema Subjekt und Assertion.

Bei der Analyse in Subjekt und Assertion handelt es sich meines Erachtens um eine Zwischenform zwischen der dekompositionalen Analyse und der funktionalen Analyse. Wenn Russell in PoM fest stellt, dass die Analyse nach dem Schema Subjekt/Assertion in komplexen Propositionen nicht möglich ist, distanziert er sich von der dekompositionalen Analyse, um dann zur richtigen funktionalen Analyse<sup>880</sup> überzugehen.

Letztere ist - wie wir in diesem Kapitel noch sehen werden - nichts anderes als Russells Funktionsabstraktion<sup>881</sup>, welche sich von jener Freges<sup>882</sup> allerdings in einigen Punkten unterscheidet. Die in Kapitel I besprochene Kritik Russells an Freges Funktionsbegriff, wie sie in PoM vorliegt, PoM antizipiert einige grundlegenden Differenzen.

Nun will auf einen anderen, wichtigen Punkt zu sprechen kommen, welcher sich bei der funktionalen Analyse Russells in Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen nach der Theorie der Kennzeichnungen ergibt.

Die Analyse der denotierenden Ausdrücke in OD lässt sich übrigens als funktionale Analyse deuten, wie wir noch sehen werden. Diese erweist sich zugleich als Spezialfall der interpretierenden Analyse. Russell zeigt in OD, dass die Proposition 'Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahl' mit einer Konjunktion von drei logisch grundlegenden Propositionen<sup>883</sup> identisch ist.

Russells berühmter Satz (S1) - das Analysans - wird durch die drei Sätze - das Analysandum - impliziert und impliziert diese seinerseits, entsprechend der Theorie von PoM<sup>884</sup>. Diese Analyse erweist sich demnach als gleichermaßen regressiv, funktional, wie interpretierend.

---

<sup>879</sup> Die Funktion (selbst) entspricht demnach der Assertion in PoM.

<sup>880</sup> "Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, onto a subject and an assertion; **but this analysis becomes impossible when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of relation [meine Hervorhebung]. Hence it became necessary to take *propositional function* as a primitive notion.**" (PoM, 106)

<sup>881</sup> Siehe die Abschnitte 6.2. und 7.1.

<sup>882</sup> Siehe Abschnitt 4.3.

<sup>883</sup> Strenggenommen handelt es sich bei P1, P2 und P3 nicht um Propositionen, sondern eher um Formelschemata, also Russells PF.

<sup>884</sup> "[...] in the mathematical sense, a new propositional function is said to be defined when it is stated to be equivalent to (*i.e.* to imply and be implied by) a propositional function which has either been accepted as indefinable or has been defined in terms of indefinables." (PoM, 15)

- S1: Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahl.  
 S2: Es existiert ein  $X$ .  
 S3: Dieses  $X$  ist König von Frankreich.  
 S4: Dieses  $X$  ist kahl.

Hier wird hier der Satz S1 'Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahl' auf andere, grundlegendere Sätze S2, S3 und S4 - zurückgeführt, ohne dass letztere bzw. auch deren Signifikate - im ersten bzw. deren Signifikat im dekompositionalen Sinne als richtige Bestandteile enthalten sind. Wie wir im letzten Abschnitt festgestellt haben, wird der denotierenden Begriff als Pseudoentität weganalysiert. Bei solchen Sätzen wird zudem (TCA) verletzt. Bei der funktionalen Analyse von S1 ergibt sich, dass S2 laut Russells Theorie der Kennzeichnungen eine Existenzbehauptung ausdrückt, welche die Instanzierung und somit eine Prädikation höherer Stufe einschließt. Die Sätze S3 und S4 stehen für Prädikationen der untersten Stufe.

Russell unterscheidet - was wir dann noch näher betrachten werden - in seiner Funktionstheorie zwischen den nicht-denotierenden propositionalen Funktionen, den PF und die denotierenden Funktionen, den DF. Wie sich zeigen wird, liegen entsprechend auch zwei unterschiedliche Typen von funktionaler Analyse vor. Die Werte der PF sind strukturierte (intensionale) Objekte bzw. Bedeutungen (die Propositionen), während die Werte der DF nicht-strukturierte (extensionale) Objekte bzw. Denotationen (die Terme) sind - wie wir in Abschnitt 5 sehen werden. Die denotierenden Ausdrücke werden dann später von Russell anhand der DF aufgefasst. Kommen wir nach dieser Anmerkung zu den DF kurz zur Analyse der PF.

Bei der funktionalen Analyse von nicht-denotierenden Komplexen (den Propositionen) liegen die Dinge anders. Hier ist die Nähe zur kompositionalen Analyse im Verhältnis größer. In Abschnitt 6 werden wir sehen, dass bei der funktionalen Analyse der Propositionen "der Rest"<sup>885</sup> der Proposition von den Termen isoliert wird. Russell behauptet, dass die Argumente der PF - anders als bei den DF - in den Funktionswerten der PF als Bestandteile enthalten sind.<sup>886</sup> Daher gilt hier für solche Propositionen - anders als für Propositionen mit einem denotierenden Begriff an der Subjekt-Position<sup>887</sup> - ein Kompositionalitätsprinzip<sup>888</sup> für

<sup>885</sup> "[...] the notation  $x'X$  represents an analysis by which the functional part of the complex is detached." (FU, 50-51). Siehe Abschnitt 5.4.2.4.

<sup>886</sup> "A function is propositional when its values are complex meanings containing their respective arguments as constituents, in the way in which a constituent of a proposition is contained in a proposition." (FCR, 86)

<sup>887</sup> Russell bemerkt dies übrigens bereits in PoM: "It would seem, then, that "all  $u$ 's" is not validly analyzable into  $all$  and  $u$ , and that language, in this case as in some others, is a misleading guide. The same remark will apply to  $every$ ,  $any$ ,  $some$ ,  $a$ , and  $the$ ." (PoM, 72-73). Ähnlich in OMD: "[...] the whole phrase [The present Prime Minister of England, meine Ergänzung] designates something of which the designations of the parts are not parts. There is some *object* involved, of which England, etc. are parts; but this object is not the designation of the phrase, since England is not part of Mr. Arthur Balfour. Thus we were led to assume an object, called the *meaning* of the phrase, or that which the meaning expresses, of which England, etc., were parts..." (OMD, 320). Später schreibt er: "Constituents of the meaning of a complex may not be constituents of the denotation, and

Bedeutungen. Russell nennt die PF an einer Stelle als Bedeutungsfunktionen<sup>889</sup>. Wie wir in Abschnitt 5.4.2. über die PF zeigen werden, gelten nicht nur die Argumente der PF, sondern auch die Funktion selbst als ein Teil der jeweiligen Bedeutung (d.h. der Proposition), welche von jeder bestimmten PF denotiert werden. Das dekompositionale Modell hat hier zumindest eine begrenzte Gültigkeit. Allerdings wird das algebraische Element durch den funktionstheoretischen Ansatz ersetzt. Kommen wir nun zu einem Abriss der Geschichte der Analysis und des Funktionsbegriffs.

---

vice versa." (PaD, 306). Eine wichtige Funktion spielt in diesem Kontext auch das Prinzip (AS). Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.5.4.

<sup>888</sup>

<sup>889</sup> "It would be better to call this kind of functions *meaning-functions* rather than propositional functions." (FCR, 87)

## 4. Abriss zu Analysis und Funktionsbegriff vor Russell

### 4.1. Entwicklungen in der Analysis von der Antike bis ins 18. Jahrhundert 236

### 4.2. Geschichte des Funktionsbegriffs von Leibniz bis Peano 239

### 4.3. Freges Funktionsbegriff 243

#### 4.1. Entwicklungen in der Analysis von der Antike bis ins 18. Jahrhundert

In Abschnitt 4 soll die Geschichte der Analysis und des mathematischen Funktionsbegriffs von der Antike bis zu Russell skizziert werden, um einen Hintergrund für die anschließende Analyse von Russells eigenem Funktionsbegriff zu erhalten. Dabei stütze ich mich auf eine Reihe von Aufsätzen, welche in Hans Niels Jahnkes (Hrg.) *Geschichte der Analysis*<sup>890</sup> erschienen sind. Dabei ist die enge Verschränkung der Geschichte des mathematischen Funktionsbegriffs mit der Geschichte der Analysis Gegenstand unserer Aufmerksamkeit. Wir werden sehen, dass sich die Auffassungen von Analysis und auch der Funktionsbegriff zunächst (in der Antike) an der Geometrie, später (zu Beginn der Neuzeit) der Algebra und zuletzt (ab dem 19. Jahrhundert) an der Arithmetik orientieren. Beginnen wir mit der antiken Analysis.

In der griechischen Antike (Euklid, Pappos) wird es als der Aufgabenbereich der Analysis erachtet - so entnehme ich der *Geschichte der Analysis* - mithilfe logisch-korrekten Schlüssen meist geometrische Probleme so weit zu zerlegen, dass man entweder zu einem Widerspruch oder zu bereits als wahr erkannten Sätzen kommt. Die Synthesis wird dann als Umkehrung der Analysis verstanden und geht daher den Weg vom dem bereits als wahr Etablierten hin zur Behauptung. Hier muss die griechische Unterscheidung zwischen der problematischen (*inventio*) und der theoretischen Analysis (*verificatio*) erwähnt werden, wobei die *inventio* für die praktische Auffindung der Lösung, während die *verificatio* für die theoretische Begründung des Lösungsverfahrens steht.

Die problematische Analysis der Griechen ist demnach eine Art Vorläufer der analytischen Methode der Neuzeit. Seit Viète steht *ars analytica* dann allerdings für die Algebra, welche im 17. Jahrhundert - im Unterschied zur antiken, geometrischen Analysis - auch "arithmetische Analysis" genannt wurde. Bleiben wir vorerst aber bei der Antike.

Die griechische Analysis war eine Größenlehre, in der streng zwischen diskreten Zahlgrößen (den natürlichen Zahlen) und stetigen Größen (Linien, Flächen, Winkel, Orte, Zeiten...) unterschieden wurde. Die stark geometrische Prägung der griechischen Analysis manifestiert sich auf anschauliche Weise in der pythagoreischen Harmonielehre, in welcher die Größen der Analysis als geometrisch konstruierbar angenommen werden.

---

<sup>890</sup> Jahnke (1999).



Dazu kommt, dass die griechischen Mathematiker laut Thiele<sup>891</sup> die Verhältnisse von Zahlen oder Größen als neue mathematische Objekte betrachteten und "die strukturellen Gemeinsamkeiten dieser Verhältnissen mit den Zahlen nicht heraus gestellt haben. [...] Erst mit Dedekind löst sich die Analysis ganz von der Geometrie [...] (ibid.)."<sup>892</sup>

Die Entdeckung inkommensurabler Größenverhältnisse in der Antike führte scheinbar nicht zum Untergang der griechischen Analysis, wohl aber zur Überzeugung, dass die Geometrie umfassender als die Arithmetik sei. Die Überlagerung von Geometrie und Arithmetik, wie sie im antiken Zahlbegriff zum Ausdruck kommt, ist wohl seit den Pythagoreern ein fester Bestandteil der Mathematik gewesen. Kennzeichnend für die Antike ist wohl auch die Tatsache, dass Größen eher als statisch, und nur ausnahmsweise (Beispiele bei Platon und Euklid) als dynamisch angesehen wurden. Erst nach der Antike, mit Oresme, welcher übrigens als Vorläufer des Funktionsbegriffs gilt - so behauptet Thiele - "bürgert sich der Begriff des Fließens einer Größe allgemein ein."<sup>893</sup>

Die neuzeitliche Analysis hat laut Rüdiger Thiele<sup>894</sup> vier verschiedene Quellen: die Buchstabenrechnung (Viète, Descartes), die analytische Geometrie (Fermat, Descartes), der Funktionsbegriff (Oresme, J. Bernoulli, Euler) und der reelle Zahlkörper (Bolzano, Dedekind, Cantor).

Descartes neue Erkenntnisse zur Verbindung von Algebra und Geometrie wurden erstmals im Jahre 1637 im Anhang zu *La Géométrie* publiziert. Descartes wendet erstmals Algorithmen zur Lösung eines Strecken-Problems von Pappos an. Aufbauend auf Viète benennt er Strecken mit Buchstaben, übersetzt geometrische Probleme in eine oder mehrere Gleichungen, löste diese dann und übersetzt das algebraische Resultat anhand geometrischer Operationen. Descartes erkennt ebenfalls, dass man über Kurven etwas erfahren kann, wenn man Gleichungen mit einer oder mehreren Unbekannten benutzt.

Newtons Fluxionentheorie stellt einen nächsten großen Schritt in der Analysis dar. Newton ist mit den neuesten Entwicklungen der Analysis bestens vertraut und begründet - wie wir mittlerweile wissen - die Infinitesimalrechnung unabhängig von Leibniz. Die Fluxionentheorie basiert auf fließenden Größen, deren "Momente" "unendlich kleine Zuwächse [sind], um welche jene Größen in den unendlich kleinen Zeitintervallen vermehrt werden"<sup>895</sup> Die Fluxionen bleiben, so die Grundannahme, während einer unendlich kleinen Zeitspanne, dem Moment, konstant. Die Redeweise von "Größen" anstatt von "Funktionen" findet man nicht nur bei Newton, sondern auch bei Leibniz. Damit sind geometrische Objekte wie Kurven, deren Veränderungsrate, ihre Differenzen und Ähnliches gemeint.

---

<sup>891</sup> Thiele (1999): 17.

<sup>892</sup> Dedekind begründete nämlich den Zahlbegriff auf rein arithmetische Weise und befreite so die moderne Analysis von der geometrischen Last der Antike.

<sup>893</sup> Thiele (1999): 42.

<sup>894</sup> Thiele (1999): 6.

<sup>895</sup> Zitiert nach Guicciardini (1999): 97.

Leibniz entwickelt wiederum unabhängig von Newton, auch wenn dieser ihn des Plagiats bezichtigt, einen Differential- und einen Integralkalkül. Es zeigt sich, dass Leibniz wie sein großer Kontrahent sehr vorsichtig ist, wenn es um ontologische Fragen im Umfeld der Infinitesimalrechnung geht. Die Existenz von Differentialen wird von ihm eher abgelehnt, zumal er auch nicht am Dogma der Nichtexistenz des Aktual-Unendlichen rütteln will. Sofern Differentiale als "unvergleichliche Größen" d.h. als Verhältnisse von endlichen Größen aufgefasst werden ( $dy/dx$ ), akzeptiert er sie als "wohlbegründete Fiktionen".

Dieser Sprachgebrauch erinnert an die Redeweise Newtons, welcher von Infinitesimalen als "verschwindenden Größen" spricht und diese als prinzipiell ersetzbar einstuft. Leibniz selbst begründet die Rechtfertigung der Benutzung von Symbolen für die Differentiale in späteren Schriften dadurch, dass er sie zu symbolischen Abkürzungen für Grenzverfahren erklärt. Die Entwicklungen in der Differentialrechnung in der Epoche von Leibniz und Newton stellen die Geometrie in den unmittelbaren Hintergrund des Geschehens, während die Algebraisierung der Analysis beständig fortschreitet.

Vor allem der Leibniz'schen Schule ist es zu verdanken - so urteilt Guicciardini - dass der Rückgriff auf geometrische Modelle bei der Interpretation von Kalkülen immer mehr an Bedeutung verliert und sich die Überzeugung durchzusetzen begann, dass ein Fortschritt rein durch die Manipulation von Zeichen erzielbar sei. Guicciardini bewertet den Einfluss der Leibniz-Schule mit ihrem analytischen Programm als richtungweisend für das 18. Jahrhundert, während er meint, dass "die Rolle, die Newton und seine Gefolgsleute der Geometrie zuwiesen, allmählich schwand."<sup>896</sup>

Euler steht dann für die zunehmende Algebraisierung der Analysis im 18. Jahrhundert. "Die Mathematik überhaupt ist nichts anderes als eine Wissenschaft der Größen, [...] welche Mittel ausfindig macht, wie man dieselben ausfüllen soll."<sup>897</sup> Dabei ist die Größe definiert als "alles, was einer Vermehrung oder Verminderung fähig ist" (ibid.). Begriffe wie Zeit, Masse, Kraft sind laut Euler solche Größen und werden in Rechnungen durch Buchstaben repräsentiert.

Der entscheidende Punkt ist, dass Euler nur mehr an Zahlgrößen und nicht mehr an geometrische Größen denkt. Nicht die ontologisch heiklen Differentiale sind laut Euler der Gegenstand der Differentialrechnung, sondern deren Quotienten, d.h. Funktionen. Dadurch rückt Euler den Funktionsbegriff in das Zentrum der Analysis. Als wichtiges Instrument zur Untersuchung der Funktionen gelten zudem die Potenzreihen, die als unendliche Polynome aufgefasst werden.

Um die Rechnung mit Differentialen höherer Ordnung zu erleichtern, führt Euler die folgenreiche Unterscheidung zwischen den abhängigen und den unabhängigen Variablen ein. Die Gleichberechtigung aller Größen in einer Gleichung wird damit aufgehoben. Jahnke

---

<sup>896</sup> Zitiert nach Guicciardini. Siehe Guicciardini (1999): 130.

<sup>897</sup> Guicciardini (1999): 134.

beurteilt Eulers Leistung wie folgt: "[...] so setzte sich im 18. Jahrhundert langsam die Auffassung durch, nicht mehr mit variablen Größen und ihren Differentialen, sondern mit Funktionen und ihren "Ableitungen" zu rechnen."<sup>898</sup> Allerdings blieb der alte Sprachgebrauch von den Differentialen bei vielen Physikern und Technikern bis heute erhalten. Dies soll uns zur Geschichte der Analysis genügen.

Nun wollen kurz auf die spezielle Geschichte des Funktionsbegriffs von Leibniz bis Schröder zu sprechen kommen.

#### 4.2. Geschichte des Funktionsbegriffs von Leibniz bis Peano

Die Verwendung des Begriffs 'Funktion' (functio) geht laut Historischem Lexikon der Philosophie (kurz 'Hist.Wört.d.Ph.') auf Leibniz zurück, der in einem Brief an Bernouilli diesen Terminus für Streckenlängen gebraucht, die wie "Abszisse, Ordinate, Tangente, Normale, Krümmungsradius usw., von einem veränderlich gedachten Punkt der Kurve abhängen."<sup>899</sup>

Johann Bernouilli spricht dann im Jahre 1698 erstmals von "Funktionen von Ordinaten", wobei beliebige Ausdrücke gemeint sind, welche die Ordinaten als Variable enthalten. Im weiteren Briefverkehr erörtern Leibniz und Bernouilli gemeinsam, mit welchen Symbolen die Funktionen zu bezeichnen seien. Eine ausführliche Definition des Funktionsbegriffs durch Bernouilli folgt laut Jahnke<sup>900</sup> im Jahre 1718, welche dann von Euler übernommen wird. Euler schreibt 3 Jahrzehnte später:

Eine Function einer veränderlichen Zahlgrösse ist ein *analytischer Ausdruck*, der auf irgend eine Weise aus der veränderlichen Zahlgrösse und aus eigentlichen Zahlen oder aus constanten Zahlgrösse zusammengesetzt ist. (Euler 1748/1885, 4)

Analytische Ausdrücke sind laut Jahnke<sup>901</sup> jene Ausdrücke, die durch endlich - oder unendlich-fache Anwendung der algebraischen Operationen Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzieren, Wurzelziehen und der mit ihrer Hilfe definierten Operationen höherer Stufe gebildet werden können. Wie Leibniz unterscheidet Euler zwischen algebraischen und transzendenten Funktionen<sup>902</sup>, wobei erstere wiederum in rationale und irrationale, in explizite und implizite Funktionen zerfallen. Als wichtig erweist sich auch die Unterscheidung zwischen den eindeutigen und den mehrdeutigen Funktionen. Weiters wurde laut Jahnke das durch eine Anregung Eulers das Studium spezieller Funktionen zum einem neuen Gegenstand der Analysis.

Jahnke zitiert eine weitere Definition Eulers als mögliche Vorwegnahme des klassischen, willkürlichen Funktionsbegriffs, wie er in der Regel Dirichlet zugeschrieben wird. Jahnke geht

---

<sup>898</sup> Jahnke (1999): 135.

<sup>899</sup> Hist.Wört.d.Ph., Bd. 2, 1140.

<sup>900</sup> Jahnke (1999): 143.

<sup>901</sup> Jahnke (1999): 143, 144.

<sup>902</sup> Transzendente Funktionen sind nicht-algebraische Funktionen wie der Logarithmus oder die Exponentialfunktion.

allerdings davon aus, dass Euler die Allgemeinheit seiner Definition gar nicht bemerkt und nicht intendiert hat, wie Eulers Beispiels vermuten lassen. Hier Eulers Definition - zitiert nach Jahnke:

Sind nun alle Größen auf die Art von einander abhängig, dass keine davon eine Veränderung erfahren kann ohne zugleich eine Veränderung in der anderen zu bewirken; so nennt man diejenige, deren Veränderung man als die Wirkung von der Veränderung der anderen betrachtet, eine Funktion von dieser; eine Benennung, die sich so weit erstreckt, dass sie alle Arten, wie eine Größe durch andere bestimmt werden kann, unter sich begreift. (Euler 1755/1790, Bd. 1, XLIX)

Kommen wir nun zu Lagrange, welcher auf der Grundlage der Idee, zu jeder beliebigen Funktion eine Potenzreihenentwicklung herzuleiten, die Analysis als geschlossene Disziplin entwickelt. Den Differentialquotienten interpretiert er einfach als Übergang von einer Funktion zu einer anderen. Die Begriffe der Ableitung, der abgeleiteten Funktion und der primitive Funktion gehen übrigens auf Lagrange zurück. Ob Lagranges Theorie allerdings den finitistischen Ansprüchen genügen kann, ist nicht unumstritten. Lagrange verzichtet wie Euler auf die Annahme von (unendlichen) Differentialen, lässt aber unendliche Prozesse bei der Bildung von Ketten, Produkten und Kettenbrüchen gelten, wie Jahnke<sup>903</sup> belegt.

Im 19. Jahrhundert wird der im 18. Jahrhundert vorherrschende Ansatz, die Analysis auf die Algebra zu begründen, weitgehend verworfen. Stattdessen rückt die Arithmetik als Grundlagendisziplin immer mehr in den Vordergrund. Der Funktionsbegriff bezieht sich dann nicht mehr auf die analytischen Ausdrücke Eulers, sondern lediglich auf Zahlen bzw. Zahlgrößen. Hilberts Methode der Axiomatisierung ist es dann, welche laut Jahnke zu einem Brückenschlag zwischen der Geometrie und der Arithmetik führt und den Boden für weitere folgenreiche Entwicklungen in anderen Bereichen bereitet hat.

Cauchy ist dann wichtig, weil er Eulers Begriff der "variablen Größe" hinter sich lässt. Seine Variablen werden bekanntlich auf ein bestimmtes Intervall begrenzt, wodurch sie nicht absolut alle Werte annehmen können. Cauchy verwirft ebenfalls Lagranges Definition der Potenzreihen und definiert die Ableitungen stattdessen über den Grenzwert. Seine Definition der stetigen Funktionen lautet:

Wenn veränderliche Zahlgrößen in solcher Weise untereinander zusammenhängen, dass man aus dem gegebenen Wert von einer Veränderlichen die Werte aller Übrigen herleiten kann, so denkt man sich gewöhnlich diese verschiedenen Zahlgrößen mittelst jener einen ausgedrückt. Jene eine nimmt dann den Namen: unabhängige Veränderliche an, während die übrigen, die mittelst der unabhängigen Veränderlichen ausgedrückten Zahlgrößen, sogenannte Funktionen jener einen Veränderlichen sind. (Cauchy 1821/1885, 13)

---

<sup>903</sup> Jahnke (1999): 167.

Fourier ist mit seiner Definition scheinbar noch expliziter, da er die Gesetzmäßigkeit der Relation zwischen Argument und Wert einer Funktion von vornherein ausschließt:

Allgemein repräsentiert die Funktion  $f(x)$  eine Folge von Werten oder Ordinaten, von denen jeder beliebig ist. Da die Abszisse  $x$  eine unendliche Zahl von Werten annehmen kann, gibt es eine entsprechende Zahl von Ordinaten  $f(x)$ . Alle haben bestimmte Zahlwerte, die positiv, negativ oder Null sind. Es wird mitnichten angenommen, dass diese Ordinaten einem gemeinsamen Gesetz unterworfen seien; sie folgen einander auf beliebige Weise und jede von ihnen ist wie eine einzige Größe gegeben. (Fourier 1822, 500)

Dirichlet übernimmt laut Jesper Lützen<sup>904</sup> diese Definition und liefert dann die klassische Definition von stetigen Funktionen, in der zusätzlich zur Angabe des Intervalls die Rechtseindeutigkeit der Funktionen verlangt wird:

Man denke sich unter  $a$  und  $b$  zwei feste Werthe und unter  $x$  eine veränderliche Größe, welche nach und nach alle zwischen  $a$  und  $b$  liegenden Werthe annehmen soll. Entspricht nun jedem  $x$  ein einziges, endliches  $y$ , und zwar so, dass, während  $x$  das Intervall von  $a$  bis  $b$  stetig durchläuft,  $y = f(x)$  sich ebenfalls allmählich verändert, so heißt  $y$  eine stetige oder continuirliche Funktion von  $x$  für dieses Intervall. (Dirichlet 1837, 135)

Jesper Lützen<sup>905</sup> weist darauf hin, dass es bei Mathematiker des frühen 19. Jahrhunderts üblich war, zuerst die Funktionen allgemein zu definieren, um ihnen dann im Laufe der weiteren Argumentation zusätzliche Eigenschaften, auf explizite oder implizite Weise, zuzuschreiben. Scheinbar ist Dirichlet dann der erste, welcher sich an strikt an die Definition hält und sich auf die explizit angegebenen Eigenschaften der Funktionen beschränkt.

Weierstraß baut auf seine unmittelbaren Vorgänger auf und definiert seinerseits 1861 stetige Funktionen wie folgt:

Ist  $f(x)$  eine Funktion von  $x$  und  $x$  ein bestimmter Wert, so wird sich die Funktion, wenn  $x$  in  $x+h$  übergeht, in  $f(x+h)$  ändern. Ist es nun möglich für  $h$  eine Grenze  $\delta$  zu bestimmen, so dass für alle Werte von  $h$ , welche ihrem absoluten Betrage nach kleiner als  $\delta$  sind,  $f(x+h) - f(x)$  kleiner werde als irgend eine noch so kleine Größe  $\varepsilon$ , so sagt man, es entsprechen unendlich kleine Veränderungen des Arguments unendlich kleinen Veränderungen der Funktion. Denn man sagt, wenn der absolute Betrag eine Größe kleiner werden kann als irgendeine beliebig angenommene noch so kleine Größe, sie kann unendlich klein werden. Wenn nun eine Funktion so beschaffen ist, dass unendlich kleinen Veränderungen des Arguments unendlich kleine Veränderungen der Funktion entsprechen, so sagt man, dass dieselbe eine continuierliche Funktion sei vom Argument, oder dass sie sich stetig mit diesem Argument ändere. (Dugac 1973, 119-120)

---

<sup>904</sup> in: Jahnke (1999): 194.

<sup>905</sup> Lützen (1999): 195.

Lützen behauptet, dass die Auseinandersetzung mit bizarren "pathologischen - Funktionen" schließlich unter den Wissenschaftlern zur Überzeugung geführt hat, dass der Dirichlet'sche Funktionsbegriff zu allgemein war, "um unmittelbar eine Grundlage für die Analysis abzugeben."<sup>906</sup> Gerade Weierstraß scheint sich darum bemüht haben, in Ahnlehnung an die algebraische Tradition, einen praktikablen Funktionsbegriff zu entwickeln.

Riemann übt in seiner Theorie der komplexen Funktionen, wie sie in seiner Dissertation begründet wird, ebenfalls Kritik am Funktionsbegriff Dirichlets:

Diese Definition setzt offenbar zwischen den einzelnen Werthen der Function durchaus kein Gesetz fest, indem, wenn über diese Function für ein bestimmtes Intervall verfügt ist, die Art ihrer Fortsetzung ausserhalb desselben ganz der Willkür überlassen bleibt. (Dugac 1973, 119-120)

Bei den mehrdeutigen Funktionen führt Riemann den Begriff der Mehrblättrigkeit von Funktionen ein, wobei ihm scheinbar eine Idee einer Fläche mit mehrfachen Blättern vorschwebt, welche sich nach eigenen Angaben aller Anschaulichkeit entzieht.

Der moderne, sehr allgemeine Funktionsbegriff wurde laut Lützen aber letztlich von Dedekind formuliert und ist als das Ergebnis einer Entwicklung anzusehen, welche zum einen auf die Entdeckung neuer mathematischer Rechenobjekte, wie der Quaternionen, Vektoren usw., zum anderen auf die Forschungen im Bereich der Mengenlehre aufbaut.

An dieser Stelle soll Schröder erwähnt werden, der im Jahre 1895 die Dedekind'schen Abbildungstheorie in die Relationentheorie integriert.<sup>907</sup> Wie wir wissen, kannte Russell Schröders Arbeiten, als er im Oktober 1900 die Peano'sche Logik um eine Relationentheorie erweiterte. Nun kommen wir kurz zu Peano, welcher Russell aller Wahrscheinlichkeit nach mit dem Funktionsbegriff bekannt gemacht hat.

Peano, welcher Freges Ansichten zu den Funktionen kennt, führt als erster die propositionalen Funktionen ein, anhand derer er dann die Klassenbildung definiert:

[...] if  $px$  is proposition containing the variable letter  $x$ , by  $x \varepsilon p_x$  we mean the class of  $x$ s which satisfy the condition  $p_x$ ....The whole sign  $x \varepsilon$  may be read 'the  $x$  such that'.<sup>908</sup>

Russell wirft dann Peano vor, dass dieser nicht systematisch zwischen den Propositionen und den propositionalen Funktionen unterscheidet. Er übernimmt nach seinen eigenen Angaben in PoM aber nicht nur Peanos propositionale Funktionen, sondern auch den Begriff 'the  $x$  such that'<sup>909</sup>, sowie den damit verknüpften Begriff der Erfüllung. Russell übernimmt neben Peanos Notation für die formale Implikation auch die Unterscheidung zwischen den ungebundenen

---

<sup>906</sup> in: Jahnke (1999): 239.

<sup>907</sup> H.W.PH., Bd.2, 1139.

<sup>908</sup> Peano (1973), 193, 197.

<sup>909</sup> Klement, Kevin C. (2004/5), 108.

(real variable) und den gebundenen Variablen (apparent variable), wobei ihm kritisch auffällt, dass Peano den Begriff 'Proposition' für Ausdrücke verwendet, welche beide Typen von Variablen enthielten.

Peano wechselt in den 80er und 90er Jahren die Notation für Klassenabstraktionsterme. Letztlich verwendet er folgenden Ausdruck, den man bis zum Mai 1903 auch bei Russell findet:  $\exists x (\phi x)$ . Russell teilt übrigens Freges Abneigung gegen den Formalismus Peanos und übernimmt dann - wie wir in Abschnitt 6 sehen werden - Freges Notation mit dem *spiritus lenis*. Kommen wir nun zu Frege.

### 4.3. Freges Funktionsbegriff

Freges Funktionsbegriff nimmt in der Tradition eine sehr eigentümliche Stellung ein. Er bemerkt selbst, dass sich sein Funktionsbegriff vom Funktionsbegriff der Analysis wesentlich unterscheidet. In diesem Punkt sollte es Russell<sup>910</sup> eindeutig mit Frege - und gegen die oben vorgestellte Tradition - halten. Frege schreibt:

Dass der Funktionsbegriff der Analysis, dem ich mich im Allgemeinen angeschlossen habe, weit beschränkter ist als der hier entwickelte. (Frege 1998, 16)

Wir werden gleich sehen, dass Frege den Funktionsbegriff aus der Mathematik entlehnt, verallgemeinert und dann in seine 3-stufige Semantik integriert, wobei er dort neben der Zeichen- und Bedeutungsebene, eine Sinnebene postuliert. Bevor wir aber Freges Funktionsbegriff besprechen wollen, soll kurz seine Ontologie betrachtet werden.

In Freges Philosophie zerfällt der Bereich des Objektiven in die Gegenstände und die Funktionen, wobei letztere durch den Status der Ergänzungsbedürftigkeit bzw. der Ungesättigtheit gekennzeichnet sind. Die Begriffe werden als spezielle, einstellige Typen von Funktionen aufgefasst und sind so etwas wie die logischen Prädikate. Jene Werte, welche diese speziellen Funktionen (die Begriffe) annehmen können, wenn ein Wort für ein Objekt für die Variable eingesetzt wird, sind die Wahrheitswerte 'wahr' und 'falsch' bzw. das Wahre und das Falsche. Die Theorie Frege beinhaltet unter anderem die Idee, dass man bei der Anwendung einer Funktion (z.B. 'ist eine Primzahl') auf ein Objekt, d.h. einen Gegenstand (z.B. die Zahl 2) ein anderes Objekt höherer Stufe erhält, nämlich den Wahrheitswert (im Beispiel: 'wahr').

Frege versteht seine Variablen - im Unterschied zu Russell, welcher sie zunächst als den denotierenden Begriffe ähnliche, begriffliche und reale Entitäten auffasst - ausdrücklich als sprachliche Entitäten. In dieser Hinsicht ist er viel moderner als Russell, welcher seinerseits dafür gründlicher zu philosophischen Fragen rund um den Funktionsbegriff geforscht hat als Frege.

---

<sup>910</sup> Siehe Abschnitt 5.

Der Begriffsinhalt der Prädikate<sup>911</sup> wird von Frege intensional verstanden, wobei er den Sinn als Weise des Gegebenseins deutet. Den Begriffsumfang hingegen ist für Frege die extensionale Bedeutung, welche er als Wertverlauf<sup>912</sup> der Funktion deutet. Der intensionale Gehalt von Sätzen wird von Frege als Gedanke<sup>913</sup> bezeichnet und resultiert - entsprechend einem Kompositionalitätsprinzip - aus dem Sinn der einzelnen Wörter. Die (intensionale) Komplexität von funktionalen Ausdrücken überträgt sich aber nicht auf die (extensionale) Komplexität der Objekte. Es gilt also kein Kompositionalitätsprinzip für Freges Bedeutungen.

Frege ersetzt - was später auch Russell machen sollte - mit seiner funktionalen Analyse der Aussagen in Objekte und Funktionen die traditionelle, auf Aristoteles zurückgehende Überzeugung, dass alle Sätze aus Subjekt und Prädikat bestehen. Hier gibt es eine Parallele zu Russells Analyse der Propositionen in Assertion und Subjekt, mit der er SPT ersetzen will. Kommen wir nun zur Einführung der Funktionen durch Frege.

Frege führt den Funktionsbegriff in Kapitel IX der *Begriffsschrift* ein, welche bekanntlich nach dem Vorbild der *Characteristica Universalis* von Leibniz, eine logische Kunstsprache bzw. einen Logikkalkül darstellen. Was eine Funktion ist, wird hier nicht eigentlich definiert, sondern als vorausgesetzt angenommen. Der Leser wird lediglich durch einige Beispiele und Metaphern aus der Chemie an den Funktionsbegriff herangeführt, wie beispielsweise in folgendem Absatz deutlich wird:

Denken wir den Umstand, dass Wasserstoffgas leichter als Kohlensäuregas ist, in unserer Formelsprache ausgedrückt, so können wir an die Stelle des Zeichens für Wasserstoffgas das Zeichen für Sauerstoffgas oder das für Stickstoffgas einsetzen. Hierdurch ändert sich der Sinn in der Weise, dass "Sauerstoffgas" oder "Stickstoffgas" in die Beziehungen eintritt, in denen zuvor "Wasserstoffgas" stand. Indem man einen Ausdruck in dieser Weise veränderlich denkt, zerfällt derselbe in einen bleibenden Bestandtheil, der die Gesamtheit der Beziehungen darstellt, und in das Zeichen, welches durch andere ersetzbar gedacht wird, und welches den Gegenstand bedeutet, der in diesen Beziehungen sich befindet. Den ersteren Bestandtheil nenne ich Function, den letzteren ihr Argument. Diese Unterscheidung hat mit dem begrifflichen Inhalte nichts zu thun, sondern ist allein Sache der Auffassung. (Frege 1998, 15)

Greifen wir Freges Beispiele heraus, um dann seine Argumentation etwas zu beleuchten. Diese sind:

WLK Der Umstand, dass Wasserstoffgas leichter ist als Kohlensäuregas.

SLK Der Umstand, dass Sauerstoffgas leichter ist als Kohlensäuregas.

---

<sup>911</sup> Anders als bei Russell, sind die Prädikate bei Frege sprachliche Objekte (Wörter).

<sup>912</sup> Die Schwierigkeit besteht darin, Freges Auffassung von den Wertverläufen genau zu verstehen. Klement weist darauf hin, dass Freges Wertverläufe nicht als die Extension von Begriffe verstanden werden können. Sie sind vielmehr abstrakte Objekte (der Graph). Die Frage ist, ob und in welcher Hinsicht sie sich von den Funktionen selbst unterscheiden, da sie anscheinend dasselbe Identifikationskriterium wie die diese haben. Siehe Klement (2002), 19.

<sup>913</sup> Siehe Abschnitt 5.3.4. in Kapitel I.



STLK Der Umstand, dass Stickstoffgas leichter ist als Kohlensäuregas.

WLK SLK und STLK werden von Frege als dieselbe Funktion (XLK) mit verschiedenen Argumenten angesehen werden, welche darin besteht "leichter als Kohlensäuregas zu sein".

XLK Der Umstand, dass X leichter ist als Kohlensäuregas.<sup>914</sup>

Der moderne, deutsche Terminus 'Aussageform' kommt Freges Funktionsbegriff wohl sehr nahe. Russells Funktionsbegriff ist vom modernen Funktionsverständnis ungleich weiter entfernt, wie ich noch zeigen werde. Die Anleitung Freges zur Genese der Funktionen in der Begriffsschrift, lautet wie folgt:

Wenn in einem Ausdrucke, dessen Inhalt nicht beurtheilbar zu sein braucht, ein einfaches oder zusammengesetztes Zeichen an einer oder an mehreren Stellen vorkommt, und wir denken es an allen oder einigen dieser Stellen durch Anderes, überall aber auch durch Dasselbe ersetzbar, so nennen wir den hierbei unveränderlich erscheinenden Theil des Ausdruckes Function, den ersetzbaren ihr Argument. (Frege 1998, 16)

Interessant ist die Tatsache, dass die funktionale Analyse nach Freges Einschätzung keine eindeutigen Resultate liefert. Wie bei Russells Analyse der Propositionen nach dem Schema Assertion/Subjekt sind auch bei Freges Analyse mehrere Varianten möglich.

Von großer Tragweite ist die geniale Idee Freges mehrstellige Funktionen auf einstellige Funktionen zu reduzieren, eine Technik, welche Russell von ihm übernehmen sollte. Frege schreibt:

Wenn man in einer Function ein bis dahin als unersetzbar angesehenes Zeichen an einigen oder allen Stellen, wo es vorkommt, ersetzbar denkt, so erhält man durch diese Auffassungsweise ein Function, die ausser den bisherigen noch ein Argument hat. Auf diese Weise entstehen Functionen von zwei und mehr Argumenten. (Frege 1998, 17-18)

Die hier skizzierte Technik der Reduktion der Funktionen sollte dann in den 20er Jahren von Schönfinkel aufgegriffen und perfektioniert werden. Abschließend will mit dem Hinweis, dass eines der berühmten Beispiele Russells aus OD (the centre of mass of the Universe...)<sup>915</sup> ebenfalls auf Frege zurückgeht, wie folgender Satz belegt:

Es diene noch als Beispiel "der Umstand, dass der Massenmittelpunkt des Sonnensystems keine Beschleunigung hat, falls nur innere Kräfte im Sonnensystem wirken". (Frege 1998, 16)

Nach dieser kurzen Präsentation von Freges Funktionsbegriff wollen wir zu Russells Ansichten zu den Funktionen in PoM kommen.

---

<sup>914</sup> Der folgende Satz KSW, welcher die Umkehrfunktion zu jener von WLK ausdrückt. Bei KSS handelt es sich um dieselbe Funktion (wiederum mit verschiedenen Argumenten) wie bei KSW.

KSW Der Umstand, dass Kohlensäuregas schwerer ist als Wasserstoffgas.

KSS Der Umstand, dass Kohlensäuregas schwerer ist als Sauerstoffgas.

<sup>915</sup> Siehe OD, 479.

## 5. Der Funktionsbegriff in PoM

### 5.1. Einleitung 246

### 5.2. Funktionsabstraktion 249

### 5.3. Die Variable 253

### 5.4. Arten von Funktionen (PF und DF) 264

#### 5.1. Einleitung

Im folgenden Abschnitt soll Russells Funktionsbegriff aus PoM untersucht werden. Tatsächlich hat Russell diesen Begriff erst wenige Monate vor der Veröffentlichung des frühen Werks integriert, wobei diesem bei der Umsetzung des Logizismus-Programms eine Schlüsselrolle zufallen soll. Nach einer Einführung, bei der wir mit Russell bei Peano anknüpfen, sollen einige Bemerkungen Russells zur Funktionsabstraktion<sup>916</sup> besprochen werden. Die Frage ist, welche Beziehung hier zur Generalisierung der Propositionen besteht.

Im Abschnitt über die Genese der Funktionen werden wir sehen, dass Russell bei der Funktionsabstraktion von konkreten Propositionen ausgeht und die Generalisierung dann gewissermaßen durch Ersetzung der Terme durch Variable vollzieht. Die so gewonnenen PF drücken nun laut Russell die formale Essenz<sup>917</sup> von Propositionen aus, welche in der reinen Mathematik<sup>918</sup> allein relevant ist. Wie wir wissen, sind die Aussagen der Mathematik<sup>919</sup> laut Russell typischerweise formale Implikationen zwischen PF. Russell fasst die PF auch als Typen von Propositionen<sup>920</sup> auf, worauf wir dann noch näher zu sprechen kommen werden.

Diese Diskussion führt uns dann zum Kern des Funktionsbegriffs, nämlich zur Variablen, heran. Die Funktionen erweisen sich für Russell - anders als für Frege - nicht als sprachliche Entitäten, sondern als reale Strukturen, welche mit den Propositionen eng verwandt sind. Die propositionalen Funktionen - welche in PoM als die grundlegenden Funktionen<sup>921</sup> gelten - unterscheiden sich von den Propositionen dadurch, dass sie statt Termen, eben Variable enthalten.

---

<sup>916</sup> “[...] classes are to be derived, by means of the notion of *such that*, from other sources than subject-predicates propositions and their equivalents. Any propositional function in which a fixed assertion is made of a variable term is to be regarded [...] as giving rise to a class of values satisfying it.” (PoM, 79)

<sup>917</sup> “The process of transforming constants in a proposition into variables leads to what is called generalization, and gives us, as it were, the formal essence of a proposition.” (PoM, 7)

<sup>918</sup> Wie der Logizismus zu zeigen versucht, fällt die reine Mathematik mit der Logik fast zusammen. “But for the desire to adhere usage, we might identify mathematics and logic, and define either as the class of propositions containing only variables and logical constants.” (PoM, 8-9)

<sup>919</sup> “The typical proposition of mathematics is of the form  $\phi(x, y, z, \dots)$  implies  $\psi(x, y, z, \dots)$ , whatever values  $x, y, z, \dots$  may have” (PoM, 6)

<sup>920</sup> “Mathematics is interested exclusively in *types* of propositions. So long as any term in our proposition can be turned into a variable, our proposition can be generalized; and so long as this is possible, it is the business of mathematics to do it.” (PoM, 7)

<sup>921</sup> Der Begriff der PF - und mit ihm der eng verwandte Begriff ‘such that’ - wird in PoM in der Liste der undefinierbaren Begriffe (den logischen Konstanten) der symbolischen Logik bzw. weiterer damit verknüpfter Begriffe (wie die Klassen) geführt. Siehe PoM, 106. Und auch folgende Bemerkung: “It is important, however, to observe that propositional functions, as was shown in Chapter VII, are more fundamental than other functions, or even than relations.” (PoM, 264)

Bei der Analyse der Variablen kommt Russells zähes Ringen um eine auch philosophisch angemessene Interpretation der Variablen (und der Funktionen) deutlich zum Ausdruck. Ich werde zeigen, dass er die Variablen in PoM als eine Art von denotierenden Begriffen konzipiert. Es wird sich zeigen, dass nicht nur die Theorie der denotierenden Begriffe in der Philosophie von PoM problematisch ist, sondern auch, dass Russell zu diesem Zeitpunkt noch nicht über eine solide Quantifikationstheorie verfügt.

Es wird sich zeigen, dass man in PoM nicht von einer richtigen Funktionstheorie sprechen kann, zumal Axiome und Regeln<sup>922</sup> zur Funktionsabstraktion und zur Funktionsanwendung fehlen. Wir wollen den Abschnitt 5 dann mit der Unterscheidung der verschiedenen Typen von Funktionen abschließen. Wir werden sehen, dass Russell im Appendix einen Typ von Funktionen von den PF unterscheidet. Diese als noch als nicht-propositionalen Funktionen bezeichneten Funktionen sind - wie wir sehen werden - nichts anderes als die denotierenden Funktionen (die DF), welche dann im Zentrum von Russells philosophischer Logik nach PoM stehen sollten.

Beginnen wir mit Russells Anknüpfung an Peanos propositionalen Funktionen.

Russell baut seine Überlegungen zu den Funktionen eindeutig auf Peanos Schriften - und nicht auf Freges Schriften, welche er nach eigenen Angaben noch kaum kannte - auf. Er macht Peano den Vorwurf, dass dieser nicht konsequent zwischen den Propositionen und den PF unterscheidet. Die Propositionen können laut Russell nämlich - anders als die propositionalen Funktionen - nicht - um eine Redeweise Peanos zu gebrauchen - manchmal wahr und manchmal falsch sein. Die Propositionen enthalten nämlich - im Unterschied zu den PF - laut Russell keine Variablen:

I shall speak of propositions exclusively where there is no real variable: where there are one or more real variables, and for all values of the variables the expression involved is a proposition, I shall call the expression a propositional function. (PoM, 12-13)

Der laut Russell postulierte und von Peano scheinbar nicht ausreichend deutlich durchgehaltene Unterschied zwischen einer PF und einer Proposition wird auch im folgenden Absatz aus PoM angesprochen:

Let  $x$  be a variable whose values form the class  $a$ , and let  $f(x)$  be a one-valued function of  $x$  which is a true proposition for all values of  $x$  within the class  $a$ , and which is false for all other values of  $x$ . Then the terms of  $a$  are the class of terms *such that*  $f(x)$  is a true proposition. This gives an explanation of *such that*. But it must always be remembered that the

---

<sup>922</sup> Russell führt in Kapitel II von PoM in diesem Kontext zwei Axiome ("primitive propositions") ein: "With regard to these three fundamental notions ['class-membership', 'such that', 'propositional function': meine Hinzufügung], we require two primitive propositions. The first asserts if  $x$  belongs to the class of terms satisfying a propositional function  $\phi(x)$ , then  $\phi(x)$  is true. The second asserts that if  $\phi(x)$  and  $\psi(x)$  are equivalent propositions for all values of  $x$ , then the class of  $x$ 's such  $\phi(x)$  is true is identical with the class of  $x$ 's such that  $\psi(x)$  is true." (PoM, 20)

appearance of having *one* proposition  $f(x)$  satisfied by a number of values of  $x$  is fallacious:  $f(x)$  is not a proposition at all but a propositional function. (PoM, 29)

Russell definiert dann die PF als Propositionen, welche eine Variable enthalten:

Thus a very important class of functions are propositions containing a variable\*. (PoM, 263)

\*These are what in Part I we called propositional functions.

Es gibt eine Bemerkung in PoM, in der Russell aufgrund einer Nachlässigkeit dann genau denselben gerade erwähnten Fehler macht, den er Peano vorwirft. Interessant ist allerdings die Tatsache, dass er anschließend die Werte der PF in der Art der Frege'schen Wertverläufe beschreibt:

The proposition then becomes a function of  $x$ , which is unique when  $x$  is given. This proposition will, in general, be true for some values of  $x$  and false for others. The values for which the function is true form what might be called, by analogy with Analytic Geometry, a logical curve. (PoM, 263-264)

Russell sollte nach PoM auch Peanos für die Klassenabstraktion  $\{x \exists (\phi x)\}$ <sup>923</sup> übernehmen. Der Ausdruck '*such that  $f(x)$  is a true proposition*' ist in der Formulierung wieder missverständlich. Anders die folgende Bemerkung, welche den nötigen Zusatz zur Variablenbelegung enthält:

[...] and although they [propositional functions [...], meine Hinzufügung] may, **for every admissible value of the variable [meine Hervorhebung]**, imply the corresponding value of some other propositional function, yet while the variable remains as a variable they can imply nothing. (PoM, 264)

An anderer Stelle definiert Russell die PF dann als von Klassen von Propositionen, welche durch die Variation eines Terms entstehen:

A propositional function is the class of all propositions which arise from the variation of single term... (PoM, 92-93)

Im Entwurf zu PoM deutet Russel die PF ähnlich als Konjunktionen von Propositionen:

[...] the proposition  $f(x)$  is a conjunction of just as many propositions as there are terms in the class of terms such that  $f(x)$  is true. (CP3, 206)

Russell verwendet für PF mit einer Variablen die herkömmliche Schreibweise unter Verwendung griechischer oder lateinischer Buchstaben, nämlich ' $\phi(x)$ ' oder ' $f(x)$ ':

---

<sup>923</sup> Vergleiche mit folgender Textauszug von Peano selbst: "[...] if  $px$  is proposition containing the variable letter  $x$ , by  $x \in px$  we mean the class of  $x$ s which satisfy the condition  $px$ ... The whole sign  $x \in$  may be read 'the  $x$  such that'." (Peano (1973), 193, 197).

We may explain (but not define) this notion as follows:  $\phi(x)$  is a propositional function if, for every value of  $x$ ,  $\phi(x)$  is a proposition, determinate when  $x$  is given. Thus "x is a man" is a propositional function. (PoM, 19)

Würde es sich hier um eine Definition handeln, wäre wohl eine Zirkularität gegeben. PF können nicht über die Propositionen definiert werden, da letztere gerade als Funktionswerte der ersteren definiert sind. Kommen wir zur Funktionsabstraktion in PoM.

## 5.2. Funktionsabstraktion

Nähern wir uns nun Russells Ideen zur Funktionsabstraktion, wie er sie in verschiedenen Bemerkungen von PoM präsentiert. Wir haben schon festgestellt, dass der Begriff der Assertion (wie auch der Begriff 'abhängige Variable') für PoM als eine Art Vorläuferbegriff des Begriffs der PF angesehen werden kann. Im Appendix A vergleicht Russell seine Assertionen - wie wir wissen - mit Freges Begriffen und Funktionen, zu denen er sich kritisch äußert.<sup>924</sup> Die Assertion erweist sich als konstantes Element einer PF, wie wir bereits festgestellt haben.

Die Definitionen der Assertionen<sup>925</sup> aus PoM können uns möglicherweise dabei helfen, mehr über die Genese der PF zu erfahren. Eine Assertion ist nämlich das, was von der Proposition übrig bleibt, wenn das Subjekt in einer (Subjekt-Prädikat) Proposition ausgelassen wird bzw. allgemeiner, wenn ein Terme ausgelassen wird, schreibt Russell:

The assertion is everything that remains of the proposition when the subject is omitted... (PoM, 83). An assertion was to be obtained from a proposition by simply omitting one of the terms occurring in the proposition. (PoM, 85).

Russell weist darauf hin, dass sich aber durch die bloße Auslassung kein richtiger R-Term ergeben kann. Eine Funktion ohne Terme erweist sich nämlich als nicht-identifizierbar und damit als Nicht-Entität. Entscheidend ist für Russell<sup>926</sup> daher das Vorliegen einer Variablen:

[...] in general it is impossible to define or isolate the constant element in a propositional function, since what remains, when a certain term, wherever it occurs, is left out of a proposition, is in general no discoverable kind of entity. Thus the term in question must be not simply omitted, but replaced by a *variable*. (PoM, 107)

Der Unterschied zwischen den PF und den Assertionen besteht im wesentlichen darin, dass die ersteren Variable enthalten und letztere nicht. Die Funktionsabstraktion funktioniert also

---

<sup>924</sup> "His use of the word *Begriff* does not correspond exactly to any notion in my vocabulary, though it comes very near to the notion of an assertion [...]." (PoM, 505)

<sup>925</sup> "An assertion was to be obtained from a proposition by simply omitting one of the terms occurring in the proposition" (PoM, 85). Und auch: "The assertion is everything that remains of the proposition when the subject is omitted..." (PoM, 83)

<sup>926</sup> Russell spricht wie Frege von "konstanten"<sup>926</sup> und "ersetzbaren" Teilen einer Proposition. In diesem Kontext erweist sich Russells Einteilung der R-Terme in Begriffe und Dinge als relevant.

durch Substitution der (nicht-logischen) Konstanten durch Variable, meint Russell. Dieser Ersetzungsvorgang entspricht einer Verallgemeinerung. Wenn alle Terme durch Variable substituiert sind, ist die Verallgemeinerung maximal:

We can now understand why the constants in mathematics are to be restricted to logical constants in the sense defined above. The process of transforming constants in a proposition into variables leads to what is called generalization, and gives us, as it were, the formal essence of a proposition. Mathematics is interested exclusively in *types* of propositions... So long as any term in our proposition can be turned into a variable, our proposition can be generalized; and so long as this is possible, it is the business of mathematics to do it. (PoM, 7)

Es scheint so, als ob Russells Genese der PF Ähnlichkeiten mit den Auffassungen Freges<sup>927</sup> hat. Wie wir aus der Lektüre von Appendix A wissen, ist sich Russell dessen durchaus bewusst. Nachdem einer Untersuchung von Freges Auffassungen zu Begriff, Gegenstand, Funktionen usw., erklärt er, dass Freges Funktionen keine Entitäten sind:

[...] what Frege calls a function, if our conclusion was sound, is in general a non-entity" (PoM, 508).

Entscheidend ist, dass Freges Funktionen mit demselben Makel wie Russells Assertionen behaftet sind:

What remains of the said unity when one of its terms is simply removed, or, if the term occurs several times, when it is removed from one or more of the places in which it occurs... This is what Frege calls a function." (PoM, 508).

Die Erklärung Russells ist, dass bei Freges Funktionen und seinen eigenen Assertionen keine Einheit vorliegt:

The ground for regarding the analysis into argument and function is not always possible is that, when one term is removed from a propositional concept, the remainder is apt to have no sort of unity, but to fall into a set of disjointed terms." (PoM, 509).

In Abschnitt 5.4.2. von Kapitel I habe ich die These vertreten, dass die PF für Russell letztlich die Einheit der Propositionen verkörpern. Die Einheit besteht in jener Art von Ganzheit, welche die Summe der Teile übersteigt. Eine Proposition umfasst zusätzlich zu den sie konstituierenden R-Termen die Relationen zwischen diesen - wie wir aus Kapitel I wissen. Russell meint vermutlich genau diese einheitsbildende Dimension der PF, wenn er von der Konstanz der Form spricht. In folgendem Satz stellt er klar, dass bei der Funktionsabstraktion nicht alle R-Terme, sondern nur die Terme im engeren Sinne substituiert werden:

---

<sup>927</sup> Russell unterscheidet neben Freges Funktionen 5 weitere Typen von Objekten, welche er selbst den Funktionen zurechnet. (Siehe PoM, 509)

When a given term occurs as term in a proposition, that term may be replaced by any other while the remaining terms are unchanged. The class of propositions so obtained have what may be called constancy of form... (PoM, 89)

In folgendem Absatz ist Russell expliziter und gibt uns eine quasi-grammatikalische Anleitung, durch welche Adjektive und Verben ausgeschlossen werden:

In any proposition, however complicated, which contains no real variables, we may imagine one of the terms, not a verb or adjective, to be replaced by other terms: instead of "Socrates is a man" we may put "Plato is a man", "the number 2 is a man" and so on [...]. Thus we get successive propositions all agreeing except as to the one variable term. Putting  $x$  for the variable term, " $x$  is a man" expresses the type of all such propositions. A propositional function in general will be true for some values of variable and false for others. (PoM, 56)

Wie in Abschnitt 3 von Kapitel III gezeigt werden soll, handelt es sich um hierbei um quasi-grammatikalische Kategorien. Während Frege im zitierten Absatz<sup>928</sup> zur Funktionsabstraktion deutlich von Ausdrücken bzw. Zeichen spricht, liegen die Dinge bei Russell anders. Wir wissen, dass Russell auch andernorts wenig Sorgfalt darauf verwendet, die sprachliche Ebene von der ontologischen zu trennen.

Ich habe wiederholt darauf hingewiesen - was dann in Kapitel III näher gezeigt werden soll -, dass Russell in seiner augustinschen Sprachauffassung davon ausgeht, dass dem Manipulieren von Wörtern und Ausdrücken unmittelbare Änderungen des (ontologischen und logischen) Sachverhalts entsprechen. Propositionen - und auch die Variablen - weisen nach diesem Verständnis stets sowohl eine sprachliche als auch eine ontologische Dimension auf, welche durch nicht reflektierte semantische Relationen untrennbar miteinander verbunden sind.

Mit dem Hinweis in der zweiten Zeile des oben angeführten Zitats, wonach keine Verben und Adjektive ersetzt werden können, meint Russell, dass bei der Bildung der PF in Propositionen keine als Begriffe gebrauchten Begriffe ersetzt werden dürfen. Die Begriffe gehören für Russell - wie wir festgestellt haben - nämlich zur Assertion und sind damit gewissermaßen Teil der Funktion selbst. Es bleiben also die Dinge (things) bzw. die Terme<sup>929</sup> i.e.S. (terms) übrig, was durch die Beispiele im Text bestätigt wird.

---

<sup>928</sup> "Wenn man in einer Function ein bis dahin als unersetzbar angesehenes Zeichen an einigen oder allen Stellen, wo es vorkommt, ersetzbar denkt, so erhält man durch diese Auffassungsweise ein Function, die ausser den bisherigen noch ein Argument hat. Auf diese Weise entstehen Functionen von zwei und mehr Argumenten." (Frege 1998, 17-18)

<sup>929</sup> Im Appendix diskutiert Russell über Freges Theorien, die es vorsehen, dass auch die Funktion als Variable zu behandeln werden kann. Es geht hier also um Freges Funktionen "zweiter Stufe": "Thus given any proposition, say  $f(a)$  we may consider either  $f(x)$  of the first order resulting from varying  $a$  and keeping  $f$  constant, or  $\phi(a)$ , the function of the second order got by varying  $f$  and keeping  $a$  fixed..." (PoM, 506-7). Russells eigene Typentheorie die Funktionen beliebiger Stufe vorseht, geht allerdings in eine andere Richtung. Siehe dazu Kapitel II, Abschnitt 5.6.

Im folgenden Textausschnitt wird ein Identifikationskriterium<sup>930</sup> für die Terme i.e.S. angegeben, wie wir es in Abschnitt 2.4 von Kapitel I kennengelernt haben. Russell stellt hier fest, dass die Proposition 'Socrates is human' nur einen Term<sup>931</sup> (d.i. 'Sokrates') aufweist.

It is characteristic of the terms of a proposition that any one of them may be replaced by any other entity without ceasing to have a proposition. Thus we shall say that "Socrates is human" is a proposition having only one term... (PoM, 44)

Ähnlich die Bemerkung im Appendix, welche wir in Abschnitt 2.4 von Kapitel I besprochen haben:

Given any propositional concept, or any unity (See §136), which may in the limit be simple, its constituents are in general of two sorts: (1) those which may be replaced by anything else whatever without destroying the unity of the whole; (2) those which have not this property. [...] Of the unity in question, the former class of constituents will be called *terms*, the latter *concepts*. (PoM, 508)

Wenn ich Russell auf korrekte Weise interpretiere, bedeutet, dass hinter den Begriffen<sup>932</sup> jeweils eine Funktion steckt. Diese Annahme wird dann in der Funktionstheorie ab dem Jahr 1903 noch stärker entwickelt. Russell teilt die R-Terme in FU nicht umsonst in Terme und Funktionen ein, in OMDP<sup>933</sup> hingegen in Individuen und (funktionale und nicht-funktionale) Begriffe.

Wenn für Russell feststeht, dass bei der Funktionsabstraktion nur Terme i.e.S. durch Variable ersetzt werden können, äußert er im Appendix doch einige Bedenken - wie wir gleich sehen werden.

In Russells Typentheorie - welche die Möglichkeit der Bildung von R-Termen beliebiger Stufe vorsieht - sind diese Terme i.e.S. sind als die Argumente von Funktionen erster Stufe der unterste Typus der R-Terme. Fiktive Eigennamen (z.B. "Apollo") und sogar Namen von bekannten Persönlichkeiten (z.B. "Homer") entpuppen sich in Russells späterer Analyse<sup>934</sup>

---

<sup>930</sup> (SALVA UNIT) Die Terme sind jene Konstituenten (von Propositionen), welche in den Propositionen ausgetauscht werden können, ohne dass dadurch die Einheit der Proposition verändert wird. (Die anderen Konstituenten sind die Begriffe.)

<sup>931</sup> Scheinbar wird hier Sokrates (oder auch 'Sokrates?') zu den Termen im engeren Sinne gezählt, während das Signifikat des Wortes 'human' als Begriff zwar zu den RT gerechnet wird, aber eben kein Term i.e.S. ist.

<sup>932</sup> "[...] a property, in its most general form, is a propositional function  $\phi(x)$ , such as "to be a man", "to be a rational number", "to be a root of the equation  $\sin x = 1$ ", and so on." (CI, 5). In der Ontologie von OMDP unterscheidet Russell zwischen funktionalen und nicht-funktionalen Begriffen, wobei er letztere als problematisch ansieht. In FU, einem Manuskript zwischen PoM und OMDP anzusiedeln ist, sind die Objekte (d.h. die RT) in Terme und Funktionen eingeteilt. Siehe dazu Kapitel I, Abschnitt 2.4.

<sup>933</sup> Siehe die Schemata in Kapitel I, Abschnitt 2.4. bzw. Kapitel III, Abschnitte 4 und 5.1.

<sup>934</sup> Dem ersten Typus von Namen schreibt Russell später eine Bedeutung, aber keine Denotation zu und interpretiert sie als bestimmte denotierende Begriffe (bzw. Kennzeichnungen) mit Denotationslücken. Beim zweiten Typus handelt es sich um bestimmte denotierende Begriffe ohne Denotationslücke, welche einen wirklichen Term denotieren bzw. intensional repräsentieren. Propositionen mit beiden Typen von Namen enthalten also anstelle von wirklichen Termen denotierende Begriffe, also jene intensionalen Objekte, welche eine Referenzverschiebung bewirken, sofern eine effektive Denotation vorliegt. Siehe Kapitel III, Abschnitte 5.3. und 5.5.



als Beschreibungen und damit als keine echten Terme. Damit avancieren sie zu Objekten höherer Stufe.

Entsprechend Prinzip (LS) können auch die Begriffe<sup>935</sup> als Terme auf treten. Dieser Sachverhalt findet in der Theorie von PoM ihre Entsprechung in Russells Postulat, dass Variablen einen uneingeschränkten Argumentationsbereich<sup>936</sup> haben:

Another point of difference from Frege, in which, however, he appears to be in the right; lies in the fact that I place no restriction upon the variation of the variable, whereas Frege, according to the nature of the function, confines the variable... (PoM, 506-7)

Es bleibt die Frage, wofür das Symbol ' $\phi$ ' (bzw. ' $f$ ') genau steht, wenn wir die Assertionen als nicht salonfähig einstufen. Russell drückt sich manchmal so aus, als ob das Signifikat von ' $\phi(x)$ ' eine Art komplexe Entität<sup>937</sup> darstellen würde, welche sich aus der Variablen  $x$  und dem ' $\phi$ ' zusammensetzt. Tatsächlich handelt es sich auch bei ' $\phi$ ' nach Russells Verständnis um eine Variable, allerdings nicht um eine unabhängige Variable - wie wir noch sehen werden. Beginnen wir zu Russells Untersuchung der Variablen.

### 5.3. Die Variable

Wir werden gleich sehen, dass Russell den Begriff der Variablen als zentralen Begriff der Mathematik ansieht, um ihn dann - ähnlich wie Frege - allgemeiner einzusetzen. Ich will auch zeigen, dass er die Variable als eine Art denotierenden Begriff konzipiert - und nicht als Ausdruck bzw. Platzhalter. Wir wollen dann auch auf Russells verschiedene Typen von Variablen eingehen. Beginnen wir mit Russells Bemerkungen zur Bedeutung der Variablen für die Mathematik.

Russell widmet dem Begriff der Variablen das Kapitel VIII von PoM.<sup>938</sup> Dort hebt er den zentralen Stellenwert der Variablen für die Mathematik hervor:

The variable is perhaps the most distinctively mathematical of all notions; it is certainly also one of the most difficult to understand. (PoM, 89)

The variable is, from the formal standpoint, *the* characteristic notion of Mathematics. (PoM, 90)

---

<sup>935</sup> Die Begriffe weisen nämlich eine "Doppelnatur" auf - sie können intensional und extensional auftreten: "Socrates is a thing, because Socrates can never occur otherwise than as term in a proposition. Socrates is not capable of that curious twofold use which is involved in *human* and *humanity*." (PoM, 45). Siehe Kapitel I, Abschnitte 2.4. und 2.5., sowie Kapitel III, Abschnitte 3.3 und 5.2. bis 5.2.4.

<sup>936</sup> Dies gilt im speziellen für die reine Mathematik: [...] in every proposition of pure mathematics, when fully stated, the variables have an absolutely unrestricted field: any conceivable entity may be substituted for any of our variables without impairing the truth of our proposition. (PoM, 7)

<sup>937</sup> Um die Relation zwischen Komplexen und Funktionen geht es in Abschnitt 7.3.3.

<sup>938</sup> PoM, 89-94.

Die Effektivität des Nutzens der Variablen zeigt sich Russell speziell in Zusammenhang mit den mathematischen Beweismethoden betreffend die natürlichen Zahlen<sup>939</sup>, wie die folgende Bemerkung deutlich macht:

[...] our number have now become variables instead of being constants. We now prove theorems concerning  $n$ , not concerning 3 or 4 or any other particular number. Thus it is absolutely essential to any theory of Mathematics to understand the nature of the variable.  
(PoM, 90)

Der Funktionsbegriff spielt speziell in der Mathematik eine Schlüsselrolle, da nach Russells Einschätzung erst die Funktionsanalyse<sup>940</sup> die wahre Struktur von mathematischen Aussagen offen legt, wodurch die versteckten Variablen und formale Implikationen zum Vorschein kommen. Die für die Quantoren stehenden Determinatoren 'any' und 'some' markieren die Präsenz<sup>941</sup> dieser logischen Konstanten. Russell zeigt, dass es sich bei einer banalen Addition, um eine formale Implikation handelt. Er schreibt in PoM:

[...]  $1+1=2$  appears neither to contain variables nor assert an implication. But as a matter of fact, as will be shown in Part II, the true meaning of this proposition is: "If  $x$  is one and  $y$  is one, and  $x$  differs from  $y$ , then  $x$  and  $y$  are two." And this proposition both contains variables and asserts an implication. We shall find always, in all mathematical propositions, the words *any* or *some* occur; and these words are the marks of a variable and a formal implication. [...]  
The typical proposition of mathematics is of the form " $\phi(x, y, z, \dots)$  implies  $\psi(x, y, z, \dots)$ , whatever values  $x, y, z, \dots$  may have (PoM, 6)

Obwohl Russell die technische Handhabung der Quantifikation seit Peano weitgehend zur Verfügung steht, gesteht er selbst ein, dass er in PoM nur schwer eine philosophisch bzw. metaphysisch befriedigende Theorie der Variablen anzubieten haben wird:

The notion of the variable is one of the most difficult with which Logic has to deal, and in present work a satisfactory theory as to its nature, in spite of much discussion, will hardly be found... (PoM, 5)

Bei der Analyse der Natur der Variablen und der PF geht es um wichtige philosophische Fragen, welche für Russell eine metaphysische Dimension aufweisen - wie in folgender Bemerkung angedeutet wird:

The question concerning the nature of a propositional function as opposed to a proposition, and generally of a function as opposed to its values, is a difficult one, which can only be solved by an analysis of the nature of the variable. (PoM, 264)

---

<sup>939</sup> Zahlen sind nach der Auffassung Russells Klassen von Klassen: "Numbers are classes of classes..." (PoM, 136)

<sup>940</sup> Siehe Abschnitt 3.3.5.

<sup>941</sup> Dies ist meine Übersetzung von 'are the marks of'.

Russell versteht die Quantoren jedenfalls nicht wie Frege, dessen Auffassung ihm ehr wohl bekannt war, als Funktionen zweiter Stufe<sup>942</sup>.

Frege<sup>943</sup> stuft die Variablen - wie wir wissen - als sprachliche Entitäten ein. Im der folgenden Bemerkung scheint es, als ob Russell für seine Theorie der Variablen ebenfalls eine sprachliche Perspektive vorsehen würde. Er spricht in der Fortsetzung des oben angeführten Zitats nämlich von den Ausdrücken als Konstanten, welche ein bestimmtes Objekt denotieren<sup>944</sup>:

[...] but a proposition, any proposition, some proposition, are not constants; for these phrases do not denote one definite object. And thus what are called parameters are simply variables.

(PoM, 6)

Tatsächlich sollte sich die Sichtweise der Variablen als sprachlichen Ausdrücken erst durchsetzen, sobald Russell seine Theorie der denotierenden Begriffe aufgibt. In OD analysiert Russell die denotierenden Ausdrücke dann mit seiner neuen Denotationstheorie im Sinne einer funktionalen Analyse.

Wenn Russell im Folgenden behauptet, dass die Variable eine logische Entität ist, bedeutet dies, dass sie eine (intensionale) Struktur aufweist:

It appears from the above discussion that the variable is a very complicated logical entity, by no means easy to analyze correctly.

Russells Frage nach der Natur<sup>945</sup> der Variablen legt nahe, dass seine philosophische Analyse, neben einer semantischen und syntaktischen Komponente auch eine metaphysische Dimension einschließt. Russell präsentiert die folgende Analyse der Variablen als "nahezu korrekt". Dabei geht er von ein PF  $\phi(x)$  aus, welche man durch Substitution einer Konstanten durch die Variable  $x$  erhält.  $\phi(x)$  steht nach dem Verständnis Russells<sup>946</sup> für die Klasse aller Propositionen und nicht nur für jeweils eine Proposition. Dann definiert er eine PF, welche für alle Argumente gültig ist, als formale Wahrheit. Wenn  $\phi(x)$  manchmal in eine wahre Proposition übergeht, dann - so Russells Konvention - existiert<sup>947</sup> die Klasse  $\phi(x)$ .

---

<sup>942</sup> "[...] the assertion of existence in the mathematical sense is a function of the second order..." (PoM, 506)

<sup>943</sup> Siehe Abschnitt 4.3.

<sup>944</sup> Russell verwendet 'denotieren' selbst auf mehrdeutige Weise, wie in Kapitel IV, Abschnitt 1.2. gezeigt werden soll. Hier kann nicht die privilegierte Bedeutung im Sinne der "logischen Denotation" (Abschnitt 1.2.2.) intendiert, wonach Begriffe bestimmte Terme denotieren, sondern eher so etwas, was er später als "Designation" (Abschnitt 1.2.5.) bezeichnet.

<sup>945</sup> PoM, 5.

<sup>946</sup> "It is to be observed that what is fundamental is not particular propositional functions, but the class-concept propositional function." (PoM, 92)

<sup>947</sup> Zu den zwei Arten von Existenz siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.4.2.

The following appears to be as nearly correct as any analysis I can make. Given any proposition (not a propositional function), let  $a$  be one of its terms, and let us call the proposition  $\phi(a)$ . Then in virtue of the primitive idea of a propositional function, if  $x$  be any term, we can consider the proposition  $\phi(x)$ , which arises from the substitution of  $x$  in place of  $a$ . We thus arrive at the class of all propositions  $\phi(x)$ . If all are true,  $\phi(x)$  is asserted simply:  $\phi(x)$  may then be called a *formal* truth. In a formal implication,  $\phi(x)$ , for every value of  $x$ , states an implication, and the assertion of  $\phi(x)$  is the assertion of a *class* of implications, not of a single implication. If  $\phi(x)$  is sometimes true, the values of  $x$  which make it true form a class, which is the class defined by  $\phi(x)$ : the class is said to exist in this case. If  $\phi(x)$  is false for all values of  $x$ , the class defined by  $\phi(x)$  is said not to exist ... [...].(PoM, 93)

Russell erläutert hier demnach seine Quantifikationstheorie<sup>948</sup>, wobei dem Allquantor der Determinator 'any', dem Existenzquantor 'some' entspricht. An dieser Stelle offenbart sich die ontologische Dimension der Russell'schen Variablen. Die Variablen werden von Russell nämlich in der Art der denotierenden Begriffe<sup>949</sup> vorgestellt, wie folgender Absatz deutlich macht. Dabei erweist sich die Theorie der Variablen als zur Denotationstheorie gehörig. Hier folgt der ganze Absatz in Russells Worten:

Thus  $x$  is, in some sense, the object denoted by *any term*; yet this can hardly be strictly maintained, for different variables may occur in a proposition, yet the object denoted by *any term*, one would suppose, is unique. This, however, elicits a new point in the theory of denoting, namely that *any term* does not denote, properly speaking, an assemblage of terms, but denotes one term, only not one particular definite term. Thus any term may denote different terms in different places. [...]. Thus variables have a kind of individuality. (PoM, 94)

Wenn die Variablen - wie Russell hier behauptet - eine Art von Individualität aufweisen, so müssen sie aufgrund des Termbegriffs in PoM als eine Art von R-Termen gelten. Wir werden sehen, dass sie Russell in der Art der denotierenden Begriffe versteht. Die Denotation<sup>950</sup> ist eine logische Relation<sup>951</sup> zwischen (nicht-sprachlichen) R-Termen, genauer - zwischen einem komplexen (strukturierten) Begriff und einem (oder mehreren) einfachen (nicht-strukturierten) Term(en). Die Theorie der Variablen setzt die Theorie der denotierenden Begriffe voraus, wie Russell bemerkt:

---

<sup>948</sup> "There is, in fact, a kind of duality of *any* and *some*: given a certain propositional function, if *all* terms belonging to the propositional function are asserted, we have *any*, while if one at least is asserted (which gives what is called an existence-theorem), we get *some*." (PoM, 92)

<sup>949</sup> Auch Klement vertritt so eine Interpretation: "The whole theory of definition, of identity, of classes, of symbolism, and of the variable is wrapped up in the theory of denoting. The notion is a fundamental notion of logic, and, in spite of its difficulties, it is quite essential to be as clear about it as possible." (Klement 2010a, 645)

<sup>950</sup> Zu den verschiedenen Verwendungen Russells von "Denotation" siehe Kapitel IV, Abschnitt 1.2.

<sup>951</sup> "But the fact that description is possible [...] is due to a logical relation between some concepts and some terms, in virtue of which such concepts inherently and logically *denote* such terms." (PoM, 53)

The variable, in short, requires the indefinable notion of *any* which was explained in Chapter V. (PoM, 90)

Russell ist an anderer Stelle noch etwas ausführlicher. Neben 'any' werden die PF und die Denotation vorausgesetzt:

[...] in addition to propositional functions, the notion of *any* and of denoting are presupposed in the notion of the variable. (PoM, 89)

Die denotierenden Begriffe werden in PoM - wie noch zu zeigen sein wird - als spezielle Begriffe aufgefasst, welche in der Semantik von PoM<sup>952</sup> als einzige über Bedeutung verfügen. Ich vertrete in Kapitel III die These, dass allen sprachlichen Ausdrücken - mit Ausnahme der denotierenden Ausdrücke - entsprechend Russells universellem Referenzialismus<sup>953</sup> in PoM zwar eine Referenz, aber keine Bedeutung zukommt.

Die Denotation wird erst mittels der (intensionalen) Bedeutung der denotierenden Begriffe ermöglicht und ist gilt daher als eine genuin logische Funktion<sup>954</sup>. Während Russell diese spezielle semantische Funktion in PoM<sup>955</sup> erklärtermaßen nicht analysiert, erprobt er ab Mai 1903 verschiedene Versionen einer Theorie von Bedeutung und Referenz, welche in seine Funktionstheorie integriert werden. Dabei werden die semantischen Grundannahmen von PoM teilweise abgewandelt bzw. weiterentwickelt, wie ich in Kapitel III noch zeigen werde.

Die Schwierigkeiten für das philosophische Verständnis der Variablen ergeben sich demnach zumindest teilweise aus den Schwierigkeiten von Russells Denotationstheorie. So ist sich Russell in PoM über die Struktur der denotierenden Begriffe<sup>956</sup> nicht im Klaren. Insbesondere bleibt für ihn die Beziehung zwischen dem Quantor 'all' und dem Begriff der Klasse<sup>957</sup> 'men' im Dunkeln. Er schreibt in PoM:

The word *all* has certainly some definite meaning, but it seems highly doubtful whether it means more than the indication of a relation. "All men" and "all numbers" have in common the fact that they both have a certain relation to a class-concept, namely to *man* and *number* respectively. But it is very difficult to isolate any further element of *all-ness* which both share, unless we take as this element the mere fact that both are concepts of classes. (PoM, 72)

Hier erweist sich die dekompositionale Analyse<sup>958</sup> im Falle der denotierenden Begriffe als unbrauchbar. Der denotierende Begriff 'all u's' - was übrigens auch für die anderen

---

<sup>952</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.5.4. und Kapitel III, Abschnitte 3.4. und 3.5.

<sup>953</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 2.

<sup>954</sup> "But the fact that description is possible [...] is due to a logical relation between some concepts and some terms, in virtue of which such concepts inherently and logically *denote* such terms." (PoM, 53)

<sup>955</sup> "In a full discussion, it would be necessary also to discuss the denoting concepts; the actual meanings of these concepts, as opposed to the nature of the concepts they denote, have not been discussed above. But I do not know that there would be anything further to say on this topic." (PoM, 65)

<sup>956</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.5.4.

<sup>957</sup> Der Begriff 'der Klasse' ("Begriff der Klasse") ist ein spezieller denotierende Begriff, der die Klasse als vieles denotiert. Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.2.2.

<sup>958</sup> Siehe Abschnitt 3.3.3.

denotierenden Begriffe gilt - lässt sich nicht als Komplex in 'all' und 'u' zerlegen. Die denotierenden Begriffe unterliegen also nicht einem Kompositionalitätsprinzip für Bedeutungen. In Russells Worten:

It would seem, then, that "all u's" is not validly analyzable into *all* and *u*, and that language, in this case as in some others, is a misleading guide. The same remark will apply to *every*, *any*, *some*, *a*, and *the*." (PoM, 72-73)

Russell relativiert mit dieser Bemerkung seine (augustinische) Sprachauffassung, wonach jedem sprachlichen Ausdruck eine Russell'sche Bedeutung (meaning) zugeordnet ist. Tatsächlich sollte Russell diese Sprachauffassung in OD definitiv aufgeben, wobei es wider die denotierenden Begriffe sind, welche den Ausschlag geben sollten. Wichtig ist die Tatsache, dass Russell die denotierenden Begriffe nach PoM definitiv nicht anhand der dekompositionalen Analyse, sondern anhand der funktionalen Analyse - nämlich als DF - zerlegen sollte. Kommen jedoch zu seiner Analyse der Variablen in PoM zurück.

In welcher Form die Analyse 'any' zur Erklärung der Variablen beitragen kann, ist ein schwieriges Thema. Russell identifiziert die Variable mit dem Objekt, welches durch *any term* denotiert wird:

The *x* is, in some sense, the object denoted by *any term*; yet this can hardly be strictly maintained, for different variables may occur in a proposition, yet the objects denoted by *any term*, one would suppose, is unique. This, however, elicits a new point in the theory of denoting, namely that *any term* does not denote, properly speaking, an assemblage of terms, but denotes one term, only not one particular term. Thus *any term* may denote different terms in different places. (PoM, 94)

Man kann davon ausgehen, dass sich Russells hier mit 'any term'<sup>959</sup> nicht auf den Ausdruck, sondern den entsprechenden denotierenden Begriff bezieht. An dieser Stelle sei daran erinnert, dass Russell bereits bei der Einführung seines Termbegriffs auf dessen Bedeutung für die Quantifikations- bzw. Denotationstheorie hingewiesen hat:

*Term* is therefore, a useful word, since it marks dissent from various philosophies, as well as because, in many statements, we wish to speak of *any term* or *some term*. (PoM, 44)

Wir werden sehen, dass neben 'any' und 'some' in der Mathematik laut Russell vor allem der Quantor 'the' von essentieller Bedeutung ist, auch wenn der entsprechende Determinator nicht explizit vorliegt.<sup>960</sup> Tatsächlich ist für Russell die eindeutige Denotation (unambiguous

---

<sup>959</sup> Vergleiche mit folgendem Auszug aus "On Fundamentals" (kurz 'OF') aus dem Jahre 1905: "*Anything* seems to be exactly the same as *the variable*. When we say " $\phi$ anything", we say just the same as when we say " $\phi x$ "." (OF, 387). In der Fortsetzung verweist Russell wie oben auf die Denotation: "One view, which is *perhaps* possible, is that *x* does not *mean* anything at all, but only *denotes*. There is some difference in use between *x* and *anything*; ...."

<sup>960</sup> "In most actual definitions of mathematics, what is defined is a class of entities and the notion of *the* does not explicitly appear. But even in this case, what is really defined is *the* class satisfying certain conditions; for a

denotation) von diesem denotierenden Begriff abhängig. Die enge Relation zwischen der Denotation und den Funktionen wird vor allem in Kapitel V von PoM weiter ausgeführt. Es steht fest, dass die Quantoren für den frühen Russell - anders als bei Frege - keineswegs Begriffe zweiter Stufe<sup>961</sup> sind, sondern auf einer Ebene mit allen anderen Begriffen stehen. Es wurde schon erwähnt, dass die Variablen bei Russell nicht als Platzhalter zu verstehen sind. Die Interpretation, dass die (wahre) Variable den Term jeder beliebigen PF repräsentiert, in den sie durch die Ersetzung übergeht, trifft Russells Intention demnach nicht zu.

Wenn Russell die Variablen als eine Art denotierende Begriffe versteht, müsste auch für sie das Prinzip (AS) zur Referenzverschiebung gelten. Zur Referenzverschiebung bei den denotierenden Begriffen meint Russell in Kapitel V von PoM:

A concept denotes when, if it occurs in a proposition, the proposition is not about the concept, but about a term connected in a certain peculiar way with the concept. If I say "I met a man", the proposition is not about a man, this is a concept which does not walk the streets, but lives in the shadowy limbo of the logic-books. What I met was a thing, not a concept, an actual man with a tailor and a bank-account or a public-house and a drunken house. (PoM, 53)

An anderer Stelle bringt Russell die Referenzverschiebung der denotierenden Begriffe tatsächlich in Verbindung mit der Variablen und der damit verknüpften für die Mathematik konstitutiven Generalisierung:

Moreover it [the variable, meine Hinzufügung] is the method of stating general theorems... [...]. That the meaning of an assertion about all men or any men is different from the meaning of an equivalent assertion about the concept *man*, appears to me, I must confess, to be a self-evident truth, as evident as the fact that propositions about John are not about the *name* John. (PoM, 90)

Wenn wir die Variable als eine Art von denotierenden Begriff auffassen, ergibt sich folgendes Bild. Demnach müsste es sich bei der Variablen wie bei den denotierenden Begriffen um eine intensionale Entität handeln, während der von der Variablen denotierte R-Term kein Begriff, sondern ein Ding<sup>962</sup> ist. Was die Problematik der Referenz angeht, müsste eine PF wie 'x is a man' gewissermaßen alle Terme der Klasse<sup>963</sup> der Männer zum logischen Subjekt haben. Einen Beleg dafür lässt sich auch durch eine andere Überlegung gewinnen.

---

class [...] is always a term or conjunction of terms and never a concept. Thus the notion of *the* is always relevant in definitions; and we may observe generally that the adequacy of concepts to deal with things is wholly dependent upon the unambiguous denoting of a single term which this notion gives." (PoM, 63)

<sup>961</sup> Russell gibt Freges Auffassungen (Gg.44) zum Existenzquantor folgenderweise wieder: [...] the assertion of existence in the mathematical sense is a function of the second order... (PoM, 506)

<sup>962</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.4.

<sup>963</sup> Die nicht unproblematische Verbindung zwischen einer PF und der dazugehörigen Klasse wird durch den Begriff 'such that' hergestellt. Siehe dazu den nächsten Abschnitt.

Wenn Russell die PF in PoM<sup>964</sup> nämlich als Konjunktion von Propositionen interpretiert, dann müsste sich die Referenz der PF aus der Summe der Referenz der einzelnen Propositionen ergeben. Die Referenz der PF 'x is a man' besteht demnach in der Klasse (als Vieles) aller Männer. Wie wir noch sehen werden, ist der Definitionsbereich der Variablen nach Russells Verständnis zu dieser Zeit uneingeschränkt.

In der Zusammenfassung von Kapitel X finden wir eine Bestätigung unserer Annahme, wenn Russell behauptet, dass die Variable als Term anzusehen ist, und dass er das logische Subjekt all jener Propositionen stellt, welche von der vorliegenden PF denotiert werden. So deute ich zumindest die folgende Bemerkung:

We agreed that a variable is any term *quâ* term in a certain propositional function; [...] A variable, we said, is *the* term in *any* proposition of the set denoted by a given propositional function. (PoM, 107)

Russell identifiziert hier die Variable also mit jeglichem Term *quâ* Term bzw. mit dem Term in jeglicher Proposition.

Um Russells Auffassung der Variablen näher zu kommen, müssen wir auf den Begriff der Mehrdeutigkeit (ambiguity)<sup>965</sup> zu sprechen kommen. Eine Konstante - so heißt es in Abschnitt zur Definition der reinen Mathematik - muss etwas absolut Bestimmtes sein, wobei keinerlei Mehrdeutigkeit gegeben ist. Die Mehrdeutigkeit der Variable besteht hingegen darin, dass ein nicht-bestimmtes Objekt denotiert wird. In Russells Worten:

A constant is to be something absolutely definite, concerning which **there is no ambiguity whatever [meine Hervorhebung]**. [...] but a proposition, any proposition, some proposition, are not constants; for these phrases **do not denote one definite object**. And thus what are called parameters are simply variables. (PoM, 6)

Ein Vergleich mit einem Aufsatz aus dem Jahre 1910 zeigt, dass Russell wesentliche Teile seiner Terminologie von PoM zur Variablen bis PM beibehalten hat. Noch in "The Theory of Logical Types" (kurz 'TLT') erklärt er, dass die Mehrdeutigkeit das wesentliche Merkmal einer Funktion ist:

It seems to me, however, that the **essential characteristic of a function is ambiguity**. [...] We appear [im Falle des Beispiels 'A is A'; meine Anmerkung] to have a single thought which does **not** have **a definite object**, but has as its object **an undetermined one [meine Hervorhebungen]** of the values of the function 'A is A'. (TLT, 217)<sup>966</sup>

---

<sup>964</sup> Siehe PoM, 91.

<sup>965</sup> Siehe Abschnitt 6.2.

<sup>966</sup> Vergleiche mit folgender Definition der PF aus dem Jahre 1903: "A propositional function is a dependent variable which has only propositions for its values." (OMD, 355)



Analog zur eben zitierten Stelle aus PoM, gibt es in TLT eine Stelle, in der Russell in Bezug auf die PF den Ausdruck 'ambiguously denotes' verwendet. Ich will diese etwa 8 Jahre später verfasste, aber dem Wortlaut nach ähnliche Textstelle<sup>967</sup> anführen, weil Russells Erklärung hier etwas deutlicher<sup>968</sup> wird:

When we say that ' $\phi x$ ' ambiguously denotes  $\phi a, \phi b, \phi c$ , etc., we mean that ' $\phi x$ ' means one of the objects  $\phi a, \phi b, \phi c$ , etc., though **not a definite one, but an undetermined one** [meine Hervorhebungen]. (TLT, 217)

Auf den ersten Seiten von PoM stellt Russell die Variablen den Konstanten gegenüber. Als Beispiele für Konstanten führt er zunächst einzelne Zahlen<sup>969</sup> (1) bzw. Personen (Sokrates) an, dann den Klassenbegriff 'man' und eine Klasse als Eines (the human race).<sup>970</sup> Zuletzt nennt er noch einige Begriffe, wobei er hier keine Anführungszeichen oder Kursivschrift verwendet, um Erwähnungen anzuzeigen:

The distinction between a variable and a constant is somewhat obscured by mathematical usage. It is customary, for example, to speak of parameters as in some sense constants, but this is a usage which we shall have to reject. A constant is to be something absolutely definite, concerning which there is no ambiguity whatever. Thus 1, 2, 3,  $e$ ,  $\pi$ , Socrates, are constants; and so are *man*, and the human race, past, present and future, considered collectively. Proposition, implication, class, etc. are constants; (PoM, 6)

Wieder drängt sich die Frage auf, ob es sich bei dieser Kennzeichnung der Konstanten als bestimmtes Objekt die sprachlichen Zeichen oder die R-Termen selbst meint. Da keine speziellen Anführungszeichen für Zeichen ausgewiesen und gesetzt werden, suggeriert diese Stelle, dass eine Konstante zu den R-Termen gehört und nicht zu den Signifikanten der R-Terme.

Wir wollen nun einige Bemerkungen Russells zur Historie des Funktionsbegriffs und der Variablen berücksichtigen und Russells Theorie historisch einordnen.

Russell distanziert sich zunächst von einer ursprünglichen "dynamischen" Auffassung der Variablen, wie sie etwa zu Beginn der Neuzeit von verschiedenen Forschern vertreten wurde. Möglicherweise denkt er hier an die Fluxionen<sup>971</sup> Newtons oder Leibniz' Differenziale. Während es beiden Erfindern der Infinitesimalrechnung zu Lebzeiten anscheinend nicht gelungen ist, die Analysis auf philosophisch befriedigende Weise zu interpretieren, ist es -

---

<sup>967</sup> Vergleiche mit dem weiter unten angeführten Zitat aus PoM, 94.

<sup>968</sup> Vergleiche mit folgender Stelle: "[...] the proposition  $f(x)$  is a conjunction of just as many propositions as there are terms in the class of terms such that  $f(x)$  is true." (CP3, 206) und: "A propositional function is the class of all propositions which arise from the variation of single term..." (PoM, 92-93)

<sup>969</sup> Zahlen sind für Russell Klassen von Klassen: "Numbers are classes of classes..." (PoM, 136). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.2.3. zu den "kardinalen Propositionen".

<sup>970</sup> Siehe dazu Kapitel I, Abschnitt 3.2.2.

<sup>971</sup> Russell erwähnt diesen Terminus übrigens in Zusammenhang mit Kant Theorien über Raum und Zeit. Siehe PoM, 259.

wie aus dem Abriss über die Geschichte der Analysis und des Funktionsbegriffs hervorgeht - zuerst Euler<sup>972</sup> gelungen, die Grundlegung der Analysis durch die Einführung des modernen Funktionsbegriffs zu bereichern.

Seit Euler sind nicht mehr die ontologisch problematischen Differenziale der Gegenstand der Analysis (bzw. der "Differentialrechnung", wie sie in der Physik und Technik noch heute heißt), sondern deren Quotienten, d.h. der Funktionen. Dadurch rückte der Funktionsbegriff - wie oben gezeigt wurde - in das Zentrum der Analysis. Der allgemeine Funktionsbegriff wurde hingegen wenig später von Dirichlet formuliert, auf den dann unter anderem Lagrange, Cauchy und Dedekind aufbauen konnten.

Wenn Russell sich von der ursprünglichen dynamischen Variablen distanziert und behauptet, dass die Variable längst keine Art arithmetischer Proteus mehr ist, lehnt er demnach die Auffassungen ab, wie sie vor Euler vertreten wurden:

Originally, no doubt, the variable was conceived dynamically, as something which changed with the lapse of time, or, as is said, as something successively assumed all values of a certain class. This view cannot be too soon dismissed. If a theorem is proved concerning  $n$ , it must not be supposed that  $n$  is a kind of arithmetical Proteus, which is 1 on Sundays and 2 on Mondays, and so on. (PoM, 90)

Russell kritisiert, dass die Variable der Arithmetik mit der Klasse (als Vieles) der natürlichen Zahlen gleichgesetzt wird, um dann auf seine Denotationstheorie hinzuweisen. Der Punkt ist, dass 'any numbers' - und damit auch die Variable  $n$  - für Russell eine von der Klasse (als Einheit und als Vielheit) der natürlichen Zahlen verschiedene Entität ist. Er meint in PoM:

Nor must it be supposed that  $n$  simultaneously assumes all its values. [...] In fact,  $n$  just denotes *any* number, and this is something quite distinct from each and all of the numbers. It is not true that 1 is any number, though it is true that whatever holds of any number holds of 1. The variable, in short, requires the indefinable notion of *any* which was explained in Chapter V. (PoM, 90)

Dass die Variable nicht der Reihe nach die natürlichen Zahlen durchlaufen kann, folgt aus Russells Termbegriff, welcher den Grundpfeiler seines atomistischen Realismus ausmacht. Alle R-Terme sind nämlich unwandelbar und unzerstörbar<sup>973</sup>, wie es in PoM heißt.

Ähnlich folgende Erklärung Russell zu 'any', der realen Variablen und den PF:

---

<sup>972</sup> Die Mathematik ist für Euler eine Wissenschaft der Größen, wobei eine Größe "alles [ist], was einer Vermehrung oder Verminderung fähig ist" (zitiert nach Jahnke (1999): 134). Begriffe wie Zeit, Masse, Kraft waren solche Größen und wurden in Rechnungen durch Buchstaben repräsentiert. Euler dachte somit an Zahlgrößen und nicht mehr an geometrische Größen. Nicht die ontologisch heiklen Differenziale sind laut Euler der Gegenstand der Differentialrechnung, sondern deren Quotienten, d.h. die Funktionen. Dadurch rückte der Funktionsbegriff in das Zentrum der Analysis. Siehe Kapitel II, Abschnitt 4.1 und 4.2.

<sup>973</sup> "[...] every term is immutable and indestructible. What a term is, it is, no change can be conceived in it which would not destroy its identity and make it another term." (PoM, 44)

[...] a propositional function, where the variable is real, represents *any* proposition of a certain form, not *all* such propositions (see 59-62). There is, for each propositional function, an indefinable relation between propositions and entities, which may be expressed by saying that all the propositions have the same form, but different entities enter into them. It is this that gives rise to propositional functions. (PoM, 29)

Wenngleich Russell auf Eulers<sup>974</sup> Funktionsbegriff aufbaut, geht sein Verständnis der Funktionen zugleich über jenes Eulers hinaus, dass da die Argumente und Werte der Funktionen bei Russell nicht Zahlen sein müssen. Obwohl bei Euler durchaus eine sehr allgemeine Definition des Funktionsbegriffs zu finden ist, waren für diesen, anders als für die Logizisten Russell und auch Frege, Funktionen stets Zahlengrößen. Die Zahlen werden von Russell nicht als R-Terme, sondern als Klassen von Klassen aufgefasst. Da die Denotation als Standardmethode zur Manipulation der Klassen gilt, erweist sich die Arithmetik als Spezialfall.

Von grundlegender Bedeutung für Russells Funktionstheorie ist seine Unterscheidung zwischen den wirklichen (real) bzw. unabhängigen und den scheinbaren (apparent) Variablen, welche er von Peano übernommen hat. Russell spricht manchmal anstelle von der wirklichen Variablen auch von der wahren bzw. formalen Variablen (true or formal variable), während er die scheinbare Variable auch "abhängige" (dependent bzw. restricted) Variable nennt.

'Any Term' bzw. das 'x' sind - wie wir gleich sehen werden - für Russell Beispiele für solche unabhängigen Variablen, wobei das 'x' als **die** Variable ("*the* variable") schlechthin gilt und in den formalen Bereichen vorkommt. Die PF hingegen sind für Russell abhängige Variable, wobei der Quantifikationsbereich bei diesen eingeschränkt ist, insofern die Quantifikation auf die Terme einer bestimmten Klasse beschränkt ist. Die wichtigsten weil grundlegenden Funktionen sind laut PoM eben die PF<sup>975</sup>, welche Propositionen und keine Zahlen als Werte haben. Sie sind demnach eher so etwas wie metaphysische Abbildungen von Termen auf Propositionen - wie wir noch näher sehen werden. Kommen wir nun zu Russell Definitionen der verschiedenen Typen von Variablen:

We may distinguish what may be called the true or formal variable from the restricted variable. *Any term* is a concept denoting the true variable; if *u* be a class not containing all terms, *any u* denotes a restricted variable. The terms included in the object denoted by the defining concept of a variable are called the *values* of the variable: thus every value of variable is a constant. [...] The *x* in  $\phi(x)$ , where  $\phi(x)$  is a propositional function, is an unrestricted variable; but the  $\phi(x)$  itself is restricted to the class which we may call  $\phi$ . [...] By

---

<sup>974</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 4.1. und 4.2.

<sup>975</sup> "Thus a very important class of functions are propositions containing a variable\*." (PoM, 263)

\*These are what in Part I we called propositional functions.

making our  $x$  always an unrestricted variable, we can speak of *the* variable, which is conceptually identical in Logic, Arithmetic, Geometry and all other formal subjects. (PoM, 91)

Während die abhängigen Variablen<sup>976</sup> einen begrenzten Definitionsbereich<sup>977</sup> aufweisen, sind die unabhängigen Variablen auf keinen bestimmten Argumentbereich beschränkt. Russell sieht die unabhängigen Variablen daher gewissermaßen als die Terme der reinen Mathematik an:

[...] in every proposition of pure mathematics, when fully stated, the variables have an absolutely unrestricted field: any conceivable entity may be substituted for any of our variables without impairing the truth of our proposition. (PoM, 7)

Mehr dazu gibt es im Abschnitt über die PF. Nun kommen wir zu den verschiedenen Arten von Funktionen, wie sie Russell in PoM entwickelt. Anschließend soll Russells Typentheorie aus PoM kurz besprochen werden, da eine ähnliche Theorie auch für die Funktionen Gültigkeit haben müsste.

## 5.4. Arten von Funktionen

### 5.4.1. Einleitung 264

### 5.4.2. Die propositionalen Funktionen 265

### 5.4.3. Die nicht-propositionalen Funktionen 278

### 5.4.4. Typentheorie 282

#### 5.4.1. Einleitung

Im folgenden Abschnitt sollen Russells Bemerkungen aus PoM zu den verschiedenen Funktionen besprochen werden. Dabei wird deutlich, dass neben dem Begriff der propositionalen Funktionen und den nicht-propositionalen Funktionen (den DF) in PoM immer wieder auch ein allgemeiner Funktionsbegriff auftaucht.

Wir wissen, dass Russell den Funktionsbegriff wie Frege auch außerhalb der Mathematik verwendet. Als Beispiel für nicht-mathematische Funktionen erwähnt er in PoM die Wörterbücher, welche Wörter in einer Sprache in Wörter in der anderen Sprache abbilden:

Other instances of non-numerical functions are afforded by dictionaries... (PoM, 264)

Obwohl Russell in PoM kaum mit einem allgemeinen Funktionsbegriff arbeitet, definiert er die allgemeinen Funktionen<sup>978</sup> als die rechtseindeutigen Relationen:

---

<sup>976</sup> "A propositional function is a dependent variable which has only propositions for its values." (OMD, 355)

<sup>977</sup> "But the  $\phi x$  itself is restricted to the class which we may call  $\phi$ ." (PoM, 91)

<sup>978</sup> Dass der Begriff der PF beim Relationsbegriff bzw. dem allgemeinen Funktionsbegriff vorausgesetzt ist, wird klar, wenn man die einstellige Funktionen allgemein als rechteindeutige Relationen zwischen zwei Termen  $x$  und  $a$  versteht, wobei ' $x$  is an  $a$ ' den Begriff 'such that' und eine propositionale Struktur enthält. Siehe auch Abschnitt 2.1. zum allgemeinen Funktionsbegriff siehe Abschnitt 7.3.2.

[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has only one relatum, defines a function: the relatum is that function of the referent which is defined by the relation in question. (PoM, 83).

Aus dem Abschnitt 4.1. von Kapitel I über die Relationen wissen wir, dass Russell die allgemeinen Funktionen mit den rechtseindeutigen Relationen<sup>979</sup> nahezu identifiziert. An anderer Stelle nennt der den Funktionsbegriff<sup>980</sup> unter den relationalen Begriffen.

Daher drängt sich die in Abschnitt 5 von Kapitel I gestellte Frage wieder auf, ob die Relationen oder die Funktionen als grundlegend angenommen werden sollen. Die Gleichsetzung des Funktionsbegriffs mit dem Relationsbegriff ist laut Russell anscheinend eine Angelegenheit der Pragmatik und gilt für die meisten Zwecke. Was die metaphysisch-logische Fundierung angeht, kommt Russell in Kapitel VII zum Ergebnis, dass der Funktionsbegriff<sup>981</sup> grundlegender als der Relationsbegriff<sup>982</sup> ist, weshalb er vorschlägt, Relationen als Funktionen aufzufassen:

For most purposes, it is convenient to identify the function and the relation, *i.e.*, if  $y = f(x)$  is equivalent to  $xRy$ , where  $R$  is a relation, it is convenient to speak of  $R$  as the function [...]. (PoM, 264)

Dem allgemeinen Funktionsbegriff kommt speziell in der Mathematik keine allzu große Bedeutung zu, wie er in PoM meint:

But this most general idea of function is of little use in mathematics. (PoM, 263)

Als wichtig erweist sich in diesem Kontext die folgenreiche Unterscheidung zwischen den PF und den herkömmlichen, mathematischen Funktionen. Da letztere laut Russell durch die Denotation geprägt sind, spricht Russell später von den denotierenden Funktionen, den DF. Wie bereits deutlich wurde, schenkt Russell den PF in PoM ungleich mehr Bedeutung, da er sie für grundlegender als die Relationen und die anderen Funktionen hält. Wie wir gleich sehen werden, entdeckt Russell die DF aber bereits in PoM. Kommen wir zuerst zu den PF.

## 5.4.2. Die propositionalen Funktionen (PF)

### 5.4.2.1. Historischer Ausblick 266

### 5.4.2.2. Einführung der PF 269

### 5.4.2.3. Die PF definieren Eigenschaften bzw. Klassen 271

### 5.4.2.4. Die PF sind injektiv, deren Werte enthalten die Argumente als Konstituenten 275

---

<sup>979</sup> "In its most general form, functionality does not differ from relation." (PoM, 263)

<sup>980</sup> "For this reason, the definitions of a function<sup>[...]</sup> and of other essentially relational notions are defective. But this defect is easily remedied by applying, in the manner explained above, the principles of the *Formulaire* to the logic of relations. [...]" (PoM, 32)

<sup>981</sup> "[...] the idea of functionality is more fundamental than that of relation." (PoM, 264)

<sup>982</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.3.

#### 5.4.2.1. Historischer Ausblick

Laut M. Beaney taucht der Terminus 'propositional function' erstmals um den 3. Mai 1902 in einem Entwurf Russells zu PoM auf.<sup>983</sup> Den ideengeschichtlichen Hintergrund für die Geburt dieses Begriffs stellt mit einiger Sicherheit Russells Zusammentreffen mit Peano auf dem Kongress in Paris im Jahre 1900. In den älteren Entwürfen finden sich anscheinend keinerlei Hinweise oder Nennungen von PF.

Der unmittelbar nach dem Kongress verfasste Teil I stellt laut Beaney "den ersten Versuch dar, das logische System zu erklären, welches er bei Peano kennen gelernt hatte, und für seine Zwecke entwickelt hat."<sup>984</sup> Allerdings findet sich der Terminus 'propositional function' auch hier noch nicht. Der zentrale Begriff ist der der 'logischen Variablen'<sup>985</sup>, wobei nicht nur mathematische Objekte, sondern prinzipiell alle R-Terme eingesetzt werden können.

Bei 'x is an a' handelt es sich dann um den Ausdruck, welcher wenige Monate darauf durch 'propositional function' ersetzt werden sollte. Russell bemerkt, dass 'x is an a' als 'f(x)' geschrieben werden kann, wobei er  $f(x)$  als Konjunktion<sup>986</sup> jener Propositionen versteht, welche nach Einsetzung eines Terms in  $f(x)$ , in wahre Propositionen übergehen. In PoM gibt es eine Stelle, wo er PF als Klassen<sup>987</sup> von Propositionen definiert. Erst in der Endfassung von PoM findet sich, nach der sonst im Wesentlichen aus obigem Entwurf wortwörtlich übernommenen Passage, folgende Aussage:

$f(x)$  is not a proposition at all but a propositional function. (PoM, 29)

Russell formuliert seine Kritik an Peano erst in der Endfassung in Hinblick auf dessen mangelhafte Unterscheidung zwischen den propositionalen Funktionen und den Propositionen. Für Russell sind nur die wirklichen Propositionen Wahrheitsträger, während propositionalen Funktionen so etwas Aussageformen sind, welche freie Variable enthalten. Russell hebt nach der Kritik sogleich hervor, dass auch für Peano die PF im Vordergrund standen:

Peano, like McColl, at first regarded propositions as more fundamental than classes, but he, even more definitely, considered propositional functions rather than propositions. (PoM, 13)

---

<sup>983</sup> Beaney (2009), 9 -10.

<sup>984</sup> Beaney (2009), 9. [meine Übersetzung]

<sup>985</sup> Vergleiche mit folgender Definition aus OMD: "A propositional function is a dependent variable which has only propositions for its values." (OMD, 355)

<sup>986</sup> "[...] the proposition  $f(x)$  is a conjunction of just as many propositions as there are terms in the class of terms such that  $f(x)$  is true." (CP3, 206)

<sup>987</sup> "A propositional function is the class of all propositions which arise from the variation of single term..." (PoM, 92-93). Siehe auch PoM, 19.

Der Punkt ist, dass die PF den Propositionen zunächst ähnlich scheinen und man annehmen können, dass sie wie ebenfalls Wahrheitsträger sind und auch andere PF implizieren können, was Russell aber dezidiert verneint<sup>988</sup>. Er schreibt in PoM:

Propositional functions, such as "x is a number", have the peculiarity that they look like propositions, and *seem* capable of implying other propositional functions, while yet they are neither true nor false. (PoM, 264)

Da PF Variable enthalten, sind sie keine Propositionen und können daher weder wahr noch falsch sein. Sie sind im Grunde Formelschemata, in Russells Terminologie "Typen von Propositionen":

A propositional function, though for every value of the variable it is true or false, is not itself true or false, being what is denoted by "any proposition of the type in question", which is not itself a proposition. (PoM, 87)

In der Endfassung von PoM finden sich jedoch neben den Einflüssen Peano auch Ideen aus der Philosophie Freges. Wie wir in Abschnitt 5.3.4. von Kapitel I gesehen haben, stellt Russell selbst auffällige Ähnlichkeiten zwischen seinen PF, seinen Assertionen und seinen Dingen einerseits mit Freges Funktionen, Begriffen und Gegenständen fest. Betrachten wir Russells Äußerungen über die PF.

Er spricht in PoM, wie bereits erwähnt, von den PF als einer "bestimmten Klasse von Propositionen, welche durch eine gewisse Konstanz der Form"<sup>989</sup> definiert sind:

When a given term occurs as term in a proposition, that term may be replaced by any other while the remaining terms are unchanged. The class of propositions so obtained have what may be called constancy of form..." (PoM, 89)

Typisch für eine PF ist für Russell das Vorliegen von ungebundenen oder wirklichen Variablen<sup>990</sup>, wie im letzten Abschnitt deutlich wurde. Übrigens gibt es im folgenden Satz einen eklatanten Gebrauch- Nennungsfehler, wenn Russell von der Proposition als einem Ausdruck spricht:

I shall speak of propositions exclusively where there is no real variable: where there are one or more real variables, and for all values of the variables the expression involved is a proposition, I shall call the expression a *propositional function*. (PoM, 12-13)

Die Tatsache, dass diese Ersetzung des Ausdrucks 'Assertion' durch 'propositionale Funktion' in der Endfassung nicht überall erfolgt ist, lässt die Vermutung zu, dass Russells

---

<sup>988</sup> Die Implikation gilt aus der Sicht Russells in PoM ausschließlich zwischen Propositionen, aber niemals zwischen PF, wie wir oben festgestellt haben.

<sup>989</sup> [Meine Übersetzung von:] "When a given term occurs as term in a proposition, that term may be replaced by any other while the remaining terms are unchanged. The class of propositions so obtained have what may be called constancy of form..." (PoM, 89)

<sup>990</sup> Siehe Abschnitt 5.3.

Verständnis der Assertionen durch die Einführung des Begriffs der PF gewissermaßen angereichert wurde. Russell sollte den Assertionsbegriff auch noch nach PoM verwenden. So in *Relations* (1903, kurz: 'R')<sup>991</sup> der Fall, wo eine neue Notation für Assertionen mit zwei Termen eingeführt wird. Bevor wir zu den PF kommen, wollen wir noch einmal auf die Assertionen zu sprechen kommen.

Aus unserer Analyse des Assertionsbegriffs wissen wir, dass die Assertionen für Russell nicht mit den PF identisch sind, da diesen Strukturiertheit der PF abgeht. Die Beziehung zwischen beiden bleibt in PoM teilweise ungeklärt bzw. problematisch<sup>992</sup>, was in Passagen wie der folgenden nicht durchscheint:

To be more than a yard long, for example, is a perfectly definite assertion, and we may consider the class of propositions in which this assertion is made, which will be represented by the propositional function "x is more than a yard long". (PoM, 84)

In der weiteren Argumentation<sup>993</sup> zeigt Russell, dass die PF nicht ohne Zirkel auf die Assertionen zurück geführt werden können, während das Umgekehrte der Fall ist.

Laut Russell hat die Analyse der Proposition in logisches Subjekt und Assertion<sup>994</sup> den Vorzug, dass die Proposition weniger in Mitleidenschaft gezogen wird als bei der dekompositionalen Analyse, bei der die Proposition in die einzelnen R-Terme zerlegt wird. Wie wir wissen, hält Russell diese Analyse nur in einigen einfachen Fällen<sup>995</sup> für zulässig, so bei den Subjekt-Prädikat Propositionen und den relationalen Propositionen. Diese Analyse versagt aber bei den Implikationen<sup>996</sup>, wie wir aus den Abschnitt 4.1. und 5.3.2. von Kapitel I wissen. Die komplexeren Propositionen sind laut Russell nur anhand der PF und einer funktionalen Analyse fassbar.

So können letztendlich sowohl Propositionen, welche nach dem Schema Assertion und logisches Subjekt analysierbar sind, als auch jene, bei denen diese Analyse nicht durchführbar ist, auf PF<sup>997</sup> zurückgeführt werden. Die erste Analyseform erweist sich als

---

<sup>991</sup> R, 38.

<sup>992</sup> "Now it was our intention, if possible, to explain propositional functions by means of assertions; hence, if our intention can be carried out, the above propositions ['Socrates is a man implies Socrates is a mortal' and 'Socrates has a wife implies Socrates has a father', meine Ergänzung] must be assertions concerning Socrates. There is, however, a very great difficulty in so regarding them." (PoM, 84-85) Der Ausdruck 'concerning' steht hier für den semantischen Terminus 'about', welcher in Zusammenhang mit TCA und den denotierende Begriffen wichtig ist. Russell erweitert in Zusammenhang mit letzteren seine Semantik um eine 3.Ebene, nämlich die der Bedeutungen (meaning). Siehe auch Kapitel III, Abschnitt 3.5.

<sup>993</sup> PoM, 84-85.

<sup>994</sup> "[...] when a proposition is completely analyzed into its simple constituents, these constituents taken together do not constitute it. A less complete analysis of propositions into subject and assertion has also been considered; and this analysis does much less to destroy the proposition." (PoM, 83)

<sup>995</sup> "In some simple cases, it is obvious that the analysis into subject and assertion is legitimate." (PoM, 84)

<sup>996</sup> "Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, into a subject and an assertion; but this analysis becomes impossible when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of a relation. Hence it became necessary to take *propositional functions* as a primitive notion." (PoM, 106)

<sup>997</sup> Russell führt auch relationale Propositionen in PoM definitiv auf auf PF zurückgeführt: "If *R* be a relation, we express by *xRy* the propositional function "x has the relation *R* to *y*." (PoM, 24)



Spezialfall der zweiten<sup>998</sup>. Da Russell zudem zum Ergebnis gekommen ist, dass die Assertionen keine richtigen R-Terme<sup>999</sup> sein können, baut er die Logik von PoM auf den PF und nicht auf den Assertionen auf. Kommen wir also zu Russell Einführung der PF.

#### 5.4.2.2. Einführung der PF

Wir haben die Kennzeichnung Russell der PF als Konjunktionen oder Klassen von Propositionen bereits kennen gelernt. Wie oben deutlich wurde, ist die Variable und die mehrdeutige Denotation ein Merkmal der PF. In der gedruckten Ausgabe von PoM<sup>1000</sup> werden die PF als Propositionen mit einer Variablen definiert, was Russell auch später<sup>1001</sup> noch beibehalten sollte:

Thus a very important class of functions are propositions containing a variable\*. (PoM, 263)

\*These are what in Part I we called propositional functions.

Wenn die PF scheinbar durch die Ersetzung von Termen in Propositionen durch Variable<sup>1002</sup> generierte Entitäten sind, bedeutet dies nicht, dass sie von den Propositionen abgeleitet sein müssen. Wie wir in Abschnitt 7.3.3. bleibt Russell über Jahre darüber unentschlossen darüber, ob Komplexe oder Funktionen<sup>1003</sup> grundlegender sind. Im PoM vertritt er die Position, dass die PF und nicht die Propositionen grundlegend sind. Wie wir wissen, erklärt Russell die PF als für die Einheit der Propositionen zuständig<sup>1004</sup>, welcher er dann mit der logischen Form der Proposition identifiziert. Mit Klement<sup>1005</sup> können wir die Russell'schen PF als die ontologischen Korrelate von offenen Formeln fassen, während die Propositionen für Russell die ontologischen Korrelate von Sätzen sind.

Wenn wir uns nun fragen, ob die DF oder/und die PF logisch grundlegend sind, so scheint es auf den ersten Blick so, als ob die herkömmlichen Funktionen, nämlich die

---

<sup>998</sup> "In "Socrates is a man", we can plainly distinguish Socrates and something that is asserted about him; we should admit unhesitatingly that the same thing may be said about Plato or Aristotle. Thus we can consider a class of propositions containing this assertion, and this will be the class of which a typical member is represented by "x is a man". It is to be observed that the assertion must appear *as* assertion, not as term: thus "to be a man is to suffer" contains the same assertion, but used as term... [...] To be more than a yard long, for example, is a perfectly definite assertion, and we may consider the class of propositions in which this assertion is made, which will be represented by the propositional function "x is more than a yard long." (PoM, 84)

<sup>999</sup> So wie die aristotelischen Akzidenzien nur in primären Substanzen existieren können, brauchen die Assertionen für ihr Sein Russells Propositionen, oder eigentlich PF: "[...] the  $\phi$  in  $\phi(x)$  is not a separate and distinguishable entity: it lives in the propositions of the form  $\phi(x)$ , and cannot survive analysis." (PoM, 88). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.3.5.

<sup>1000</sup> Siehe dazu z.B. PoM, 12-13.

<sup>1001</sup> So z.B. in OMD, 331.

<sup>1002</sup> "A propositional function of one variable is any proposition of a set defined by the variation of a single term, while the other terms remain constant. [...] the term in question must be not simply omitted, but replaced by a *variable*." (PoM, 106-107).

<sup>1003</sup> Siehe dazu Abschnitt 7.3.3.

<sup>1004</sup> "It is important, however, to observe that propositional functions, as was shown in Chapter VII, are more fundamental than other functions, or even than relations." (PoM, 264)

<sup>1005</sup> Klement, Kevin C. (2004/5), 108.

mathematischen Funktionen<sup>1006</sup> grundlegend sind. Tatsächlich kommt Russell in PoM zum Ergebnis, dass die mathematischen Funktionen von den PF abgeleitet sind. Wie wir aus Abschnitt 2.2. wissen, besteht die reine Mathematik im wesentlichen aus Propositionen, welche - implizit oder explizit - eine PF mit einer formale Implikation<sup>1007</sup> ausdrücken. Als Argument dafür, die PF als die grundlegenden Funktionen anzunehmen, führt Russell an, dass der Begriff der PF im allgemeinen Funktionsbegriff<sup>1008</sup>, wie er in PoM formuliert wird, bereits enthalten ist. Der Begriff der PF lässt sich laut Russell nur auf zirkuläre Weise vom allgemeinen Funktionsbegriff ableiten:

But where the function is a proposition, the notion involved is presupposed in the symbolism, and cannot be defined by means of it without a vicious circle: for in the above general definition of a function propositional functions already occur. (PoM, 83)

Im Kapitel VII über die PF kommt Russell nach diversen Überlegungen zu den Assertionen, den Relationen und den Funktionen, welche die Grenzen der zergliedernden Analyse aufzeigen, abschließend zu besagtem Ergebnis, dass die PF undefinierbar sind. So findet sich der Begriff der PF, aber nicht der der Proposition oder der DF in der Liste grundlegenden Begriffe (the undefinables)<sup>1009</sup> von PoM:

[...] it appears that propositional functions must be accepted as ultimate data. (PoM, 88)

Die Vorstellung, dass die PF die grundlegenden Funktionen sind, wird Russell auch nach PoM<sup>1010</sup> vertreten. In OMD schreibt er, dass man die herkömmlichen Funktionen (ordinary functions) von den PF ausgehend über die Relationen erhält:

There seems to be a sense in which propositional functions are more fundamental than any others. [...] Several things show that propositional functions must have a peculiar place. [...] If we take propositional functions as to be fundamental - as I have always done, first consciously then unconsciously - we must proceed through relations to get ordinary functions. (OMD, 339-340)

---

<sup>1006</sup> Frege, welcher den allgemeinen Funktionsbegriff als primitiv annimmt, unterscheidet nicht wie Russell zwischen denotierenden und nicht-denotierenden Funktionen, sondern konzipiert die Aussagefunktionen auf nicht wesentlich verschiedene Weise als die mathematischen Funktionen.

<sup>1007</sup> "Pure Mathematics is the class of all propositions of the form " $p$  implies  $q$ " ..." (PoM, 3). Dabei handelt es sich nicht um eine Implikation zwischen zwei PF, sondern um eine PF mit Implikation: "It is to be observed that " $x$  is a man implies  $x$  is a mortal" is not a relation of two propositional functions, but itself a single propositional function having the elegant property of being always true." (PoM, 38). Siehe Abschnitt 2.2.

<sup>1008</sup> "[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has only one relatum, defines a function: the relatum is that function of the referent which is defined by the relation in question." (PoM, 83). Dass der Begriff der PF beim Relationsbegriff bzw. dem allgemeinen Funktionsbegriff vorausgesetzt ist, wird klar, wenn man die einstellige Funktionen allgemein als rechteindeutige Relationen zwischen zwei Termen  $x$  und  $a$  versteht, wobei ' $x$  is an  $a$ ' den Begriff 'such that' und eine propositionale Struktur enthält. Bei ' $x$  is an  $a$ ' handelt es sich nämlich um eine PF. Siehe auch Abschnitt 2.5.3. von Kapitel I.

<sup>1009</sup> PoM, 106. Siehe Kapitel II, Abschnitt 2.1.

<sup>1010</sup> Siehe Abschnitt 7.3.3.

Die Tatsache, dass die PF - und nicht die mathematischen Funktionen - von Russell als grundlegend eingestuft werden, erhöht auch die Distanz des Russell'schen Funktionsbegriffs von der traditionellen Auffassung, wie sie in der Geschichte der Analysis - speziell seit Euler - vertreten wurde. Kommen wir jedoch zunächst auf die PF zurück.

Eine der aufschlussreichsten Beschreibungen der PF findet sich nicht zufällig im Kapitel II ("Symbolic Logic"). Hier werden die PF als Propositionen mit einer realen Variablen bzw. als Konjunktionen einer Klasse von Propositionen, welche sich durch die Konstanz der Form auszeichnen, definiert. Der Begriff 'such that' stammt von Peano und deckt zumindest teilweise jenen Bereich, welchen Russell vorher durch die 'Assertion' besetzt hatte:

In order to grasp the meaning of *such that*, it is necessary to observe, first of all, that what Peano and mathematicians generally call *one* proposition containing a variable is really, if the variable is apparent, the conjunction of a certain class of propositions defined by some constancy of form ; while if the variable is real, so that we have a propositional function, there is not a proposition at all, but merely a kind of schematic representation of *any* proposition of a certain type. [...](PoM, 29)

Kommen wir nun zu einigen Eigenschaften der PF, welche für Russells Philosophie von PoM wichtig sind.

#### 5.4.2.3. PF definieren Eigenschaften bzw. Klassen

Aus Kapitel I haben wir die Auffassung vertreten, dass Russells primäre Strategie im Rahmen seines Logizismusprogrammes darin besteht, Klassen (bzw. Mengen) auf die PF zurückzuführen. Es wurde auch gezeigt, dass die denotierenden Begriffe<sup>1011</sup> speziell bei den unendlichen Objekten bzw. Klassen eine zentrale Rolle in Russells Theorie übernehmen. Eine Klasse<sup>1012</sup> ist als eine Zusammenfassung (aggregate, conjunction) von genau den Objekten anzusehen, welche eine bestimmte Eigenschaft besitzen bzw. welche eine bestimmte propositionale Funktion  $\phi(x)$  erfüllen<sup>1013</sup>, d.h. wahr machen:

*Such that* is roughly equivalent to *who* or *which*, and represents the general notion of satisfying a propositional function. (PoM, 83)

[...] if  $x$  belongs to the class of terms satisfying a propositional function  $\phi x$ , then  $\phi x$  is true. (PoM, 20)

---

<sup>1011</sup> "[...] it was shown that certain concepts, derived from predicates, occur in propositions not about themselves, but about combinations of terms, such are indicated by *all*, *every*, *any*, *a*, *some*, and *the*. Concepts of this kind, we found, are fundamental in Mathematics, and enable us to deal with infinite classes by means of propositions of finite complexity." (PoM, 106)

<sup>1012</sup> "Given a propositional function  $\phi(x)$ , the terms such that, when  $x$  is identified with any of them,  $\phi(x)$  is true, are the class defined by  $\phi(x)$ . This is the class as many, the class in extension." (PoM, 93)

<sup>1013</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus CL: In CL: "[...] given any propositional function  $\phi(x)$ , certain values of  $x$  (or perhaps no values) render this function true, and are said to *satisfy* it." (CL, 5)

Darüber hinaus habe ich Russells Versuch rekonstruiert - neben den schon genannten Klassen<sup>1014</sup> - auch die Prädikate<sup>1015</sup>, die Klassenbegriffe sowie die denotierenden Begriffe<sup>1016</sup> auf die PF zu reduzieren, obwohl es sich in der Ontologie von PoM hierbei um unterschiedliche R-Terme handelt.<sup>1017</sup>

Während die Prädikate als die ursprünglichen Derivate der PF gelten, werden die anderen Begriffe als Derivate<sup>1018</sup> der Prädikate aufgefasst:

One predicate gives rise to a host of cognate notions: thus in addition to *human* and *humanity*, which only differ grammatically, we have *man*, *a man*, *some man*, *any man*, *every man*, *all men*. (PoM, 45)

Die Klassen sind als extensionale Korrelate der intensionalen Klassenbegriffe ebenfalls direkt durch die Prädikate<sup>1019</sup> fassbar:

A class is a certain combination of terms, a class-concept is closely akin to a predicate, and the terms whose combination forms the class are determined by the class-concept. (PoM, 55)

Die PF generieren demnach nicht nur die verschiedenen Typen der intensionalen Begriffen sondern auch die extensionalen Klassen. Die Beziehung zwischen den intensionalen PF einerseits und den Klassen, den Prädikaten und den Klassenbegriffen andererseits wird von Russell mit einiger Vorsicht betrachtet. Nach seiner Ansicht handelt es sich hier keineswegs um eine Äquivalenzrelation, wie sie in Freges Grundgesetz V vorliegt. Er schreibt in PoM:

Every propositional function which is not null, we supposed, defines a class, and every class can certainly be defined by a propositional function. Thus to say that a class as one is not a member of itself as many is to say that the class as one does not satisfy the function by which itself as many is defined. Since all propositional functions except such as are null define classes, all will be used up, in considering all classes having the above property, except such as do not have the above property. (PoM, 103)

---

<sup>1014</sup> "The notion of class in general, we decided, could be replaced, as an indefinable, by that of the class of propositions defined by a propositional function." (PoM, 106). Und auch: "The notion of class of propositions of constant form is more fundamental than the general notion of *class*, for the latter can be defined in terms of the former, but not the former in terms of the latter." (PoM, 89). Und: Any propositional function in which a fixed assertion is made of a variable term is to be regarded [...] as giving rise to a class of values satisfying it. (PoM, 79)

<sup>1015</sup> Prädikate sind die nicht-relationalen Begriffe und kommen im Assertionsteil von einstelligen PF bzw. Propositionen mit nur einem Term vor, und sind die Signifikanten von Adjektiven, wobei auch die substantivierten eingeschlossen sind. "Predicates, then, are concepts, other than verbs, which occur in propositions having only one term or subject." (PoM, 45)

<sup>1016</sup> "All denoting concepts are derived from class-concepts; and *a* is a class-concept when "*x* is an *a*" is a propositional function." (PoM, 74)

<sup>1017</sup> Während die Prädikate Begriffe und somit intensionale Objekte sind, werden die Klassen in PoM extensional aufgefasst. Siehe auch die Abschnitte 2.5.2. und 3.1.

<sup>1018</sup> "Starting from *human*, we distinguished (1) the class-concept *man*, [...] (2) the various denoting concepts *all men*, *every man*, *any man*, *a man* and *some man*; (3) the objects denoted by those concepts, of which the one denoted by *all men* was called the *class as many*, so that *all men* (the concept) was called the *concept of the class* (4) the class as one, i.e. the human race." (PoM, 80)

<sup>1019</sup> "[...] every predicate (provided it can be sometimes truly predicated) gives rise to a class. This is the genesis of classes from the intensional standpoint." (PoM, 67)

Da die Theorie der Prädikate<sup>1020</sup>, der Klassenbegriffe<sup>1021</sup> und noch deutlicher die der Klassen<sup>1022</sup> dem Kollaps durch das Paradoxon ausgesetzt sind, muss Russell zeigen, dass die PF gegen ein ähnliches Paradoxon immun sind. Der Selbstbezugscharakter als Generator der Paradoxie wird bei den Prädikaten nicht durch die Mengeninklusion hergestellt, sondern durch die Prädikation (homologische und heterologische Prädikate). Die Prädikate, welche nicht von sich selbst präzifizierbar sind, entsprechen den Mengen, welche sich nicht selbst enthalten. Da die Prädikate laut PoM die Klassenbegriffe unmittelbar erzeugen, welche ja die intensionalen Korrelate der Klassen sind<sup>1023</sup>, ist das Paradoxon auch für Klassenbegriffe leicht zu formulieren. Russell selbst, so Klement<sup>1024</sup>, scheint das Klassenparadox mit Paradox der Klassenbegriffe bzw. Prädikate auf metaphysischer Ebene zu identifizieren.

Wie man in §100 und §101 nachlesen kann, beginnt Russell vom Paradoxon der Prädikation zu sprechen, geht dann zum Paradoxon der Klassenbegriffe über, um anschließend wieder über das Paradoxon der Prädikate zu sprechen. Die Entdeckung des Klassenparadoxons lässt ihn anscheinend auch gegenüber den Prädikaten und den Klassenbegriffen vorsichtig werden. Er behauptet dann, dass 'von sich selbst nicht präzifizierbar (meine Übersetzung)' kein (echtes) Prädikat ist und dass 'Klassenbegriffe, welche nicht Terme ihrer eigenen Extension sind (meine Übersetzung)' keine (echter) Klassenbegriffe sind. In seinen Worten:

[...] the conclusion...seems obvious, 'not predicable of oneself' is not a predicate, [...] that 'class-concept which is not a term of its own extension' is not a class-concept. ( PoM §101)

[...] leaving open the question whether every assertion is equivalent to a predication. (PoM, 67)

Wenn Klement behauptet, dass Russell bis zur Veröffentlichung von PoM ein die PF betreffendes Paradoxon nicht bemerkt hat, liegt er vielleicht falsch, wie folgende Stelle zu glauben lässt:

---

<sup>1020</sup> "We have first the statement in terms of predicates, which has been given already. If  $x$  be a predicate,  $x$  may or may not be predicable of itself. Let us assume that "not-predicable of oneself" is a predicate. Then to suppose either that this predicate is, or that it is not, predicable of itself, is self-contradictory. The conclusion, in this case, seems obvious: "not-predicable of oneself" is not a predicate." (PoM, 102)

<sup>1021</sup> "Let us now state the same contradiction in terms of class-concepts. A class-concept may or may not be a term of its own extension. "Class-concept which is not a term of its own extension" appears to be a class-concept. But if it is a term of its own extension, it is a class-concept which is not a term of its own extension, and *vice versa*. Thus we must conclude, against appearances, that "class-concept which is not a term of its own extension" is not a class-concept." (PoM, 102)

<sup>1022</sup> "In terms of classes the contradiction appears even more extraordinary. A class as one may be a term of itself as many. Thus the class of all classes is a class; the class of all the terms that are not men is not a man, and so on. Do all the classes that have this property form a class? If so, is it as one a member of itself as many or not? If it is, then it is one of the classes which, as ones, are not members of themselves as many, and *vice versa*. Thus we must conclude again that the classes which as ones are not members of themselves as many do not form a class - or rather, that they do not form a class as one, for the argument cannot show that they do not form a class as many." (PoM, 102)

<sup>1023</sup> Siehe Kapitel I, 2.5.3. und 3.1.

<sup>1024</sup> Klement (2004/5), 105.

If any propositional function were satisfied by every class having the above property, it would therefore necessarily be one satisfied also by the class  $\omega$  of all such classes considered as a single term. Hence the class  $\omega$  does not itself belong to the class  $\omega$ , and therefore there must be some propositional function satisfied by the terms of  $\omega$  but not by  $\omega$  itself. Thus the contradiction re-emerges, and we must suppose, either that there is no such entity as  $\omega$ , or that there is no propositional function satisfied by its terms and by no others. (PoM, 103)

Wir haben in unserer Besprechung der Assertionen in Kapitel I festgestellt, dass es auch in Zusammenhang mit den Assertionen eine Bedrohung durch ein entsprechendes Paradoxon gibt. Wie es scheint, ist jenes der PF gemeint:

If  $\phi$  were a distinguishable entity, there would be a proposition asserting  $\phi$  of itself, which we may denote by  $\phi(\phi)$ . In this proposition we may regard  $\phi$  as variable; we thus obtain a propositional function. The question arises: Can the assertion in this propositional function be asserted of itself? The assertion is non-assertibility of self, hence if it can be asserted of itself, it cannot, and if it cannot, it can. (PoM, 88)

Russell kommt in PoM allerdings zum Ergebnis, dass das Paradoxon durch Einstufung der Assertionen als Nicht-Entitäten abgewehrt werden kann:

This contradiction is avoided by the recognition that the functional part of a propositional function is not an independent entity. (PoM, 88)

Dies genügt aber noch nicht. Russell ist sich der Tatsache bewusst, dass das ähnliche Prädikaten-Paradoxon damit noch nicht aus der Welt geschafft ist:

As the contradiction in question is closely analogous to the other, concerning predicates not predicable of themselves, we may hope that a similar solution will apply there also. (PoM, 88)

Angesichts der Fundierung aller R-Termen durch die PF muss er auch zeigen, dass nicht jede PF in einer eindeutigen Relation zu den entsprechenden R-Termen der verschiedenen Arten von Begriffen steht. So eine Relation hatte Russell vor der Entdeckung des Paradoxons nämlich angenommen, wie er selbst zugibt:

The reason that a contradiction emerges here is that we have taken it as an axiom that any propositional function containing only one variable is equivalent to asserting membership of a class defined by the propositional function. (PoM, 102-103)

Russell behauptet dann korrigierend, dass die PF und die Klassenbegriffe keine Äquivalenzklassen bilden:

We shall maintain, on account of the contradiction there is not always a class-concept for a given propositional function  $\phi(x)$ , i.e. that there is not always, for every  $\phi$ , some class-concept  $a$  such that  $x \in a$  is equivalent to  $\phi(x)$  for all values of  $x$ ... (PoM, 514)

Folgende Beziehung zwischen PF und Klassen gilt laut Russell, anders als in Freges Grundgesetz V, nur in einer Richtung:

[...] if  $\phi x$  and  $\psi x$  are equivalent propositions for all values of  $x$ , then the class of  $x$ 's such that  $\phi x$  is true is identical with the class that of  $x$ 's such that  $\psi x$  is true. (PoM, 20)

Dass die Implikation - anders als in Freges dem Paradoxon Tor und Tür öffnendem Grundgesetz V - nur in einer Richtung gilt, behauptet Russell auch in CI:

$\vdash: (x) : \phi(x) \equiv \psi(x) : \supset . \{x \varepsilon \phi x\} 1' \{x \varepsilon \psi x\}$

*i.e.* equivalent propositional functions determine the same class. Thus e.g. the class of men is the same as that of featherless bipeds, if "x is a man" is always equivalent to "x is a featherless biped" [...] The converse implication, which appears equally evident [...], is true only, when quadratic functions are excluded. (CI, 5)

Russells Lösungsansatz auf der nächsten Seite von PoM besteht bekanntlich darin, die "quadratischen" oder nicht-prädikativen PF auszuschließen. Russell sollte diese Strategie in der Zig Zag-Theorie fortsetzen. An dieser Stelle will ich nochmals an die Bemerkung erinnern, welche die Werte der PF in die Nähe von Freges Wertverläufen<sup>1025</sup> setzt. Kommen wir zu einem weiteren Merkmal der PF.

#### 5.4.2.4. Die PF sind injektiv, deren Werte enthalten die Argumente

Zunächst halten wir fest, dass die PF laut PoM<sup>1026</sup> - wie die Funktionen generell - rechtseindeutig<sup>1027</sup> sind:

[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, i.e. every relation for which a given referent has only one relatum [meine Hervorhebung], defines a function... (PoM, 83).

Dies bedeutet, dass jede PF jedes Argument auf eindeutige Weise abbildet bzw. dass jede Substitution der Variablen durch einen bestimmten Term eine Proposition identifiziert. Die PF sind darüber hinaus auch noch injektiv bzw. linkseindeutig. Jeder Funktionswert einer PF - eine bestimmte Proposition - wird nur von einem einzigen Argument erzeugt:

Für jedes  $y$  gibt es genau ein  $x$ , sodass gilt:  $y \mapsto f(x)$ .

<sup>1025</sup> "Let there be some proposition in which the phrase "any  $a$ " occurs, where  $a$  is some class. Then in place "any  $a$ " we may put  $x$ , where  $x$  is an undefined member of the class  $a$  - in other words, any  $a$ . The proposition then becomes a function of  $x$ , which is unique when  $x$  is given. This proposition will, in general, be true for some values of  $x$  and false for others. The values for which the function is true form what might be called, by analogy with Analytic Geometry, a logical curve." (PoM, 263-264)

<sup>1026</sup> Kurz nach der Veröffentlichung von PoM schreibt Russell: "We shall regard it as part of the meaning of a function that it is one-valued; for otherwise our symbols cease to have a definite meaning;" (FU, 51).

<sup>1027</sup> Siehe Abschnitt 7.3.2. unten

Kommen wir zuerst aber zur anderen These, wonach die Terme i.e.S. als die Argumente der PF in den Werten der PF - nämlich den Propositionen - als Konstituenten enthalten sind. Mit anderen Worten - die Werte der PF enthalten die Argumente<sup>1028</sup> der PF. Der folgende Beleg stammt zwar nicht aus PoM, sondern aus einem Manuskript aus dem Jahre 1904. Allerdings hat ein ähnliches Prinzip auch in der Philosophie von PoM eine banale Gültigkeit, da die Terme i.e.S. zu den R-Termen gehören und damit als Konstituenten der Propositionen definiert sind. In FCR spricht Russell allgemein von Komplexen, zu denen - in der Terminologie von OF<sup>1029</sup> ausgedrückt - sowohl die denotierenden Komplexe als auch die nicht-denotierenden Komplexe - nämlich die Propositionen - gehören:

A function is propositional when its values are complex meanings containing their respective arguments as constituents, in the way in which a constituent of a proposition is contained in a proposition. (FCR, 86)

Wenn die Werte der propositionalen Funktionen ihre Argumente und eine PF als Konstituenten enthalten, ist zusätzlich zur oben behaupteten Rechtseindeutigkeit<sup>1030</sup> die Injektivität bzw. die Linkseindeutigkeit<sup>1031</sup> garantiert. Von jeder Proposition kann man auf eindeutige Weise die (oder mehrere) PF und das Argument (oder die Argumente) der PF ermitteln. Bei der Behauptung der Linkseindeutigkeit der PF handelt es sich demnach um nichts anderes als die Behauptung, dass man von jeder Proposition auf eindeutige Weise eine (oder auch mehrere) PF gewinnen kann.

Wenn der allgemeine Funktionsbegriff durch die Bedingung der Linkseindeutigkeit ("one-one"-relation) "partikularisiert" wird, haben wir es mit den PF zu tun - wie Russell im folgenden Absatz behauptet:

But this most general idea of function is of little use in mathematics. There are two ways of particularizing the function: first, we may confine the relation to be considered to such as are one-one or many one, *i.e.* such as give to every referent a unique relatum; (PoM, 263)

Dies geht auch aus dem Appendix hervor, wenn Russell feststellt, dass sich die PF von den allgemeinen Funktion durch sehr spezielle Relationen<sup>1032</sup> unterscheiden:

---

<sup>1028</sup> "A function is propositional when its values are complex meanings containing their respective arguments as constituents, in the way in which a constituent of a proposition is contained in a proposition." (FCR, 86)

<sup>1029</sup> Siehe OF, 384-385.

<sup>1030</sup> "[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has **only one relatum [meine Hervorhebung]**, defines a function..." (PoM, 83). Siehe Abschnitt 7.3.2. unten

<sup>1031</sup> Die Linkseindeutigkeit ist nämlich bei den denotierenden Funktionen nicht gegeben, wie Russell im Jahre 1903 feststellt: "It is obvious that functions which can have the same values for different arguments must be denoting functions. If the argument is a constituent of the value of the function, the value must change with the argument." (OMD, 351)

<sup>1032</sup> "[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has only one relatum, defines a function: the relatum is that function of the referent which is defined by the relation in question. (PoM, 83).



[...] the kind of relation by which propositional functions are defined is less general than the class of many-one relations having their domain coextensive with terms and their converse domain contained in propositions. (PoM, 510)

Wie wir in Abschnitt 5.3. festgestellt haben, erweist es sich aber als eher problematisch - was Russell aber macht - zu behaupten, dass die PF Variablen enthalten. Die Variablen<sup>1033</sup> sind nämlich keine herkömmlichen Terme, sondern sehr spezielle, intensionale Terme, welche die wirklichen Terme und die Klasse der R-Terme denotieren. Die ursprüngliche Auffassung der *New Philosophy* (TCA) dass die Propositionen die logische Referenz als Konstituenten enthalten, ist im Falle der PF und den Variablen nicht mehr gültig. Dieses Phänomen wird durch die Einführung des Funktionsbegriffs und der speziellen Auffassung der Variablen - gepaart mit der Theorie der denotierende Begriffe - erzeugt. Zugleich wird - wie wir festgestellt haben - durch die Gültigkeit des Prinzip (AS) das Prinzip (TCA) hinfällig.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Metaphorik um die Teil-Ganzes Beziehung durch die Einführung des Funktionsbegriffs in die Philosophie zunehmend an Wirkung verliert. Zugleich ist mit der mit dem Funktionsbegriff einhergehenden Formalisierung aber auch die Tendenz in Russells Philosophie zu erkennen, welche durch die Aufwertung der sprachlichen Dimension als logisch-syntaktisch bedeutsamer Ebene den Weg zur Begründung der modernen Logik freimacht.

Die PF sind laut Russell zudem linkstotal, wie es scheint. Zu jeder Proposition gibt es mindestens eine PF, welche die Proposition als Funktionswert hat. Da laut einem Prinzip von PoM jede Proposition mindest einen Term aufweisen muss, kann man mindestens einen Term durch eine Variable ersetzen, wodurch man einen PF mit mindestens einer Variablen gewinnt.

Zum Abschluss wollen wir uns noch die Frage stellen, ob wir es bei den in Kapitel I besprochenen laut Russell äquivalenten Propositionen P1-P7 eventuell mit derselben PF zu tun haben oder nicht. In Abschnitt 5.2.5. haben wir die These vertreten, dass Russell nicht erklären kann, warum diese Propositionen äquivalent sind. Darauf zu verweisen, dass die Implikation zu den logisch grundlegenden Begriffen gehört, reicht nicht aus. Da die materiale Implikation hier kaum infrage kommt, muss die formale gemeint sein. Russell schreibt:

The typical proposition of mathematics is of the form " $\phi(x, y, z, \dots)$  implies  $\psi(x, y, z, \dots)$ , whatever values  $x, y, z, \dots$  may have"; where " $\phi(x, y, z, \dots)$  and  $\psi(x, y, z, \dots)$ , for every set of values of  $x, y, z, \dots$ , are propositions. (PoM, 6)

Die Äquivalenz zwischen unseren Propositionen P1 und P2 könnte dann vielleicht als Konjunktion der folgenden zwei Implikationen ausgedrückt werden:

---

<sup>1033</sup> Siehe Abschnitt 5.3.

'x is human' implies 'x is a man', whatever values x may have.

'x is a man' implies 'x is human', whatever values x may have.

Wie wir wissen, ändert sich nichts an der Tatsache, dass die Propositionen P1 und P2 nicht identisch sind. Kommen wir nun zu den nicht-propositionalen Funktionen.

### 5.4.3. Die nicht-propositionalen Funktionen

Wie wir bereits angedeutet haben, unterscheidet Russell bereits in PoM zwischen den PF und den anderen Funktionen, zu denen auch die herkömmlichen, mathematischen Funktionen gehören. Im Appendix A von PoM nennt er sie schlicht "nicht-propositionale Funktionen"<sup>1034</sup>. Tatsächlich handelt es sich hier um die denotierenden Funktionen, wie sie von Russell nach PoM bis OD vertreten werden sollten.

Ich behaupte, dass Russell im vorletzten Satz des folgenden Zitats seine Theorie von Bedeutung (meaning) und Referenz (denotation) der folgenden Jahre in nuce vorwegnimmt. Das von ihm gewählte Beispiel<sup>1035</sup> ist den Lesern von OD wohl bekannt:

"The present King of England" is, according to Frege, a proper name, and "England" is a proper name which is part of it. Thus here we may regard England as the argument, and "the present King of" as function. Thus we are led to "the present King of x". This expression will always have a meaning, but it will not have an indication except for those values of x which at present are monarchies. The above function is not propositional. (PoM, 506)

Russell verwendet die Begriffe 'meaning' und 'indication' hier allerdings vorerst ausdrücklich als Übersetzungen von Freges Ausdrücken 'Sinn' und 'Bedeutung', da es ja um eine Auseinandersetzung mit Freges Philosophie der Funktion geht. Russell weist sogar darauf hin, dass Freges "Bedeutung" - in Russells Übersetzung 'indication' - von seiner eigenen Denotation sehr wohl unterschieden werden muss.<sup>1036</sup>

Ich werde in Kapitel III zeigen, dass sich einerseits Freges Sinn mit Russells spezieller Bedeutung der denotierenden Begriffe (meaning in another sense)<sup>1037</sup> aus PoM weitgehend

---

<sup>1034</sup> In OMD, einem Manuskript aus dem Jahre 1903, wird Russell umgekehrt die PF als "nicht-denotierende Funktionen" bezeichnen: "Confining ourselves, to begin with, to functions of *one* variable, we may define these as *denoting* or *undenoting* according as they resemble "the father of x" or "x is a man", *i.e.* according as their *values* are denoted by meanings containing the corresponding values of the independent variable, or are themselves complexes containing the corresponding values of the independent variable." (OMD, 331). Und auch: "A denoting function is, broadly speaking, any function which is not propositional;" (Russell 1977, 79) zitiert nach Grattan-Guinness.

<sup>1035</sup> In Kapitel V über die Denotation in Bezug auf 'the' erwähnt Russell ähnliche Strukturen. In folgendem Zitat finden sich die üblichen Gebrauchs-Erwählungsverwechslungen: "The word *the*, in the singular, is correctly employed only in relation to a class-concept of which there is only one instance. We speak of *the* King, *the* Prime Minister, and so on (understanding *at the present time*)...It's owing to this notion that mathematics can give definitions of terms which are not concepts..." (PoM, 62-63).

<sup>1036</sup> In einer Fußnote erläutert Russell: "I do not translate *Bedeutung* by *denotation*, because this word has a technical meaning different from Frege's, and also because *bedeuten*, for him, is not quite the same as *denoting* for me." (PoM, 502).

<sup>1037</sup> "But such concepts as *a man* have a **meaning in another sense** [meine Hervorhebung]: they are, so to speak, symbolic in their own nature, because they have the property which I call *denoting*." (PoM, 502).

deckt und dass andererseits Freges Bedeutung Russells banaler Bedeutung (meaning) aus PoM entspricht. Ich vertrete zudem die These, dass Russells neue Semantik nach PoM - nämlich die Theorie von 'meaning' und 'denotation' - aus den zwei verschiedenen Arten von Bedeutung<sup>1038</sup> aus PoM hervorgeht, wobei dann - wie ich zeigen will - die Ausdrücke vertauscht werden. Der Ausdruck 'meaning' aus PoM wird in der neuen Semantik durch 'denotation', der Ausdruck 'meaning in another sense' - also die denotierende, logische, nicht-banale Bedeutung - wird dann durch 'meaning' ohne Zusatz ersetzt. Kommen wir jedoch zu Russells Analyse des Beispiels aus dem Appendix zurück.

Hier zeigt sich, dass die Vorgangsweise zur Gewinnung der Funktion 'the present King of  $x$ ' nach einer ähnlichen Vorschrift erfolgt, wie wir jene in Abschnitt 5.2. besprochene zur Funktionsabstraktion. In beiden Fällen wird ein Ding (Term i.e.S.) durch die Variable  $x$  ersetzt. In beiden Fällen ist das Resultat zudem eine (rechtseindeutige) Funktion. Der Unterschied besteht darin, dass das Endmaterial bei den nicht-propositionalen Funktionen keine Proposition, sondern ein denotierender Begriff ist.

Da die Werte solcher Funktionen wie 'the present King of  $x$ ' denotierende Begriffe sind, wird Russell wenige Monate nach der Veröffentlichung von PoM in OMD<sup>1039</sup> von diesen als den denotierenden Funktionen (DF) sprechen. Man kann daher sagen, dass die nicht-propositionalen Funktionen auf eindeutige Weise Terme auf denotierende Begriffe abbilden.

Russel führt in Kapitel V ("Denoting") übrigens ähnliche Beispiele von bestimmten Kennzeichnungen wie im Appendix an - ohne eine Funktionsabstraktion vorzunehmen. Typischerweise unterlaufen ihm dabei einige Gebrauchs-Nennungsverwechslungen:

The word *the*, in the singular, is correctly employed only in relation to a class-concept of which there is only one instance. We speak of *the* King, *the* Prime Minister, and so on (understanding *at the present time*)... It's owing to this notion that mathematics can give definitions of terms which are not concepts... (PoM, 62-63).

Wir erhalten aus diesen Bemerkungen auch Aufschluss darüber, warum die mathematischen Funktionen solche DF sind. Die Definitionen der Mathematik sind - wie man hier erfährt - nämlich Definitionen von (extensionalen) R-Termen, wobei die letzteren dann durch die (intensionalen, denotierenden) Begriffe denotiert werden.

Wie es scheint, hat Russell in seiner Auseinandersetzung mit der Funktionstheorie Freges darüber Klarheit gewonnen, dass seine denotierenden Begriffe mithilfe von nicht-propositionalen Funktionen - den späteren DF - formalisierbar sind. Frege selbst unterscheidet allerdings nicht grundlegend zwischen Typen von Funktionen. Russell kritisiert diesen Punkt explizit in folgendem Absatz:

---

<sup>1038</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.5.  
<sup>1039</sup> OMD, 355.

Frege's theory that assumptions are proper names for the true or the false, as the case may be, appears me also untenable. Direct inspection seems to show that the relation of proposition to the true or the false is quite different from that of (say), "the present King of England" to Edward VII. (PoM, 504)

In Freges Theorie bilden die Funktionen ('x is the present King of England') demnach Objekte (wie Edward VII) auf Wahrheitswerte ab (in unserem Beispiel: "the true"). Dass Russell diese Auffassung nicht teilt, ist uns bekannt. Allerdings ist die Differenz zu Frege im Falle der Russell'schen PF noch nicht überbrückbar, da die PF Russell'sche Dinge (Terme) auf Propositionen - die Russell'schen Wahrheitsträger - abbilden. Russell spricht übrigens von der Werten der PF - in Analogie zu Freges Wertverläufen - als von logische Kurven:

This proposition will, in general, be true for some values of  $x$  and false for others. The values for which the function is true form what might be called, by analogy with Analytic Geometry, a logical curve. (PoM, 263-264)

Bei den nicht-propositionalen Funktionen hingegen liegen die Dinge hingegen anders, da diese in Russells Theorie (denotierende) Begriffe auf Terme abbilden. Die Terme gelten bei Russell zumindest nicht im primären Sinn<sup>1040</sup> als Wahrheitsträger.

Halten wir das Gesagte in einer Übersicht fest, wobei angemerkt sei, dass sowohl Freges Annahme als auch Russells propositionaler Begriff im Wesentlichen als Funktionen aufgefasst werden müssen. Der Punkt ist, dass man Freges Annahme - aber nicht Russells propositionalen Begriff - als Russell'sche PF - nämlich als 'x is the present King of England' - schreiben kann.

#### Analyse von Russells Beispiel<sup>1041</sup>

<b>Frege</b>	<b>Annahme (assumption) [=Funktion]</b>	<b>Truthvalue</b>
	Being present King of England [Russells Beispiel]	the True
<b>Russell</b>	<b>propositional concept / denoting concept [=PF]</b>	<b>Term</b>
	Being present King of $x$ /The present King of $x$	Edward VII

Ich interpretiere diese Bemerkungen als Angriff Russells auf Freges Auffassung, dass die Funktionen als Namen des Wahren/Falschen verstanden werden können. Dies hängt damit zusammen, dass für Russell jede behauptete Proposition per Definition wahr ist, so wie es

<sup>1040</sup> Russell spricht allerdings manchmal von einen propositionalen Begriffen als von einer PF. Siehe das nächste Zitat aus PoM, 508.

<sup>1041</sup> "[...] the Gedanke is what I have called an unasserted proposition - or rather, what I called by this name covered both the Gedanke alone and the Gedanke with the truth-value. It will be well to have names for these two distinct notions; I shall call the Gedanke alone a *propositional concept*; the truth-value of a Gedanke I shall call an *assumption* \*." \* Frege, like Meinong, calls this an *Annahme* : FuB. P. 21." (PoM, 503)

nur reale Sachverhalte geben kann und keine falschen. Zum anderen weist Russell eben darauf hin - und dies ist der wichtige Punkt für unsere gegenwärtige Untersuchung - dass zwei Typen von Funktionen unterschieden werden müssen, was Frege ablehnt.

Russell Auffassung könnte man in folgender Übersicht festhalten, wobei jeweils zwei Varianten angegeben sind:

<b>Propositional Function</b>	<b>True (<math>\neq</math> asserted) Proposition</b>
$x$ is King of England.	Edward VII being King now.
$x$ being King now.	Edward VII being King now.
<b>Denoting Function</b>	<b>Denotation <math>\neq</math> denoted Term</b>
The present King of $x$	The present King of England $\neq$ Edward VII
The present $x$ of England	The present King of England $\neq$ Edward VII

Die Unterscheidung zwischen den PF und den DF hat für Russell - wie wir sehen werden - spezielle logische Gründe. Die Linkseindeutigkeit ist in Russells Philosophie bei den PF, aber nicht bei den DF gegeben. Frege fasst die Funktionen nicht als Entitäten im Russell'schen Sinne auf, sondern eher wie Platzhalter.

Wie oben bereits erwähnt wurde, nimmt Russell die PF als logisch grundlegend an. Die üblichen, mathematischen Funktionen sind von den PF abgeleitet, heißt es im Appendix:

The fundamental case is that where our unity is a propositional concept. From this is derived the usual mathematical notion of a function, which might at first sight seem simpler. If  $f(x)$  is not a propositional function, its value for a given value of  $x$  ( $f(x)$  being assumed to be one-valued) is the term  $y$  satisfying the propositional function  $y=f(x)$ ... (PoM, 508)

Abschließend will ich vorwegnehmen, dass Russell den DF neben den hier genannten Merkmalen später eine Reihe weiterer Merkmale zuschreibt. Allerdings sind diese in nuce bereits in der Theorie von PoM angelegt, wie in den letzten Abschnitten deutlich wurde. Man muss vielleicht sagen, dass sie von Russell in PoM noch nicht herausgearbeitet worden sind. Ergänzen wir die Liste, welche dann in Abschnitt 7.2. näher besprochen werden soll:

- Die DF haben herkömmliche Entitäten als Werte.
- Die DF werden von den PF abgeleitet.
- Die Werte von DF enthalten ihre Argumente nicht als Konstituenten.
- Die DF sind nicht injektiv.
- Die DF haben Bedeutung und Referenz.

Im nächsten Abschnitt, welcher der letzte über die Funktionen in PoM ist, soll Russells Typentheorie skizziert werden, welche auch für Russells Ansichten zu den Funktionen relevant ist.

#### 5.4.4. Typentheorie

Russell verfolgt mit seiner einfachen Typentheorie aus PoM die Strategie, nur denjenigen PF zu zulassen, welche bestimmten formalen Kriterien genügen, damit die Bildung des Klassenparadoxons ausgeschlossen wird. Den sogenannten "quadratischen" Funktionen können keine Klassen zugeordnet werden. Die Grundidee dazu hat Russell laut eigenen Angaben von Frege<sup>1042</sup> übernommen, wobei er dann feststellen muss, dass dessen Lösungsvorschlag<sup>1043</sup> nicht restlos befriedigend ist.

Wenn Russell unter dem Argumentbereich (range of truth) jene Klasse von Termen versteht, welche eine PF erfüllen, so definiert er im Rahmen seiner ersten Typentheorie im Appendix hingegen den Begriff den Bereich der Bedeutsamkeit (range of significance).

Die einfachen Individuen (simple individuals)<sup>1044</sup> stellen den untersten Typus von Objekten in der Hierarchie der R-Terme dar:

Every propositional function  $\phi(x)$  - so it is contended - has in addition to its range of truth, a range of significance, *i.e.* a range within which  $x$  must lie if  $\phi(x)$  is to be a proposition at all, whether true or false. [...] A term or individual is any object which is not a range. This is the lowest type of object. If such an object - say a certain point in space - occurs in a proposition, any other individual may *always* be substituted without loss of significance. (PoM, 523)

Zum untersten Typ von R-Termen gehören demnach nicht nur die Russell'schen Dinge, sondern auch die Russell'schen Begriffe - also alle einfachen R-Terme. Russell zählt sogar die Klassen als Einheit<sup>1045</sup> dazu, vorausgesetzt, dass deren Elemente zum untersten Typ gehören. Als Kriterium für die Zugehörigkeit zu diesem Typ beruft sich Russell auf ein syntaktisches bzw. quasi-grammatikalisches Prinzip<sup>1046</sup>, wonach alle Signifikate von einzelnen Wörtern dazugehören:

What we called, in Chapter VI, the class as one, is an individual, provided its members are individuals: the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc., are classes as one. [...]. These objects, therefore, are of the same type as simple individuals. It would seem that

<sup>1042</sup> Russell selbst verweist an dieser Stelle auf Freges *Grundgesetze* (Gg., 40). Siehe PoM, 506.

<sup>1043</sup> "[...] it appears that the special contradiction of Chapter X is solved by the doctrine of types, but there is at least one closely analogous contradiction which is probably not soluble by this doctrine. [...]. What the complete solution of the difficulty may be, I have not succeeded in discovering;" (PoM, 528)

<sup>1044</sup> Vergleiche mit folgender Charakterisierung der RT in Kapitel IV: "It is characteristic of the terms of a proposition that any one of them may be replaced by any other entity without ceasing to have a proposition. Thus we shall say that "Socrates is human" is a proposition having only one term..." (PoM, 44)

<sup>1045</sup> Vergleiche mit folgender Stelle: "All classes, it would seem, as numbers, men, spaces, etc., when taken as single terms, are things;" (PoM, 45). Eine Klasse als eines ist für Russell ein Aggregat und ist, wie wir gerade gesehen haben, laut Russell prinzipiell vom selben Typ wie ihre Terme. Siehe auch Kapitel I, Abschnitt 3.2.2.

<sup>1046</sup> Siehe Abschnitt 2 von Kapitel III zur Augustinischen Sprachauffassung.

all objects designated by single words, whether things or concepts, are of this type. (PoM, 523)

Den nächst höheren Typ von R-Termen stellen die (extensionalen) Klassen als Vielheit<sup>1047</sup> wie auch die einfachen Konjunktionen von R-Termen:

The next type consists of ranges or classes of individuals. [...]. Thus "Brown and Jones" is an object of this type... (PoM, 524)

Auf die Klassen folgen die Klassen von Klassen von Individuen:

The next type after classes of individuals consists of classes of classes of individuals. Such are, for example, associations of clubs; the members of such associations, the clubs, are themselves classes of individuals. (PoM, 524)

So ergibt sich, wie Russell selbst mutmaßt, eine (abzählbar) unendliche Anzahl<sup>1048</sup> von Typen:

Thus we obtain an immense hierarchy of types, and it is difficult to be sure how many there may be; but the method of obtaining new types suggests that the total number is only  $a_0$  (the number of finite integers). [...]. This, however, is only a conjecture. (PoM, 525)

Was Russell im folgenden Textauszug über die Bereiche der Bedeutsamkeit zu sagen hat, erinnert entfernt an Gödels Gedanken zur Arithmetisierung:

[...] it would seem - though of this I am doubtful - that the sum of any number of minimum types is a type, *i.e.* is a range of significance for certain propositional functions. Whether or not this is universally true, all ranges certainly form a type, since every range has a number, and so do all objects, since every object is identical with itself. (PoM, 525)

Eine ähnliche Typentheorie wie diese, verwendet Russell auch in einem der ersten Manuskripte seiner neuen Funktionstheorie, nämlich in "Funktions" (kurz 'FU'). Interessant ist hier die Tatsache, dass die Klassen definitiv durch die Funktionen ersetzt werden. Wie wir oben festgestellt haben, ist dies auf Russells in PoM gewonnene Überzeugung zurück zu führen, dass die PF vor dem Paradoxon gefeit sind. Wir haben bereits in Abschnitt 2.4. von Kapitel I darauf hingewiesen, dass in der Ontologie von FU nur noch Funktionen und Terme als grundlegende Objekte vorkommen.

Eine Einteilung der Funktionen erfolgt hier nach der Art ihres Funktionswertes. Wenn sämtliche Werte einer Funktion Terme sind, handelt es sich um eine einfache (simple function) Funktion. Wenn die Werte hingegen einfache Funktionen sind, liegt eine doppelte (double function) Funktion vor und so fort.<sup>1049</sup> Diese Klassifikation der Funktionen entspricht

---

<sup>1047</sup> Klassen als Vieles sind die Extensionen der PF. Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.2.2.

<sup>1048</sup> Wenige Monate später ist Russell in Bezug auf die Anzahl der Typen deutlich: "Of types so obtained there are an infinite number." (FU, 52)

<sup>1049</sup> FU, 52.

nun laut Russell der traditionellen Klassifikation der Funktionen nach der Anzahl der Variablen im Argumentbereich. Eine doppelte Funktion ist demnach nichts anderes als eine Funktion mit zwei Variablen - wie man in FU nachlesen kann. In FU verwendet Russell auch eine neue Notation für die Funktionen, welche wir im übernächsten Abschnitt besprechen werden. Russell definiert die einfache Funktionen wie folgt:

For if the value of a function  $\phi$  for the argument  $y$  is a simple function, we may supply to the argument  $x$ ; thus  $(\phi/y)/x$  becomes a term. This expresses what may be loosely called the value of the function  $\phi$  for the arguments  $x$  and  $y$ ; (FU, 52)

In FCR macht Russell übrigens eine ähnliche Einteilung der PF, wobei er vermutlich auf die in FU formulierte Theorie<sup>1050</sup> zurückgreift. Russell unterscheidet hier ebenfalls die Arten PF nach der Anzahl der in ihnen enthaltenen Variablen. Demnach haben die PF mit einer Variablen Propositionen als Werte, PF mit zwei Variablen haben eine PF mit einer Variablen als Funktionswert usf. Russell schreibt dazu:

[...] Functions of the sort called propositional are classified according as (a) their values are not functions, (b) their values are propositional functions whose values are not functions, (c) their values are propositional functions whose values are propositional functions whose values are not functions, and so on. (FCR, 86)

Wie Russell anschließend erklärt<sup>1051</sup>, kann die Nummerierung zur Kennzeichnung von Funktionen nicht eingesetzt werden, da die Zahlen ja erst durch Funktionen definiert werden müssen.

But as 1, 2, 3, etc. are to be defined by means of functions, we cannot in the beginning define varieties of functions by the numbers of variables they contain. (FCR, 86)

Kommen wir nun zu Russells eigentlicher Funktionstheorie.

---

<sup>1050</sup> Siehe Abschnitt 6.2. unten und Kapitel III, Abschnitt 4.

<sup>1051</sup> "But as 1, 2, 3, etc. are to be defined by means of functions, we cannot in the beginning define varieties of functions by the numbers of variables they contain." (FCR, 86)



## 6. Russells Funktionstheorie des Jahres 1903

### 6.1. Die Vorbereitung der Funktionstheorie in "Classes" und "Relations" 285

### 6.2. Die eigentliche Funktionstheorie 290

#### 6.1. Die Vorbereitung der Funktionstheorie in "Classes" und "Relations"

In folgendem Abschnitt will ich zeigen, dass Russell in den zwei Schriften "Classes" und "Relations" wichtige Überlegungen und Theorien aus PoM - speziell dem Appendix - aufgreift und dann in Richtung Funktionstheorie verarbeitet. Diese Schriften bilden sozusagen den Übergang zur Funktionstheorie dar, da hier erstmals die Idee eines Funktionskalküls in aller Deutlichkeit auftaucht. Beginnen wir mit der Analyse von "Classes".

##### 6.1.1. "Classes"

Das Manuskript "Classes" (kurz 'Cl'), welches laut Herausgeber von CP4 in den ersten 5 Monaten des Jahres 1903 entstanden ist, stellt gewissermaßen die Fortsetzung von Russells Überlegungen aus dem Appendix B zur Typentheorie von PoM dar. Da der erste Teil von CL<sup>1052</sup> mit den Axiomen und Regeln ist - wie die Herausgeber feststellen - verloren gegangen ist, erfahren wir über die darin enthaltene Funktionstheorie nur indirekt - nämlich über Whiteheads Manuskript "The Logic of Propositional Functions"<sup>1053</sup>. Wir wollen uns im Folgenden aber hier ausschließlich auf die erhaltenen Teile von Russells Text beschränken.

Wie bereits in PoM werden die Klassen<sup>1054</sup> in CL auch hier über den Begriff 'such that' und die PF definiert. Russell ist möglicherweise noch der Auffassung, dass die PF - anders als die Klassen - vor einem Paradox sicher sind. Russell operiert in CL mit den Funktionen, ohne die Klassen aus seiner Logik zu eliminieren. Was das Verständnis der Funktionen angeht, gibt es in CL zu PoM keine auffälligen Neuerungen in der Notation. Russell symbolisiert die Funktionen wie in PoM mit ' $\phi(x)$ ', den Begriff 'such that' mit Peanos ' $\exists$ '. Die Klasse aller  $x$ , welche die Funktion erfüllen, notiert er jetzt - sich auf Peano berufend - mit ' $x\exists(\phi x)$ '.

The values of  $x$  satisfying  $\phi(x)$  are the class defined by  $\phi$ . These values collectively are spoken of as "the  $x$ 's such that  $\phi(x)$  is true", or "the  $x$ 's such that  $\phi(x)$ ". The class of such values is denoted (following Peano) by the symbol  $x\exists(\phi x)$ ;  $x\exists(\phi x)$  is a symbol of  $\phi$  only, and is a new indefinable, by which the notion of *class* is introduced. Here  $\exists$  is an epsilon upside down;  $\epsilon$  has a correlative meaning to be defined later;  $\exists$  is read "such that". (CL, 5)

<sup>1052</sup> "The earlier part, which contained the basic axioms and rules for the propositional calculus quantification theory and the theory of identity, has been lost." (CP4, 3.)

<sup>1053</sup> Laut Hinweis der Herausgeber handelt es sich dabei um das Manuskript RA 710.057490. (CP4, 3)

<sup>1054</sup> Russell führt in der Einleitung einige Ausdrücke als synonym mit 'class' an: "A class (manifold, aggregate, Menge, ensemble, etc.)...". Zum Unterschied zwischen Ansammlungen, Aggregaten und Einheiten in PoM siehe Kapitel I, Abschnitt 3.2.1.

Diesen Ausdruck für die Klassenabstraktion ' $\exists (\phi x)$ ' sollte Russell in Functions (kurz 'FU') - wenige Wochen später, und zwar nach der Niederschrift von R - durch Freges Notation für die Wertverläufe ' $x' \phi(x)$ ' ersetzen. Bemerkenswert ist, dass er das ' $\exists$ ' in Relations (kurz 'R') nachträglich - vermutlich als er FU verfasste - mit einem Punkt überschreibt. Man kann also davon ausgehen, dass CI kurz vor Russells eigentlicher Funktionstheorie entstanden ist.

Die Symbole ' $\exists$ ' (für die Klassenabstraktion) und ' $\varepsilon$ ' (für die Elementschafft) werden von Russell in CL<sup>1055</sup> - was Peano wohl nicht in solcher Deutlichkeit macht - scheinbar als Zeichen für zu einander inverse Relationen aufgefasst. Aus Russells Sicht der Dinge handelt es sich dabei wohl weniger um Operationen - schon gar nicht im Sinne der Manipulation von Symbolen - als eben um Relationen. Die Elementschafft ist für Russell - wie wir wissen<sup>1056</sup> - eine Relation zwischen einem R-Term und einer Klasse als Einheit. Die Klassenabstraktion hingegen wird von Russell als Resultat der Substitution von Termen durch Variable angesehen. Die Peano'sche Notation bedeutet, dass die Generalisierung anhand des Funktionsbegriffs vorgenommen wird, was in PoM noch nicht so deutlich zu erkennen war.

Man kann sagen, dass es Russells Hauptvorhaben in CI ist, auf der Grundlage des Funktionsbegriffs einen widerspruchsfreien Klassenkalkül<sup>1057</sup> zu entwickeln. Russell greift im folgenden Absatz Ideen aus PoM<sup>1058</sup>, bei dem die Klasseninklusion des Klassenkalküls in Analogie zur Implikation des Propositionenkalküls entwickelt wird:

The relation  $\subset$  plays a part in the calculus of classes which is closely analogous to that played by  $\supset$  in the calculus of propositions. The function  $a \subset b$  is expressed in ordinary language by "all  $a$ 's are  $b$ 's"; e.g. "men  $\subset$  mortal" means "all men are mortals". (CL, 17).

Diese Formalisierung Russells der universellen Sätze der aristotelischen Tradition (wie 'all men are mortals') entspricht also noch keineswegs der modernen Analyse nach dem Schema ' $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$ '.

Ähnlich liegen die Dinge bei Existenzquantifikation. Wie wir wissen, verwendet Russell den Existenzbegriff<sup>1059</sup> im Kontext seiner Quantifikationstheorie für nicht-leere Klassen. In PoM hatte er sich bei seiner kritischen Auseinandersetzung mit der Philosophie von Lotze bereits von jener Theorie distanziert, welche er "existential theory of judgement"<sup>1060</sup> nennt. Wieder verwendet Russell Peanos Notation:

<sup>1055</sup> Siehe Zitat unten (CI, 16).

<sup>1056</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.2.2.

<sup>1057</sup> Russell schreibt in CL: "We can now advance to the transformation of propositions concerning propositional functions into propositions concerning classes." (CL, 16)

<sup>1058</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus PoM: "Between the first two [the calculus of propositions and the calculus of classes, meine Ergänzung], there is, within limits, a certain parallelism, which arises as follows: In any symbolic expression, the letters may be interpreted as classes or as propositions, and the relation of inclusion in the one case may be replaced by that of formal implication in the other." (PoM, 11-12)

<sup>1059</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus PoM: "A class is said to exist when it has at least one term." (PoM, 21)

<sup>1060</sup> "[...] the existential theory of judgement - the theory, that is, that every proposition is concerned with something that exists." (PoM, 449-450)

$\exists a$  means "there is at least one  $a$ " The notation is due to Peano.  $\exists x \ z (\phi x)$  expresses an existence-theorem; it states that the function is true for at least one value of  $x$ . So  $\exists a$  states that  $x \varepsilon a$  is true for at least one value of  $x$ . (Cl, 16)

Wenn man in Hinblick auf den Funktionsbegriff kaum einen Wandel bemerkt, zeigt sich der Wandel in Russells Ontologie<sup>1061</sup> deutlicher. Während Russell die R-Terme (die Termen im weiteren Sinn) in PoM generell (nicht im Appendix) als Individuen bezeichnet und in Begriffe und Dinge (die Termen im engeren Sinn) einteilt, teilt er jetzt die R-Terme in Cl in Klassen und Individuen ein:

That there are terms which are not classes is a fact which must be remembered in order to avoid conflicts with common sense; but we cannot recall any instance where it is actually employed in the reasoning of symbolic logic or mathematics. [...]. Such terms will be called *individuals*. (CL, 16)

Wie die Besprechung von Appendix B zur Typentheorie gezeigt hat, entspricht die Einteilung der R-Terme in CL weitgehend der Einteilung der R-Terme in Individuen und Klassen in PoM. Die Individuen gelten im Appendix B als Objekte (R-Terme) des untersten Typs, die Klassen die Objekte von Typ 2 und (beliebig) höher. Diese Einteilung aus dem Appendix von PoM und CL lässt darauf schließen, dass Russell das Problem der Generalisierung durch den Funktionsbegriff in den Griff bekommen will. Wie sich in den nächsten Abschnitten zeigen wird, sollte es ihm aber noch länger nicht gelingen, eine auch philosophisch befriedigende Quantifikationstheorie zu entwickeln.

Nun wollen wir kurz auf "Relations" eingehen - jenes Manuskript also - welches die Herausgeber von CP4 als zweites abgedruckt haben.

### 6.1.2. "Relations"

"Relations" (kurz 'R') stammt laut Herausgebern aus ungefähr demselben Zeitraum wie CL und weist - was Notation und Methode angeht - wie CL einen Übergangscharakter<sup>1062</sup> auf. Demnach zeigt sich hier der zunehmende Einfluss Freges, während der von Peano scheinbar zurück geht.

In R entwickelt Russell seine Auffassung der Relationen aus PoM<sup>1063</sup> weiter. Dies zeigt sich in der Diskussion der der Analyse von relationalen Propositionen. Während Russell in PoM bei den binären relationalen Propositionen 2 Möglichkeiten der Analyse nach dem Schema

---

<sup>1061</sup> Siehe dazu Kapitel I, Abschnitt 2.4.

<sup>1062</sup> "Both notation and method reflect the transitional character of this paper, in which Frege can be seen replacing Peano as the dominant influence on Russell's thinking." (CP4, 39)

<sup>1063</sup> "It may be doubted whether a proposition  $aRb$  can be regarded as asserting  $aR$  of  $b$ , or whether only  $\check{R}a$  can be asserted of  $b$ . In other words, is a relational proposition only an assertion concerning the referent, or also an assertion concerning the relatum? If we take the latter view, we shall have, connected with (say) " $a$  is greater than  $b$ ", four assertions, namely " $a$  is greater than  $b$ ", " $a$  is greater than", " $a$  is less than  $a$ " and " $b$  is less than", I am inclined myself to adopt this view, but I know of no argument on either side." (PoM, 98).

Assertion/Subjekt sah, führt er in R noch 3 weitere an. Wie in Abschnitt 3.2.5. deutlich wurde, handelt es sich bei dieser Analyseform um die funktionale Analyse<sup>1064</sup>.

Given a proposition containing  $a$  and  $b$ , we may consider it (1) as making about  $b$  an assertion which contains  $a$ , (2) as making about  $a$  an assertion which contains  $b$ , (3) as making an assertion about  $a$  and  $b$ , or (4) as making an assertion about the couple composed of  $a$  first and  $b$  after; or (5) as making an assertion about the couple composed of  $b$  first and  $a$  after. Thus consider, e.g. the proposition

" $a$  is the father of  $b$ "

We may divide this into

- (1) " $a$  is the father of" and " $b$ ".
- (2) " $a$ " and "is the father of  $b$ ".
- (3) " $a$ " and "is the father of" and " $b$ ".
- (4) "From  $a$  to  $b$ " and "the relation of paternity holds".
- (5) "From  $b$  to  $a$ " and "the relation of sonship holds".

Symbolically, these cases may be represented generally by the expressions:

(1)  $\phi_a(b)$ ; (2)  $\phi_b(a)$ ; (3)  $\phi(a, b)$ ; (4)  $\overset{\rightarrow}{\phi}(a \rightarrow b)$ ; (5)  $\overset{\leftarrow}{\phi}(b \rightarrow a)$ . (R, 40)

Ich führe diesen Wandel in Russells Denken darauf zurück, dass sich der Einfluss des Funktionsbegriffs bemerkbar macht und Russells Denken sich weg von einem vorwiegend ontologischen Diskurs zu einem symbolischen, formalen Diskurs hinbewegt. Diese philosophischen Fragen ergeben sich wie im Falls der funktionalen Analyse in Zusammenhang mit der Notationsfrage. Der formale Diskurs geht dem philosophischen in gewisser Hinsicht also zumindest teilweise voraus. Russell bekannte Abneigung gegen den Formalismus bedingt die Tatsache, dass der philosophische Diskurs nicht verschwindet und der formale Diskurs so eine größere Autonomie erhält - wie auch in den folgenden Abschnitt zu sehen sein wird.

Dass der Diskurs nach PoM zusehends formaler wird, zeigt sich auch darin, dass Russell die Relationen<sup>1065</sup> in CL, anders als in PoM<sup>1066</sup> - als extensionale Gebilde, nämlich als geordnete Paare (class of couples with sense)<sup>1067</sup> konzipiert:

Thus symbolic logic takes relations, like classes, in extension. (R, 43)

Die Richtung (sense) der Relationen wird dabei durch den Pfeil (' $\rightarrow$ ') angezeigt. Die Relationen werden wie die Klassen als Funktionen, eine Option, welche in PoM<sup>1068</sup> zwar besprochen, aber nicht ergriffen wurde. Russell schreibt in R:

<sup>1064</sup> Siehe Abschnitt 3.3.5.

<sup>1065</sup> Relationen werden generell auf PF reduziert: "With respect to relations, a relation in intension is simply a double propositional function  $\phi(x,y)$ " (RML, 262).

<sup>1066</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.2.

<sup>1067</sup> R, 40.

<sup>1068</sup> Siehe Abschnitt 4.3. von Kapitel I.

The class of entities such as  $a \rightarrow b$  or  $b \rightarrow a$  forms a new indefinable, which we shall call the class of *couples with sense*, or simply *couples*. A couple is a function of two variables, of which the first will be called *referent*, the second the *relatum*. (R, 40)

Russell definiert weiters<sup>1069</sup> den Argumentbereich (domain), den Abbildbereich (converse domain) und das Feld (field) von Funktionen auf ähnliche Weise, wie dies schon im Appendix von PoM<sup>1070</sup> geschehen ist.

Russell beschreibt in CI eine für die Funktionstheorie essentielle Technik zur Reduktion<sup>1071</sup> der mehrstelligen Funktionen auf einstellige, welche er wohl bei Frege<sup>1072</sup> kennen gelernt hat. Diese Technik, welche ebenfalls zum Grundinventar von Churchs  $\lambda$ -Kalkül gehört, interpretiert Funktionen mit  $n$  Variablen als Werte von Funktionen mit  $n+1$  Variablen<sup>1073</sup>:

By means of couples, all other functions of two variables [...] can be replaced by functions of one variable. (R, 40-41)

Das neue Schema für eine zweistellige Funktion  $\phi(x,y)$  ist  $\phi(z)$ . So kann die Relation der Vaterschaft beispielsweise anhand einer einstelligen Funktion symbolisiert werden:

This is a function of  $z$  only, and thus gives the class of  $z$ 's for which it is true, this class may be spoken of as the class of instances of paternity; or simply the class of paternities. (R, 41)

Russell weist darauf hin, dass die Tiefenstruktur der Relationen auf diese Weise verschleiert wird.

The substitution of the function  $\phi(z)$  for  $\phi(x,y)$ , in the symbolic treatment of relations, must not be regarded as being of the nature of a philosophical analysis. Functions of two variables are logically fundamental, and are used in defining  $\phi(z)$ , which is derivative from  $\phi(x,y)$ . And the couple with sense is itself a function of two variables. (R, 41)

Hier werden gestimmte symbolische Umformungen von Russell als legitim angesehen, auch wenn sie dann von der philosophischen Analyse als zumindest unvollständig ausgewiesen werden. Dies erinnert an Russells Bemerkung über die intransitiven Verben<sup>1074</sup>, welche eine Relation zu einem versteckten Relatum ausdrücken. In beiden Fällen wird die regressive Analyse mit der funktionalen Analyse kombiniert.

Es gilt laut Russell folgendes Prinzip:

---

<sup>1069</sup> CL, 45.

<sup>1070</sup> PoM, 97.

<sup>1071</sup> Vergleiche mit FU, 50.

<sup>1072</sup> "By suppressing in like manner a proper name in the name of a function of the first order with one argument, we obtain the name of a function of the first order with two arguments (Gg. p. 44)." (PoM, 506)

<sup>1073</sup> Vergleiche mit FU, wo beispielsweise einfache Funktionen als Funktionswerte von doppelten Funktionen dargestellt werden. Siehe dazu Abschnitt 6.2.

<sup>1074</sup> "In intransitive verbs, the notion expressed by the verb is complex, and usually asserts a definite relation to an indefinite relatum, as in "Smith breathes." " (PoM, 44). Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.1.

→  
[...]  $\phi(z)$  holds when and only when  $z$  is a couple whose constituents satisfy  $\phi(x,y)$ . (R, 42)

Erst in der Überarbeitung von R ist die oben erwähnte, neue Strategie Russells bemerkbar, die Klassen auch von der Schreibweise her durch die Funktionen zu ersetzen. Russell überarbeitet das Manuskript nachträglich, um es in Einklang mit der neuen Theorie von FU zu bringen. Um die Peano'sche Notation für Klassenabstraktion  $\{\lambda z (\phi x)\}$  weitgehend zu vermeiden, ersetzt er das  $\lambda$  in einigen Fällen durch einen großen Punkt und setzt eine Klammer davor. So wird in der Überarbeitung beispielsweise aus ' $\lambda z (\phi x)$ ' der Ausdruck ' $(\exists x).\phi(x)$ '. An dieser Ersetzung ist abzulesen, dass Russells Denken zunehmend Freges Einfluss erfährt - was sich bereits im Appendix A von PoM nieder zu schlagen begann. Kommen wir nun zu Russells eigentlicher Funktionstheorie.

## 6.2. Die eigentliche Funktionstheorie

### 6.2.1. "Functions" 290

### 6.2.2. "On Meaning and Denotation of Phrases" 302

### 6.2.3. "Dependent Variables and Denotation" 311

### 6.2.4. "On Meaning and Denotation" 314

#### 6.2.1. "Functions"

Wenn die Manuskripte CL und R noch weitgehend im Bann der Philosophie von PoM stehen, ist der neue Geist der Funktionstheorie in Functions (kurz 'FU') noch deutlicher zu spüren. Russell verwendet hier für die Funktionen erstmals die Notation mit dem *spiritus lenis*. In FU präsentiert Russell im Mai 1903 seine eigentliche Funktionstheorie, welche diesen Namen - anders als die Theorie aus PoM - verdient, zumal hier Umformungsregeln und Prinzipien formuliert werden. Ich vertrete die These, dass Russell - seitdem er sich im Appendix mit Freges Theorien auseinandergesetzt hat - unter zunehmenden Einfluss von Frege steht, mit welchem er in ständigem Briefkontakt steht. Die Bedeutung Peanos für Russells Denken hat zu diesem Zeitpunkt bereits ihren Zenit überschritten.

Zunächst charakterisiert Russell den Funktionsbegriff in FU auf ähnliche Weise ein, welche wir aus PoM<sup>1075</sup> kennen. Die Funktion entsteht demnach als Ergebnis der Substitution, wie man folgendem Absatz entnehmen kann:

When any expression contains a constituent  $x$ , it is possible to conceive of  $x$  being replaced by  $y$  or  $z$  or any other term, without any other change being made in the expression. When this is done, something remains constant while the term in question is changed. This

---

<sup>1075</sup> PoM, 56. Und auch: "A propositional function of one variable is any proposition of a set defined by the variation of a single term, while the other terms remain constant. [...] the term in question must be not simply omitted, but replaced by a *variable*." (PoM, 106-107). Siehe die Abschnitte 5.2. und 5.4.2.

something is called a function. The expression containing  $x$  is called the value of the function for the argument  $x$ . (FU, 50)

Russell spricht hier - wie auch später<sup>1076</sup> - kurioserweise wie Frege von Ausdrücken und nicht von Termen. Wie dies zu werten ist, lassen wir zunächst offen. Möglicherweise nähert er sich dem Verständnis der Funktionen als Platzhalter für Ausdrücke an, ohne dass er es selbst bemerkt. Wir haben schon darauf hingewiesen, dass Russell manchmal von den Ausdrücken spricht, und eigentlich die realen R-Terme meint.

Beim hier intendierten Funktionsbegriff handelt es sich anscheinend um den allgemeinen Funktionsbegriff, welchen Russell zwar als undefinierbar voraussetzt, aber dann doch als erklärbar ansieht. Was wir über die Definitionen und die Analyse wissen - heideudet dies nichts anderes, als dass die Funktionen im mathematischen, regressiven Sinne undefinierbar sind, während die Funktionen im philosophischen Sinne als definierbar gelten. Die philosophische Analyse und der philosophische Diskurs um die funktionale Analyse legen nämlich die Tiefenstruktur der wahren Aussagen - und damit die Struktur der (propositionalen) Wirklichkeit - frei.

Die Funktion gilt laut FU jedenfalls als eine spezielle Relation, nämlich als die "Relation des Ausdrucks  $X$  zum Term  $x$ , der in ihm auftritt"<sup>1077</sup>. Russell kommt der modernen Auffassung der Funktionen als Abbildungen hier tatsächlich viel näher als in PoM. Der Punkt ist, dass Russell in FU tatsächlich zunächst von Ausdrücken und Symbolen selbst spricht, und nicht wie gewöhnlich in erster Linie von deren Signifikaten. Die Anweisungen beschreiben dann die Funktionsanwendung, d.h. wie man von einem Funktionsausdruck zum Funktionswert kommt. In diesem Kontext verwendet Russell ein neues Symbol ( $\phi/x$ ), welches auf Peano zurückgeht und er anscheinend auf Whiteheads Vorschlag einführt:

If  $\phi$  denotes the function,  $\phi/x$  will be used to denote the value of the function for the argument  $x$ ; (FU, 50)

Dann folgen als Gegenstück dazu Anweisungen für die Funktionsabstraktion, d.h. wie man aus einem Ausdruck, welcher die Variable  $x$  enthält, einen Ausdruck isoliert<sup>1078</sup>, welcher für die Funktion selbst steht:

[...] the notation  $x'(X)$  represents an analysis by which the functional part of a complex is detached. (FU, 50)

---

<sup>1076</sup> "The notion of function is indefinable; but by way of explanation it may be said that a function is to be conceived as the relation of the expression  $X$  to the term  $x$  which occurs in it." (FU, 50)

<sup>1077</sup> "The notion of function is indefinable; but by way of explanation it may be said that a function is to be conceived as the relation of the expression  $X$  to the term  $x$  which occurs in it." (FU, 50)

<sup>1078</sup> "[...] the notation  $x'(X)$  represents an analysis by which the functional part of a complex is detached." (FU, 50)

Dabei steht das 'X' für einen Komplex<sup>1079</sup> bzw. für einen komplexen Ausdruck, um bei der von Russell ursprünglich intendierten Kategorie zu bleiben. Russell geht daran, im Rahmen seiner Funktionstheorie eine umfassende Theorie der Komplexe zu entwickeln. Eine Schwierigkeit besteht darin, dass sich Russell von Anfang an nicht darauf festlegt, ob Komplexe R-Terme oder Formeln sind. Tatsächlich sind die Komplexe für Russell - wie wir wissen - primär nicht-sprachliche Entitäten. Die Vernachlässigung von rein sprachlichen Angelegenheiten für den philosophischen Diskurs bleibt auch nach PoM<sup>1080</sup> zunächst aufrecht.

Wir stellen fest, dass Russell Ungenauigkeit in Bezug auf die verschiedenen Ebenen auch noch nach PoM zu finden ist. Es ist nicht immer klar, ob er von Ausdrücken oder von R-Termen spricht. Ich will an späterer Stelle zeigen, dass in der seiner Theorie der Komplexe aus dem Jahre 1904 die syntaktische Betrachtung immer mehr an Autonomie gewinnt. Bleiben wir aber zunächst bei FU.

Russell verwendet an hier<sup>1081</sup> meines Wissens zum ersten Mal die Notation mit dem *spiritus lenis*<sup>1082</sup>, welche er von Frege übernimmt.

[...]; and conversely, if  $X$  denotes an expression containing  $x$ ,  $x'(X)$  will be used to denote the function involved. (FU, 50)

An dieser Stelle will ich darauf hinweisen, dass der *spiritus lenis* aus technischen Gründen<sup>1083</sup> in meinen Text nach dem 'x' positioniert ist, und nicht wie in CP4, genau über dem 'x'. Russell sollte diese Schreibweise für Funktionen über mehrere Monate beibehalten, bis er sie Mitte 1904 durch die Notation mit dem Zirkumflex und dem *spiritus asper* ersetzt.

Russell nennt anschließend zwei Beispiele, um die Vorzüge der neuen Notation zu erläutern. Es ist vielleicht kein Zufall, dass er für jeden Funktionstyp - nämlich den DF und PF - ein Beispiel anführt. Wie es scheint, zieht Russell in seiner Theorie der Komplexe zunächst den allgemeinen Funktionsbegriff heran. Doch dazu später mehr.

Russells Anleitung beschreibt, wie man den Übergang von einem Komplex zur Funktion symbolisieren kann:

---

<sup>1079</sup> Es handelt sich wohl um funktionale Komplexe ("functional complexes"). Siehe Manuskript 3D (FU, 65).

<sup>1080</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung aus PoM: "[...] a proposition, **unless it happens to be linguistic**, does not itself contain words: it contains the entities indicated by the words." (PoM, 47). Und später schreibt Russell: "We ought not to say "the word *denotes* its object", but "the object occurs as term". **The former is to linguistic. [meine Hervorhebungen]**" (DVD, 298)

<sup>1081</sup> Russell versteht hier unter Denotation nicht das logische Phänomen, welches im Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen steht, sondern ausnahmsweise ein rein sprachliches im Sinne der Designation. Laut der Tabelle zur Denotation in Kapitel IV, handelt es sich demnach nicht um die Bedeutung die unter 1.2.2. angeführt wird, sondern um jene, die unter 1.2.3. angeführt ist.

<sup>1082</sup> Klement spricht hier vom "smooth breathing accent" im Gegensatz zum "rough breathing accent" der Zig-Zag Theorie. (Klement 2002, 25)

<sup>1083</sup> Ich verwendet ein simples Schreibprogramm von Office (2003).



[...] for example, if  $X$  be  $\sin x$ ,  $x'(\sin x)$  denotes the sine in itself, and so does  $y'$  ( $\sin y$ ). If  $X$  be "x is a man",  $x'(X)$  denotes the relation of be "x is a man" to  $x$ , which may be regarded as expressed by "being a man". (FU, 50)

Der Komplex wird hier als Wert einer Funktion aufgefasst, von dem aus man anschließend die Funktion selbst ermittelt. Wenn man anschließend die Funktionsanwendung durchführt, kommt man wieder auf den anfänglichen Funktionswert zurück. Wieder spricht Russell - als ob es sich um eine rein syntaktische Operation handeln würde - von der Manipulation von Symbolen:

Also  $x'(\phi/x)$  will be another symbol for  $\phi$ ; and thus  $\{x'(\phi/x)\}/x$  will be another symbol for  $\phi/x$ . (FU, 50)

Russell erklärt in FU - nachdem er feststellt, dass die Klassen gänzlich überflüssig sind - jene Notation für die Funktionen selbst zu gebrauchen, welche Frege für die Wertverläufe verwendet hat. Dieser Eintrag markiert einen der vielen Wendepunkte in Russells Denken. Der Gebrauch des *spiritus lenis* geht also auf Frege zurück. Freges Operator ' $\wedge$ ' steht hier für die Anwendung einer Funktion auf ein Argument und entspricht ungefähr Russells Symbol ' $'$ ' in FU. Zunächst ein Auszug aus Russells berühmten Brief:

I received your letter [vom Mai 1903, meine Hinzufügung] this morning, and I am replying to it at once, for I believe I have discovered that classes are entirely superfluous. Your designation  $\varepsilon'(\phi\varepsilon)$  can be used for  $\phi$  itself, and  $x \wedge (\varepsilon'(\phi(\varepsilon)))$  for  $\phi(x)$ . (Frege 1980b, 158)

Da - wie wir gerade deutlich wurde - die Funktionsabstraktion und die Funktionsanwendung als inverse Operationen auf Komplexe verstanden werden, führt die Anwendung von beiden hintereinander zum Ausgangskomplex zurück. In Russells Worten:

Thus  $x'(X)|x$  will be another symbol for  $X$ ; and if we denote by  $Y$  what  $X$  becomes when  $y$  is substituted for  $x$ ,  $x'(X)|y$  will be another symbol for  $Y$ . (FU, 50)

Während Russell in FU behauptet, dass ' $x'(X)|y$ ' ein anderes Symbol für ' $Y$ ' ist, wird er in OMDP<sup>1084</sup> sagen, dass beide Komplexe zwar dasselbe Objekt denotieren, sie sich aber in ihrer Bedeutung unterscheiden.

Dass Russells bestimmte Buchstaben für Komplexe - wie ' $X$ ', ' $Y$ ' - und andere Buchstaben für Funktionen - wie  $\phi(x)$  oder  $f(x)$  - verwendet, weist auf eine strukturelle Schwäche von Russells Philosophie speziell nach PoM hin, welche uns noch beschäftigen wird. Die Frage ist, ob letztendlich die Komplexe oder die Funktionen als grundlegend anzusehen sind. Wie wir wissen, ist Russell auch in PoM unschlüssig darüber, ob die Propositionen oder die PF als grundlegend einzustufen sind. Russell tendiert in FU - wie

<sup>1084</sup> "Thus our complex  $X$  is replaced by  $\{x'(X)\}|x$ , which, in the above instances, denoted the same object as was denoted by  $X$ , but differed from  $X$  as regards **meaning [meine Hervorhebung]**." (OMDP, 289)

auch in anderen Manuskripten und wohl auch in PoM - dazu, den Funktionen den logischen Vortritt zu geben.

So, wenn er behauptet, dass  $\phi/x$  die logische Genese aller Komplexe darstellt, während die Notation ' $x'(X)$ '<sup>1085</sup> eine Analyse darstellt, in der der funktionale Teil eines Komplexes isoliert wird:

The notation  $\phi/x$  represents the logical genesis of all complexes, whereas the notation  $x'(X)$  represents an analysis by which the functional part of the complex is detached. (FU, 50)

Russells Redeweise von der logischen Genese (durch den Funktionsbegriff) suggeriert eine Angelegenheit des Seins, während der Ausdruck 'detached' eine erkenntnistheoretische, wenn nicht psychologische Dimension andeutet. Russell ist scheinbar der Auffassung, dass eine interpretierenden Analyse von den Komplexen ausgeht und zu den Funktionen vordringt, welche allein die propositionale Realität korrekt widerspiegeln oder abbilden. Die funktionale Analyse erweist sich in Zusammenhang mit den Komplexen immer mehr als interpretierende Analyse.

In Abschnitt 6.1. habe ich die These vertreten, dass Russell in Zusammenhang mit den Verben und der Reduktion von zweistelligen Funktionen (Relationen) auf einstellige die funktionale Analyse mit der regressiven Analyse kombiniert hat. Jetzt stelle ich fest, dass das interpretierende Element der Analyse in Russells Funktionstheorie an Bedeutung gewinnt. Dies geschieht dadurch, dass sich die syntaktischen Elemente in Russells Philosophie immer mehr verselbständigen. Wie wir aus Abschnitt 3.3.4. wissen, besteht die interpretierende Analyse in einer Rephrasierung bzw. Übersetzung des zu analysierenden Ausdruckes (analysandum) in einen Ausdruck einer bevorzugten Sprache (wie der Logik). Kehren wir noch einmal zur problematischen Relation zwischen den Komplexen und den Funktionen zurück.

Wenn man die Funktionen als von den Komplexen generiert denkt, ist dies laut Russell<sup>1086</sup> - wenn auch praktisch - nicht ganz korrekt. Letzteres ist laut Russell darauf zurück zu führen, dass sich diese Notation, wie auch die natürlichen Sprachen, besser zum Ausdrücken von Komplexen als von Funktionen eignet<sup>1087</sup>:

But the latter course [to start with  $X$  and proceed to  $x'(X)$ , meine Hinzufügung] is sometimes convenient, since our notation lends itself more easily, as does ordinary language, to the expression of complexes than to that of functions. (FU, 51).

---

<sup>1085</sup> Die Notation ' $x'|X$ ' wird auch als der "Rest von  $X$ " bezeichnet. Siehe OMDP, 289.

<sup>1086</sup> "In these cases it is convenient, though not strictly correct, to regard the function, with Frege, as what results from simply removing  $x$ . Thus we will speak of the sine, the logarithm, the square, being a man, the property that if one is a man one is mortal, as functions. In common language, verbs, prepositions, and in a sense adjectives, express functions; the word that do not express functions may be called, by a slight extension, proper names." (FU, 51)

<sup>1087</sup> "But the latter course [to start with  $X$  and proceed to  $x'(X)$ , meine Hinzufügung] is sometimes convenient, since our notation lends itself more easily, as does ordinary language, to the expression of complexes than to that of functions." (FU, 51).

Dies ist auch insofern eine interessante Stelle, als sich Russell hier, was sogar bereits in mindestens einer Stelle<sup>1088</sup> in PoM geschehen war, von seinem Dogma<sup>1089</sup> aus PoM distanziert, wonach die herkömmliche, natürliche Sprache als Führer für die philosophisch-logische Analyse schlechthin gelten muss. Damit erfährt die oben vertretene These, dass Russells funktionale Analyse immer mehr die Struktur der rephrasierenden Analyse annimmt.

Russell beendet die Frage nach der Relation zwischen den Komplexen und den Funktionen durch eine eindeutige Antwort<sup>1090</sup>:

The logical correct course, therefore, would be to begin always with the function  $\phi$ , and to proceed to its value  $\phi/x$ , not to start with  $X$  and proceed to  $x'(X)$ . (FU, 51)

Russell Argument dafür, von den Funktionen auszugehen, lautet, dass sie mit Ausnahme der Identitätsfunktion stets einfacher als ihre Werte sind. Er schreibt in FU:

[...] functions, except in the case of the function whose value for the argument  $x$  is  $x$  itself, which we may call the identical function, are simpler than their values: their values are complexes formed of themselves together with a term. (FU, 51)

Das Einfache als Analysandum und das Komplexe als Analysans anzusehen, entspricht im Prinzip dem dekompositionalen Ansatz<sup>1091</sup>. Allerdings lässt diese Bemerkung darauf schließen, dass Russell hier die PF vor Augen, und nicht die DF. Wie wir in Abschnitt 5.4.2.4. festgestellt haben, sind die Werte der PF komplexe Gebilde, welche neben der Funktion auch die Argumente enthalten. Von den DF<sup>1092</sup> hingegen behauptet Russell, dass sie nicht-injektiv sind und in der Regel herkömmliche, einfache Terme denotieren. Russell hält auch andernorts<sup>1093</sup> fest, dass das besagte Prinzip aus FU nicht für alle Funktionen gilt. Möglicherweise finden sich ja in FU nützliche Hinweise.

Russell schreibt einige Zeilen vorher:

<sup>1088</sup> "It would seem, then, that "all  $U$ 's" is not validly analyzable into *all* and *u*, and that language, in this case as in some others, is a misleading guide. The same remark will apply to *every*, *any*, *some*, *a*, and *the*." (PoM, 72-73)

<sup>1089</sup> "The study of grammar, in my opinion, is capable of throwing far more light on philosophical questions than is commonly supposed by philosophers. [...] On the whole, grammar seems to me to bring us much nearer to a correct logic than the current opinions of philosophers; and in that follows, grammar, though not our master, will yet be taken as our guide." (PoM, 42)

<sup>1090</sup> Am Ende von Manuskript 3b finden sich folgende Bemerkungen über die Anwendung dieser Auffassung auf die Implikationen. Implikationen sind demnach der Struktur nach zweistellige Funktionen.

"It would be better always explicitly to define a *function*, not a complex.

Thus

$\supset = p'q'$  ( $p \supset q$ )

will be our indefinable, not  $p \supset q$  itself... [...] every implication will appear as a function of variables. It is merely a principle of notation that given any expression  $X$ , the function involved is to be  $x'(X)$ , and consequently  $x'(X)|x$  is  $X$  and  $x'(X)|y$  is  $Y$ ." (FU, 54-55)

<sup>1091</sup> Siehe Abschnitt 3.3.3.

<sup>1092</sup> "It is obvious that functions which can have the same values for different arguments must be denoting functions. If the argument is a constituent of the value of the function, the value must change with the argument." (OMD, 351). Siehe Abschnitt 7.2.

<sup>1093</sup> "[...] the values of the variable are not in general constituents of the values of the function." (FCR, 87)

The only function whose values are not all complexes is the function whose value for the argument  $x$  is  $x$  itself. All other functions, such as those whose values are  $\sin x$ ,  $\log x$ ,  $x^2$ , "x is a man", "If x is a man, x is mortal", and so on, are capable of analysis:  $x$  is a constituent of the expression denoting the value of the function, but is not the only constituent. (FU, 50-51)

Russell zieht anschließend den Schluss, dass es - mit Ausnahme der Identitätsfunktion - zulässig ist, wie Frege<sup>1094</sup> den Ausdruck als Funktion zu bezeichnen, welcher übrig bleibt, wenn die Variable entfernt wird. Und genau hier zeigt sich der entscheidende, heikle Punkt. Russell spricht in der gesamten Argumentation von FU von den Ausdrücken der Funktionen und nicht von diesen selbst. Die Ausdrücke der Funktionswerte sind allerdings insofern komplexer als die der Funktionen selbst, weil sie zusätzlich die Ausdrücke für die Terme enthalten, welche an die Stelle der Variablen treten.

Wie Russells spätere Analyse<sup>1095</sup> zeigt, gilt für die Funktionen allgemein kein Kompositionalitätsprinzip. Die Werte einer DF wie  $\sin x$  ist für jedes zulässige Argument ein einfacher Term (eine Zahl), während der Ausdruck 'sinx' (mit einer Zahl anstelle der Variablen) natürlich in zwei Komponenten zerlegt werden kann. Es zeigt sich an dieser Stelle, dass sogar die mathematische, symbolische Notation die Realität nicht exakt abzubilden vermag. Wie wir wissen, gerät das augustinische Sprachmodell Russells bereits durch die denotierenden Begriffe immer mehr ins Wanken. Da Russell die Variable als eine Art von denotierenden Begriff konzipiert, ist es nicht verwunderlich, dass sich bei der Notation der Funktionen ähnliche Brüche ergeben. Die Schwierigkeiten in FU betreffen aber nicht nur die Notation, sondern auch die Ontologie, die wir anschließend besprechen wollen.

Die Ontologie der Funktionen bleibt nicht nur in PoM, sondern auch noch in FU weitgehend ungeklärt. Zweifellos handelt es sich für Russell um Strukturen, welche eine von den Ausdrücken losgelöste Realität aufweisen. Jedenfalls sind sie laut PoM keine herkömmlichen R-Terme, zu welchen Russell die mit den Funktionen eng verwandten Relationen<sup>1096</sup> sehr wohl zählt. Die Tiefenstruktur der Funktionen bleibt in FU auch deshalb unbestimmt, da der hier verwendete allgemeine Funktionsbegriff für Russells ontologische Ansprüche nicht hinreichend definiert ist. Es scheint zunächst so, als ob Russell in FU Freges Philosophie der Funktionen fast kritiklos übernehmen würde. Wir werden noch auf Russells Einstufung der Funktionen in FU zu sprechen kommen.

Folgende Stelle über die Ontologie von FU, in der von Klassen überhaupt nicht mehr die Rede ist, entspricht fast wortwörtlich einer Stelle aus dem Appendix von PoM, wo Russell -

---

<sup>1094</sup> Im Appendix von PoM kritisiert Russell die Funktionstheorie Freges gerade in dieser Hinsicht: "[...] but he adopts concerning functions the theory of subject and assertion which we discussed and rejected in Chapter VII." (PoM, 505). Der kritische Punkt ist für Russell folgende Kennzeichnung der Funktionen: "The essence of a function is what is left when the  $x$  is taken away..." (PoM, 505).

<sup>1095</sup> Siehe OMD, 351.

<sup>1096</sup> Zur Beziehung zwischen Relationen und Funktionen siehe Kapitel I, Abschnitt 4.3.

damals noch kritisch - die Theorien Frege wiedergibt. Die parallele Stellen soll dann angeführt werden:

Whatever is not a function will be called a *term* ; either a term or a function will be called an *object*; so that everything absolutely is an object. (FU, 51)

A thing is anything which is not a function, *i.e.* whose expression leaves no empty place. (PoM, 505)

Russell spricht im Appendix von PoM zwar von Dingen und nicht wie in FU von Termen. Wie in Kapitel I gezeigt wurde, sind die Terme i.e.S. aber Russells gerade Dinge. Russell weist selbst darauf hin, dass Freges Gegenstände genau seinen Dingen<sup>1097</sup> entsprechen. Freges Gegenstände sind nun die möglichen Argumente der Funktionen, wie Russell einer Stelle aus Freges *Grundgesetzen* entnimmt:

Anything whatever is a possible argument for a function (p.17). (PoM, 505)

In FU gibt es einige Äußerungen Russells, welche auf einen syntaktischen Zugang zur Ontologie hinweisen. Dabei geht es gewissermaßen um die semantische Verwendung der verschiedenen Wortarten, welche Russell als quasi-grammatikalische Kategorien<sup>1098</sup> fasst. So werden Funktionen laut FU durch Verben, Präpositionen und Adjektive (mit einer Einschränkung)<sup>1099</sup>, die Terme hingegen durch Eigennamen (ebenfalls mit einer Einschränkung)<sup>1100</sup> ausgedrückt:

In common language, verbs, prepositions, and in a sense adjectives, express functions; the words that do not express functions may all be called, by a slide extension, proper names. (FU, 51)

Es sieht ganz so aus, als ob Russell hier einen Diskurs aus PoM<sup>1101</sup> fortsetzen würde. Dort wurden die entsprechenden Wortarten nämlich als Signifikanten der zwei Kategorien von R-Termen von PoM - nämlich der Dinge und der Begriffe - angeführt.

---

<sup>1097</sup> "His use of the word *Begriff* does not correspond exactly to any notion in my vocabulary, though it comes very near to the notion of an assertion [...]. [...] his *Gegenstand* seems to correspond exactly to what I have called a thing (§48). I shall therefore translate *Gegenstand* by *thing*." (PoM, 505). Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.1.

<sup>1098</sup> Siehe Kapitel III.

<sup>1099</sup> Vermutlich bezieht sich Russell hier darauf, dass substantivierte Adjektive ebenfalls zu den Adjektiven gezählt werden müssen, was er bereits PoM getan hat. In Kapitel III, Abschnitt 3.3., wird gezeigt, dass es sich hier also um quasi-grammatikalische Kategorien handelt.

<sup>1100</sup> Russell verweist in einer Fußnote auf das Kapitel IV von PoM. Vermutlich bezieht er sich auf folgende Stelle: "Here proper names are to be understood in a somewhat wider sense than is usual, and things are to be understood as embracing all particular points and instants, and many other entities not commonly called things." (PoM, 44)

<sup>1101</sup> "Among concepts, again, two kinds at least must be distinguished, namely those indicated by adjectives and those indicated by verbs. The former kind will often be called predicates or class-concepts; the latter are always or almost always relations." (PoM, 44) und auch: "Among terms, it is possible to distinguish two kinds, which I shall call respectively *things* and *concepts*. The former are indicated by proper names, the latter those indicated by all other words." (PoM, 44). Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.

Der Vergleich mit FU zeigt, dass dieses Manuskript tatsächlich einen Wandel in der Ontologie markiert. Die funktionale Analyse teilt so nicht nur alle Objekte in Funktionen und Terme ein, sondern nimmt eine entsprechende Einteilung der Wortarten vor.

Der entscheidende Unterschied zu PoM zeigt sich darin, dass jetzt der Funktionsbegriff als Instrument für die Semantik der Verben und Adjektive (und anderen Wortarten) angenommen wird. Wie wir wissen, hat Russell die Verben (bzw. deren Signifikaten) ja bereits in PoM als Relationen aufgefasst. Die Relationen stehen in PoM ihrerseits in enger Verbindung zu den Relationen, wie wir aus Abschnitt 4.3. von Kapitel I wissen.

Die Idee, die Funktionen - neben den einfachen Termen - als die grundlegenden Objekte anzusehen, ist in PoM bereits zu spüren. Die Frage ist, ob Funktionen so leicht in eine platonistische Ontologie integriert werden können, wie dies bei Relationen zunächst der Fall war. Allerdings ergeben sich sogar bei den Relationen unüberwindliche Schwierigkeiten, wie sich in Zusammenhang mit Bradleys Paradox<sup>1102</sup> zeigte. Russell hat diese Schwierigkeiten in PoM geschickt unter den Teppich gekehrt, in der Hoffnung sie dann im Rahmen der Funktionstheorie lösen zu können.

Allerdings hat sich gezeigt, dass der Funktionsbegriff mit dem Termbegriff aus PoM nicht kompatibel ist. Russells Philosophie der Funktionen erfordert deshalb eine Modifikation des Termbegriffs. Wie ich glaube, begann Russell in FU genau dies umzusetzen. Wie sich gezeigt hat, versucht Russell zunächst syntaktisch vorzugehen, wenn er die Funktionen als das konstante Element von Ausdrücken bestimmt. Kommen wir zu seiner Bemerkung über die Wortarten und ihre semantische Funktion zurück.

Wenn man die Adjektive nämlich als Signifikanten der einstelligen Relationen auffassen würde, kann man behaupten, dass der Funktionsbegriff<sup>1103</sup> in FU den Relationsbegriff ersetzt. Im zweiten Teil von FU (3b Primitive Propositions for Functions) behauptet Russell dann, dass der Funktionsbegriff nicht durch den Relationsbegriff fassbar ist. Nur anhand des Funktionsbegriffs - aber nicht anhand des Relationsbegriffs - kann die Form bzw. der konstante Teil<sup>1104</sup> eines Ausdrucks erfasst werden, schreibt Russell:

If *X* be any expression containing *x*, the *form* of the expression may be preserved constant while *x* varies. We may conceive the form as consisting in the relation of *X* to *x* ; but we must not, if we do so, confound such a relation with what will be called relations in the present work. The form of the expression *X* is what is called a *function*... (FU, 53)

---

<sup>1102</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.1.

<sup>1103</sup> Die Argumente für die Notwendigkeit dieser Ersetzung sind ja bereits in PoM zu finden. So zum Beispiel hier: "Subject-predicate propositions, and such as express a fixed relation to a fixed term, could be analysed, we found, onto a subject and an assertion; but **this analysis becomes impossible [meine Hervorhebung]** when a given term enters into a proposition in a more complicated manner than as referent of relation. Hence it became necessary to take *propositional function* as a primitive notion." (PoM, 106)

<sup>1104</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle: "A function is merely something constant defined by a complex." (FU, 72).

Möglicherweise stuft Russell die Variable als konstitutiv für die Funktionen, aber nicht für die Relationen ein. Kommen wir zu einer weiteren, wichtigen Neuerung in FU. Während Russell die Funktionen zunächst als den konstanten Teil von Komplexen charakterisiert, identifiziert er die Funktionen in einer Anmerkung - meines Wissens zum ersten Mal - mit Bedeutungen. Hier beginnt Russell hier die Unterscheidung zwischen Bedeutung und Denotation auf die Funktionen anzuwenden. Dazu mehr in Abschnitt 4 von Kapitel III.

Die Problematik um den Status der Funktionen wird von Russell in OMD - einem Manuskript, welches ebenfalls aus der Zeit von FU stammt - jedenfalls wieder thematisiert. Russell versucht, die Struktur der Funktionen von denen der Dinge abzugrenzen. Letztere gehören wohl zu den Entitäten<sup>1105</sup> im gewöhnlichen Sinn:

[...] in any complex  $f(x)$ , there are places where we must have an argument other than a function, and other places where we must have an argument other than a function; this is equivalent to the assumption, that a function is **not an entity in the ordinary sense**, and is not among the possible values of an entity-variable  $x$ , while an entity, conversely, is not among the possible values of a function-variable. (OMD, 338)

Die hier intendierte Besonderheit der Funktionen ergibt sich für Russell im Kontext einer Typentheorie, wie sie im Appendix von PoM für die Klassen und Individuen skizziert wurde. Die Typentheorie von FU schränkt den Argumentbereich der Funktionen nach Typen ein, um das Paradox<sup>1106</sup> auszuschließen:

A function will in general only have a significant value when an argument of a certain *type* is supplied to it... (FU, 51)

So haben Funktionen erster Stufe<sup>1107</sup> die unterste Art von R-Termen, nämlich die Terme, als Argument. Jede Funktion ist dann bedeutungsvoll, wenn das Argument - so heißt es in FU weiter - passend (*appropriate*)<sup>1108</sup> ist.

The arguments which give a function a significant value are called *appropriate arguments*. (FU, 51)

Die Funktionen erster Stufe müssen Terme als Argumente haben:

---

<sup>1105</sup> "It is observed that, according to the theory of propositional functions here advocated, **the  $\phi$  in  $\phi(x)$  is not a separate and distinguishable entity [meine Hervorhebung]**: it lives in the propositions of the form  $\phi(x)$ , and cannot survive analysis. I am highly doubtful whether such a view does not lead to contradiction, but it appears to be forced upon us, and it has the merit of enabling us to avoid a contradiction arising from the opposite view." (PoM, 88). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.3.5.

<sup>1106</sup> Dazu legt er folgende Regel fest: " $X$  cpl  $x$ . =  $.X$  is a complex containing  $x$  and other constituents. This will not hold of  $x$ ,  $\neg x$ ,  $x|x$ ,  $-x$ , etc..." (FU, 64)

<sup>1107</sup> Russells Beispiel: "If we consider (say) " $x$  is a man", it is necessary the  $x$  here should be a term; it may be Socrates, the moon, particular point of space, or any other term we please, and the expression remains significant..." (FU, 51)

<sup>1108</sup> "The arguments which give a function a significant value are called *appropriate arguments*." (FU, 52)

Function having this property, that they have values when and only when their arguments are terms, are called functions of first order. (FU, 51)

Funktionen erster Stufe sind dann die passenden Argumente für die Funktionen zweiter Stufe, wobei Russell auch ein Beispiel anführt:

[...] " $\phi/x$  is true whatever term  $x$  may be." This is the value, for the argument  $\phi$ , of the function "being true of all terms". (FU, 51)

Russell gibt übrigens auch ein Beispiel einer Funktion dritter Stufe<sup>1109</sup> an. Russells Typentheorie liegt scheinbar ein semantisches Prinzip in der Art von SALVA PROP<sup>1110</sup> aus Kapitel I zugrunde. Der Begriff des Typs im Rahmen der Funktionstheorie bleibt für Russells Ontologie wenig bestimmt, da die Begriffe 'significant' und 'passend' unbestimmt bleiben.

Die Funktion ' $x$  is a man' ist demnach bedeutungsvoll<sup>1111</sup> (significant), wenn man den Term 'Sokrates' oder andere Terme (the moon, particular point of space, or any other term we please) einsetzt. Russell bleibt allerdings in PoM (und auch danach) - wie ich in Kapitel I gezeigt habe - eine klare Definition der Terme (Dinge) und der Begriffe schuldig. Wie in Kapitel I deutlich wurde, ist der Status der R-Terme - ob Begriff oder Ding - nur durch die jeweilige Funktion in der Proposition fassbar. Das letzte Kriterium bleibt die Proposition bzw. deren Bedeutung. Das Dilemma besteht allerdings darin, dass sich die Bedeutung einer Proposition laut dem Kompositionalitätsprinzip für Bedeutungen gerade aus den Bedeutungen der sie konstituierenden R-Terme ergeben müsste. Russells Taktik ist es dann, die Propositionen als die Werte der Funktionen zu definieren. Damit würde die Ontologie von PoM allerdings ganz auf den Kopf gestellt, wobei die Theorie von Bedeutung und Denotation wird durch diese Schwäche affiziert wird.

Kommen wir jedoch wieder auf FU und auf eine andere Einteilung der Funktionen in FU zu sprechen, welche sich nicht über die Art des Arguments, sondern über die Art des Funktionswertes definiert. Einfache Funktionen - so heißt es hier - haben Terme als Werte, doppelte Funktionen hingegen einfache Funktionen als Werte usf.

Function having this property, that they have values when and only when their arguments are terms, are called functions of first order. (FU, 51)

Diese Einteilung entspricht laut Russells Auffassung genau der herkömmlichen Einteilung von Funktionen nach der Anzahl der in ihnen enthaltenen Variablen:

---

<sup>1109</sup> Russells Beispiel: "[...] "For all values of  $\phi$  such that  $\phi/x$  is true of all terms,  $f/\phi$  holds." This is a function of  $f$  only..." (FU, 52)

<sup>1110</sup> (**SALVA SIGN**) Die Terme sind jene Konstituenten (von Propositionen), welche in den Propositionen ausgetauscht werden können, ohne dass dadurch die Bedeutung der Proposition verändert wird. (Die anderen Konstituenten sind die Begriffe.)

<sup>1111</sup> Ibid.



If the values of a function are all terms, the function will be called *simple* ; if the values are simple functions, the function will be called *double* ; if they are double functions, it will be called *triple* ; and so on This classification corresponds to the usual division into functions of one, two, three , ... variables. (FU, 51)

Wenn man für die einzelnen Variablen der Reihe nach ein Argument einsetzt, d.h. durch die Funktionsanwendung die Funktion ausrechnet, kann man alle beliebigen Funktionen auf Funktionen mit einer Variablen zurückführen. Diese Vorgangsweise hat Russell, wie oben<sup>1112</sup> bereits erwähnt wurde, von Frege übernommen. Sie taucht übrigens in den 20er Jahren in der kombinatorischen Logik von Schönfinkel<sup>1113</sup> wieder auf und ist auch ein fester Bestandteil des  $\lambda$ -Kalküls. Russell stellt in FU fest, dass Funktionen mit  $n$  Variablen in Russells Funktionstheorie als Werte von Funktionen mit  $n-1$  Variablen (derselben Stufe) behandelt werden:

It will be found unnecessary to regard functions of two or more variables as radically different from functions of one variable: we shall find it possible to treat all such functions as functions whose values are themselves functions. (FU, 51)

Bei der Funktionsanwendung einer einfachen Funktion erhält man per Definition stets einen Term<sup>1114</sup> als Wert. Es ergibt sich folgende Hierarchie der Typen von Funktionen, wobei Russell die zwei Kategorisierungen der Funktionen - Anzahl der Variablen und Stufe - kombiniert werden:

A *type* consists of the functions of a given order and with a given number of variables, i.e. it is the common property of all such functions and of no others. Terms also form a type; i.e. "to be a term" is a type. The next type will be simple functions of the first order. Thence we may proceed to double functions of the first order or to simple functions of the second order, and so on. Of types so obtained there are an infinite number. (FU, 52)

Russell merkt am Ende dieses Manuskripts (3a) an<sup>1115</sup>, dass es in der mathematischen Praxis nicht erforderlich ist, den genauen Typ der jeweiligen Funktion anzugeben. Die für die Problematik des Paradoxons konzipierte Einschränkung des Argumentbereichs erfolgt hier gewissermaßen implizit.

Wir wollen abschließend zu FU festhalten, dass der Funktionsbegriff hier zum zentralen Begriff der Ontologie avanciert und zugleich die Grundlage für eine allgemeine Theorie der Komplexe gelegt wird. Die Unterscheidung der DF von den PF sowie die Theorie von

---

<sup>1112</sup> Siehe die Abschnitte 4.3. und 5.4.4.

<sup>1113</sup> Siehe Klement (2002): "Russell 1903-1905 Anticipation of the Lambda-Calculus, in *History and Philosophy of Logic*, 24 (2003), 16.

<sup>1114</sup> "[...] if the value of a function  $\phi$  for the argument  $y$  is a simple function, we may supply to it the argument  $x$ ; thus  $(\phi/y)x$  becomes a term. This expresses what may be loosely called the value of the function  $\phi$  for the arguments  $x$  and  $y$ ; and the same process may be extended to any finite number of variables." (FU, 52)

<sup>1115</sup> "At the present it suffices to observe that when, as in all propositions of mathematics, it is asserted that all the values of a function, or any of its values, are true, the argument is restricted to such values as render the function significant, but it is not indispensable to indicate to what type or types these values belong." (FU, 52)

Bedeutung und Denotation werden in FU - anders als in unserem nächsten Manuskript - kaum angesprochen. Beenden wir an dieser Stelle die Besprechung von FU und gehen zu OMDP über.

### 6.2.2. "On Meaning and Denotation of Phrases"

"On Meaning and Denotation of Phrases"<sup>1116</sup> (kurz 'OMDP') ist das erste eine Reihe von Manuskripten, in denen Russell die Funktionstheorie systematisch auf die Semantik anwendet. Letztere - und nicht der Funktionenkalkül - steht hier also im Vordergrund. Russell stellt hier seine neue Semantik der Theorie von Bedeutung (meaning) und Denotation (denotation) vor, welche durch eine Änderung (bzw. Vertauschung) in der Terminologie aus PoM gekennzeichnet ist. Die terminologische Neuheit in OMDP - welche in OMD<sup>1117</sup> vorbereitet wird - betrifft - wie wir sehen werden - die zentralen Ausdrücke der Semantik, nämlich 'meaning' und 'denotation'.

Ich vertrete in meiner Arbeit die These, dass die Unterscheidung zwischen Bedeutung und Denotation<sup>1118</sup> in Russells neuer Theorie von Bedeutung und Denotation bereits in PoM in nuce vorhanden ist, wenn Russell den denotierenden Begriffen eine spezielle Bedeutung<sup>1119</sup> zuschreibt. Letztere unterscheidet sich von der gewöhnlichen Bedeutung der (einzelnen) Wörter im Sinne der Referenz. Alle anderen Ausdrücke sind laut PoM nämlich nichts anderes als die Namen<sup>1120</sup> der R-Terme, für die sie stehen. In OMDP baut Russell - wie ich in Kapitel III zeigen werde - die Abkehr vom Namensuniversalismus von PoM weiter aus.

Kommen wir nun zu OMDP und den Funktionen.

In OMDP, dessen Entstehung von den Herausgebern von CP4 auf die zweite Hälfte des Jahre 1903 angesetzt wird, beschreibt Russell die funktionale Analyse wie folgt:

We can transform "Caesar died" into "the death of Caesar is true"; [...] ...complexes as "the death of Caesar"; these may be symbolised by " $\phi$  of  $x$ "; and the of is conveniently symbolized by a stroke, thus " $\phi|x$ ". [...] The object denoted by "the death of Caesar" is a proposition, though it is not *asserted* in this phrase." (OMDP, 288-9)

---

<sup>1116</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.3.

<sup>1117</sup> Siehe Abschnitt 8 von Kapitel III.

<sup>1118</sup> Die spezielle Bedeutung der denotierenden Begriffe ist nach meiner Interpretation als die Keimzelle der Bedeutung (meaning) anzusehen, wie sie von Russell seit Mitte 1903 bis 1905 (also bis zur Publikation von OD) vertreten wird. Russell versteht unter Denotation (denotation) hingegen laut meiner Interpretation in diesem Zeitraum ungefähr das, was er in PoM als (banale) Bedeutung (meaning), d.h. als Referenz definiert hatte. Es erfolgt nach PoM gewissermaßen eine terminologische Umkehrung. Die banalen referenziell bzw. extensional verstandenen Bedeutungen aus PoM und werden in OMDP zu den (extensionalen) den Denotationen, während die nicht-banalen, intensionalen Bedeutungen aus PoM in OMDP zu den intensionalen Bedeutungen werden.

<sup>1119</sup> "But such concepts as *a man* have a meaning in another sense: they are, so to speak, symbolic in their own nature, because they have the property which I call *denoting*." (PoM, 47). Und auch: "[...] even among concepts, it is only those that denote that have meaning." (PoM, 47). Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.5.

<sup>1120</sup> Man kann hier bei Russells Semantik in PoM von einem durch die denotierenden Begriffe gebrochenen Namensuniversalismus sprechen.

Wenn auch die Propositionen als (komplexe) Termen gelten würden, könnten alle Funktionen als Abbildungen<sup>1121</sup> von Termen auf Terme aufgefasst werden. Also hätte man als Output der Funktionen stets Terme, nämlich komplexe Terme. Damit würde die Grenze zwischen den wahrheitsfähigen Formeln und den nicht-wahrheitsfähigen Termen relativiert.

In OMPD<sup>1122</sup> reichert Russell diesen Diskurs um eine entscheidende Komponente an, nämlich die Theorie von Bedeutung (meaning) und Referenz (denotation), welche sich an Frege anlehnt, welche aber durchaus Wurzeln<sup>1123</sup> in der Philosophie von PoM hat. Neben PoM hat vermutlich FU<sup>1124</sup> als Grundlage für OMPD gedient, wo der allgemeine Funktionsbegriff ja gewissermaßen erst eingeführt wurde, während in PoM<sup>1125</sup> die PF allein zentral waren. Wichtig ist, dass Russell in OMDP beginnt, anhand der Funktionstheorie eine Theorie der Komplexe zu entwickeln.

Folgende exemplarische Stelle belegt Russell Strategie, die Propositionen als Begriffe anzusehen, um eine einheitliche Theorie der Komplexe zu erlangen:

There is a complex concept, which is the meaning of "the present King of France is bald" and this concept has the form of those that denote propositions. But in the particular case considered, the concept does not denote a proposition. (OMDP, 286)

Die Notation und die Regeln für die Funktionsanwendung und die Funktionsabstraktion in OMDP sind weitgehend dieselben wie jene in FU. Neu ist aber, dass Russell bei den Funktionen eine Bedeutung und eine Denotation unterscheidet. So heißt es hier - anders als in FU<sup>1126</sup> - dass unser Komplex 'X' dasselbe Objekt denotiert wie der Komplex '{x'(X)}|x', dass er sich aber in der Bedeutung von X unterscheidet:

In the above case, the passage from a complex X to  $\phi|x$  is made as follows: we first replace X by a new complex having the same denotation, in which all the rest of X has become a proper name followed by *of*; the proper name in question then denotes what the rest of X meant. This object is denoted by the symbol  $x'(X)$ , and *of* is denoted by |. Thus our complex X is replaced by  $\{x'(X)\}|x$ , which, in the above instances, denoted the same object as was denoted by X, but differed from X as regards meaning. (OMDP, 289)

Dieser Absatz stützt die These, dass die Ambivalenz von Komplexen und Funktionen als Ausdrücken und realen Entitäten nicht verschwindet. So spricht Russell in einigen Passagen

<sup>1121</sup> Die Funktionsanwendung wird durch den Querstrich symbolisiert.

<sup>1122</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.

<sup>1123</sup> Speziell in Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen.

<sup>1124</sup> In FU ist der semantische Diskurs, wie ihn viele Manuskripte von OMDP bis OD aufweisen, weitgehend.

<sup>1125</sup> Die denotierenden Begriffe werden in PoM noch nicht in aller Klarheit als denotierende Funktionen formalisiert, wie dies ab 1904 der Fall sein wird, obwohl Russell dies in Ansätzen bereits erkannt hat.

<sup>1126</sup> "Thus  $x'(X)|x$  will be another symbol for X; and if we denote by Y what X becomes when y is substituted for x,  $x'(X)|y$  will be another symbol for Y." (FU, 50)

von OMDP von den Komplexen als Ausdrücken (words and phrases)<sup>1127</sup>. Später stellt er aber fest, dass die Komplexe nichts anderes als (komplexe) Bedeutungen, also intensionale Objekte von der Art der denotierenden Begriffe aus PoM, sind. Wenn die Funktionen komplexe Bedeutung sind, können die Denotationen - die denotierten Terme bzw. die Referenten dieser Bedeutungen - hingegen als einfach angesehen werden. Russell behauptet in diesem Kontext, dass jede Komplexität<sup>1128</sup> zur Bedeutungssphäre gehört:

[For our purposes] *all* complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted may be regarded, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation. (OMDP, 288)

Anscheinend identifiziert Russell die Proposition als Wahrheitsträger hier mit der Denotation und nicht mit der Bedeutung von Sätzen (sentence). Eine ähnliche Position sollte Russell auch in DVD<sup>1129</sup> bei behalten. Russell schreibt in OMDP:

The meaning [of phrase 'the present King of France is bald'] is a complex concept, not capable of having hair or of losing it; [...]. ... truth and falsehood have to do with what a sentence *denotes*, not with what it *means*; and we must take it as axiomatic that the subject of a proposition is part of the denotation of the proposition. (OMDP, 286)

Wenn die Funktionen laut OMDP strukturierte (intensionale) Objekte sind, fragt sich, was die Variablen hier für einen Status haben. Russell spricht von der Variablen als variablen Termen und behauptet, dass der Buchstabe 'x' einen unbestimmten Eigennamen vertritt:

In this way, we obtain a complex with a variable term. The variable is always a term in the complex, *i.e.* x (the letter) stands for a proper name, though not for this or that proper name. (OMDP, 288)

Russell nennt die variable Denotation auch unbestimmte<sup>1130</sup> Denotation (ambiguos denotation). Wie bei den denotierenden Begriffen ergibt sich bei den Funktionsausdrücken mit Variablen eine Referenzverschiebung. Aufgrund des Kompositionalitätsprinzips für Bedeutungen ist der von x vertretene Term ein Bestandteil der Gesamtbedeutung des Komplexes. Laut Russell erfolgen die Ersetzungen der Terme durch Variable - bzw. einer Variablen durch eine andere - in Komplexen auf der Bedeutungsebene:

---

<sup>1127</sup> OMDP, 289.

<sup>1128</sup> Vergleiche mit folgender Aussage aus PoM: "All complexity is conceptual in the sense that it is due to a whole capable of logical analysis, but is real in the sense that it has no dependence upon the mind, but only upon the nature of the object. Where the mind can distinguish elements, there must *be* different elements to distinguish; though alas! There are often different elements which the mind does not distinguish. [...] In every case of analysis, there is a whole consisting of the parts with relations;" (PoM, 466)

<sup>1129</sup> In DVD kann man dazu folgendes nachlesen: "[...] meanings never come except in complexes." (DVD, 298). Funktionen sind Bedeutungen: "This makes it imperative that a function should be a meaning." (DVD, 304). Und auch: "[...] only the denotation, not the meaning, is a constituent of the proposition." (DVD, 298). Diese Ansicht wird dann im darauffolgenden Satz wieder infrage gestellt.

<sup>1130</sup> "Thus there are phrases of constant meaning, but of variable or ambiguous denotation." (OMDP, 291)

We cannot, in a complex, freely vary anything that is not a term. Observe that the term  $x$  is a constituent in the *meaning* of  $X$ , and that it is in the *meaning* that  $y$  is substituted in obtaining  $X^{y/x}$ ; (OMDP, 288)

Russell formuliert folgenden Regeln für die Funktionstheorie, welche die Bildung von paradoxen Ausdrücken unterbinden sollen:

The above rules may be collected as follows:

- (1). In  $x'(X)$ ,  $x$  must be a constituent not the whole of  $X$ .
- (2). In  $x'(X)$ ,  $x|x$  must not be a constituent or the whole.
- (3). If the variable  $x_1, x_2, \dots, x_n$  are contained in  $X$ ,  $x'_1, x'_2, \dots, x'_n(X)$  will not be legitimate if any of the complexes formed by  $x_1|x_2 \dots |x_n$  or  $x_2|x_3 \dots |x_n|x_1$  or etc. occur as constituents.
- (4) If  $x_1|x_2|x_3 \dots |x_n$  occurs in  $X$ ,  $x'_1, x'_r(X)$  or  $x'_r, x'_1(X)$  or  $x'_1\phi'\psi' \dots x'_r(X)$  or  $x'_r\phi'\psi' \dots x'_1(X)$  will not be legitimate. (OMDP, 293)

Wir haben bereits darauf hingewiesen, dass Russell den philosophischen Diskurs nach PoM häufig auf syntaktischer Ebene führt. So scheint auch die folgende Anleitung für die Funktionsabstraktion in OMDP die Komplexe zunächst als Ausdrücke zu verstehen. Dass es hier um die Prädikation geht, wird deutlich, wenn vom Vorkommen als Subjekt<sup>1131</sup> in Komplexen die Rede ist. Bezeichnenderweise verwendet Russell auch hier keine Anführungszeichen, welche anzeigen könnten, von welcher Art von Objekten jeweils die Rede ist. Wir wissen, dass Russells Prädikationstheorie in diesen Jahren im Wesentlichen eine realistische Semantik im Stile Platons ist. Der folgende Absatz belegt aber auch, dass die Assertionen nun deutlicher als in PoM mit dem Funktionsbegriff formalisiert werden. Russell schreibt:

The method of obtaining the function  $x'(X)$  is this: If  $x$  is not already the subject of  $X$ , substitute for  $X$  (if possible) a formally equivalent complex in which  $x$  is subject, and does not occur except as subject. Then what is said about  $x$  is the function, *i.e.* what is *meant* by the rest of  $X$  is what is denoted by  $x'(X)$ . (OMDP, 291-292)

Hier fällt auf, dass es für Russell es anscheinend überhaupt keinen Unterschied zwischen folgenden Ausdrücken A1 und A2 gibt.

**A1** what is *meant* by the rest of  $X$

**A2** what is *meant* by 'the rest of  $X$ '

Die wortwörtliche Übersetzung von A1 gebe ich wie folgt an:

**A1<sub>D</sub>** Die Funktion ist die **Bedeutung des Rests von  $X$**  bzw. die **Denotation von  $x'(X)$** .

---

<sup>1131</sup> Hier knüpft Russell an den Diskurs von PoM an, wonach sich Propositionen normalerweise in ein logisches Subjekt und eine Assertion zerlegen lassen. Dabei werden die Propositionen typischerweise als Entitäten konzipiert, welche neben der primären ontologischen Dimension auch noch eine sprachliche aufweisen. Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.3.

Wenn A1 unzulässig wäre, müsste die korrekte Transkription in Deutsche wie folgt lauten:

**A2<sub>D</sub>** Die Funktion ist die **Bedeutung des Begriffs 'Rest von X'** bzw. die Denotation des **Begriffs 'x'(X)'**.

Der Punkt ist, dass Russell in seiner frühen Philosophie nicht zwischen Sokrates und 'Sokrates' unterscheidet. Das Individuum Sokrates ist der Term 'Sokrates'. Wenn Russell nun die Individuen<sup>1132</sup> von den Funktionen unterscheidet, so etabliert er diese Kategorien innerhalb der propositionalen Perspektive. Ich habe auf die Fixierung von Russells Realismus auf die Propositionen<sup>1133</sup> hingewiesen. Wenn ich recht habe, ist Russell nicht in der Lage, eine von der Proposition unabhängige ontologische Ebene zu etablieren. So eine Sphäre müsste einen ähnlichen Status aufweisen, wie die Noumena Kants. Alle R-Terme - um bei Kant zu bleiben - sind "für" die Proposition.

Dass Russell keinen Anlass zu dieser Unterscheidung sieht, hat mindestens zwei Gründe. Erstens konzipiert Russell die Bedeutungen als platonische Entitäten, und zweitens, ist er der Überzeugung, dass die Sprache als transparentes Medium die reale, das heißt für Russell die propositionale Struktur der Welt korrekt<sup>1134</sup> widerspiegelt. Unter diesen Voraussetzungen kann er nach Belieben von den Ausdrücken sprechen oder von deren Signifikaten, wobei er niemals müde wird zu betonen<sup>1135</sup>, dass es in der Logik nie um ausschließlich sprachliche, sondern vordergründig stets um logische Belange geht.

---

<sup>1132</sup> So existieren laut Ontologie von PoM keine Dinge als Einheiten. "For us, however, it is sufficient to observe that all unities are propositions or propositional concepts, and that consequently nothing that exists is a unity. If, therefore, it is maintained that things are unities, we must reply that no things exists." (PoM, 466-467). Wenn dies so ist, müsste man beispielsweise sagen, dass Sokrates nur in Bezug auf die Propositionen, in denen er vorkommt, als einfacher Term existiert- oder, wie Russell sich auszudrücken pflegt - als einfacher Term auftritt. Die Abhängigkeit von propositionalen Kontexten wird Russell im Falle der denotierenden Funktionen bereits vor OD klar: "[...] *all* denoting functions are meaningless in themselves, and are only significant when they occur as constituents of propositions." (OF, 384). In OD vertritt Russell in Zusammenhang mit dem Beschreibungswissen ("knowledge by description") sogar fast-Kantianische Ansichten, wenn er sagt, dass wir es mit dem Ding selbst nie zu tun bekommen, sondern nur Eigenschaften ("properties") bzw. Propositionen dieses Dinges kennen lernen: "In such a case, we know the properties of a thing without having acquaintance with the thing itself, and without, consequently, knowing any single proposition of which the thing itself is a constituent." (OD, 427)

<sup>1133</sup> Folgende Stelle aus DVD geht ebenfalls in diese Richtung, wo die Redeweise vom "Auftreten von Objekten" propagiert wird, ohne den intendierten Zusatz ("in Propositionen") zu erwähnen: "We ought not to say "the word *denotes* its object", but "the object occurs as term". The former is to linguistic." (DVD, 298). In OMD führt Russell eine weitere Dimension ein, welche verschiedene Haltungen zu Propositionen beinhaltet. Propositionen können behauptet ("affirmed"), und Bedeutungen ausgedrückt ("expressed") werden. Siehe OMD, 321.

<sup>1134</sup> Russell deutet in OMDP aber selbst an, dass diese Transparenz im Falle der denotierenden Begriffe gestört ist. Die logische Essenz wird hier nämlich nicht von der sprachlichen Form ausgedrückt: "A phrase which has meaning, and unambiguously denotes an individual, is always, **in its logical essence, though not necessarily in linguistic form [meine Hervorhebung]**, compounded of a phrase which only has meaning, together with the word *the*." (OMDP, 285). Ähnliches hatte er bereits in PoM festgestellt: "It would seem, then, that "*all u*s" is not validly analyzable into *all* and *u*, and that **language, in this case as in some others, is a misleading guide [meine Hervorhebung]**. The same remark will apply to *every*, *any*, *some*, *a*, and *the*." (PoM, 72-73).

<sup>1135</sup> Dies erfolgt vor allem in Zusammenhang mit der Denotation (von PoM bis OD): "But the fact that description is possible [...] is due to a logical relation between some concepts and some terms, in virtue of which such concepts inherently and logically *denote* such terms." (PoM, 53). "The words are a symbol for the object: this relation I shall speak of as that of *designating* the object. [...] the discussion of this relation belongs to the theory of language [...] it is not a fundamental logical relation [...]" (OMD, 315). "Now the relation of meaning and denotation is not merely linguistic through the phrase: there must be a logical relation involved, which we express by saying that the meaning denotes the denotation." (OD, 486)

Eine ähnliche Passage wie die besprochene aus OMDP findet sich übrigens in der zweiten Ausgabe von OD. Russell formuliert dort A1', wobei die Frage sein muss, ob er nicht möglicherweise A2' meint und schreiben müsste.

**A1'** the meaning of [what is *meant* by] the first line of Gray's Elegy

**A2'** the meaning of [what is *meant* by] 'the first line of Gray's Elegy'

Der Unterschied zwischen A1' und A2' wird in der deutschen Übersetzung durch die Flexion des bestimmten Artikels deutlich angezeigt.

**A1'<sub>D</sub>** die Bedeutung (von) **der** ersten Zeile von Gray's Elegy

**A2'<sub>D</sub>** die Bedeutung von '**die** erste Zeile von Gray's Elegy'

Bei der Übersetzung von A2' in Deutsche wird nahegelegt, dass es sich bei '**die** erste Zeile von Gray's Elegy' um einen Ausdruck handelt. Tatsächlich meint Russell hier vermutlich einen diesem Ausdruck entsprechenden denotierenden Begriff, wie ich in Kapitel III zeigen will. Um die Problematik von Russells Quotationslogik soll es nämlich in Abschnitt 10 von Kapitel III gehen, wo ich eine Interpretation von GEA präsentieren will.

Wenn wir zu unserem Satz aus OMDP zurück kehren, ergibt sich auch dort weitere Variante, welche A2'<sub>D</sub> zu OD entspricht. Das Vorliegen des Attributs 'what is said about x' legt tatsächlich nahe, dass die Bedeutung des Ausdrucks gemeint sein muss.

**Var.3** Die Funktion ist die **Bedeutung des Ausdrucks 'Rest von X'** bzw. die **Denotation des Ausdrucks 'x'(X)'**.

Tatsächlich kann Russell diese Variante nicht gemeint haben, da er die Denotation in seiner Theorie von PoM als logische Relation zwischen den intensionalen denotierenden Begriffen und den extensionalen Termen definiert. Russell formalisiert nun in seiner neuen Funktionstheorie die denotierenden Begriffe anhand des Funktionsbegriffs - wie wir gleich sehen werden. Die Funktionen müssen demnach ebenfalls strukturierte (intensionale) Objekte sein, welche sich zwischen die Ausdrücke und die extensionalen Terme schieben und damit eine 3. semantische Ebene besetzen.

Daher muss sich die korrekte Lesart als Zwischenform von Var.2 und Var.3 ergeben:

**Var.4** Die Funktion ist die **Bedeutung des Ausdrucks 'Rest von X'** bzw. die **Denotation des Begriffs 'x'(X)'**.

Wir werden in der weiteren Untersuchung prüfen, ob diese Variante tatsächlich korrekt ist.

Russell veranschaulicht seine funktionale Denotationstheorie in OMDP mit Beispielen. Ausgangspunkt für die Funktionsabstraktion ist der Komplex 'Caesar died' (C1). Entsprechend der oben angeführten Vorschrift, erhält man den Ausdruck 'x died', welcher den konstanten Teil des Komplexes ausmacht. Dieser Teil, welcher oben als 'Rests von X'

bezeichnet wurde, ist nach unserer Interpretation (Var.4) die Denotation des Begriffs 'x'(X)', und steht für den Funktionsteil des Komplexes.

Laut Russells neuer Theorie von Bedeutung und Denotation tritt nun die Funktion in C1 als Bedeutung auf, während 'Caesar'<sup>1136</sup> als Term für die Denotation im Sinne der Referenz zuständig ist. Bei der funktionalen Analyse ergibt sich für unser Beispiel neben dem einfachen Term (Caesar), welcher durch die Variable denotiert wird, der komplexe Term (der Komplex 'the death') bzw. der Rests von X.

Obwohl Russells Bemerkungen über die Analyse der Ausdrücke erst in Kapitel III besprochen werden sollen, schieben wir einen kurzen Exkurs in die linguistische Semantik von OMDP ein. Wie in FU<sup>1137</sup>, unterscheidet Russell auch in der Ontologie von OMDP Individuen und Funktionen. Er skizziert in OMDP - wenn meine Interpretation wichtiger Passagen richtig ist - folgende Dreiteilung der Ausdrücke und Objekte:

	1. KATEGORIE	2. KATEGORIE	3. KATEGORIE
<b>Ausdrücke</b>	Ausdrücke, die denotieren, ohne zu bedeuten.	Ausdrücke, die bedeuten, ohne zu denotieren.	Ausdrücke, die bedeuten und denotieren
<b>Objekte</b>	<b>Individuen</b> sind R-Terme, die denotiert, aber nicht bedeutet werden können.	<b>Nicht-funktionale Begriffe</b> sind Pseudo-Entitäten.	<b>Funktionen</b> sind Objekte, die bedeutet und denotiert werden können.

Die erste Kategorie entspricht weitgehend der Kategorie der Eigennamen und Dinge aus PoM. Wie wir sehen werden, zählt Russell in seiner Analyse Namen wie Homer und Apollo nicht dazu. Dafür rechnet er aber Substantive wie 'death' oder 'blackness' dazu, da sie seiner Ansicht nach keine Bedeutung aufweisen. Ich werde in Kapitel III zeigen, dass der in PoM als fast<sup>1138</sup> universell gültig angesehene Namensuniversalismus in OMDP<sup>1139</sup> revidiert wird.

Von den nicht-funktionalen Ausdrücken<sup>1140</sup> und Begriffen behauptet Russell in OMDP, dass sie problematisch sind und schwere logische Probleme<sup>1141</sup> verursachen. Sie verletzen scheinbar das Prinzip (LS) und damit den Termbegriff aus PoM. Die Existenz nicht-funktionaler Begriffe, welche sich zwischen die Individuen und die Funktionen schieben würden - wird von Russell als zweifelhaft angesehen und in OMDP mit Vorsicht bedacht. Bei den nicht-funktionalen Begriffen aus OMDP handelt es sich um strukturierte (intensionale)

<sup>1136</sup> Russell selbst verwendet keine einfachen Anführungszeichen.

<sup>1137</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 4.1.

<sup>1138</sup> Die denotierenden Ausdrücke und die Variablenausdrücke stellen eine Ausnahme dar.

<sup>1139</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.

<sup>1140</sup> Dazu gehören die Verben und der Adjektive. Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.

<sup>1141</sup> "The second kind is doubtful and raises grave logical problems." ... [...] the second [kind of objects, meine Ergänzung] alone shall be called *non-functional concepts*. (OMDP, 287)



Objekte, über die man im Prinzip nichts aussagen kann, weil sie nicht als Terme<sup>1142</sup> auftreten können. Wie die Assertionen aus PoM sind sie keine richtigen Terme. Sie wären für die Ontologie von PoM gewissermaßen noch problematischer als die falschen Propositionen oder Fabelwesen wie Pegasus.

Die dritte Kategorie - die denotierenden Ausdrücke - weist laut OMDP<sup>1143</sup> sowohl eine Bedeutung als auch eine Denotation auf. Ausschlaggebend ist, dass den Signifikaten dieser Ausdrücken - den denotierenden Begriffen - laut Russell die Funktionen entsprechen. Die Funktionen - bzw. die funktionalen Begriffe<sup>1144</sup> - sind demnach jene Entitäten, welche sowohl bedeutet als auch denotiert werden können.

Wie bereits erwähnt, betrachte ich die neue Terminologie von Russells Theorie von Bedeutung und Denotation ist, als Umkehrung jener von PoM. Die (spezielle)<sup>1145</sup> Bedeutung der denotierenden Begriffe aus PoM - so meine These - wird nun auf verschiedene quasi-grammatikalische Kategorien wie die Verben und Adjektive ausgedehnt. Auch wenn diese Ausdrücke nicht im eigentlichen Sinn denotieren, weisen sie doch eine intensionale Dimension, nämlich eine Bedeutung auf. Die (herkömmliche) Bedeutung im Sinne des Namensuniversalismus von PoM wird in OMDP auf Eigennamen<sup>1146</sup> und gewisse Substantive ausgedehnt und als Denotation (im Sinne der Designation) bezeichnet. Wie wir wissen, kommt die eigentliche, nämlich die logische Denotation im Sinne von PoM nur bei speziellen komplexen Bedeutungen, aber nicht bei (komplexen und nicht-komplexen) Ausdrücken vor.

Setzen wir nun unsere Analyse der Funktionstheorie nach diesem Exkurs von OMDP fort, wobei wir bei der Semantik bleiben. Russell verwendet hier einen Strich ('|') zur Symbolisierung der englischen Präposition 'of', welchen wir aus FU kennen. Im Rahmen der folgenden Analyse bezeichnet er den Komplex 'the death of Caesar' als nicht-behauptete Proposition:

[...] these [complexes as "the death of Caesar"] may be symbolised by " $\phi$  of  $x$ "; and the *of* is conveniently symbolized by a stroke, thus " $\phi|x$ ". [...]. The object denoted by "the death of Caesar" is a proposition, though it is not *asserted* in this phrase. [...].(OMDP, 289)

Das durch den '|' symbolisierte Objekt könnte möglicherweise zu jenen Objekten gehören, welche nur bedeutet, aber nicht doch denotiert werden können. Der Strich '|' und die Präposition 'of' scheinen nämlich dieselbe semantische Funktion wie die Verben und

---

<sup>1142</sup> Sie verletzen das Prinzip (LS). Siehe weiter unten.

<sup>1143</sup> Siehe OMDP, 287.

<sup>1144</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.1.

<sup>1145</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.5.

<sup>1146</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.2.

Adjektive zu erfüllen. Diese Interpretation wird wenige Zeilen weiter durch Russell aber scheinbar widerrufen:

This object [the rest of  $X$ ] is denoted by the symbol  $x'(X)$ , and *of* is denoted by  $|$ . (OMDP, 289)

Tatsächlich wird hier der Ausdruck 'of' denotiert<sup>1147</sup> - und nicht dessen Bedeutung. Der Beitrag von 'of'<sup>1148</sup> zum Diskurs der Funktionen bliebe ein mit einem logischen Symbol ausgedrückter formaler. Das Symbol '|' selbst - wie auch die englische Proposition 'of' - steht laut OMDP dann scheinbar für keine eigene Entität. Wenn dies zutrifft, bedeutet dies auch, dass Russells Funktionstheorie nicht mit der augustinischen Sprachauffassung<sup>1149</sup> kompatibel ist.

Damit ergäbe sich für Russells neue funktionale Analyse nämlich, dass nicht alle einzelnen Ausdrücke dadurch zum wissenschaftlichen Diskurs beitragen würden, dass sie jeweils ein bestimmtes Objekt symbolisieren. Auf der anderen Seite erlangen die Symbole der Funktionstheorie in OMDP immer mehr den Status einer logischen Idealsprache, wie sie im Modell der interpretierenden Analyse vorgesehen ist. Tatsächlich kommt Russell - obwohl bereits Überlegungen in diese Richtung gehen - in OMDP noch nicht zu diesem Ergebnis.

Abschließend soll noch auf die enge Relation zwischen der Funktionstheorie und der Denotationstheorie hingewiesen werden, wie sie in OMDP präsentiert wird. Russell baut auf der Theorie aus PoM auf und umschreibt die logische Struktur der 3. Kategorie - der denotierenden Ausdrücke und der denotierenden Begriffe - anhand einer syntaktischen Anleitung, welche die Präsenz des bestimmten Determinators 'the' vorschreibt. Als wichtig erscheint mir der Hinweis, dass die sprachliche Struktur auch von der logischen abweichen kann:

A phrase which has meaning, and unambiguously denotes an individual, is always, in its logical essence, though not necessarily in linguistic form, compounded of a phrase which only has meaning, together with the word *the*. (OMDP, 285)

Gemeint sind hier jene Ausdrücke, welche durch ihre Bedeutung auf eindeutige Weise<sup>1150</sup> Individuen denotieren, also die bestimmten Kennzeichnungen. Der Punkt ist nun, dass die für die bestimmten Kennzeichnungen postulierte Eindeutigkeit durch den Funktionsbegriff

---

<sup>1147</sup> Russell versteht hier unter Denotation keineswegs das logische Phänomen, welche das Hauptthema von Kapitel V von PoM ist. Vielmehr verwendet er den Ausdruck 'denotation' hier als synonym mit "Designation". Eigennamen<sup>1147</sup> treten für Russell als starre Designatoren auf.

<sup>1148</sup> Vergleiche mit der Aussage von Manuskript 11c ("Elements of Grammar for the young"), wonach "Präpositionen einfache Funktionen in nicht-behaupteten Propositionen bedeuten" würden: "Prepositions are words which *mean* non-simple functions in unasserted complexes." (OMDP, 296)

<sup>1149</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 2.

<sup>1150</sup> In Zusammenhang mit der Analyse der Pronomen erfährt man, dass Russell unter 'unambiguously denotes' wohl dasselbe wie unter 'non-variably denotes', nämlich eine konstante Denotation verstehen muss: "Thus there are phrases of constant meaning, but of variable or ambiguous denotation." (OMDP, 291)

fassbar ist. Die Rechtseindeutigkeit gilt für Russell als Kennzeichen aller Funktionen, wie wir aus PoM<sup>1151</sup> und FU<sup>1152</sup> wissen.

Während nun in PoM in erster Linie von PF die Rede war, werden in der Funktionstheorie von 1903 die DF zunehmend wichtiger für die philosophische Analyse. Russells Strategie zur Formalisierung von denotierenden Ausdrücken besteht tendenziell darin, diese als nicht-behauptete propositionale Begriffe anzusehen, wie die oben wiedergegebene Bemerkung<sup>1153</sup> zum Komplex ('the death of Caesar') belegt. Die denotierenden Ausdrücken werden demnach in OMDP noch anhand der PF - und nicht anhand der DF - formalisiert.

Obwohl in OMDP keine explizite Besprechung der DF<sup>1154</sup> zu finden ist, nimmt Russells Analyse der Substantive jedoch bereits einiges zu den DF vorweg. Russell behauptet nämlich, dass bei den Substantiven 'Homer', 'Apollo' und 'death' - anders als bei 'Sokrates', wo eine reine Designation vorliegt - spezielle Bedeutungen und somit Funktionen involviert sind. Unsere Analyse wird zeigen, dass im Falle von 'Homer' und 'Apollo' die DF gemeint sein müssen, da bei diesen - mittels des versteckten bestimmten Determinators - ein bestimmtes Individuum denotiert werden sollen, wie dies bei 'Homer' effektiv gelingt. Gehen wir zur Besprechung von "Dependent Variables and Denotation" über und betrachten wir das, was Russell dort über die Funktionen und die Denotation zu sagen hat.

### 6.2.3. "Dependent Variables and Denotation"

Wie gleich zu sehen sein wird, beinhaltet das Manuskript "Dependent Variables and Denotation" (kurz 'DVD') - welches von den Herausgebern auf Juli 1903 datiert ist - einige interessante Neuerungen. Dazu gehört vor allem der Einsatz des  $\lambda$ -Operators. Eine wichtige Neuerung in DVD betrifft auch die Analyse der Namen, wobei Russell im Kontext des Funktionsbegriffs die Namensfunktion etwas differenzierter betrachtet. Er unterscheidet jetzt - entsprechend der generellen Unterscheidung zwischen Ausdrücken mit Bedeutung und Ausdrücken mit Denotation - zwischen Namen mit Bedeutung und Namen ohne Bedeutung<sup>1155</sup>.

Weit interessanter ist aber, was Russell in DVD zu den Funktionen zu sagen hat. Er knüpft direkt an die Theorie und unserem Beispiel aus OMDP ('the death of Caesar') an, wenn er

---

<sup>1151</sup> "[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has **only one relatum** [meine Hervorhebung], defines a function..." (PoM, 83)

<sup>1152</sup> "We shall regard it as part of the meaning of a function that it is one-valued; for otherwise our symbols cease to have a definite meaning;" (FU, 51).

<sup>1153</sup> Siehe OMDP, 289.

<sup>1154</sup> Diese wird aber in DVD anvisiert, wo die Beziehung zwischen den DF und PF auf formalen Wege erörtert wird.

<sup>1155</sup> "We must distinguish names with and without meaning." (DVD, 299). Auf unser Beispiel aus OMDP übertragen, würden der Ausdruck 'der gegenwärtige König von England' und wohl auch der Name 'Homer' zur ersten Kategorie gehören, 'Sokrates' hingegen zur zweiten. Sätze werden hier zunächst sogar als Namen (mit Bedeutung) von Tatsachen interpretiert: "[...] 'the death of Caesar' is the name of a certain fact" (DVD, 303). Schließlich rückt Russell von dieser Position dann schließlich doch ab: "[...] it is a mistake to regard meanings as names." (DVD, 303)

den Funktionsbegriff zur Formalisierung jener Ausdrücke<sup>1156</sup> heranzieht, welche sowohl bedeuten als auch denotieren:

Phrases which both mean and denote are always of the form "the  $\phi$ " where  $\phi$  is a simple propositional function, except in the case of propositions. Unasserted propositions have a *the* in the language: "*the death of Caesar*". (DVD, 299)

Während der Ausdruck '*the death of Caesar*' in OMDP mit  $\phi/x$  formalisiert wurde<sup>1157</sup>, führt Russell jetzt ein neues Symbol ein, nämlich den  $\neg$ -Operator:

[...] instead of  $\phi/x$  we ought always to have  $\neg(\phi/x)$ . In this case,  $\neg$  takes us from the meaning to the denotation... (DVD, 299)

Der  $\neg$ -Operator zeigt an, dass es Russell den denotierenden Ausdrücken '*the death of Caesar*' in DVD anhand der DF - und nicht mehr wie in OMDP anhand der PF - formalisiert.

Eine Formalisierung durch eine PF wird das  $\phi$  allein - ohne  $\neg$ -Operator symbolisiert:

Phrases with both mean and denote are always of the form "the  $\phi$ ", where  $\phi$  is a simple propositional function... (DVD, 299)

Die denotierenden Ausdrücke haben einen (intensionalen) denotierenden Begriff als Bedeutung und einen (extensionalen) Term als Denotation. Russell hält den  $\neg$ -Operator anscheinend für nötig, um letzteren Term anzuzeigen. Er schreibt:

Then with complex denoting phrases, the same phrase indicates one object which occurs as meaning, and one which occurs as term; this is due to a relation of the two, *i.e.*  $x = \neg\phi x$ . We might regard this as a relation of  $x$  and  $\phi$ , and say that when it holds  $\phi$  denotes  $x$ . But we probably still need  $\neg$ , to indicate the object denoted by  $\phi$ ." (DVD, 298)

Wenn hier von der Relation zwischen einem Argument und einer PF die Rede ist, muss es sich dabei um eine Funktion handeln, welche eine PF als Argument hat. Solche Funktionen werden in der Typentheorie von FU<sup>1158</sup> als Funktionen zweiter Stufe (functions of second order) eingestuft. Russell fasst die DF als solche Funktionen auf, wie wir noch sehen werden.

Ausdrücke der Form ' $\neg\phi x$ ' haben nun laut OMDP eine Bedeutung und eine Denotation. Bei Komplexen müssen nämlich beide Komponenten (Dimensionen) vorliegen, was für Russell quasi axiomatisch<sup>1159</sup> ist. Er schreibt in DVD:

---

<sup>1156</sup> Es handelt sich also um die 3. Kategorie aus OMDP.

<sup>1157</sup> "[...] these [complexes as "*the death of Caesar*"] may be symbolised by " $\phi$  of  $x$ "; and the *of* is conveniently symbolized by a stroke, thus " $\phi/x$ ". [...]. The object denoted by "*the death of Caesar*" is a proposition, though it is not *asserted* in this phrase." (OMDP, 289)

<sup>1158</sup> FU, 51. Siehe Abschnitt 3.2. oben.

<sup>1159</sup> Dieses Prinzip ersetzt gewissermaßen die von Russell in PoL und PoM attackierte Theorie SPT, wonach jede Proposition aus Subjekt und Prädikat besteht. Russells Theorie aus PoM, wonach jede Proposition aus einem logischen Subjekt und einer Assertion besteht, kann als eine Art Übergangslösung angesehen werden. Wie wir

In what is simple, the object is always a term. In what is complex, one object at least is a meaning, and one at least is a term. (DVD, 298)

Eine gewisse Kontinuität<sup>1160</sup> von Russells philosophischen Überzeugungen in diesem Punkt steht außer Frage. Seine Theorie von Bedeutung und Denotation wurzelt - wie gezeigt werden soll - ohne Zweifel in PoM. Die Integration des Funktionsbegriffs in die Philosophie Russells erfährt in DVD einen weiteren Schritt.

Wenn die Bedeutung der funktionellen Ausdrücke von Russell in DVD - wie zuvor in FU und OMDP - mit der Funktion identifiziert wird, wird die Denotation jetzt mit dem Funktionswert und dem 'ι'<sup>1161</sup> in Zusammenhang gebracht. Dabei handelt es sich um eine Art Extensionsoperator, wie man folgenden Zeilen entnehmen kann:

[...] ι takes us from the meaning to the denotation [...]. We shall have to write  $\iota(p \supset q)$  for "the implication of  $p$  and  $q$ ". By this device, we can make all our symbols *denote*. A complex without an ι denotes a meaning, and one with it denotes what the meaning applies to. (DVD, 299)

Russell überlegt in den darauffolgenden Zeilen von DVD sogar, einen allgemeine Bedeutungsoperator (Mg) und einen allgemeinen Denotationsoperator (Dn) einzuführen. Ersterer würde in der Funktionstheorie dem entsprechen, was die einfachen Anführungszeichen (Quotation Marks, im Folgenden kurz 'QM'<sup>1162</sup> genannt) für die englische Sprache sind. Russell schreibt:

We want a general symbol by which we can denote a given meaning; e.g. if we wish to denote the meaning of " $p \supset q$ ", we might write  $Mg(p \supset q)$ . (DVD, 301)

So ein Operator müsste nämlich ein Extensionsinput (eine Denotation) in ein Intensionsoutput (eine Bedeutung) verwandeln. Russell lässt er diese Idee sogleich wieder fallen, da das Symbol nicht das leistet, was es eigentlich sollte. Diese Problematik<sup>1163</sup> erinnert nicht zuletzt an GEA, wo Analoges von den denotierenden Begriffen und QM behauptet wird.

---

wissen, geht Russell - in PoM und noch mehr nach PoM - immer mehr dazu über, den Assertionsbegriff durch den Funktionsbegriff zu ersetzen.

<sup>1160</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung aus PoM: "One verb, and one only, must occur as verb in every proposition;" (PoM, 52). In OMDP schreibt "In any sentence denoting a proposition, one at least of the constituent words or phrases that occur must denote, though it may also mean; and one at least of the constituent words or phrases must mean without denoting." (OMDP, 287). In OF heißt es: "In every complex, at least one constituent occurs as meaning. It is the constituent occurring as meaning that gives form and unity to the complex; otherwise it would merely be several detached entities. Verbs not in infinite mood, and prepositions, and conjunctions, when they occur in sentences, normally occur as *meanings*;" (OF, 380)

<sup>1161</sup> Russell stuft übrigens das Symbol für die Assertion 'ι' ähnlich ein. Siehe DVD, 302.

<sup>1162</sup> In OMDP wird QM so formuliert: "Every phrase which has meaning and denotation can be, and in logic-books commonly is, into one having the former meaning as denotation, by the device of italics or inverted commas." (OMDP, 284). Siehe Kapitel IV, Abschnitt 1.4.2.

<sup>1163</sup> "But this [ $Mg(p \supset q)$ ] is not a function of what is denoted by " $p \supset q$ ". (DVD, 301)

Russell schreibt dem  $\neg$ -Operator in DVD genau jenes Merkmal zu, welches laut PoM die Definitionen<sup>1164</sup> der Mathematik kennzeichnet - nämlich die Fähigkeit einzelne (einfache) Terme zu denotieren. Sowohl bei den mathematischen Definitionen als auch beim  $\neg$ -Operator handelt es sich um Operationen über Intensionen - respektive die denotierenden Begriffe und die Funktionen - welche ein extensionales Output (Terme bzw. Funktionswerte) als Denotation haben. Die DF erweisen sich tatsächlich als Funktionen zweiter Stufe, wie wir oben gemutmaßt haben. In OMD<sup>1165</sup> meint Russell, dass die (zweistellige) PF ' $f(x,y)$ ' die andere (einstellige) PF ' $f(x,\eta)$ ' denotiert. Letztere ist eine Konstituente unserer DF aus DVD.

#### 6.2.4. "On Meaning and Denotation"

In diesem Manuskript - welches vermutlich in der zweiten Hälfte des Jahres 1903 entstanden ist und laut Herausgeber von CP 4 nach dem 22. August vollendet wurde - setzt Russell den Diskurs zu den Funktionen aus DVD nahtlos fort. Jetzt ist aber expliziter von den DF die Rede, welche Russell streng von den PF unterscheidet und deren Formel er mit ' $\neg f(x,\eta)$ ' angibt.

Wenn das Symbol ' $\neg$ '<sup>1166</sup> vor den Funktionsausdruck einer PF ( $f\xi$ ) geschrieben wird, liegt die ganze PF - und nicht nur die unabhängige Variable  $x$  der PF im Skopus von ' $\neg$ '. Im Symbol für die PF steht das ' $f$ ' für den konstanten Teil, während das ' $\xi$ ' den variablen Teil anzeigt. Das ' $\xi$ ' steht für eine (abhängige) Variable, welche von der (unabhängigen) Variablen ' $x$ ' und ' $\eta$ ' abhängig ist. Russell schreibt die ganze Formel für eine DF nicht als ' $\neg x$ ', sondern als ' $\neg(f\xi)$ '. Hier der Auszug:

*On denoting functions.*

We have decided that all denoting functions are derived from  $\neg$ ; now  $\neg$  must be put before a *propositional* function, *i.e.* we have  $\neg(f\xi)$ , not  $\neg x$ . This makes a very great difference. Thus *e.g.* we don't have "the father of  $x$ ", but "the ' $\eta$ ' is the father of  $x$ " or "he who begat  $x$ ". Thus a denoting function of  $x$  is only derived from a propositional function which contains  $x$ . *i.e.* the general formula for a denoting function of  $x$  is  $\neg f(x,\eta)$ , not  $\neg x$ . (OMD, 355)

Russell behauptet in diesem Kontext auch, dass die unabhängigen Variablen ( $x,y$ ) Terme denotieren, während die abhängigen Variablen ( $\eta$ , und wohl auch  $\xi$ ) ausschließlich zur Bedeutung beitragen.

Wir wollen nun zwei Punkte besprechen, welche die Behandlung der DF in OMDP betreffen. Der erste betrifft die Bemerkung Russells, wonach es sich bei einer DF ' $\neg f(x,\eta)$ ' um

<sup>1164</sup> "It's owing to this notion that mathematics can give definitions of terms which are not concepts..." (PoM, 62-63). Wie wir aus Abschnitt 2 wissen, werden bei den philosophischen Definitionen komplexe (intensionale) Begriffe - vorwiegend im Sinne der dekompositionalen Analyse - in ihre (intensionalen) Konstituenten zerlegt.

<sup>1165</sup> OMD, 355.

<sup>1166</sup> Das Symbol ' $\neg$ ' steht laut OMD für einen grundlegenden logischen Begriff: "It is plain that  $\neg$  is a fundamental logical notion..." (OMDP, 284)

eine Bedeutung handelt, welche bestimmte Terme denotiert<sup>1167</sup>, welche ihrerseits auch denotierende Bedeutungen sind. So eine DF wäre eine Bedeutung, welche eine (andere) Bedeutung denotiert<sup>1168</sup>. Wir wollen diesen Sachverhalt als Prinzip (DF<sub>B</sub>) festhalten:

**(DF<sub>B</sub>) Eine DF ist eine komplexe Bedeutung, welche denotierende Bedeutungen denotiert.**

Dieses Prinzip wird meines Erachtens tatsächlich in folgender Bemerkung<sup>1169</sup> ausgedrückt, wobei der Ausdruck 'rf(x, η)' - wie oben angegeben - als 'the 'η is the father of x'' gelesen werden muss:

This [rf(x, η), meine Hinzufügung] is a meaning which denotes the terms got by giving values to x, and these terms are themselves denoting meanings. (OMD, 355)

Um besser verstehen zu können, wie dies gemeint ist, soll Russells Analyse eines Beispiels unter die Lupe genommen werden. Zunächst soll der betreffende Textausschnitt aber zur Gänze zitiert werden:

If we consider (say) "the father of ξ". This is a denoting function. The single meaning (assuming there is one) must be taken to denote the meaning "the father of Socrates", "the father of Plato", etc.; but these meanings themselves denote, and propositions in which they occur are about what they denote. Now such a phrase always involves a propositional function: we may take simply "the φξ" as the general meaning. The full meaning is "the term satisfying φξ". Here the meaning denotes meanings such as "the term satisfying fξ"; (OMD, 351)

Russell meint also mit dem Prinzip DF<sub>B</sub> folgendes. Die DF 'the father of ξ' wird anscheinend als Bedeutung (single meaning) aufgefasst, welche andere Bedeutungen, nämlich denotierende Begriffe wie 'the father of Socrates' und 'the father of Plato' denotiert, welche ihrerseits ebenfalls denotieren - und zwar Terme. Bedeutungen wie 'the father of Socrates' sind ihrerseits komplex<sup>1170</sup> und stellen damit komplexe Terme dar. Laut OMD ist die

---

<sup>1167</sup> Möglicherweise denkt Russell dabei an die Tatsache das dem bestimmten Determinator entsprechende Bedeutungselement nicht nur vorne durch das 'r', sondern auch im Inneren des Ausdrucks wieder auftaucht. So enthält der englische Ausdruck 'the 'η is the father of x'' den bestimmten Artikel de facto zweimal. Vergleiche mit OMD, 321 und 351.

<sup>1168</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus PaD: "Thus given the scheme of a complex meaning, we shall regard this as denoting a certain correlation, and the correlation will be what we shall call the function." (PaD, 309).

<sup>1169</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus FN, einem Manuskript, welches aus dem Jahre 1904 stammt:

"Thus if we assign a value to φ, φ<sup>^</sup>x becomes a constant meaning which ambiguously denotes all the propositions got by giving values to x." (FN, 114). Die Frage ist, ob hier Propositionen als Bedeutungen aufgefasst werden oder nicht. Russell bezeichnet die PF an anderer Stelle als "Bedeutungsfunktionen" (meaning functions): "It would be better to call this kind of functions *meaning-functions* rather than propositional functions." (FCR, 87)

<sup>1170</sup> Dabei ist klar, dass in Russell semantischer Ontologie nur komplexe Terme denotieren. Diese Erkenntnis lehnt sich an Russells Theorie der denotierenden Begriffe in PoM an. Laut Semantik der Funktionstheorie ist ausschließlich mit komplexen Bedeutungen ein spezielles semantisches Phänomen, nämlich die Denotation im

Denotation<sup>1171</sup> im logischen Sinne nun ausschließlich mit solchen komplexen Bedeutungen verknüpft, wie folgende Bemerkung belegt:

[...] single words generally, designate without expressing: in these cases there is only a single object for the phrase, namely the object which it designates. But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire unity, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning. (OMD, 318)

Wir können das Gesagte schematisch wie folgt darstellen, wobei wir zwei Bedeutungen von Denotation unterscheiden:

‘the father of  $\xi$ ’ denotes ‘the father of Socrates’ which denotes ‘Sophroniskos’  
(meaning) denotes<sub>1</sub> (meaning) which denotes<sub>2</sub> (term)

Es stellt sich nämlich heraus, dass die Bedeutungen von ‘denotes<sub>1</sub>’ und ‘denotes<sub>2</sub>’ verschieden sind.

Wenn im ersten Fall (denotes<sub>1</sub>) mehrere komplexe Bedeutungen denotiert werden, muss es sich um eine mehrdeutige oder variable Denotation handeln. Die Bedeutung von ‘the father of  $\xi$ ’ ist laut FU<sup>1172</sup> und OMDP<sup>1173</sup> als das konstante Element der Bedeutungen der Ausdrücke ‘the father of Socrates’, ‘the father of Plato’, usw. definiert.

Die Ausdrücke ‘the father of Socrates’, ‘the father of Plato’ hingegen haben eine konstante bzw. eindeutige (unambiguos) Denotation, da sie jeweils ein bestimmtes Individuum denotieren. Diese Denotation (denotes<sub>2</sub>) entspricht der logischen Denotation, wie sie Kapitel V von PoM beschrieben wird.

Der Unterschied zwischen den beiden Arten von Denotation wird von Russell wenige Monate später auch in FCR diskutiert, wobei er explizit von mehrdeutiger (ambiguously denotes)<sup>1174</sup> bzw. von eindeutiger Denotation (unambiguously denotes)<sup>1175</sup> spricht. Die mehrdeutige

---

logischen Sinne verknüpft. “[...] single words generally, designate without expressing: in these cases there is only a single object for the phrase, namely the object which it designates. But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire unity, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning. In such a case, there may be no object designated: for example, “the present King of France...” (OMD, 318)

<sup>1171</sup> Noch in “Fundamental Notions” (im folgenden kurz ‘FN’ genannt) aus dem Jahre 1904 ist von “denotierenden Begriffen” die Rede: “The distinction between the **denoting concept [meine Hervorhebung]** and any one of its values. The former is represented by putting a circumflex over the variable...” ( FN, 112)

<sup>1172</sup> “A function is merely something constant defined by a complex.” (FU, 72). Und auch: “The fact is, of course, functions have to do with meaning, not with denotation.” (FU, 73)

<sup>1173</sup> “*Death* is a proper name, destitute of meaning, but denoting a meaning. Thus that what is denoted by the word “death” is a constant element of “x died”. [...] death is perhaps the whole of what is constant in “x died”. *Death* is the name of a function, for it is a proper name denoting an object which can occur as meaning in a complex.” (OMDP, 288-9). Vergleiche mit folgender Stelle aus DVD: “This makes it imperative that a function should be a meaning.” (DVD, 304)

<sup>1174</sup> “[...] there are phrases of constant meaning, but of variable or ambiguous denotation.” (OMDP, 291)

<sup>1175</sup> “In the second place, the function, as opposed to its values, does not ambiguously denote the values, but ambiguously denotes complex meanings which unambiguously denote the values.” (FCR, 87). Vergleiche auch mit folgender Stelle aus FN: “[...] “ $\emptyset$ Socrates” ambiguously denotes all complexes containing Socrates.” (FN,



Denotation erinnert an Russells Versuche in der Zeit als er an PoM daran, arbeitet die PF als Klassen<sup>1176</sup> oder Konjunktionen<sup>1177</sup> von Propositionen zu fassen.

Vermutlich ist es bei der Analyse von Russells Beispiel angebracht, auch zwischen verschiedenen Bedeutungen zu unterscheiden:

'the father of  $\xi$ ' denotes 'the father of Socrates'<sup>1178</sup> which denotes 'Sophroniskos'  
(**meaning**<sub>1</sub>) denotes<sub>1</sub> (**meaning**<sub>2</sub>) which denotes<sub>2</sub> (**term**)

Ob dies korrekt ist, kann zweifelhaft werden, da 'Sokrates' als ein starrer Designator keinen Beitrag zur Bedeutung des Komplexes leisten dürfte. Russell müsste der Auffassung sein, dass die DF 'the father of  $\xi$ ' die Bedeutung von 'the father of Socrates', von 'the father of Platon' darstellt.

Wie in Abschnitt 5.3. deutlich wurde, schreibt Russell der realen Variablen eine in seinen Augen schwer fassbare Bedeutung zu, wie sie dem denotierenden Begriff 'any Term' zu eigen ist. Andererseits liefert der Ausdruck 'Sokrates' seinen Beitrag zum Komplex ausschließlich in Form seiner Denotation.

Russell behauptet in OMD schließlich, dass Eigennamen manchmal - entsprechend dem Kompositionalitätsprinzip für Bedeutungen - zur Gesamtbedeutung eines Komplexes beitragen. Dies geschieht in Abhängigkeit von der Position des Eigennamens. Der Term 'England' - d.h. die Denotation des Ausdrucks 'England', nämlich das Land England selbst - ist Teil der Bedeutung, aber nicht der Denotation des Komplexes 'The present Prime Minister of England'<sup>1179</sup>:

[...] the whole phrase [The present Prime Minister of England, meine Ergänzung] designates something of which the designations of the parts are not parts. There is some object involved, of which England, etc. are parts; but this object is not the designation of the phrase, since England is not part of Mr. Arthur Balfour. Thus we were led to assume an object, called the meaning of the phrase, or that which the meaning expresses, of which England, etc., were parts..." (OMD, 320).

Wäre dem nicht so, müsste man - was offensichtlich falsch ist - annehmen dass 'The present Prime Minister of France' dieselbe Bedeutung hat. Wenn wir die terminologische Ergänzung von FCR mitberücksichtigen, ergibt sich für unser Beispiel folgende Beziehung:

---

112) Und auch:  $\phi x$  becomes a constant meaning which ambiguously denotes all the propositions got by giving values to  $x$ . (FN, 113-114)

<sup>1176</sup> "A propositional function is the class of all propositions which arise from the variation of single term..." (PoM, 92-93). Siehe auch PoM, 19.

<sup>1177</sup> "[...] the proposition  $f(x)$  is a conjunction of just as many propositions as there are terms in the class of terms such that  $f(x)$  is true." (CP3, 206)

<sup>1178</sup> 'the father of Plato', usw, ... bzw. ..., usw...

<sup>1179</sup> OMD, 320.

'the father of  $\xi$ ' **ambiguously denotes**<sub>1</sub> 'the father of Socrates', 'the father of Plato', usw. which **unambiguously denotes**<sub>2</sub> Sophroniskos, Ariston, usw.

Sobald für ' $\xi$ ' ein Argument eingesetzt wird, ist die Struktur des Ausdrucks 'The  $f\xi$ ' darauf ausgerichtet ein Individuum auf eindeutige Weise zu denotieren. Russell spricht daher im folgenden Satz von einem undefinierbaren, auf eindeutige Weise denotierenden Komplex:

"The  $f\xi$ " is an undefinable unambiguously-denoting complex; it is meaningless unless  $f\xi$  is a propositional function; and when  $f\xi$  has not one and only one root, its meaning is merely conventional. (OMD, 355)

Wichtig erscheint mir, dass Russell in OMD die DF von den PF über den allgemeinen Funktionsbegriff bzw. den Relationsbegriff ableitet. Russell weist später<sup>1180</sup> darauf hin, dass er darin Moore folgt. Russell schreibt:

There seems to be a sense in which propositional functions are more fundamental than any others. [...] Several things show that propositional functions must have a peculiar place. [...] If we take propositional functions as to be fundamental - as I have always done, first consciously then unconsciously - we must proceed through relations to get ordinary functions. For then we start with such functions as "x is a man"; these are originally the only functions of one variable. To get at functions of another sort, we have to pass through  $xRy$ ; but then, with  $\gamma$ , we get all the problems of denoting. And, as we have seen, a form of denoting more difficult than  $\gamma$  is involved in the the use of variables to start with. Thus denoting seems impossible to escape from. (OMD, 339-340)

Die Schreibweise  $\phi x$  lässt laut Russell noch offen, ob eine DF oder eine PF vorliegt:

If we start with the form  $\phi x$ , we shall have to divide cases according as  $\phi$  is propositional or not.. [...]. Similarly  $\phi(x, y)$  may either be a proposition, or a denoting complex. (OMD, 340)

An dieser Stelle will ich auf einen Sachverhalt hinweisen, welcher sicherlich die DF betrifft, nämlich auf die Referenzverschiebung. In einer Proposition mit einer DF in Subjekt-Position, geht es laut (AS) nicht um die Bedeutung der DF, sondern um deren Denotation. Russells Worte aus OMD bestätigen diese Annahme:

When  $\gamma(f\xi)$ , occurs in a proposition, the meaning is a constituent of the proposition, and the proposition is *about* the denotation. (OMD, 355-356)

Abschließend will ich noch eine Bemerkung Russells zum Status der Propositionen anführen, welche eng mit der Theorie von Bedeutung und Denotation zusammenhängt. Russell spricht hier von der Doppelnatur der Propositionen, welche in Kapitel III - speziell im Abschnitt über OF und OD - im Zentrum unserer Diskussion stehen wird:

---

<sup>1180</sup> "This is what, following Moore, I have always done; but of late unconsciously." (OMD, 341)

The twofold nature of propositions, as meanings and what these meanings denote, appeared to be unavoidable [...]. (OMD, 319)

Nach diesem Hinweis wollen wir zur Funktionstheorie des Jahres 1904 übergehen.

## 7. Russells Funktionstheorie des Jahres 1904

### 7.1. Einführung 320

### 7.2. Die DF 330

### 7.3. Die allgemeine Theorie der Komplexe 342

#### 7.1. Einführung

Im folgenden Abschnitt sollen zunächst die wichtigsten Elemente von der Funktionstheorie von 1904 präsentiert werden. Russell beschäftigt sich im Mitte 1904 nach einer Pause von mehreren Monaten wieder mit Logik. Seine Hauptstrategie besteht laut Herausgeber von CP4<sup>1181</sup> darin, formale Kriterien für die Funktionen anzugeben, um paradoxe Funktionen auszuschließen. Dabei knüpft er nicht nur an die Funktionstheorie von 1903 an, sondern auch an seine Theorie von Bedeutung und Denotation.

Zu den Manuskripten der neuen Funktionstheorie gehören "Outlines of Symbolic Logic" (OSL), "On Functions, Classes and Relations" (FCR), "On Functions" (OFU), "Fundamental Notions" (FN), "On the Functionality of Denoting Complexes" (FDC), "On the Nature of Functions" (ONF) und "On Classes and Relations" (OCR). Ich will auf den folgenden Seiten einige Momente aus diesen Manuskripten herauszugreifen, ohne dabei den Anspruch zu erheben, einen vollständigen Überblick über diese Schriften geben zu können.

Ich beginne mit der Vorstellung von Russells neuer Notation - der Schreibweise mit dem *spiritus asper* und dem Zirkumflex -, welche Russell auch noch in PM verwenden sollte und welche als Vorbild für Churchs Schreibweise des  $\lambda$ -Kalküls dienen sollte. Der *spiritus asper* steht - wie wir gleich sehen werden - für die Funktionsanwendung, der Zirkumflex umgekehrt für die Funktionsabstraktion.

Anschließend konzentrieren wir uns auf die DF und bestimmen deren wichtigste Merkmale, wobei wir uns wieder auf Bemerkungen aus den Manuskripten von CP4 stützen wollen. Die DF haben demnach PF als Argumente, enthalten diese nicht als Konstituenten, sind aber von diesen abgeleitet. Sie weisen Bedeutung und Referenz auf, haben herkömmliche Entitäten als Werte und sind - anders als die PF - nicht injektiv.

Schließlich soll Russells wichtige, allgemeine Theorie der Komplexe vorgestellt werden, welche in Ansätzen weiter zurück geht als auf das Jahr 1904. Dabei soll speziell das Problem um die logische Beziehung zwischen den Komplexen und den Funktionen thematisiert werden. Wir werden sehen, dass sich hier gewissermaßen die Problematik aus PoM wiederholt, ob die PF oder die Propositionen logisch grundlegend sind.

Beginnen wir zunächst aber mit Russells neuer Notation.

---

<sup>1181</sup> CP4, XXII.

In seiner Funktionstheorie verwendet Russell fortan eine neue Notation mit dem *spiritus asper* und dem Zirkumflex, welche dem Leser von PM vertraut ist. Die Verwendung des *spiritus asper* (‘’) ersetzt die alte Notation mit dem *spiritus lenis* und geht scheinbar auf Frege zurück, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden. Laut Herausgeber von CP4 stammt die Schreibweise mit dem Zirkumflex (‘^’) von Whitehead, welcher diese scheinbar erstmals in einem Brief vom 25. April 1904 an Russell verwendet und erklärt:

Note the circumflex over the  $\hat{x}$  marks that the variable  $x$  on the right side is only apparent.  
(CP 4, XXIV)

Russell ernüchternde Bemerkungen über seine eigene Arbeit weisen darauf hin, dass er sich mit seinen Theorien zwischen Skylla und Charybdis hin - und her bewegte:

I have tried about a hundred hypotheses, but I have always ended up either with a contradiction, or with the absolute impossibility of getting to arithmetic. (OSL, 77)

Wenn Russell in den Monaten vor der Niederschrift von OD auch keine ausgereifte Funktionstheorie verfasst hat, so hat er zumindest im Bereich der Denotationstheorie doch Fortschritte erzielt. Grattan-Guinness führt einen Absatz aus Russells Rückblick aus dem Jahre 1906 an, in welchem Russell auf seine Forschungen im Kontext der Funktionstheorie des Jahres 1904 zur Denotation anspricht, welche zu OD führen sollten:

In April 1904 I began working at the Contradiction again, and continued at it, with few intermissions, till January 1905. I was throughout much occupied by the question of Denoting, which I thought was probably relevant, as it proved to be. [...] my success later, in the article “On Denoting”, was the source of all my subsequent progress. (Grattan-Guinness 1977, 79)

Die hier angesprochenen Entwicklungen sollten in den nächsten Abschnitten in groben Zügen nachgezeichnet werden, wobei wir getrennt auf die wichtigsten Manuskripte eingehen wollen. Beginnen wir mit “Outlines of Symbolic Logic”.

### 7.1.1. “Outlines of Symbolic Logic”

Im Manuskript “Outlines of Symbolic Logic” (OSL), welches laut Herausgeber von CP4 im Juli 1904 verfasst wurde, führt Russell die neue Notation mit dem Zirkumflex ein und grenzt diese zugleich von derjenigen Freges ab:

I use  $\hat{x}$  where Frege uses Greek letters. (OSL, 80)

Während die Funktion in der Notation des *spiritus lenis* als  $x'(X)$  angezeigt wurde<sup>1182</sup>, verwendet Russell in der neuen Notation den Zirkumflex (‘^’), um die Funktion (selbst) vom Funktionswert abzuheben.

---

<sup>1182</sup> “[...]; and conversely, if  $X$  denotes an expression containing  $x$ ,  $x'(X)$  will be used to denote the function involved.” (FU, 50)

Der Vorteil scheint darin zu bestehen, dass durch die neue Notation  $\hat{\phi}x$  der Funktionsbegriff als primär dargestellt werden kann. Der Zirkumflex fungiert quasi als Bedeutungsoperator<sup>1183</sup> und ist damit auf der Linie mit dem in DVD erprobten Operator (Mn) und der Anweisung QM. Dafür gibt es einen Beleg in FN<sup>1184</sup>, einem Manuskript, welches ungefähr dieselbe Entstehungszeit hat wie OSL:

The circumflex has the same sort of effect as inverted commas have. E.g., we say  
Any man is a biped;

"Any man" is a denoting concept.

The difference between  $p \supset q \supset q$ . and  $\hat{p} \supset \hat{q} \supset \hat{q}$ . corresponds to difference between any and "Any man". (FN, 129).

Ebenfalls in FN wird die Funktion selbst von Russell - wie zuvor in FU - als abstraktes Bedeutungselement<sup>1185</sup> definiert:

The  $\hat{x}$ , as opposed to  $x$ , indicates the we have to do with meaning, not with denotation." (FN, 113)

In OSL wird die Funktion als Term anhand der Notation mit dem Zirkumflex bezeichnet:

In my notation, the function as term is represented as  $\hat{\phi}x$  or  $\hat{\phi}z$  ... (OSL, 78)

Wie wir anschließend erfahren, meint die Funktion als Term nichts anderes die Funktion selbst, im Unterschied zu ihren Funktionswerten. Russell schreibt:

$\hat{\phi}x$ . This represents any function containing one variable.  $\hat{\phi}x$  represents the function itself, as opposed to any one of its values. (OSL, 80)

Wir wissen, dass Russell bereits in PoM für die Notwendigkeit einer intensionalen Logik plädiert hat. Er hielt die unendlichen Klassen<sup>1186</sup> nur anhand der intensionalen Begriffe für manipulierbar. Eine ähnliche Position behält Russell auch in der Funktionstheorie von 1904 noch bei, wobei jetzt erkenntnistheoretische Gesichtspunkte an Bedeutung gewinnen - wie folgende Bemerkung aus OFU nahelegt:

<sup>1183</sup> Siehe Kapitel IV, Abschnitt 4.2.

<sup>1184</sup> FN wurde von Russell laut Herausgeber von CP4 als Grundlage für die Niederschrift von "On Functions" ('OFU'), "On the Functionality of Denoting Complexes" ('FDC') und "On the Nature of Functions" ('ONF') verwendet.

<sup>1185</sup> In FN weist Russell ausdrücklich auf diesen Sachverhalt hin:

"The  $\hat{x}$ , as opposed to  $x$ , indicates the we have to do with meaning, not with denotation." (FN, 113)

<sup>1186</sup> "A class, we agreed, is essentially to be interpreted in extension; it is either a single term, or that kind of combination of terms which is indicated when terms are connected by the word *and*. But practically, though not theoretically this purely extensional method can only be applied to finite classes. All classes, whether finite or infinite, can be obtained as the objects denoted by the plurals of class-concepts-men, numbers, points, etc." (PoM, 80). Und auch: "With regard to infinite classes, say the class of numbers, it is to be observed that the concept *all numbers*, though not itself infinitely complex, yet denotes an infinitely complex object. This is the inmost secret of our power to deal with infinity. An infinite complex concept, though there may be such, can certainly not be manipulated by the human intelligence; but infinite collections owing to the notion of denoting, can be manipulated without introducing any concept of infinite complexity." (PoM, 73)

Any complex which we can apprehend at all is of finite complexity, *i.e.* has a finite number of constituents, combined in a manner which can be described in a finite number of steps. (OFU, 100)

So betont Russell in FN die Notwendigkeit einer Notation für intensionale Objekte:

The point to observe is this: our single letters stand always, when not for individuals, then for classes, relations, etc. *in extension*; but our propositional complexes always assert that our letters satisfy a class-concept or relation *in intension*. (FN, 112)

Man könnte sogar so weit gehen zu behaupten, dass der intensionale Standpunkt in Russells Philosophie der Funktionen sogar weiter ausgebaut wird. Während in PoM vor allem die intensionalen Klassenbegriffe<sup>1187</sup> und der Begriff der Erfüllbarkeit von PF zentral waren, geht Russell jetzt in seiner Funktionstheorie dazu über, die Funktionen mit Bedeutungen zu identifizieren, während die Funktionswerte mit den Denotationen identifiziert werden. Genau dies soll seine neue Notation leisten.

Der *sprititus asper* (‘’) ist in der Funktionstheorie des Jahres 1904 das Symbol für die Funktionsanwendung und ersetzt damit den Balken (‘/’) <sup>1188</sup> der Notation mit dem *spiritus lenis*. Der Zirkumflex steht für die Funktionsabstraktion und ersetzt so den *spiritus lenis* (‘’). Russell bringt dann beide Symbole, Zirkumflex und *spiritus lenis* zusammen, wobei er ein Beispiel<sup>1189</sup> anführt:

$\phi x$ . This represents an unspecified value of the function  $\phi \hat{x}$ . The difference of the two may be illustrated by the following:

- (1).  $\sin \hat{x}$  is a periodic function;
- (2).  $\sin x$  is a real number. (OSL, 80)

Die Sinusfunktion wird also mit dem Zirkumflex durch ‘ $\sin \hat{x}$ ’ symbolisiert, während ‘ $\sin x$ ’ für einen Funktionswert, also eine Zahl steht.

In “On Functions, Classes and Relations” (im Folgenden kurz ‘FCR’ genannt) verwendet Russell diese Notation ebenfalls, wo zunächst die PF eingeführt werden:

A propositional function of  $x$  is represented by the notation  $\phi x$ . The function itself, as opposed to an undetermined value of the function, is represented by  $\phi \hat{x}$ . (FCR, 86-87)

<sup>1187</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.5.3.

<sup>1188</sup> “This object [‘the rest of  $X$ ’] is denoted by the symbol  $x'(X)$ , and *of* is denoted by |.” (OMDP, 289). Siehe die Abschnitte 6.2.1. und 6.2.2.

<sup>1189</sup> Ein analoges Beispiel findet sich in OD, wo die Vorschrift QM (betreffend die Anführungszeichen) eine ähnliche Wirkung wie der Zirkumflex erzielen soll. Die passende Nummerierung stammt dabei von mir.

(Beispiel aus OSL, 81):                      (Beispiel aus OD, 486)

- (1).  $\sin \hat{x}$  is a periodic function.      (1) ‘The center of mass of the solar system’ is a denoting complex, not a point.
- (2).  $\sin x$  is a real number.              (2) The center of mass of the solar system is a point, not a denoting complex.

Russell verwendet die neue Notation in OSL auch für die Klassen, wobei er nicht nur an seine Funktionstheorie aus FU, sondern vermutlich an Freges Wertverläufe für Funktionen anknüpft. Während  $x'(X)$  in FU aber als Ausdruck für die Funktion  $\phi$  gebraucht wird, welche aus dem Komplex  $X$  gewonnen wird, steht  $x'(\hat{\phi}x)$  in OSL nicht für eine (intensionale) Funktion, sondern für die (extensionale) Klasse von jenen Termen, welche die besagte Funktion erfüllen.

Der *spiritus asper* (‘’) verwandelt - ähnlich wie der Operator DN aus DVD<sup>1190</sup> - ein intensionales Input in ein extensionales Output. Er übernimmt gewissermaßen die Rolle eines Extensionsoperators, während der Zirkumflex hingegen - wie oben<sup>1191</sup> deutlich wurde - als eine Art Intensionsoperator fungiert:

*Indefinable* :  $x'(\hat{\phi}x)$ . This denotes the class of terms satisfying  $\hat{\phi}x$ . (OSL, 81)

Diese Notation hat demnach mehr Ähnlichkeit mit jener Notation für Wertverläufe, wie Russell sie bei Frege<sup>1192</sup> gesehen hat. Damit hat Russell - wie wir wissen - bereits im Jahre 1903 Peanos Schreibweise  $x\exists(\phi x)$  für Klassen<sup>1193</sup> ersetzt. Wenig später sollte Russell ganz auf Klassen verzichten wollen, worauf wir noch zu sprechen kommen werden.

Russells Schreibweise für Klassen aus OSL  $x'(\hat{\phi}x)$  wird dann in PM zu  $\hat{x}(\hat{\phi}x)$  und entspricht der modernen Notation  $\{x/\hat{\phi}x\}$ . Vergleiche auch mit folgender Bemerkung aus OCR:

It appears, for purposes of Symbolic Logic, the most convenient course is to regard the class defined by  $\hat{\phi}x$  as the class of equivalent properties, and to regard the members of this class as the terms satisfying  $\hat{\phi}x$  ... [...]. What symbolic logic is to call a class, therefore, is a set of mutually equivalent properties or propositional functions. (OCR, 274)

Prof. Klement<sup>1194</sup> weist in seinem Aufsatz darauf hin, wie aus dem Zirkumflex aufgrund technischer Umstände das Lambda-Symbol  $\lambda$  der Funktionstheorie von Church hervorgegangen ist.

Halten wir die neue Notation und die alte Notation für Funktionen (mit einer Variablen) und Funktionswerte in einer Übersicht fest:

<sup>1190</sup> Folgende Bemerkung macht das deutlich:

“The  $\hat{x}$ , as opposed to  $x$ , indicates the we have to do with meaning, not with denotation.” (FN, 113)

<sup>1192</sup> “Perhaps it is better and simpler to recur to Werthverläufe, writing  $x'(fx)$  for the class involved in  $fx$ . [...]. The Werthverlauf will be the object denoted by the constant part (if any) of  $fx$ . Observe that  $f(x)$  or  $\phi(x)$  is not itself an entity, any more than  $x$  is, though for every value of  $x$  and of  $f$  or  $\phi$  it is an entity.” (PaD, 312). Vergleiche auch mit folgender Stelle aus dem bereits zitierten Brief an Frege, in der Russell in Bezug auf Funktionsabstraktion und Funktionsanwendung eine Umdeutung der Notation Freges vorschlägt: “I received your letter this morning, and I am replying to it at once, for I believe I have discovered that classes are entirely superfluous. Your designation  $\varepsilon'(\phi\varepsilon)$  can be used for  $\phi$  itself, and  $x \wedge (\varepsilon'(\phi\varepsilon))$  for  $\phi(x)$ .” (Frege 1980b, 158)

<sup>1193</sup> Wenig später wird Russell ganz auf Klassen verzichten wollen (“classes are entirely superfluous”), wie dem in der Fußnote darüber wiedergegebenen Auszug aus dem Brief an Frege zu entnehmen ist.

<sup>1194</sup> Klement (2002), 17.



NEUE NOTATION:	bezeichnet:	ALTE NOTATION:
$\hat{\phi}x$	die Funktion (selbst)	$\phi$ bzw. $x'(X)$
$\phi x$	einen unbestimmten Funktionswert	$\phi/x$ (bzw. $\phi x$ )
$x'(\hat{\phi}x)$	alle Funktionswerte (den Wertverlauf)	$x \wedge (\varepsilon'(\phi(\varepsilon)))$

Es scheint übrigens, als ob der Ausdruck ' $\phi x$ ' in der alten Notation von Russell manchmal für die Funktion (selbst) und manchmal für den Funktionswert verwendet wird. In der neuen Notation steht derselbe Ausdruck für den Wert einer nicht spezifizierten Funktion, welche mit ' $\hat{\phi}$ ' bezeichnet wird. Russell verwendet in PoM - wie wir wissen - das Symbol ' $\phi$ ' für den Assertionsteil einer PF, also - aus der Sicht der Ontologie von PoM - für den intensionalen Teil der Funktion (selbst). Wie hier deutlich wird, schwankt Russells Gebrauch der Symbole im Zeitraum zwischen dem Erscheinen von PoM und dem von OD. Die Tatsache, dass er in dieser Zeit - wie er im Rückblick meint - an die Hundert Theorien<sup>1195</sup> erfolglos erprobt hat, spricht zugleich für den unermüdlichen Forschergeist Russells.

Erwähnt sei hier noch die Frage, welche Bedeutung der Zirkumflex hat, wenn er in Ausdrücken vor dem  $\phi$  steht. Anscheinend bezieht sich Whitehead in seinem Brief<sup>1196</sup> an Russell vom 25. April 1904 gerade auf Ausdrücke, bei denen der Zirkumflex am Anfang der Formel steht. Dieser Punkt soll im nächsten Abschnitt ebenfalls besprochen werden. Wir haben in der Einführung Russells Bemerkung über die Fortschritte in Bezug auf die Denotation auf die Funktionstheorie des Jahres 1904 erwähnt. Im Abschnitt 7.2. werden wir dann sehen, dass Russells Entdeckung möglicherweise gerade in OSL erfolgt ist. Kommen wir jedoch zunächst zu einer weiteren Schrift Russells aus dieser Zeit.

### 7.1.2. "On the Nature of Functions"

Speziell interessiert uns in ONF die Beziehung zwischen der neuen Notation, Russells Auffassung von Analyse und der Theorie von Bedeutung und Denotation. Beginnen wir mit einer Frage zu einer Notationsvariante. Russell überlegt den Zirkumflex in der Position vor dem Funktionsausdruck einzusetzen:

$\hat{p}(p \supset q)$  or  $\hat{u}(u \cap v)$  or  $\hat{k}(k'k)$  express what they intend to express in an unobjectionable

<sup>1195</sup> Im Brief an Couturat vom 20. Oktober 1903 schreibt Russell: "I have tried at least a hundred different theories, but sooner or later found myself at a dead end."

<sup>1196</sup> Folgende Stelle belegt dies:

"Note the circumflex over the  $\hat{x}$  marks that the variable  $x$  on the right side is only apparent." (CP 4; XXIV)

manner. (ONF, 271).

Die Symbole  $(p, u, v, k)$  werden hier sicherlich Variablen gebraucht. Möglicherweise ist hier ja ähnliches gemeint wie in FU<sup>1197</sup>, wo der Ausdruck mit dem *spiritus lenis* ' $\supset = p'q'$  ( $p \supset q$ )' verwendet wird, um die Funktion selbst zu symbolisieren. Die Frage muss sein, wie solche Ausdrücke zu verstehen sind. Russell merkt dann im Laufe der Analyse kritisch an, dass er die Notation mit dem Zirkumflex vor dem Ausdruck ' $\phi'x$ ' zunächst als redundant einstuft:

On the notation  $\hat{x}(\phi'x)$ .

This notation is appropriate to particular complexes... But the symbol  $\hat{x}(\phi'x)$  has the drawback that  $\phi'x$  already involves the analysis into function and argument, so that  $\hat{x}(\phi'x)$  seems redundant. (ONF, 271)

Da die Funktionsabstraktion die Umkehroperation der Funktionsanwendung ist, formuliert Russell folgendes Prinzip:

We shall then have, for all values which are significant,  $\hat{x}(\phi'x) = \phi$ ; (ONF, 272)

Den letzten Absätzen von ONF kann man entnehmen, dass Russell auch hier einige Zweifel anmeldet. Er kommt schließlich zum Ergebnis, dass die Schreibweise  $\hat{x}(\phi'x)$  lediglich eine Möglichkeit bietet, anzuzeigen, dass ' $x$ ' überall durch ' $\hat{x}$ ' ersetzt werden muss.

[...] it should be explained that  $\hat{x}(\phi'x)$  is merely a way of indicating that  $\hat{x}$  is to be everywhere substituted for  $x$ . (ONF, 271)

Es handelt sich demnach um eine Substitution der Terme durch die Variable, wie man folgender Bemerkung entnehmen kann:

The point is that the function, as opposed to the complex, is got merely by excluding the supposition of any particular value for  $x$ , i.e. by taking  $x$  to be the variable as such (as we called it). (ONF, 272)

Russell bringt dies so auf den Punkt, dass er sagt, dass diese Notation keine Synthese sondern eine Analyse ausdrückt:

Observe that this symbol [ $\hat{x}(\phi'x)$  meine Hinzufügung], unlike our other symbols, expresses an *analysis*, not a *synthesis*. (ONF, 271)

Diese analytische Operation ähnelt zunächst der Vorgangsweise in FU, wenn ausgehend vom Komplex  $X$  der Ausdruck ' $x'(X)$ ' gewonnen wird. Der Unterschied besteht darin, dass der Ausdruck ' $x'(X)$ ' die Funktion  $\phi x$  selbst benennt. Die Dinge liegen in ONF anders. Der

---

<sup>1197</sup> FU, 54-55.

Ausdruck ' $\hat{x}\phi x$ ' erweckt nämlich den falschen Eindruck, eine Funktion von  $\phi x$  zu sein. Deshalb ' $\hat{\phi}x$ ' hält Russell deshalb den Ausdruck für philosophisch korrekter:

$\phi x$  properly expresses the function. (ONF, 272)

Russell vergleicht die Substitution mit einer Division, wo nach der Offenlegung der Struktur des Nenners "gekürzt" werden kann. Übertragen auf die besagte Notation aus ONF bedeutet dies, dass erst nach Offenlegung bzw. der Analyse der Struktur des Komplexes die eventuelle Redundanz der Notation deutlich wird. Russell schreibt:

To take an analogy: When we have a given complex containing  $x$ , and not expressed already in the form  $\phi x$ , the writing of  $\hat{x}$  before it to give the function may be compared to division: the Result is like  $y/x$ . But to write  $\hat{x}(\phi x)$  for  $\phi$  is like writing  $(x \times z)/x$  instead of  $z$ :  $\phi x$  is already compounded of  $x$  and  $\phi$ , and division by  $x$  leaves simply  $\phi$ , for which no new symbol is needed. (ONF, 271)

Wir halten für fest, dass die Variable  $x$  laut ONF nur ohne Zirkumflex vor dem Funktionsausdruck denotiert und für einen speziellen Term steht. Der Zirkumflex ist wie die Anweisung QM eine Art Entitätsoperator<sup>1198</sup>.

Russell spricht dann später in FN - neben der uneingeschränkten Variablen ' $x$ ' - von ' $\hat{\phi}x$ ' als einem anderen Typus von Variablen. Während die Variable<sup>1199</sup>  $x$  für einen beliebigen Term steht, steht ' $\hat{\phi}x$ ' anscheinend für eine variable Aussage über alles. Sobald  $\phi$  gegeben ist, denotiert<sup>1200</sup> ' $\hat{\phi}x$ ' auf mehrdeutige Weise jene Propositionen, welche sich hier für die verschiedenen Argumente als Funktionswerte ergeben. Der Ausdruck ' $\phi x$ ' steht - wenn  $\phi$  gegeben ist - entsprechend unserem Schema für eine bestimmte, aber nicht spezifizierte Proposition. Der ganze Absatz in Russells Worten:

A single letter, as  $x$  or  $y$ , always stands for a wholly unrestricted variable. We have another kind of variable, represented by  $\hat{\phi}x$ . This presents a variable statement about anything. The  $\hat{x}$ , as opposed to  $x$ , indicates the we have to do with meaning, not with denotation. Thus if we assign a value to  $\phi$ ,  $\hat{\phi}x$  becomes a constant meaning which ambiguously denotes all the propositions got by giving values to  $x$ . When we wish instead to speak of one of these proposition, without deciding which, we write  $\phi x$  (where the constant value of  $\phi$  in question is to be substituted for  $\phi$ ). (FN, 113-114)

Die in diesem Absatz eingeführte Schreibweise und Verwendung sollten von Russell bis PM beibehalten werden und so Standard bleiben. Kommen wir zum nächsten Manuskript, "On Functions"

<sup>1198</sup> Siehe Abschnitt 9.3. von Kapitel III.

<sup>1199</sup> " $\phi x$  stands for: Any complex ambiguously denoting entities, one for each entity as argument." (FN, 123)

<sup>1200</sup> In Russells Worten: "sie denotiert sie". Siehe FN, 114.

### 7.1.3. "On Functions"

Kommen wir nun auf "On Functions" (kurz 'OFU'), einem Manuskript, welches laut Herausgeber von CP4 im Oktober 1904 entstanden ist. Russell analysiert hier die Unterscheidung zwischen der Funktion und dem Komplex etwas näher. So wie FU die Ausdrücke  $\phi/x$  und  $X$  für die Funktion bzw. den Komplex stehen, haben wir auch in der Funktionstheorie des Jahres 1904 eine Notation für Funktionen und eine Notation für Komplexe. Russell fasst die wichtigsten Ergebnisse ("the bare bones") von OFU in einem Brief an Whitehead<sup>1201</sup> zusammen, wobei er genau auf diesen Punkt eingeht:

- (a).  $\hat{\phi}x$  is not a constituent of  $\phi x$ ; hence
- (b).  $\phi x$  is not a function of  $\phi$  and  $x$ ; hence
- (c).  $x \varepsilon u$  is not a function of  $x$  and  $u$ , and  $\hat{x} \varepsilon u$  is not a function of  $u$ .

The point is really that there are two senses of *function*, namely

- (1) a complex of which  $x$  is a constituent;
  - (2) a dependent variable whose value is determinate when the value of  $x$  is determinate.
- (OFU, 96)

Wir wollen im folgenden Russells Argumentation zu (a), (b) und (c) skizzieren:

Zu (a): Russell führt als Beweis direkt aus dem Satz V, welcher besagt dass die Kombinationsmodi (obwohl Entitäten) nicht selbst als Konstituenten der Komplexe vorkommen. Eigentlich steht dies aber bereits in Satz III, wobei im Unterschied zu Satz V ein Argument angegeben wird. Letzteres hat eine gewisse Ähnlichkeit mit den Regress-Argumenten<sup>1202</sup>, wie sie Russell sogar noch eine Zeit lang nach dem Bruch mit Bradley verwendet hat.

Zu (b): Im Text ist kein expliziter Beweis für die Gültigkeit dieses Satzes angeführt. In Satz XXXII weist Russell darauf als auf die zentrale "Gedächtnisgrundlage" für Diskussionen über Funktionalität hin:

The fundamental point to be remembered in discussions of functionality is that  $\phi x$  is not a function of  $\phi$  and  $x$ . (OFU, 105)

Allerdings findet sich in Satz XIX eine allgemeine Regel, welche belegt, dass  $\phi x$  keine Funktion von  $\phi$  ist, zumal  $\phi$  keine Konstituente von  $\phi x$  ist:

---

<sup>1201</sup> Der Brief trägt da Datum vom 27. Oktober 1904. Auszüge davon wurden von den Herausgebern von CP4 in der Einleitung zu "On Functions" wiedergegeben.

<sup>1202</sup> Vergleiche mit Russells Unterscheidung zwischen der "relating relation" und der "relation in itself", gegen Bradleys Paradox. Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.1.

The general rule is, that if  $\phi x$  occurs in a complex, the  $\phi$  must not be varied, because it is not a constituent of  $\phi x$ . (OFU, 100)

Dies ergibt sich direkt aus der Definition bzw. der Notation für die Funktion (selbst) und den Funktionswert. ' $\phi$ ' steht für eine Bedeutung, ' $\phi x$ ' für den durch  $\phi$  denotierten Komplex, welcher im Normalfall keine Bedeutung, sondern ein Term ist. Nach meiner Auffassung fasst Russell den Ausdruck ' $\phi x$ ' allerdings sehr wohl als eine Funktion von  $x$  auf.

Zu (c): Laut Russell folgt dies direkt aus (b), wie dies in der Zusammenfassung im Brief an Whitehead bereits vorweggenommen<sup>1203</sup> wurde.

From this [that  $\phi x$  is not a function of  $\phi$  and  $x$ , meine Hinzufügung] it follows immediately that  $x \varepsilon u$  is not a function of  $x$  and  $u$ , and  $\hat{x} \varepsilon u$  is not a function of  $u$ . (OFU, 105)

Russell scheint den Beweis allerdings nicht auszuführen.

Aus Erklärungen in CL geht aber hervor, dass es für einen Ausdruck der Form ' $x \varepsilon a$ ' wie ' $x$  is a man' in der natürlichen Sprache zwei Lesarten gibt. Einmal kann er als ' $x$  ist ein  $a$ ' (" $x$  is an  $a$ ") oder ' $x$  ist ein Element von  $a$ ' (" $x$  is a member of  $a$ ") gelesen werden kann. Russell unterscheidet auch in PoM zwei Interpretationen<sup>1204</sup> des Ausdrucks ' $x$  ist ein  $a$ '.

Dabei geht es vor allem um die im Kontext des Paradoxons wichtige Beziehung zwischen den PF und den Klassenbegriffen<sup>1205</sup>. Der Ausdruck ' $x \varepsilon u$ ' steht laut OFU (wie auch laut CL) jedenfalls für eine Funktion, wahrscheinlich für eine PF. Daher kann anstelle des Ausdrucks ' $x \varepsilon u$ ' auch der Ausdruck ' $\phi x$ ' gebraucht werden. Weshalb angenommen werden darf, dass die die Sätze (b) und der erste Teil des Satzes (c) als (mehr oder weniger) äquivalent gelten dürften. Der zweite Teil des Satzes (c) wird vom ersten Teil impliziert, wobei das  $x$  mit dem Zirkumflex für die Variable  $x$  eingesetzt wird.

Russell kommt aufgrund dieser Argumentation zum Ergebnis, dass in seiner Funktionstheorie zwei verschiedene Begriffe koexistieren. Zum einen haben wir die Funktion  $\hat{\phi x}$ , zum anderen den Komplex  $\phi x$ . Dass an der Notation zu sehen ist, dass die Begriffe nicht ineinander überführt werden können, bedeutet für Russells Funktionstheorie und seine Philosophie der Funktionen einen Rückschlag. Wie wir gleich sehen werde, interpretiert Russell den Komplex ' $\phi x$ ' als DF, wodurch er einen Schritt weiter kommen sollte. Auf die Beziehung zwischen den Komplexen und den Relationen soll im Abschnitt 7.3. eingegangen werden. Zunächst wollen wir besprechen, was Russell über die DF zu sagen hat.

<sup>1203</sup> Dort verwendet Russell das Wort 'hence', welches die Unmittelbarkeit der Schlussfolgerung suggeriert.

<sup>1204</sup> Bei einer Lesart sind Klassenbegriffe involviert, bei der anderen Klassen. Peano verwendet laut Russell das Symbol ' $\varepsilon$ ' auch für den ersten Fall, während Russell selbst es für die Elementschaft reserviert. Siehe die zwei Propositionen P2 (Socrates is - a man) und P5 (Socrates is a - man). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.2.4.

<sup>1205</sup> "The characteristic of a class-concept, as distinguished from terms in general, is that " $x$  is a  $u$ " is a propositional function when, and only when,  $u$  is a class-concept." (PoM, 56)

## 7.2. Die DF

### 7.2.1. Einleitung 330

### 7.2.2. Die DF haben PF als Argumente. 332

### 7.2.3. Die DF sind von den PF abgeleitet. 333

### 7.2.4. Die DF haben Bedeutung und Referenz. 334

### 7.2.5. Die DF haben herkömmliche Entitäten als Werte. 336

### 7.2.6. Die Werte von DF enthalten ihre Argumente nicht als Konstituenten. 337

### 7.2.7. Die DF sind nicht injektiv. 340

### 7.2.1. Einleitung

In folgendem Abschnitt soll Russells Analyse der DF besprochen werden, wie sie in den Manuskripten der Funktionstheorie von 1904 zu finden ist. Ich vertrete die These<sup>1206</sup>, dass Russell in diesem Kontext seine berühmte Theorie der Kennzeichnungen vorbereitet. Er selbst weist in seinem oben erwähnten Rückblick<sup>1207</sup> aus dem Jahre 1906 auf die Fortschritte hin, welche er im Frühjahr 1904 in Bezug auf die Denotationstheorie gemacht hat.

Obwohl Russell die "nicht-propositionalen" Funktionen<sup>1208</sup> bereits in PoM entdeckt hat, ist die formale Beziehung zwischen den PF und den DF bisher weitgehend ungeklärt geblieben. Im seinem Rückblick spricht er dann von der Entdeckung, dass die DF von den PF abgeleitet werden müssen. Den Durchbruch schaffte Russell aber erst in OD, wie er selbst im Rückblick anmerkt:

*A denoting function is, broadly, any function which is not propositional; at times I used  $\phi x$  for a denoting function and  $\phi!x$  for a propositional function. The first thing I discovered in 1904 was that the variable denoting function is to be deduced from the variable propositional function, and is not to be taken as an indefinable. I tried to do without  $\tau$  as an indefinable, but failed; my success later, in the article "On Denoting", was the source of all my subsequent progress. (Grattan-Guinness 1977, 79)*

Die Frage ist, wann Russell die besagte Entdeckung erstmals zu Papier hat. Wir wissen aus Abschnitt 6, dass diese Entdeckung in DVD sicherlich vorgezeichnet ist. Das erste wichtige Manuskript der Funktionstheorie von 1904 (OSL) müsste sich in diesem Sinne als interessant erweisen. Beginnen wir also mit der Analyse der DF in OSL.

Russell erörtert in OSL die Struktur der DF unter dem Etikett 'Relationen' etwas näher. Im Rahmen der Unterscheidung zwischen der Bedeutung und der Referenz tritt der Unterschied

---

<sup>1206</sup> Siehe Abschnitt 10 von Kapitel III.

<sup>1207</sup> "In April 1904 I began working at the Contradiction again, and continued at it, with few intermissions, till January 1905. I was throughout much occupied by the question of denoting, which I thought was probably relevant, as it proved to be." (zitiert nach Grattan-Guinness 1977, 79)

<sup>1208</sup> Siehe Abschnitt 5.4.3.

zu den PF hier sehr deutlich zutage. Letztere haben nämlich Propositionen als Werte, erstere haben aber andere Entitäten - also vermutlich Terme - als Funktionswerte. Die von den DF denotierten Terme - heißt es weiter - enthalten aufgrund ihrer potenziellen Einfachheit zudem die DF im allgemeinen nicht als Konstituenten. In Russells Worten:

A function of a function ( $f'(\hat{\phi}'z)$ ) is often of the sort which I call *denoting function*, i.e. instead of having propositions for its values, it has entities other than propositions for its values. [...]. In such cases we can distinguish the *meaning*, which is complex, and contains  $\hat{\phi}'z$  as its constituent, from the *denotation*, which may be simple, and in general does not contain  $\hat{\phi}'z$ . (OSL, 81)

Der Punkt ist, dass die DF in OSL als Funktionen zweiter Stufe<sup>1209</sup> eingeführt werden. Dieser Sachverhalt wird durch die von Russell verwendete Notation deutlich ausgedrückt. Den folgenden Ausdruck versteht Russell scheinbar sogar als Definition des einfachsten Typ von DF, nämlich dem mit einer Variablen:

$$f\phi'x = f'[(\phi'x)'y] \quad \text{Df.} \quad (\text{OSL, 82})$$

Die Notation ' $f'(\hat{\phi}'z)$ ' ist aber insofern interessanter als man ihr entnehmen kann, dass die PF als Bedeutung - und nicht als die Denotation der PF - als Argument eingesetzt werden muss. Der Zirkumflex über dem 'z' fungiert - wie wir wissen - als Intensionsoperator.

Die DF erweisen sich damit nicht als das, was sie auf den ersten Blick scheinen, nämlich als Funktionen von Entitäten<sup>1210</sup>. Da sie PF als Argumente haben, sind sie in Wirklichkeit Funktionen von Funktionen, wie in OSL nachzulesen ist:

The ordinary functions of mathematics, such as  $2x$ ,  $x^2$ ,  $\sin x$ , are *denoting* functions, and are at first sight functions of entities. But on a nearer view, each of them is seen to be a function of a function containing  $x$ . (OSL, 82)

Russell geht noch in FU davon aus, dass alle Funktionen - mit Ausnahme der Identitätsfunktion - weniger komplex als ihre Werte sind - wie folgende Bemerkung nahelegt:

Thus functions [...] are simpler than their values: their values are complexes formed of themselves together with a term. (FU, 51)

Russell hat seine Meinung dazu im Jahre 1904 definitiv geändert, wie seine Einstufung der DF als Funktionen zweiter Stufe zeigt. Die DF sind demnach als Entitäten (Bedeutungen) komplexer Natur und haben einfache Funktionswerte als Denotationen.

Russell versucht die DF durch den Einsatz des Iota-Operators in den Griff bekommen, welcher bereits in DVD in Zusammenhang mit den DF aufgetaucht war. Russell führt den

<sup>1209</sup> Siehe Abschnitt 5.4.4. oben.

<sup>1210</sup> In OFU nennt Russell solche Funktionen auch "Entitäten-Funktionen": "[...] it is a *function of entities*, or *entity-function*." (OFU, 99). Die DF gehören als Funktionen von Funktionen zu einer anderen Kategorie. Russell nennt sie "Funktionen-Funktionen": "[...] a *function of function*, or *function-function*." (OFU, 99)

Iota-Operator in OSL als undefinierbares Symbol ein, wobei der Zirkumflex auch über die Variable vor dem Funktionsbegriff geschrieben ist:

*Indefinable* :  $(\hat{\lambda}x)\hat{\phi}x$ . If  $\hat{\phi}x$  is satisfied by one and only value of  $x$ ,  $(\hat{\lambda}x)\hat{\phi}x$  denotes that one value; in any other case, it denotes  $(p).p$ . (OSL, 81)

Kommen wir jedoch nun zu den PF. Bevor wir die Merkmale der DF näher besprechen wollen noch ein paar Worte zu den PF. Wie in unserer Analyse der PF<sup>1211</sup> deutlich wurde, liegen die Dinge bei den PF - im Vergleich zu den DF - genau umgekehrt. Die injektiven PF sind als Entitäten weniger komplex als ihre Funktionswerte, die Propositionen. Während die Terme in Russells Ontologie in der Regel einfach sind, bzw. - wie Russell sich auch oft ausdrückt - einfach sein können, muss eine Proposition stets als komplexer Term verstanden werden. Wie wir wissen, gibt es bei Russell keine scharfe Trennung zwischen komplexen Termen und Propositionen<sup>1212</sup>. Wir haben in Kapitel I gezeigt, dass Russell hier von allem Anfang an Moores Auffassung<sup>1213</sup> folgt, wonach Propositionen komplexe Begriffe sind. In Russell eigener Terminologie hingegen werden sie als komplexe Terme<sup>1214</sup> bezeichnet.

Die DF sind Abbildungen von PF auf Terme, die PF Abbildungen von Termen auf Propositionen:

FUNKTIONSTYP	ARGUMENT	FUNKTIONSWERT
<b>DF</b>	PF	Term
<b>PF</b>	Term	Proposition

Gehen wir nun auf die einzelnen Eigenschaften der DF ein.

### 7.2.2. Die DF haben PF als Argumente.

Aus dem letzten Abschnitt wissen wir, dass jede DF eine PF als Argument haben muss. Die DF erweisen sich als Funktionen von Funktionen, d.h. als Funktionen zweiter Stufe<sup>1215</sup>. Die Stufung der Funktionen gehört - wie wir aus Abschnitt 5.4.4. wissen - zu Russells Typentheorie, welche als Vorschrift für die Bildung von Ausdrücken und Komplexen, die verschiedenen Spielarten des Paradoxons ausschließen sollte. Die erste Version der Typentheorie ist bekanntlich im Appendix von PoM zu finden und dient als Grundlage für die Funktionstheorie<sup>1216</sup> und die Ontologie der Jahre 1903 und 1904. Die einfache Typentheorie aus PoM erweist sich neben der Theorie der denotierenden Begriffe möglicherweise als

<sup>1211</sup> Siehe Abschnitt 5.4.2.

<sup>1212</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.4. und 4.

<sup>1213</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.2.1.

<sup>1214</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.2.2.

<sup>1215</sup> Diese Idee stammt aller Wahrscheinlichkeit nach von Frege, der beispielsweise den Zahlbegriff als Begriff zweiter Stufe definiert.

<sup>1216</sup> Siehe Abschnitt 6.2.1. zur einfachen Typentheorie FU.



ausschlagend für die Entwicklung von Russells Theorie von Bedeutung und Referenz. Die Typen von R-Termen werden von Russell in PoM und in FU als Bedeutungsbereiche (range of significance)<sup>1217</sup> gefasst, welche den Argumentbereich dahingehend einschränken sollen (appropriate arguments)<sup>1218</sup>, dass die Formulierung von Paradoxa unmöglich wird.

Die angemessenen Argumente für die DF sind also die PF, wie Russell auch in "On Functions, Classes and Relations" (kurz 'FCR') feststellt:

[...] they necessarily have propositional functions as arguments. (FCR, 87)

Russell vertrat diese Vorstellung in FU noch nicht, wo er - wie Frege - noch von einer eher einheitlichen Struktur der Funktionen<sup>1219</sup> ausgeht. Wenige Monate später entdeckt Russell in DVD<sup>1220</sup> aber, dass Ausdrücke wie 'the death of Caesar' nicht allein mithilfe der PF formalisiert werden können. Als Zusatz verwendet Russell hier den Iota-Operator, welchen er als eine Art Extensionsoperator konzipiert. In dieser Schrift antizipiert Russell - wie oben deutlich wurde - die Reduktion der DF auf die PF. Allerdings verfügte er im Jahre 1903 noch nicht über die Notation, diese Struktur der DF auszudrücken. Zu diesem Zweck dient die Notation mit dem *spiritus asper*, welche die Funktionsanwendung anzeigen soll. Die inverse Funktion hingegen wird in der Funktionstheorie von 1904 - wie wir wissen - durch den Zirkumflex symbolisiert. Kommen wir nun zur Reduktion der DF auf die PF.

### 7.2.3. Die DF sind von den PF abgeleitet.

Die DF enthalten nicht nur eine PF als Argument, sie sind auch von den PF abgeleitet, behauptet Russell. Daher gehören für Russell die PF - und nicht die DF - zum logischen Grundinventar:

[...] the variable denoting function ( $\phi/x$ ) is to be deduced from the variable propositional function ( $\phi!x$ ) and not to be taken as indefinable. (Grattan-Guinness 1977, 79)

Diese Überzeugung hat Russell wohl bereits im Jahre 1903 vertreten, wie unsere Analyse von OMD<sup>1221</sup> zeigt. Wahrscheinlich wird sie aber bereits in PoM vorweggenommen, wenn Russell die nicht-denotierenden Funktionen auf spezielle PF zurückführt:

Thus we are led to "the present King of  $x$ ". This expression will always have a meaning, but it will not have an indication except for those values of  $x$  which at present are monarchies. The

---

<sup>1217</sup> "Every propositional function  $\phi(x)$  - so it is contended - has, in addition to its range of truth, a range of significance, i.e. a range within which  $x$  must lie if it is to be a proposition at all, whether true or false. This is the first point of the theory of types;" (PoM, 523)

<sup>1218</sup> "A function will in general only have a significant value when an argument of a certain *type* is supplied to it..." (FU, 51). "The arguments which give a function a significant value are called *appropriate* arguments." (FU, 52)

<sup>1219</sup> So behandelt er in FU die Beispiele 'sin  $x$ ' und ' $x$  is a man' gleich (siehe FU, 50). In diesem Manuskript arbeitet Russell mit einem allgemeinen Funktionsbegriff.

<sup>1220</sup> "Unasserted propositions have a *the* in the language: "the death of Caesar". [...] instead of  $\phi/x$  we ought always to have  $\gamma(\phi/x)$ . In this case,  $\gamma$  takes us from the meaning to the denotation." (DVD, 299)

<sup>1221</sup> Siehe Abschnitt 6.2.4.

above function is not propositional." (PoM, 506) Und: "If  $f(x)$  is not a propositional function, its value for a given value of  $x$  ( $f(x)$  being assumed to be one-valued) is the term  $y$  satisfying the propositional function  $y=f(x)$ ..." (PoM, 508)

Darüber, wie die Deduktion der DF von den PF im Detail zu erfolgen habe, sind Russells Vorstellungen im Wandel, wie ein Vergleich von verschiedenen Schriften<sup>1222</sup> zeigt. Man hat dabei den Eindruck, dass es ihm schwer fällt, seine Intuitionen formal angemessen auszudrücken. Anders gesagt, seine verschiedenen metaphysischen Überzeugungen lassen ihn bestimmte Lösungswege ansteuern, welche dann zu Widersprüchen führen. Es ist so, dass Widersprüche - anders als in der idealistischen Phase seines Denkens - jetzt auch für ihn als sichere Indikatoren für das Vorliegen von Irrtümern in der Theorie gelten.

In "On Functions" (kurz 'OFU') beispielsweise erläutert Russell die Relation zwischen den PF und der DF in einer Terminologie, welche direkt an PoM anschließt. Dabei verwendet er das  $\varepsilon$ -Symbol für die Elementschäftsbeziehung zwischen der freien Variablen  $x$  und dem Klassenbegriff  $u$ .

Auch wenn der Zirkumflex nur über dem  $x$  steht, liegt die gesamte Formel ( $\hat{x} \varepsilon u$ ) im Skopus dieses Bedeutungsoperators - wie oben deutlich wurde. Russell schreibt:

Most of the complexes containing  $u$  which are of the kind called "denoting functions" are not really functions of  $u$  at all, but of  $\hat{x} \varepsilon u$ . Thus  $\hat{\gamma}u = (\hat{\gamma}\hat{x})(\hat{x} \varepsilon u)$ . This is a function of  $\hat{x} \varepsilon u$ , but not of  $u$ . (OFU, 105)

Die in OFU vorgeschlagene Definition der DF ist zwar mit jener von OMD<sup>1223</sup> vergleichbar, geht aber deutlich darüber hinaus, da der Zirkumflex jetzt als Intensionsoperator<sup>1224</sup> hinzukommt. Die DF enthalten laut Russell genau eine Variable weniger als die PF, von denen sie abgeleitet werden:

Thus for example,  $2x$  is 'the  $y$  such that every class whose cardinal number is  $y$  can be divided into two exclusive parts whose cardinal number is  $x$ '. Likewise, denoting functions of two variables are derived from propositional functions of three variables; and so on... (ORML, 82)<sup>1225</sup>

Gehen wir nun zum nächsten Merkmal der DF über.

#### 7.2.4. Die DF haben Bedeutung und Referenz.

Wir wissen, dass Russell seine Theorie von Bedeutung und Denotation bereits wenige Monate nach dem Erscheinen von PoM entwickelt. Der Zusammenhang mit dem

<sup>1222</sup> In FCR erklärt Russell, dass es hier grundsätzlich mehrere Varianten gibt: "There are various ways of defining entities by means of propositional functions..." (FCR, 87)

<sup>1223</sup> "[...] a denoting function of  $x$  is only derived from a propositional function which contains  $x$ . I.e. the general formula for a denoting function of  $x$  is  $\hat{\gamma}f(x, \eta)$ , not  $\gamma x$ ." (OMD, 355). Siehe Abschnitt 6.2. oben.

<sup>1224</sup> Das 'r' wurde hingegen als eine Art Extensionsoperator verwendet. Siehe oben.

<sup>1225</sup> "Relation of Mathematics to Logic" in Russell, B. (1973): *Essay in Analysis*, 262.

Funktionsbegriff taucht zuerst in FU<sup>1226</sup> und in OMDP auf, wobei Russell die Funktionen als Bedeutungen identifiziert. In DVD rücken dann die DF in den Mittelpunkt von Russells Interesse, was zur Einführung des  $\lambda$ -Operators führt. In OMD werden die DF und die Denotation ausführlich diskutiert. Erst 1904 sollte Russell nach eigener Einschätzung der Durchbruch gelingen. Wie oben deutlich wurde, handelt es sich um Ergebnisse, welche in OSL zu Papier gebracht wurden. Kommen wir nun zur Theorie von 1904.

Russell will mit seiner Theorie von Bedeutung und Referenz unter anderem den Sachverhalt deuten, dass die DF zugleich einfach und komplex sind. Russell erklärt in OSL, dass man bei den DF - wie bei allen Funktionen - zwischen der Bedeutung und der Denotation unterscheiden muss:

A function of a function ( $f(\hat{\phi}'z)$ ) is often of the sort which I call *denoting function*... [...]. In such cases we can distinguish the *meaning*, which is complex, and contains  $\hat{\phi}'z$  as its constituent, from the *denotation*, which *may* be simple, and in general does not contain  $\hat{\phi}'z$ . (OSL, 81)

Die komplexe Bedeutungsdimension der DF enthält demnach eine PF ( $\hat{\phi}'z$ ) als Konstituente, während die (tendenziell) einfache Denotationsdimension im allgemeinen die PF nicht enthält.<sup>1227</sup> Zwei Punkte bedürfen hier meines Erachtens einer Erläuterung.

Einmal gilt es zu klären, warum Russell in Bezug auf die Einfachheit den Modus der Potenzialität wählt, zum anderen worauf sich die Bemerkung im letzten Satz ("... in general...") bezieht.

Was den ersten Punkt betrifft, handelt es sich um eine Einfachheit wie sie laut Russell bei den Termen generell vorliegt. Es sei an Russells Bemerkung in Zusammenhang mit der Proposition 'Mont Blanc is over 4000 metres high' erinnert. Russell vertritt die Auffassung, dass der Term 'Mont Blanc' einfach ist, da zum Verständnis der Proposition beispielsweise die Beschaffenheit des Bergs nicht relevant ist. Das logische Subjekt einer Proposition ist - entsprechend einem Dogma Russells - immer einfach.

Übrigens ist es auch denkbar, dass eine DF (dritter Stufe) eine andere DF (zweiter Stufe) denotiert, wie oben deutlich wurde. In der Denotation kommt letztere als einfaches Objekt vor, während die denotierende Funktion im Komplex selbst komplex ist. Russell meint hier mit seiner Redeweise von der Einfachheit im Grunde eigentlich nichts anderes, als dass die denotierende Funktion intensional auftritt und die denotierte Funktion extensional.

<sup>1226</sup> "The fact is, of course, functions have to do with meaning, not with denotation." (FU, 73)

<sup>1227</sup> Russell scheint die Denotate schlechthin als einfach aufzufassen, wenn er in OMD behauptet das Komplexität immer Komplexität von Bedeutungen ist: "[For our purposes] *all* complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted **may be regarded [meine Hervorhebung]**, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation." (OMDP, 288). Die hervorgehobenen Wörter ("may be regarded") beziehen sich nach meiner Interpretation darauf, dass aus der Sicht von Ontologie und Logik letztendlich nur der Beitrag zur Proposition zählt. Die potenzielle Komplexität von Denotaten ist demnach vernachlässigbar.

Zusammenfassend können wir zum ersten Punkt festhalten, dass sich die Einfachheit dieser Russell'schen Objekte daraus ergibt, dass sie als Ganzheiten keine logische Struktur in die Propositionen einbringen.

Kommen nun zum zweiten Punkt kommen, wonach die PF laut Bemerkung aus OSL "im allgemeinen" nicht in der Denotation der DF enthalten sind. Dieser Punkt ergibt sich unmittelbar aus der gerade besprochenen Tatsache, dass die Denotationen der DF einfach sind. Die PF sind zwar die intensionalen Argumente der (intensionalen) DF, können aber nicht in den (extensionalen) Denotationen enthalten sein, da diese einfach sind. Kommen nun noch einmal auf letztere zu sprechen.

### 7.2.5. Die DF haben herkömmliche Entitäten als Werte.

Die Werte der DF - so heißt es auch in FCR - sind weder Propositionen, noch Funktionen, sondern herkömmliche Entitäten:

[...] denoting functions in general have as values entities which are neither propositions nor functions, but ordinary entities. (FCR, 87)

Die herkömmlichen Entitäten sind Russells einfache (simple) Terme<sup>1228</sup> aus PoM. Solche Terme weisen nämlich keine logische Struktur in der Proposition<sup>1229</sup> auf. Ihr Beitrag zur Proposition, in der sie als Konstituenten vorkommen, ist ein rein referenzieller, insofern sie das logische Subjekt der Proposition stellen.

Allerdings können durch die DF nicht nur einzelne Terme (bzw. Individuen), sondern ganze Klassen von Termen denotiert werden, wie dies schon in der Denotationstheorie von PoM vorgesehen ist. In der Funktionstheorie von 1904 weisen dann die Funktionen mit der Struktur ' $\hat{\phi}x$ ' - sofern sie effektiv denotieren - einen individuellen Term als Funktionswert auf. Die Funktionen hingegen mit der Struktur ' $x(\hat{\phi}x)$ ' haben, sofern sie effektiv denotieren, eine Klasse von Termen als Wert. Letzterer Ausdruck übernimmt dieselbe Aufgabe wie Freges Notation für die Wertverläufe, welche Russell selbst im Jahre 1903 übernommen hat. Eine ähnliche Idee dazu hatte Russell bereits in PoM<sup>1230</sup>, wenn er von einer logischen Kurve spricht.

Diese Auffassung steht im Widerspruch zu den Ideen, welche Russell in OMD diskutiert hat. Die DF denotieren laut OMD Bedeutungen, welche ihrerseits die Terme denotieren.

---

<sup>1228</sup> In FU - und den meisten anderen Schriften (inklusive PoM) - spricht Russell von Termen, in OMDP hingegen von Individuen. Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.4. und Kapitel III, die Abschnitte 4 und 5.

<sup>1229</sup> Eine meiner zentralen Thesen ist ja, das die Perspektive für Russells Philosophie eine propositionale ist.

<sup>1230</sup> "Let there be some proposition in which the phrase "any  $a$ " occurs, where  $a$  is some class. Then in place "any  $a$ " we may put  $x$ , where  $x$  is an undefined member of the class  $a$  - in other words, any  $a$ . The proposition then becomes a function of  $x$ , which is unique when  $x$  is given. This proposition will, in general, be true for some values of  $x$  and false for others. The values for which the function is true form what might be called, by analogy with Analytic Geometry, a logical curve." (PoM, 263-264)

Allerdings wird die Theorie meines Wissens - mit der Ausnahme von OMD - sonst nirgends infrage gestellt.

Tatsächlich hat Russell bereits in OMDP<sup>1231</sup> eine solche These vertreten, wie unsere Analyse in Abschnitt 6.2.4. gezeigt hat. Die damit verknüpfte Auffassung in OMDP, wonach Komplexität immer Komplexität von Bedeutungen<sup>1232</sup> ist, basiert ihrerseits auf Russells Ideen aus PoM. Wie in Abschnitt 5.4.3. gezeigt wurde, findet sich die Unterscheidung zwischen propositionalen und nicht-propositionalen Funktionen im Appendix. Dass die Funktionswerte der letzteren bestimmte Entitäten<sup>1233</sup> sind, steht in deutlichen Zusammenhang mit der Denotationstheorie. Russell definiert die PF<sup>1234</sup> in OMD hingegen - wie oben deutlich wurde - als abhängige Variable, welche Propositionen oder komplexe Bedeutungen als Werte hat. In Kapitel III werden wir übrigens zeigen, dass diese Stelle aus dem Appendix die Wurzel von Russells Theorie von Bedeutung und Denotation ist.

Was die Formalisierung der nicht-propositionalen Funktionen angeht - und wenn man von den Ansätzen aus DVD absieht - sollte Russell erst in der Funktionstheorie von 1904 in OSL ein befriedigendes Ergebnis erzielen. In OFU werden die DF übrigens entsprechend dem Typus ihrer Funktionswerte als Entitätenfunktionen bezeichnet:

Let  $f \ 'x$  be some particular value of  $\phi \ 'x$ . Then  $f \ 'x$  is what is called a function, and in particular it is *a function of entities, or an entity-function.*" (OFU, 99)

### 7.2.6. Die Werte von DF enthalten ihre Argumente nicht als Konstituenten.

Aus der Tatsache, dass die DF einfache Terme als Funktionswerte haben, folgt indirekt, dass sie die Argumente - die PF, und eventuell deren Argumente - nicht als Konstituenten haben können. Russell schreibt in FCR:

[...] the values of the variable are not in general constituents of the values of the function.  
(FCR, 87)

Die Wahrheit dieser Behauptung ergibt sich zudem daraus, dass hier grundsätzlich verschiedene semantische Ebenen involviert sind. Russell unterscheidet in seiner Theorie

---

<sup>1231</sup> In OMDP wird die Komplexität ausschließlich den Bedeutungen zugeschrieben, während die Denotationen als einfach "angesehen" werden können ("may be regarded"): "For our purposes *all* complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted may be regarded, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation." (OMDP, 288). Hier kommt erneut die propositionale Perspektive deutlich zum Tragen. Die Komplexität wird also nicht absolut in Relation zu den eventuellen "logischen Atomen" (den Konstituenten) gemessen, sondern wird stets relativ auf die Proposition bestimmt. Die Ontologie Russells in und nach PoM ist also bei weitem weniger Term-orientiert, als es zunächst den Anschein hatte.

<sup>1232</sup> "[For our purposes] *all* complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted may be regarded, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation." (OMDP, 288)

<sup>1233</sup> "Thus we are led to "the present King of  $x$ ". [...]. The above function is not propositional." (PoM, 506) Und: "If  $f(x)$  is not a propositional function, its value for a given value of  $x$  ( $f(x)$  being assumed to be one-valued) is **the term [meine Hervorhebung]**  $y$  satisfying the propositional function  $y=f(x)$ ..." (PoM, 508)

<sup>1234</sup> "When the values of the dependent variable are propositions or complex meanings, the corresponding values of the independent variable are actual constituents of the values of the dependent variable." (OMD, 331)

von Bedeutung und Denotation seit 1903 nämlich - ähnlich wie Frege - drei Ebenen: die Ausdrücke, die Bedeutungen und die Denotationen. Während Russell die Funktionen seit FU und OMDP als Bedeutungen auffasst, gehören die Funktionswerte in seiner Theorie zu den Denotationen.

Die Teile eines Ganzen müssen nun wohl von derselben Art sein wie das Ganze selbst. Aus Abschnitt 3.2.1. von Kapitel I wissen wir, dass Russell 3 verschiedenen Teil-Ganzes Beziehungen 3 verschiedene Arten von Teilen und Ganzheiten zuordnet. Russell formuliert übrigens verschiedentlich eigene Kompositionalitätsprinzipien für Bedeutungen und für Denotationen, wie wir noch sehen werden. Allerdings schreibt Russell diversen Objekten (wie Begriffen, Propositionen, Ausdrücken, und auch den Funktionen) eine Doppelnatur zu, weshalb die Dinge<sup>1235</sup> anscheinend komplexer sind.

Russell spricht dann in seinen Funktionstheorien von den Funktionen als Objekten, welche als Bedeutungen jener Sphäre angehören, wie sie in PoM lediglich den denotierenden Begriffe als semantisches Randphänomen zugeschrieben wurde. Wie oben deutlich wurde, gelingt es Russell nicht, die Funktionen in die Ontologie von PoM zu integrieren. Die zweistufige Semantik von PoM sieht - wenn wir von den denotierenden Begriffen einmal absehen - nur Ausdrücke und R-Terme als Bedeutungen vor, wobei erstere universell als Namen der letzteren aufgefasst werden. Die Funktionen sind für Russell nun weder bloße Symbole, noch sind sie gewöhnliche Terme, mit denen die Bedeutungen aus PoM identifiziert werden. Wie unsere Analyse von FU und OMDP zeigt, versucht Russell die Funktionen dann als Bedeutungen<sup>1236</sup> zu interpretieren, welche an die spezielle Bedeutung der denotierenden Begriffe aus PoM erinnert.

Auf komplexere Weise wird möglicherweise im folgenden Zitat aus OMD - per Kontraposition - behauptet, dass die Werte von DF ihre Argumente nicht als Konstituenten enthalten:

If the argument is a constituent of the value of the function, the value must change with the argument. (OMD, 351)

Russell meint hier wohl, dass nur bei den injektiven<sup>1237</sup> Funktionen - wie es die PF sind - die Argumente als Konstituenten in den Funktionswerten enthalten sind. So enthält die Proposition 'Socrates is human', welche nichts anderes als der Funktionswert der PF 'x is human' für das Argument 'Socrates' (Socrates) ist, 'Socrates' (Socrates) als Konstituente.

In OMD führt Russell genau diese Beispiele an, wobei er von den DF und PF als von zwei grundsätzlich verschiedenen Arten von abhängigen Variablen<sup>1238</sup> spricht:

---

<sup>1235</sup> "In what is simple, the object is always a term. In what is complex, one object at least is a meaning, and one at least is a term." (DVD, 298)

<sup>1236</sup> Die banale Bedeutung aus PoM wird in Russell Theorie von Bedeutung und Denotation zur Denotation.

<sup>1237</sup> Die injektiven Funktionen sind die linkseindeutigen Funktionen. Siehe Abschnitt 6.3.2.6. und 5.4.2.4. oben.

<sup>1238</sup> Vergleiche mit der Stelle aus OFU, in der Russell zwei verschiedene Arten von unabhängigen Variablen unterscheidet, welche respektive mit 'x' und 'φ' symbolisiert werden. Siehe OFU, 98.

We have to distinguish two fundamentally different kinds of dependent variables. When the values of the dependent variable are propositions or complex meanings, the corresponding values of the independent variable are actual constituents of the values of the dependent variable. Thus "Socrates is a man" is a value of "x is a man", and Socrates (which is the corresponding value of x) is a constituent of "Socrates is a man". But if we take such a case as  $\sin x$ , every value of our dependent variable is something denoted by a corresponding meaning and the value of x is not a constituent. Thus  $\sin \pi/2 = 1$ , but  $\pi/2$  is not a constituent of 1. (OMD, 331)

Hier wird deutlich, dass Russell die Teil-Ganzes Beziehung - entsprechend seiner These<sup>1239</sup> aus OMD - ausschließlich auf die Bedeutungen anwendet. Dass  $\pi/2$  als das hier eingesetzte Argument der Sinusfunktion nicht eine Bedeutungskonstituente der Zahl 1 ist, ist daher einleuchtend. Die Zahl 1 tritt - obwohl sie wie alle Zahlen auch eine komplexe Struktur aufweisen - hier als einfacher Term auf, der keine Teile hat. Dieser Sachverhalt spiegelt sich für Russell - wenn meine Interpretation richtig ist - auch in der Notation.

Betrachten wir noch zwei Beispiele aus FCR, wobei das erste in den Manuskripten bis OD<sup>1240</sup> (inklusive) in verschiedenen Varianten immer wieder auftauchen sollte. Im diesem Frege entlehnten Beispiel<sup>1241</sup> geht es um das Argument der PF:

"The centre of mass of x " is a function of x, but x is not a constituent of its centre of mass.  
(FCR, 86)

Wenn man für die Variable x 'Solar System' oder 'Universe' einsetzt - wie Russell es oft vorführt - wird man einem die physische Unmöglichkeit sofort bewusst. Die DF 'The centre of mass of x ' ist kein (extensionaler) Term, sondern eine (intensionale) Funktion. Russells Verständnis der Funktionen (und der Propositionen) ist sicherlich kurios. Nach dem gewöhnlichen Verständnis kann das Universum wohl schwer in eine Funktion, d.h. eine Bedeutung, eingesetzt werden und als deren Konstituente gelten. Andererseits bestehen ja auch die Russell'schen Propositionen auch aus Dingen. Hier zeigen sich die Abgründe von Russells Philosophie der Funktionen, auf welche wir im Anhang noch näher zu sprechen kommen. Kommen wir nun zum einem weiteren Beispiel.

<sup>1239</sup> "[For our purposes] all complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted may be regarded, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation." (OMDP, 288). Russell bemerkt bereits in PoM: "All complexity is conceptual in the sense that it is due to a whole capable of logical analysis, but is real in the sense that it has no dependence upon the mind, but only upon the nature of the object. Where the mind can distinguish elements, there must be different elements to distinguish;" (PoM, 466)

<sup>1240</sup> "The centre of mass of the Solar System" is a denoting complex, not a point. The centre of mass of the Solar System is a point, not a denoting complex." (OF, 383) "The center of mass of the solar system is a point, not a denoting complex; 'The center of mass of the solar system' is a denoting complex, not a point." (OD, 485). Man beachtete die sich wandelnde bzw. schwankende Quotationslogik bzw. Notation!

<sup>1241</sup> Siehe Frege 1998, 16. Vergleiche auch mit: "The centre of mass of the Solar System is a point, not a denoting complex." (OF, 383)

Russell behauptet, dass auch die PF 'x begat Socrates' keine Konstituente des Funktionswertes der DF - also von Sophroniskos - sein kann. Wie wir aus OSL wissen, muss diese PF als Konstituente der DF 'the entity x for which 'x begat Socrates' is true' gelten. Die DF ist von der PF über den Wahrheitsbegriff<sup>1242</sup> definiert. In Russells Worten:

"The father of Socrates" is "the entity x for which 'x begat Socrates' is true. The argument here is " $\hat{x}$  begat Socrates"; the value of the function is a certain Athenian. And the function is certainly not a constituent of the Athenian. (FCR, 87)

Wie der Vergleich mit folgender Bemerkung zeigt, konzipiert Russell die Funktionen in der Manier von komplexen Begriffen als Bedeutungen:

The meaning [of phrase 'the present King of France is bald'] is a complex concept, not capable of having hair or of losing it; [...]. ... truth and falsehood have to do with what a sentence denotes, not with what it means ; and we must take it as axiomatic that the subject of a proposition is part of the denotation of the proposition. (OMDP, 286)

Kommen wir nun zu einem weiteren Merkmal der DF.

### 7.2.7. Die DF sind nicht injektiv.

Bei den propositionalen Funktionen<sup>1243</sup>, welche ihre Argumente ja als Konstituenten enthalten, ist zusätzlich zur Rechtseindeutigkeit<sup>1244</sup>, welche bei allen Funktionen gegeben ist, die Injektivität bzw. die Linkseindeutigkeit garantiert. Letztere liegt vor, wenn folgendes gilt:

Für jedes y gibt es genau ein x, sodass gilt:  $y \mapsto f(x)$ .

Diese Linkseindeutigkeit ist nun bei den DF laut Russell nicht gegeben, wie er in OMD feststellt:

It is obvious that functions which can have the same values for different arguments must be denoting functions. If the argument is a constituent of the value of the function, the value must change with the argument. (OMD, 351)

---

<sup>1242</sup> Bei den PF spielt der von Peano übernommene (semantische) Begriff 'such that' eine gewichtige Rolle, wie wir in der Analyse von PoM erfahren haben, beispielsweise bei der Klassenbildung auf intensionalem Wege. Siehe Abschnitt 5.2. oben. Als zusätzliches Element kommt bei den DF noch der Determinator 'the' hinzu, der vor die PF geschrieben werden muss. Der Wahrheitsbegriff fällt bei Russell weitestgehend mit dem Realitätsbegriff zusammen und hat darüber hinaus ähnlich wie 'Existenz', 'Zeit', in der Ontologie keinen speziellen Status. Eine Semantik im modernen Sinne und eine eigentliche Wahrheitstheorie sucht man bei Russell in dieser Phase seines Denkens vergebens. Siehe Kapitel I, Abschnitte 2.4. und 5.1.4.

<sup>1243</sup> Siehe Abschnitt 5.4.2.4. oben.

<sup>1244</sup> Die Forderung der Rechtseindeutigkeit für Funktionen findet sich bereits in PoM. Russell schreibt dies übrigens Cauchy zu (Siehe PoM, §2.7.2.). Er selbst formuliert sie so: "[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has **only one relatum [meine Hervorhebung]**, defines a function..." (PoM, 83). Wie nicht anders zu erwarten, behält Russell dieses Element auch später bei. In FU schreibt er dazu: "We shall regard it as part of the meaning of a function that it is one-valued; for otherwise our symbols cease to have a definite meaning;" (FU, 51). Ähnlich heißt es in FCR: "[...] one and only one of the entities of the set is picked out." (FCR, 86). Siehe Abschnitt 7.3.2. unten.



Aufgrund von 6.3.2.4. und 6.3.2.6. gibt es keine Möglichkeit von einem Funktionswert auf die DF selbst bzw. auf Elemente von dieser zu schließen. Russell<sup>1245</sup> meint später in OD, dass es gibt keinen Rückweg von den Denotationen zur den Bedeutungen gibt.

Zur Erklärung dessen wollen wir etwas ausholen und in PoM nachschlagen. Ich will zeigen, das laut der Denotationstheorie<sup>1246</sup> von PoM jeder beliebige Term im Prinzip durch verschiedene (denotierende) Begriffe denotiert werden. Dazu will ich folgende Überlegungen anstellen.

Da die denotierenden Begriffe von den Klassenbegriffen<sup>1247</sup> (bzw. von den PF) abgeleitet sind, und jeder Term im Prinzip im Prinzip über eine Vielzahl von Prädikaten und Klassenbegriffen bestimmbar sein muss, kann man annehmen, dass jeder Term durch eine Vielzahl<sup>1248</sup> von (denotierenden) Begriffen denotiert werden kann und so auf eindeutige Weise bestimmbar ist. Da jeder Term das Element einer Vielzahl von Klassen ist, muss also folgender Satz gelten:

**(TVDB) Zu jedem Term gibt es eine Vielzahl von ihm auf eindeutige Weise denotierenden Begriffen.**

In PoM scheint Russell in Zusammenhang mit seiner Definitionstheorie, welche zwischen den mathematischen und den philosophischen Definitionen unterscheidet, nun ein ähnliches, schwächeres Prinzip (TVDB\*) zu vertreten:

**(TVDB\*) Zu jedem Term gibt es mindestens einen ihn auf eindeutige Weise denotierenden Begriff.**

Wenn es in PoM nämlich heißt, dass jeder Term die einzige Instanz eines Klassenbegriffes ist, so ist dies gleichbedeutend mit der Aussage, dass jeder Term theoretisch durch mindest einen denotierenden Begriff (mathematisch) definierbar, d.h. eindeutig bestimmbar ist. Russell meint in PoM:

It is owing to this notion that mathematics can give definitions of terms which are not concepts - a possibility which illustrates the difference between mathematical and philosophical definition. **Every term is the only instance of *some* class-concept [meine Hervorhebung]**, and thus every term, theoretically, is capable of definition. (PoM, 62-63)

---

<sup>1245</sup> "[...] there is no backward road from denotations to meaning..." (OD, 487)

<sup>1246</sup> "We speak of *the* King, *the* Prime Minister, and so on (understanding *at the present time*); and in such cases there is a method of denoting one single definite term by means of a concept, which is not given to us by any of our other five words." (PoM, 62)

<sup>1247</sup> "All denoting concepts are derived from class-concepts; and *a* is a class-concept when "*x* is an *a*" is a propositional function." (PoM, 74)

<sup>1248</sup> Siehe auch Kapitel IV, wo es in Abschnitt 3 um erkenntnistheoretische Phänomene geht. Dort werden verschiedene Versionen von Russells Prinzip der Bekanntschaft ("Principle of Acquaintance", kurz 'PoA') besprochen.

Es gibt auch in OMD eine Stelle, in der ein ähnliches Prinzip wie (TVDB) formuliert wird. Das dort behandelte Problem<sup>1249</sup> betrifft Bedeutungen<sup>1250</sup>, welche ausgedrückt<sup>1251</sup>, aber eventuell nicht designiert werden können. Dabei drängt sich Russell die Frage auf, ob solche Bedeutungen dann nicht als für die Erkenntnis unzugänglich gelten müssten. Bei der verneinenden Beantwortung dieser letzten Frage beruft sich Russell scheinbar auf ein solches Prinzip:

[But this is not the case.] For we can always (theoretically at least) find another idea expressing a meaning which denotes the said object... (OMD, 322)

Für die Funktionstheorie lässt sich ebenfalls ein solches Prinzip formulieren:

**(TVDF) Zu jedem Term gibt es eine Vielzahl von ihm auf eindeutige Weise denotierenden Funktionen (Bedeutungen)<sup>1252</sup>.**

Russell behauptet dann in OMD:

[...] every entity is a possible value for the independent variable... (OMD, 322)

Tatsächlich vertritt Russell auch in OD ein solches Prinzip, welches quasi äquivalent zum Prinzip aus PoM ist:

[...] and there is no backward road from denotations to meaning, because **every object can be denoted by an infinite number of different denoting phrases** [meine Hervorhebung]. (OD, 487)

Auch an dieser Stelle handelt es sich um eine Feststellung vonseiten Russells, bewiesen wird auch hier nichts. Allerdings dürfte (TVDF) relativ leicht mithilfe der Sätze 7.2.2. bis 7.2.6. abzuleiten sein. Die DF müssen jedenfalls aufgrund von (TVDF) bzw. (TVDB) als nicht-injektiv gelten. Kommen wir nach dieser Analyse der DF auf Russell allgemeine Theorie der Komplexe zu sprechen.

## **7.3. Die allgemeine Theorie der Komplexe**

### **7.3.1. Einleitung 343**

### **7.3.2. Der allgemeine Funktionsbegriff 346**

### **7.3.3. Komplexe versus Funktionen 353**

---

<sup>1249</sup> "The question now arises: When an object is of the kind that can be expressed, can the same object also be designated by an idea? Or can it only be designated by a phrase which expresses a meaning denoting the object? It might be thought that if the object could not be designated by an idea, it could not be in any way known about." (OMD, 321)

<sup>1250</sup> Russell spricht hier von den "Objekten", welche "ausgedrückt" werden können. Siehe OMD, 321.

<sup>1251</sup> Die spezielle Problematik in Bezug auf Objekte, die lediglich ausgedrückt werden können und die Theorie von verschiedenen Haltungen ("attitudes"), von denen Russell in OMD spricht, wird an dieser Stelle nicht berücksichtigt. Siehe dazu Abschnitt 6.2. oben und Kapitel III, Abschnitt 8.2.

<sup>1252</sup> Im Zitat ist strenggenommen nicht von Bedeutungen, sondern von Ausdrücken (denoting phrases) die Rede. Die denotierenden Ausdrücke "haben" jedoch laut Russell auch immer Bedeutungen, oder sie "drücken sie aus". Siehe Kapitel III, die Abschnitte 5.3. und 6.5.

### 7.3.1. Einleitung

Russell beginnt ab Herbst 1904 systematischer als im Jahr zuvor an einer allgemeinen Theorie der Komplexe zu arbeiten. Diese soll im Prinzip die alten Theorien zu den Begriffen, den Propositionen, den Funktionen, zu Bedeutung und Referenz zusammenfassen und ersetzen. Der Gebrauch des Terminus 'Komplex' ist dabei sicherlich nicht neu.

Wie wir wissen, spricht Moore in NoJ<sup>1253</sup> nicht nur von Konstituenten (constituents) und Kombinationen (combinations), sondern auch von Komplexen (complex) bzw. von komplexen Begriffen (complex concepts). Wie in Abschnitt 5.1.2.2. von Kapitel I gezeigt wurde, hat Russell diese Auffassungen zusammen mit der Terminologie in weiten Teilen von Moore übernommen. Wir wissen aus Kapitel I, dass Russell die Propositionen in PoM als komplexe Terme (Einheiten) betrachtet. Wir wissen, dass die denotierenden Begriffe in PoM ebenfalls als eine Art von komplexe Begriffen gelten. Die neuen Theorie beschreibt dann - wie wir gleich sehen werden - sowohl die denotierenden Komplexe (die denotierenden Begriffe aus PoM) als auch die nicht-denotierenden Komplexe (die Propositionen).

Eine wichtige Strategie Russells in der Theorie der Komplexe aus dem Jahre 1904 besteht dann darin, bestimmte Komplexe als nicht-funktionale Komplexe<sup>1254</sup> auszuschließen, da diese direkt zu Widersprüchen führen. Durch die Angabe entsprechender Axiome<sup>1255</sup> und Theoreme will Russell die Arithmetik auf eine sichere Grundlage stellen bzw. vor den verschiedenen Paradoxa sichern.

Mit dem Ausdruck 'funktionaler Komplex', welchen er meines Wissens erstmals in FU (3d) verwendet, bezieht sich Russell auf jene Komplexe, von denen durch Abstraktion Funktionen gebildet werden können. Die ausgeschlossenen nicht-funktionalen Komplexe erinnern an jene Kategorie von Objekten aus OMDP, welche nur bedeutet, aber nicht denotiert werden können - die nicht-funktionalen Begriffe.

Das herausragende Manuskript der neuen Theorie der Komplexe ist "On Functions" (OFU), in dem Russell in eine Reihe von Sätzen<sup>1256</sup> - 48 an der Zahl - formuliert, welche jeweils eine wichtige These enthalten. Das Manuskript weist laut Russell einen eher experimentellen

---

<sup>1253</sup> "A proposition is composed not of words, nor yet of thoughts, but of concepts. Concepts are possible objects of thought; [...] They are incapable of change; [...] It is of such entities as these that a proposition is composed. [...] that any proposition is true which consists of a combination of concepts which is actually to be found among existents. [...] It would seem, in fact, from this example, that a proposition is nothing other than a complex concept. The difference between a concept and a proposition, in virtue of which the latter alone can be called true or false, would seem to lie merely in the simplicity of the former. [...] A proposition is a synthesis of concepts; [...] A proposition is constituted by any number of concepts, together with a specific relation between them;" (NoJ, 179-180). Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.2.1.

<sup>1254</sup> "We now need Pp's [propositions] as to what complexes are functional." (FU, 70). Später ersetzt Russell den Begriff der funktionalen Komplexe durch den Begriff der Reduzierbarkeit. So in FCR: "Other Pp's [propositions, meine Hinzufügung] about reducibility may be required." (FCR, 90)

<sup>1255</sup> Russell nennt sie meist "propositions" oder "indemonstrables" und kennzeichnet sie mit 'Pp'. Siehe OSL, 80.

<sup>1256</sup> Es handelt sich weniger um Axiome als viel mehr um Absätze, welche jeweils eine wichtige These beinhalten.

Charakter auf, wie Russells an Whitehead gerichtete Bemerkung<sup>1257</sup> belegt. Kommen wir zur Besprechung von OFU.

Zunächst fällt auf, dass Russell in OFU an die Terminologie der *New Philosophy* anzuknüpfen scheint, von deren Grundprinzipien er sich ja noch nicht allzu sehr entfernt hat. Gleich im ersten Satz definiert Russell Komplexe<sup>1258</sup> als Einheiten<sup>1259</sup>, welche aus bestimmten Konstituenten (constituents)<sup>1260</sup> bestehen und auf eine bestimmte Weise kombiniert werden. Während in der Ontologie von PoM die Propositionen<sup>1261</sup> als die einzigen Einheiten gelten, wird deutlich, dass es für Russell nun auch nicht-propositionale Komplexe bzw. Einheiten gibt. Als Komplex gilt nämlich alles, was auf irgend eine Weise analysiert werden kann - so heißt es in OFU:

A proposition is a complex; so is everything else which is in any way capable of being analyzed. (OFU, 98)

Die nicht-propositionalen Komplexe sind natürlich die denotierenden Komplexe, zu denen unter anderem auch die denotierenden Begriffe aus PoM gehören. Russell formalisiert die nicht-propositionalen Komplexe als DF, wie wir aus dem letzten Abschnitt wissen. Die verworrene Verschränkung des Funktionsbegriffs mit dem Begriff der Komplexe wird dann in folgender Formulierung Russell deutlich:

Most of the complexes containing  $u$  which are of the kind called "denoting functions" ... (OFU, 105)

Nun ist es seit FU<sup>1262</sup> gerade Russells Position, die Funktionsabstraktion (die funktionale Analyse) und die Funktionsanwendung als zueinander inverse Operationen anzusehen. In seiner Theorie der Komplexe interpretiert Russell daher die Funktionsanwendung als Kombination. In OFU definiert Russell die Funktionen allgemein nämlich als konstante Kombinationsmodi für Konstituenten in Komplexen. Sie sind also gewissermaßen Konstruktionsvorschriften für Komplexe, wobei singuläre Terme als Grenzfälle von Komplexen bzw. als degenerierte Komplexe aufgefasst werden. Russell schreibt in OFU:

We use the notation  $\hat{\phi}x$  to denote a variable one of all the possible ways in which an entity can enter into a complex, including, as a limiting case, the case where the complex has degenerated into the entity itself. (OFU, 98)

---

<sup>1257</sup> In einem in Auszügen von den Herausgebern von CP4 abgedruckten Begleitbrief an Whitehead beschreibt Russell das Ergebnis seiner Arbeit: "I send you herewith a somewhat rambling MS, containing a mixture of rhetoric and aspiration." (OFU, 96)

<sup>1258</sup> Siehe Abschnitt 7.3.2. zur Beziehung zwischen Komplexen und Funktionen!

<sup>1259</sup> "A complex is a unity formed by certain constituents combined in a certain manner." (OFU, 98)

<sup>1260</sup> "The notion of a *constituent* of a complex is indefinable." (OFU, 98)

<sup>1261</sup> "A proposition is a complex;" (OFU, 96)

<sup>1262</sup> Siehe Abschnitt 6.2.1.

Neben den Funktionen oder Kombinationsmodi gibt es - wie in der Ontologie von FU - noch die Entitäten (oder Individuen). Dementsprechend unterscheidet Russell in OFU zwei Typen von unabhängigen Variablen, die Entitätenvariablen und die Funktionsvariablen:

There are fundamentally two kinds of variables: (1) the entity-variable, (2) the mode-of-combination-variable. The second occurs in mathematics in a somewhat modified form. Both kinds are *independent* variables; dependent variables are defined by means of them together with definite constant modes of combination. (OFU, 96)

Bleiben wir aber zunächst bei den Kompositionsmodi. Dass Russell die Funktionen als solche Kombinationsmodi ansieht, bestätigt, dass er sie nicht einfach als Abbildungen auffasst. Russell versteht die Funktionen bereits in PoM als komplexe, intensionale Strukturen - eine Idee, welche in den Schriften der Funktionstheorie übernommen wird. Wie in Abschnitt 5.3. gezeigt wurde, interpretiert Russell die Variablen in PoM in der Manier der denotierenden Begriffe. Die Frage ist, welche Funktionen Russell in seiner Theorie der Komplexe vor Augen hat.

Dass in OFU hier nicht allein die PF gemeint sein können, wird deutlich, wenn man Russells Beispiele betrachtet. Wie in einer ähnlichen Stelle von FU<sup>1263</sup> sind hier Beispiele sowohl von PF als auch von DF dabei. Diese Beispiele gehören laut OFU alle zu den Werten der universellen Funktion für eine Variable ( $\hat{\phi}x$ ). Jede einzelne Funktion stellt demnach eine bestimmte, konstante Art der Kombination von Entitäten mit anderen Entitäten zur Bildung eines Komplexes dar:

Values of  $\hat{\phi}x$  are such as "x is the father of Socrates", "x is mortal", "x +1=2", "sinx.", etc. Each of these is a definite constant mode of combining an entity with other entities to form a complex. (OFU, 99)

Solche Kompositionsmodi sind laut Satz III selbst aber nicht unter den Konstituenten des Komplexes zu finden:

A mode of combination, like everything else, is an entity; but it is not one of the entities occurring in a complex composed of entities combined in the mode in question. (OFU, 98)

An dieser Stelle sei angemerkt, dass das hier formulierte Prinzip - welches Russell als das 'vicious-circle principle'<sup>1264</sup> bezeichnen sollte - von Russell selbst kontrovers diskutiert wird. In ONF unterscheidet er zwei verschiedene Kombinationsmodi<sup>1265</sup>, wobei laut Russell beim formellen Modus gerade der Fall ist, dass der Kombinationsmodus selbst eine Konstituente des Komplexes wird:

---

<sup>1263</sup> "All other functions [except the identity-function, meine Ergänzung], such as those whose values are  $\sin x$ ,  $\log x$ ,  $x^2$ , "x is a man", "If x is a man, x is mortal", and so on, are capable of analysis..." (FU, 50-51)

<sup>1264</sup> Siehe dazu Jung (1999).

<sup>1265</sup> Siehe Abschnitt 7.3.3.

If we explicitly consider the mode of composition, it becomes itself a constituent of the complex, and is itself combined with the other constituents after a new mode of composition. [...] We are here in the region of the fundamental nature of complexity. The old problems of form and matter, of the possibility of analysis, of organic wholes, etc., are all forms of our present problem. (ONF, 265)

Der letzte Satz liest sich wie eine philosophische Kapitulation. Bevor wir zur Beziehung zwischen Komplexen und Funktionen kommen, soll nun der allgemeine Funktionsbegriff analysiert werden, zumal die PF und die DF bereits besprochen worden sind. Möglicherweise bildet dieser die Grundlage für die allgemeine Theorie der Komplexe.

### **7.3.2. Der allgemeine Funktionsbegriff**

#### **7.3.2.1. Rechtseindeutigkeit 346**

#### **7.3.2.2. Undefinierbarkeit 349**

#### **7.3.2.3. Notationen 350**

#### **7.3.2.1. Rechtseindeutigkeit**

Tatsächlich finden sich in einigen Schriften - von PoM bis FCR - Hinweise dafür, dass Russell einen allgemeinen Funktionsbegriff (im folgenden kurz 'AF') verwendet. Dieser Funktionsbegriff Russells ist - wie wir gleich sehen werde - den Definitionen der Klassiker der Analysis wie Euler und Dirichlet noch am nächsten. Cauchy<sup>1266</sup> gilt speziell als derjenige, der die Rechtseindeutigkeit von Funktionen eingeführt hat. In Abschnitt 4.2. wurde eine Definition Dirichlets angeführt, welche die Rechtseindeutigkeit der Funktionen deutlicher zum Ausdruck bringt als Cauchys Definition. Kommen wir nun zu Russell.

Russell übernimmt die Rechtseindeutigkeit von Funktionen - neben dem Begriff der unabhängigen Veränderlichen<sup>1267</sup> - ebenfalls von Cauchy:

We shall regard it as part of the meaning of a function that it is one-valued; for otherwise our symbols cease to have a definite meaning; (FU, 51)

So gilt im Falle der Funktion  $y = x^{1/2}$  beispielsweise die Vorschrift, den intendierten Wertebereich genau spezifizieren, um die Eindeutigkeit der Funktion zu garantieren:

Thus  $x^{1/2}$  for example can only be admitted if accompanied by a decision as to which of the square roots of  $x$  it is to denote; otherwise it is ambiguous, and therefore inadmissible. (FU, 51)

Die AF sind strukturierte Abbildungen von einem Argumentbereich in einen Wertebereich. Daher sind sie im Prinzip rechtseindeutige Relationen<sup>1268</sup>, wie Russell in PoM feststellt:

---

<sup>1266</sup> Grattan-Guinness (2000): 346.

<sup>1267</sup> Siehe Abschnitt 5.3. oben.

[...] the general notion of one-valued functions is easily defined. Every relation which is many-one, *i.e.* every relation for which a given referent has only one relatum, defines a function... (PoM, 83)

In its most general form, functionality does not differ from relation. (PoM, 263)

For most purposes, it is convenient to identify the function and the relation, *i.e.*, if  $y = f(x)$  is equivalent to  $xRy$ , where  $R$  is a relation, it is convenient to speak of  $R$  as the function [...]. (PoM, 264)

An dieser Stelle soll an den historischen Diskurs zu Analysis und Funktionsbegriff<sup>1269</sup> angeknüpft werden. Russell allgemeiner Funktionsbegriff weicht nun - wie ich glaube - in zwei Punkten von den klassischen Definitionen ab.

Erstens ist der Argumentbereich nicht auf Zahlen begrenzt, da es nämlich laut Russell auch nicht-numerische Funktionen gibt. Hier könnte man bei den Definitionen des frühneuzeitlichen Funktionsbegriffs anknüpfen, in denen von analytischen Ausdrücken<sup>1270</sup> und Größen die Rede war. Aus unserem historischen Exkurs zum Funktionsbegriff in Abschnitt 4.2. wissen wir, dass der Funktionsbegriff erst im 19. Jahrhundert ausschließlich auf die Zahlen bzw. Zahlgrößen der Arithmetik bezogen wird. Der im noch 18. Jahrhundert vorherrschende Ansatz, die Analysis auf die Algebra zu begründen, wurde dann verworfen.

Russell weicht von den Standardvorstellungen des 19. Jahrhunderts ab und folgt darin Peano und Frege, wie wir festgestellt haben. Er bemerkt dazu in PoM dazu folgendes:

The idea of function is so important, and has been so often considered with exclusive reference to numbers, that it is well to fill our minds with instances of non-numerical functions. (PoM, 263)

Der Quantifikationsbereich der Variablen ist in der Logik von PoM - wie wir wissen - nicht beschränkt, sondern umfasst im Prinzip das ganze Russellsche Universum. Die Anwesenheit von absolut uneingeschränkten Variablen gilt laut Russell als Merkmal der reinen Mathematik<sup>1271</sup> und der Logik, welche Russell nicht als ein interpretierbares formales System auffasst, sondern als Universalwissenschaft. Die einfache Typentheorie<sup>1272</sup> aus dem Appendix - welche eine eigene Logik darstellt - schränkt allerdings den Argumentationsbereich der Funktionen über den Typ ein. Abseits von der Mathematik sind sämtliche propositionalen Funktionen Beispiele für nicht-numerische Funktionen.

---

<sup>1268</sup> Zur Beziehung zwischen den Relationen und den Funktionen siehe Kapitel I, Abschnitt 4.3. Siehe auch Abschnitt 7.3.3.1. unten.

<sup>1269</sup> Siehe Abschnitt 4. von Kapitel II.

<sup>1270</sup> Siehe Abschnitt 4.2.

<sup>1271</sup> Siehe Abschnitt 2.

<sup>1272</sup> Siehe Abschnitt 5.4.4.

Dass die in den Funktionen enthaltenen Variablen<sup>1273</sup> das Wesensmerkmal der Funktionen ausmachen, steht für Russell seit PoM fest. Er spricht bei der Denotation der abhängigen Variablen (der PF) auch von variabler Mehrdeutigkeit (ambiguity). Die Funktionen rücken in Russells Philosophie - wie in Abschnitt 5.3. gezeigt wurde - in die Nähe der denotierenden Begriffe. Die Funktionen erzeugen nämlich bei ihrem Auftreten in Propositionen ein ähnliches Phänomen wie die denotierenden Begriffe, nämlich - um Makins Ausdruck zu übernehmen - eine Referenzverschiebung<sup>1274</sup>. Die reifizierten Variablen sollte in Russells Philosophie nicht zufällig dasselbe Schicksal wie die denotierenden Begriffe ereilen, welche in OD weganalysiert werden. Ende 1905 wird Russell in einer Fußnote von 'On the Relation of Mathematics to Logic' (kurz 'ORML') anmerken, dass der Funktionsbegriff durch den grundlegenden Begriff der Substitution einer Variablen durch eine Konstante ersetzt werden kann.<sup>1275</sup> In seiner MRT verzichtet Russell bekanntlich auf die PF und geht lediglich von den Propositionen und den Individuen aus. Bis dahin bleibt es aber Russells Bestreben, eine angemessene philosophische Deutung der Funktionen bzw. Variablen zu finden.

Die zweite Besonderheit in Hinblick auf den allgemeinen Funktionsbegriff betrifft die bereits besprochene Überlagerung der Funktionstheorie durch die Semantik. Russell interpretiert die Funktion in den Schriften von FU bis OD als Bedeutung und den Funktionswert als Denotation. Auch in diesem Punkt folgt Russell teilweise der Vorgabe Freges, welcher bei den Funktionen zwischen Sinn und Bedeutung unterscheidet und eine dritte semantische Ebene postulierte. Dazu aber mehr in Kapitel III. Kommen wir zum den AF.

Nach den Bemerkungen aus PoM äußert sich Russell in OMD zu den AF ist:

*The dependent Variable.* This is what is commonly in Mathematics called a *function*. Any complex containing an independent variable is a dependent variable. Thus "x is a man", "if x is a man, x is mortal",  $x^2$ ,  $\sin x$ ,  $e^x$  etc. are all dependent variables. (OMD, 331)

Dass hier die AF gemeint sein müssen, ergibt sich aus der Tatsache, dass Russells anschließend<sup>1276</sup> zwischen den DF und den PF unterscheidet.

In FCR taucht die AF wieder auf, wobei Russell hier von mehrdeutiger Denotation (ambiguous denotation)<sup>1277</sup> spricht. Aufgrund der Rechtseindeutigkeit wird aus der Klasse

<sup>1273</sup> Siehe Abschnitt 5.3.

<sup>1274</sup> Makins Ausdruck im Englischen ist "shift of aboutness". Siehe Kapitel III, Abschnitt 4.3.

<sup>1275</sup> In Russell, B. (1973): *Essay in Analysis*, 261.

<sup>1276</sup> "Confining ourselves, to begin with, to functions of *one* variable, we may define these as *denoting* or *undenoting* according as they resemble "the father of x" or "x is a man", *i.e.* according as their *values* are denoted by meanings containing the corresponding values of the independent variable, or are themselves complexes containing the corresponding values of the independent variable." (OMD, 331)

<sup>1277</sup> Diese Mehrdeutigkeit ist laut Russell der Kern des Funktionsbegriffs. Siehe die Abschnitte 5.3. und 6.2. Vergleiche mit folgender Stelle:

<sup>^</sup>  
" $\phi^x$  stands for: Any complex ambiguously denoting entities, one for each entity as argument." (FN, 123)



(der Entitäten, welche die Funktion erfüllen) jeweils genau eine Entität herausgesondert. In der Disjunktion des letzten Satz wird Unterschied zwischen den DF und den antizipiert:

A function not specified as of this or that sort will be represented by the notation  $\phi x$ , if  $x$  is the variable argument. A function is any way of ambiguously denoting a set of entities, so that, by assigning a value to a variable  $x$ , called the *argument*, **one and only one of the entities of the set is picked out [meine Hervorhebung]**. This one is called the *value* of the function for the argument  $x$ . The function itself, as opposed to any of its values, is that what ambiguously denotes either the values, or complexes which denote the values; we represent it by  $\hat{\phi} x$ . (FCR, 86)

Nun wollen wir die logische Beziehung des allgemeinen Funktionsbegriffs zu den PF besprechen.

### 7.3.2.2. undefinierbarkeit

Der allgemeine Funktionsbegriff wird von Russell beispielsweise in FCR - hier neben den PF und den DF - als undefinierbar<sup>1278</sup> hingestellt. Laut Grattan-Guinness<sup>1279</sup> ist der Ausdruck 'indefinable', neben 'propositionale Funktion', 'materiale' und 'formale Implikation' ein Terminus der Peano-Schule, welcher erst durch das Erscheinen von PoM Eingang ins Englische fand.

Die Frage ist, inwiefern der Funktionsbegriff als undefinierbar oder nicht-analyzierbar gelten muss. Funktionen können für Russell definitiv nicht im dekompositionalen Sinne undefinierbar sein, da sie komplexe Bedeutungen (Intensionen) sind. Russell meint hier wohl, dass Funktionen im regressiven Sinne 'undefinierbar' sind, da sie zum Ausgangsinventar des logischen Systems gehören. Die nächste Frage muss sein, welche Funktionen in diesem Sinne undefinierbar sind, die AF, die PF oder die DF?

Wenn Russell in FCR von drei undefinierbaren Funktionen (und einer Reihe von definierbaren) - nämlich den AF, den PF und den DF - auszugehen scheint, behauptet er andernorts, dass die AF mit dem Begriff der PF zusammenfallen. Tatsächlich geht er aber bereits in PoM davon aus - und diese Position vertritt Russell wiederholt - dass die AF (wie auch die DF) von den PF abgeleitet sind. Wenn die Definition der AF die PF voraussetzt - wie Russell hier meint - dann können die AF (im regressiven Sinne) nicht als undefinierbar gelten:

But where the function is a proposition, the notion involved is presupposed in the symbolism, and cannot be defined by means of it without a vicious circle: for in the above general definition of a function propositional functions already occur. (PoM, 83)

---

<sup>1278</sup> Derselbe Satz ist auch in FU zu finden: "The notion of function is indefinable;" (FU, 50)

<sup>1279</sup> Grattan-Guinness (2000): 329.

Man könnte es so sehen, dass Russell in gewisser Weise jene pragmatische Tradition der Mathematiker des frühen 19. Jahrhunderts fortsetzt, welche zunächst eine grobe allgemeine Definition des Funktionsbegriffs einführten, um dann nach Bedarf weitere spezielle Merkmale von Funktionen hinzu zu nehmen.<sup>1280</sup>

Russell lässt in PoM keine Zweifel offen, was die logische Hierarchie der Funktionen betrifft. Dies sollte sich auch bis 1905 nicht wesentlich ändern. In PoM schreibt er:

It is important, however, to observe that propositional functions, as was shown in Chapter VII, are more fundamental than other functions, or even than relations. (PoM, 264)

Diese Auffassung zur Priorität der PF behält Russell - mit einigen Ausnahmen - bis in die Zeit der Veröffentlichung von PM bei. Nachdem er in "The Theory of Logical Types" (kurz 'TLT', 1910) die Frage nach dem Wesen der AF (the nature of a function"<sup>1281</sup> gestellt hat, merkt er in einer Fußnote an, dass er hier unter 'Funktion' ausschließlich die PF meint.<sup>1282</sup> Russell geht also scheinbar von den AF aus, um dann zwischen den PF und den DF zu unterscheiden. Die Beziehung der PF zu den DF wurde bereits besprochen. Die PF sind also in jeder Hinsicht logisch grundlegend. Dieser Sachverhalt hängt nicht zuletzt damit zusammen, dass die PF über den Begriff der Erfüllung (und den Klassenbegriffen) mit dem Wahrheitsbegriff<sup>1283</sup> verknüpft ist.

If  $f \hat{'} x$  is propositional, it is equivalent to "x satisfies the function  $f \hat{'} x$ ." (OFU, 101)

Kommen wir nun zur Notation der AF in Russell Theorie der Komplexe.

### 7.3.2.3. Notation

Um mehr über die AF zu erfahren, wollen wir in folgendem Abschnitt die Notation für die AF betrachten, welche Russell in seiner Funktionstheorie von 1904 verwendet. In FCR symbolisiert Russell die AF scheinbar - wie in PoM - mit dem Ausdruck ' $\phi x$ '. Damit sind aber die Funktionswerte der AF gemeint und nicht die Funktion (selbst). Letztere wird durch denselben Ausdruck plus Zirkumflex, also mit ' $\phi \hat{x}$ ' symbolisiert, wie Russell deutlich macht:

A function not specified as of this or that sort will be represented by the notation  $\phi x$ , if  $x$  is the variable argument. [...] The function itself, as opposed to any of its values, is that what ambiguously denotes either the values, or complexes which denote the values; we represent it by  $\phi \hat{x}$ . (FCR, 86)

<sup>1280</sup> Lützen (1999): 195.

<sup>1281</sup> "It [also die PF, meine Ergänzung] agrees with the ordinary functions of Mathematics [also die DF, meine Ergänzung] in the fact of containing an unassigned variable..." (TLT, 216-217)

<sup>1282</sup> Russell (1973), 216-217.

<sup>1283</sup> In PoM: "[...] if  $x$  belongs to the class of terms satisfying a propositional function  $\phi x$ , then  $\phi x$  is true." (PoM, 20). In CL: "[...] given any propositional function  $\phi(x)$ , certain values of  $x$  (or perhaps no values) render this function true, and are said to *satisfy* it." (CL, 5)

Die Notation für die einfachen (simple) PF unterscheidet sich von jener des allgemeinen Funktionsbegriffs demnach, dadurch dass sie den *spiritus asper*<sup>1284</sup> nach dem 'ϕ' enthält. Dieses Apostroph ersetzt - wie wir wissen - den senkrechten Strich aus FU ('/')1285 und bezeichnet die Funktionsanwendung. Allerdings ist es nicht nachvollziehbar, dass die Funktionsanwendung in der Notation der AF nicht angezeigt wird. Es ist davon auszugehen, dass die AF in Russells Theorie der Komplexe möglicherweise keine wesentliche Rolle<sup>1286</sup> spielen. Wie dem auch sei, Russell schreibt die PF (selbst) wieder mit dem Zirkumflex:

A propositional function of  $x$  is represented by the notation  $\phi x$ . The function itself, as opposed to an undetermined value of the function, is represented by  $\hat{\phi}x$ . (FCR, 86-87)

Die Notation für die doppelten (double) PF, welche eine einfache PF als Argument haben, ist 'F' ( $\phi x$ ). Diese Stufung der Funktionen entspricht in groben Zügen der Typentheorie aus FU. Wenn Russell von den PF sagt, dass sie die Funktionswerte auf mehrdeutige Weise<sup>1287</sup> denotiert, folgt er der Theorie der Variablen, welche er bereits in PoM etabliert hat:

[...]  $\hat{\phi}x$  ambiguously denotes the various values of  $\phi x$ . (FCR, 87)

Diese Auffassung, wonach sowohl die DF als auch die PF denotieren, findet sich auch in FN. Hier schreibt Russell, dass die PF ( $\hat{\phi}x$ ) Propositionen denotieren, während die DF ( $\phi x$ ) Objekte denotieren. Der Punkt ist, dass die Unterscheidung zwischen den denotierenden und nicht-denotierenden Funktionen<sup>1288</sup> laut Russell anscheinend hinfällig wird:

The difference between denoting and undenoting functions vanishes on this theory. The ordinary function  $\phi x$ , for each value of  $x$ , denotes a proposition; so  $\hat{\phi}x$ , for each value of  $\hat{\phi}x$ , denotes an object. (FN, 119)

Die Hinfälligkeit der Unterscheidung ist nicht real, wenn wir - wie in Abschnitt 6.2.4. in Bezug auf die Theorie von OMD - zwischen zwei Arten der Denotation<sup>1289</sup> differenzieren. Bei der mehrdeutigen Denotation im Falle der PF handelt es sich nicht um die logische Denotation, wie sie bei den DF und den denotierenden Begriffen vorliegt. Bei ersterer denotieren Bedeutungen auf mehrdeutige Weise andere Bedeutungen, bei letzterer denotieren Bedeutungen auf eindeutige Weise Terme.

<sup>1284</sup> Klement spricht hier vom "rough breathing accent", in Unterschied zum "smooth breathing accent", welcher in der Notation von FU für die Funktionsabstraktion verwendet wurde. Siehe Klement (2002), 15-37.

<sup>1285</sup> "If  $\phi$  denotes the function,  $\phi/x$  will be used to denote the value of the function for the argument  $x$ ;" (FU, 50)

<sup>1286</sup> Schon in PoM bemerkt Russell, dass der allgemeine Funktionsbegriff in der Mathematik bedeutungslos ist: "But this most general idea of function is of little use in mathematics." (PoM, 263)

<sup>1287</sup> "When we say that ' $\phi x$ ' ambiguously denotes  $\phi a$ ,  $\phi b$ ,  $\phi c$ , etc., we mean that ' $\phi x$ ' means one of the objects  $\phi a$ ,  $\phi b$ ,  $\phi c$ , etc., though **not a definite one, but an undetermined one [meine Hervorhebungen]**". (TLT, 217)

<sup>1288</sup> "Confining ourselves, to begin with, to functions of *one* variable, we may define these as *denoting* or *undenoting* according as they resemble "the father of  $x$ " or " $x$  is a man", *i.e.* according as their *values* are denoted by meanings containing the corresponding values of the independent variable, or are themselves complexes containing the corresponding values of the independent variable." (OMD, 331)

<sup>1289</sup> Siehe auch Abschnitt 1.2. im Anhang zu den verschiedenen Arten der Denotation.

Halten wird die verschiedenen Notationen der Funktionstheorie des Jahres 1904 für die AF, PF und DF - bzw. deren Werte - in einer Übersicht fest:

NOTATION:	bezeichnet:
$\phi x$	<b>den Funktionswert der AF</b>
$\hat{\phi}x$	<b>die AF (selbst)</b>
$\phi'x$	<b>den Funktionswert der PF</b>
$\hat{\phi}'x$	<b>die PF (selbst)</b>
$\gamma\hat{\phi}'x$ oder $(\gamma\hat{x})\hat{\phi}'x$	<b>den Funktionswert der DF</b>
$\gamma\hat{\phi}'x$	<b>die DF (selbst)</b>

Wie die Funktionswerte der DF notiert werden müssen, ist nicht unmittelbar klar. Manchmal scheint Russell dieselbe Notation wie für die DF (selbst) zu verwendet. In OSL<sup>1290</sup> verwendet er eine Notation mit dem Zirkumflex auf der Variablen vor der Funktion, eine Form der Notation, welche wir in Abschnitt 7.1.2. in Zusammenhang mit ONF besprochen haben.

Wenn es nämlich keine angemessene Notation für die DF (selbst) geben würde, würde ein Problem vorliegen, welches eine gewisse Verwandtschaft mit dem Problem in GEA aufweist. Letzteres besteht laut OD gerade in der Schwierigkeit von Bedeutungen (der denotierenden Komplexe) zu sprechen<sup>1291</sup>, wobei Russell zunächst QM<sup>1292</sup> als natürliche Art dies zu tun ansieht. Wir oben deutlich wurde, sind es gerade die DF, mithilfe derer die denotierenden Begriffe in der Theorie der Komplexe formalisiert werden sollen. Die Notwendigkeit eine Notation für die DF (selbst), ist für die Theorie von Bedeutung und Denotation unverzichtbar. Kommen wir nun zur Relation zwischen den Komplexen und den Funktionen.

<sup>1290</sup> OSL, 81. Siehe Abschnitt 7.2.1.

<sup>1291</sup> "The difficulty in speaking of the meaning of a denoting complex..." (OD, 486)

<sup>1292</sup> "When we wish to speak about the meaning of a denoting phrase, as opposed to its denotation, the natural mode of doing so is by inverted commas." (OD, 485-486). Siehe Kapitel IV, Abschnitte 1.3.2. und 2.2.

### 7.3.3. Komplexe versus Funktionen

#### 7.3.3.1. Einleitung 353

#### 7.3.3.2. Die Funktionen sind grundlegender als die Komplexe 355

#### 7.3.3.3. Die Komplexe sind grundlegender als die Funktionen 359

#### 7.3.3.1. Einleitung

Eines der zentralen Probleme von Russells Theorie der Komplexe betrifft die bereits in den Raum gestellte Frage, ob die Komplexe oder die Funktionen die grundlegenden logischen Entitäten sind. Wie nicht anders zu erwarten, hängt diese Problematik auch aus der Sicht von Russell aufs engste mit Notationsfragen zusammen. Russell gelingt es scheinbar nicht, eine befriedigende Lösung zu finden. Für ihn handelt es sich dabei um ein wirkliches Kernproblem, welches sich in verschiedenen allbekannten traditionellen Versionen gezeigt hat. So heißt es in ONF:

We are here in the region of the fundamental nature of complexity. The old problems of form and matter, of the possibility of analysis, of organic wholes, etc., are all forms of our present problem. (ONF, 265)

Was die Frage der logischen Priorität von Komplexen und Funktionen angeht, kann oder will sich Russell scheinbar gar nicht definitiv für die eine oder die andere Position entscheiden. Es gibt sogar in den Manuskripten der Funktionstheorie von 1904 Bemerkungen, in denen er zwei Versionen<sup>1293</sup> der Bildung von Komplexen (d.h. der Synthese)<sup>1294</sup> unterscheidet. Bei der ersten scheinen die Komplexe im Vordergrund zu stehen, bei der zweiten hingegen die Funktionen. Dieser Diskurs erinnert entfernt an die metaphysische Diskussion des Aristoteles, bei der geklärt werden sollte, ob die Form oder die Materie als primär<sup>1295</sup> angenommen werden muss. Durch den Vergleich der Bildung von Komplexen mit der Bildung von revolutionären bzw. von konstitutionellen Regierungen wird die Überlagerung der logischen und der genetischen, zeitlichen Perspektiven in Russells Diskurs deutlich. Hier folgt der ganze Absatz:

The point of matter is, that there are two ways of making a complex. The one is, to take certain ingredients and combine them, without asking *how* they are combined. The other is, to decide first what the manner of combination is to be, and then what ingredients are to be combined. The first is that which we use for particular complexes, the second that is expressed by  $\phi x$ . The difference is like that between a revolutionary and a constitutional

---

<sup>1293</sup> Eine vergleichbare Stelle gibt es in PaD, wo Funktionen auf extensional oder intensional gedeutet werden: "If the *function* is given, that amounts to giving the nexus of  $X$  and  $x$ . Now this nexus may be conceived in two ways, (*a*) as the bare scheme of the complex meaning involved - i.e. roughly, as the complex meaning with the variable left variable - or (*b*) as the correlation of the independent variable with the term denoted by the complex meaning concerned. The former is intensional, the latter extensional." (PaD, 309)

<sup>1294</sup> Siehe auch OF, 408.

<sup>1295</sup> Interessant ist laut Aristoteles lediglich die Frage, was der Definition nach früher und nicht was der Zeit nach früher war.

government: in the latter, the function is decided upon to begin with, and the men who are its arguments are chosen later. (ONF, 271-272)

Im ersten Fall handelt es sich um eine Methode, welche bei den besonderen Komplexen angemessen scheint, während die zweite sich für universelle Aussagen zu eignen scheint. Bei der ersten geht man - so heißt es hier - von konkreten Komplexen aus, bei der zweiten von abstrakten Funktionen, was sich auch in der jeweiligen Notation widerspiegeln muss. So bezeichnet die Notation ' $x(\phi'x)$ ' die konkreten Komplexe, der Ausdruck ' $\hat{x}(\phi'x)$ ' steht hingegen für die abstrakten Funktionen. Als Beispiel für eine Kombination im ersten Sinne steht der Komplex 'Socrates = Socrates', wobei Russell selbst doppelte Anführungszeichen verwendet:

We do not first consider the general type  $\hat{x}(x=x)$ , and then consider "Socrates = Socrates" as an instance of this type. What we do is rather actually to combine Socrates and identity in a proposition, without explicitly considering the manner of combination as opposed to the terms combined. (ONF, 265)

Parallel zu den zwei Arten der Bildung von Komplexen zu, welche eine Synthese darstellen, gibt Russell zwei Arten der Analyse von Propositionen an. Die Analyse von Propositionen, in denen es um den Typus geht, ist gewissermaßen die Umkehrung des (nicht-revolutionären) Modus zur Bildung von Komplexen, bei dem der abstrakte Funktionsbegriff Priorität hat. Die Analyse der vorliegenden<sup>1296</sup> Propositionen entspricht hingegen dem Modus zur Bildung von Komplexen, welcher von vorliegenden Ingredienzien ausgeht. Die Variablen gehören zum Typ von Propositionen und damit zu einer abstrakten Funktion bzw. einer PF. In Russells Worten:

What we want to be clear about is the twofold method of analysis of a proposition, *i.e.*, first taking the proposition as it stands and analyzing it, second taking the proposition as a special case of a *type* of proposition. Whenever we use variables, we are already necessarily concerned with a *type* of proposition. (FN, 118)

Manchmal spricht Russell von den Funktionen als von Strukturen, welche zur Beschreibung der Komplexe dienen. In folgendem Satz werden die DF als eine Art von Komplexen angesehen:

Most of the complexes containing  $u$  which are of the kind called "denoting functions" are not really functions of  $u$  at all, but of  $\hat{x} \varepsilon u$ . (OFU, 105)

Die Koexistenz zweier Arten<sup>1297</sup> der Bildung von Komplexen und der Analyse - interpretiere ich als Hinweis darauf, dass Russell die logische Beziehung zwischen den Funktionen und

---

<sup>1296</sup> Meine Transkription in Deutsche von 'the proposition as it stands'. Siehe FN, 118.

<sup>1297</sup> In einem Brief an Whitehead vom 27. Oktober 1904 spricht Russell sogar von 2 Bedeutungen von 'Funktion':  
"The point is really that there are two senses of *function*, namely

den Komplexen nicht definitiv geklärt hat. Tatsächlich ist es im Rahmen des Logizismus aber unumgänglich, sich zu entscheiden welche Entitäten und Symbole zum logischen Grundinventar<sup>1298</sup> gehören und welche nicht.

Die Frage nach der logischen Priorität hat für Russells Philosophie, wie inzwischen deutlich geworden ist, eine gewichtige ontologische Dimension. Der Punkt ist, dass von der Ontologie - wie sie seit PoM etabliert wurde - einige der größten Spannungen der frühen Philosophie Russells ausgehen. Der methodologische Ausgangspunkt und das erklärte Zentrum von Russells Philosophie sind laut PoM die Propositionen<sup>1299</sup>, welche als die einzigen Einheiten aufgefasst werden. Die Konstituenten der Propositionen - die R-Terme - gelten als die letzten Bausteine des Seins. Ich habe in Kapitel I die These vertreten, dass es Russell nicht gelingt, die R-Terme unabhängig von der propositionalen Perspektive zu definieren. Nach Russell ursprünglicher Vision von PoM sind die Propositionen die grundlegenden Entitäten. Eine ähnliche Position sollte er in seiner späteren Substitutionstheorie vertreten, in der nur Propositionen und Individuen - aber keine Funktionen - vorkommen.

Wenn die Propositionen aber andererseits als Werte der PF konzipiert werden, welche die Terme als Argumente haben können, bedeutet dies, dass die PF - und nicht die Propositionen - die logisch primären Entitäten sind. Dieses Dilemma aus PoM wird der Funktionstheorie vererbt, wobei das Problem nicht mehr die Relation zwischen den Propositionen und den PF betrifft, sondern jene zwischen den Komplexen und den Funktionen. Wie es scheint, steht laut Russells Funktionstheorie hinter jedem Komplex eine Proposition. In PaD schreibt Russell, dass jeder Komplex entweder selbst eine Proposition ist oder eine solche voraussetzt:

It would seem that every complex either is or presupposes a proposition; it is possible to maintain that when this proposition is false, the complex has only meaning and no denotation.  
(PaD, 307)

Mit dem zweiten Fall bezieht sich Russell wohl auf die denotierenden Komplexe, welche als DF interpretiert werden. Letztere setzen - wie wir wissen - die PF bzw. die Wahrheit bestimmter Propositionen voraus. In den folgenden zwei Abschnitten sollen einige von Russells Argumenten zum Problem der logischen Priorität von Komplexen und Funktionen aus verschiedenen Manuskripten besprochen werden.

### **7.3.3.2. Die Funktionen sind grundlegender als die Komplexe**

In den meisten Manuskripten und Passagen von PoM bis OD vertritt Russell die Position,

---

(1) a complex of which  $x$  is a constituent;

(2) a dependent variable whose value is determinate when the value of  $x$  is determinate." (OFU, 96)

<sup>1298</sup> In PoM gehörten bekanntlich die Denotation und die PF dazu. Siehe Abschnitt 2.

<sup>1299</sup> "That all sound philosophy should begin with an analysis of propositions, is too evident, to demand a proof."  
(PoL, 8)

dass die Komplexe von den Funktionen abgeleitet sind und daher nicht wie letztere zum ontologischen und logischen Grundarsenal gehören. Diese Beziehung soll wie folgt symbolisiert werden:

**Funktion  $\supseteq$  Komplex**<sup>1300</sup>

Dies ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass bei einer Analyse die Komplexe immer auf die Funktionen reduziert werden. Eine solche Position steckt auch hinter der Auffassung in PoM, wonach die Propositionen von den PF abgeleitet sind. Russell fasst die Propositionen wie Moore<sup>1301</sup> als Komplexe (oder Kombinationen)<sup>1302</sup> von Begriffen auf, wie wir aus Abschnitt 5.1.2. wissen. Nach Russells Auffassung PoM<sup>1303</sup> gelten die Propositionen zudem als die einzigen Einheiten, welche aus R-Termen bestehen. Diese Einheit verdanken sie - so Russells vorherrschende Argumentationslinie in PoM - gerade den PF. Die anderen Komplexe aus PoM, die denotierenden Begriffe, werden - wie wir oben gezeigt habe - erst Monate später von den (denotierenden) Funktionen abgeleitet. Wir wissen, dass Russell dann zwischen den denotierenden und den nicht-denotierenden Komplexen unterscheidet.

Dass die Funktionen für die logische Genese der Komplexe zuständig sind, ist die von Russell bevorzugte Position. Allerdings gibt diskutiert er in Zusammenhang mit der Notation der Isolierung von Funktionen<sup>1304</sup> auch die Möglichkeit, dass die Funktionen von den Komplexen abgeleitet werden können. Russell stellt sich in OFN - einem auf November 1904 datierten Manuskript - die Frage erneut:

Is the function derived from the complex, or the complex from the function? (ONF, 265)

Schließlich entscheidet sich Russell nach einer längeren Argumentation - auf die anschließend eingegangen werden soll - dafür<sup>1305</sup>, die Funktionen als primär anzusehen:

[...]. Thus: The complex is derived from the function, and not the function from the complex.  
(ONF, 265)

Wenn die Komplexe effektiv von den Funktionen abgeleitet sind, müssen bei der Analyse<sup>1306</sup> von Komplexen Funktionen zum Vorschein kommen. Bei der Ableitung der Komplexe von den Funktionen muss es sich umgekehrt um eine Art von Synthese handeln, bei der die

---

<sup>1300</sup> Das Symbol ' $\supseteq$ ' soll im folgenden diese logische Beziehung ausdrücken. Der Satz oben steht also für: die Komplexe sind logische Derivate der Funktionen'.

<sup>1301</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.2.1.

<sup>1302</sup> "[...] all unities are propositions or propositional concepts..." (PoM, 467). Und auch: "Given any propositional concept, or any unity (See §136)..." (PoM, 508)

<sup>1303</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.2.2.

<sup>1304</sup> "The notation  $\phi/x$  represents the logical genesis of all complexes, whereas the notation  $x'(X)$  represents an analysis by which the functional part of the complex is detached." (FU, 50-51). Der Ausdruck ' $x'(X)$ ' steht laut FU für den "Rest von X". Siehe Abschnitt 6.2.

<sup>1305</sup> Diese Position behält er anscheinend auch in FN bei, wo sich fast die gleiche Formulierung findet: "The complex is derived from the function, not the function from the complex." (FN, 251)

<sup>1306</sup> Siehe Abschnitt 3.3.2.



Funktionen den Bauplan<sup>1307</sup> vorgeben. Die Funktionen konstituieren die logische Form<sup>1308</sup> von Komplexen. Sie sind - so Russell - Kombinationsmodi für Konstituenten zur Bildung von Komplexen:

Each of these [ $\hat{x}$  is the father of Socrates, " $\hat{x}$  is mortal", " $\hat{x} + 1 = 2$ ", " $\sin \hat{x}$ ", etc.] is a definite constant mode of combining an entity with other entities to form a complex. (OFU, 99)

Zurück zu den Kombinationsmodi. So ein Kombinationsmodus enthält laut Satz VI von OFU den Begriff der Richtung (sense) oder der Ordnung (order) als Teil seines Wesens:

A mode of combination contains a *sense* or *order* as part of its essence. (OFU, 98)

Hier knüpft Russell an seine intensionale Auffassung der Relationen<sup>1309</sup> aus PoM an, wobei die Richtung (sense) der Relation dort bereits als zentral galt. Der Begriff der Richtung von den Kombinationsmodi ist notwendig, um zwei Komplexe wie 'A is greater than B' und 'B is greater than A' auseinander halten zu können. Beide Komplexe haben nämlich sowohl dieselben Konstituenten als auch den selben Kombinationsmodus<sup>1310</sup> aufzuweisen.

Russell behauptet dann in FN, dass so eine Analyse neben der Funktion auch die Konstituenten erwähnt:

In any complex, it is essential to a complete analysis to mention the function as well as the constituents. (FN, 129)

Ein Komplex wird durch die Angabe der Konstituenten und der Funktion bestimmt<sup>1311</sup> - heißt es in OFU:

A complex is determined by its constituents together with their mode of combination. (OFU, 98)

Aufgrund der Rechtseindeutigkeit der Funktionen müsste feststehen, dass die Komplexe auf eindeutige Weise bestimmt werden können. Komplizierend kommt noch hinzu, dass Russell die Komplexe manchmal intensional und manchmal extensional auffasst, so wie er die Propositionen<sup>1312</sup> manchmal mit den Bedeutungen und manchmal mit den Denotationen von Sätzen identifiziert. So wäre es denkbar, dass derselbe (extensionale) Komplex anhand von verschiedenen Funktionen generiert wird - so wie laut PoM zwei verschiedene, intensional

---

<sup>1307</sup> Russell spricht von den Funktionen als Kombinationsmodi.

<sup>1308</sup> In FU hatte Russell von der Funktion als der "Form von Ausdrücken" gesprochen: "If  $X$  be any expression containing  $x$ , the *form* of the expression may be preserved constant while  $x$  varies. [...]. The form of the expression  $X$  is what is called a *function*..." (FU, 53)

<sup>1309</sup> Wie wir wissen, stuft Russell die PF in PoM als logisch grundlegender als die Relationen und die anderen Funktionen ein. In RML identifiziert er die Relationen mit bestimmter PF. In RML, einem Manuskript aus dem Jahre 1905, schreibt er: "With respect to relations, a relation in intension is simply a double propositional function  $\phi!(x,y)$ ." (RML, 262).

<sup>1310</sup> "Thus apart from sense, the mode of combination is the same... [...] the constituents are the same." (OFU, 98)

<sup>1311</sup> Dass Komplexe nicht durch die Angabe der Konstituenten alleine bestimmt sind, ist ein Punkt, der in PoM in Zusammenhang mit der Richtung von Relationen schon diskutiert wurde.

<sup>1312</sup> "The twofold nature of propositions, as meanings and what these meanings denote, appeared to be unavoidable [...]" (OMD, 319)

aufgefasste Relationen<sup>1313</sup> (oder auch zwei (intensionale) Klassenbegriffe)<sup>1314</sup> dieselbe Extension haben können. Genau diese Problematik wird in GEA in Bezug auf die Komplexe kontrovers diskutiert - wie wir noch sehen werden.

In OF geht Russell so weit die Komplexe schlechthin mit ihrer Denotation zu identifizieren - eine Auffassung deren Widersprüchlichkeit bereits in der Formulierung offen zutage tritt. Der Bedeutungsdimension eines Komplexes aber wird das Sein schlichtweg abgesprochen. Russell scheint sich hier endgültig vom Termbegriff<sup>1315</sup> zu verabschieden, wie er ihn in PoM vertreten hatte. Er schreibt:

Every complex has meaning and being. *Quâ* meaning, it is not one entity, but a compound of several. A complex may occur in two ways, as meaning or as entity. Complexes may differ as meaning without differing as entity. What a complex is, is what we have called its denotation. There is no entity which *is* the complex as meaning because the complex as meaning is not one entity. (OF, 366)

Kommen wir jedoch auf die Frage der logischen Priorität der Funktionen zurück.

In ONF findet sich nämlich ein weiteres Argument für die Priorität der Funktionen, welches Russell selbst für schlüssig ansieht.

Die Funktion  $\hat{x}(x \supset x)$  muss laut Russell deshalb als grundlegender als der Komplex  $x \supset x$  angesehen werden, weil sie die Art der Kombination (manner of combination) der Variablen mit der Implikation genau vorgibt. Der eigentliche Punkt in der Argumentation betrifft die Tatsache, dass die Funktion Teil der Beschreibung des Komplexes sein muss. An dieser Stelle fällt die Notationsfrage ins Gewicht. Das Argument lautet in Russells Worten:

But on the other hand, the function must be prior to the complex; for  $x \supset x$  does combine  $x$  and implication in the very manner indicated by  $\hat{x}(x \supset x)$ , and this manner of combination is part of the description of  $x \supset x$ . This last argument seems conclusive. (ONF, 265)

Wenn eine Beschreibung der logischen Struktur der Komplexe die Funktionen voraussetzt, bedeutet dies, dass bei einer entsprechenden regressiven Analyse der Komplexe auch Funktionen zum Vorschein kommen müssen. Dieser Sachverhalt drückt sich nun laut Russell gerade in der Notation selbst aus. Wenn ich Russell richtig interpretierte, meint er, dass die

---

<sup>1313</sup> "The intensional view of relations here advocated leads to the result that two relations may have the same extension without being identical." (PoM, 24). Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.5.6.2.

<sup>1314</sup> "Two class-concepts need not to be identical when their extensions are so: *man* and *featherless biped* are by no means identical, and no more are *even prime* and *integer between 1 and 3*. These are class-concepts..." (PoM, 20). Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.5.3.

<sup>1315</sup> "Whatever may be an object of thought, or may occur in any true or false proposition, or can be counted as *one*, I call a *term*. This, then, is the widest word in the philosophical vocabulary. I shall use it as synonymous with it the words *unit*, *individual*, and *entity*." (PoM, 43). Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.1. Dieser Termbegriff und die damit verknüpfte augustinische Sprachauffassung wurde von Russell allerdings später immer mehr infrage gestellt. Siehe Kapitel III, Abschnitt 2.

Funktionen beschrieben werden können, ohne auf Komplexe zurückzugreifen. Diese Position ist aber schwer zu vertreten, wenn man bedenkt, dass es sich bei einer Beschreibung stets um eine Proposition, also um einen Komplex handelt.

In ONF findet sich noch ein weiteres Argument für die logische Priorität der Funktionen, welches Russell aber anscheinend nicht so stark einschätzt wie das letzte. Der Gebrauch derselben Funktionsvariablen ( $\phi$ ) im Falle zweier Komplexe, welche sich nur durch die Termvariable ( $x$  bzw.  $y$ ) bzw. modern ausgedrückt - durch die Belegung der Variablen - unterscheiden, legt nahe, dass die Komplexe von den Funktionen abgeleitet sind. Auch hier scheint die Notationsfrage den Ausschlag zu geben:

The use of  $\phi x$  and  $\phi y$  involving the same  $\phi$  suggests the latter [that the complex is derived from the function, meine Ergänzung]. (ONF, 265)

Der Gebrauch der Notation ' $\phi x$ ' - d.h. die Beschreibung des Komplexes - zeigt anscheinend an, dass das Kompositum  $\phi x$  als aus  $\phi$  und  $x$  zusammengesetzt angesehen wird. Hier kommen wieder tendenziell algebraische Überlegungen zum Zug:

[...] it is necessary that the compound  $\phi x$  should be regarded as made up by means of  $\phi$  and  $x$ . (ONF, 265)

Wenn Russell auch zu keinem befriedigenden Ergebnis kommt, die rein symbolische Dimension und die formalen Aspekte in Russells breit angelegten philosophischen Diskurs werden durch die Einführung des Funktionsbegriffs noch zunehmen. Diese symbolische Dimension übersteigt bei Russell von allem Anfang an - wie oben deutlich wurde - den rein sprachlichen Aspekt<sup>1316</sup>, da sich die logisch-ontologische Struktur der Komplexe in der Struktur der Notation ausdrückt. Der von Russell postulierte Isomorphismus wird in den Manuskripten zwischen PoM und OD leider kaum thematisiert. Zudem gibt es in Russells Funktionstheorie unbehebbarer Mängel, wie die Tatsache, dass er die Notation ' $\phi x$ ' nicht als Matrix versteht. Kommen wir nun zur Position, dass die Komplexe logisch grundlegend sind.

### 7.3.3.3. Die Komplexe sind grundlegender als die Funktionen

In einigen Manuskripten tauchen Überlegungen auf, ob vielleicht doch die Komplexe primär

---

<sup>1316</sup> Rein sprachliche Fragen sind für Russell philosophisch nicht interessant, wie man vielen Bemerkungen von PoM bis OD entnehmen kann. Hier eine kleine Auswahl: "What we wish to obtain is a classification, not of words, but of ideas; I shall therefore call adjectives or predicates all notions which are capable of being such, even in form in which grammar would call them substantives. (PoM, 42). "The words are a symbol for the object: this relation I shall speak of as that of designating the object. [...] the discussion of this relation belongs to the theory of language [...] it is not a fundamental logical relation [...]" (OMD, 315) Und auch: "Thus it is the meaning, not the name, which denotes the denotation; and denoting is a fact which concerns logic, not the theory of language or naming." (OMD, 317-318). Vergleiche mit folgender Stelle aus OD: "Now the relation of meaning and denotation is not merely linguistic through the phrase: there must be a logical relation involved..." (OD, XXX)

sind und die Funktionen als deren logische Derivate einzustufen sind. Diese Auffassung notiere ich wie folgt:

### **Komplex $\cong$ Funktion**

Ein erstes Argument kommen wir wieder zur Notationsfrage. Die Zirkumflex-Notation<sup>1317</sup> für Funktionen suggeriert - so Russell - , dass die Komplexe grundlegend sind:

Is the function derived from the complex, or the complex from the function? The notation  $\hat{x}(\phi x)$  suggests the former. (ONF, 265)

Ein ähnliches Argument findet sich in der früheren Funktionstheorie von 1903, nämlich in FU. Die Auffassung, dass die Funktionen von den Komplexen abgeleitet sein könnten, wurde bereits in FU ausgelotet, wie aus unserer Analyse hervorgeht. Eine Funktion wird in FU als der konstante<sup>1318</sup> Teil von Komplexen definiert, wie wir wissen:

[...] the notation  $x'(X)$  represents an analysis by which the functional part of a complex is detached. (FU, 50)

Die Notation ' $x'(X)$ ' legt nun nahe, dass bei dieser funktionalen Analyse die Komplexe selbst nicht eliminiert werden. Bei der Funktionsabstraktion werden im Prinzip nur Terme aus dem Komplex entfernt. Die Funktion wird in dieser Notation von FU folglich als ein Derivat des Komplexes dargestellt.

Ähnliches gilt für die Funktionstheorie<sup>1319</sup> von 1904, wobei ' $\hat{\phi}x$ ' für die Funktionsabstraktion und ' $\phi x$ ' für den Komplex steht. Kehren wir jedoch einen Augenblick zu FU zurück.

Die Existenz von nicht-funktionalen Komplexen<sup>1320</sup> ist ein weiteres Argument dafür, dass die Funktionen nicht grundlegend sein können. Solche Komplexe wären nämlich per Definition nicht auf Funktionen zurückführbar. Russell schreibt schon in FU:

[...] that every complex gives rise to a function. This is what is untrue. (FU, 57)

Als nicht-funktionale Komplexe gelten in FU unter anderem alle Komplexe mit einem uneingeschränkten Wertebereich:

[...] when a complex is capable of all functional values, it does not give rise to a function. (FU, 61)

---

<sup>1317</sup> Vergleiche mit einer Bemerkung aus FU, welche in Bezug auf die alte Notation eine ähnliche Aussage enthält: "[...] the notation  $x'(X)$  represents an analysis by which the functional part of a complex is detached." (FU, 50)

<sup>1318</sup> "A function is merely something constant defined by a complex." (FU, 72). Dieses konstante Element wurde von Russell in FU und OMDP übrigens als Bedeutungselement aufgefasst. "The fact is, of course, functions have to do with meaning, not with denotation." (FU, 73). Siehe Abschnitt 6.2. oben.

<sup>1319</sup> (FCR, 86-87).

<sup>1320</sup> "We now need Pp's [propositions] as to what complexes are functional." (FU, 70)

Als Beispiele für solche unzulässige, nicht-funktionalen Komplexe nennt Russell ' $x/x$ ', ' $(f/x)/x$ ' und ' $x'(\neg X/x)$ ':

[...] not only  $x/x$ , but  $(f/x)/x$ , will not lead to a function if  $f/x$  can take all functional values.

Thus the substitution of  $\phi/x$  for  $(f/x)/x$  must be made with care. (FU, 59)

Immer wenn der Jota-Operator im funktionalen Teil des Komplexes vorkommt, wird die Funktionsabstraktion laut FU ebenfalls unmöglich:

*Rule.* Where  $\neg$  comes in the functional part, no function can be formed; i.e.  $x'(\neg X/x)$  is inadmissible. (FU, 61)

In FU nennt Russell ein Prinzip, welches besagt, dass Komplexe ohne den Balken für die Funktionsanwendung<sup>1321</sup> - bzw. die auf letztere reduzierbaren Komplexe - immer funktional sind. In seinen Worten:

The following principle is useful. Every complex not containing  $/$  is functional; hence, if  $X/X'$  can be reduced to a form without  $/$ , it is functional. (FU, 61)

In Stellen wie dieser gewinnt man den Eindruck, dass immer mehr von den Symbolen selbst und weniger von deren ontologischen Signifikaten die Rede ist. Kommen wir nun zu einigen Bemerkungen aus Manuskripten aus dem Jahre 1904.

Russell weist in ONF auf die unterschiedliche Notation von Komplexen und Funktionen hin. Er unterscheidet dementsprechend zwischen einem aus  $x$  und anderen Entitäten bestehenden Kompositum (compound) und dem Kombinationsmodus (der Funktion):

Let us consider the difference between  $\phi$  (in  $\phi'x$ ) and  $\hat{Z}(\phi'Z)$ .  $\phi'x$  designates the compound of  $x$  with other entities according to a certain mode of composition.  $\hat{Z}(\phi'Z)$  designates the mode of composition itself. (ONF, 265)

Russell vertritt hier scheinbar die Position, dass der konkrete Komplex vor der Funktion kommt. Das Symbol<sup>1322</sup> für die abstrakte Funktion drückt seiner Ansicht nach nämlich eine Analyse aus, wie oben deutlich wurde. Anders gesagt, die Funktionen setzen die Komplexe voraus, was sich auch in der Schreibweise niederschlägt. Wenn dem nicht so wäre, müsste man - so Russells Argument - unabhängig von den Funktionen von den Komplexen sprechen können. Dies ist aber im Falle von speziellen Funktionen nicht möglich, wie Russell in ONF meint:

But if the function is *not* derived from the complex, it ought to be possible to speak of it

---

<sup>1321</sup> " $\phi/x$  will be used to denote the value of the function for the argument  $x$ ;" (FU, 50)

<sup>1322</sup> Ähnliches hat Russell - wie wir wenig früher erfahren haben - vom Symbol ' $x'(X)$ ' behauptet: [...] the notation  $x'(X)$  represents an analysis by which the functional part of a complex is detached. (FU, 50)

otherwise than as  $x(\phi'x)$ ; yet this is not possible with particular functions. (ONF, 265)

Wir haben es hier mit Argumenten zu tun, welche den modernen Ansprüchen ansatzweise genügen sollten. Es handelt sich um Fragestellungen, bei der syntaktische Elemente immer mehr im Vordergrund stehen, auch wenn Russell im letzten Satz in seiner Manier explizit zwischen dem Symbol und der Funktion selbst unterscheidet.

Russell formuliert dann im Kontext der Denotationstheorie ein weiteres Argument dafür, dass die Komplexe - und nicht die Funktionen - grundlegend sind. Ob Funktionen denotieren oder nicht - so heißt es in einer später angebrachte Anmerkung zu FCR - hängt nicht von den Funktionen selbst ab, sondern von den Termen des Komplexes und somit von den Komplexen selbst ab:

The objection to denoting as fundamental is that a given function may denote in one complex and not in another. This is proved in FN. [...]. We have to distinguish, not denoting and undenoting functions, but denoting and undenoting terms of a complex. (FCR, 85)

Der intendierte Sachverhalt bezieht sich vermutlich auf die verschiedenen Positionen<sup>1323</sup> in Komplexen. Dass Funktionen letztendlich von den Komplexen abhängen, mutmaßt Russell auch in ONF, wo er die Positionsabhängigkeit (in Komplexen) erwähnt:

If the suggestion [...] is accepted, the difference between the function as such and the function as entity is not an intrinsic difference, but merely a difference as to the position occupied in a complex. (ONF, 267)

Russell unterscheidet in seiner Theorie der Komplexe Positionen für Bedeutungen und Positionen für Entitäten (Denotationen). In OF formuliert er folgendes Kriterium:

If something which is not a complex is put in meaning-position, the result is non-sense. This may be used as a criterion for distinguishing meaning-positions from entity-positions. (OF, 370)

Russell geht dann in OF - wie dann bekanntlich auch in OD - dazu über, bestimmten Ausdrücken nur in Kontext von Propositionen<sup>1324</sup> bzw. Komplexen eine Bedeutung zuzuschreiben. So gelten die DF für sich genommen laut OF als bedeutungslos. Erst als Konstituenten von Propositionen weisen sie Bedeutung auf, wie folgender Bemerkung zu entnehmen ist:

---

<sup>1323</sup> Die in OF getroffene Unterscheidung zwischen der primären und sekundären Art des Vorkommen ist ähnlich: A *denotation*-occurrence takes the same place in regard to occurrence in an *denoting* complex as a *primary* occurrence takes in regard to a *propositional* complex. If  $f'x$  is a denoting complex containing  $x$ , then  $x = g'y \Rightarrow f'x = f'g'y$ . Thus in such a case the occurrence of  $x$  in  $f'x$  is a *denotation*-occurrence. But if  $f'x$  is propositional, the occurrence of  $x$  is never a *denotation*-occurrence. (OF, 378)

<sup>1324</sup> Man möchte mutmaßen, dass folgende Stelle aus PoM diese Auffassung zur Kontextabhängigkeit zumindest für die Begriffe vorwegnimmt: "It might be thought that a distinction ought to be made between a concept as such and a concept used as a term, between, e.g., such pairs as *is* and *being*, *human* and *humanity*, *one* in such a proposition as "this is one" and "1 is a number"." (PoM, 45). Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.

[...] *all* denoting functions are meaningless in themselves, and are only significant when they occur as constituents of propositions. Hence all complexes become undenoting: they will be such as proposition, propositional functions, modes of combination, etc. (OF, 384)

Die Existenz der denotierenden Begriffe wird in den folgenden Zeilen von OF radikal infrage gestellt. Den denotierenden Begriffen (wie zum Beispiel dem Begriff 'a man'<sup>1325</sup>) kommt scheinbar ebenfalls nur im Kontext von Komplexen eine Bedeutung zu:

The same theory, it would seem, may be applied to ambiguously denoting complexes such as "a man". We shall say that "a man" means nothing at all by itself, but that  $\phi(\text{a man}) = .(\exists x).x \varepsilon \text{man}.\phi x$  Df. (OF, 385)

Wenn sich herausgestellt hat, dass die Unterscheidung zwischen Begriffen und Termen in der Ontologie von PoM nur in Abhängigkeit von der Art ihres Vorkommens<sup>1326</sup> (oder auch des Gebrauchs)<sup>1327</sup> in der Proposition definiert werden konnte, bedeutet dies, dass es hierbei auf die Position in einem Komplex ankommt. Damit soll unsere Untersuchung zu Russells Funktionstheorie vorläufig beendet werden. In Kapitel III will ich dann zeigen, wie Russells Funktionsbegriff und seine Theorie der Komplexe - seine Sicht auf die Semantik verändern und so seine Auffassung von Analyse und die Semantik revolutionieren.

---

<sup>1325</sup> In PoM wurde diesem denotierenden Begriff eine ontologisch-semantische Autonomie zugesprochen: "But such concepts as *a man* have a meaning in another sense: they are, so to speak, symbolic in their own nature, because they have the property which I call *denoting*." (PoM, 47)

<sup>1326</sup> Siehe Abschnitt 9.2.2. von Kapitel III.

<sup>1327</sup> "It might be thought that a distinction ought to be made between a concept as such and a concept used as a term, between, *e.g.*, such pairs as *is* and *being*, *human* and *humanity*, *one* in such a proposition as "this is one" and "1 is a number" ". (PoM, 45). In OF (OF, 382) ist noch von "occurrence", aber nicht vom "Gebrauch" die Rede. Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.3. und vor allem Kapitel IV, Abschnitt 1.3.3.

## Kapitel III

### Semantik

---

1. Einleitung.....	S.364
2. Russells frühes Sprachmodell.....	S.367
3. <i>The Principles of Mathematics</i> .....	S.370
4. "Functions" .....	S.385
5. "On Meaning and Denotation of Phrases" .....	S.388
6. "Dependent Variables and Denotation".....	S.411
7. "Points about Denotating".....	S.419
8. "On Meaning and Denotation".....	S.430
9. "On Fundamentals".....	S.453
10. "On Denoting".....	S.460

#### 1. Einleitung

In Kapitel III sollen Russells wichtigste Ansichten zur linguistischen Semantik und auch zur Denotation<sup>1328</sup> untersucht werden, wie er sie PoM und in den Manuskripten bis OD vertreten hat. Speziell sollen die Auswirkungen der Integration des Funktionsbegriffs auf Russells Sprachmodell und seine Auffassungen von Analyse untersucht werden. Wir haben in Kapitel II schon festgestellt, dass Russells Denken durch die Integration des Funktionsbegriffs zunehmend formaler wird. Wir werden nun in Abschnitt 2 von Kapitel III sehen, dass sich Russell schließlich gezwungen sieht, sein naives Sprachmodell aus PoM aufzugeben, ein Sachverhalt welcher sich auch in Russells Auffassung von Analyse wieder spiegelt.

Es geht in diesem Kapitel auch um Russells Bemerkungen zur semantischen Funktion der verschiedenen Wortarten. Nach der Besprechung der augustinischen Sprachauffassung soll die Semantik von PoM präsentiert werden, welche für fast alle Wortarten einen Namensuniversalismus<sup>1329</sup> behauptet, wobei nur die denotierenden Ausdrücke bzw. Begriffe eine Ausnahme<sup>1330</sup> darstellen.

Auf die Analyse von PoM folgt die Analyse 5 wichtiger Schriften aus CP4 aus dem Jahre 1903. Dazu gehören "Functions" (FU), "On Meaning and Denotation of Phrases" (OMDP),

---

<sup>1328</sup> Die Denotation ist eine Relation zwischen einer Bedeutung (nicht einem Ausdruck) und einer Denotation, wie wir noch näher sehen werden. Deshalb gehört sie nicht zur linguistischen Semantik.

<sup>1329</sup> Russell verwendet hier den Ausdruck 'meaning'.

<sup>1330</sup> Russell verwendet hier von 'meaning in another sense'.



“Dependent Variables and Denotation” (DVD), “Points about Denoting” (PaD) und “On Meaning and Denotation” (OMD). Anhand dieser Manuskripte soll die Entstehung von Russells Theorie der Bedeutung und Denotation rekonstruiert werden. Diese beruht - wie ich zeigen werde - auf der Vertauschung der Terminologie von PoM. Dabei zeige ich, dass die neue Semantik in OMD vorbereitet wird. Russell vertritt hier den Namensuniversalismus von PoM, verwendet aber nicht mehr den Ausdruck ‘meaning’ für die universelle semantische Funktion der einzelnen Wörter, sondern ‘designation’. In OMDP hingegen taucht dann erstmals Russells neue Theorie auf, wonach Wortarten (wie die Substantive) eine Denotation, und andere Wortarten (wie die Verben) eine Bedeutung aufweisen. Ich will zeigen, dass diese Bedeutung nach dem Modell der Bedeutung der denotierenden Begriffe aus PoM modelliert ist.

Der letzte Teil von Kapitel III ist dann hauptsächlich dem Argument von Grays Elegy (GEA) aus OD und der Theorie der Kennzeichnungen gewidmet, wobei einige Entwicklungen in der Semantik nach 1904 berücksichtigt werden sollen. Die in Abschnitt 10.1. präsentierte Interpretation von GEA erfolgt dann unter der Verwendung von Bemerkungen Russells aus der wichtigen Schrift ‘On Fundamentals’ (OF) aus dem Jahre 1904, welche in Abschnitt 9 besprochen werden soll.

Bevor wir in Abschnitt 2 mit der Analyse von Russells Sprachauffassung beginnen, holen wir etwas aus und bringen einige historische Bemerkungen zur *New Philosophy* und Russells Semantik an.

Laut Alberto Coffa<sup>1331</sup> haben Russell und Moore bereits seit 1899 den Kern der Semantik des späteren logischen Atomismus entwickelt. Die Vorstellung, dass Aussagen Agglomerate von trennbaren Teilen sind, von denen jeder für sich semantisch bedeutungsvoll ist, ist ein fester Bestandteil der so genannten *New Philosophy*. In Kapitel I habe ich gezeigt, dass Russell und Moore gegen den Idealismus und den Psychologismus eine realistische Position ins Feld führen, wonach die Propositionen (bzw. die Urteile)<sup>1332</sup> Komplexe sind, welche sich aus eben jenen Objekten zusammen setzen, von denen sie handeln. Coffa bezeichnet eine solche Theorie als ‘Theory of Confined Aboutness’ (TCA)<sup>1333</sup>.

Laut Russells Modell ist die Bedeutung des Satzes ‘Der Montblanc ist höher als der Monte Rosa’ jene Proposition, welche sich aus den Bergen Montblanc und Monterosa und der geordneten Relation ‘ist höher’ zusammensetzt. In einer solchen Theorie gibt es keinen Unterschied zwischen der Ebene der Bedeutung und der Realität, dem Bedeuteten. Das Verständnis einer zusammengesetzten sprachlichen Zeichenfolge setzt für Russell die direkte Kenntnis (direct acquaintance) jener Teile der Realität voraus, für die die einzelnen

---

<sup>1331</sup> Coffa, 173.

<sup>1332</sup> Moore spricht von ‘judgements’, nicht von ‘propositions’. Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.1.

<sup>1333</sup> Vergleiche mit dem Prinzip (AB)\* in Abschnitt 5.3.3. in Kapitel I.

Zeichen stehen. Ontologie, Sprachtheorie und Erkenntnistheorie bilden in PoM scheinbar eine harmonische Einheit, welche von Russell selten infrage gestellt wird.

Russell steht mit seinem Sprachmodell laut Coffa in der monistischen Tradition der österreichischen Semantik des 19. Jahrhunderts (von Bolzano und Brentano), welche nur eine einzige relevante semantische Funktion vorsieht. Wie die Analyse von PoM zeigen wird, handelt es sich bei Russell um die universelle Namensfunktion. Frege unterscheidet seit 1890 zwischen dem Sinn und der Bedeutung von sprachlichen Ausdrücken und vertritt somit eine dualistische Position. Russell entfernt sich seinerseits bereits in PoM von der monistischen Semantik und führt ansatzweise - wie wir in Abschnitt 3.5. sehen werden - eine drei-stufige Semantik an.

Wie in Kapitel I deutlich wurde, stellt Russells Theorie der denotierenden Begriffe aus PoM aufgrund des Prinzips (AS) - welches (TCA) entgegengesetzt ist - eine Anomalie im Kuhnschen Sinne dar. Zum einen wird - wie wir in Abschnitt 3.5. gezeigt werden soll - der semantische Monismus dadurch verletzt, dass für die denotierenden Ausdrücke neben der Referenz eine spezielle Bedeutung postuliert wird. Zum anderen ist das logische Subjekt von Propositionen mit denotierenden Begriffen aufgrund der Referenzverschiebung (AS) nicht mehr unter den Konstituenten der Proposition. Parallel dazu wird - wie wir sehen werden - für das Verständnis von sprachlichen Ausdrücken mit denotierenden Ausdrücken die direkte Kenntnis ausschließlich der effektiven Konstituenten - und nicht der denotierten Terme - verlangt.

In Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen und auch den mit diesen verwandten Funktionen ergeben sich für Russells Ontologie und Semantik große Schwierigkeiten, welche in diesem Kapitel III besprochen werden sollen. Wie sich zeigen wird, gelingt es Russell trotz aller Bemühungen nicht, diese Schwierigkeiten definitiv zu beseitigen. Wir werden zeigen, dass die Anstrengungen Russells - wie auch diejenigen zur Vermeidung des Paradoxes - schließlich dazu führen sollten, dass er seine Theorie der Denotationskomplexe fallen lässt und zu einer monistischen bzw. einer zwei-stufigen Semantik zurückkehrt.

Laut Russells neuer Denotationstheorie - der Theorie der Kennzeichnungen - weisen dann alle sprachlichen Ausdrücke - und somit auch die denotierenden Ausdrücke - einen Referenzcharakter, aber keine Bedeutung von Typ der Freges *Sinn* auf. Die denotierenden Ausdrücke werden in der Theorie der Kennzeichnungen sozusagen weganalysiert. Sätze, welche denotierenden Ausdrücke enthalten, werden auf Sätze ohne solche Ausdrücke reduziert. Darin manifestiert sich die neue Auffassung von Analyse, welche in Kapitel II kurz vorgestellt wurde. Einen sprachlichen Ausdruck zu verstehen, heißt - entsprechend den Vorgaben von Russells paraphrasierender Analyse - ihn in eine ideale, klare Sprache zu übersetzen. Bekanntlich gilt Russells Theorie der Kennzeichnungen nicht umsonst heute noch als Paradigma der analytischen Philosophie.

Beginnen wir mit Russells augustinerischer Sprachauffassung.

## 2. Russells frühes Sprachmodell

Wie auch folgende Bemerkung aus PoM belegt, hegt Russell - wie schon Francis Bacon<sup>1334</sup> - gegenüber den philosophischen Traditionen ein großes Misstrauen. Aber anders als Bacon glaubt Russell in PoM an die Transparenz der Sprache und daran, dass sie als Führer für die Erforschung der Logik dienen kann. Er schreibt in PoM:

The study of grammar, in my opinion, is capable of throwing far more light on philosophical questions than is commonly supposed by philosophers. [...] On the whole, grammar seems to me to bring us much nearer to a correct logic than the current opinions of philosophers; and in that follows, grammar, though not our master, will yet be taken as our guide. (PoM, 42)

Russell geht davon aus, dass die Sprache als transparentes Medium die Wirklichkeit korrekt abbildet, weshalb sie selbst keiner philosophischen Betrachtung bedarf. Wir werden sehen, dass bereits allerdings bereits in PoM Zweifel in dieser Hinsicht aufkommen. Stellen wir jedoch zunächst Russells naives Sprachmodell vor, welches wir mit Levine als augustinisch<sup>1335</sup> bezeichnen wollen.

Laut dem augustinischen Sprachmodell trägt jedes einzelne Wort eines sinnvollen Satzes für sich dadurch zur Gesamtbedeutung des Satzes bei, dass es gewissermaßen eine Entität zur Proposition beisteuert. In der Formulierung von James Levine<sup>1336</sup> laut dieses Prinzip wie folgt:

**(Aug) For a word to be meaningful is for there to be a single entity which that word stands for and which is thereby the meaning of that word.**

Levine zitiert als Beleg dafür, dass Russell tatsächlich (AUG) vertritt, folgende Sätze aus PoM an:

[...] it must be admitted, I think, that every word occurring in a sentence must have *some* meaning: a perfectly meaningless sound could not be employed in the more or less fixed way in which language employs words. The correctness of our philosophical analysis of a proposition may therefore be usefully checked by the exercise of assigning the meaning of each word in the sentence expressing the proposition. (PoM, 42)

Und auch in folgender Bemerkung, in der Russell sich gegen Bradleys unendliches Regress-Argument wendet, nimmt er - wie ich meine - deutlich Bezug auf dieses Prinzip:

On the principle, from which I see no escape, that every genuine word must have some meaning... (PoM, 100)

---

<sup>1334</sup> Dessen "idola teatri" stehen im Novum Organon für die irrigen Lehrmeinungen der Tradition, die "idola fori" hingegen für die Irrtümer, welche von der Sprache ausgehen.

<sup>1335</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 2 und Levine (2009).

<sup>1336</sup> Levine (2009), 13.

Russell identifiziert die Bedeutung jedes Wortes mit dem jeweiligen realen Objekt (bzw. dem R-Term), für das es steht. Anders gesagt, die Bedeutung (meaning) von Ausdrücken fällt aufgrund von (Aug) mit den (von ihnen benannten) R-Termen zusammen.

Folgende drei kurze Behauptungen aus PoM zusammen ergeben (Aug), wie ich denke.

Die einzelnen Wörter sind einfach als Symbole aufzufassen, die für etwas anderes stehen:

Words all have meaning, in the simple sense that they are symbols which stand for something other than themselves. (PoM, 47)

Die Wörter sind also Symbole, welche die Objekte designieren. Sie sind also Namen der R-Terme, was wir später noch besser belegen werden:

The words are a symbol for the object: this relation I shall speak of as that of *designating* the object. (OMD, 315)

Diese durch die einzelnen Wörter denotierten<sup>1337</sup> Objekte sind die Terme der Proposition - die R-Terme:

Any object which is denoted by a constituent word or phrase is called a *term* in the proposition. (OMDP, 287)

Auch folgende Passage aus OMD drückt das Prinzip (Aug) aus, wie ich meine:

[...] single words generally, designate without expressing: in these cases there is only a single object for the phrase, namely the object which it designates. (OMD, 318)

Kommen wir nun zu Coffas Theorie der eingegrenzten Referenz (TCA), welche sich auf die Referenz der Propositionen bezieht:

**(TCA) A proposition is only about<sup>1338</sup> the terms, which it contains.**

(TCA) ist nun für Coffa der Ausdruck der engen Verknüpfung von Intuition und der Erkenntnis von Propositionen. (TCA) besagt, dass die Referenz einer Proposition, d.h. die logischen Subjekte der Proposition, zu den Konstituenten der Proposition gehört. Wie in Kapitel I gezeigt wurde, handelt es sich hier um die Terme im engeren Sinne<sup>1339</sup>, die Russell'schen Dinge. In Abschnitt 5.4.2.4. von Kapitel II wurde festgehalten, dass die Werte der PF, die Propositionen, die Argumente der PF als Teile enthalten.

Durch die Einführung von denotierende Begriffen wird (TCA) aber verletzt, da bei diesen eine Art Referenzverschiebung stattfindet. Die logischen Subjekte sind laut Russells

---

<sup>1337</sup> 'Denotieren' wird von Russell oft synonym mit 'designieren gebraucht', obwohl er öfters erklärt, dass erstes eine logische Relation zwischen Bedeutungen (den Kennzeichnungsbegriffen) und der Denotation, letztere eine herkömmliche Relation zwischen sprachlichen Ausdrücken und deren Bedeutung (wie im Zitat davor) bezeichnet.

<sup>1338</sup> Siehe Abschnitt 4.3.

<sup>1339</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.1.5.

Verständnis hier nicht selbst in der Proposition enthalten, sondern nur ihre Repräsentanten, die denotierende Begriffe. Das Prinzip (TCA) wird durch (AS)<sup>1340</sup> verdrängt, welches laut Hylton<sup>1341</sup> für Sätze mit Kennzeichnungen eine indirekte logische Referenz (indirect aboutness) vorsieht.

So etabliert Russell nach PoM eine 3-stufige Semantik, welche - wie in Kapitel II bereits angedeutet wurde - auf dem Funktionsbegriff aufgebaut ist. In seiner Funktionstheorie untersucht Russells nicht nur Fragen zu Ontologie und Semantik, sie stellt zugleich seine Prädikationstheorie dar. So knüpft er mit der Unterscheidung zwischen der Bedeutung und der Denotation (der logischen Referenz) an jene Auffassung von PoM, wonach jede Proposition aus einem logischen Subjekt und einer Assertion besteht. Schließlich will Russell um den Funktionsbegriff eine allgemeine Theorie der Komplexe entwickeln, wobei die Frage der logischen Priorität von Funktionen oder Komplexe aber teilweise ungeklärt bleibt.

Als entscheidend erweist sich, dass Russell die Funktionen als denotierende Begriffe versteht. Daher gelten für Funktionen dieselben Anomalien wie für die denotierenden Begriffe. Zugleich kann uns die Kenntnis einiger Elemente aus Russells Funktionstheorie dabei nützlich sein, einige komplexe Überlegungen Russells zu Semantik und Denotation zu interpretieren. Wir werden in Kapitel III zeigen, dass sich Russells Sprachauffassung - parallel zu seiner in Kapitel II untersuchten Modifikation der Auffassung von Analyse - immer mehr von der augustinschen Auffassung entfernen wird. Beginnen wir mit der Analyse der Semantik von PoM.

---

<sup>1340</sup> Abschnitt 4.3.

<sup>1341</sup> Hylton (2003), 221.

### **3. *The Principles of Mathematics***

#### **3.1. Einleitung 370**

#### **3.2. Die Eigennamen 372**

#### **3.3. Die Adjektive und die Verben 374**

#### **3.4. Die denotierenden Begriffe 376**

#### **3.5. Zwei Arten der Bedeutung 381**

#### **3.1. Einleitung**

Russell etabliert die Semantik von PoM zunächst als zwei-stufige Semantik, welche neben den Ausdrücken nur die Ebene der Bedeutungen (meaning) vorsieht. Die Bedeutungen fallen laut Russells Auffassung mit den R-Termen zusammen. Ich werde zeigen, dass es sich bei der Relation zwischen den Ausdrücken und den R-Termen - wie sie in PoM konzipiert wird - um die Namensfunktion handelt. Da alle Ausdrücke demnach Namen sind, welche R-Terme benennen, spreche ich in diesem Kontext von einem Namensuniversalismus. Es wird sich aber zeigen, dass dieser Namensuniversalismus bei den denotierenden Ausdrücken nicht gilt. Russell entwickelt deshalb im Kontext der denotierenden Ausdrücken eine drei-stufige Semantik, welche zusätzlich die Ebene von speziellen Bedeutungen postuliert. Ich werde in den nächsten Abschnitt zeigen, dass diese modifizierte Semantik dann der Ausgangspunkt für die Entstehung von Russells Theorie von Bedeutung und Denotation ist. Ich vertrete dabei die These, dass die Terminologie dieser neuen Semantik durch Vertauschung der Terminologie von PoM zustande kommt.

Bleiben wir jedoch zunächst bei PoM.

Russells Strategie für die semantische Theorie in PoM besteht darin, über die semantische Funktion der Wortarten zunächst die verschiedenen Arten von Termen zu ermitteln. Wie wir wissen, ist der Termbegriff grundlegend für die Ontologie und die Logik von PoM. Überlegungen zur Semantik spielen für Russell in dieser Phase seines Denkens eine eher propädeutische Rolle, wie wir gleich sehen. So erklärt Russell in PoM zunächst die Grammatik zum Führer für die Entwicklung einer korrekten Logik<sup>1342</sup>, wie dem oben angeführten Zitat entnehmen kann. Das Studium der Grammatik soll als philosophische Anleitung<sup>1343</sup> (guide) dienen, welche scheinbar zuverlässiger ist als die Meinungen der Philosophen.

Zu Beginn von Kapitel IV mit der Überschrift 'Proper Names, Adjectives, and Verbs' deutet Russell an, dass es ihm eigentlich nicht um die Grammatik oder die Syntax, sondern wohl eher um Aspekte der Semiotik geht. Seine Klassifikation betrifft nach seinen eigenen

---

<sup>1342</sup> Siehe Abschnitt 2.1.

<sup>1343</sup> Russell merkt dazu an: "The excellence of grammar as a guide is proportional to the paucity of inflexions, *i.e.* to the degree of analysis effected by the language considered." (PoM, 42). Siehe auch Kapitel I, Abschnitt 2.4.

Worten nicht die Wörter, sondern primär die Ideen. Die Klassifizierung folgt nicht grammatikalischen Kriterien, sondern erfolgt nach der semantischen Funktion von Wörtern:

What we wish to obtain is a classification, not of words, but of ideas; I shall therefore call adjectives or predicates all notions which are capable of being such, even in form in which grammar would call them substantives. (PoM, 42)

Russell nennt anschließend drei solcher Kategorien, nämlich die Substantive, die Adjektive und die Verben:

Of the part of speech, three are specially important: substantives, adjectives, and verbs. Among substantives, some are derived from adjectives, and verbs, as *humanity* from *human*, or *sequence* from *follows*. (I am not speaking of an etymological derivation, but of a logical one.) Others, such as proper names, or space, time and matter, are not derivative, but appear primarily as substantives. (PoM, 42)

Wie wir gleich sehen werden, stehen solche Substantive in Russells Semantik für Individuen<sup>1344</sup> (d.h. Terme im engeren Sinne, oder Klassen von Termen), während Adjektive und Verben Universalien (Begriffe) bezeichnen. Tatsächlich fasst Russell die Wörter in PoM scheinbar generell als Namen (Designatoren) auf, wie später noch deutlich werden sollte.

Halten wir fest, dass Russell also alle Wortarten scheinbar in Eigennamen und universellen Namen einteilt, wobei die bezeichneten Objekte die eigentlichen Kategorien bilden. Die Unterscheidung zwischen den Substantiven und den Adjektiven ist demnach sekundär. Russell meint in PoM:

The distinction which we require is not identical with the grammatical distinction between substantive and adjective. Since one single concept may, according to circumstances, be either substantive or adjective: it is the distinction between proper and general names that we require, or rather between the objects indicated by such names. (PoM, 45)

Russell ordnet die Wortarten in PoM entsprechend der Funktion des bedeuteten Terms in der Proposition entweder der Assertion oder dem logischen Subjekt zu, wie wir gleich sehen werden. Russell spricht in diesem Zusammenhang auch von der Art des Vorkommens oder des Auftretens von Termen in Propositionen (bzw. von Wörtern in Sätzen).

Kommen wir nun zu den einzelnen Wortarten im Russellschen Sinne, deren Bezeichnungen wir mit einem 'R' kennzeichnen, um sie von den grammatikalischen Kategorien abzugrenzen, welche Russell erklärtermaßen nicht vor Augen hat.

---

<sup>1344</sup> Die Unterscheidung zwischen Individuen und Universalien wird in der Ontologie von OMDP expliziter. Siehe dazu Kapitel I, Abschnitt 2.1.5.

### 3.2. Die Eigennamen

Die Russell'schen Eigennamen - im Folgenden als Eigennamen<sub>R</sub> bezeichnet - gelten in PoM als jene syntaktische Kategorie, welche das logische Subjekt der Propositionen stellt. Die Eigennamen<sub>R</sub> designieren nämlich in der Regel<sup>1345</sup> Dinge, während alle anderen Wortarten Begriffe bedeuten<sup>1346</sup>:

Among terms, it is possible to distinguish two kinds, which I shall call respectively *things* and *concepts*. The former are indicated by proper names, the latter those indicated by all other words. (PoM, 44)

Eigennamen<sub>R</sub> designieren das logische Subjekt der Proposition, die Terme i.e.S. Sie sind ausschließlich für die logische Referenz zuständig, heißt es in PoM:

A proper name, when it occurs in a proposition, is always, at least according to one of the possible way of analysis (where there are several), the subject that the proposition or some subordinate constituent proposition is about, and not what is said about the subject. (PoM, 43)

Die von den Eigennamen denotierten Terme wie 'Socrates' können in Propositionen nämlich nur als Terme (im engeren Sinne) vorkommen und nicht wie die Adjektive (und Verben) auch in der Assertion:

Socrates is not capable of that curious twofold use which is involved in *human* and *humanity*. (PoM, 45)

Russell präzisiert, dass seine Eigennamen<sub>R</sub> und Dinge weiter gefasst werden als dies im gewöhnlichen Verständnis (der Grammatik und Ontologie) der Fall ist:

Here proper names are to be understood in a somewhat wider sense than is usual, and things are to be understood as embracing all particular points and instants, and many other entities not commonly called things. (PoM, 44)

Russell zählt zu den Dingen<sup>1347</sup> nämlich auch partikuläre Raum - und Zeitpunkte, Personen, Zahlen und generell die Klassen (als Eines), wie folgender Bemerkungen zu entnehmen ist:

There are terms which can never occur except as terms; such are points, instants, colours, sounds, bits of matter, and generally terms of the kind of which existents consist. (PoM, 212).

[...] the objects of daily life, persons, tables, chairs, apples, etc. are classes as one. (A person is a class of psychical existents, the others are classes of material points, with perhaps some reference to secondary qualities). (PoM, 523)

---

<sup>1345</sup> Tatsächlich behauptet Russell später, dass die Substantive auch Begriffe bezeichnen können.

<sup>1346</sup> Russell verwendet hier das Verb 'is indicated', was so viel heißt wie 'wird benannt', 'wird angezeigt'.

<sup>1347</sup> "Here proper names are to be understood in a somewhat wider sense than is usual, and things are to be understood as embracing all particular points and instants, and many other entities not commonly called things." (PoM, 44)



All classes, it would seem, as numbers, men, spaces, etc., when taken as single terms, are things; (PoM, 45)

Zu den Eigennamen von PoM müssten neben 'Socrates' auch die Namen 'Homer', 'Apollo' und 'death' zählen. Russell betrachtet diese Namen in seiner Theorie von Bedeutung und Denotation differenzierter, wie unsere Analyse von OMDP<sup>1348</sup> gezeigt hat. Laut der Theorie von PoM handelt es sich in allen Fällen um Eigennamen, welche Terme oder Individuen designieren. Da solche Terme zwar ein Meinong'sches Sein, aber keine logische Struktur aufweisen, spricht Russell auch von den einfachen Termen<sup>1349</sup>. Als Kriterium gilt die syntaktische Regel, dass solche Terme nie in der Assertion auftreten können.

Russell unterscheidet in PoM weiters zwischen genuinen und abgeleiteten (derivative) Substantiven. Nur erstere gehören zu den Eigennamen<sub>R</sub>. Er schreibt:

Among substantives, some are derived from adjectives, and verbs, as humanity from human, or sequence form follows. (I am not speaking of an etymological derivation, but of a logical one.) Others, such as proper names, or space, time, and matter, are not derivative, but appear primarily as substantives. (PoM, 42)

Die Substantive<sub>R</sub> umfassen in der Kategorisierung Russells auch die substantivierten Adjektive, welche sich laut Russell nur grammatikalisch<sup>1350</sup> von den normalen Adjektiven unterscheiden. Die grammatikalische Kategorie<sup>1351</sup> zeigt also an, ob ein Term referentiell oder prädikativ gebraucht wird. Dieses Phänomen hat mit der Doppelnatur von Begriffen zu tun, wonach Begriffe sowohl als logische Subjekte als auch in der Assertion gebraucht werden können. Russell spricht manchmal auch - wie erwähnt - von den verschiedenen Arten des Vorkommens<sup>1352</sup> von Termen.

Dadurch dass Russell zu den Substantiven<sub>R</sub> auch substantivierte Adjektive und Verben hinzunimmt, weicht er von Freges Position ab, wie er selbst feststellt:

The meaning of proper name seems to be the same for him as for me, but he regards the range of proper names as confined to things, because they alone, in his opinion, can be logical subjects. (PoM, 505)

---

<sup>1348</sup> Siehe Abschnitt 6.2.2. von Kapitel II

<sup>1349</sup> Siehe Abschnitt 2 aus Kapitel I.

<sup>1350</sup> "[...] *human* and *humanity*, which only differ grammatically..." (PoM, 45)

<sup>1351</sup> "The fact is, as we shall see, that *human* and *humanity* denote precisely the same concept, these words being employed respectively according to the kind of relation in which this concept stands to the other constituents of a propositions in which it occurs." (PoM, 45)

<sup>1352</sup> Russell schreibt: "It might be thought that a distinction ought to be made between a concept as such and a concept used as a term, between, e.g., such pairs as *is* and *being*, *human* and *humanity*, *one* in such a proposition as "this is one" and "1 is a number"." (PoM, 45) Russell spricht auch von den Arten des Vorkommens von Termen. Dem 'Vorkommen als Begriff' entspricht in Russells späterer Terminologie das 'Vorkommen als Bedeutung' ("as meaning"), dem 'Vorkommen als Term' entspricht das 'Vorkommen als Entität' ("as entity") oder 'als Sein' ("as being"). Statt von "Vorkommen" spricht Russell auch von "Position", so z.B. von der Bedeutungsposition ("meaning-position") von Termen in Propositionen. Siehe Abschnitt 6.2.

Der Punkt ist, dass die Begriffe in Russells Philosophie - anders als in Freges Philosophie - nicht zu Dingen<sup>1353</sup> mutieren, wenn sie als logische Subjekte auftreten. Sie behalten - anders als bei Frege - ihren Status als Begriffe bei. Kommen wir zu den Adjektiven und den Verben.

### 3.3. Die Adjektive und die Verben

Die Adjektive und Verben tragen laut PoM zur Assertion bei, da deren Signifikate, die Begriffe - auch wenn diese laut (LS) ebenfalls als logische Subjekte von Propositionen auftreten können - auch prädikativ - oder wie Russell sich ausdrückt - in der Assertion auftreten können:

Adjectives and verbs, on the other hand, are capable of occurring in propositions in which they cannot be regarded as subject, but only as parts of the assertion. (PoM, 43)

Laut dieser Kennzeichnung kann es sich bei 'humanity' nicht um ein Adjektiv handeln, wie Russell an einer Stelle behauptet. Dieses kann in Propositionen ja in der Subjektposition bzw. als Term vorkommen. In der folgenden Analyse wollen wir solche Substantive daher zu den Eigennamen<sub>r</sub> zählen. Kommen wir jedoch nun zur Unterscheidung zwischen den Verben und den Adjektiven. Auch hier gibt es eine ontologische Entsprechung.

Während die Adjektive Prädikate bzw. Klassenbegriffe als Bedeutungen haben, bezeichnen die Verben Relationen, heißt es weiters:

Among concepts, again, two kinds at least must be distinguished, namely those indicated by adjectives and those indicated by verbs. The former kind will often be called predicates or class-concepts; the latter are always or almost always relations. (PoM, 44)

Russell bringt zude auch die Klassenbegriffe<sup>1354</sup> wie 'man' in die Nähe zu den Prädikaten. Wie wir in Kapitel I gezeigt haben, gelten daher die Propositionen P1 (Socrates is human) und P2 (Socrates is - a man) als fast identisch. Russell meint in PoM:

Predicates, then, are concepts, other than verbs, which occur in propositions having only one term or subject. (PoM, 45)

Wie wir in Abschnitt 4.1. von Kapitel I zu den Relationen festgestellt haben, stehen die Verben laut Russell in einer intrinsischen Beziehung zur Assertion<sup>1355</sup>. Wir haben weiters festgestellt, dass Russell die Assertionen - und damit indirekt die Verben - als konstitutiv für die Einheit der Propositionen ansieht. Da die Assertionen<sup>1356</sup> gewissermaßen die intensionalen Komponenten der PF sind, zeigt sich, dass Russells semantische Analyse der Verben im Prinzip mit dem Funktionsbegriff operiert. Er bemerkt in PoM folgendes:

---

<sup>1353</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 2.3.

<sup>1354</sup> "The class-concept ['man', meine Ergänzung] differs little, if at all, from the predicate ['human', meine Ergänzung]..." (PoM, 54-55)

<sup>1355</sup> Siehe Abschnitt 5.3. von Kapitel I.

<sup>1356</sup> Wie Beaney (Beaney 2009) gezeigt hat, hat Russell in der Endfassung von PoM vielerorts den Ausdruck 'Assertion' durch 'propositionale Funktion' ersetzt. Siehe Abschnitt 5.4.2.1. von Kapitel II.

Broadly speaking, classes are connected with adjectives, while propositional functions involve verbs. (PoM, 52) <sup>1357</sup>

Wir halten fest, dass Russell bei seiner semantischen Einstufung der Verben die funktionale Analyseform in PoM zuerst anwendet. Wie wir aus Abschnitt 3.3. aus Kapitel III wissen, ersetzt die funktionale Analyse immer mehr die dekompositionale Analyse. Wie folgende Überlegungen bezeugen, trägt die funktionale Analyse der Verben nicht zuletzt auch Züge der paraphrasierenden Analyse. Dabei geht es um den Sachverhalt, welcher durch den Unterschied zwischen den transitiven und den intransitiven Verben angezeigt wird.

Russell behauptet, dass der grammatikalische Unterschied zwischen den transitiven und den intransitiven Verben einen (logischen) Unterschied in der Struktur der Proposition widerspiegelt. Während das Relatum bei den transitiven Verben durch einen eigenen Ausdruck repräsentiert und auf diese Weise bestimmt wird, ist die Relation selbst bei intransitiven Verben laut Russell zwar bestimmt, das Relatum bleibt aber unbestimmt:

In intransitive verbs, the notion expressed by the verb is complex, and usually asserts a definite relation to an indefinite relatum, as in "Smith breathes." (PoM, 44)

Die Frage ist, warum ein Satz wie 'Smith breathes' wie der Satz 'Socrates teaches Plato' - und nicht wie der Satz wie 'Socrates is human' - zu analysieren sei. Wenn das intransitive Verb tatsächlich ein Relatum ausdrückt, stellt sich die weitere Frage, ob dieses dann in der Proposition enthalten ist oder nicht. Russells Bemerkung suggeriert, dass das Relatum in der Proposition versteckt<sup>1358</sup> enthalten ist und nur expliziert bzw. herausgearbeitet werden muss. Dieser Vorgang betrifft die funktionale Analyse, welche hier auch paraphrasierend operiert. 'Smith breathes' wäre möglicherweise als synonym mit einer offensichtlich relationalen Proposition wie 'Smith has a breath' anzusehen. Der letztere Ausdruck ist nichts anderes als eine Paraphrase des ersten.

Damit zeigt sich, dass Russell bereits in PoM - und nicht erst in OD - mit der paraphrasierenden oder interpretierenden Analyse sympathisiert. Dies bedeutet zugleich, dass hier das Prinzip (Aug) verletzt wird. Wenn der Ausdruck 'Smith breathes' eigentlich die Bedeutung des Ausdrucks 'Smith has a breath' hat, dann gilt (Aug) offensichtlich nicht mehr. Dem einzelne Ausdruck 'breathes' kann nämlich nicht ein einziger, einfacher R-Term als

---

<sup>1357</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus OMDP, wo Russell diese Beziehung in Zusammenhang mit der Unterscheidung zwischen Bedeutung und Denotation bzw. Referenz weiter zu erforschen scheint: "Verbs are words which *mean* the principal undenoted function in an asserted proposition: e.g. in  $\vdash \phi x$ ,  $\vdash$  is a verb; in a proposition  $\vdash X$  in which  $x$  is the only term.  $\dot{x} \vdash X$  occurs as verb; in a proposition  $\vdash (x \times y)$  in which  $x$  and  $y$  are the only terms;  $\dot{y} \dot{x} (x \times y)$  occurs as verb; and so on." (OMDP, 296)

<sup>1358</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung von Leibniz: "Denn beweisen heißt nichts andres, als vermittels der Auflösung der Termini eines Urteils und durch Einsetzung der Definition oder eines Teils derselben an die Stelle des Definierten eine gewisse Gleichheit oder ein Zusammenfallen des Prädikats mit dem Subjekte in einem umkehrbaren Urteil aufweisen; in anderen Fällen dagegen wenigstens zu zeigen, dass das Prädikat im Subjekt eingeschlossen ist, so dass, was in dem Urteil verborgen und gewissermaßen nur potentiell in ihm enthalten war, durch den Beweis zum klaren Ausdruck gebracht wird." (Leibniz 1996, 657)

Bedeutung zugeschrieben werden, sondern ein komplexer, welcher aus einem Term und einem Begriff besteht. Die Analyse der Verben ergibt demnach, dass die Sprache im Falle der intransitiven Verben die Tiefenstruktur nicht angemessen abbildet. Die Vorstellung der Transparenz der Sprache gilt hier nicht.

Ein anderer Punkt der semantischen Analyse der Verben in PoM betrifft die Tatsache, dass diese wie die Adjektive substantivisch gebraucht werden. Die substantivierten Verben gehören funktionell nicht zur Assertion, sondern zur Referenz und bezeichnen laut Russell propositionale Begriffe. Nur wenn die Verben als Verben gebraucht werden - also nur wenn sie in nicht-substantivierter Form vorliegen - verbinden sie aktuell Terme, heißt es in der folgenden Bemerkung. Russells Vermischung der Ebenen der Ausdrücke mit der Ebene der R-Terme gleich am Anfang des Ausschnitts ist typisch:

The verb, we say, is a concept which, like the adjective, may occur in a proposition, though it may also be made into a logical subject. One verb, and one only, must occur as verb in every proposition; but every proposition, by turning its verb into a verbal noun, can be changed into a single logical subject, of a kind which I shall call in future a propositional concept. Every verb, in the logical sense of the word, may be regarded as a relation; when it occurs as verb, it actually relates, but when it occurs as verbal noun it is the bare relation considered independently of the terms which it relates. (PoM, 52)

Wir halten zu Russells Analyse der Wortarten in PoM an dieser Stelle fest, dass die Eigennamen, Adjektive und Verben respektive die Dinge, die Prädikate (bzw. die Klassenbegriffe), und die Relationen bezeichnen. Die verschiedenen R-Terme sind - entsprechend (Aug) - nichts anderes als die Bedeutungen der sprachlichen Ausdrücke. Nun kommen wir zu Russells Analyse der denotierenden Ausdrücke, wie sie vor allem in Kapitel V von PoM präsentiert wird. Die für die Logik von PoM wichtigen, denotierenden Ausdrücke erzeugen in Russells Semantik und Ontologie ein Störungsfeld, wie wir wissen.

### 3.4. Die denotierenden Begriffe

Russell definiert die denotierenden Begriffe in PoM zunächst als Bedeutungen der denotierenden Ausdrücke. Die denotierenden Ausdrücke bestehen jeweils aus einem Determinator<sup>1359</sup> ('all', 'every', 'any', 'a', 'some' and 'the') und einem Substantiv, welches für einen Klassenbegriff steht:

A denoting phrase, we may now say, consists always of a class-concept preceded by one of the above six words [*all, every, any, a, some and the*“, meine Hinzufügung] or some synonym of one of them. (PoM, 56)

Jedem denotierenden Ausdruck entspricht nun ein vollkommen bestimmter denotierender Begriff, welcher verschiedene Terme denotiert:

---

<sup>1359</sup> Oder, wie Russell, aus einem synonymen Ausdruck. Siehe PoM 56.

It is to be observed that this five combinations [*all, every, any, a, some* + class-concept, meine Hinzufügung] yield neither terms nor concepts, but strictly and only combinations of terms. [...] Corresponding to each combination there is, at least if the terms combined form a class, **a perfectly definite concept**, which **denotes [meine Hervorhebungen]** the various terms of the combination combined in the specific manner. (PoM, 58)

Russells Bemerkung, dass die denotierenden Ausdrücke weder Terme noch Begriffe bezeichnen, weist darauf an, dass hier (Aug) verletzt wird. Hier tritt gewissermaßen der umgekehrte Fall ein wie bei den intransitiven Verben. Während die Analyse eines einzelnen Ausdruck dort mehrere R-Terme (einen Begriff und mindestens einen Term) als Bedeutung ergibt, liegen bei den denotierenden Ausdrücke in der Regel<sup>1360</sup> zwei Ausdrücke vor, welche eine einzelne (bestimmte) Bedeutung - den denotierenden Begriff - aufweisen.

In Hinblick darauf, was die denotierenden Begriffe dann eigentlich sind, bleibt Russell aber nach wie vor eher vage. Die Angabe, dass ein vollkommen definierter denotierender Begriff vorliegt, wenn man die oben angegebene syntaktische Anweisung ausführt und den Determinator 'all' (hier) vor die Variable eines Klassenbegriff schreibt, ist wohl nicht sehr informativ. Die entscheidende Frage muss sein, ob ein denotierender Begriff durch die Angabe der Komponenten eindeutig bestimmt ist<sup>1361</sup>, oder ob es sich dabei um einen Begriff handelt, dessen Komplexität derjenigen des in ihm enthaltenen Klassenbegriffs entspricht. Die Frage ist also, ob die denotierenden Begriffe letztlich Einheiten bilden, wie es Russell später in OMD in Betracht zieht:

But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire **unity [meine Hervorhebung]**, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning. (OMD, 318)

Russell stellt sich bereits in PoM in Bezug auf die denotierenden Begriffe ähnliche Fragen, so in Kapitel VI über die Klassen:

If *u* be a class-concept, is the concept "*all u's*" analysable into two constituents, *all* and *u*, or is it a new concept, defined by a certain relation to *u*, and no more complex than *u* itself? (PoM, 72)

Russell behauptet anschließend, dass der denotierende Begriff<sup>1362</sup> '*all u's*' normalerweise als synonym mit der Bedeutung des Ausdrucks '*u's*' aufgefasst wird, wobei letzterer keine

---

<sup>1360</sup> Später präzisiert Russell in OMDP: A phrase which has meaning, and unambiguously denotes an individual, is always, **in its logical essence, though not necessarily in linguistic form [meine Hervorhebung]**, compounded of a phrase which has only meaning, together with the word *the*. (OMDP, 285)

<sup>1361</sup> In PoM, 64 umschreibt Russell die denotierenden Begriffen übrigens als eine Art (algebraische) Summe der beiden Komponenten: "the concept of the two together".

<sup>1362</sup> Eigentlich handelt es sich um eine Klasse von denotierenden Begriffen, bzw. präziser um eine DF, welche eine Klasse von denotierenden Begriffen denotiert, wie Russell selbst meint. Siehe das Prinzip (DB) in Kapitel II, Abschnitt 6.2. Die Proposition 'All men are mortal' ist identisch mit 'Men are mortal': "[...] *men* and *all men*

Determinatoren enthält und vermutlich den Plural eines Klassenbegriffs bezeichnet. Wenn dies generell gilt, müssen Propositionen mit dem denotierenden Begriff 'all men'<sup>1363</sup> an der Subjektposition mit jenen Propositionen identisch sein, welche 'men' als Subjekt haben. Russell schreibt:

We may observe, to begin with, that "all u's" is synonymous with "u's", at least according to a very common use of the plural. Our question is, then, as to the meaning of the plural.<sup>1364</sup>  
(PoM, 72)

Russell führt in diesem Kontext - zusätzlich zu den Klassenbegriffen - den Begriff der Klasse (concept of a class) ein, wie folgende Stelle belegt:

[...] *men* and *all men* (which I shall regard as synonyms) do denote, and I shall contend that what they denote is the class composed of all men. Thus *man* is the class-concept, *men* (the concept) is the concept of the class, and men (the object denoted by the concept men) are the class. It is no doubt confusing, at first, to use *class-concept* and *concept of a class* in different senses; but so many distinctions are required that some straining of language seems unavoidable. (PoM, 67)

Der Begriff der Klasse denotiert laut Russell übrigens die Klasse als Vieles, wie man in PoM<sup>1365</sup> nachlesen kann. Russell legt sich jedenfalls auch an dieser Stelle in PoM nicht auf eine klare Position fest, was den Status der denotierenden Begriffe betrifft. Der Grund dafür ist wohl letztlich, dass er zu diesem Zeitpunkt über keine philosophisch befriedigende Theorie der Quantifikation und der Funktionen verfügt. Zunächst fasst er - wie es seiner realistischen Tendenz zur Reifizierung durchaus entspricht - dem Signifikat des Determinators 'all' einfach als Relation<sup>1366</sup> zu einem Klassenbegriff auf:

The word *all* has certainly some definite meaning, but it seems highly doubtful whether it means more than the indication of a relation. "All men" and "all numbers" have in common the fact that they both have a certain relation to a class-concept, namely to *man* and *number* respectively. (PoM, 72)

Die Bedeutung von 'all' muss aber unbestimmt bleiben, da es - so die Russells Überlegung - sehr schwer gelingen kann, ein gemeinsames Element (einen R-Term) zu isolieren, welches

---

(which I shall regard as synonyms) do denote, and I shall contend that what they denote is the class composed of all men." (PoM, 67)

<sup>1363</sup> Die Proposition 'All men are mortal' ist identisch mit 'Men are mortal': "[...] *men* and *all men* (which I shall regard as synonyms) do denote, and I shall contend that what they denote is the class composed of all men." (PoM, 67)

<sup>1364</sup> 'Men', aber nicht der Klassenbegriff 'man', wird von Russell wie 'all men' zu den denotierenden Begriffen gezählt: "We agreed to call *man* a class-concept, but *man* does not, in its usual employment, denote anything. On the other hand, *men* and *all men*, (which I shall regard as synonyms) **do denote [meine Hervorhebung]**, and I shall contend that what they denote is the class composed of all men. Thus *man* is the class-concept, *men* is the concept of the class, and men (the object denoted by the concept *men*) are the class." (PoM, 67)

<sup>1365</sup> "[...] the objects denoted by those concepts, of which the one denoted by *all men* was called the *class as many*, so that *all men* (the concept) was called the *concept of the class* ;(4) the class as one, i.e. the human race." (PoM, 80)

<sup>1366</sup> Siehe Abschnitt 4.

bei allen 'all' enthaltenden denotierenden Begriffen vorliegt. An dieser Stelle werden die Grenzen von Russells augustinischer Sprachauffassung und seines Realismus besonders deutlich. Wenn er im ersten Satz des gerade angeführten Zitates wohl dem Prinzip folgte, wonach jedes Wort eine bestimmte Bedeutung haben muss, so wird ihm jetzt klar, dass er den Determinatoren nicht ein einzelnes Objekt als sein Signifikat zuordnen kann. Russell ist sich der Tatsache bewusst, dass eine angemessene Theorie der Allquantifikation aussteht:

But it is very difficult to isolate any further element of *all-ness* which both share, unless we take as this element the mere fact that both are concepts of classes. (PoM, 72)

Im Kapitel XI über die Definition der Kardinalzahlen äußert sich Russell über die Relation zwischen den denotierenden Zahlbegriffen und den Klassen als den von ihnen denotierten Objekten. Die Zahlen sind als Eigenschaften von Klassen anzusehen, wie Russells berühmte Analyse ergibt:

*All men*<sup>1367</sup>, for example, denotes men conjoined in a certain way; and it is as thus denoted that they have a number. Similarly *all number* or *all points* denotes numbers or points conjoined in a certain way, and as thus conjoined numbers or points have a number. Numbers, then, are to be regarded as properties of classes. (PoM, 113)

Das abschließende Ergebnis, zu welchem Russell bei der Analyse der denotierenden Begriffe in PoM kommt, ist sogar für ihn sehr ernüchternd, wenn nicht enttäuschend. Er sieht sich in diesem Kontext sogar gezwungen, ein wichtiges Prinzip seiner philosophischen Methode<sup>1368</sup> von PoM infrage zu stellen, wenn er feststellt, dass die Sprache im Falle der denotierenden Begriffe ein schlechter Führer ist.

It would seem, then, that "*all u's*" is not validly analyzable into *all* and *u*, and that language, in this case as in some others, is a **misleading guide** [**meine Hervorhebung**]. The same remark will apply to *every*, *any*, *some*, *a*, and *the*. (PoM, 72-73)

Russell stellt selbst fest, dass die Sprache im Falle der denotierenden Ausdrücke ein unzuverlässiger Führer ist. Der entscheidende Punkt ist für ihn, dass (Aug) verletzt wird. Wenn (Aug) bei den denotierenden Ausdrücken nicht gültig ist, kann auch die dekompositionale Analyse nicht angewendet werden. Wie wir in Abschnitt 7.2. von Kapitel II gezeigt haben, wird Russell Monate nach dem Erscheinen von PoM die denotierenden Begriffe (indirekt auch die Ausdrücke) anhand der funktionalen Analyse als Funktionsanwendungen von DF analysieren. In PoM selbst muss Russell eine Antwort schuldig bleiben, wie die oben angeführten Bemerkungen belegen.

---

<sup>1367</sup> Russell nennt den Determinator 'all' auch "numerical conjunction", (PoM, 576 und 113)

<sup>1368</sup> "[...] grammar, though not our master, will yet be taken as our guide." (PoM, 42). Siehe dazu auch Kapitel III, Abschnitt 2.

Im nächsten Abschnitt sollen Russells Auffassungen zur speziellen Bedeutung der denotierenden Begriffe besprochen werden, welche seiner Philosophie nach PoM eine neue Richtung geben sollten.

Es zeigt sich, dass durch (Aug) indirekt das Prinzip (TCA) verletzt wird. (TCA) wird bei den denotierenden Ausdrücken gewissermaßen durch (AS) ersetzt. Wir haben dieses Prinzip - die denotierenden Begriffe betreffend - in Kapitel I wie folgt mit Makin<sup>1369</sup> formuliert:

**(AS) When an Aboutness-Shifter occurs in the subject-position of a proposition, the proposition is not about the Aboutness-shifter, but about what the Aboutness-shifter denotes.**

Russell behauptet in PoM, dass die denotierende Ausdrücke - korrekter die denotierenden Begriffe - eine Referenzverschiebung<sup>1370</sup> erzeugen:

When a class-concept, preceded by one of the six words *all, every, any, a, some, the*, occurs in a proposition, **the proposition is, as a rule, not *about* the concept of the two together, but about an object quite different from this [meine Hervorhebung]**, in general not a concept at all, but a term of complex of terms. (PoM, 64)

Auf diese Weise entsteht das Phänomen der Denotation, wobei die Terme (Dinge) oder die Komplexe von Termen, nicht direkt von den Wörtern bedeutet werden, wie dies bei der Designation durch die Eigennamen<sub>R</sub> der Fall ist. Bei den Kennzeichnungen ist es so, dass die denotierenden Ausdrücke die denotierenden Begriffe bezeichnen, welche dann die Terme denotieren können:

But the fact that description is possible [...] is due to a logical relation between some concepts and some terms, in virtue of which such concepts inherently and logically *denote* such terms. (PoM, 53)

Dabei ist es laut Russell nicht nur möglich, dass ein bestimmter oder mehrere Terme denotiert werden, sondern auch, dass überhaupt kein Term denotiert wird:

It is necessary to realize, in the first place, that a concept may denote although it does not denote anything. (PoM, 73)

Russell denkt in PoM scheinbar nicht daran den denotierenden Begriff 'no man' einzuführen. Allerdings spricht er in PoM von 'nothing' als denotierendem Begriff:

*Nothing* is a denoting concept, which denotes nothing. The concept which denotes is of course not nothing, i.e. it is not denoted by itself. The proposition which looks so paradoxical

---

<sup>1369</sup> Siehe Makin (2000), 18.

<sup>1370</sup> Siehe Abschnitt 4.3.



means no more than this; *Nothing*, the denoting concept, is not nothing, *i.e.* is not what itself denotes. (PoM, 75)

Die denotierenden Begriffe sind - wie die syntaktische Anweisung Russell zur ihrer Bildung nahelegt, (intensionale) Derivate<sup>1371</sup> der (intensionalen) Klassenbegriffe. Letztendlich sind sie aber - wie die Klassenbegriffe selbst, die Begriffe der Klassen, die Klassen als vieles, und auch die Klassen - von den Prädikaten abgeleitet. Russell betont in PoM die Verknüpfung der Prädikate mit der Denotation:

[...] Predicates are distinguished from other terms by a number of very interesting properties, chief among which is their connection with what I shall call *denoting*. One predicate gives rise to a host of cognate notions: thus in addition to *human* and *humanity*, which only differ grammatically, we have *man*, *a man*, *some man*, *any man*, *every man*, *all men*. (PoM, 45)

Die Denotation wird von Russell als logische Relation zwischen den denotierenden Begriffen und den Termen konzipiert. Wie wir im nächsten Abschnitt zeigen wollen, wird dieses Phänomen durch die spezielle Bedeutung der denotierenden Begriffen erzeugt. Wenn in der Bemerkung aus PoM die Prädikate allgemein mit der Denotation in Zusammenhang gebracht werden, so stellt Russell in den Raum, dass letztere die spezielle Intensionalität der denotierenden Begriffe teilen könnten. Damit wird - so behaupte ich - vage Russells semantische Kehrtwende nach PoM antizipiert.

Wie speziell in der Diskussion der Assertion und der Einteilung der R-Terme in Begriffe und Terme deutlich wurde, ist Russell in PoM nicht in der Lage, ein angemessenes Verständnis der Intensionalität zu gewinnen. Er hält am referentiellen Namenuniversalismus fest, ohne die Struktur der Proposition und die Prädikation auf befriedigende Weise erklären zu können. Ich will in den folgenden Abschnitten von Kapitel III zeigen, dass die zwei semantischen Grundrelationen 'meaning' und 'denotation' von Russells neuer Semantik nach PoM aus den zwei verschiedenen Arten von Bedeutung<sup>1372</sup> aus PoM durch eine Vertauschung hervorgeht. Zunächst wollen wir die spezielle Bedeutung analysieren, welche Russell in PoM exklusiv den denotierenden Begriffen zuschreibt.

### 3.5. Zwei Arten der Bedeutung

Ich will im Folgenden zeigen, dass Russell im Kontext der denotierenden Begriffe den Namensuniversalismus aufhebt. Dies geschieht dadurch, dass er ihnen eine spezielle Bedeutung zuschreibt, welche sich von der herkömmlichen Bedeutung abhebt.

Die banale, linguistische Bedeutung ist das Kernstück dessen, was ich in Abschnitt 2. mit Levine als augustinsche Sprachauffassung<sup>1373</sup> bezeichnet habe. Danach designieren oder benennen alle einzelnen Wörter jeweils einen einzelnen R-Term als deren Bedeutung. Diese

---

<sup>1371</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.1.6.

<sup>1372</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.5.

<sup>1373</sup> Siehe Abschnitt 2.

Bedeutung ist laut Russell nun für die Logik nicht von Belang. Für die Logik und die Mathematik hingegen ist die logische Denotation unverzichtbar, wie wir aus Abschnitt 2 von Kapitel II wissen. Bei den Definitionen der Mathematik<sup>1374</sup> werden anhand von denotierenden Begriffen Individuen (Terme im engeren Sinn) als die einzige Instanzen von Klassen bestimmt. Bei der Denotation<sup>1375</sup> ist nun die nicht-banale Bedeutung der denotierenden Begriffe relevant. Dabei handelt es sich laut Russell um kein psychologisches Phänomen, sondern um ein logisches, wie man der im letzten Abschnitt angeführte Bemerkung<sup>1376</sup> entnehmen kann. Russell macht deutlich, dass diese nicht-banale Bedeutung exklusiv den denotierenden Begriffen vorliegt und dass sie bei diesen die Referenzverschiebung erzeugt. Der ganze Absatz lautet in Russells Worten:

But such concepts as *a man* have a meaning in another sense: they are, so to speak, symbolic in their own nature, because they have the property which I call *denoting*. That is to say, when *a man* occurs in a proposition (e.g. "I met a man in the street"), the proposition is not about the concept *a man*, but about something quite different, some actual biped denoted by the concept. Thus concepts of this kind have meaning in a non-psychological sense. And in this sense, when we say "this is a man", we are making a proposition in which a concept is in some sense attached to what is not a concept. But when the meaning is thus understood, the entity indicated by *John* does not have meaning, as Mr Bradley contends; and even among concepts, it is only those that denote that have meaning. (PoM, 47)

Russell ist sich selbst darüber im Klaren, dass die Bedeutungen der denotierende Begriffe in der Semantik von PoM eine Besonderheit darstellen. Allerdings gesteht er in der Zusammenfassung am Ende von Kapitel V, dass die effektiven Bedeutungen [meine Übersetzung von 'actual meanings'] der denotierende Begriffe (in Kapitel V) nicht besprochen wurden und dass er darüber hinaus nichts zu sagen weiß:

In a full discussion, it would be necessary also to discuss the denoting concepts; the actual meanings of these concepts, as opposed to the nature of the concepts they denote, have not been discussed above. But I do not know that there would be anything further to say on this topic. (PoM, 65)

Dass die Bedeutungen im nicht banalen Sinne nicht einfach mit der Denotation der Begriffe zusammenfallen können, ist offensichtlich, wenn man an die Kennzeichnungen denkt, welche nicht denotieren. Wenn die Bedeutungen der denotierende Begriffen keine herkömmlichen R-Terme (Begriffe oder Dinge) bezeichnen - ist es wahrscheinlich dass sie nicht nur in der Semantik, sondern auch in der Ontologie von PoM eine Anomalie<sup>1377</sup> darstellen. Sie sind

---

<sup>1374</sup> "It is owing to this notion that mathematics can give definitions of terms which are not concepts [...]. Every term is the only instance of some class-concept, and thus every term, theoretically, is capable of definition." (PoM, 63). Siehe dazu Kapitel II, 2.5.

<sup>1375</sup> Die Bedeutung in diesem Sinne garantiert also die Potentialität und nicht die Aktualität der Denotation.

<sup>1376</sup> Siehe PoM, 53.

<sup>1377</sup> Die Frage ist, in welcher Hinsicht dies auch auf die Erkenntnistheorie zutrifft.

scheinbar komplexe Terme sui generis, über die Russell wenige Monate später folgendes sagt:

But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire unity, then the phrase, as a rule, expresses a **complex meaning** [**meine Hervorhebung**]. (OMD, 318)

Dass er diese Auffassung bereits in PoM vertreten hat, wird in folgendem Absatz deutlich, in dem er sich kritisch über die Logiker äußert:

The combination of concepts as such to form **new concepts, of greater complexity** [**meine Hervorhebung**] than their constituents, is a subject upon which writers on logic have said many things. But the combination of terms as such, to form what by analogy may be called complex terms, is a subject upon which logicians, old and new, give us only the scantiest discussion. (PoM, 55)

Wenn es Russell in PoM auch nicht gelingt, die spezielle Bedeutung der denotierende Begriffe zu erfassen, steht fest dass es sich hier um eine genuin intensionale Bedeutung handeln muss. Er beschreibt die Relation zwischen der Bedeutung und der Denotation nämlich als ein den Begriffen inhärentes Phänomen<sup>1378</sup>. Russell wird sich übrigens in PaD<sup>1379</sup> in einer Art über die Bedeutung von denotierenden Ausdrücken äußern, welche sie dem Frege'schen Sinn annähert. Im Appendix von PoM lehnt Russell Freges Semantik und die dazugehörige Terminologie noch strikt ab. Tatsächlich antizipiert folgende Analyse von Freges Theorie Russells eigene Theorie von Bedeutung und Denotation, wobei Russell Freges Ausdrücke 'Sinn' und 'Bedeutung' mit 'meaning' und 'indication' übersetzt:

"The present King of England" is, according to Frege, a proper name, and "England" is a proper name which is part of it. Thus here we may regard England as the argument, and "the present King of" as function. Thus we are led to "the present King of  $x$ ". This expression will always have a meaning, but it will not have an indication except for those values of  $x$  which at present are monarchies. The above function is not propositional. (PoM, 506)

Wir halten fest, dass Russell in PoM den Ausdruck 'meaning' für zwei verschiedene Phänomene verwendet, wenn er von einer gewöhnlichen und einer speziellen Bedeutung spricht. Hier besteht also Bedarf nach einen weiteren Ausdruck. Wir werden noch sehen, für welche Terminologie Russell dann in OMDP optiert. Damit wollen wir die Analyse der Semantik von PoM vorläufig abschließen. Im folgenden Schema soll Russells Auffassungen zu den Wortarten und ihrer semantischen Funktion festgehalten werden.

---

<sup>1378</sup> "But the fact that description is possible [...] is due to a logical relation between some concepts and some terms, in virtue of which such concepts **inherently** [**meine Hervorhebung**] and logically *denote* such terms." (PoM, 53)

<sup>1379</sup> Siehe Abschnitt 7.3.

Art der Ausdrücke	Bedeutung	Bedeutung <sub>b</sub>	Referenz
Eigennamen	Dinge bzw. Individuen	liegt nicht vor	= Bedeutung (Dinge)
Denotierende Ausdrücke	liegt nur teilweise vor <sup>1380</sup>	denotierende Begriffe	denotierte Dinge
Adjektive	Prädikate	Universalien bzw. Begriffe	= Bedeutung (Prädikate)
Verben	Relationen		= Bedeutung (Relationen)

In Abschnitt 5.6. soll übrigens ein differenzierteres Schema festgehalten werden. Kommen wir nun kurz zu FU, dem mutmaßlich erstem Manuskript der Funktionstheorie.

---

<sup>1380</sup> Und zwar in Form eines Klassenbegriffs. Zur Bedeutung des Determinators schreibt Russell in PoM: "But it is very difficult to isolate any further element of *all-ness* which both share, unless we take as this element the mere fact that both are concepts of classes." (PoM, 72). Und auch: "It would seem, then, that "*all u's*" is not validly analyzable into *all* and *u...*" (PoM, 72-73). Siehe oben.

#### 4. "Functions"

Wie wir wissen, beginnt Russell in FU die Ontologie von PoM grundlegend umzugestalten. Dieser Wandel kündigt sich im Appendix von PoM bereits an, wo die Auseinandersetzung mit Freges Auffassungen ihren Anfang nimmt. Während Russell in PoM die Terme in Dinge und Begriffe<sup>1381</sup> einteilt, werden die Objekte in FU in Terme<sup>1382</sup> und Funktionen unterteilt. Die Terme in FU scheinen den Dingen in PoM durchaus zu entsprechen, wenn man an die wenigen Beispiele<sup>1383</sup> denkt, welche Russell in FU anführt.

Die Terme sind als die Argumente von Funktionen erster Stufe definiert, Funktionen erster Stufe als Funktionen von Termen. Alle Komplexe entstehen aus Funktionen und sind daher nicht so grundlegend wie Funktionen und Terme. Die Komplexität der Komplexe beruht auf der Komplexität der Funktionen (und nicht der Terme). Die in der Ontologie von PoM noch als Fremdkörper auftretenden Funktionen werden nun als legitime, intensionale Objekte eingestuft. Sie ersetzen die Begriffe aus PoM als Instrumente für die Verallgemeinerung, wie gleich deutlich werden sollte.

Wie wir in Abschnitt 6.2.1. von Kapitel II erfahren haben, versteht Russell die Funktionen in FU als jene Elemente der Komplexe, welche bei der Substitution von Termen konstant bleiben. Dabei handelt es sich weniger um eine Definition, als um eine Erklärung. Für Russell steht zweifelsfrei fest, dass die Funktionen<sup>1384</sup> - und nicht die Komplexe - logisch grundlegend sind. Russell schreibt in FU:

When any expression contains a constituent  $x$ , it is possible to conceive of  $x$  being replaced by  $y$  or  $z$  or any other term, without any other change being made in the expression. When this is done, something remains constant while the term in question is changed. This something is called a *function*. The expression containing  $x$  is called the value of the *function* for the *argument*  $x$ ... (FU, 50)

Ich habe dieses Zitat noch mal zur Gänze angeführt, weil Russells hier von den Funktionen und den Terme scheinbar als sprachlichen Ausdrücken spricht. Die Tatsache, dass der Funktionskalkül vorwiegend auf einer syntaktischen Ebene angesiedelt ist, bedingt bei Russell die Tendenz zur Aufwertung der linguistischen Perspektive.

---

<sup>1381</sup> Diese ontologische Dichotomie erinnert zwar an diejenige Freges von Funktion und Gegenstand, ist aber wesentlich anders konzipiert. Funktionen werden nicht als ungesättigte Entitäten den Termen bzw. Gegenständen als gesättigten Entitäten gegenübergestellt. Funktionen sind das logische Kernstück in Russells Philosophie nach PoM und stehen nach meiner Deutung gewissermaßen für eine formale "Dereifizierung" der Relationen. Die Terme treten in Propositionen letztendlich wohl als 'logische Atome' auf, die also keine Relationen für die Gesamtbedeutung der Proposition bereitstellen.

<sup>1382</sup> Dies entspricht mit einiger Sicherheit der Verwendung von 'Term im engeren Sinne'.

<sup>1383</sup> "[...] it may be Socrates, the moon, particular point of space, or any other term we please..." (FU, 51)

<sup>1384</sup> "The notion of function is indefinable; but by of explanation it may be said that a function it may be said that a function is to be conceived as the relation of the expression  $X$  to the term  $x$  which occurs in it." (FU, 50). Und auch: The notation  $\phi/x$  represents the logical genesis of all complexes, whereas the notation  $x'(X)$  represents an analysis by which the functional part of the complex is detached. (FU, 50)

Andererseits steht fest, dass Russell die Ontologie von PoM auch nach OD nicht aufgibt, sondern nur modifiziert. Deshalb kann man davon ausgehen, dass die Funktionen und die Terme in FU eigentlich nicht-sprachliche Entitäten sind. Folgende Bemerkungen Russells zur Semantik in FU scheinen dies zu bestätigen:

Thus we shall speak of the sine, the logarithm, the square, being a man, the property that if one is a man one is a mortal, as functions. In common language, verbs, prepositions, and in a sense adjectives, express functions; the words that do not express functions may all be called, by a slide extension, proper names. (FU, 51)

Wie aus obigen Zitat hervorgeht, sind die Signifikanten der Terme die Eigennamen, die der Funktionen die anderen Wortarten. Die Anmerkung im letzten Satz ("by a slide extension") weist möglicherweise darauf hin, dass die Namen eine ähnliche Extension erfahren wie in PoM. Die Anmerkung zu den Adjektiven ("and in a sense adjectives") ist schwieriger zu deuten.

Von größerer Tragweite sind bestimmte Bemerkungen Russells im Kontext seiner Untersuchung der Frage, welche Komplexe funktional sind und welche nicht. Russell identifiziert dabei die Funktion - meines Wissens zum ersten Mal - als Bedeutungselement, und den Funktionswert mit der Denotation der Funktion. Russell schreibt in FU:

The fact is, of course, functions have to do with meaning, not with denotation. (FU, 73)

*Suggestion.* An independent variable has denotation only, a dependent ditto has both denotation and meaning. (FU, 73)

Die hier ausgedrückte Identifikation der Funktion mit der Bedeutung ist die Basis für Russells Theorie von Bedeutung und Denotation, wie ich zeigen will. Wie wir noch sehen werden, sollte diese Idee in den Schriften OMDP und OMD weiter ausgeführt werden. Da diese Manuskripte die Anwendung der Funktionstheorie auf die linguistische Semantik zum Hauptthema haben, zeigt sich hier die komplexe Verwebung des Funktionsbegriffs mit Russell neuer Theorie von Bedeutung und Referenz besonders deutlich. Bleiben wir aber noch kurz beim Funktionsbegriff.

Wir haben wiederholt festgestellt<sup>1385</sup>, dass Russell die Variable  $x$  in seiner frühen Philosophie als eine Art denotierenden Begriff auffasst. Wenn Russell nun in FU meint, dass die unabhängige Variable nur eine Denotation, aber keine Bedeutung aufweist, korrigiert er damit seine alte Auffassung. Der abhängigen Variablen schreibt er sowohl eine Bedeutung, als eine Denotation zu. Russell sagt nicht explizit, welche Funktionen er mit dem Ausdruck 'dependent ditto' meint. Die angeführten Beispiele weisen zunächst darauf hin, dass die allgemeinen Funktionen gemeint sein könnten:

---

<sup>1385</sup> Siehe Abschnitt 5.3. von Kapitel II.

Thus we shall speak of the sine, the logarithm, the square, being a man, the property that if one is a man one is a mortal, as functions. In common language, verbs, prepositions, and in a sense adjectives, express functions; the words that do not express functions may all be called, by a slide extension, proper names. (FU, 51)

Tatsächlich ist eher davon auszugehen, dass Russell auch hier die PF als die grundlegenden Funktionen ansieht. Halten wir das vorläufige Ergebnis zur Semantik von FU in einem Schema zu den Wortarten und den Objekten für FU fest:

"Functions" (1903)

KIND OF WORD	DENOTATION/ MEANING	TYPE OF OBJECT	EXAMPLES
<i>proper names</i>	<i>denote</i>	terms	Socrates, the moon, particular point of space...
<i>verbs, prepositions, adjectives</i>	<i>meaning</i>	functions	the sine, the logarithm, the square, being a man, the property that if one is a man one is a mortal.

Die Lektüre von FU legt nahe, dass Russells Theorie von Bedeutung und Denotation im Kontext der Funktionstheorie entsteht. Wie wir wissen, verabschiedet sich Russell in FU<sup>1386</sup> definitiv von der Ontologie von PoM. Die R-Terme werden nun nicht mehr in Dinge und Begriffe, sondern in Funktionen und Individuen eingeteilt.

Meine Hypothese zu Russells Vorgehen in FU, geht nun in folgende Richtung. Zuerst analysiert Russell - nach Anregung durch Freges Theorie<sup>1387</sup> - die Komplexe anhand des Funktionsbegriffs. In einem zweiten Schritt geht er zur Semantik über und identifiziert die Funktion mit der Bedeutung und den Funktionswert mit der Denotation. Tatsächlich nimmt die funktionale Analyse in FU fast den ganzen Raum in Anspruch, während die Bemerkungen zur Semantik der Wortarten und auch zur Identifikation der Funktion mit der Bedeutung eher am Rande stehen. Kommen wir zu OMDP, einem Manuskript, welches nun die Semantik zum primären Gegenstand hat und zugleich auf die Funktionstheorie von FU aufbaut.

<sup>1386</sup> Siehe Abschnitt 6.2.1. von Kapitel II.

<sup>1387</sup> Siehe Appendix von PoM.

## 5 "On Meaning and Denotation of Phrases"

### 5.1. Einleitung 388

### 5.2. Eigennamen 391

### 5.3. Adjektive und Verben 394

### 5.4. Die denotierenden Ausdrücke 397

### 5.5. Die nicht-funktionalen Ausdrücke 402

### 5.6. Die Entstehung von Russells Theorie von Semantik und Denotation 404

### 5.7. "Elements of Grammar for the Young" 408

#### 5.1. Einleitung

In OMDP<sup>1388</sup> steht - anders als in FU - nicht die Funktionstheorie, sondern die Semantik im Vordergrund. Diese weist im Vergleich zur jener von PoM einige noch größere Änderungen auf als FU. Das auffälligste Element ist, dass von Bedeutung (meaning) und Denotation (denotation) nicht nur in Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen die Rede ist, sondern auf weitere Wortarten bezogen wird. Dieser Diskurs sollte bis zur seiner Demontage in OD in ähnlicher Form auch in den anderen Manuskripten vorkommen.

Von großer Tragweite für die Semantik in OMDP ist Russells Behauptung, wonach jede Proposition eine Bedeutung und eine Denotation aufweisen muss. Diese Forderung entspricht jenem Prinzip aus PoM<sup>1389</sup>, wonach jede Proposition aus einem logischen Subjekt und einer Assertion<sup>1390</sup> bestehen muss. Hinter beiden Theorien steht die Auffassung, dass jede Proposition sowohl aus nicht-strukturierten (extensionalen) als auch aus strukturierten (intensionalen) Komponenten bestehen muss.

In any sentence denoting a proposition, one at least of the constituent words or phrases that occur must denote, though it may also mean; and one at least of the constituent words or phrases must mean without denoting. Any object which is denoted by a constituent word or phrase is called a *term* in the proposition. (OMDP, 287)

'Socrates' ist der einzige Term der Proposition 'Socrates died'.<sup>1391</sup>

The Sentence ['Socrates was the master of Plato'] also both means and denotes; every portion means without denoting, *i.e.* every single word, and every collection of consecutive words, except those already specified as denoting. (OMDP, 287)

<sup>1388</sup> Vermutlich zwischen Juni und Dezember 1903 verfasst, siehe CP4, xlviii.

<sup>1389</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 3.3.2.

<sup>1390</sup> Ein Korollar zum Prinzip, dass jede Proposition mindestens ein Subjekt und eine Assertion haben muss, verlangt, dass in jeder Proposition mindestens ein Verb vorliegen muss: "**One verb, and one only, must occur as verb in every proposition [meine Hervorhebung];**" (PoM, 52). Siehe Abschnitt 4.1. von Kapitel I.

<sup>1391</sup> OMDP, 287.



Wenn Russel behauptet, dass der Satz 'the present King of France is bald' keine Proposition denotiert<sup>1392</sup>, zeigt sich deutlich, dass er sich von der Ontologie von PoM entfernt hat. In der Ontologie von PoM gelten Propositionen als komplexe Begriffe bzw. komplexe Bedeutungen, welche entsprechend (Aug) aus den Bedeutungen der einzelnen Wörter resultieren. Da in PoM auf Satzebene aber nicht zwischen Bedeutung und Denotation unterschieden wird, gelten auch Sätze mit Denotationslücken als Ausdrücke für Propositionen. In OMDP schreibt Russell den Ausdrücken wie 'the present King of France' nur eine Bedeutung, aber keine Denotation zu. Propositionen mit nicht-denotierenden Ausdrücken in Subjektposition haben keine Denotation und verletzen damit das oben formulierte Prinzip.

Wir haben in Kapitel II festgestellt, dass das vorliegende Manuskript OMPD eindeutig zur Funktionstheorie gehört. Die Ontologie von OMDP folgt tendenziell jener von FU, welche die Objekte in Funktionen und Terme unterteilt - und nicht jener von PoM, welche die R-Terme in Begriffe und Dinge unterscheidet. Allerdings ist in OMPD nicht wie in FU von Termen die Rede ist, sondern von Individuen. Letztere Bezeichnung ist geeigneter, um den Kontrast zu den universellen Funktionen auszudrücken, welche in der Funktionstheorie ja die Klassen als logisches Instrument der Verallgemeinerung ersetzen. Möglicherweise finden sich in OMDP noch weitere Hinweise, welche belegen, dass dieses Manuskript<sup>1393</sup> nach FU entstanden ist. Folgende Bemerkung aus OMDP zu den funktionalen Komplexen scheint geradewegs von FU<sup>1394</sup> übernommen zu sein:

Thus our complex  $X$  is replaced by  $\{x'(X)\}_x$ , which, in the above instances, denoted the same object as was denoted by  $X$ , but different from  $X$  as regards meaning. (OMDP, 289)

Russell Ausführungen in OMDP erscheinen im Vergleich zu jenen in FU stärker entwickelter und ausführlicher zu sein. Wahrscheinlich hat Russell die grundlegenden Ideen zum Funktionsbegriff zuerst in FU entwickelt, um sie dann in OMDP auf die Semantik zu übertragen und zugleich weiter zu entwickeln. Kommen wir nun zur Semantik von OMDP.

Russell teilt die Wortarten dort in drei verschiedene Kategorien ein:

Words and phrases are of three kinds: (1) those that denote without meaning; (2) those that mean without denoting; (3) those that both mean and denote. [...] are also of three kinds:

Diesen Wortarten entsprechen - wie schon in PoM<sup>1395</sup> - drei Arten von Objekten, nämlich die Individuen, die nicht-funktionalen Begriffe und die Funktionen:

<sup>1392</sup> Siehe OMDP, 286.

<sup>1393</sup> Das vom Herausgeber vermutete Entstehungsdatum von FU ist zwischen Mai und Dezember 1903 angesetzt und das von OMDP nach Juni, aber vor Dezember desselben Jahres.

<sup>1394</sup> Die entsprechende Stelle aus FU lautet: "Also  $x'(\phi/x)$  will be another symbol for  $\phi$ ; and thus  $\{x'(\phi/x)\}_x$  will be another symbol for  $\phi/x$ ." (FU, 50)

<sup>1395</sup> Im Vergleich zu PoM ist die Kategorie der nicht-funktionalen Begriffe neu.

Objects are also of three kinds: (1) those that can only be denoted; (2) those that can only be meant; (3) Those that can be either meant or denoted. [...]. The first kind of objects I propose to call *individuals*; the third shall be called *functions*; the second and the third together shall be called *concepts*; and the second alone shall be called *non-functional concepts*. [...] (OMDP, 287)

Im Folgenden soll die These belegt werden, wonach Russells neue Terminologie von der Bedeutung und der Denotation als Vertauschung der Terminologie von PoM entsteht. Die (spezielle)<sup>1396</sup> Bedeutung der denotierenden Begriffe aus PoM wird - so meine These - nun auch den Verben und den Adjektiven (und weiteren Wortarten) zugeschrieben. Auch wenn diese Ausdrücke nicht wie die denotierenden Begriffe aus PoM im eigentlichen Sinn denotieren, so weisen sie doch eine intensionale Dimension, eine Bedeutung, auf. Die (herkömmliche) Bedeutung im Sinne des Namensuniversalismus von PoM hingegen wird in OMDP nur den Eigennamen<sup>1397</sup> zugeschrieben und als Denotation (im Sinne der Designation) bezeichnet. Tatsächlich liegen die Dinge noch um einiges komplexer, wie gleich deutlich werden sollte.

Halten wir zunächst Russells Einteilung der Wortarten und Objekte in OMDP fest:

	1. KATEGORIE	2. KATEGORIE	3. KATEGORIE
<b>Ausdrücke</b>	Ausdrücke, die denotieren, ohne zu bedeuten.	Ausdrücke, die bedeuten, ohne zu denotieren.	Ausdrücke, die bedeuten und denotieren

	1. KATEGORIE	2. KATEGORIE	3. KATEGORIE
<b>Objekte</b>	<b>Individuen</b> sind R-Terme, die denotiert, aber nicht bedeutet werden können.	<b>Nicht-funktionale Begriffe</b> sind Pseudo-Entitäten.	<b>Funktionen</b> sind Objekte, die bedeutet und denotiert werden können.

Wie wir gleich zeigen werden, gibt es aber keine eindeutige Zuordnung der Ausdrücke mit Objekten derselben Kategorie. Speziell wird deutlich, dass die Ausdrücke der 2. Kategorie in der Regel Objekte der 3. Kategorie bedeuten. Russell hält die Objekte der 2. Kategorie für problematisch.

Beginnen wir mit jener Kategorie von Ausdrücken, welchen traditionell die Funktion der Designation zugeschrieben wird, nämlich den Eigennamen.

<sup>1396</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 3.5.

<sup>1397</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.2.

## 5.2. Eigennamen

Zur Kategorie der Ausdrücke, welche denotieren ohne zu bedeuten - also zu den Namen - gehört beispielsweise der Name 'Caesar' oder 'Arthur Balfour', welche Individuen denotieren:

A proper name, such as *Arthur Balfour*, is destitute of meaning, but denotes an individual. (OMDP, 284)

Diese Auffassung entspricht weitgehend der Theorie von PoM, wonach die Eigennamen die Russell'schen Dinge designieren. Russell zählt in OMDP aber auch Substantive auf, welche traditionell nicht zu den Namen gezählt werden. Substantive wie 'blackness' und 'death' - aber scheinbar nicht alle Substantive - gehören auch dazu. Im Unterschied zu den herkömmlichen Eigennamen designieren sie aber nicht Individuen, sondern die Bedeutung von Adjektiven oder Verben.

The word *blackness*, on the contrary, denotes, but does not mean, the very same object as that which the word *black* means without denoting. (OMDP, 284)

Solche Substantive benennen anscheinend Abstrakta. Laut Russell handelt es sich auch bei ihnen um Eigennamen:

*Blackness*, like *Arthur Balfour*, is a proper name, and is destitute of meaning. (OMDP, 284)

Der Punkt ist, dass Russell mit 'Denotation' tatsächlich die Namensfunktion - also die Designation - meint, welche in PoM - mit der Ausnahme der denotierende Begriffe - als universelle semantische Funktion gilt und als Bedeutung (meaning) bezeichnet wird. Die (logische) Denotation war in PoM den denotierende Begriffen vorbehalten, wurde dort nicht auf direkte Weise sprachlichen Ausdrücken zugeschrieben. Beleben wir aber vorerst bei den Substantiven.

Russell führt noch ein anderes Beispiel an, welches uns auf eine neue Fährte bringt. Er behauptet erstens, dass solche Substantive Bedeutungen benennen. Dann sagt er auch, dass sie Namen von Funktionen sind:

Death is a proper name, destitute of meaning, but denoting a meaning. (OMDP, 288)

Thus death is the proper name of a function. (OMDP, 286)

Wenn Substantive wie 'death' also Namen von Bedeutungen und Namen von Funktionen sind, heißt dies, dass Russell die Bedeutungen als Funktionen interpretiert. Das Wort 'death' bezeichnet demnach eine Funktion bzw. einen funktionalen Begriff. Dass Russell in OMDP diese Auffassung tatsächlich vertritt, haben wir in Abschnitt 6.2.2. bereits festgestellt. Die Besonderheit des Eigennamens 'death' liegt darin, dass seine Denotation - im Unterschied

zu der des Namens 'Sokrates'<sup>1398</sup> - auch bedeutet werden kann - wie wir in der Besprechung der anderen Wortarten sehen werden.

Bei 'death' wird eine bestimmte Bedeutung (eine Funktion) - nämlich die Bedeutung von 'dies' denotiert - wie wir gleich sehen werden. Die Funktionen sind laut Russell nun aber gerade keine Individuen. Eine PF wie 'x died' denotiert kein Individuum, sondern bestenfalls eine Klasse von R-Termen. Dies entspricht durchaus dem Analysemodell von OMDP, wonach 'death' als der 'Rest von X' definiert ist, wobei X die Proposition 'Caesar died' ist. Diese PF, welche eine Bedeutung ist, wird ihrerseits durch 'death' denotiert. Individuelle Ereignisse, wie der Tod Caesars ('the death of Caesar'), können andererseits nur durch das Hinzunehmen des bestimmten Determinators - also durch eine DF - denotiert werden. Kommen wir nun zu den Substantiven, welche Russell jetzt differenzierter betrachtet als in PoM.

Wenn wir die jeweiligen bezeichneten Objekte betrachten, fragt sich, ob Individuen wie Sokrates nicht auch beschrieben bzw. bedeutet werden können. So ist der Term 'Sokrates' nicht nur die Designation des Eigennamens 'Sokrates', sondern und auch die Denotation des (denotierenden) Begriffs 'der Lehrer Platons'<sup>1399</sup>. Letzterer ist das Signifikat des Ausdrucks 'der Lehrer Platons', welcher zu jenen Ausdrücken gehört, welche sowohl denotieren, als auch bedeuten. Die Objekte, welche nur denotiert, aber nicht bedeutet werden können, bezeichnet Russell als "Individuen".

Im Falle von 'Homer'<sup>1400</sup> liegen die Dinge scheinbar anders, da es sich nicht um einen reinen Designator handelt. Laut OMDP hat dieser Name eine Bedeutung und ist synonym mit 'Autor der Ilias und der Odyssee' angenommen wird:

[...] even genuine proper names, when they belong to interesting people, tend to become names which have meaning. [...]. If we ask: "Was there such a person as Homer?", the meaning of the word Homer is fixed, and the question is: Does this meaning denote anything? [...] ... the word Homer is a synonym for "the author of the Iliad and the Odyssey". (OMDP, 285)

Während Namen wie 'Homer' gewissermaßen hybride sind, gibt es noch die Namen von fiktiven Personen (und Ereignissen) wie 'Apollo'<sup>1401</sup>. Diese werden in der Theorie von OMDP aber nicht als Eigennamen, sondern als reine Beschreibungen interpretiert. Solche Pseudo-Namen gehören zu den Ausdrücken, welche eine Bedeutung aber keine Denotation

---

<sup>1398</sup> Deshalb gibt es das Verb 'dies' - aber nicht 'socratizes'. 'Homerizes' oder 'apollosizes' hingegen, könnte es, wie anschließend gezeigt wird, geben, da hier laut Russell jeweils ein Bedeutungselement vorliegt.

<sup>1399</sup> "What is denoted by *Socrates* is identical with what is denoted by *the master of Plato* ...". (OMDP, 287)

<sup>1400</sup> "and even genuine proper names, when they belong to interesting people, tend to become names which have meaning." [...]. "If we ask: "Was there such a person as Homer?", the *meaning* of the word *Homer* is fixed, and the question is: Does this meaning denote anything? " [...] "... the word *Homer* is a synonym for "the author of the Iliad and the Odyssey." (OMDP, 285)

<sup>1401</sup> "We decided that proper names - of which *Apollo* appears to be one - have only denotation, not meaning; but in the present case, the name denotes nothing, since *Apollo* is a figment..." "[...] *Apollo* is not a proper name like *Aeschylus*;" [...]. "Thus imaginary proper names are really substitutes for descriptions. (OMDP, 285)

aufweisen. Der Ausdruck 'Apollo' unterscheidet sich andererseits von den anderen Ausdrücken der 3. Kategorie - wie dem Verb 'dies' und auch von den Substantiven wie 'death' - darin, dass hier - wie auch beim Namen 'Homer' - die Bedingung der Einzigartigkeit<sup>1402</sup> gegeben ist.

Wichtig erscheint mir die Ähnlichkeit der Namen fiktiver Personen oder Ereignissen<sup>1403</sup> mit den denotierenden Ausdrücken. So liegt beim Ausdruck 'Apollo' wie beim Ausdruck 'der gegenwärtige König von Frankreich'<sup>1404</sup> scheinbar eine Funktion und eine Bedeutung vor, aber kein Funktionswert oder Denotation. Russell hat diese Idee vermutlich zuerst in OMD<sup>1405</sup> formuliert.

Russell argumentiert, dass solche Ausdrücke eine Bedeutung haben. Andersfalls wäre das Aussprechen eines Namens wie 'Apollo' nur ein Geräusch eben ohne Bedeutung. Auf den ersten Blick erscheint 'Apollo' wie ein richtiger Eigennamen:

We decided that proper names - of which *Apollo* appears to be one - have only denotation, not meaning; but in the present case, the name denotes nothing, since *Apollo* is a figment, it would seem to result that any phrase in which his name occurs must denote nothing; also, if *Apollo* neither denotes nor means, it becomes a meaningless noise; (OMDP, 285)

Die Bedeutung von solchen Namen besteht - wie man folgendem Absatz entnehmen kann - in einer Beschreibung, welche als Kennzeichnung der fiktiven Person bzw. des fiktiven Ereignisses fungiert:

There is, however, plainly a proper and an improper use of the word *Apollo*, from which it follows that, since nothing is denoted by it, something must be meant. This is, in fact, a general principle with imaginary persons or events; they have not, like the actual ones, a definition as just this, but they are described by means of a collection of characteristics of the combination of which they are conceived to be the only instance. [...] thus *Apollo* is not a proper name like Aeschylus; (OMDP, 285)

Russell bringt die Funktion der Pseudo-Namen anschließend auf den Punkt:

Thus imaginary proper names are really substitutes for descriptions. (OMDP, 285)

Eine schwierige Frage lautet, ob die Bedeutung von Ausdrücken fiktiver Personen (wie bei 'dies') denotiert werden kann, oder nicht. Dazu später mehr.

Halten wir die Resultate unserer Untersuchung zu den Substantiven in einer Übersicht fest:

---

<sup>1402</sup> "This is, in fact, a general principle with imaginary persons or events; they have not, like the actual ones, a definition as just this, but they are described by means of a collection of characteristics of the combination of which they are conceived to be **the only instance [meine Hervorhebung]**." (OMDP, 285)

<sup>1403</sup> Siehe Abschnitt 4.3.5.

<sup>1404</sup> Siehe OMDP, 285.

<sup>1405</sup> Siehe Abschnitt 8.4.

NAME	'Sokrates'	'Homer'	'Apollo'	'death'
<b>Bedeutung</b>	/	Der Autor der Ilias und der Odysse (Der gegenwärtige König von England)	Der griechische Gott der Weisheit und des Traumes (Der gegenwärtige König von Frankreich)	/
<b>Denotation</b>	Sokrates	Homer	/	eine Funktion*

\* Es handelt sich hier um eine Bedeutung, nämlich die des Verbs 'dies'.

Kommen wir nun zur Analyse der anderen Wortarten.

### 5.3. Adjektive und Verben

Für die Kategorie der Adjektive und Verben fällt der Vergleich zwischen OMDP und PoM aber ganz anders aus. Während die denotierende Begriffe in PoM als die exklusiven Träger von speziellen Bedeutungen angesehen wurden, werden in OMDP - so lautet meine These - zunächst auch die Adjektive und die Verben - neben den bereits besprochenen Namen von fiktiven Personen und Ereignissen eingeschlossen. In der Terminologie von OMPD, welcher weitestgehend auch derjenigen von OD entspricht, haben Adjektive und Verben<sup>1406</sup> eine Bedeutung, aber keine Denotation. In Russells Worten:

[...] verbs and adjectives have meaning, but no denotation. They *mean*, when they occur in a sentence, whatever they do mean: "The table is black", for example contains the words *is* and *black*, which, as they occur in this sentence, mean, but do not denote, the objects to which they refer. (OMDP, 284)

Allerdings komplizieren sich die Dinge auch hier, wenn Russell meint, dass auch Substantive wie 'Table' ebenfalls zu dieser Kategorie gehören.

*Table*, by itself, is like an adjective; it means, without denoting; (OMDP, 284)

Es ist nicht unmittelbar klar, warum 'table' nicht zur selben Kategorie wie 'blackness' und 'death' gezählt werden soll. Während die zwei Ausdrücke 'blackness' und 'death' laut Russell Bedeutungen denotieren, soll sich 'table' semantisch eher wie 'black' verhalten. Russell ist sich dieser Schwierigkeit durch aus bewusst, wenn er, nachdem er festgestellt hat, dass Substantive ihre Referenz denotieren<sup>1407</sup>, in einer Fußnote zum Manuskript 11c ("Elements of Grammar for the Young") folgendes anmerkt:

<sup>1406</sup> Russell nennt noch ein anderes Beispiel für die Verben: "[...] this word ['died'] means without denoting." (OMDP, 286)

<sup>1407</sup> "Substantives are words which *denote* their signification." (OMDP, 295)

There is a difficulty about class-names, e.g. *table*, *man*. These might seem to denote functions; but if so, how do they differ from *tabularity* and *humanity*? (OMDP, 295)

Die naheliegende Antwort könnte lauten, dass 'table' - aber nicht 'blackness' - prädikativ, d.h. als Teil der Assertion gebraucht werden kann. Das Kriterium dafür kann aber allerdings kaum syntaktischer, grammatikalischer Art sein. Russell scheint zunächst keine Lösung dafür bereit zu haben.

Die entscheidende Neuerung in OMDP betrifft Russells These, dass die Adjektive und Verben Funktionen bedeuten, welche von verwandten Substantiven denotiert werden:

*Death* is a proper name, destitute of meaning, but denoting a meaning. Thus that what is denoted by the word "death" is a constant element of "x died". [...] death is perhaps the whole of what is constant in "x died". *Death* is the name of a function, for it is a proper name denoting an object which can occur as meaning in a complex. (OMDP, 288-9).

Obwohl ein Verb wie 'dies' laut OMDP wie die Präposition 'of' bedeutet, ohne zu denotieren, liegt hier scheinbar - anders als bei 'of' - ein entsprechender R-Term vor. Die Bedeutung des Verbs 'dies', nämlich die Funktion 'x died', wird durch das Substantiv 'death'<sup>1408</sup> denotiert. Russell meint deshalb, dass die Verben (und die Adjektive) zu den funktionalen Begriffen gehören.

Wie wir in Abschnitt 6.2.2. von Kapitel II festgestellt haben, symbolisiert Russell solche Funktionen in OMDP mit ' $\phi$  of x' bzw. ' $\phi|x$ '. Alternativ dazu verwendet er eine Notation, welche von den Komplexen - und nicht von den Funktionen - ausgeht, nämlich ' $x'(X)$ ' bzw. ' $\{x'(X)\}|x$ '. So symbolisiert Russell den Ausdruck 'the death of Caesar' und damit auch den synonymen Ausdruck 'Caesar died' in der Funktionstheorie wie folgt:

[...] these [complexes as "the death of Caesar"] may be symbolised by " $\phi$  of x"; and the *of* is conveniently symbolized by a stroke, thus " $\phi|x$ ". [...]. The object denoted by "the death of Caesar" is a proposition, though it is not *asserted* in this phrase. [...].(OMDP, 289)

Wie schon in FU<sup>1409</sup> vertritt Russell übrigens auch hier die Auffassung, dass die unabhängige Variable nur eine Denotation, aber keine Bedeutung aufweist. Russell kommt hier der Auffassung der Variablen als Platzhalter-Symbol relativ nahe:

In this way, we obtain a complex with a variable term. The variable is always a term in the complex, *i.e.* x (the letter) stands for a proper name, though not for this or that proper name. (OMDP, 288)

Andererseits identifiziert er die Funktion in der Semantik von OMDP mit der Assertion:

---

<sup>1408</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung: "The word *blackness*, on the contrary, denotes, but does not mean, the very same object as that which the word *black* means without denoting." (OMDP, 284)

<sup>1409</sup> Siehe FU, 73. Siehe Abschnitt 4 oben.

What is said about  $x$  is the function  $x'(X)$ , i.e. what is *meant* by the rest of  $X$  is what is denoted by  $x'(X)$ . (OMDP, 292)

Genau diese Tatsache markiert Russells Kehrtwende in der Semantik, wie ich denke. In PoM war es ihm nicht gelungen, den für seine Prädikationstheorie zentralen Begriff der Assertion zu fundieren. Während in der Ontologie von PoM prinzipiell kein Platz für die Funktionen vorgesehen ist, werden die Objekte von OMDP in Individuen und Funktionen eingeteilt. Der entscheidende Schachzug Russell identifiziert erstere als Denotationen und letztere als Bedeutungen. Ein guter Teil der Ausdrücke der 2. Kategorie, welche bedeuten und nicht denotieren, beziehen sich demnach auf Funktionen. Wir werden aber noch sehen, dass Russell auch Ausdrücke einschließt, die möglicherweise problematische, nicht-funktionale Begriffe bedeuten. Zuerst werden wir aber sehen, dass auch die "funktionalen" Ausdrücke Faktoren sind, welche Russells augustinische Sprachauffassung stören.

In der Semantik von Adjektiven und Verben wird das Prinzip (Aug) nämlich auf banale Weise verletzt. Bei diesen Wortarten fällt die Bedeutung der Wörter nämlich nicht mit deren Referenz zusammenfallen, zumal sie gar keine Referenz aufweisen bzw. nicht designieren. Ähnliches gilt aber auch von Substantiven wie 'Apollo'. Während ein Adjektiv wie 'black' zwar eine Bedeutung aber keine Denotation aufweist, denotiert 'blackness' ohne zu bedeuten.

Die Wörter 'black' und 'blackness' haben zwar verschiedene semantische Funktionen, sind jedoch durch eine spezielle Relation auf sonderbare Weise miteinander verknüpft. Das Objekt, welches von 'black' bedeutet wird, also seine Bedeutung bzw. die Funktion selbst, wird von 'blackness' denotiert:

The word *blackness*, on the contrary, denotes, but does not mean, the very same object as that which the word *black* means without denoting. *Blackness*, like *Arthur Balfour*, is a proper name, and is destitute of meaning. (OMDP, 284) What is said about  $x$  is the function  $x'(X)$ , i.e. what is *meant* by the rest of  $X$  is what is denoted by  $x'(X)$ . (OMDP, 292)

Wenn die Funktion die Bedeutung des Begriffs 'Rest von  $X$ ' bzw. die Denotation des Ausdrucks ' $x'(X)$ ' ist, müssten folgende Ausdrücke synonym sein, wobei 'Caesar died' unser Komplex  $X$  ist. Zur Darstellung wollen wir den Bedeutungs- bzw. Denotationsoperator<sup>1410</sup> aus DVD verwenden. Während das Symbol '≐' für die Synonymität von Ausdrücken stehen soll, welche zwischen einfache Anführungszeichen gesetzt werden.

MN 'dies' ≐ ' $x'(X)$ ' ≐ DN 'death'

---

<sup>1410</sup> Siehe Abschnitt 6.2.3. aus Kapitel II.



Die Auffassung der doppelten semantischen Funktion der Begriffe als Bedeutungen und als Denotationen entspringt Russells Theorie der Doppelnatur<sup>1411</sup> der Begriffe, wie sie bereits in PoM beschrieben wird.

Halten wir fest, dass sich der semantische Beitrag der Adjektive und der Verben für die Proposition ausschließlich auf die Dimension der Bedeutung beschränkt. Im Unterschied zu den Eigennamen und den denotierenden Ausdrücken tragen einzelne Adjektive und Verben nicht dazu bei, Individuen oder Universalien zu designieren. In der Terminologie von PoM ausgedrückt, sind sie keine Bedeutungsträger oder Namen, weil sie nicht für (extensionale) Denotationen, sondern nur für (intensionale) Bedeutungen stehen. Der Funktionsbegriff weist sich in der Semantik der Adjektive und Verben von OMDP demnach als das entscheidende Element. Wie unsere Analyse gezeigt hat, wendet Russell in der Semantik von OMDP Neuerungen aus der Funktionstheorie an, welche er in FU entwickelt hat.

Zu den Funktionen, welche durch die Adjektive und Verben bedeutet werden, halten wir fest, dass es sich in der Regel nicht um Objekte handelt, welche nur bedeutet werden können. Die Bedeutungen der Adjektiven und Verben können nämlich durch genetisch verwandte Substantive denotiert werden. Daher gehören die Objekte, welche von den Ausdrücken der 2. Kategorie von Ausdrücken bedeutet werden - die Funktionen - nicht zur 2. Kategorie von Objekten, sondern zur 3. Kategorie von Objekten. Die Funktionen - bzw. die funktionalen Begriffe<sup>1412</sup> - sind demnach jene Entitäten, welche sowohl bedeutet als auch denotiert werden können.

Anders gesagt, das Prinzip (LS) wird im Fall der Adjektiven und Verben nicht verletzt. Wenn die Bedeutung (z.B. von 'dies') eine Funktion ist, muss diese laut (LS) [durch 'blackness'] auch denotiert werden können. Wie wir noch sehen werden, sind nur jene intensionalen Objekte zugelassen, welche (LS) genügen. Die Objekte der 2. Kategorie hingegen sind laut Russell aus diesem Grund mit unüberwindlichen Schwierigkeiten behaftet. Bevor wir diese analysieren wollen, kommen wir zu den Ausdrücken der 3. Kategorie.

#### **5.4. Die denotierenden Ausdrücke**

Die Ausdrücke der 3. Kategorie haben laut OMDP sowohl eine Bedeutung als auch eine Denotation. Damit knüpft Russell zweifellos bei seiner Theorie der denotierenden Ausdrücke und Begriffe aus PoM an. Für die Semantik von PoM gilt allerdings, dass die denotierenden Ausdrücke nur indirekt eine Denotation aufweisen, welche direkt nur den denotierenden Begriffen zugeschrieben wird.

Wie oben deutlich wurde, ist es nicht klar, ob Russell den denotierenden Ausdrücken in PoM eine banale Bedeutung zuschreibt, welche dann ihrerseits die spezielle Bedeutung der denotierenden Begriffe aufweist. Wir haben jedenfalls festgestellt, dass es Russell in PoM

---

<sup>1411</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitte 2.4. und 2.5., sowie Kapitel III, Abschnitte 3.3 und 5.2. bis 5.4.

<sup>1412</sup> Siehe Kapitel III, Abschnitt 5.1.

nicht gelingt, die spezielle Bedeutung der denotierenden Begriffe - und ihre Genese - zu erklären. Man könnte Russells Ergebnis aus PoM so zusammenfassen, dass man sagt, die denotierenden Ausdrücke "involvieren" beide Arten<sup>1413</sup> von Bedeutung.

Wir haben in Zusammenhang mit den Eigennamen erfahren, dass Russell den Ausdruck 'Denotation' hier im Sinne der Designation verwendet und nicht wie im Kontext der denotierenden Begriffe in Kapitel V von PoM. Ich vertrete die These, dass die 'denotation' in Russells Theorie von Bedeutung und Denotation der Namensfunktion aus PoM entspricht, welche er dort noch mit dem Ausdruck 'meaning' bezeichnet hat. Die Bedeutungen in Russells neuer Theorie von Bedeutung und Denotation knüpft hingegen - wie in unserer Analyse der Adjektive und Verben deutlich wurde - an der speziellen Bedeutung der denotierenden Begriffe an. Die neue Semantik Russells - so könnte man meine These zusammenfassen - entsteht durch eine (nicht nur terminologische) Umkehrung der Semantik von PoM.

Kehren wir jedoch zu den Ausdrücken der 3. Kategorie aus OMDP zurück.

Russell schreibt den denotierenden Ausdrücken zusätzlich zur Referenzfunktion (der Denotation bzw. Designation), wie sie die Eigennamen aufweisen, eine Bedeutung zu, wie sie die Adjektive und Verben aufweisen:

But *the table* (with an unexpressed addendum of the kind giving definiteness, such as "in that corner", "at which we dined last night", etc.) both means and denotes. (OMDP, 284)

Laut OMPD bestehen solche denotierenden Ausdrücke aus einem Teil, der ausschließlich Bedeutung hat, und einem Determinator<sup>1414</sup>. Russells meint in OMDP:

A phrase which has meaning, and unambiguously denotes an individual, is always, in its logical essence, though not necessarily in linguistic form, compounded of a phrase which has only meaning, together with the word *the*. (OMDP, 285)

Wenn man diese Vorschrift für die Syntax von denotierenden Ausdrücken auf die von Russell angeführten Beispiele anwendet, machen sich zunächst einige Komplikationen bemerkbar. Unter diesen Ausdrücken, welche eigentlich nur für die Bedeutung d.h. für die Beschreibung bzw. Kennzeichnung zuständig sein müssten, kommen nämlich auch Eigennamen oder deiktische Ausdrücke vor, welche laut OMDP ja gerade keine Bedeutung haben, sondern ausschließlich denotieren. Dies ist bei 'the table in **that** corner', 'the death of **Socrates**', 'the **present** Prime Minister of **England**' und auch 'the centre of mass of  $x$  at time  $t$ ' der Fall [**meine Hervorhebungen**]. Diese Problematik wird in OMDP von Russell nicht diskutiert. Kommen wir zu Russells Argumentation zurück.

---

<sup>1413</sup> Siehe Abschnitt 3.5.

<sup>1414</sup> Hier definiert Russell speziell die bestimmten Kennzeichnungen.

Es fällt auf, dass Russell bei der Formalisierung der Ausdrücke der 3. Kategorie in OMDP noch nicht den Begriff der DF verwendet. Wir sind in Kapitel II zum Ergebnis gekommen, dass er anscheinend mit den AF operiert, welche aber letztlich PF sind. So wird der denotierende Begriff 'the death of Caesar' in OMDP als synonym mit der Proposition 'Caesar died' angesehen und mit ' $\phi/x$ ' formalisiert. Wenig später korrigiert sich Russell in "Dependent Variables and Denotation"<sup>1415</sup> und formalisiert dasselbe Beispiel als DF, nämlich mit ' $\lambda\phi/x$ ' - worauf wir in Abschnitt 6.2.3. Kapitel II hingewiesen haben. Der bestimmte Determinator wird dort mit dem Symbol ' $\lambda$ ' bezeichnet. In Russells Worten:

Phrases which both mean and denote are always of the form "the  $\phi$ " where  $\phi$  is a simple propositional function, except in the case of propositions. Unasserted propositions have a *the* in the language: "*the* death of Caesar". [...] instead of  $\phi/x$  we ought always to have  $\lambda(\phi/x)$ . In this case,  $\lambda$  takes us from the meaning to the denotation... (DVD, 299)

Diese Auffassung aus DVD genügt dem in OMDP formulierten Prinzip, wonach Propositionen - und Komplexe überhaupt - mindestens ein intensionales und ein extensionales Element aufweisen müssen. Betrachten wir nun Russells Analyse der denotierenden Ausdrücke von OMDP etwas näher.

Russell meint zunächst, dass die Bedeutung eines denotierenden Ausdrucks wie 'the present King of France' ein komplexer Begriff ist:

The *meaning* is a complex concept, not capable of having hair or of losing it. (OMDP, 286)

Wie bereits in Kapitel V von PoM, unterscheidet Russells zwischen den Ausdrücken mit mehrdeutiger (ambiguous) und den Ausdrücken mit eindeutiger (unambiguous) Denotation. Während bei Ausdrücken wie 'a man', 'any man', 'some man' eine definierte und konstante Bedeutung<sup>1416</sup>, und eine mehrdeutige Denotation vorliegt, haben nur Ausdrücke mit dem Determinator 'the'<sup>1417</sup> - wie wir dem oben angeführten Zitat entnehmen - eine eindeutige Denotation. Bleiben wir bei der Bedeutung der denotierenden Ausdrücke.

Russells stellt fest, dass der denotierende Begriff 'the present King of France' Teil der Bedeutung des Ausdrucks 'the present King of France is bald', also eines komplexeren Begriffes ist:

There is a complex concept, which is the meaning of "the present King of France is bald" and this concept has the form of those that denote propositions. But in the particular case considered, the concept does not denote a proposition. (OMDP, 286)

---

<sup>1415</sup> Siehe Abschnitt 6.2.3. von Kapitel II.

<sup>1416</sup> "There are phrases of constant meaning, but of variable or ambiguous denotation. Such are also" (OMDP, 291)

<sup>1417</sup> Russell merkt an, dass die logische Form nicht unbedingt der grammatikalischen entsprechen muss. Erstere ist allerdings ausschlaggebend, wie man Russell Bemerkung in OMDP entnehmen kann. Siehe OMDP, 185.

Aufgrund der Tatsache, dass der denotierende Begriff 'the present King of France' nicht denotiert, bleibt auch der komplexe Begriff 'the present King of France is bald' ohne Denotation. Dies folgt scheinbar aus einem entsprechenden Kompositionalitätsprinzip für die Denotation. In Russells Worten:

[...] and we must take it for axiomatic that the subject of a proposition is part of the denotation of the proposition. (OMDP, 286)

Russell formuliert in OMDP für die Ausdrücke der 3. Kategorie ein Kompositionalitätsprinzip sowohl für Bedeutungen als auch für die Denotation:

When a word or phrase which both means and denotes occurs in a phrase, its *meaning* is a constituent of the *meaning* of the whole phrase, and its *denotation* of the *denotation*, or of the meaning, according to circumstances. (OMDP, 284)

Aufgrund der Tatsache, dass Russell die Propositionen in OMDP als die Denotate der propositionalen Begriffe interpretiert, kann man mutmaßen, dass dieses Prinzip auch für die Signifikanten von Propositionen gelten muss. Tatsächlich liegen die propositionalen Ausdrücke und die denotierenden Ausdrücke in der Semantik von OMDP nah bei einander. Der denotierende Ausdruck 'the death of Caesar', welcher laut Russell<sup>1418</sup> eine nicht-behauptete Proposition denotiert, scheint syntaktisch von derselben Art wie der Ausdruck 'the author of the Iliad and the Odyssey' zu sein, welcher als synonym mit dem Eigennamen 'Homer' gilt. Alle drei Ausdrücke gelten laut Semantik von OMDP als funktional.

Zugleich verletzen die Ausdrücke der 3. Kategorie offensichtlich aufgrund von (AS) das Prinzip (Aug), wie dies bereits bei den denotierenden Ausdrücke in PoM der Fall war. Dies wird Russell in Zusammenhang mit den Kompositionalitätsprinzipien bewusst:

This term [*England*, meine Hinzufügung], though denoted and not meant, forms part of the complex "the present Prime Minister of England", which (so long as *the* is not prefixed), means without denoting. And of what is denoted by "the present Prime Minister of England", England is not a constituent; it is only of what is meant that England is a constituent. (OMDP, 290)

Das Kompositionalitätsprinzip für die Denotation - wie wir es oben formuliert<sup>1419</sup> haben - erweist sich demnach bei den Ausdrücken der 3. Kategorie als ungültig. Dies hat - neben (AS) - damit zu tun, dass bei der logischen Denotation komplexe Bedeutungen einfache Terme denotieren können, wie man in OMDP nachlesen kann:

---

<sup>1418</sup> "We can transform "Caesar died" into "the death of Caesar is true"; or, if "Caesar died" is not asserted, but merely (in Meinong's phrase) *assumed*, into "the death of Caesar". The object denoted by "Caesar died" and by "the death of Caesar" is exactly the same, but the meaning is different. [...] The object denoted by "the death of Caesar" is a proposition, though it is not *asserted* in this phrase." (OMDP, 289)

<sup>1419</sup> Siehe .OMDP, 284.

[...] a complex meaning may even denote a simple object, *i.e.* an object wholly destitute of parts. Thus if  $x$  be a material system, "the centre of mass of  $x$  at time  $t$ " denotes a point of space, which is a perfectly simple individual. (OMDP, 288)

Das Kompositionalitätsprinzip für die Denotation wird von Russell in OMDP relativiert, wenn er feststellt, dass die Komplexität ausschließlich die Bedeutungen betrifft:

[...] *all* complexity is complexity of meaning, and whatever can be denoted may be regarded, when denoted, as simple, even when what is denoted is a complex meaning; that is, the complexity involved is to be of meaning, not of denotation. (OMDP, 288)

Wenn Russell die Propositionen mit der Denotation identifiziert, wird es allerdings schwierig, da diese seit PoM nämlich als spezielle Ganzheiten (Einheiten) gelten. Zudem werden sie als die Werte der PF aufgefasst. Zu diesen Problemen kommen wir später.

In OMDP kommt Russell zum Ergebnis, dass komplexe Begriffe mit Bedeutung, aber ohne Denotation, weder wahr noch falsch sind.

Thus "the present King of France is bald" is neither true nor false. There is a complex concept, which is the meaning of "the present King of France is bald"; and this concept has the form of those that denote propositions. But in the particular case considered, the concept does not denote a proposition. (OMDP, 286)

Russell überlegt in OMDP anhand einer ähnlichen Theorie, den Status der falschen Propositionen zu erklären. Bei den falschen Propositionen läge demnach - wie bei den denotierenden Begriffen mit Denotationslücken - zwar eine (komplexe) Bedeutung vor, aber keine Denotation. In seinen Worten:

Can we extend the above theory to *all* false propositions? Are these all complex concepts which denote nothing? Consider (say) "Shakespeare was blind". Here there is not a failure of denotation in the parts, as in "the author of the Iliad was blind". But it may be said that there is a failure of denotation in the whole; that the phrase should denote Shakespeare's blindness, and that is no such entity. (OMDP, 286-287)

Der Ausdruck 'Shakespeare was blind' würde demnach - anders als 'the present King of France is bald' - eine echte (falsche) Proposition ausdrücken, da der Name 'Shakespeare' - anders als 'the present King of France' tatsächlich ein Individuum designiert. Der Ausdruck 'the author of the Iliad was blind' hingegen drückt laut Russell eine wahre Proposition aus, da der Ausdruck - anders als 'Shakespeare was blind' - in seiner Gesamtheit denotiert.

Russell will sich aber an dieser Stelle<sup>1420</sup> nicht auf eine Theorie festlegen. Diese würde nämlich die problematische Annahme einschließen, dass Falschheit und Wahrheit Attribute von Bedeutungen und nicht von Propositionen sind:

---

<sup>1420</sup> "This is a difficult question; it shall be left open at present." (OMDP, 287)

If we decide that in all false propositions there is a failure of denotation, we shall say that truth and falsehood attach to meanings, not denotations. (OMDP, 287)

So eine Interpretation lässt sich aber nur schwer mit Russells logischen und ontologischen Grundannahmen vereinen, wonach die Propositionen die primären Träger von Falschheit und Wahrheit sind. Wenn Russell auf die intensionalen PF (Bedeutungen) als Träger von Falschheit und Wahrheit zurückgreifen würde, wäre er gezwungen, weite Teile der Philosophie von PoM aufgeben.

Den Ansatz, die Propositionen als Werte der PF zu bestimmen, kennen wir ja bereits aus PoM. Wie wir festgestellt haben, kollidiert er mit dem in PoM noch vorherrschenden Ansatz, die Propositionen als Komplexe von Termen zu definieren. In der Funktionstheorie gerät dieser Ansatz aber immer mehr unter Beschuss, nicht zuletzt da die funktionale Analyse nicht R-Terme, sondern (komplexe) Bedeutungen und (einfache) Denotationen zutage fördert. Es entspricht dann dem Wandel in Russells Denken, wenn er in OFCR von den PF als von Bedeutungsfunktionen<sup>1421</sup> spricht.

Hier kommt es anscheinend dazu, dass sich auf Satzebene zwischen die Ausdrücke und die einfachen R-Terme (Denotationen) eine Sphäre der Bedeutungen schiebt. Ähnliches war in Zusammenhang mit den denotierenden Begriffen auf Wortebene schon passiert. Kommen wir nun zu den nicht-funktionalen Ausdrücken der 2. Kategorie.

### **5.5. Die nicht-funktionalen Ausdrücke**

Die Kategorie der nicht-funktionalen Begriffe umfasst laut OMDP jene Objekte, welche nur bedeutet, aber nicht denotiert werden können. Wenn es solche Begriffe gibt, müssen sie die Bedeutungen von bestimmten Ausdrücken sein, welche bedeuten, ohne zu denotieren. Wir wissen aus Abschnitt 5.3., dass die Bedeutungen der Adjektive und Verben - obwohl sie selbst nur Bedeutungen und keine Denotation aufweisen - durch verwandte Substantive denotiert werden können.

Russell diskutiert nun in OMDP das Adverb 'of' als mögliches Beispiel für einen nicht-funktionalen Ausdruck. In der folgenden Bemerkung bezieht er sich auf den Komplex 'the Death of Caesar':

The word *of* [now] occurs as meaning; and it is doubtful whether what *of* means can be denoted at all. This however, is a difficult point, to which we shall return. (OMDP, 289)

---

<sup>1421</sup> "It would perhaps be better to call this kind of functions meaning-functions, rather than propositional functions." (FCR, 87)

Wir wissen aus Abschnitt 6.2.1., dass Russell in der Funktionstheorie seit FU einen Strich ('|') zur Symbolisierung der Präposition 'of' verwendet. Er gebraucht diesen Balken<sup>1422</sup> auch im Rahmen der funktionalen Analyse des Komplexes 'the death of Caesar':

[...] these [complexes as "the death of Caesar"] may be symbolised by " $\phi$  of  $x$ "; and the *of* is conveniently symbolized by a stroke, thus " $\phi|x$ ". [...] (OMDP, 289)

Daraus folgt, dass das durch den Balken '|' symbolisierte Objekt möglicherweise zu jenen Objekten gehört, welche nur bedeutet, aber nicht doch denotiert werden können. An anderer Stelle scheint Russell dies zu widerrufen, wenn er sagt, dass der Balken denotiert:

This object [the rest of  $X$ ] is denoted by the symbol  $x'(X)$ , and *of* is denoted by |." (OMDP, 289)

Tatsächlich wird hier mit dem Balken aber der Ausdruck 'of' denotiert und nicht die Bedeutung des Ausdruck. Die Frage ist, ob das Symbol '|' - wie auch die englische Proposition<sup>1423</sup> 'of' - eine Bedeutung aufweist, welche auch von anderen Ausdrücken nicht denotiert wird. Russell spricht hier von diesen Bedeutungen als von nicht-funktionalen Begriffen und deutet an, dass diese schwere logische Probleme<sup>1424</sup> verursachen. Er äußert sich leider nicht näher zu dieser Problematik, welche nach meiner Einschätzung möglicherweise das Kernproblem von GEA ausmacht.

Meine Mutmaßung ist, dass die nicht-funktionalen Begriffe laut Russell das Prinzip (LS)<sup>1425</sup> verletzen. Wir werden noch sehen werden, dass (LS) auch noch in OD als gültig vorausgesetzt wird. Dabei handelt es sich um Russells grundlegendes Entitätskriterium<sup>1426</sup>. In einer Proposition als Subjekt aufzutreten ist nämlich für Russell dasselbe wie als Entität aufzutreten.

Wenn Russell von den nicht-funktionalen Begriffen in OMDP sagt, dass sie nicht-denotierbare Bedeutungen sind, ist dies gleichbedeutend mit der Behauptung, dass sie (LS) verletzen. Letzteres Prinzip gilt in Russells früher Philosophie als untastbar. Es ist von PoM bis OD Russells feste Überzeugung, dass es semantische Operationen gibt, welche jede beliebige Bedeutung in eine Denotation umwandeln können. Dazu gehören die doppelten

---

<sup>1422</sup> Vergleiche mit: "This object [the rest of  $X$ ] is denoted by the symbol  $x'(X)$ , and *of* is denoted by |." (OMDP, 289)

<sup>1423</sup> Vergleiche mit der Aussage von Manuskript 11c ("Elements of Grammar for the young"), wonach "Präpositionen einfache Funktionen in nicht-behaupteten Propositionen bedeuten" würden: "Prepositions are words which *mean* non-simple functions in unasserted complexes." (OMDP, 296)

<sup>1424</sup> "The second kind [of objects] is doubtful and raises grave logical problems." ... [...] the second [kind of objects, meine Ergänzung] alone shall be called *non-functional concepts*. (OMDP, 287)

<sup>1425</sup> (LS) **Jeder R-Term kann auch als logisches Subjekt in Propositionen auftreten.**

<sup>1426</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 2.2.4.

Anführungszeichen (QM) und auch der in der Funktionstheorie von 1904 eingeführte Zirkumflex<sup>1427</sup>. In OD erklärt er QM wie folgt:

The use of inverted commas may be explained as follows. When a concept has meaning and denotation, if we wish to say anything about the meaning, we must put it in an entity-position; (OF, 381)

Aus Abschnitt 7.2.7. von Kapitel I wissen wir zudem, dass nach TVDB\* jeder R-Term durch mindestens einen denotierenden Begriff denotiert werden kann. Wenn Russell von den nicht-funktionalen Begriffen in OMDP behauptet, dass sie Bedeutungen sind, welche nicht denotiert werden können, stellt er damit die Prinzipien QM, TVDB\* infrage.

Daraus ergibt sich, dass die nicht-funktionalen Begriffe - wie die Assertionen aus PoM - keine richtigen R-Terme sind. Sie erweisen sich demnach für die Logik und die Ontologie der Funktionstheorie als noch problematischer als die falschen Propositionen oder Fabelwesen wie Pegasus. Wenn Russell in GEA die denotierenden Begriffe aufgrund der Tatsache fallen lässt, dass sie nicht denotiert werden können, folgt er möglicherweise einer ähnlichen Argumentationslinie. Wenn Objekte nicht benennbar sind, fallen sie durch das Raster der zulässigen Entitäten.

## 5.6. Die Entstehung von Russells Theorie von Semantik und Denotation

Kehren wir zu OMDP zurück. Es zeigt sich, dass hier eine Kategorie von Ausdrücken der logischen Analyse zum Opfer fällt bzw. weganalysiert wird. Wenn es laut OMDP zwar drei Kategorien von Ausdrücken, aber nur zwei Arten von Objekten gibt, dann steht fest, dass die natürliche Sprache als Führer für die ontologische-logische Analyse ausgedient hat.

Tatsächlich avancieren - parallel zum wachsenden Misstrauen Russells gegenüber der natürlichen Sprache - die Symbole der Funktionstheorie immer mehr zur logischen Idealsprache. Zugleich finden die Modelle der interpretierenden und funktionalen Analyse immer mehr zu Ungunsten der dekompositionalen Analyse Anwendung. Tatsächlich gehen Russells Überlegungen in OMDP möglicherweise bereits in diese Richtung, auch wenn er sich dessen vielleicht nicht bewusst ist.

Die größte Neuerung in der Semantik in OMDP betrifft demnach die Überwindung der augustinischen Sprachauffassung. Nun behauptet Russell, dass nicht alle Ausdrücke dadurch zum wissenschaftlichen Diskurs beitragen, dass sie jeweils bestimmte R-Terme bezeichnen. Die Adjektive und Verben haben nämlich keine Denotation, sondern nur eine Bedeutung.

Fassen wir die Ergebnisse zur Semantik von OMDP, welche wir gerade gewonnen haben, in einer Übersicht zusammen:

---

<sup>1427</sup> Siehe Abschnitt 7.1.1. aus Kapitel II.



"On the Meaning and Denotation of Phrases" (1903)

KIND OF EXPRESSION	<i>examples</i>	DENOTATION/ MEANING	TYPE OF OBJECT	
<i>proper names</i>	'Arthur Balfour', 'death', 'blackness'	<i>denote</i> (without meaning)	individuals	
<i>verbs and adjectives, fictional names</i>	'is', 'died', 'black', 'table', Apollo'	<i>mean</i> (without denoting)	concepts	functions
<i>präpositions</i>	'of'			non-functional concepts*
<i>addendum + verb or adjective, historical names</i>	'the table in that corner', 'the death of Socrates', 'Homer'	<i>both means and denotes</i>	Individuals/functions	

\* Wie wir festgestellt haben, hält Russell diese Objekte für zweifelhaft oder zumindest für bedenklich für die Logik.

Zum Vergleich soll die Semantik von PoM ebenfalls schematisch festgehalten werden. Dabei bezeichnen die Ausdrücke 'mean' and 'denote' die semantischen Grundfunktionen, wie sie in Abschnitt 3.5. beschreiben worden sind.

*Principles of Mathematics* (1903)

KIND OF EXPRESSION	<i>examples</i>	DENOTATION/ MEANING	TYPE OF R-TERM	
<i>proper names</i>	'Socrates', 'Apollo'	<i>mean</i>	things	
<i>denoting phrases</i> *	'a man'	<i>mean and denote</i>		
<i>adjectives</i>	'human', 'humanity'***	<i>mean</i>	predicates or class-concepts	concepts
<i>verbs</i>	'is', 'breathes', 'being'***	<i>mean</i>	relations	
<i>prepositions, variables</i>	'all', x	<i>mean</i>	denoting concepts	

\* Die denotierenden Ausdrücke denotieren nicht selbst, sondern durch die von ihnen bezeichneten denotierenden Begriffe, welche eine spezielle, logische Bedeutung aufweisen. Die denotierenden Begriffe werden von Russell nicht als herkömmliche Bedeutungen der denotierende Ausdrücke aufgefasst. Ihr Status bleibt in PoM ungeklärt, wie wir wissen.

\*\* Russell zählt substantivierte Verben und Adjektive eigentlich zu den Eigennamen. Da er aber behauptet, dass letztere Dinge bezeichnen und keine Begriffe, gibt es hier eine Diskrepanz. Tatsächlich müsste man entweder sagen, dass einige Eigennamen Begriffe benennen oder man muss die Kategorie der Verben und Adjektive dahin gehend ausdehnen, dass man auch noch die substantivierten Formen dazu nimmt. Russell tendiert vermutlich eher zur zweiten Variante, wobei diese Probleme - wie ich zu zeigen versuche - bis OMDP ungeklärt bleiben. In Klammern sind die Begriffe als Signifikate der Eigennamen und denotierenden Ausdrücke mit einem Fragezeichen versehen.

Wenn man die zwei Darstellungen vergleicht, kann man leicht auf die Idee kommen, dass in OMPD die Bezeichnungen 'denotation' und 'meaning' im Vergleich zu PoM vertauscht sind. Genau darin besteht meine These für die Interpretation von Russells Theorie der Bedeutung und Denotation.

Tatsächlich ähnelt die neue Semantik Freges Theorie, welche Russell bekanntlich im Appendix von PoM kommentiert hat. Interessant ist, dass Russell die Übersetzung von Freges Bedeutung als 'indication' in einer Fußnote als seinen eigenen Ansichten fremd ablehnt. Wir wissen aus der Lektüre von OMD, dass er dann den Ausdruck 'indication' selbst für die Namensfunktion verwendet, um ihn dann in den anderen Manuskripten (wie OMDP) später durch 'denotation' zu ersetzen.

Zunächst Russells Kommentar aus dem Appendix:

We must distinguish, he says, the meaning, in which is contained. the way of being given, from what is indicated (from the Bedeutung). Thus "the evening star" and "the morning star" have the same indication, but not the same meaning. A word ordinarily stands for its indication; if we wish to speak of its meaning, we must use inverted commas or some such device (pp. 27-8). (PoM, 502)

Die Existenz von Namen mit Bedeutungen, wie er sie dann in OMDP selbst diskutiert, sind Russell in PoM noch vollkommen fremd. Freges Theorie führt nach seiner Überzeugung zu einem unendlichen Regress:

This theory of indication is more sweeping and general than mine, as appears from the fact that every proper name is supposed to have the two sides. It seems to me that only such proper names as are derived from concepts by means of the can be said to have meaning, and that such words as John merely indicate without meaning. If one allows, as I do, that concepts can be objects and have proper names, it seems fairly evident that their proper names, as a rule, will indicate them without having any distinct meaning; but the opposite view, though it leads to an endless regress, does not appear to be logically impossible. (PoM, 502)

Russell geht zudem in Zusammenhang mit der Übersetzung der Ausdrücke Freges ins Englische nicht soweit, jene terminologischen Entscheidungen zu treffen, welche ich ihm in meiner These nach PoM zuschreibe. Russell schreibt nämlich:

The distinction between meaning (Sinn) and indication (Bedeutung)\* is roughly, though not exactly, equivalent to my distinction between a concept as such and what the concept denotes (§96).

\* I do not translate *Bedeutung* by *denotation*, because this word has a technical meaning different from Frege's, and also because *bedeuten*, for him, is not quite the same as denoting for me. (PoM, 502)

Tatsächlich verwendet Russell in OMDP - und in den anderen Manuskripten der Theorie von Bedeutung und Denotation - den Ausdruck 'denotation' meist gerade nicht im technischen

Sinne, auf welchen er in dieser Anmerkung hinweist. Möglicherweise erscheint es ihm plötzlich zweckdienlicher, den Ausdruck 'meaning' für spezielle intensionale Phänomene zu reservieren, weshalb er sich gezwungen sah, für die herkömmliche Bedeutung (die Designation) nun den Ausdruck 'denotation' zu verwenden. Wir werden in Abschnitt 8.4. sehen, dass Russell diese Wende in OMD einleitet, wo er den einzelnen Wörtern eine Designation - und nicht wie in PoM - eine Bedeutung zuschreibt. Laut OMD ist bei der Denotation der denotierenden Ausdrücke (ohne Denotationslücken) eine Bedeutung und eine Designation involviert. Die vollständige Wende in der Semantik vollzieht Russell aber in FU und OMDP, wie gleich deutlich werden sollte.

Dort schreibt er auch den Verben, Adjektiven und Propositionen neue semantische Funktionen zu. Wie ich gezeigt habe, entspringt dieser neue Ansatz der Anwendung des Funktionsbegriffs auf die Semantik. Voraussetzung dafür war Russells Idee die Funktionen als Bedeutungen zu interpretieren. Aus Abschnitt 4 wissen wir, dass Russell diese Idee erstmals in FU erwähnt.

Im Folgenden will ich meine Interpretation von Russells semantischer Wende nochmals erläutern. Die Denotation (denotation) aus OMPD entspricht - so meine These - der gewöhnlichen Bedeutung (meaning) aus PoM, welche für die universelle Namensrelation bzw. die Designation steht. Die Bedeutung (meaning) aus OMPD hingegen knüpft an die exklusive Bedeutung an, welche in PoM den denotierende Begriffen vorbehalten ist. Auf der Grundlage dieser Interpretation will ich die Terminologie im Schema für PoM versuchsweise demjenigen von OMDP anpassen, um eventuelle Übereinstimmungen in der semantischen Beziehung zwischen Ausdrücken und den Typen von R-Termen leichter herausfinden zu können. Im transkribierten Schema werden die oben angeführten Anmerkungen zu den denotierenden Ausdrücke und den substantivierten Ausdrücken weggelassen.

Reinterpretation - *Principles of Mathematics* (1903)

KIND OF EXPRESSION	EXAMPLES	DENOTATION/ MEANING	TERMS	
<i>proper names, substantives</i>	'Socrates' 'Apollo'	<i>denote</i>	things	
<i>denoting phrases</i>	'a man'	<i>denote and mean*</i>		
<i>adjectives</i>	'human', 'humanity'	<i>denote</i>	predicates or class-concepts	concepts
<i>verbs</i>	'is' 'breathes' 'being'	<i>denote</i>	relations	
<i>prepositions, variables</i>	'all' x	<i>denote</i>	denoting concepts	

Wenn wir diese Übersicht nun mit jener zu OMDP vergleichen, fällt - neben den schon ange-

sprochen Übereinstimmungen und Unterschieden - auf, dass Russell die Eigennamen nun differenzierter betrachtet. Dies ist vermutlich auf die erhöhte Konzentration Russells auf die intensionale Objekte zurück zu führen, wie ich gezeigt habe.

Kommen wir nun zu einem kleinen Manuskript, welches von den Herausgebern von CP4 zu OMDP gerechnet wird und kaum mehr als eine Seite einnimmt.

### 5.7. "Elements of Grammar for the Young"

Das Manuskript 11c mit der etwas skurril anmutenden Überschrift 'Elements of Grammar for the Young' kann als eine Synthese und Ergänzung der Semantik von OMDP angesehen werden. Russell weitet hier seine semantische Analyse scheinbar auf alle Wortarten aus, ohne auf die Einzelheiten einzugehen oder Erläuterungen anzubringen. In den meisten Fällen beschränkt er sich - wie wir in unseren schematischen Darstellungen - darauf, zu einer Wortart die jeweilige semantische Funktion und den Typus des entsprechenden Signifikats anzugeben. Im Vergleich zum bereits besprochenen Teil fällt auf, dass sich Russell hier verstärkt der Funktionstheorie bedient. Da der Text sehr kurz ist, will ich ihn zunächst vollständig wiedergeben:

#### ELEMENTS OF GRAMMAR FOR THE YOUNG

*Substantives* \* are words which *denote* their signification.

*Adjectives* are words which *mean* simple functions.

*Verbs* are words which *mean* the principal undenoted function in an asserted proposition:

e.g. in  $\vdash\phi|x$ ,  $|$  is a verb; in a proposition  $\vdash X$  in which  $x$  is the only term.  $x'|X$  occurs as verb; in a proposition  $\vdash(x x y)$  in which  $x$  and  $y$  are the only terms;  $y'x'| (x x y)$  occurs as verb; and so on.

*Adverbs* are words which *mean* simple functions to which propositions have been supplied as arguments.

*Prepositions* are words which *mean* non-simple functions in unasserted complexes.

*Conjunctions* have a number of significations, which must each be considered separately.

*Pronouns* both mean and denote: their meanings are constant, their denotations variable.

They generally mean something like: The object denoted by the last preceding substantive.

*Articles*: the definite article means a certain indefinable function; the indefinite article appears to mean the property of satisfying a simple function, i.e.  $\varepsilon$ : we may put  $\varepsilon|x = a \phi$ . But this is approximate.

*Interjections* are logically irrelevant: they assert the present existence of emotions in the speaker. (OMDP, 296)

\* There is a difficulty about class-names, e.g. *table*, *man*. These might seem to denote functions; but if so, how do they differ from *tabularity* and *humanity*? (OMDP, 295)

Ich will nun eine Übersicht zur semantischen Funktion der einzelnen Wortarten<sup>1428</sup> erstellen, indem ich die Informationen der Texte (11c) und OMDP (11a) zusammenbringe. Die Frage zur Spezies der involvierten Funktion - ob DF oder PF - greift über OMDP hinaus, da Russell zu diesem Zeitpunkt den Unterschied zwischen den DF und PF in der Semantik noch nicht definitiv geklärt hat. Russell differenziert jedoch den Typ der Funktion entsprechend der in FU präsentierten Theorie, welche ihrerseits aus der einfachen Typentheorie aus dem Appendix B von PoM entwickelt wurde.

Hier die Übersicht, welche die Ergebnisse beider Teile von OMDP (11A +11C) zusammenfasst:

Semantik von OMDP [11A +11C]

Type of Word	<i>Russells descriptions</i>	denote/ mean	Type of Object
<b>Substantives*</b>	"denote their signification"	<b>denote</b>	individuals
<b>Adjectives</b>	"mean simple functions"	<b>mean</b>	simple functions
<b>Verbs</b>	"mean the principal function in an asserted proposition"	<b>mean</b>	the principal function
<b>Prepositions</b>	"mean non-simple functions in unasserted complexes"	<b>mean</b>	non-simple functions
<b>Conjunctions</b>	"have a number of significations"	<b>denote</b>	?
<b>Pronouns/ Denoting phrases</b>	"both mean and denote"	<b>mean and denote</b>	they mean functions, which denote objects*
<b>definite</b>	<b>Articles</b>	<b>mean</b>	indefinable functions
<b>indefinite</b>			
<b>Interjections</b>	"are logically irrelevant: they assert the present existence of emotions in the speaker"	/	/

\* Diese Interpretation beruht auf der Analyse von Manuskript 11a.

<sup>1428</sup> Dabei füge ich speziell eine Zeile zu den denotierenden Ausdrücken hinzu. Tatsächlich werden diese in 11c gar nicht genannt. Man kann allerdings vermuten, dass sie sich semantisch so ähnlich wie die Pronomen verhalten müssten.

Ohne auf die einzelnen Wortarten einzugehen, können wir festhalten, dass Russell in 11c auf das oben besprochene Haupt-Manuskript 11a aufbaut. Bemerkenswert ist vor allem die Tatsache, dass er in dieser Analyse die Komplexität des semantischen Beitrags der einzelnen Wortarten durch differenzierte Elemente aus seiner Funktionstheorie bestimmen will. Die Tatsache, dass es sich hier um einen eher experimentellen Entwurf handelt, welche auf Belege und Argumente für die behaupteten These verzichtet, ändert daran nicht viel. Kommen wir zum nächsten Manuskript.

## 6 "Dependent Variables and Denotation"

### 6.1. Einleitung 411

### 6.2. Semantik der Komplexe 411

### 6.3. Zwei semantische Begriffe 413

#### 6.1. Einleitung

Das Manuskript "Dependent Variables and Denotation" verdient aus mindestens zwei Gründen unsere Aufmerksamkeit. Zum einen enthält es die ersten Hinweise dafür, dass Russell die denotierenden Ausdrücke anhand von DF analysiert. Zum anderen gibt es Überlegungen zum (erkennenden) Subjekt, welches in der Philosophie der *New Philosophy* ja eigentlich zum Tabu erhoben worden war. Darüber hinaus findet sich eine Reihe von semantischen Begriffen, welchen speziell in der Theorie OD eine zentrale Bedeutung zukommen sollte.

#### 6.2. Semantik der Komplexe

Russell formuliert in DVD ein ähnliches Konstruktionsprinzip wie in OMDP<sup>1429</sup>. Hier wird es speziell auf Propositionen mit denotierenden Ausdrücken bezogen, wobei von Komplexen die Rede ist. Während laut PoM jede Proposition mindestens ein Subjekt und eine durch ein Verb repräsentierte Assertion aufweisen muss, muss laut DVD jeder Komplex aus einem Term und einer Bedeutung bestehen:

In what is simple, the object is always a term. In what is complex, one object at least is a meaning, and one at least is term. (DVD, 298)

Für die Bedeutungen mit effektiver Denotation in Komplexen gilt folgende Substitutionsregel, wonach koextensive Bedeutungen austauschbar sind, ohne die Proposition zu verändern. Eingang in die Propositionen als Konstituenten findet laut Russell nämlich nur die Denotation. Er schreibt:

Generally, when a meaning occurs as denoting, another meaning with the same denotation may be substituted without changing the proposition: *i.e.* only the denotation, not the meaning, is a constituent of the proposition. But with the meanings which do not denote, this is not true. (DVD, 298)

Wenig später formuliert Russell ein ähnliches Prinzip explizit zu den Komplexen:

The view now is: all complexes express meanings; hence a different complex with the same denotation is a different value of the variable. (DVD, 303)

---

<sup>1429</sup> "In any sentence denoting a proposition, one at least of the constituent words or phrases that occur must denote, though it may also mean; and one at least of the constituent words or phrases must mean without denoting." (OMDP, 287). Siehe dazu Abschnitt 5.1.

Bleiben wir bei der ersten, klareren Formulierung. Ein entsprechendes Prinzip könnte im Deutschen wie folgt formuliert werden:

**(SALVA PROP) Effektive denotierende Bedeutungen können in einer Proposition in der Regel durch andere denotierende Bedeutungen mit derselben Denotation ersetzt, ohne dass dadurch die Bedeutung der Proposition verändert wird.**

Hier nimmt Russell anscheinend an, dass die Proposition nicht den denotierenden Begriff selbst als Konstituente enthält, sondern den durch diesen denotierten Term. Wie wir wissen, handelt es sich hier um das Prinzip (AS). Russell ist sich möglicherweise bereits in DVD bewusst, dass dieses Prinzip in bestimmten Kontexten nicht gilt. Darauf könnte der Ausdruck 'generally' hinweisen. Wir werden im übernächsten Abschnitt sehen, dass Russell in OMD tatsächlich Überlegungen in diese Richtung anstellt.

Russell erprobt sein Prinzip anhand der folgenden 4 Sätze, welche eine unterschiedliche Bedeutung, aber dieselbe Denotation aufweisen. Er behauptet nun scheinbar, dass sie alle dieselbe Proposition ausdrücken. Die 4 Sätze sind:

SPD The Pope is not yet dead.

SLD Leo XIII is not yet dead.

SLL Leo XIII still lives.

SVB In a certain portion of the Vatican, there is a breathing and pulsating body.

Diese Analyse markiert eine gewaltige Differenz zur Theorie von PoM. In der Semantik von PoM würden die entsprechenden Propositionen lediglich als äquivalent, aber niemals als identisch gelten. Dies hat unsere Analyse in Abschnitt 5.2.5. von Kapitel I gezeigt. Der Punkt ist, dass sich die Propositionen laut dem in PoM vorherrschenden dekompositionalen Modell von Analyse aus den R-Termen ergeben, wobei alle R-Terme - und auch die Proposition selbst - als die Bedeutungen von einzelnen Ausdrücken (Wörtern) gegeben sind. In der der funktionalen Semantik von DVD liegen die Dinge ganz anders.

Zum einen werden die Objekte seit OMDP - effektiver als in PoM - in strukturierte (intensionale) Bedeutungen (Funktionen) und nicht-strukturierte (extensionale) Denotationen (Terme) eingeteilt, wobei spezielle Bedeutungen - in Analogie zu den denotierenden Begriffe in PoM - denotieren. Zum anderen identifiziert Russell in DVD das Subjekt der Propositionen mit denotierenden Begriffen mit dem denotierten Term. In PoM hingegen vertritt Russell die Auffassung, dass die denotierenden Begriffe (TCA) verletzen, da das logische Subjekt aufgrund von (AS) nicht selbst in der Proposition enthalten ist.

Ich gehe davon aus, dass es jetzt Russells Auffassung ist, dass die denotierenden Begriffe in der Proposition selbst enthalten sein müssen. Die Entdeckung der Doppelnatur



(auch) der Propositionen macht er meines Wissens in OMD<sup>1430</sup>, wie wir in Abschnitt 8 sehen werden. Die Vorstellung von Propositionen als Bedeutungen und Propositionen als Denotationen ist nur in einer 3-stufigen Semantik vorstellbar, wie sie Russell nach PoM entwickelt hat. Russell diskutiert im Appendix gerade Freges 3-stufige Semantik<sup>1431</sup>, wie wir in Abschnitt 5.6. festgestellt haben.

Wir wissen aus der Analyse von OMDP, dass Russell versuchsweise eine ähnliche Theorie wie in DVD erprobt. Die Bedeutung der Sätze mit verschiedenen denotierenden Ausdrücken ist nach Russells Analyse unterschiedlich, die denotierte Tatsache hingegen ist dieselbe. Wie in OMDP identifiziert er die Propositionen in DVD mit der Denotation von Sätzen, welche er als Tatsachen<sup>1432</sup> bestimmt. Er übernimmt auch die Theorie aus OMDP, wonach alle falschen Propositionen - in Analogie zu den denotierenden Begriffen mit Denotationslücken - zwar eine Bedeutung, aber keine Denotation aufweisen:

*Suggestion.* What I have called the unasserted proposition is the meaning, the asserted proposition is the denotation. False propositions have only meaning, not denotation.

*Excellent!* (DVD, 303)

### 6.3. Zwei semantische Begriffe

Im folgenden Abschnitt geht es um zwei Begriffe der Semantik, welche sich spätestens in GEA und OD als Schlüsselbegriffe erweisen sollten. Die zwei Begriffe sind der Begriff des Vorkommens in Komplexen und der Begriff des Ausdrückens (von Bedeutungen oder Denotationen).

Russell greift in DVD den kuriosen Sachverhalt von OMDP auf, wonach bestimmte Substantive wie 'death' die Bedeutung von Adjektiven oder Verben wie 'dies' denotieren. Er will diesen Sachverhalt im folgenden Absatz offensichtlich erklären. Als naheliegende Interpretation bringt er zunächst den Betrachter mit seinen unterschiedlichen Perspektiven oder Einstellungen (attitudes) zum Objekt in Spiel, um diese Erklärung sogleich als psychologisch zu verwerfen. Die Lösung ist für Russell mit dem Begriff des Vorkommens in Komplexen verknüpft. Hier folgt der ganze Absatz:

When there are two words, such as *death* and *dies*, of which one means and the other denotes, the difference seems not psychological. Yet it is hard to describe it otherwise than as a difference of attitude towards the same object. But this is not adequate; the manner of occurring in complex is different. Observe that meanings never come except in complexes. (DVD, 298)

---

<sup>1430</sup> Siehe OMD, 319.

<sup>1431</sup> Siehe Russells Bemerkung zu den nicht-propositionalen Funktionen in Abschnitt 5.4.3.

<sup>1432</sup> Siehe Abschnitt 6..3.

Die Redeweise vom Auftreten kennen wir aus PoM<sup>1433</sup>, wobei Russell vom Auftreten der Terme spricht. Die Begriffe unterscheiden sich als R-Terme dadurch von den einfachen Dingen (den Termen i.e.S.), dass sie auch als Begriffe, d.h. intensional auftreten können. Wie unsere Analyse von OMDP gezeigt hat, gelingt es Russell erst in seiner Theorie von Bedeutung und Denotation, die Intensionalität angemessen zu erfassen. Speziell kann er die Prädikationstheorie aus PoM dadurch verbessern, dass er die Assertion als Funktion auffasst.

Russell übernimmt in seiner Theorie von Bedeutung und Denotation die Terminologie und einen Teil der Theorie Freges, welche er im Appendix<sup>1434</sup> von PoM noch kritisiert hat. Wie wir wissen, spricht Russell anstatt 'occurrence as concept' auch von 'used as concept', oder einfach nur von 'concept as such'.

Laut Theorie von PoM wird in den Propositionen P1 und P4<sup>1435</sup> derselbe Begriff einmal als Begriff gebraucht, einmal als Term.

P1 Socrates is human.

P4 Humanity belongs to Socrates.

Russell spricht in PoM noch nicht vom "Gebrauch als Bedeutung" und vom "Gebrauch als Referenz" spricht, da er erst Monate später in OMDP die Unterscheidung zwischen der Bedeutung und der Referenz einführt. 'Humanity' denotiert laut der in OMDP vorgestellten Semantik dann die Bedeutung von 'human'.

In DVD bezieht sich Russell mit dem Diskurs über die Arten des Vorkommens nun auf die Objekte, welche in Komplexen als Terme oder als Bedeutungen vorkommen. Damit postuliert er eine dritte semantische Ebene zwischen der Sprache und der Realität, wie sie Frege angenommen hat. In folgendem Satz bezieht sich Russell auf denotierende Ausdrücke:

We ought not to say "the word *denotes* its object", but "the object occurs as term". The former is to linguistic. Then with complex denoting phrases, the same phrase indicates one object which occurs as meaning, and one which occurs as term; (DVD, 298)

Dazu gibt es in DVD folgendes Beispiel, welches beide Arten des Vorkommens von denotierende Ausdrücken zeigen kann, einmal als Bedeutung, einmal als Tatsache. Das Novum in DVD ist, dass die Unterscheidung auch auf Funktionsausdrücke angewendet wird. Russell macht dies auch in der Funktionstheorie von 1904<sup>1436</sup>. Wir wissen, dass Russell die Funktionen seit PoM in der Art der denotierenden Begriffe konzipiert. Er schreibt in DVD:

---

<sup>1433</sup> "It might be thought that a distinction ought to be made between a concept as such and a concept used as a term..." (PoM, 45)

<sup>1434</sup> "The distinction between meaning (Sinn) and indication (Bedeutung) is roughly, though not exactly, equivalent to my distinction between a concept as such and what the concept denotes (§96)." (PoM, 502)

<sup>1435</sup> Siehe Kapitel I, Abschnitt 5.2.5.

<sup>1436</sup> Siehe FN 252 und ONF, 267.

In  $\phi x$  we have a complex meaning; if  $\phi$  = death,  $x$  = Caesar,  $\phi|x$  = "the death of Caesar" as meaning, not the denoted fact. [Suggestion: Sensation gives us a fact, not the meaning which denotes the fact.] (DVD, 303)

Russell fügt bei der funktionalen Analyse solcher Ausdrücke in DVD erstmals den  $\neg$ -Operator hinzu, wie wir in Kapitel II<sup>1437</sup> festgestellt haben. Zu den komplexen denotierenden Ausdrücken, welche er als DF formalisiert, schreibt er:

Then with complex denoting phrases, the same phrase indicates one object which occurs as meaning, and one which occurs as term; this is due to a relation of the two, *i.e.*  $x = \neg\phi x$ . We might regard this as a relation of  $x$  and  $\phi$ , and say that when it holds  $\phi$  denotes  $x$ . But we probably still need  $\neg$ , to indicate the object denoted by  $\phi$ . (DVD, 298)

An dieser Stelle stellt Russell fest, dass hier zwei verschiedenen Arten von Denotation involviert sind. Während es sich bei der Denotation der unabhängigen Variablen um eine mehrdeutige oder variable<sup>1438</sup> Denotation handelt, ist die Denotation der im ersten Sinne denotierten Bedeutung eindeutig. Russell mutmaßt, dass solche Bedeutungen Eigennamen sind:

Put: if  $x$  denotes a meaning which denotes a single object, then  $\neg x$  is to denote that object. But there is ambiguity here: the way  $x$ , which is a proper name, denotes, is different from the way meanings denote. Or perhaps it isn't: perhaps some meanings *are* proper names. (DVD, 298-299)

Tatsächlich unterscheidet Russell anschließend zwischen Namen<sup>1439</sup> mit und ohne Bedeutung. Wenig später gibt Russell die Idee, die Bedeutungen der denotierenden Ausdrücke als Namen aufzufassen wieder auf, da es seiner Meinung unter anderem leicht zu Gebrauch/Erwähnungs-Verwechslungen kommen kann. Er schreibt:

Every complex symbol *has* meaning; but if it has an  $\neg$  in it, it may not *express* a meaning; The fact is, some meanings are names; in these cases, it is easy to be confused as to whether the name or the thing named is intended when the name occurs. Thus "the death of Caesar" is the name of a certain fact, just as much, and just in the same sense, as "Caesar" is the name of a certain person. But "Caesar" is a mere word: thus it is only the words in "the death of Caesar" that can be regarded as a name; what they mean is not a name. Thus it is a mistake to regard meanings as names. (DVD, 303)

Die Frage ist, wie Russell die betreffenden Symbole wie den  $\neg$ -Operator interpretiert. Der  $\neg$ -Operator fungiert in DVD als eine Art Denotationsoperator, wie wir in Kapitel II festgestellt haben, wobei das  $\neg$ -Symbol vor den Funktionsausdruck geschrieben werden muss:

---

<sup>1437</sup> Siehe Abschnitt 6.2.3. von Kapitel II.

<sup>1438</sup> "Thus there are phrases of constant meaning, but of variable or ambiguous denotation." (OMDP, 291)

<sup>1439</sup> "We must distinguish names with and without meaning." (DVD, 299)

Thus instead of  $\phi/x$ , we ought always to have  $\lrcorner(\phi/x)$ . In this case,  $\lrcorner$  takes us from the meaning to the denotation: yet  $\lrcorner(\phi/x)$  seems itself to have a meaning. We shall have to write  $\lrcorner(p\supset q)$ , for "the implication of  $p$  by  $q$ ". By this device, we can make all our symbols denote. A complex without an  $\lrcorner$  denotes a meaning, and one with it denotes what the meaning applies to. (DVD, 299)

Tatsächlich schreibt Russell den Symbolen generell einen doppelten Gebrauch zu, wonach sie sowohl eine Bedeutung als auch eine Denotation aufweisen:

Taking the double use of Symbols, as meaning and denoting, to be fundamental... (DVD, 301)

Kommen wir nun zum 2. Begriff, dem des Ausdrückens von Bedeutungen (oder Denotationen). Eine kuriose Neuheit besteht darin, dass in diesem Kontext - neben der Bedeutung und der Denotation - möglicherweise eine dritte semantische Funktion auftaucht. Russell meint in DVD, dass die unabhängigen Variablen Symbole Bedeutungen oder die Referenz ausdrücken<sup>1440</sup>:

The independent variables, and all the other symbols, neither mean nor denote, but express: meanings denote, and our symbols may express either meanings or denotation. (DVD, 301)

Ausdrücke mit dem 'r' drücken laut Russell nicht Bedeutungen aus, da letzterer laut DVD - wie das Symbol für die Assertion '⊢' - ja ein Denotationsoperator ist:

Every complex symbol *has* meaning; but if it has an  $\lrcorner$  in it, it may not *express* a meaning; (DVD, 303)

Russell erklärt diesen Sachverhalt und weitet die neue semantische Funktion anschließend auf alle Komplexe aus. Dabei konzipiert er die Funktionen als Komplexe:

The view now is: all complexes express meanings; hence a different complex with the same denotation is a different value of the variable. The only symbols which take us to what is denoted are  $\lrcorner$  and  $\lrcorner$ . Here there is still a meaning distinct from the denotation, but it is the denotation that is expressed. (DVD, 302)

Die Frage ist, worin der Unterschied zwischen 'eine Bedeutung zu haben' und 'eine Bedeutung auszudrücken' besteht. In folgendem Beispiel wird laut Russell eine Denotation "ausgedrückt":

" $\lrcorner p$ " expresses: "What is denoted by  $p$  is true." (DVD, 303)

Der komplexe Begriff 'the death of Caesar' drückt anscheinend eine Bedeutung aus, wie man folgender Bemerkung entnehmen kann. Russell merkt in Klammern an, dass die

---

<sup>1440</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus OMD, wo diese Terminologie nicht nur auf Ausdrücke, sondern auch auf Ideen bezogen wird: The idea itself may (transferring the nomenclature adopted for phrases) either express an object or designate an object. (OMD, 321)

Wahrnehmung (die durch Bedeutungen denotierten) Fakten liefert. Letztere sind laut DVD Propositionen. In Russells Worten:

In  $\phi x$  we have a complex meaning; if  $\phi$  = death,  $x$  = Caesar,  $\phi|x$  = "the death of Caesar" as meaning, not the denoted fact. [Suggestion: Sensation gives us a fact, not the meaning which denotes the fact.] (DVD, 303)

Zum besseren Verständnis des Begriffs des Ausdrückens wollen wir etwas ausholen. Laut Semantik von OMDP gehören die Verben und Adjektive zu jener Kategorie von Ausdrücken, welche bedeuten, ohne zu denotieren. Da deren Bedeutungen aber durch gewisse Substantive denotiert werden, ist die Aussage wohl berechtigt, dass die Verben und Adjektive eine Bedeutung **haben**. Laut DVD haben nun alle komplexen Ausdrücke eine Bedeutung, ohne dass sie deshalb zugleich eine Bedeutung ausdrücken müssen.<sup>1441</sup> Russell versteht das Ausdrücken einer Bedeutung vermutlich als analog zum uns bereits bekannten Vorkommen als Bedeutung.

Auf dieser Grundlage kann Russell dem ' $\neg$ ' eine Bedeutung zuschreiben und zugleich den komplexen Ausdrücken, in denen dieses Symbol vorkommt, das Ausdrücken einer Bedeutung absprechen. Da der  $\neg$ -Operator ein Denotationsoperator ist, treten die komplexen Bedeutungen nämlich nicht als solche (also intensional), sondern als Denotationen (extensional) auf.

Kommen wir nun kurz zu den Kennzeichnungen. Eine Neuerung aus DVD betrifft die Tatsache, dass Russell das intensionale Moment der denotierenden Ausdrücke explizit als Beschreibung (Kennzeichnung) versteht.

In OMDP<sup>1442</sup> bestimmt Russell die Namen von fiktiven Persönlichkeiten als Ersatz von Beschreibungen. Jetzt dehnt Russell den Diskurs auf alle Ausdrücke mit Bedeutung bzw. alle Komplexe aus. Möglicherweise ist im folgenden Absatz ist die Unterscheidung zwischen den unbestimmten und den bestimmten Kennzeichnungen intendiert:

We are concerned with the general nature of description. The natural view is that we have many complexes ( $x$   $x$ ) holding of  $x$ , and some holding only of  $x$ ; these last are complete descriptions of  $x$ . (DVD, 300)

Im nächsten Abschnitt will ich zeigen, wie Russell diesen Diskurs, welcher später zur Entstehung der Theorie der Kennzeichnungen führen sollte, in PaD zunächst weiterentwickelt. Kommen wir zunächst zu einem letzten Punkt in DVD.

Russell beginnt in DVD - und nicht erst in ONF<sup>1443</sup> - erneut<sup>1444</sup> mit der Entwicklung einer Theorie der Komplexe. In diesem Zusammenhang stellt er einige Regeln zur Substitution von

<sup>1441</sup> "Every complex symbol *has* meaning; but if it has an  $\neg$  in it, it may not *express* a meaning;" (DVD, 303)

<sup>1442</sup> "[...] imaginary proper names are really substitutes for descriptions." (OMDP, 285)

<sup>1443</sup> Siehe Abschnitt 7.3. von Kapitel II.

<sup>1444</sup> Erste Ansätze finden sich in FU.

Variablen auf. Auf den ersten Seiten des Manuskripts führt er ' $p \supset q$ ', ' $p^{y/x}$ ', ' $(y)p^{y/x}$ ', ' $\phi|x$ ' und ' $x'(p)$ ' als undefinierbare Komplexe und ' $\neg$ ' als undefinierbare Funktion ein. Anschließend führt er eine spezielle Notation für die Substitution von Bedeutungen ein:

From  $\phi|x$  to  $\phi|y$  is a case of  $p^{y/x}$ . The process in  $p^{y/x}$  is this: If  $p$  is a meaning which denotes, and if  $x$  is a constituent of the meaning, then  $p^{y/x}$  is the meaning which results from substituting  $y$  for  $x$ . [...] then  $\neg p$ ,  $\neg p^{y/x}$  would be what these meanings denote. (DVD, 298)

Wir halten fest, dass die Substitution in Komplexen in Russells Funktionstheorie stets Bedeutungen betrifft. Dies muss so sein, da laut Russell nur die Bedeutungen<sup>1445</sup> komplex sind. Kommen wir nun zu einem weiteren, wichtigen Manuskript, in welchem Russell seine Überlegungen zur Semantik fortsetzt.

---

<sup>1445</sup> In OMDP schreibt Russell: [...] *all complexity is complexity of meaning...* (OMDP, 288). Und in DVD schreibt er: "[...] all complexes express meanings;" (DVD, 302)

## 7. "Points about Denoting"

### 7.1. Einleitung 419

### 7.2. Die Doppelnatur der Komplexe 419

### 7.3. Beschreibung und Denotation 423

### 7.4. Russells Prinzip der Bekanntschaft 426

#### 7.1. Einleitung

Das vermutlich in der zweiten Hälfte des Jahres 1903 oder in den ersten Monaten des Jahres 1904 entstandene Manuskript "Points about Denoting" (kurz 'PaD') ist aus mehreren Gründen interessant.

Zum einen kommen die Schwierigkeiten in Zusammenhang mit der Doppelnatur der Komplexe deutlich zum Vorschein, wie sie dann auch in OD diskutiert werden sollten. In diesem Kontext greift Russell die Idee aus DVD auf, die Bedeutungen als Beschreibungen zu interpretieren. Es geht auch um die Frage<sup>1446</sup>, ob die denotierenden Begriffe oder die denotierten Objekte zur Proposition gehören.

Zum anderen unterscheidet Russell in PaD meines Wissens erstmals explizit zwischen der Erkenntnis durch Bekanntschaft (knowledge by acquaintance) und der Erkenntnis durch Beschreibung (knowledge by description). Kommen wir zum ersten Punkt.

#### 7.2. Die Doppelnatur der Komplexe

Die Unterscheidung zwischen der Bedeutung und der Denotation bezieht sich in PaD - wie ansatzweise in FU und OMDP, deutlicher in DVD - nicht nur auf die denotierenden Ausdrücke - wie in PoM - sondern ganz allgemein auf Komplexe:

In a complex, we must distinguish the meaning and the denotation. (PaD, 306)

Dabei gelten scheinbar - wie schon in OMDP<sup>1447</sup> - getrennte Kompositionalitätsprinzipien für die Bedeutung und für die Denotation. Russell behauptet, dass die Konstituenten der Gesamtdenotation nicht zu den Konstituenten der Gesamtbedeutung gehören müssen und umgekehrt:

Constituents of the meaning of a complex may not be constituents of the denotation, and vice versa. (PaD, 306)

Betrachten wir die Beispiele<sup>1448</sup> SSW und STR, anhand derer Russell die Vorzüge seiner semantischen Theorie der Komplexe erläutern will:

---

<sup>1446</sup> Russells formuliert die Frage allerdings anders: "When a denoting phrase occurs in a proposition, does that which is denoted form a constituent of the proposition or not?" (PaD, 306)

<sup>1447</sup> OMDP, 284. Siehe Abschnitt 5.4. oben.

<sup>1448</sup> (PaD, 306-307).

SSW Smith's wife has blue eyes.  
STR Triphena has blue eyes.

Es handelt sich laut nach seiner Einschätzung um zwei Ausdrücke mit derselben Denotation, aber mit unterschiedlicher Bedeutung. Ohne das Bedeutungsmoment könnte der semantische Unterschied laut Russell gar nicht erfasst werden, wie man einer anderen Argumentation entnehmen kann. Die wichtige Frage betrifft laut Russell aber die logische Referenz, wie gleich deutlich werden sollte.

Russell zählt nun in seiner Analyse Smith, seine Frau (Smith's wife)<sup>1449</sup> und die Bedeutung von 'Smith's wife' zu den Konstituenten der Gesamtbedeutung von SSW, aber nicht zu den Konstituenten der Gesamtdenotation. Triphena ist andererseits keine Konstituente von Gesamtbedeutung von SSW, dafür aber eine Konstituente der Denotation von SSW. Tatsächlich weist SSW aber Triphena als logische Referenz auf:

"Smith's wife has blue eyes" is a statement about Triphena. (PaD, 306)

Der Punkt ist, dass Russell diesen Sachverhalt durch die Unterscheidung zwischen der Bedeutung und der Denotation erklärt. Er legt die logische Referenz von Propositionen auf die Denotation fest:

A proposition will only be said to be about a term if that term is a constituent of the denotation.

Thus "Smith's wife has blue eyes" is about Triphena, but not about Smith. (PaD, 307)

Wie bereits in der Semantik von PoM, wird auch hier möglicherweise das (TCA) verletzt. Dieses Prinzip haben wir oben wie folgt formuliert:

**(TCA) A proposition is only about the terms, which it contains.**

Entscheidend in Hinblick auf (TCA) ist letztlich also die Frage, ob Russell die Propositionen - bzw. allgemeiner die Komplexe - mit der Bedeutung oder der Denotation identifiziert. Tatsächlich optiert Russell in seiner Theorie der Komplexe tendenziell für eine hybride Variante, die eben keine Lösung ist, wie er in OD schließlich selbst feststellen sollte. In PaD finden sich nützliche Hinweise zu Russells Verständnis der Doppelnatur der Komplexe.

Die grundsätzliche Schwierigkeit betrifft die logische Beziehung zwischen den Komplexen und der Bedeutung. Manchmal spricht Russell von Komplexen, die Bedeutung haben, dann wieder von komplexen Bedeutungen bzw. Komplexen, die Bedeutungen sind - wie folgende zwei Bemerkungen aus PaD belegen:

[...] the complex **has** only meaning [**meine Hervorhebung**] and no denotation. (PaD, 307)

---

<sup>1449</sup> Russell intendiert hier wohl die Bedeutung des Wortes 'wife', während die Person von Smith selbst als Konstituente der Gesamtbedeutung aufgefasst wird.



If the meaning is complex [**meine Hervorhebung**], the whole is called a complex, although the denotation may be simple. (PaD, 306)

Es scheint so, als ob sich Russell in seiner Semantik der Komplexe nicht für eine Variante entscheiden will oder kann. Manchmal hat man den Eindruck, dass er sie sogar verwechselt. Russell identifiziert die Komplexe nicht einfach mit den Denotationen, da er den Unterschied zwischen den durch SSW und STR ausgedrückten Propositionen rein extensional nicht erfassen kann. Andererseits will er die Komplexe auch nicht mit der Bedeutung identifizieren, da er dann den Status der falschen Propositionen nicht mehr erklären könnte. Laut Russells Theorie liegt die Proposition nämlich bei den falschen Propositionen lediglich als Bedeutung vor.

Hier zeigen sich meines Erachtens deutlich die Grenzen von Russells realistischer Semantik. Russells Versuch, syntaktische Phänomene auf eine entsprechende Ontologie zu übertragen, funktioniert nicht. Einen ähnlichen Sachverhalt kennen wir aus PoM, wo er die Tatsache, dass Begriffe sowohl prädikativ als auch als logische Subjekte verwendet werden können, auf ihre mutmaßliche Doppelnatur zurückführt. Russell ist in PoM zudem definitiv nicht in der Lage, den Unterschied zwischen den Dingen und den Begriffen ontologisch zu fundieren.

Russell müsste sich in Bezug auf die Komplexe vermutlich entscheiden, ob diese Bedeutungen oder Denotationen sind, und dann müsste er Regeln für die Syntax und die Pragmatik von Ausdrücken festlegen. Mit seiner Theorie der Kennzeichnungen vollzieht er genau diesen Schritt, wie wir noch sehen werden.

In PaD löst Russell das Problem noch nicht und tendiert - wie in den meisten anderen Manuskripten davor - dazu, die Denotation als die eigentliche Sphäre des Realen zu bestimmen. Dies wurde in Zusammenhang mit seiner Analyse der Propositionen mit denotierenden Ausdrücken deutlich. In PaD behauptet er dann auf paradoxe Weise, dass die Komplexe mit den Denotationen identifiziert werden müssen.

If two complexes are different in meaning but identical in denotation, they are identical in denotation, they are identical, and not two but one... (PaD, 308)

Russell geht dann so weit, den Funktionen (als Bedeutungen) den Entitätscharakter<sup>1450</sup> abzusprechen. Die Denotationen von Funktionen bzw. die Funktionswerte - und der Wertverlauf - hingegen gelten als Objekte, wie folgende Bemerkung zeigt:

The plan now is to use  $f(x)$  or  $\phi(x)$  for an unanalyzed complex, and to write  $f/x$  or  $\phi/x$ , in the case where we can detach a constant element, to be called function. But it may be questioned whether this is now worth. Perhaps it is better and simpler to recur to Werthverläufe, writing  $x'(fx)$  for the class involved in  $fx$ . [...]. The Werthverlauf will be the

---

<sup>1450</sup> Vergleiche mit OMD, 338.

object denoted by the constant part (if any) of  $fx$ . Observe that  $f(x)$  or  $\phi(x)$  is not itself an entity, any more than  $x$  is, though for every value of  $x$  and of  $f$  or  $\phi$  it is an entity. (PaD, 312)

Wie in PoM<sup>1451</sup> identifiziert er auch in PaD die Funktionen mit speziellen Relationen. Die Rechtseindeutigkeit einer Funktion ist demnach dann gegeben, wenn es ein und nur ein  $x$  gibt, welches eine bestimmte Relation  $R$  zum Term  $a$  hat. Russell betrachtet den Komplex 'a term having the relation  $R$  to  $a$ ' als Funktion und schreibt ihr zunächst eine Bedeutung und eine Denotation zu. Paradoxerweise identifiziert er die Funktion im letzten Satz dann mit der Denotation. Er schreibt:

Consider the more general case, e.g.  $xRa$ . The function involved is to be such, for every value of  $x$ , the value of the function is that which is denoted by  $xRa$ . If we regard the function as being "a term having the relation  $R$  to  $a$ ", we must regard this as having both meaning and denotation; the denotation is the function. (PaD, 308)

Die Doppelnatur der Komplexe überträgt sich demnach auch auf die Funktionen. Wie wir aus Kapitel II wissen, hat Russell Notationen und syntaktische Vorschriften entwickelt, um die Komplexe und Funktionen in einer Theorie zu verbinden. Seine Funktionstheorie ist deshalb auch eine Theorie der Komplexe. Dabei kann er sich nicht entscheiden, ob die Funktionen oder die Komplexe logische grundlegend<sup>1452</sup> sind. Doch zurück zu PaD.

Wenn man für die Variable einer Funktion ein Argument (einen Wert) einsetzt, erhält man entweder eine komplexe Bedeutung oder eine Denotation. Russell merkt zum Schluss an, dass normalerweise die Denotation vorliegt:

Each of these [' $x$ 's wife', 'Smith's  $y$ ' und ' $x$ 's  $y$ ] must be twofold, according as, when a value is supplied to the variable, the value of the function is to be the resulting meaning, or what the meaning denotes. It is plain that the latter is usually in question... (PaD, 308)

Russell definiert die Funktionen als strukturierte Korrelationen zwischen einer unabhängigen und einer abhängigen Variablen, welche er zunächst respektive wie folgt definiert:

*Df.* (not in the strict symbolic sense). A dependent variable is something denoted by a complex of which the independent variable in question is a constituent. (PaD, 309)

The variable, both dependent and independent, is a fundamental notion, not capable of further analysis. If  $X$  be a dependent variable, and  $x$  its independent variable, there is a nexus of  $X$  and  $x$ , which is not determinate when single values of  $X$  and  $x$  are given, but becomes determinate when the *function* involved is given. (PaD, 309)

---

<sup>1451</sup> "For most purposes, it is convenient to identify the function and the relation, i.e., if  $y = f(x)$  is equivalent to  $xRy$ , where  $R$  is a relation, it is convenient to speak of  $R$  as the function [...]." (PoM, 264)

<sup>1452</sup> Siehe Abschnitt 7.3.3. von Kapitel II.

Es lässt sich nicht leugnen, dass Russells Semantik der Komplexe hoffnungslos verworren bleibt. Dies scheint zum Teil darauf zurückzuführen sein, dass seine Theorie der Komplexe sowohl die denotierenden als auch die nicht-denotierenden Komplexen umfasst. Der relevante Punkt betrifft den Sachverhalt, dass nur die Denotation der letzteren - aber nicht jene der ersteren - in Russells Theorie als komplex gilt. Entsprechend der Überzeugung, dass die DF von den PF abgeleitet<sup>1453</sup> sind, kann Russell im Folgenden behaupten, dass jeder Komplex entweder eine Proposition ist, oder eine solche voraussetzt. Wie der letzte Satz des folgenden Zitats nahelegt, vertritt Russell auch noch in PaD die Theorie aus OMDP<sup>1454</sup> und DVD<sup>1455</sup>, wonach die falschen Propositionen als Komplexe mit einer Bedeutung, aber ohne Denotation interpretiert werden:

It would seem, that every complex either is or presupposes a proposition; it is possible to maintain, that when this proposition is false, the complex has only meaning (PaD, 307)

Halten wir Russells Klassifikation der Komplexe aus PaD mit entsprechenden Beispielen<sup>1456</sup> in einer Übersicht fest:

Arten von Komplexen	Bedeutung	Denotation	Beispiele
Propositionen	liegt vor	liegt vor	'The King of England is Edward VII'
		liegt nicht vor	'The King of France is bald'
bestimmte Kennzeichnungen	liegt vor	liegt vor	'The King of England'
		liegt nicht vor	'The King of France'

Kommen wir nun auf den anderen Punkt, nämlich Russells Begriff der Kennzeichnungen zu sprechen.

### 7.3. Beschreibung und Denotation

Russell bezeichnet die Bedeutung von denotierende Ausdrücken (descriptive phrases) in OMD als Beschreibung der denotierten Entität, wie aus geht aus folgender Passage von hervor:

The meaning may be called a *description* of the entity, and the phrase may be called a *descriptive phrase*. (OMD, 318)

<sup>1453</sup> Siehe die Abschnitte 5.4.2. und 7.2.3. von Kapitel II.

<sup>1454</sup> (OMDP, 286-287).

<sup>1455</sup> DVD, 303.

<sup>1456</sup> Die ersten beiden Beispiele stammen in dieser Form von mir. Siehe PaD, 307.

Dieser Begriff der Beschreibung entspricht ziemlich genau jenem intensionalen Moment, welche ich in Abschnitt 5.3.6. als Assertion<sub>1</sub> bezeichne und vom Behauptungsmoment (Assertion<sub>2</sub>) unterscheide. Meine These ist es, dass Russell mit seiner Theorie von Bedeutung (und Denotation) die in PoM noch nicht verstandene, aber implizit enthaltene Intensionalität erläutert und fassbar macht.

Tatsächlich rückt Russell gerade mit seinen Überlegungen in PaD in die Nähe von Freges Auffassung von Sinn als Weise des Gegebenseins<sup>1457</sup>. Er umschreibt die Bedeutung nämlich als Weg, auf dem ein Ding erreicht wird, wobei dies nichts mit dem Sein des Dings selbst zu tun hat. In seinen Worten:

[...] meaning has to do, not with what a thing is, but with the road by which it is reached: in a denoting complex, the complex apart from what it denotes may be not a single entity at all.  
(PaD, 308)

Im letzten Satz spricht Russell der Bedeutung den Entitätsstatus gewissermaßen ab, wenn er sagt, dass ein denotierender Komplex als Bedeutung möglicherweise keine einzelne Entität ist. Die Frage ist, ob es sich dann um ein Pluralobjekt handelt oder um gar keine Entität? Diese Position steht im Gegensatz zur Theorie in PoM<sup>1458</sup>, wonach die denotierenden Begriffe als definierte Entitäten postuliert werden. Ich gehe davon aus, dass Russell die denotierenden Begriffe als spezielle Ganzheiten konzipiert, deren Einheit aus einer speziellen Supervenienz resultiert. Russell beschreibt die Ganzheiten<sup>1459</sup> in PoM als singuläre Entitäten, welche durch ihre Teile nicht bestimmt sind. Eine entsprechende Auffassung zu den denotierenden Begriffen vertritt Russell noch in OMD<sup>1460</sup>.

Ich würde jedenfalls so weit gehen zu behaupten, dass sich in den Überlegungen Russells in PaD die Demontage der denotierenden Begriffe ankündigt. Zugleich gehen seine Bestrebungen in Richtung einer neuen Denotationstheorie, der späteren Theorie der Kennzeichnungen.

Russell behauptet in einer aufschlussreichen Passage aus PaD, dass die Definitionen im Prinzip eigentlich Kennzeichnungen sind. Im selben Absatz zählt er erkenntnistheoretische Vorzüge seiner Denotationstheorie auf, welche wir aus PoM<sup>1461</sup> bereits kennen:

---

<sup>1457</sup> Siehe Kapitel II, Abschnitt 3.3.

<sup>1458</sup> "It is to be observed that this five combinations [*all, every, any, a, some* + class-concept, meine Hinzufügung] yield neither terms nor concepts, but strictly and only combinations of terms. [...] Corresponding to each combination there is, at least if the terms combined form a class, **a perfectly definite concept**, which **denotes [meine Hervorhebungen]** the various terms of the combination combined in the specific manner. (PoM, 58)"

<sup>1459</sup> "[...] wholes are *not*, as a rule, determinate when their constituents are given, but are **themselves new entities** (which may be in some sense **simple**) **[meine Hervorhebung]**, defined, in the mathematical sense, by certain relations to their constituents." (PoM, 111-112)

<sup>1460</sup> "But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but **in any way combined so as to acquire unity [meine Hervorhebung]**, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning." (OMD, 318)

<sup>1461</sup> Vergleiche mit: "An object may be present to the mind, without our knowing any concept of which the said object is *the* instance; and the discovery of such a concept is not a mere improvement in notation. [...] ...as soon as the definition is found, it becomes wholly unnecessary to the reasoning to remember the actual object defined, since only concepts are relevant to our deduction." (PoM, 63)

It is thus that definitions proceed. They give a known meaning, and enable us to make propositions about what the meanings denotes, although we may have no acquaintance with this something. In the proposition "there is one and only one instance of  $u$ ", the said instance is not a constituent of the meaning, hence the proposition may be known without our being acquainted with the instance. (PaD, 307-308)

Auf der Grundlage unserer Analyse in Abschnitt 2 von Kapitel II können wir annehmen, dass hier die mathematischen Definitionen und nicht die philosophischen Definitionen gemeint sein müssen. Die für die Logik<sup>1462</sup> von PoM grundlegenden, mathematischen Definitionen stehen in einer engen Verbindung mit der Denotationstheorie. Die Denotation gilt in PoM (und auch noch danach) zudem als logisches Phänomen, bei dem die intensionalen, denotierenden Begriffe auf eindeutige Weise extensionale Terme bezeichnen.

In PaD schlägt Russell nun eine Interpretation vor, bei die Denotation als Korrelation zwischen einer komplexen Bedeutung und dem (denotierten) Term aufgefasst werden kann. Diese Korrelation ist laut Russell nicht anderes als die Funktion. In diesem Sinne spricht sich Russell generell für den extensionalen Standpunkt<sup>1463</sup> in der Mathematik aus. In seinen Worten:

The extensional point of view is always preferable in mathematics. If the function is given, that amounts to giving the nexus of  $X$  and  $x$ . Now this nexus may be conceived in two ways, ( $\alpha$ ) as the bare scheme of the complex meaning involved - *i.e.* roughly, as the complex meaning with the variable left variable - or ( $\beta$ ) as the correlation of the independent variable with the term denoted by the complex meaning concerned. The former is intensional, the latter extensional. The extensional point is always preferable in mathematics. Thus given the scheme of a complex meaning, we shall regard this as denoting a certain correlation, and the correlation will be what we shall call the function. (PaD, 309)

Die folgende Bemerkung zu den denotierenden Komplexen könnte auf dem ersten Blick eben so gut aus PoM stammen. Auf den zweiten Blick scheint sie aber dann die Theorie der Kennzeichnungen aus OD zu antizipieren. Russell behauptet nämlich, dass solche denotierenden Komplexe die Proposition einschließen, wenn er meint, dass es genau eine Instanz des denotierenden Begriffs gibt. In seinen Worten:

A complex of the form "the  $u$ " involves the proposition that  $u$  is a concept of which there is one and only one instance. When this proposition is true, the complex denotes the said instance; when false, it denotes nothing. Thus "The King of England" denotes Edward VII, but "The King of France" denotes nothing. (PaD, 307)

---

<sup>1462</sup> Siehe Abschnitt 2.2. und 2.3. von Kapitel II.

<sup>1463</sup> "The extensional point of view is always preferable in mathematics." (PaD, 309)

Diese Position ist in DVD<sup>1464</sup> noch nicht in dieser Deutlichkeit zu finden, auch wenn sie in der folgenden Bemerkung möglicherweise implizit schon vorhanden ist:

Phrases which both mean and denote are always of the form "the  $\phi$ " where  $\phi$  is a simple propositional function, except in the case of propositions. Unasserted propositions have a *the* in the language: "*the* death of Caesar". (DVD, 299)

Der nächste Schritt wäre es anzunehmen, dass die Propositionen mit denotierenden Komplexen mit Denotationslücken in PaD in Subjektposition falsch sind, weil sie solche falschen Proposition einschließen. Die Interpretation der ursprünglichen Proposition als Konjunktion von mehreren Propositionen scheint greifbar nahe.

#### 7.4. Russells Prinzip der Bekanntschaft

Im folgenden Abschnitt wollen wir einen Exkurs in Russells Erkenntnistheorie machen, wobei wir von James Levines Essay "From Moore to Peano to Watson" aus dem Jahre 2009 ausgehen. Dabei steht das aus OD bekannte Prinzip der Bekanntschaft (Principles of Acquaintance, kurz 'PoA') im Vordergrund:

In every proposition that we can apprehend [...], all the constituents are really entities with which we have immediate acquaintance. (OD, 427)

Die klassische Formulierung findet sich laut Levine in *The Problems of Philosophy* aus dem Jahre 1912:

The fundamental principle in the analysis of propositions containing descriptions is this: *every proposition which we can understand must be composed wholly of constituents with which we are acquainted.* (PoP2, 58)

Dieses Prinzip ist laut Levine<sup>1465</sup> für Russell eng mit der augustinischen Sprachauffassung verknüpft, wie folgende Bemerkung aus PoP2 belegt:

We must attach *some* meaning to the words we use, if we are to speak significantly and not utter mere noise; and the meaning we attach to our words must be something with which we are acquainted. (PoP, 58)

Wir wollen von Levines Formulierung<sup>1466</sup> von Russells Prinzip ausgehen und es dann wie folgt (für PoM) modifizieren:

---

<sup>1464</sup> Wie wir aus Abschnitt 6 von Kapitel II wissen, symbolisiert Russell den bestimmten Determinator mit dem ' $\iota$ ': "[...] instead of  $\phi/x$  we ought always to have  $\iota(\phi/x)$ . In this case,  $\iota$  takes us from the meaning to the denotation..." (DVD, 299)

<sup>1465</sup> Levine (2009), 1.2.

<sup>1466</sup> Levines Formulierung: **(PoA) Understanding a sentence requires being acquainted with the meaning of each word constituent of the proposition expressed by that sentence.** Siehe Levine (2009), 17.

**(PoA) Understanding a sentence, which expresses a proposition, requires being acquainted with the meaning of each constituent word of the sentence, that is, with the terms of the proposition.**

Der erkenntnistheoretische Begriff der Bekanntschaft taucht laut Levine bereits lange vor OD in Russells Philosophie auf, auch wenn die Etikette anfangs eine andere war. James Levine<sup>1467</sup> weist darauf hin, dass Russell bereits in den Jahren 1898/1899 ein ähnliches Prinzip wie (PoA) vertreten hat. Nach Russells platonischer und atomistischer Position kann die Bedeutung der undefinierbaren R-Terme nicht erklärt, sondern nur suggeriert oder intuitiv begriffen werden. Da die philosophischen Definitionen nur bei komplexen Termen möglich sind, muss es einfache, nicht weiter zerlegbare Terme und Propositionen geben. Diese letzten Elemente sind laut Russell also nicht definierbar bzw. rational erfassbar, wie folgende Aussagen belegen:

[...] that some conceptions, at least, **must be indefinable**. [...] such fundamental judgements, or axioms, will be found wherever we have two or more fundamental conceptions. Their truth must, for a successful study, be **intuitively apprehended [meine Hervorhebungen]**; [...] no reason whatever can be given for their truth. (AMR, 163)

[...] the meaning of the fundamental terms cannot be given, but can only **be suggested [meine Hervorhebung]**. (AoG, 411)<sup>1468</sup>

In seinem Buch über Leibniz behauptet Russell, dass sich die Philosophie - anders als die Mathematik, welche mit deduktiven Methoden arbeitet - mit den Voraussetzungen der Wissenschaft beschäftigen soll. Wenn Russell meint, dass letztere nur intuitiv erfasst werden können, antizipiert er damit möglicherweise (PoA):

[...] the business of philosophy is just the discovery of those simple notions, and those primitive axioms, upon which any calculus or science must be based. (PoL, 170)

[...] the problems of philosophy should be anterior to deduction. An idea which can be defined, or a proposition which can be proved, is of only subordinate philosophical interest. The emphasis should be laid on the indefinable and indemonstrable, and here no method is available save **intuition [meine Hervorhebung]**. (PoL, 171)

Die philosophische Analyse - welche primär eine dekompositionale Analyse<sup>1469</sup> ist - ist nach (PoA) demnach nicht in der Lage die Konstituenten einer Proposition zu liefern. Mit den undefinierbaren und unbeweisbaren Begriffen müssen wir vor der Analyse vertraut oder bekannt sein. Diese Auffassung gehört zu den Dogmen der *New Philosophy* und wird von Russell auch in PoM beibehalten.

---

<sup>1467</sup> Levine (2009): 24.

<sup>1468</sup> *The Axioms of Geometry* (1899a).

<sup>1469</sup> Siehe Abschnitt 3.3.3. von Kapitel II.

Laut PoM ist für die Erkenntnis einer Proposition die Bekanntschaft der sie konstituierenden Terme erforderlich. Letztere gelten als potentielle Objekte des Denkens und bevölkern ein quasi-Meinong'sches Universum:

Whatever may be an object of thought, or may occur in any true or false proposition, or can be counted as one, I call a term. This, then, is the widest word in the philosophical vocabulary. I shall use it as synonymous with the words unit, individual, and entity. [...] every term has being, i.e. *is* in some sense. A man, a number, a class, a relation, a chimera... [...]; and to deny that such and such a thing is a term must always be false. (PoM, 43)

Wir haben wiederholt festgestellt, dass die denotierenden Begriffe in der Ontologie und Logik eine Anomalie darstellen, da sie aufgrund von (AS) das Prinzip (TCA) verletzen. In diesem Kontext behauptet Russell in PoM, dass beim symbolischen Denken nicht die Dinge (die Terme) selbst, sondern Definitionen als deren Repräsentanten bzw. Kennzeichnungen manipuliert werden, welche die Terme denotieren:

In the moment of discovery, the definition is seen to be true, because the object to be defined was already in our thoughts; but as part of our reasoning it is not true, but merely symbolic, since what the reasoning requires is not that it should deal with that object, but merely that it should deal with the object denoted by the definition. (PoM, 63)

Russell sieht sich daher gezwungen, das Prinzip (PoA) einer Modifikation zu unterziehen. Damit sind wir endlich bei PaD angekommen.

Laut PaD ist für das Verständnis einer Proposition lediglich die Bekanntschaft mit den Bedeutungskomponenten erforderlich, aber nicht die Bekanntschaft der davon verschiedenen Komponenten der Denotation. Russell bezieht sich hier - wie im Auszug aus PoM oben - auf die Definitionen, welche unserer Erkenntnis auf Terme ausdehnen, welche uns nicht bekannt sind:

It is necessary, for the understanding of a proposition, to have acquaintance with the meaning of every constituent of the meaning, and of the whole; it is not necessary to have acquaintance with such constituents of the denotation as are not constituents of the meaning. It is thus that definitions proceed. They give a known meaning, and enable us to make propositions about what the meaning denotes, although we may have no acquaintance with this something. (PaD, 307)

Somit müsste laut PaD ist für das Verständnis des Satzes 'Smith's wife has blue eyes'<sup>1470</sup> die Bekanntschaft mit Triphena nicht nötig sein. Die Bekanntschaft mit Smith und dem Begriff 'Smith's wife' sind - neben der Bekanntschaft mit den Bedeutungen der Wörter 'blue' und 'eyes' und 'has' - erforderlich, da sie zu den Konstituenten der Gesamtbedeutung des Satzes gehören.

---

<sup>1470</sup> Siehe Abschnitt 7.2.



Dieses neue Prinzip können wir wie folgt formulieren:

**(PoA\*) Understanding a sentence, which expresses a proposition, requires being acquainted with the constituents of the meaning of the proposition.**

Russell vertritt das Prinzip (PoA\*) mit einiger Sicherheit auch noch in OF, wenn er meint, dass die Bekanntschaft mit dem denotierenden Begriffen - aber nicht mit dem denotierten Term - erforderlich ist:

But we can only know an object as denoted if we are *acquainted* with the denoting concept; thus **immediate acquaintance with the constituents of the denoting concept** is presupposed in what we may call *denotative* knowledge [**meine Hervorhebung**]. (OF, 369)

Damit haben wir einige der wichtigsten Elemente von Russells Semantik besprochen, welche zur Funktionstheorie von 1904 gehören. Kommen wir nun zum vorletzten Manuskript vor OD, nämlich "On Meaning and Denotation" (kurz 'OMD').

## 8 "On Meaning and Denotation"

### 8.1. Einleitung 430

### 8.2. Die Theorie von Bedeutung und Denotation 430

### 8.3. Die Kennzeichnungen 434

### 8.4. Die Doppelnatur der Propositionen 441

### 8.5. Die Antizipation einer Problematik von GEA 446

#### 8.1. Einleitung

"On Meaning and Denotation" ist vermutlich neben OF das wichtigste Manuskript zwischen PoM und OD. Ich werde zeigen, dass zumindest einige Teile von OMD zur Semantik der Wortarten vor OMDP entstanden sind und dass Russell hier direkt an die Ansichten von PoM anknüpft. Ideengeschichtlich bedeutsam ist OMD vor allem, da Russell hier in Zusammenhang mit den denotierenden Ausdrücken seine Theorie von Bedeutung und Denotation vorbereitet. Das Manuskript OMD weist hier eine Art Brückenfunktion auf, da die neue Semantik auch durch terminologische Neuerungen entwickelt wird. Russell schreibt in OMD auch den Propositionen eine Bedeutung und Denotation zu, weshalb er von der Doppelnatur der Propositionen spricht. Anschließend diskutiert er logische Implikationen dieser Auffassung und antizipiert dabei einige der Problematiken von OD.

#### 8.2. Die Theorie von Bedeutung und Denotation

Russell vertritt hier - anders als dann in OMDP<sup>1471</sup> und FU<sup>1472</sup> - die Auffassung dass die einzelnen Wörter generell designieren, ohne eine Bedeutung ausdrücken:

[...] single words generally, designate without expressing: in these cases there is only a single object for the phrase, namely the object which it designates. (OMD, 318)

Hier - wie bei der Wahl der Beispiele - zeigt sich, dass Russell näher bei Semantik von PoM liegt. In der Terminologie von PoM<sup>1473</sup> heißt es, dass die einzelnen Wörter bedeuten. Entsprechend dem von Russell in PoM etablierten Prinzip (Aug) fällt die Designation mit dem designierten Objekt zusammen. Damit bestätigt sich - zumindest teilweise - meine Annahme, dass Russell in seiner Theorie von Bedeutung und Denotation die Terminologie von PoM auf den Kopf stellt. Da Russell wie ich glaube den Ausdruck 'meaning' für die denotierenden

---

<sup>1471</sup> "[...] verbs and adjectives have meaning, but no denotation." (OMDP, 284)

<sup>1472</sup> In common language, verbs, prepositions, and in a sense adjectives, express functions; the words that do not express functions may all be called, by a slide extension, proper names. (FU, 51)

<sup>1473</sup> Russell schreibt in PoM: "On the principle, from which I see no escape, that every genuine word must have some meaning..." (PoM, 100). Und auch: "[...] it must be admitted, I think, that every word occurring in a sentence must have *some* meaning: a perfectly meaningless sound could not be employed in the more or less fixed way in which language employs words. The correctness of our philosophical analysis of a proposition may therefore be usefully checked by the exercise of assigning the meaning of each word in the sentence expressing the proposition." (PoM, 42)

Begriffe reservieren will, verwendet er in OMD stattdessen zunächst den Ausdruck 'designation', welcher wie die Bedeutung in PoM als Namensrelation gilt.

Der entscheidende Punkt ist, dass die Denotation laut OMD - anders als die Namensrelation - keine konventionelle Relation ist:

[...] the logical important matter is the relation between what is expressed and what is designated. For when one name both designates and expresses, this is not arbitrary, but is due to a relation between objects designated and expressed. This relation is what I shall call *denoting*. Thus it is the meaning, not the name, which denotes the denotation; and denoting is a fact which concerns logic, not the theory of language or naming. (OMD, 317-318)

Die Denotation ist eine logische Relation zwischen den Bedeutungen und den designierten Objekten, heißt es an einer anderen Stelle:

We must distinguish, first of all, the relation of the phrase to that of which is it a name, from the relation of what the phrase means to that of which it is a name. [...] The words are a symbol for the object: this relation I shall speak of as that of designating the object. [...] the discussion of this relation belongs to the theory of language [...].it is not a fundamental logical relation [...]. (OMD, 315)

Russells Verwendung des Ausdrucks 'Denotation' entspricht also noch ganz dem aus PoM. In den anderen Manuskripten - zuerst in OMDP - verwendet er den Ausdruck 'denotation' dann auch für die Designation, wie unsere Analyse der Semantik nach PoM zeigt. Wie in PoM schreibt Russell in OMD den denotierenden Ausdrücken sowohl eine Bedeutung als auch eine Denotation zu. Diese komplexen Ausdrücke sind somit die einzigen Ausdrücke, welche nicht ausschließlich eine Designation aufweisen. In Russells Worten:

"[...] "the present King of England", "the even prime", "the positive square root of 2", "the bed in which Cromwell died", "the difference between Mr. Chamberlain and the present Prime Minister of England" are all phrases which have both meaning and denotation." (OMD, 318)

Russell macht in OMD dazu folgende Beispiele:

Such phrases as "Arthur Balfour", "two", "yellow", "whiteness", "good", "diversity" ... (OMD, 318)

In der Semantik von OMDP<sup>1474</sup> würden aus dieser Liste vermutlich nur 'Arthur Balfour', 'whiteness' und möglicherweise 'diversity' zu den Designatoren (Eigennamen) gerechnet. Die restlichen Wörter zählen in OMDP zu den Ausdrücken, welche bedeuten ohne zu denotieren. Russell spricht den einzelnen Wörtern in OMD das intensionale Moment der Beschreibung ab. Dieses bleibt - wie schon in PoM - ausschließlich den komplexen Ausdrücken vorbehalten.

---

<sup>1474</sup> Siehe Abschnitt 5.2. und 5.3.

Diesen Sachverhalt werte ich als Hinweis<sup>1475</sup> dafür, dass Russell diese Passagen in OMD vor den entsprechenden Stellen aus OMDP (bzw. vor OMDP) verfasst hat. Tatsächlich vertritt Russell später die Position von OMDP - und nicht jene von OMD. So schreibt er in OF:

Verbs not in infinite mood, and prepositions, and conjunctions, when they occur in sentences, normally occur as *meanings*; (OF, 380)

Dr von mir als semantische Wende bezeichnete Wandel in Russells Denken muss demnach nach der Verfassung der besprochenen Textstellen zur Semantik in OMD erfolgt sein. Andere Teile von OMD sind - wie wir noch sehen werden - mit großer Wahrscheinlichkeit aber nach OMDP entstanden. Im übernächsten Abschnitt zeige ich, dass Russell das Prinzip, wonach einzelne Wörter immer designieren, ohne zu bedeuten, noch in OMD relativiert. Wie wir gleich sehen werden, schreibt er im Kontext der Diskussion um die denotierenden Ausdrücke gewissen Namen dann doch ein intensionales Moment zu.

Versuchen wir nun Russells Verständnis der Bedeutung näher zu kommen. Wenn meine Interpretation zur Theorie von Bedeutung und Denotation zutrifft, ist OMD das erste Manuskript nach PoM, in dem Russell weitergehende Überlegungen zur Bedeutung von denotierenden Begriffen<sup>1476</sup> anstellt. Russell bemerkt in PoM<sup>1477</sup>, dass die Analyse der Bedeutung von denotierenden Begriffen in diesem Buch nicht besprochen wurde.

Als Einführung zur Theorie von OMD kann uns wahrscheinlich Russells Diskurs zu den Haltungen nützlich sein, welche er selbst zur Klärung von semantischen Begriffen heranzieht. Wenn wenige Zeilen vorher von sprachlichen Ausdrücken die Rede war, welche Objekte ausdrücken oder designieren können, geht es in folgendem Absatz um Ideen, welche gewissermaßen als Korrelate von Komplexen aufgefasst werden. Russell führt ein Beispiel an, bei dem zwei Typen von Haltungen<sup>1478</sup> - die Affirmation und das Ausdrücken - auf ein und dasselbe Objekt bezogen werden. Letzteres ist vermutlich eine Tatsache<sup>1479</sup>, wie Russell wenig früher behauptet. In seinen Worten:

The thought indicated by "Mr. Balfour's being Prime Minister of England" expresses what is affirmed by the thought indicated by "Mr. Balfour is Prime Minister of England". The object in

---

<sup>1475</sup> Laut Herausgebers ist OMD nicht vor dem 22. August 1903 fertig gestellt worden, während FU und OMDP irgendwo in der zweiten Hälfte des Jahres 1903 anzusiedeln sind.

<sup>1476</sup> Russell schreibt den denotierenden Begriffen in PoM eine spezielle Bedeutung, ohne diese näher analysieren zu können: "But such concepts as *a man* have a meaning in another sense: they are, so to speak, symbolic in their own nature, because they have the property which I call *denoting*. Siehe Abschnitt 3.5.

<sup>1477</sup> "In a full discussion, it would be necessary also to discuss the denoting concepts; the actual meanings of these concepts, as opposed to the nature of the concepts they denote, have not been discussed above. But I do not know that there would be anything further to say on this topic." (PoM, 65)

<sup>1478</sup> Eine ähnliche Position ist bereits im Appendix von PoM zu finden: "The propositional concept seems, in fact, to be nothing other than the proposition itself, the difference being merely the psychological one that we do not assert the proposition in the one case, and do assert it in the other." (PoM, 526-527). Siehe Kapitel I, Abschnitt 4.1.

<sup>1479</sup> OMD, 319.

these two cases is the same, but the thought and its relation to the object are different. (OMD, 321)

Ein und dieselbe Proposition kann einmal vorgestellt und einmal behauptet werden:

Proceeding now to propositions, we have a new attitude towards objects, namely that of affirmation. When the object is a proposition, it may be not only expressed, but also affirmed. (OMD, 321)

Diese Überlegungen antizipieren in gewisser Hinsicht Russells Multiple Relation-Theorie aus dem Jahre 1906, welche nur Propositionen, Individuen und das Subjekt, aber keine Funktionen vorsieht.

Russell lehnt die Annahme vonhaltungen in OMD dann schließlich als psychologisch ab. Ähnlich gelten die Bedeutungen in OMD als nicht-sprachliche Objekte<sup>1480</sup>, welche vom Geist aufgefasst werden können, aber unabhängig von diesem und von Ideen existieren. Die Bedeutungen sind zudem sprachen-invariant, wie Russell klarstellt:

The meaning of a proposition or a phrase must not be supposed to be something psychological. The meaning is that which is sought to preserve in translation into another language, where the names are different. It is an object to the mind which apprehends it, and is not itself the apprehension. [...] the complex is the object of the idea, and is thus other than the idea. (OMD, 316)

Russell unterscheidet - entsprechend dem realistischen Ansatz der *New Philosophy* - zwischen dem Komplex der Ideen und der Idee des Komplexes:

[...] the idea of a complex, though not doubt it cannot exist without the ideas of its parts, is different from any complex of these ideas; what we must have in our minds is the idea of the complex, and not *merely* a complex of ideas. (OMD, 316)

Die Idee des Komplexes im Geist ist lediglich ein psychisches Korrelat des Komplexes, während die komplexe Bedeutung etwas ausschließlich Extramentales ist, welche den Komplexen anhaftet. Dies wird im nächsten Absatz deutlich, wenn Russell behauptet, dass komplexe Bedeutungen, nicht als Ergebnis einer Synthesisleistung des Subjekts interpretiert werden dürfen:

And when the idea of a complex is in the mind, that means that the complex is the object of the idea, and is thus other than the idea. Consequently a complex meaning is something not **essentially** psychical [**meine Hervorhebung**], and we must not allow ourselves to believe that **all** complexity is due to the activity of mind, or the "synthetic unity of perception". (OMD, 316)

---

<sup>1480</sup> Vergleiche mit: "[...] everything that can occur in a proposition must be something more than a *mere* idea - it must be the object of an idea [...]." (1900b, 229)

Die folgende Formulierung zu den Haltungen und mentalen Zuständen führt uns zum Kern der Problematik von Russells Auffassung von Bedeutung und Denotation. Russell schlägt eine spezielle Theorie dazu vor:

It is to be observed that words are intended to communicate states of mind, and that often different states of mind having the same object. [...] The **following theory** may be suggested. An idea has an object other than itself, but there **are two possible attitudes towards objects**, and these must be distinguished. The idea itself may [...] either express an object or designate an object; and when an idea expresses an object, the object expressed may itself denote some other object. Thus when we have the idea of the present Prime Minister of England, we have an idea *expressing* the *meaning*; whereas when we have the idea of Arthur Balfour, we have an idea *designating* the *denotation* [meine Hervorhebungen] of the previous meaning. (OMD, 321)

Wir müssen also im Kontext des Ausdrucks 'The present Prime Minister of England' zwischen verschiedenen Haltungen und semantischen Relationen unterscheiden:

Die Idee vom gegenwärtigen Premierminister von England drückt die Bedeutung des Ausdrucks 'The present Prime Minister of England' aus.

Die Idee von Arthur Balfour designiert die Denotation des Ausdrucks 'The present Prime Minister of England'.

Wenn wir von den problematischen Haltungen absehen, haben wir hier die Definition der zwei semantischen Grundrelationen, der Bedeutung und die Denotation. Nur die erstere hat direkt mit den Ausdrücken zu tun, wie man auch der folgenden Behauptung entnehmen kann:

[...] both designating and expressing have to do with language [...] (OMD, 317)

Kommen wir auf die denotierenden Ausdrücke und die Denotation zu sprechen, welche als einzige Ausdrücke sowohl eine Bedeutung als auch eine Denotation aufweisen. Hier erhoffe ich mir weitere Hinweise zu Russells Verständnis der Bedeutungen.

### 8.3. Die Kennzeichnungen

Die denotierenden Ausdrücke werden in OMD - wie in OMDP<sup>1481</sup> - als eigene Kategorie eingestuft. Russell behauptet wie in PoM<sup>1482</sup>, dass sie eine komplexe Bedeutung ausdrücken. Wenn Russell ihnen dann eine Einheit zuschreibt, rückt er sie an die Propositionen heran. Er schreibt:

---

<sup>1481</sup> Siehe Abschnitt 5.4.

<sup>1482</sup> "But such concepts as *a man* have a meaning in another sense: they are, so to speak, symbolic in their own nature, because they have the property which I call *denoting*. [...] the entity indicated by *John* does not have meaning, as Mr Bradley contends; and even among concepts, **it is only those that denote that have meaning** [meine Hervorhebung]." (PoM, 47)

But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire unity, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning. In such a case, there may be no object designated. (OMD, 318)

Es fällt auf, dass Russell den denotierenden Ausdrücken in OMD zunächst eine Bedeutung und eine Designation zuschreibt und nicht - wie in den späteren Schriften bis OD - eine Denotation. Damit folgt er der oben besprochenen, terminologischen Option in Bezug auf die einzelnen Wörter, welche in der Regel nur designieren, ohne zu bedeuten. Wenn Russell auf der nächsten Seite<sup>1483</sup> von der Bedeutung und der Denotation spricht, bezieht er sich nicht ausschließlich auf die sprachlichen Ausdrücke. Nach OMD<sup>1484</sup> schreibt Russell dann den sprachlichen Ausdrücken eine Denotation zu, wie unsere Analyse ergeben hat.

Russell bringt im folgenden Absatz die Denotationstheorie - wie in PaD - mit der Theorie der Bekanntschaft in Verbindung. Er behauptet, dass die denotierte Entität für unsere Erkenntnis zugänglich ist, obwohl sie nicht direkt gegeben ist und weder ausgedrückt noch designiert werden kann. Der ganze Absatz lautet:

It is quite certain, to begin with, that knowledge is possible with regard to an entity which can only be approached by means of a denoting complex. The centre of mass of the material universe (or of the Solar System) at the beginning of the 20<sup>th</sup> century is known to be some point of space, and many propositions can be ascertained concerning it; but we do not know *what* point it was, *i.e.* we know it only through denoting complexes, and **not directly** by an idea designating it. **Thus we have an entity which we can neither express nor designate, which yet is amendable to knowledge [meine Hervorhebung].** (OMD, 322-323)

Die Existenz von Entitäten, welche weder ausgedrückt noch designiert werden können, erweist sich - wie wir noch sehen werden - als problematisch. Zunächst wollen wir aber Russells Auffassungen zur Denotation betrachten. Im folgenden Absatz unterscheidet er die Denotation explizit von der Designation. Das Ergebnis, welches er dann im letzten Satz formuliert, zeigt wiederum die soeben angesprochene Problematik um die denotierenden Begriffe an. Der ganze Absatz in Russells Worten:

Or, to take the simplest instances, "the father of John", "the number next after 1", or any other complex, seems incapable of being apprehended directly except by an idea expressing it: we cannot form an idea designating it directly in the kind of way in which our idea of whiteness designates whiteness. [...] **It is thus only through the medium of denoting that the complex can be dealt with at all as subject [meine Hervorhebung].** (OMD, 322)

Kennzeichnungen können - so meint Russell - in gewisser Hinsicht als Namen im weiteren Sinne für jene Objekte angesehen werden, welche sie beschreiben. Während nur die

---

<sup>1483</sup> "The twofold nature of propositions, as meanings and what these meanings denote, appeared to be unavoidable [...]" (OMD, 319)  
<sup>1484</sup>

Eigennamen Namen im engen Sinne sind, designieren auch die Kennzeichnungen - wie wir gleich sehen werden. Russell konzipiert dann umgekehrt auch gewisse Namen von fiktiven Personen als Kennzeichnungen.

Grundlegend ist, dass die richtigen Eigennamen - anders als die Kennzeichnungen - konventionelle Symbole sind. Dies hängt mit dem Kompositionalitätsprinzip zusammen, welches Russell im letzten Satz erwähnt:

Such phrases [as 'the late Salisbury', **meine Einfügung**] may be regarded as names for that which they describe; but they differ from names in the narrow sense by the fact that they do *describe* that which they name. A name in the narrow sense is merely a symbol arbitrarily selected to designate some object, but a description is not arbitrary, being determined by the designations of its parts. (OMD, 315)

Laut Russell gilt eine Kennzeichnung als adäquat, wenn sie genau auf ein Objekt zutrifft. Bei super-adäquaten und inadäquaten Beschreibungen ist die Beschreibung auf mehrere oder kein Objekt anwendbar. In Russells Worten:

[...] the case where the description is adequate, in the sense that there is only one object to which it applies; [...] the case where the description is inadequate, or super-adequate, *i.e.* applies to many objects or to none. (OMD, 315)

Kennzeichnungsausdrücke drücken - so die Terminologie von OMD<sup>1485</sup> - eine Bedeutung aus, welche in einer Beschreibung des designierten Objekts besteht:

[...] the relation of the meaning expressed to the entity designated is that of *denoting*. The meaning may be called a *description* of the entity, and the phrase may be called a *descriptive phrase*. (OMD, 318)

Bei den Kennzeichnungen kann man also letztlich zwischen dem (komplexen) Ausdruck, dem komplexen Bedeutung und dem designierten (einfachen) Objekt unterscheiden. Russell bestimmt die Denotation wie in PoM als logische Relation zwischen der von denotierenden Ausdrücken ausgedrückten Bedeutung und dem designierten bzw. denotierten Objekt:

[...] both designating and expressing have to do with language: the logical important matter is the relation between what is expressed and what is designate. For when one name both designates and expresses, this is not arbitrary, but is due to a relation between objects designated and expressed. This relation is what I shall call *denoting*. Thus it is the meaning, not the name, which denotes the denotation; and denoting is a fact which concerns logic, not the theory of language or naming. (OMD, 317-318)

Wie schon mit den denotierenden Begriffen in PoM ist auch mit den denotierenden Komplexen in OMD das Phänomen der Referenzverschiebung (AS) verbunden, welches Russell wie folgt formuliert:

---

<sup>1485</sup> Ähnliches gilt auch in OMDP. Siehe Abschnitt 5.4.



[...] certain complexes have the property of denoting something other than themselves, and that, when such complexes are constituents of propositions, the propositions are not about the complexes, but are about what the complexes denote. (OMD, 327)

Wir werden noch sehen, dass das Prinzip (AS) zum Kern der Problematik der Theorie von Bedeutung und Denotation gehört. Doch dazu kommen wir später.

Russell interpretiert die Namen von erfundenen Personen und Orten wie 'Odysseus' oder 'Utopia' in OMD - wie auch in OMDP<sup>1486</sup> - als solche Kennzeichnungen. Wie bei den Kennzeichnungen mit Denotationslücken kommt solchen Namen zwar eine Bedeutung, aber keine Designation zu. Russells Überlegungen im Wortlaut:

In all such cases<sup>\*1487</sup>, the meaning expressed is perfectly intelligible, but nothing whatever is designated. In the case of imaginary persons or places, such as Odysseus or Utopia, the same is true. "Odysseus" may be taken to *mean* "the hero of the Odyssey", where the *meaning* of this phrase is involved, and the imagined object designated. If the Odyssey were history, and not fiction, it would be the designation that would be in question: "Odysseus" would then not express a meaning, but would designate a person, and "the hero of the Odyssey" would not be identical in meaning with Odysseus, but would be identical in designation. (OMD, 319)

An dieser Stelle wollen wir festhalten, dass Russell sein Prinzip in Bezug auf die Namen von fiktiven Personen (und Orten) relativiert, welches besagt, dass einzelne Wörter immer designieren, ohne zu bedeuten. Ich gehe davon aus, dass er den Verben und Adjektiven nach wie vor eine Designation, aber keine Bedeutung zuschreibt.

Kehren wir zu den denotierenden Ausdrücken zurück. Russells analysiert folgendes Beispiel einer bestimmten Kennzeichnung (denoting phrase):

DP      The present Prime Minister of England.

Laut Russells Analyse von OMD<sup>1488</sup> ist England zwar keine Konstituente der Gesamtdenotation (von Arthur Balfour,) sehr wohl aber - wie auch die Bedeutungen der übrigen Wörter - eine Konstituente der Gesamtbedeutung von DP. Wie wir wissen, gilt das Kompositionalitätsprinzip für Bedeutungen gilt auch im Falle von nicht-denotierenden Kennzeichnungen. In Russells Worten:

[...] the whole phrase [The present Prime Minister of England, meine Ergänzung] designates something of which the designations of the parts are not parts. There is some *object* involved, of which England, etc. are parts; but this object is not the designation of the phrase,

---

<sup>1486</sup> Dort findet sich unter anderem folgende Stelle: "Thus imaginary proper names are really substitutes for descriptions." (OMDP, 285). Siehe dazu Abschnitt 5.5.

<sup>1487</sup> Russell bezieht sich hier auf die Beispiele von nicht denotierenden Kennzeichnungen, wie 'the present King of France', welche in der linken Spalte der obigen Tabelle angeführt sind.

<sup>1488</sup> Vergleiche mit der Analyse eines ähnlichen Beispiels in PaD. Siehe Abschnitt 7.2.

since England is not part of Mr. Arthur Balfour. Thus we were led to assume an object, called **the meaning of the phrase, or that which the meaning expresses [meine Hervorhebung]**, of which England, etc., were parts... (OMD, 320)

Eine ähnliche Analyse ist uns übrigens bereits aus der Besprechung von PaD<sup>1489</sup> bekannt. An dieser Stelle möchte ich die Aufmerksamkeit auf den letzten Satz lenken. Die Bemerkung Russells zur Bedeutung des denotierenden Ausdrucks (bzw. dem von der Bedeutung Ausgedrücktem) klingt zunächst enigmatisch, könnte aber von besonderem Interesse sein. Hier zeigt sich nach meiner Einschätzung, dass Russell noch keine Klarheit über die Natur der Bedeutungen gewonnen hat. Ich erinnere daran, dass ich OMD für die erste Schrift ansehe, in welcher Russell die in PoM fehlende Diskussion der Intensionalität der denotierenden Begriffe angeht.

Ich deute die oben angeführte Passage nun als Argumentation, bei der Russell die Einführung einer vierten semantischen Ebene in Betracht zieht. Die drei-stufige Semantik, welche im ersten Teil von Russells Bemerkung anvisiert ("the meaning of the phrase...") schließt in Bezug auf unser Beispiel folgende Objekte ein:

Der **Ausdruck** 'The present Prime Minister of England'<sup>1490</sup>

Die **Bedeutung** des Ausdrucks 'The present Prime Minister of England'

Die **Designation** des Ausdrucks 'The present Prime Minister of England'

Die im Nebensatz angesprochene, zweite Variante ("or that which the meaning expresses...") postuliert zusätzlich zum sprachlichen Ausdruck, dessen Bedeutung und Designation ein viertes Objekt, welches von der Bedeutung ausgedrückt wird. Die Formulierung im Deutschen ist allerdings eher verwirrend:

Das von der Bedeutung des Ausdrucks 'The present Prime Minister of England' **Ausgedrückte**

Diese Formulierung trägt meines Erachtens dem in PoM<sup>1491</sup> besprochenen Sachverhalt Rechnung, dass die Bedeutung der denotierenden Ausdrücke nicht als Summe der Bedeutung der Teilausdrücke gebildet werden kann. Russell stellt in PoM fest, dass bei den denotierenden Begriffen (Aug) ungültig ist:

It would seem, then, that "*all u's*" is not validly analyzable into *all* and *u*, and that language, in this case as in some others, is a misleading guide. The same remark will apply to *every, any, some, a, and the*. (PoM, 72-73)

---

<sup>1489</sup> Siehe Abschnitt 7.2.

<sup>1490</sup> Russell setzt in OMD doppelte Anführungszeichen für die Bezeichnung von Ausdrücken. Einfache Anführungszeichen (kurz 'QM' für 'quotation marks') hingegen haben die erklärte Funktion, die Bedeutungen von Ausdrücken zu denotieren. Siehe dazu Abschnitt 4.2.1.

<sup>1491</sup> "It would seem, then, that "*all u's*" is not validly analyzable into *all* and *u*, and that language, in this case as in some others, is a misleading guide. The same remark will apply to *every, any, some, a, and the*." (PoM, 72-73)

Russell spricht in OMD in Bezug auf die denotierenden Komplexe von komplexen Ideen, welche die denotierenden Komplexe denotieren:

In regard to the entities which these meanings denotes if any, we shall find, on the contrary, that such entities, as a rule, cannot be expressed by any idea, and that they cannot invariably be designated: when they cannot be designated, they can only be approached by the mind through ideas expressing complexes which denote them. (OMD, 322)

Möglicherweise fallen diese komplexen Ideen mit der Bedeutung der denotierenden Ausdrücke in unserem Schichten-Modell zusammen.

Folgenden Punkt will ich beiläufig noch erwähnen. Wir wissen aus Abschnitt 6.2.4. von Kapitel II, dass die DF ' $\lambda f(x, \eta)$ ' laut OMD eine Bedeutung ist, welche Terme denotiert<sup>1492</sup>, die ihrerseits denotierende Bedeutungen denotiert. So eine DF wäre demnach eine Bedeutung, welche - wie unsere Bedeutung des denotierenden Ausdrucks - eine (andere) Bedeutungen denotiert<sup>1493</sup>. In diesem Kontext haben wir folgendes Prinzip formuliert:

**(DF<sub>B</sub>) Eine DF ist eine komplexe Bedeutung, welche denotierende Bedeutungen denotiert.**

Der entscheidende Punkt betrifft die Tatsache, dass die denotierenden Begriffe Komplexe sind, wie das Zitat<sup>1494</sup> zu Beginn des Abschnitts klarstellt. Die Bedeutung des denotierenden Begriffs 'The present Prime Minister of England' ergibt sich nicht durch eine algebraische Summe bzw. logische Aneinanderreihung der Bedeutungen der Teilausdrücke, obwohl diese Konstituenten der Gesamtbedeutung sind. Die Bedeutung ergibt sich eher durch eine mysteriöse Supervenienz aus den Teilbedeutungen. Russell spricht im besagten Zitat von einer erlangten Einheit:

But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire unity, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning." (OMD, 318)

Russell gelingt es jedenfalls nicht, uns nicht viel mehr über die Bedeutung zu sagen, außer dass sie komplex ist. Hier ist PaD<sup>1495</sup> aufschlussreicher, aus dem die für die Bedeutung stehende Metapher des Wegs zur Erreichung der Entitäten stammt.

---

<sup>1492</sup> Möglicherweise denkt Russell dabei an die Tatsache das dem bestimmten Determinator entsprechende Bedeutungselement nicht nur vorne durch das ' $\lambda$ ', sondern auch im Inneren des Ausdrucks wieder auftaucht. So enthält der englische Ausdruck 'the ' $\eta$  is the father of  $x$ '' den bestimmten Artikel de facto zweimal. Vergleiche mit OMD, 321 und 351.

<sup>1493</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus PaD: "Thus given the scheme of a complex meaning, we shall regard this as denoting a certain correlation, and the correlation will be what we shall call the function." (PaD, 309).

<sup>1494</sup> "But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire unity, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning." (OMD, 318)

<sup>1495</sup> "[...] meaning has to do, not with what a thing is, but with the road by which it is reached: in a denoting complex, the complex apart from what it denotes may be not a single entity at all." (PaD, 308). Siehe Abschnitt 7.2.

Damit sind wir wieder bei Russells Theorie der Komplexe angelangt, welche im Rahmen seiner Funktionstheorie entwickelt wird. Russell teilt die Funktionen<sup>1496</sup> (und die Komplexe) in OMD in denotierende und nicht-denotierende ein:

Confining ourselves, to begin with, to functions of *one* variable, we may define these as *denoting* or *undenoting* according as they resemble "the father of *x*" or "*x* is a man"... (OMD, 331)

Dabei hat er den strukturellen Unterschied zwischen beiden Typen von Funktionen (und Komplexen) klar vor Augen, wenn er die denotierende Begriffe anhand der DF und die Propositionen anhand der PF beschreibt:

We have to distinguish two fundamentally different kinds of dependent variables. When the values of the dependent variable are propositions or complex meanings, the corresponding values of the independent variable are actual constituents of the values of the dependent variable. Thus "Socrates is a man" is a value of "*x* is a man", and Socrates (which is the corresponding value of *x*) is a constituent of "Socrates is a man". But if we take such a case as *sinx*, every value of our dependent variable is something denoted by a corresponding meaning and the value of *x* is not a constituent. Thus  $\sin\pi/2 = 1$ , but  $\pi/2$  is not a constituent of 1. (OMD, 331)

Unsere Analyse in Kapitel II<sup>1497</sup> hat die Unterschiede zwischen den grundlegenden PF und den DF in Russells Funktionstheorie aufgezeigt. Dazu gehört auch die in OMD<sup>1498</sup> besprochene Tatsache, dass die injektiven PF komplexe Bedeutungen (Propositionen) als Funktionswerte haben (denotieren) und die nicht-injektiven DF einfache Terme. Russell kommt in OMD - diesem Unterschied Rechnung tragend - zum Ergebnis, dass Sokrates eine Konstituente der Proposition 'Socrates is a man' ist, die Zahl  $\pi/2$  aber nicht eine Konstituente von der Zahl 1.

Die Tatsache, dass Russell in der Funktionstheorie von OMD - welche in Abschnitt 6.2.4. von Kapitel II besprochen wird - deutlich zwischen den DF und den PF unterscheidet, deutet ich als Hinweise darauf, dass die entsprechenden Passagen in OMD später entstanden sind als wichtige Teile in OMDP und FU. In OMDP geht Russell grundsätzlich von einem Typ von Komplexen und Funktionen aus, wie unsere Analyse<sup>1499</sup> zeigt. Die Unterscheidung mit einer entsprechenden Funktionsnotation findet sich in erstmals in DVD<sup>1500</sup>.

---

<sup>1496</sup> Vergleiche mit folgender Stelle aus einem Brief Russells an Philip Jourdan vom 15. März 1906: "A denoting function is, broadly speaking, any function which is not propositional;" in: Russell (1977), 79, zitiert nach Grattan-Guinness.

<sup>1497</sup> Siehe die Abschnitte 5.4.2. und 7.2.

<sup>1498</sup> "It is obvious that functions which can have the same values for different arguments must be denoting functions. If the argument is a constituent of the value of the function, the value must change with the argument. Observe: a function itself always denotes: a denoting function is one whose values denote." (OMD, 351)

<sup>1499</sup> Siehe Abschnitt 5.

<sup>1500</sup> Siehe Abschnitt 6.2.3. von Kapitel II und Abschnitt 6.3. von Kapitel III.

Russell kommt dann in der Theorie von OMD zum Ergebnis kommt, dass man auch bei den nicht-denotierenden Komplexen, den Propositionen, zwischen der Bedeutung und der Denotation unterscheiden muss. Dass Russell nicht von der Designation spricht, ist dann nach meiner Einschätzung darin begründet, dass die Komplexe - anders als die denotierenden Ausdrücke - keine Ausdrücke sind. Was sie aber dann sind, ist eine schwierige Frage, der wir uns nun widmen wollen.

#### 8.4. Die Doppelnatur der Propositionen

Wie in PaD vertritt Russell auch in OMD die These von der Doppelnatur der Propositionen, mit der er sofort ein Problem verknüpft sieht:

The difficulty is, that propositions themselves *seem* to have the two sides: a phrase which asserts something seem both to express a meaning and to designate what we may call a *fact*. [...]. The twofold nature of propositions, as meanings and what these meanings denote, appeared to be unavoidable [...]. (OMD, 319)

Das Hauptargument dafür, formuliert Russell folgendermaßen:

The supposed necessity of admitting that such a fact, other than the meaning, is denoted, is based upon the apparent truth that the above [unsere Propositionen P15, P16, P17; mein Hinweis] propositions, though they differ in meaning yet in some sense all say the same thing. (OMD, 319)

Russell erklärt den Sachverhalt, dass die folgenden Propositionen - er spricht nicht von den Sätzen - dieselbe Tatsache ausdrücken, aber eine unterschiedliche Bedeutung haben:

P15 The present Prime minister is a nephew of the late Lord Salisbury.

P16 Mr. Arthur Balfour is a nephew of the late Lord Salisbury.

P17 Mr. Arthur Balfour is a nephew of the previous Prime Minister of England.

Russell trifft auf aufgrund von Schwierigkeiten einen Rückzieher und versucht erneut, einen Ausweg zu finden:

[...] But before we can admit that the propositions have the two sides, of meaning and denotation, we must consider certain difficulties. (OMD, 319)

Russell diskutiert die angesprochenen Schwierigkeiten in Zusammenhang mit der Analyse des Propositionsschemas ' $aRb$ '<sup>1501</sup>, welches die Struktur unserer Proposition 'P15' ausdrückt. Die Argumentation Russells soll hier wie skizziert werden. Er schreibt:

---

<sup>1501</sup> Russell merkt in Klammern dazu folgendes an: "meaning " $a$  has the relation  $R$  to  $b$ ". In einer Fußnote schlägt er folgendes Beispiel als Instanz des abstrakten Komplexes vor: " $a$ =Arthur Balfour,  $R$ =is nephew of,  $b$ =Lord Salisbury,  $c$ =the present Prime Minister of England". (OMD, 319)

Hence, if we can distinguish the meaning from the denotation in  $aRb$ , it follows that the meaning in  $aRb$  is not the denotation of  $cRb$ .

Übertragen wir dies auf unsere Propositionen P15, P16 und P17. Da aufgrund von (AS) jeder Eigenname (wie  $a$ ) durch einen denotierenden Ausdruck (genannt ' $c$ ') mit  $a$  als Designation ersetzt werden kann, müsste die Proposition 'P16', deren Struktur durch das Schema  $cRb$  ausgedrückt wird, dieselbe Denotation, aber eine andere Bedeutung als P15 aufweisen. Daraus folgt laut Russell, dass die Bedeutung von P15 nicht mit der Denotation von P16 zusammenfällt.

Die Argumentation Russell könnte man syllogistisch darstellen, wobei die Bedeutung mit einem  $B$  und die Denotation mit einem  $D$  symbolisiert wird. Die Prämisse 3 ist für die Schlussfolgerung übrigens überflüssig.

<b>(Prämisse 1)</b>	$M_{P15} \neq D_{P15}$
<b>(Prämisse 2)</b>	$D_{P15} = D_{P16}$
<b>(Prämisse 3)</b>	$M_{P16} \neq M_{P15}$
<b>(Konklusion)</b>	$M_{P15} \neq D_{P16}$

Wir wollen die Argumentation an einem konkreten Beispiel nachvollziehen:

P15\* Platon ist der Lehrer von Aristoteles.

P16\* Der berühmteste Schüler von Sokrates ist der Lehrer von Aristoteles.

Dann lautet die Konklusion, dass die Bedeutung von P15\* nicht mit der Denotation von P16\* zusammenfällt. Eigentlich müsste die Denotation von P16\* aber gerade die Bedeutung von P15\* d.h. P15\* selbst sein, was durchaus den Intuitionen entspricht. Damit wäre die Theorie von Bedeutung und Denotation aber inkonsistent.

Russell selbst bekundet seine Unzufriedenheit mit seiner Theorie in einer abschließenden Bemerkung am Ende der Analyse und fordert eine neue Theorie:

The above difficulties suggest the necessity of a new theory as to the relation of meaning and denotation. (OMD, 320)

Diese Schwierigkeiten nehmen die Kapitulation in OD und die Aufgabe der Theorie von Bedeutung und Denotation in gewisser Weise vorweg. Doch damit nicht genug, es folgen nämlich weitere Schwierigkeiten.

Der Punkt ist, dass es laut Russells eigentlich keine Begründung dafür gibt,  $a$  oder  $b$  als Konstituenten der Denotation von P15 bzw. von P16 anzunehmen. Die Tatsache, dass  $a$  und  $b$  die Konstituenten von P15 sind, schließt nämlich unmittelbar aus, dass sie es auch von P16 sein können. Wenn es so wäre - so argumentiert Russell - müsste es nämlich zwei

Kombinationsmodi geben, einen für die Bedeutung und einen für die Denotation von Komplexen. Doch laut Russell gibt es nur einen Kombinationsmodus, nämlich den für die Bedeutung von P15. Später kommt er zum Ergebnis, dass die Komplexe<sup>1502</sup> (bzw. Propositionen) nicht mit den Bedeutungen identifiziert werden können. Führenden wir zunächst die ganze Argumentation Russells an:

[...] but the paradoxical consequence follows, that we have now no particular reason to regard *a* or *b* as constituents of the denotation of *aRb* or *cRb*. For it was only the *meaning* of *aRb* that *a* and *b* were obviously constituents; and if they are to be also constituents of the denotation, we must suppose that they are combined in one way by the denotation, and in another way by the meaning. But inspection reveals, at least to me, no such twofold combination: the combination involved in the meaning appears to be the only one. (OMD, 320)

Wenn nun *a* und *b* die Konstituenten der Bedeutung, aber nicht der Denotation von P15 sind, sind wir nicht mehr in der Lage mithilfe der Denotation anzugeben, inwiefern P15 und P16 beide von (about) *a* handeln. Damit würde aus (AS) und Russells Theorie der Denotation hinfällig. Russell kommt abschließend zum absurden Resultat, dass *a* selbst eine Konstituente der Bedeutung von P16 (d.h. von '*cRb*') ist, womit er die Theorie ad absurdum führt. Ich möchte an dieser Stelle die fast vollständige Passage aus OMD wiedergeben:

Taking any proposition *aRb* [...], it seems plain that the proposition is complex, and that, assuming "*a*" and "*R*" and "*b*" to be proper names in the narrow sense, designating simple objects, the constituents of the proposition are *a* and *R* and *b*. But the complex so formed seems to be the *meaning* of *aRb*, since there can be nothing else which is its meaning. If now for "*a*" we substitute "*c*", where "*c*" designates *a* but expresses a complex meaning, we obtain a proposition *cRb*, which is to have the same denotation as *aRb*, but to differ in meaning. Hence, if we can distinguish the meaning from the denotation in *aRb*, it follows that the meaning in *aRb* is not the denotation of *cRb*. [...] we have now no particular reason to regard *a* or *b* as constituents of the denotation of *aRb* or *cRb*. For it was only the *meaning* of *aRb* that *a* and *b* were obviously constituents; and if they are to be also constituents of the denotation, we must suppose that they are combined in one way by the denotation, and in another way by the meaning. But inspection reveals, at least to me, no such twofold combination: the combination involved in the meaning appears to be the only one. If we admit, however, that *a* and *b* are not constituents of the *denotation* of *aRb*, then we cannot use the denotation - at least so it would seem - to explain the sense in which both *aRb* and *cRb* are *about a*. And yet if this is impossible, we seem to have the view that *a* is part of the *meaning* of *cRb*. (OMD, 319-20)

---

<sup>1502</sup> A proposition, we shall decide, is not the same object as any associated complex. (OMD, 327)

Die ganze Theorie von Bedeutung und Denotation wird hier infrage gestellt. Russell gibt an dieser Stelle aber noch nicht auf, sondern sucht auf den nächsten Seiten von OMD nach allerlei Auswegen. Dazu gehört die oben besprochene, hypothetische Einführung von Haltungen in die Theorie. Betrachten wir die Schwachstellen erneut.

Eine Schwierigkeit betrifft die bereit erwähnte Tatsache, dass Russell nicht in der Lage ist, die Komplexe mit den Bedeutungen oder den Denotationen zu identifizieren. Wie in PaD konzipiert Russell die Komplexe als hybride Entitäten.

Russell äußert sich in Bezug auf folgendes Beispiel dahingehend, dass ein (sprachlicher) Ausdruck "eine komplexe Bedeutung ausdrückt", welche in diesem Fall eine Proposition ist:

When I say "Mr. Arthur Balfour is the present Prime Minister of England", I express a complex meaning, of Mr. Arthur Balfour and England are parts; but these are not parts of any thought.  
(OMD, 316)

Russell kann sich auch in OMD - was wir aus der Analyse von in PaD kennen - nicht entscheiden, ob er die Propositionen mit der Bedeutung oder mit der Denotation von Sätzen identifizieren will. Es gibt Stellen wie die folgende, wo er die Proposition mit der Bedeutung<sup>1503</sup> zu identifiziert:

Thus there is a sense, and a very important one, in which, if a denoting complex occurs in a proposition, the meaning of the complex, and the constituents of the meaning, are constituents of the proposition, but the denotation of the complex is not a constituent of the proposition. (OMD, 327)

In einer anderen Bemerkung setzt Russell die Proposition eher mit der Denotation<sup>1504</sup> gleich:

It would seem that the meaning of the above proposition denotes a certain fact. (OMD, 327)

Es gibt reihenweise Argumente für beide Positionen, weshalb Russell von der Doppelnatur der Propositionen spricht. Während Russell die in PoM behauptete Doppelnatur der Begriffe auf die Art des Vorkommens der Begriffe in Propositionen zurückführt, gibt es in der Theorie von OMD soviel ich weiß nichts Vergleichbares. In OF und OF unterscheidet er dann verschiedene Arten des Auftretens in und von Komplexen, wie wir noch sehen werden.

In OMD bleibt die Annahme der Doppelnatur der Propositionen für Russell eine Notwendigkeit (unavoidable)<sup>1505</sup>, aber vor allem eine unbefriedigende Hypothese, welche dann in GEA zur Aufgabe der Theorie von Bedeutung und Referenz führen wird. Russell

---

<sup>1503</sup> Ein Beispiel aus OMD: "Thus there is a sense, and a very important one, in which, if a denoting complex occurs in a proposition, the meaning of the complex, and the constituents of the meaning, are constituents of the proposition, but the denotation of the complex is not a constituent of the proposition." (OMD, 327)

<sup>1504</sup> In OMD werden Propositionen - wie erwähnt - mit den Tatsachen identifiziert, welche von den komplexen Bedeutungen denotiert werden: "It would seem that the meaning of the above proposition denotes a certain fact." (OMD, 327). In Stellen wie dieser, bezieht sich der Ausdruck 'proposition' meiner Ansicht nach tendenziell auf den sprachlichen Ausdruck, nämlich den Satz. Daher ist die eigentliche Proposition, d.h. der Sachverhalt, die von der Bedeutung des Satzes denotierte Tatsache.

<sup>1505</sup> OMD, 319.



behauptet in OMD, dass sich diese Problematik speziell im Kontext des Problems des logischen Subjekts von Komplexen (aboutness) zeigt.

Wie wir wissen, beschreibt die in Kapitel V von PoM präsentierte Theorie der Denotation die Möglichkeit der Manipulation von Termen anhand von denotierenden Begriffen. Russell behauptet nun in OMP, dass eine solche Theorie paradoxe Konsequenzen für die Erkenntnistheorie impliziert. Durch diese Theorie wird es nämlich möglich über ein Individuum (bzw. einen Term) Erkenntnisse zu haben, ohne zu wissen, dass es dabei um dieses Individuum geht. Russell schreibt in OMD:

Hence, since the proposition is about the present Prime Minister of England, it plainly must be also about Mr. Arthur Balfour. From this conclusion there is no escape. And yet it has the strange consequence that we may know a proposition about a man, without knowing that it is about him, and without even having ever heard of him. (OMD, 317)

Nennen wir Russell Beispiel 'P18':

P18 The present Prime Minister of England advocates retaliation.

Russells Argumentation in OMD geht dann wie folgt. Angenommen eine Person, welche fälschlicherweise Chamberlain für den gegenwärtigen Premierminister von England hält, würde P18 behaupten, dann würde diese Person laut seiner Theorie trotzdem ein wahres Urteil über Mr. Arthur Balfour abgeben<sup>1506</sup>. Diese Schwierigkeiten entsprechen zwar nicht unseren Intuitionen, können andererseits kaum als Beweis für die Inkonsistenz von Russells Theorie von Bedeutung und Denotation der Komplexe gewertet werden. Anders liegen die Dinge bei der Diskussion des folgenden Beispiels, bei dem die Intensionalität des Kontexts deutlich zum Ausdruck kommt. Wir nennen sie 'P19':

P19 The number of people at the meeting was very great.

Aufgrund von (AS) müsste P19 - angenommen dass 5432 Personen anwesend waren - eigentlich eine Proposition über die Zahl 5432 sein. Russells argumentiert mit dem *Salva Veritate*-Prinzip von Leibniz ("by the substitution of identicals")<sup>1507</sup>, wonach P19 und die folgende Proposition P20 folglich identisch sind bzw. dieselbe Propositionen ausdrücken. Russell formuliert die Proposition, welche wir 'P20' nennen, wie folgt:

P20 5432 was very great.

Russell stellt an dieser Stelle fest, dass hier etwas nicht stimmt:

---

<sup>1506</sup> OMD, 317.  
<sup>1507</sup> OMD, 317.

[...] a foolish statement, in which the past tense is out of place. And we should never have made the judgement if we had known that the number was 5432. we should have said "The number of people at the meeting was 5432" (OMD, 317)

Ein Ausweg könnte darin zu finden sein, dass man die Propositionen nicht mit der Denotation, also dem Faktum, identifiziert wird, sondern mit der Bedeutung. Diese Variante scheint Russell in folgendem Abschnitt zu vertreten:

When I say "the present Prime Minister of England is Mr. Arthur Balfour", I state an identity; but the statement is not tautologous, since Mr. Arthur Balfour is not a constituent of the *meaning* of "the present Prime Minister of England". Thus there is a sense, and a very important one, in which, if a denoting complex occurs in a proposition, the meaning of the complex, and the constituents of the meaning, are constituents of the proposition, but the denotation of the complex is not a constituent of the proposition. (OMD, 327)

Dann kommt Russell aber noch auf derselben Seite zum Ergebnis, dass die Proposition nicht mit der Bedeutung identifiziert werden kann:

A proposition, we shall decide, is not the same object as any associated complex. (OMD, 327)

Die Schwierigkeiten für Russells Theorie von Bedeutung und Denotation der Komplexe werden immer mehr. Im folgenden Abschnitt vertrete ich die These, dass die Argumentation Russell in OMD jene von OF und OD antizipiert.

## 8.5. Die Antizipation einer Problematik von GEA

Der Kern der Problematik für die Theorie von Bedeutung und Denotation der Komplexe, wie sie sich Russell in OMD darstellt, betrifft die Problematik, dass mit den Bedeutungen von Komplexen Entitäten postuliert werden, welche möglicherweise nicht designiert werden können:

The question now arises: When an object is of the kind that can be expressed, can the same object also be designated by an idea? Or can it only be designated by a phrase which expresses a meaning denoting the object? It might be thought that if the object could not be designated by an idea, it could not be in any way known about. (OMD, 321)

Russell behauptet<sup>1508</sup>, dass bei den denotierende Begriffen die direkte Designation von Bedeutungen durch Ideen ausscheidet, wie sie bei Substantiven wie 'whiteness'<sup>1509</sup> hingegen

---

<sup>1508</sup> Vergleiche auch mit folgender Stelle: "Such phrases as "Arthur Balfour", "two", "yellow", "**whiteness**" [**meine Hervorhebung**], "good", "diversity", and single **words** [**meine Hervorh.**] generally, designate without expressing: in these cases there is only a single object for the phrase, namely the object which it designates." (OMD, 318)

<sup>1509</sup> In OMDP vertritt Russell die Auffassung, dass solche Substantive Designation, aber keine Bedeutung haben. Sie designieren laut Russell die Bedeutung der entsprechenden Adjektive: "The word *blackness*, on the contrary, denotes, but does not mean, the very same object as that which the word *black* means without denoting." (OMDP, 284)

vorliegt. Russell spricht hier - wie dann in GEA - von der Unfähigkeit, die Ideen zu fassen, welche Komplexe denotieren (inability to frame ideas designating complexes)<sup>1510</sup> bzw. von der Unmöglichkeit von den Bedeutungen zu sprechen (to speak about the meaning).<sup>1511</sup>

Da Russell die Designation und die Denotation als die einzigen Möglichkeiten ansieht, Objekte zu identifizieren, muss eine von beiden funktionieren. Ansonsten würde das Prinzip (LS) verletzt, wie ich denke. Wenn man vom logischen Subjekt einer Proposition nicht sprechen kann, wird die Möglichkeit der Erkenntnis dieses Objekts ausgeschlossen, wie im letzten Satz im Zitat oben impliziert wird. Wenige Seiten später behauptet Russell<sup>1512</sup> allerdings scheinbar das Gegenteil. Beginnen wir jedoch mit dem Prinzip (LS), welches wir in Kapitel I für die Philosophie von PoM formuliert haben:

**(LS) Jeder R-Term kann auch als logisches Subjekt in Propositionen auftreten.**

Ein Objekt, welches nicht als logisches Subjekt auftreten kann, gilt laut Russells Entitätskriterium nicht als richtige Entität. Aus Abschnitt 5.3.5. von Kapitel I wissen wir, dass die Assertionen Pseudoentitäten sind, welche ein Paradoxon zu den PF mit sich ziehen. Tatsächlich findet sich in OMD diese Behauptung zu den auch hier als für die Logik unverzichtbar eingestuften Assertionen. In der folgenden Argumentation wird das Prinzip (Aug) übrigens auf eine Weise infrage gestellt, wie dies in PoM<sup>1513</sup> in Bezug auf die denotierenden Begriffe geschieht. Hier der ganze Absatz aus OMD:

But certain grave difficulties meet us at the outset. In the expression  $fx$ , two variable elements, we said, are involved, namely the  $f$  and the  $x$ . But if this view is to be maintained, it is necessary that, in any complex, we should be able, with regard to each constituents of the meaning, to analyse the whole into an element independent of that constituent, together with that constituent. This, however, there is reason to think, cannot always be done [See *Principles of Mathematics*, Chap.VII. The Contradiction leads to the same result.]. Hence it seems to follow that the  **$f$  in  $fx$  is not a separable and distinguishable object at all [meine Hervorhebung]**. But in the case, we cannot make statements about what holds "for all values of  $f$ "; yet such statements, or some equivalent, are absolutely indispensable to logic. (OMD, 334)

Die Gültigkeit von (LS) betrifft nicht nur die Funktionen, die in OMD<sup>1514</sup> kontrovers diskutiert werden, sondern alle Entitäten. In der Philosophie Russells gibt es eine zuverlässige

---

<sup>1510</sup> OMD, 322.

<sup>1511</sup> OMD, 322.

<sup>1512</sup> [...] in this case [Russell bezieht sich auf den denotierenden Begriff 'The centre of mass of the material universe (or of the Solar System) at the beginning of the 20<sup>th</sup> century'] we have an entity which we can neither express nor designate, which is **yet amendable to knowledge [meine Hervorhebung]**. (OMD, 322-323)

<sup>1513</sup> "It would seem, then, that "*all u's*" is not validly analyzable into *all* and *u*, and that language, in this case as in some others, is a misleading guide. The same remark will apply to *every*, *any*, *some*, *a*, and *the*." (PoM, 72-73). Siehe Abschnitt 8.4. oben.

<sup>1514</sup> "[...] the objections to the view that functions are something and yet are not entities are insuperable. Next, if  $f$  is anything at all, it seems quite arbitrary to deny that  $f(f)$  has a meaning. [...] Thus the whole theory that functions can be detached from arguments appears untenable." (OMD, 338)

Methode, mit deren Hilfe jede Bedeutung als Entität fassbar wird, nämlich das Setzen von einfachen<sup>1515</sup> oder auch doppelten<sup>1516</sup> Anführungszeichen. Diese Methode wollen wir mit Russell als 'Quotation Marks' (kurz 'QM') bezeichnen und wie folgt formulieren:

**(QM) Durch das Setzen von Anführungszeichen wird eine Bedeutung in die Entitätenposition überführt.**

Diese Methode findet sich bereits in PoM, wo Russell zwar nicht zwischen der Bedeutung und der Referenz von Ausdrücken unterscheidet, dafür aber zwischen dem Gebrauch des Begriffs als solchen und dem Gebrauch des Begriffs als Term. Russell erwähnt ein solches Prinzip wiederholt in PoM, wobei der Hinweis auf Frege ins Auge fällt. Später taucht es auch in OF<sup>1517</sup> und OD<sup>1518</sup> auf, wie wir noch sehen werden. Führen wir zunächst die betreffenden Stellen aus PoM an:

If we wish to speak of the concept, we have to indicate the fact by italics or inverted commas.  
(PoM, 53)

A word ordinarily stands for its indication; if we wish to speak of its meaning, we must use inverted commas or some such device." (PoM, 502)

When a term which indicates is itself to be spoken of, as opposed to what it indicates, Frege uses inverted commas. Cf. § 56." (PoM, 503)

Der Ansatz zur Unterscheidung verschiedener Arten des Vorkommens von Entitäten bzw. Konstituenten in Propositionen liegt in der in PoM beschriebenen Doppelnatur der Begriffe:

It might be thought that a distinction ought to be made between a concept as such and a concept used as a term, between, e.g., such pairs as *is* and *being*, *human* and *humanity*, *one* in such a proposition as "this is one" and "1 is a number". (PoM, 45)

Russell übersetzt im Appendix A<sup>1519</sup> Freges Ausdrücke 'Sinn' und 'Bedeutung' mit 'meaning' und 'indication' und erklärt dort, dass diese grob, wenn auch nicht exakt (roughly, though not exactly), äquivalent zu seinem Begriff "als solchem" (concept as such) und seiner Denotation des Begriffs (what the concept denotes).

Wenngleich Russell in OMD zwar nirgends QM ausdrücklich formuliert, verwendet er es doch in Zusammenhang mit den denotierenden Ausdrücken, wie folgende Bemerkung belegt:

---

<sup>1515</sup> Siehe OD.

<sup>1516</sup> Siehe OF.

<sup>1517</sup> Laut OF zwingt die Vorschrift QM den denotierenden Begriff in die Entitätenposition, was das Sprechen über seine Bedeutung ermöglichen sollte: "The use of inverted commas may be explained as follows. When a concept has meaning and denotation, if we wish to say anything about the meaning, we must put it in an entity-position;" (OF, 381)

<sup>1518</sup> Die analoge Stelle aus GEA in OD lautet wie folgt: "When we wish to speak about the *meaning* of a denoting phrase, as opposed to its *denotation*, the natural mode of doing so is by inverted commas." (OD, 485-486)

<sup>1519</sup> Siehe PoM, 502.

But when I definitely think about the meaning, *i.e.* when I think in the way indicated by the phrase "the meaning of the phrase 'the present Prime Minister of England' ", then my thought designates the meaning. (OMD, 321)

In der Argumentation von OMD spielt QM - anders als in OF und OD - aber weiters keine Rolle. Dafür taucht aber die Idee auf, die Bedeutung eines denotierenden Begriffs durch einen zweiten denotierenden Begriff zu denotieren:

[...] we can always (theoretically at least) find another idea expressing a meaning which denotes the said object, and when this meaning forms part of the meaning of a proposition, the proposition is in some sense about what the meaning denotes, although, as we have seen, it is hard to give precision to this sense. (OMD, 322)

In OF<sup>1520</sup> wird Russell dann QM genau die Funktion zuschreiben, denotierenden Begriffe für Bedeutungen - wie sie in hier in OMD genannt werden - bereit zustellen.

Russell beruft sich anschließend auf eine direkte Eingebung, welche besagt, dass man nur mittels anderer, komplexer Bedeutungen über eine komplexe Bedeutungen sprechen kann:

And direct inspection seems to show that, if we wish to speak about the meaning of "the present Prime Minister of England", we can find no names for it except such as themselves have meaning; and these express something else, and reach what we want only through the relation of denoting. (OMD, 322)

Russells These<sup>1521</sup> lautet, dass ein Kennzeichnungsbegriff (bzw. seine Bedeutung) als Subjekt nur durch Rückgriff auf einen weiteren denotierenden Begriff (und seine Bedeutung) fassbar wird, welcher die Bedeutung des ersten (bzw. den ersten) denotiert:

[...] but the idea indicated by the proper name merely expresses "the meaning of the complex so-and-so", which is a complex denoting the said complex. It is thus only through the medium of denoting that the complex **can be dealt with at all as a subject [meine Hervorhebung]**. (OMD, 322)

Die von mir hervorgehobenen Ausdrücke bestätigen meine Lesart, dass es bei dieser Problematik tatsächlich um (LS) geht. Russell geht allerdings nirgends darauf ein, dass die hier vorgeschlagene Identifikation der intensionalen Objekte einen unendlichen Regress mit sich zieht. Er kommt dann zu folgendem negativen Ergebnis:

[...] the above inability to frame ideas designating complexes... (OMD, 322)

---

<sup>1520</sup> "This is what inverted commas do: they give a denoting concept which denotes the meaning of what is between the inverted commas." (OF, 363)

<sup>1521</sup> Russell schreibt auch: "In regard to the entities which these meanings denotes if any, we shall find, on the contrary, that such entities, as a rule, cannot be expressed by any idea, and that they cannot invariably be designated: when they cannot be designated, they can only be approached by the mind through ideas expressing complexes which denote them." (OMD, 322)

Die Bedeutungen der denotierende Begriffe sind also gewissermaßen nicht greifbar, d.h. man kann mit ihnen nicht auf direkte Weise bekannt werden:

[...] we are unable to arrive at this entity [‘the difference between *a* and *b*’, meine Einfügung] otherwise than by such a description ... (OMD, 322)

Russell schreibt auch:

In regard to the entities which these meanings denotes if any, we shall find, on the contrary, that such entities, as a rule, cannot be expressed by any idea, and that they cannot invariably be designated: when they cannot be designated, they can only be approached by the mind through ideas expressing complexes which denote them. (OMD, 322)

Russells Beispiel<sup>1522</sup> für die Denotation von Komplexen:

P21 The centre of mass of the material universe (or of the Solar System) at the beginning of the 20th century

Die Denotation dieses Komplexes ist laut OMD ein gutes Beispiel für ein Objekt, welches weder ausgedrückt noch designiert werden kann. Entsprechend (PoA\*)<sup>1523</sup> müssen wir bei den Erkenntnissen zu diesem Objekt nicht mit diesem selbst vertraut oder bekannt sein, sondern lediglich mit den entsprechenden denotierenden Komplexen. Er schreibt:

It is quite certain, to begin with, that knowledge is possible with regard to an entity which can only be approached by means of a denoting complex. The centre of mass of the material universe (or of the Solar System) at the beginning of the 20<sup>th</sup> century is known to be some point of space, and many propositions can be asserted concerning it; but we do not know what point it was, *i.e.* we know it only through denoting complexes, and not directly by an idea designating it. Thus in this case we have an entity which we **can neither express not designate, which is yet amendable to knowledge [meine Hervorhebung]**. The same holds of particular points and instants generally. (OMD, 322-323)

Russell erörtert dann über mehrere Seiten, ob die Differenz<sup>1524</sup> zwischen *a* und *b* ausgedrückt oder designiert werden kann und kommt auch hier zum selben, negativen Ergebnis. Dann fragt er sich, ob Ähnliches generell auch für die partikulären Relationen gilt oder nicht.

---

<sup>1522</sup> Varianten dieses Beispiel, welches Russell anscheinend von Frege hat, finden sich auch in OMDP, OF und OD.

<sup>1523</sup> Siehe Abschnitt 7.4.

<sup>1524</sup> Russell knüpft an die oben besprochene Analyse des Schemas *aRb* an und schreibt: “We considered above the meaning expressed by “the difference between *a* and *b* “. But this meaning denotes an object. Such an object, it would seem, cannot be expressed or designated, but only be denoted by the above complex concept. [...] We are to consider now not the complex, but what the complex denotes, *i.e.* that entity which actually *is* the difference in question. [...]. With regard to this entity it is plain that it cannot be identified with the *meaning* of “*a* differs from *b* “; [...] **The difference between *a* and *b* can neither be expressed nor designated by a thought, but only denoted by that which a certain thought expresses [meine Hervorhebung].” (OMD, 322- 324)**

Laut Russell liegen die Dinge bei den partikulären Relationen anders. Er meint, dass wir mit diesen direkt bekannt sind, auch wenn keine Eigennamen für solche Objekte zur Verfügung stehen sollten. Russells Argumente in folgendem Absatz erinnern nicht stark an jene Platons im *Menon*. Ein weiteres Ergebnis seiner Überlegungen in OMD lautet, dass eine unmittelbar wahrgenommene partikuläre Relation<sup>1525</sup> wie die Ähnlichkeit zwischen Grün und Gelb nicht mit der Denotation der Propositionen 'Grün ähnelt Gelb' und 'Gelb ähnelt Grün' zusammenfällt. Die ganze Argumentation Russells soll an dieser Stelle abgedruckt werden, da es sich um eine Schlüsselstelle handelt:

It seems to be the case that we can know immediately the resemblances of colours, and can judge that one resemblance is greater or less than another. In this case we must know immediately the particularized relation itself. It is true that we have no proper name for (say) the resemblance of yellow and green; nevertheless we must have that kind of immediate acquaintance with it which consists in having an idea designating it. For we can judge immediately that the resemblance of yellow and green is greater than the resemblance of yellow and blue: this judgement is not deduced by us from the natures of resemblance of yellow, green and blue, but is perceived by a direct comparison of the resemblances themselves. And the quantitative comparison shows that it is the particularized relations that we perceive, and not merely the propositions "yellow resembles green" and "yellow resembles blue". This instance also confirms the view that the particularized relation is other than the denotation (if any) of the proposition. (OMD, 324)

Die Tragweite dieser Analyse in OMD für Russells Philosophie ist für die Entwicklung der Theorie der Kennzeichnungen nicht zu unterschätzen. Im letzten Satz aus dem Zitat aus OMD kommt Russell zum Ergebnis, dass die Bedeutung von Propositionen von der Denotation (der Tatsache) verschieden ist. Die Propositionen brechen in zwei Teile auseinander, welche durch scheinbar durch nichts zusammengehalten werden.

Wenig später formuliert Russell zwei entscheidende Fragen seiner Theorie von Bedeutung und Denotation:

- (1) What is meant by saying that a proposition is *about* an entity?
- (2) Can we distinguish meaning and denotation in the case of propositions, and if so, of what nature is the denotation? (OMD, 325)

Vorher hat er sich bereits gefragt, ob die Differenz<sup>1526</sup> zwischen der Bedeutung und Denotation überhaupt fundiert werden kann:

---

<sup>1525</sup> Verleiche mit folgender Bemerkung aus PoM: "Two colours, or two simple smells, have no intrinsic difference save immediate diversity, but have, like points, different relations to other terms." (PoM, 452)

<sup>1526</sup> Vergleiche mit folgendem Dilemma in GEA: "But the difficulty which confronts us is that we cannot succeed in *both* preserving the connexion of meaning and denotation *and* **preventing them from being one and the same** [**meine Hervorhebung**];" (OD, 486).

[...] It would seem that the denotation is to be found (if at all) by substituting, for any denoting complexes which form part (not the whole) of the proposition, that which they denote; it remains to ask whether, when this has been done, there remains still a difference between meaning and denotation. (OMD, 323)

Nach einer Untersuchung des Problems der logischen Referenz (aboutness) stellt Russell seine Theorie von Bedeutung und Denotation in OMD grundsätzlich infrage. Er stellt fest, dass die Propositionen von den assoziierten Komplexen grundsätzlich verschieden sind. Russell weist dann auf die Bruchlinie hin, welche sich mitten durch die Proposition durchzieht. Auf der einen Seite gibt es die Konstituenten der Proposition, welche Bedeutungen sind, auf der anderen Seite die Terme, von denen die Proposition handelt. In Russells Worten:

[...] it seems to me impossible to establish, in such cases as "2 is less than 3", or indeed in any case, that a proposition has denotation as well as meaning. The theory as to *about* which was set fourth above [...] seems to overcome the reasons which made it appear necessary to suppose that propositions have the two sides. A proposition, we shall decide, is not the same object as any associated complex. For example "*a* differs from *b*" is not the same object as "the difference of *a* and *b*" not yet the same (for exactly the same reasons) as "the being of the difference of *a* and *b*". A proposition is a complex sui generic, and we can distinguish, in regard to it, (a) the terms about which it is, (b) its constituents. The latter are analogous to constituents of the meaning, in the case of other complexes; the former, as already explained, may involve denoting. (OMD, 327)

Damit ist Russells Semantik in ihrer Grundfeste erschüttert. Obwohl in OMD einige Varianten zur Lösung der Probleme erprobt werden, erweist sich keine als konsistent und erfolgreich. Wie wir in den nächsten beiden Abschnitten sehen werden, bringt Russell die in OMD formulierten Probleme seiner Theorie von Bedeutung und Denotation in OF und OD nur noch prägnanter zum Ausdruck. Die Substanz ist aber dieselbe. Kommen wir nun zu "On Fundamentals".



## 9 "On Fundamentals"

### 9.1. Einleitung 453

### 9.2. Grundbegriffe der Semantik 453

#### 9.1. Einleitung

Bei "On Fundamentals" (kurz 'OF') handelt es sich laut Herausgeber<sup>1527</sup> von CP4 neben OD um das bedeutendste Manuskript zur Semantik. Im Unterschied zu OMD verwendet Russell in der auf Juni 1905 datierten Schrift die Notation der Funktionstheorie aus dem Jahre 1904 mit dem *spiritus asper* und dem Zirkumflex. Die Darstellung der Theorie von Bedeutung und Denotation hingegen entspricht in weiten Teilen jener von OMDP und OMD, wie wir gleich sehen werden. In OF entwickelt Russell wichtige neue Ideen zum Vorkommen in Komplexen bzw. zu den verschiedenen Positionen in Komplexen, welche dann in OD indirekt zum Einsatz gebracht werden. Wichtig erscheint mir auch, dass Russell den Diskurs aus OMD des Sprechens über die Bedeutungen von Komplexen aufgreift und noch konsequenter fortsetzt. In Abschnitt 9.3. werde ich zeigen, dass Russell GEA in OF in weiten Teilen antizipiert. Zu Beginn des Abschnitts 10.1., welcher GEA und OD gewidmet ist, sollen diese Stellen aus OF übrigens jenen Passagen aus OD gegenüber gestellt werden, welche GEA enthalten.

#### 9.2. Grundbegriffe der Semantik

##### 9.2.1. Einleitung 453

##### 9.2.2. Positionen und Vorkommen in Komplexen 455

##### 9.2.3. Elemente der Funktionstheorie 458

##### 9.2.1. Einleitung

Wir beginnen mit der Besprechung einer Passage aus OF, welche uns mitten in den semantischen Diskurs hineinführt, welcher uns aus den Schriften wie OMP, OMDP, DVD und PaD bekannt ist. Sie mutet fast als eine Synthese von Auffassungen aus verschiedenen Schriften an. Russell behauptet zunächst wie in OMDP<sup>1528</sup>, dass in einem Komplex mindest eine Konstituente als Bedeutung auftreten muss. Anschließend meint er dann wie in PoM<sup>1529</sup>,

---

<sup>1527</sup> Siehe OF, 359.

<sup>1528</sup> Russell spricht in OMDP zwar nicht vom Auftreten (sondern vom Bedeuten) und auch nicht von Komplexen (sondern von Ausdrücken): "[...] **one** at least of the constituent words or phrases **must mean** without denoting." (OMDP, 287). Die intendierte Position ist aber im wesentlichen dieselbe.

<sup>1529</sup> In PoM schreibt Russell den Verben, welche zu den intensionalen Begriffen gehören, diese einheitsstiftende Funktion zu: "**Owing to the way** in which the verb actually relates the terms of a proposition, **every proposition has a unity** which renders it distinct from the sum of its constituents. All these points lead to logical problems, which, in a treatise on logic, would deserve to be fully and thoroughly discussed." (PoM, 52). Russell behauptet in PoM: "**One verb**, and one only, **must occur as verb in every proposition** [meine Hervorhebungen];" (PoM,

dass dieses Element für die Einheit des Komplexes verantwortlich ist. Wie in OMDP<sup>1530</sup> - aber anders als in OMD - schreibt er den Verben, Propositionen und Konjunktionen eine Bedeutung (aber keine Denotation) bzw. das Auftreten als Bedeutung zu. Zuletzt formuliert er auch noch QM, welches uns aus PoM<sup>1531</sup> bekannt ist. Diese Formulierung von QM impliziert die Gleichsetzung von Entitäten und denotierten Termen (Denotationen).

Die angesprochene Stelle lautet in Russells Worten wie folgt:

In every complex, at least one constituent occurs as meaning. It is the constituent occurring as meaning that gives form and unity to the complex; otherwise it would merely be several detached entities. Verbs not in an infinite mood, and prepositions, and conjunctions, when they occur in sentences, normally occur as *meanings*; (OF, 380)

Russell Diskurs von den Komplexen bleibt auch in OF verwirrend und - wie wir noch sehen werden - problematisch. Russell behauptet zunächst, dass die Konstituenten von Komplexen auf zwei Arten auftreten können. Dann identifiziert er das Sein des Komplexes mit seiner Denotation. Die Bedeutung wird wie in OMD<sup>1532</sup> und in PaD nicht als Entität eingestuft. Aufgrund des Termbegriffs aus PoM gelten nur Individuen<sup>1533</sup> als Entitäten. Als solche genügen sie dem Prinzip (LS).

In folgendem Absatz formuliert Russell eine Serie von uns bekannten Behauptungen, ohne diese zunächst zu begründen. Demnach weisen die Komplexe - wie in PaD<sup>1534</sup> und den anderen Manuskripten - sowohl eine Bedeutung und ein Sein (eine Denotation) auf, während alle anderen Entitäten - wie schon laut OMD<sup>1535</sup> - nur über ein Sein verfügen. Zwei Komplexe mit unterschiedlicher Bedeutung und gleicher Denotation gelten wie in PaD<sup>1536</sup> als identisch. Den Bedeutungen wird - wie in PaD<sup>1537</sup> - der Entitätstatus abgesprochen, da es sich um Pluralobjekte handelt, obwohl Russell in OF<sup>1538</sup> zugleich behauptet, dass die Bedeutungen für die Einheit des Komplexes konstitutiv sind. Die Propositionen gelten hier wiederum als

---

52). Russell spricht in OMDP zwar nicht vom Auftreten (sondern vom Bedeuten) und auch nicht von Komplexen (sondern von Ausdrücken): "[...] **one** at least of the constituent words or phrases **must mean** without denoting." (OMDP, 287). Die intendierte Position ist aber im wesentlichen dieselbe.

<sup>1530</sup> "[...] verbs and adjectives have meaning, but no denotation. They *mean*, when they occur in a sentence, whatever they do mean: "The table is black", for example contains the words *is* and *black*, which, as they occur in this sentence, mean, but do not denote, the objects to which they refer." (OMDP, 284)

<sup>1531</sup> Russell schreibt im Appendix: "A word ordinarily stands for its indication; if we wish to speak of its meaning, we must use inverted commas or some such device." (PoM, 502) Und auch: "When a term which indicates is itself to be spoken of, as opposed to what it indicates, Frege uses inverted commas. Cf. § 56." (PoM, 503)

<sup>1532</sup> "[...] meaning has to do, not with what a thing is, but with the road by which it is reached: in a denoting complex, the complex apart from what it denotes may be not a single entity at all." (PaD, 308)

<sup>1533</sup> "Whatever is, is one" (PoM, p. 132)

<sup>1534</sup> "In a complex, we must distinguish the meaning and the denotation." (PaD, 306)

<sup>1535</sup> Russell schreibt in OMD den einzelnen Wörtern eine Designation und keine Bedeutung zu. Nur komplexe Ausdrücke haben eine Bedeutung.

<sup>1536</sup> "If two complexes are different in meaning but identical in denotation, they are identical in denotation, they are identical, and not two but one..." (PaD, 308)

<sup>1537</sup> "[...] meaning has to do, not with what a thing is, but with the road by which it is reached: in a denoting complex, the complex apart from what it denotes may be not a single entity at all." (PaD, 308)

<sup>1538</sup> OF, 380.

spezielle Komplexe, wobei - wie in OMD<sup>1539</sup> - die Bedeutung des Komplexes von der Proposition unterschieden wird. Hier folgt der ganze Absatz in Russells Worten:

Every complex has meaning and being. *Quâ* meaning, it is not one entity, but a compound of several. A complex may occur in two ways, as meaning or as entity. Complexes may differ as meaning without differing as entity. What a complex is, is what we have called its denotation. There is no entity which *is* the complex as meaning because the complex as meaning is not one entity. [...] A propositional complex is one who is a proposition: a proposition is not what is asserted, since this concerns the complex as meaning. When the complex as meaning is asserted, what the complex is *is* true. An entity which is not a complex does not have the two sides, but only has being. It is possible for a complex to *be* the same as something which is not a complex. E.G. the centre of mass... (OF, 366)

Wir halten fest, dass sich alle wichtigen Behauptungen dieses abgedruckten Absatzes in ähnlicher Form in PaD oder/und OMD finden. Tatsächlich deckt sich die in OF präsentierte Theorie der Komplexe in weiten Teilen mit derjenigen der Manuskripte vorher. Im Folgenden geht es mir darum, die Problematik des Sprechens von der Bedeutung von Komplexen, welche sich in unsere Analyse von OMD als zentrale Schwierigkeit von Russell Semantik der Komplexe erwiesen hat, in OF zu untersuchen.

### 9.2.2. Positionen und Vorkommen in Komplexen

Russell spricht in OF nicht nur vom Auftreten in Komplexen als Bedeutung oder als Entität, sondern auch von entsprechenden davon abgeleiteten Positionen. Er führt dazu die folgenden Definitionen an:

Df. A position in a complex is called a *meaning* - position, when, if a complex occurs in this position, the complex occurs as meaning. (OF, 370)

Df. A position in a complex is called a *entity* - position, when, if a complex occurs in this position, the complex occurs as being (or as entity). (OF, 370)

Dabei handelt es sich weniger um eine theoretische Neuerung als um eine Verlagerung des Akzentes. Durch die Redeweise von den Positionen wird die Kontextabhängigkeit der Bedeutungen (von Ausdrücken und Komplexen) besser auf den Punkt gebracht. Die Neuerung ist in OF aber, dass Russell im Zusammenhang mit den ungeraden Kontexten<sup>1540</sup> eine 3. Art des Vorkommens von Komplexen (bzw. einer 3. Art von Position in Komplexen) einführt:

Thus there would seem to be a third mode of occurrence of a complex, in which the occurrence is an entity-occurrence as regard significance, and a meaning-occurrence as regards truth. (OF, 370)

---

<sup>1539</sup> "A proposition, we shall decide, is not the same object as any associated complex." (OMD, 327)

<sup>1540</sup> Siehe die Besprechung der Proposition 'People were surprised that Scott was the author of Waverly' unten.

Diese 3. Art des Vorkommens der Entitäten ist demnach gemischt (oder hybride), weil sie jeweils ein Element (nicht alle Elemente) des Vorkommens als Bedeutung und des Vorkommens als Entität aufweist. In OF kommt Russell auf weitere Arten des Vorkommens in Komplexen zu sprechen, welche wir nicht weiter analysieren wollen:

The above two dilemmas force us to recognize a greater variety of modes of occurring than we have yet admitted. We shall have to say that in "Scott is the author of Waverly", "the author of Waverly" occurs as entity in two senses: (1) any other entity, simple or complex, may be substituted without loss of significance; (2) the denotation of "the author of Waverly", or any other complex with the same denotation, may be substituted without altering the truth-value of the proposition. But "the author of Waverly" occurs as *meaning* in a third sense (3), that its constituents are constituents of the proposition, and in a fourth sense (4) that the proposition, though it retains its truth-value, does not retain its identity, when we substitute for "the author of Waverly" either Scott or a complex which denotes Scott. (OF, 373)

Wir halten fest, dass wahrscheinlich die 2. Art des Vorkommens von Entitäten, mit Sicherheit aber die 3. Art ausschließlich die denotierenden Komplexe betrifft. Russell kommt in OF<sup>1541</sup> schließlich auf insgesamt 6 Paare von Arten des Vorkommens von Entitäten in Komplexen.

Ich will Russells wichtige Definition des primären und sekundären Vorkommens von Komplexen anführen, ohne einen Kommentar oder eine Analyse anzubieten:

An occurrence of *A* in *B* is *primary* (1), when *A* does not occur in any proposition which occurs in *B* (except *B* itself), (2) when any proposition in which *A* occurs and which occurs in *B* has an implicational occurrence in *B*, (3) when, if *A* occurs in *C* and *C* occurs in *B*, then the occurrence of *C* in *B* is analyzable. [...] (OF, 378)

An occurrence of *A* in *B* is *secondary*, when *A* occurs in a proposition *C*, and *C* occurs in *B* in a non-implicational manner. [...] (OF, 378)

A *denotation*-occurrence takes the same place in regard to occurrence in an *denoting* complex as a *primary* occurrence takes in regard to a *propositional* complex. If  $f'x$  is a denoting complex containing  $x$ , then  $x = g'y \supset f'x = f'g'y$ . Thus in such a case the occurrence of  $x$  in  $f'x$  is a *denotation*-occurrence. But if  $f'x$  is propositional, the occurrence of  $x$  is never a *denotation*-occurrence. (OF, 378)

Bevor auf die Anwendung der Funktionstheorie auf die Semantik zu sprechen kommen, will ich noch einige Bemerkungen zur Erkenntnistheorie anbringen.

Wie wir aus der Untersuchung von PaD wissen, sind auch erkenntnistheoretische Überlegungen wichtig für die Entwicklung von Russells Theorie der Denotation. In OF

---

<sup>1541</sup> OF, 374.

behauptet er, dass wir die meisten Dinge über denotierende Begriffe kennen. Entsprechend dem Prinzip (PoA\*) sind uns nur die denotierenden Begriffe direkt bekannt - aber nicht die Dinge. Parallel dazu vertritt Russell die These, dass es nur wenige, richtige Eigennamen gibt, welche die Dinge direkt designieren. Die Denotation, welche eigentlich eine Pseudo-Designation ist - erfolgt laut Russell in den meisten Fällen über eine Beschreibung, wie wir der folgenden Bemerkung entnehmen können. Russell fügt dem auch noch einige Überlegungen über ein Prinzip bei, welches er seinem Lehrer Stout zuschreibt, wonach jede Entität mit der Summe ihre Teile zusammenfällt. Ich glaube, dass es sich hierbei auch um ein wichtiges Axiom der Philosophie von PoM<sup>1542</sup> handelt, welches Russell aber schon vor<sup>1543</sup> PoM vertreten hat.

Hier der ganze Absatz in Russells Worten:

This topic is very interesting in regard to the theory of knowledge, because most things are only known to us by denoting concepts. Thus Jones = the person who inhabits Jones's body. We don't have *acquaintance* with Jones itself, but only with his sensible manifestations. [...] Denoted objects only known to us *as* denoted may be identified, without such great error as in other cases, with the sum of their predicates. [...] But we can only know an object as denoted if we are acquainted with the denoting concept; thus immediate acquaintance with the constituents of the denoting concept is presupposed in what we may call denotative knowledge. [All this is relevant to Stout's contention, in which he agrees with many philosophers, that everything is the sum of its predicates. Here we may suppose *predicates* to mean the same as *denoting concepts*.] (OF, 369)

In OF kommt Russell zum Ergebnis - was er in OD wiederholt - zum Ergebnis, dass den denotierenden Begriffen nur im Kontext von Propositionen eine Bedeutung zukommt. Er schreibt:

On this view the author of *Waverly* has no significance at all by itself, but propositions in which it occurs have significance. Thus in regard to denoting phrases of this sort, the question of meaning and denotation ceases to exist. It remains to examine other sorts of denoting phrases. (OF, 384)

Nach einer längeren Argumentation dehnt Russell diesen Diskurs auch auf die unbestimmten DF aus und kommt zum folgenden Ergebnis, welches seine Quantifikationstheorie enthält:

The above theory leads to the result that *all* denoting functions are meaningless in themselves, and are only significant when they occur as constituents of propositions. The same theory, it would seem, may be applied to ambiguously denoting complexes such as a man. We shall say that a man means nothing at all by itself, but that:

---

<sup>1542</sup> Dieses Prinzip entspricht dem term-orientierten atomistischen Ansatz aus PoM, welche mit Russells Auffassung der Propositionen - und teilweise auch der Klassen kollidiert. Siehe Abschnitt 3.2.1. von Kapitel I.

<sup>1543</sup> "The only kind of unity to which I can attach any precise sense - apart from the unity of the absolutely simple - is that of a whole composed of parts." (Russell 1899/1900, 160-161)

$$\phi' (\text{a man}) . = . (\exists x) . x \varepsilon \text{ man} . \phi' x \quad \text{Df.}$$

$$\phi' (\text{every man}) . = . (x) . x \varepsilon \text{ man} . \supset . \phi' x \quad \text{Df. . (OF, 384)}$$

Kommen wir nun aber zum Einsatz der Funktionstheorie in der Semantik von OF.

### 9.2.3. Elemente der Funktionstheorie

Der entscheidende Unterschied zu OMD ist der großzügige Gebrauch der Funktionstheorie in Fragen der Semantik. Russell verwendet - anders als in OMD - die Notation mit dem Zirkumflex für Komplexe:

We avoid contradictions by writing  $(C\hat{\circ}x)$  for a mode of combination, and refusing to vary  $C$ . in this case  $(C\hat{\circ}x)$  is immediately recognized as an *instance*, and is not to be regarded as what is denoted by  $(C\hat{\circ}x)^{\wedge}$  (OF, 360)

Der Ausdruck  $(C\hat{\circ}x)$  steht für den abstrakten Kombinationsmodus bzw. die abstrakte Funktion, also eine Bedeutung. Der Ausdruck  $(C\hat{\circ}x)$  hingegen steht für die Denotation, bzw. eine Instanz der abstrakten Funktion. Russell formuliert wenig später folgendes Prinzip zur Bedeutung der denotierenden Komplexe:

*Principle.* Given a denoting complex containing, the type got by turning  $x$  into  $\hat{x}$  denotes the *meaning* of the complex in  $x$ , not the denotation.

Mit diesem Prinzip ist nämlich (AS) und damit die Krux für Russells Theorie von Bedeutung und Denotation verknüpft. Russell umschreibt das Problem mit den denotierenden Begriffen zunächst wie folgt:

I think the above *important principle* makes it plain why things go wrong. It shows that, if we assert a connection between a variable in meaning-position and a variable in entity-position, we must avoid denoting complexes, since these will stand for their meaning in the one position and for their denotation in the other. (OF, 361)

Folgendes Analyse auf den ersten Seiten von OF führt uns ins das Herz von Russells Anwendung der Substitutionstheorie<sup>1544</sup> auf die Semantik. Russell behauptet zunächst, dass die Substitution<sup>1545</sup> ausschließlich bei Entitäten angewendet werden kann, welche als Bedeutungen vorkommen. Anschließend formuliert er ein Identitätsprinzip<sup>1546</sup> für denotierende Komplexe mit derselben Denotation, wobei (AS) involviert ist:

<sup>1544</sup> Vergleiche mit folgender Bemerkung zu den zwei Arten der Bildung von Komplexen in PaD, 309 und in ONF, 271-272. Siehe Abschnitt 7.3.3.1. in Kapitel II.

<sup>1545</sup> Russell unterscheidet schließlich drei verschiedene Arten der Substitution: die Substitution von Konstanten, die Substitution von gänzlich unbestimmten Variablen und die Substitution von mehr oder weniger bestimmten Variablen. Siehe OF, 405.

<sup>1546</sup> Vergleiche mit DVD, 298.

Indeed wherever substitution is in question, that in which the substitution is effected must have a complexity which is essential; and this is a mark of occurrence as meaning another mark is that we may have

$$p = q . p^{y/x} \neq q^{y/x} \quad (\text{OF, 362})$$

Dieses Prinzip gilt laut Russell beispielsweise für folgenden Belegungen, welche an das in Abschnitt 8.4. besprochene Beispiel aus OMD<sup>1547</sup> anknüpft:  $p$  steht für den Komplex 'the present Prime Minister of England'<sup>1548</sup>,  $q$  für den Komplex 'the Nephew of the late Prime Minister of England', ' $x$  für England',  $y$  für 'France'. Sobald wir aber Bedeutungen für die Variablen einsetzen, nämlich  $p$  für die Bedeutung des Komplexes 'the present Prime Minister of England'<sup>1549</sup> usf. liegen die Dinge anders - argumentiert Russell:

But we no longer have  $p = q$ .

We may now substitute for  $p$  anything else ( $q$  say) which denotes  $p$ , e.g. the meaning of the predicate called  $p$  (at 363 10) [...]

and now

$$\vdash : p = q . \supset . p^{y/x} = q^{y/x} \quad (\text{OF, 363})$$

In diesem Fall stehen alle Variablen für Bedeutungen, wobei die Identitätsbehauptung auf banale Weise erfüllt ist. Letztere folgt nämlich aus dem Kompositionalitätsprinzip für Bedeutungen. Russell nähert sich dann der famosen Problematik des Sprechens über Bedeutungen, welche wir im nächsten Abschnitt zusammen mit den Paragraphen von GEA besprechen wollen. In Abschnitt 10.2. werden wir noch einmal auf OF und die mutmaßliche Antizipation der Theorie der Kennzeichnungen zurück kommen. Jetzt soll schließlich OD besprochen werden.

<sup>1547</sup> Siehe unsere Propositionen P15 (The present Prime minister is a nephew of the late Lord Salisbury, P16 (Mr. Arthur Balfour is a nephew of the late Lord Salisbury) und P17 (Mr. Arthur Balfour is a nephew of the previous Prime Minister of England), welche Russell in OMD, 319 nennt.

<sup>1548</sup> Russell selbst schreibt: " $p =$  the present Prime Minister of England." (OF, 363)

<sup>1549</sup> Russell verwendet doppelte Anführungszeichen für die Bedeutungen: " $p =$  "the present Prime Minister of England". " (OF, 363)

## 10 "On Denoting"

### 10.1. GEA und OF 460

### 10.2. Die Bedeutung von OD 491

#### 10.1. GEA und OF

Im folgenden Abschnitt will ich anhand von Textstellen aus OF zeigen, dass die Argumentation von GEA in OF rekonstruierbar ist und somit in weiten Teilen bereits vorliegt. Wenn Russell die Argumentation von GEA - oder auch nur die verschiedenen Teile der Argumentation - bereits in OF entwickelt hat, gib es Grund zur Annahme, dass die Rekonstruktion des Arguments möglicherweise leichter mit Hilfe der Lektüre von OF gemacht werden kann. Jedenfalls erscheint es als Vorteil, bei der Interpretation von GEA Textstellen aus OF hinzu zu ziehen. Es ist davon auszugehen, dass die Passage in OD weitgehend als Kopie der Stellen aus OF entstanden ist und dass die ursprüngliche, ausführlichere und informativere Argumentation daher in OF zu finden ist.

Dass die Interpretation von GEA aus OD allein schwer fällt, hat nicht nur den Grund darin, dass Russell Textpassagen aus OF zusammenfasst und überarbeitet. Ich glaube, dass das Verständnis von GEA auch dadurch erschwert ist, dass Russell seine alte Theorie im Text von OD bereits aus der Warte der neuen Theorie betrachtet. Daraus ergibt sich eine gewisse Verfälschung.

Auf den ersten Seiten von OD präsentiert Russell seine neue Theorie, welche die Existenz von denotierenden Komplexen ablehnt. Es handelt sich um eine 2-stufige Semantik, welche keine Objekte mehr in der Art der Sinne Freges vorsieht. Es zeigt sich, dass sich nach der neuen Theorie von OD lediglich Ausdrücke - aber keine nicht-sprachlichen Entitäten mehr - im Skopus der Anführungszeichen befinden können. Ich behaupte nun, dass sich Russell vor allem in den ersten Paragraphen von GEA an der neuen Theorie orientiert. Ob er dies bewusst oder unbewusst macht, ob er den Leser nur schrittweise von seiner neuen Theorie zu seine alten hinführen will, ist schwer zu sagen. Nach meiner Auslegung entspricht dann erst der Paragraph [E] ganz dem Geiste seiner alten Theorie. Dies zeigt sich im Vergleich mit den entsprechenden Stellen aus OF.

Was die Sekundärliteratur angeht, kann man in Bezug auf OD - anders als in Bezug auf die anderen Manuskripte von CP4 behaupten -, dass es eine Vielzahl von hervorragenden Kommentaren gibt. Ich darf an dieser Stelle auf einen von Imaguire und Linsky herausgegebenen Sammelband<sup>1550</sup> verweisen, welcher im Jahre 2005 erschienen ist. Zu GEA will ich speziell Nathan U. Salmons Essay - ebenfalls aus dem Jahre 2005 - hervorheben, welcher eine raffinierte Transkription von GEA enthält.

Ich selbst will nun folgendermaßen vorgehen.

---

<sup>1550</sup> Imaguire und Linsky (eds.) (2005).



Zunächst sollen die Textpassagen von GEA den entsprechenden Passagen aus OF gegenübergestellt werden. Im Folgenden verwende ich übrigens die Originalausgabe von OD aus dem Jahre 1905. Die später in *Essays of Analysis* erschienene Ausgabe unterscheidet sich von der Originalausgabe speziell darin, dass die einfachen und doppelten Anführungszeichen vertauscht sind. In der Originalausgabe von OD verwendet Russell wie in OF - entsprechend dem Prinzip QM - doppelte Anführungszeichen zum Anzeigen von Bedeutungen. Die einfachen Anführungszeichen, welche in den relevanten Passagen von OF gar nicht vorkommen, werden in der Originalausgabe von OD scheinbar zum Anzeigen von Ausdrücken verwendet. Allerdings verwendet Russell manchmal auch die Konstante *C* als Bezeichnung für Ausdrücke. In der zweiten Ausgabe von OD hingegen stehen die einfachen Anführungszeichen für die Bedeutungen, die doppelten Anführungszeichen für die Ausdrücke.

An dieser Stelle will ich eine Bemerkung zu meinem eigenen Gebrauch der Anführungszeichen machen. Ich verzichte hier - anders als Nathan U. Salmon<sup>1551</sup> - auf eine Transkription des Russelltextes. Allerdings würde dies nicht zuletzt dazu führen, dass - wie Salmons Versuch zeigt - der Zeichenschwung unübersehbar und der Aufwand ziemlich groß wird. Ich verwende in meiner Arbeit nun doppelte Anführungszeichen für Zitate und einfache für die Erwähnung von Ausdrücken und Begriffen bzw. Bedeutungen. Um anzuzeigen, ob ich von einem Ausdruck oder von einem Begriff spreche, setze ich eine Kennzeichnung vor das erste Anführungszeichen. So spreche ich einmal vom **Ausdruck** 'der gegenwärtige König von Frankreich' und einmal vom **Begriff** 'der gegenwärtige König von Frankreich'.

Im Folgenden sollen in der linken Spalte die verschiedenen Paragraphen, entsprechend dem gängigen Vorschlag von Blackburn und Code<sup>1552</sup> abgedruckt werden. In der rechten Spalte führe ich die ähnlichen Stellen aus OF an, anhand derer ich somit GEA rekonstruieren will.

---

<sup>1551</sup> Salmon 2005.

<sup>1552</sup> Blackburn and Code (1978).

"On Denoting"

[A]

The relation of the meaning to the denotation involves certain rather curious difficulties, which seem in themselves sufficient to prove that the theory which leads to such difficulties must be wrong.

[B]

When we wish to speak about the meaning of a denoting phrase, as opposed to its denotation, the natural mode of doing so is by inverted commas. Thus we say:

The center of mass of the solar system is a point, not a denoting complex;

"The center of mass of the solar system" is a denoting complex, not a point.

Or again,

The first line of Gray's Elegy states a proposition.

"The first line of Gray's Elegy" does not state a proposition.

Thus taking any denoting phrase, say  $C$ , we wish to consider the relation between  $C$  and " $C$ ", where the difference of the two is of the kind exemplified in the above two instances.

"On Fundamentals"

[A\*]

The use of inverted commas may be explained as follows. When a concept has meaning and denotation, if we wish to say anything about the meaning, we must put it in an *entity*-position; (OF, 381)

[B\*]

The centre of mass of the Solar System is a point, not a denoting complex. (OF, 383)

"The centre of mass of the Solar System" is a denoting complex, not a point. (OF, 383)

[E.g. if  $p \equiv p$ . the first line of Gray's Elegy, it [the principle:  $p \equiv p$  is true, meine Hinzufügung] fails.] (OF, 361)

[In each of these<sup>1553</sup> the subject occurs as an entity, not as meaning; in the first, the subject is " $C$ ", in the second it is  $C$ .] Thus it would seem that " $C$ " and  $C$  are two different entities. In that case, what is the connection between them? (OF, 383)

---

<sup>1553</sup> Gemeint sind die zwei, oben angeführten Propositionen aus OF, 383.

[C]

We say, to begin with, that when *C* occurs it is the *denotation* that we are speaking about; but when "*C*" occurs, it is the *meaning*. Now the relation of meaning and denotation is not merely linguistic through the phrase: there must be a logical relation involved, which we express by saying that the meaning denotes the denotation. But the difficulty which confronts us is that we cannot succeed in *both* preserving the connexion of meaning and denotation *and* preventing them from being one and the same; also that the meaning cannot be got at except by means of denoting phrases. This happens as follows.

[D]

The one phrase *C* was to have both meaning and denotation. But if we speak of "the meaning of *C*", that gives us the meaning (if any) of the denotation. "The meaning of the first line of Gray's Elegy" is the same as "The meaning of 'The curfew tolls the knell of parting day'", and is not the same as "The meaning of 'the first line of Gray's Elegy'." Thus in order to get the meaning we want, we must speak not of "the meaning of *C*", but "the meaning of '*C*,'" which is the same as "*C*" by itself. Similarly "the denotation of *C*" does not mean the denotation we want, but means something which, if it denotes at all, denotes what is denoted by the denotation we want.

[C\*]

[...] in all ordinary propositions in which *C* occurs, what is said does not hold of *C*, but of what *C* denotes. (OF, 382)

For the relations of meaning and denotation, it is instructive to observe the following pair of facts:(1). If *C* is a denoting complex, "the meaning of *C*" does not *denote* the *meaning* of *C*, but the meaning of the denotation of *C*. (2). If *C* is a denoting complex, "the denotation of *C*" does not *mean* the *denotation* of *C*, but the *denotation* of the denotation of *C*<sup>1554</sup>

These two facts show the indissolubility of meaning and denotation, and the impossibility of inventing a symbolism which will avoid the necessity of distinguishing the two sides in complexes. For "the meaning of *C*" and "the denotation of *C*" both have the two sides, and are therefore on no way less twofold than "*C*" itself. (OF, 383)

[D\*]

The phrase "the meaning of a denoting complex" is wrongly formed; for suppose *C* is a denoting complex; then "the meaning of *C*" puts *C* in an entity-position, and therefore means "the meaning of the denotation of *C*", whereas what we want is the meaning of the meaning of *C*, as opposed to the meaning of the denotation of *C* and the denotation of the meaning of *C*. (OF, 382)

<sup>1554</sup> Im Text steht eigentlich: "If *C* is a denoting complex, "the denotation of *C*" does not *mean* the *denotation* of *C*, but "**the denotation of *C***". Dies macht allerdings nicht viel Sinn.

For example, let "C" be "the denoting complex occurring in the second of the above instances". Then C = "the first line of Gray's Elegy", and the denotation of C = The curfew tolls the knell of parting day. But what we *meant* to have as the denotation was "the first line of Gray's Elegy". Thus we have failed to get what we wanted.

[E]

The difficulty in speaking of the meaning of a denoting complex may be stated thus: The moment we put the complex in a proposition, the proposition is about the denotation; and if we make a proposition in which the subject is "the meaning of C", then the subject is the meaning (if any) of the denotation, which was not intended.

This leads us to say that, when we distinguish meaning and denotation, we must be dealing with the meaning: the meaning has denotation and is a complex, and there is not something other than the meaning, which can be called the complex, and be said to *have* both meaning and denotation. The right phrase, on the view in question, is that some meanings have denotations.

[E\*]

The endeavour to speak about the meaning the meanings of denoting complexes leads, if the above is correct, to the following dilemma. If we do not put the meaning in an entity-position, we merely mean it, and do not say anything about it; if, on the contrary, we put it in an entity position, it stands for its denotation and we get the meaning (if any) of the complex denotes not of what the complex means. The phrase "the meaning of a denoting complex" is wrongly formed; for suppose C is a denoting complex; then "the meaning of C" puts C in an entity-position, and therefore means "the meaning of the denotation of C", whereas what we want is the meaning of the meaning of C, as opposed to the meaning of the denotation of C and the denotation of the meaning of C. (OF, 382)

When we distinguish meaning and denotation, in fact, we must be dealing with the meaning; for the meaning has denotation and is a complex and be said to have both meaning and denotation. The right phrase is that some meanings have denotations. (OF, 382)

[F]

But this only makes our difficulty in speaking of meanings more evident. For suppose that *C* is our complex; then we are to say that *C* is the meaning of the complex.

Nevertheless, whenever *C* occurs without inverted commas, what is said is not true of the meaning, but only of the denotation, as when we say: The centre of mass of the solar system is a point. Thus to speak of *C* itself, *i.e.* to make a proposition about the meaning, our subject must not be *C*, but something which denotes *C*. Thus "*C*", which is what we use when we want to speak of the meaning, must not be the meaning, but must be something which denotes the meaning. And *C* must not be a constituent of this complex (as it is of "the meaning of *C*"); for if *C* occurs in the complex, it will be its denotation, not its meaning, that will occur, and there is no backward road from denotations to meaning, because every object can be denoted by an infinite number of different denoting phrases.

[G]

"Thus it would seem that "*C*" and *C* are different entities, such that "*C*" denotes *C*; but this cannot be an explanation, because the relation of "*C*" to *C* remains wholly mysterious; and where are we to find the denoting complex "*C*" which is to denote *C*? Moreover, when *C* occurs in a proposition, it is not *only* the denotation that occurs (as we shall see in the next paragraph); yet, on the view in question,

[F\*]

But this makes our difficulty in speaking of meanings more evident. For suppose that *C* is our complex; then we say *C* is the meaning of the complex.

Nevertheless in all ordinary propositions in which *C* occurs, what is said does not hold of *C*, but of what *C* denotes. [The centre of mass of the Solar System is a point, not a denoting complex.]<sup>1555</sup>

To speak of *C* itself requires either a concept which denotes *C*, or else some further kind of occurrence, over and above all those enumerated in 23. And a concept which denotes *C* must not contain *C* as entity (as is the case, e.g., with "the meaning of *C*"), for then we get the denotation of *C* occurring where we meant the to have the meaning." (OF, 382)

[G\*]

In each of these [(propositions): 'The centre of mass of the Solar System' is a denoting complex, not a point' und 'The centre of mass of the Solar System is a point, not a denoting complex', meine Hinzufügung] the subject occurs as an entity, not as meaning; in the first, the subject is "*C*", in the second it is *C*. Thus it would seem that "*C*" and *C* are two different entities. In that case, what

<sup>1555</sup> Dieses Beispiel wird von Russell erst einige Zeilen später, also nicht an der von mir angegebenen Stelle, im Text angeführt. Siehe OF, 383.

*C* is only the denotation, the meaning being wholly relegated to "*C*". This is an inextricable tangle, and seems to prove that the whole distinction between meaning and denotation has been wrongly conceived.

[H]

That the meaning is relevant when a denoting phrase occurs in a proposition is formally proved by the puzzle about the author of *Waverley*. The proposition "Scott was the author of *Waverley*" has a property not possessed by "Scott was Scott", namely the property that George IV wished to know whether it was true. Thus the two are not identical propositions; hence the meaning of "the author of *Waverley*" must be relevant as well as the denotation, if we adhere to the point of view to which this distinction belongs. Yet, as we have just seen, so long as we adhere to this point of view, we are compelled to hold that only the denotation is relevant. Thus the point of view in question must be abandoned.

is the connection between them? (OF, 383)

[H\*]

If a complex *A* occurs in a complex *B*, and *B* occurs as an entity in a complex *C*, then *A* does not occur as entity in *C*. Thus e.g. consider "People were surprised that Scott was the author of *Waverley*". Here *A* = the author of *Waverley*, *B* = Scott was the author of *Waverley*, *C* = People were surprised that Scott was the author of *Waverley*. Here *A* occurs as entity in *B* [...] But if we substitute Scott for *A* in **[mein Korrekturvorschlag]**<sup>1556</sup> *C*, we find: "People were surprised that Scott was Scott", so that a true proposition has been turned into a false one. Hence *A* does not occur as entity in *C*. (OF, 370)

---

<sup>1556</sup> Im Text steht eigentlich 'if we substitute Scott for *A* and *C*' **[meine Hervorhebung]**, was offensichtlich falsch ist.

Wir wollen uns nun der Rekonstruktion von GEA dadurch nähern, dass wir die 8 Paragraphen und die entsprechenden Stellen aus OF analysieren. Die Frage muss auch sein, ob die GEA-Paragraphen aus OD doch ein richtiges Argument und kein Sammelsurium von philosophischen Irrtümern enthalten.

Im ersten Teil meiner Analyse der Paragraph [A] bis [D] aus OD werden die Passagen aus OF ausführlicher besprochen, wobei ich zwischen beiden Schriften hin und her wechsle. Auf diese Weise will ich meine Interpretation von GEA auf dem Hintergrund der Theorie von OF entwickeln, welche Russell augenscheinlich als Steinbruch für die GEA-Paragraphen gedient hat. Ich weise an dieser Stelle auf den zweiten Satz von Paragraphen [C] hin, welchen ich als Schlüsselstelle für GEA ansehe. Ab Paragraph [E] taucht der Kern von GEA auf. Dann werden auch längere Textabschnitte besprochen und weniger zwischen beiden Schriften gewechselt. Nach dieser Annäherung an GEA will ich eine Zusammenfassung der 8 Paragraphen aus OD und schließlich eine Interpretation von GEA geben.

Beginnen wir mit dem ersten Paragraphen.

Ad [A] und [A]\*

Russell kündigt in Paragraph [A] von OD an, dass die Relation zwischen der Bedeutung und der Denotation eher kuriose Schwierigkeiten einschließt, welche zu beweisen scheinen, dass die Theorie, welche zu solchen Schwierigkeiten führt, falsch sein muss. Um welche Theorie es sich hier handelt, erfährt man zunächst nicht. Ich will später zeigen, dass hier die Theorie der Komplexe<sup>1557</sup>, welche eine Bedeutung und eine Denotation haben, gemeint sein muss. Tatsächlich glaubt Russell mit GEA aber möglicherweise jede Theorie zu unterminieren, welche zwischen Sinn und Bedeutung (oder ähnlichen Begriffen) unterscheidet und Russells ontologische Prinzipien wie (LS) teilt.

Dem Paragraphen [A] ist zunächst nicht zu entnehmen, welchen Entitäten die Bedeutung und die Denotation zugeschrieben werden. Ob es sich um Ausdrücke oder Komplexe handelt, bleibt zunächst offen.

Der ganze Paragraph in Russells Worten:

The relation of the meaning to the denotation involves certain rather curious difficulties, which seem in themselves sufficient to prove that the theory which leads to such difficulties must be wrong. (OD, 485)

Kommen wir jedoch nun zu OF. Eine dem Abschnitt [A] aus OD entsprechende Passage habe ich in OF nicht gefunden. Tatsächlich fügt Russell die verschiedenen Argumente, welche auch in OF vorliegen, erst in OD zu einem Gesamtargument zusammen. Ich gehe davon aus, dass GEA mit der Konklusion in OF nicht in dieser Form vorliegt, obwohl in OF -

---

<sup>1557</sup> Möglicherweise geht es - wie ich zeigen will - nicht nur Russells eigene Theorie, sondern um jede Theorie, welche von komplexen Bedeutungen und einfachen Denotationen handelt.

wie wir gleich sehen werden - wichtige Schlüsse gezogen werden, welche auch in GEA zu finden sind. Gehen wir zum nächsten Paragraphen über.

Ad [B] und [B]\*

Russell formuliert in [B] die Vorschrift, wonach das Sprechen über die Bedeutung von Ausdrücken immer direkt anhand von Anführungszeichen (QM) erfolgt, während das Sprechen über Denotationen von Ausdrücken immer ohne Anführungszeichen geschieht. Er schreibt:

When we wish to speak about the meaning of a **denoting phrase [meine Hervorhebung]**, as opposed to its denotation, the natural mode of doing so is by inverted commas. (OD, 485-486)

Dazu führt er dann die zwei berühmten Beispiele dazu.

The center of mass of the solar system is a point, not a denoting complex;

"The center of mass of the solar system" is a denoting complex, not a point.

Or again,

The first line of Gray's Elegy states a proposition.

"The first line of Gray's Elegy" does not state a proposition.

Thus taking any **denoting phrase [meine Hervorhebung]**, say  $C$ , we wish to consider the relation between  $C$  and " $C$ ", where the difference of the two is of the kind exemplified in the above two instances. (OD, 485-486)

Die Frage aus unserer Besprechung aus Paragraph [A], welchen Entitäten die Bedeutung und die Denotation zugeschrieben werden, wird hier von Russell deutlich beantwortet. Dass es die denotierenden Ausdrücke sind, ist nicht nur dem ersten Satz, sondern auch dem letzten zu entnehmen, in dem die Relation zwischen " $C$ " und  $C$  angesprochen wird.

Die von Russell hier vorgeschlagene Theorie identifiziert die denotierenden Komplexe als die Bedeutungen der denotierenden Ausdrücke, welche man dadurch gewinnt, dass man letztere entsprechend (QM) zwischen Anführungszeichen setzt. Wir werden gleich sehen, dass diese Theorie in Paragraph [D] infrage gestellt wird, um einer Theorie zu weichen, welche die Bedeutung und die Denotation den Komplexen - und nicht mehr den Ausdrücken zuschreibt.

Kommen wir jedoch zuerst auf den Gebrauch zu sprechen, welchen Russell von den Anführungszeichen in OF macht. Dabei wird sich ebenfalls zeigen, dass die nicht-sprachlichen Komplexe - und nicht die Ausdrücke - eine zentrale Rolle in der Theorie von Bedeutung und die Denotation von OF spielen.

Russell weist in OF - im Anschluss an die im letzten Abschnitt angeführte Passage<sup>1558</sup> zunächst auf die Wichtigkeit eines Denotationsoperators hin:

---

<sup>1558</sup> OF, 363.



In such case as the above, " $\delta'p$ " for the denotation of  $p$  would be useful. It is useful when a meaning occurs in an entity-position and  $p$  stands for the meaning, not its denotation. Then  $\delta'p$  will do for the denotation. (OF, 363)

So ein Denotationsoperator müsste eine Bedeutung in die Entitätenposition überführen. Im Abschnitt über die Analyse von OMD habe ich darauf hingewiesen, dass aufgrund des Prinzip (LS) - welches in der frühen Philosophie Russells den Status eines Axioms genießt - jede Entität als Subjekt von Propositionen vorkommen muss. Dies heißt soviel wie, dass es möglich sein muss, von jedem Objekt (about) zu sprechen.

Russell behauptet nun an dieser Stelle - wie schon zuvor in OMD - dass das Sprechen über die Bedeutung<sup>1559</sup> eines denotierenden Begriffs nur indirekt anhand eines weiteren, denotierenden Begriffs gelingen kann. Wenn wir nämlich versuchen, direkt von der Bedeutung zu sprechen, sprechen wir aufgrund von (AS) von der Denotation des denotierenden Begriffs. In Russells Worten:

It seems that if we wish to put a denoting meaning in an entity-position, and say something about the meaning itself, we can only do so by means of a denoting concept, for if, instead of a denoting concept, we put the meaning in question, then, since the position is an entity-position, we shall be talking unintentionally about the denotation of the meaning instead of about the meaning. Thus a denoting meaning can only be spoken of by means of denoting concepts which denote the meaning in question. (OF, 363)

Zu genau diesem Ergebnis ist Russell bereits in OMD gekommen. Allerdings gibt es in OF eine Bemerkung, mit der Russell so eine Lösung infrage stellt:

If  $a$  is a denoting expression, and we want what it denotes to occur in an undenoting position, we must know what it denotes otherwise than as denoted. For if we put  $a$  there, it will be the meaning of  $a$  that will occur, not the denotation. And if we put (say)  $\delta'a$  to stand for "the denotation of  $a$ ", that still only denotes the denotation, and does not mean it. (OF, 360)

Dieses Argument, welches wohl mindestens einen Gebrauchs/Nennungs-Fehler enthält, antizipiert - wie wir noch sehen werden - GEA und soll später besprochen werden. Russell geht unbeeindruckt von seinem Gegenargument dazu über, die Funktion von QM gerade als das Bereitstellen von denotierenden Begriffen zu bestimmen, welche die ursprüngliche Bedeutung<sup>1560</sup> denotieren:

This is what inverted commas do: they give a denoting concept which denotes the meaning of what is between the inverted commas. (OF, 363)

---

<sup>1559</sup> Er schreibt auch: "To be about  $x$  is a property of the meaning, not of the being." (OF, 368)

<sup>1560</sup> Vergleiche mit: "[...] in order to speak about the meaning, we must substitute for the meaning something, which *denotes* the meaning. Hence the meanings of denoting concepts can only be approached by means of complexes which denote those meanings. This is what complexes in inverted commas are." (OF, 382)

Damit sind wir bei Russells verwirrender Quotationslogik von OF angelangt, welche mitunter den Kern von GEA ausmacht. Russell definiert QM - wie wir gleich sehen werden - als Instrument, welches die Bedeutungen in die Entitätsposition überführt. Es handelt sich demnach um eine Art von Extensionsoperator, welcher Bedeutungen entsprechend (LS) in Denotationen oder logische Subjekte verwandelt. Russell behauptet, dass QM nicht nur bei den denotierenden Begriffen Anwendung findet - wie es in der Theorie von OMD<sup>1561</sup> vorgesehen ist - sondern auch bei den Verben, Präpositionen und Konjunktionen:

Verbs not in an infinite mood, and prepositions, and conjunctions, when they occur in sentences, normally occur as *meanings* ; to make them occur as entities, it is necessary to employ inverted commas or italics. (OF, 380)

Russells Behauptung wollen wir nur in Bezug auf QM beziehen, da er die Kursivschrift in OF - wie in dieser Behauptung selbst - für die Hervorhebung oder für die Ausdrücke verwendet, aber scheinbar niemals für die Bedeutung der Ausdrücke.

Die Textstelle zu QM, welche [B] aus OD ähnlich sieht, ist die folgende:

The use of inverted commas may be explained as follows. When a concept has meaning and denotation, if we wish to say anything about the meaning, we must put it in an *entity*-position; (OF, 381)

Wenig später wendet Russell in OF QM<sup>1562</sup> auf folgendes Beispiel an, welches in Abschnitt [B] von GEA ebenfalls in ähnlicher Form vorkommt:

"The centre of mass of the Solar System" is a denoting complex, not a point.

The centre of mass of the Solar System is a point, not a denoting complex. (OF, 383)

Nach der Theorie, welche dann in Paragraph [E]<sup>1563</sup> diskutiert wird, ist der erste Satz missverständlich, wenn meine Überlegungen zu Paragraph [D] zutreffend sind.

Folgende zwei Sätze kommen - so meine These - als Interpretationen infrage:

"The centre of mass of the Solar System" is the meaning<sub>1</sub> of denoting complex<sub>1</sub>, not a point.

"The centre of mass of the Solar System" is a denoting complex<sub>2</sub>, not a point.

Doch dazu später mehr. Russell kommt an dieser Stelle von OF in Zusammenhang mit diesem Beispiel zum Ergebnis, dass die Bedeutung und die Denotation von Komplexen unterschiedliche Entitäten sein müssen:

---

<sup>1561</sup> Laut Semantik von OMD kann man lediglich in Zusammenhang mit denotierenden Begriffen (und Ausdrücken) von einer Bedeutung sprechen, welche sich von der Denotation unterscheidet. Wenn Wörter einzeln auftreten, haben sie in der Terminologie von OMD lediglich eine Designation d.h. eine Bedeutung in der Terminologie von PoM. Siehe die Abschnitte 8.2. und 3.5.

<sup>1562</sup> Es handelt sich hier - anders als in Bezug auf dasselbe Beispiel in OD - nicht um einfache, sondern doppelte Anführungszeichen.

<sup>1563</sup> Siehe unten.

In each of these the subject occurs as an entity, not as meaning; in the first, the subject is "C", in the second it is C. Thus it would seem that "C" and C are two different entities. (OF, 383)

Anschließend thematisiert er - wie dann auch in Abschnitt [B] von GEA - die Relation zwischen beiden Entitäten:

In that case, what is the connection between them? (OF, 383)

Was Russell in [B]\* tatsächlich macht, deckt sich meiner Ansicht nach tatsächlich mit dem, was er ankündigt. Er setzt den denotierenden Ausdruck, welchen er dann mit 'C' bezeichnet, zwischen doppelte Anführungszeichen. Was Russell aber dabei vorschwebt - so meine Einschätzung - ist die Manipulation von Komplexen - und nicht von Ausdrücken.

Mit 'C' bezeichnet er den Komplex (den denotierenden Begriff), für den der Ausdruck 'The centre of mass of the Solar System' steht. Laut Russell befindet sich - aufgrund seiner Sichtweise der Propositionen als realen Sachverhalten - aber nicht der Ausdruck, sondern der denotierende Begriff im Skopus von QM. Durch QM soll dieser denotierende Begriff - und nicht der denotierende Ausdruck - in den Entitätsstatus überführt werden. In der zweiten Proposition repräsentiert der denotierende Begriff aufgrund von (AS) das Subjekt, von dem die Proposition handelt. Hier liegt demnach gewissermaßen die Denotation des denotierenden Begriffs vor. Russell kann so mit Recht behaupten, dass das Subjekt in beiden Fällen als Entität vorliegt. Im letzten Satz fragt Russell - so meine Interpretation - nach der Verknüpfung<sup>1564</sup> zwischen der Bedeutung und der Denotation des denotierenden Begriffs.

Die Voraussetzung für dieses Vorgehen Russells ist natürlich, dass es so etwas wie denotierende Begriffe überhaupt gibt. In der weiteren Argumentation von OF wird der Entitätscharakter der denotierenden Begriffe aber letztlich ad absurdum geführt, was wir gleich sehen werden.

Ad [C] und [C]\*

Der Anfang von Abschnitt [C] bringt in GEA scheinbar kaum neue Informationen im Vergleich zu [B]. Russell wiederholt die Vorschrift aus Paragraph [B], wonach C von der Denotation, "C" hingegen von der Bedeutung handelt. Ich behaupte nun, dass Russell bei seinen Bemerkungen zum Vorkommen von C und von "C" dazu übergeht, die Bedeutung und die Denotation den Komplexen zuzuschreiben - auch wenn er am Ende des Paragraphen von denotierenden Ausdrücken spricht, welche die Bedeutung denotieren sollen.

Vom Auftreten von Ausdrücken ist nämlich in den Manuskripten von CP4 kaum die Rede, auch nicht in PoM, wo Russell vom Auftreten der Begriffe als Begriffe oder als Terme spricht.

---

<sup>1564</sup> Diese Problematik wird in der Eingangspassage von GEA erwähnt: "**The relation of the meaning to the denotation [meine Hervorhebung]** involves certain rather curious difficulties, which seem in themselves sufficient to prove that the theory which leads to such difficulties must be wrong." (OD, 485)

In folgendem Absatz steht der Buchstabe 'C' daher wohl für einen denotierenden Komplex, und nicht für einen denotierenden Ausdruck. Wenn dies so ist, dann befindet sich aber nicht der denotierende Ausdruck, sondern der denotierende Begriff im Skopus der Anführungszeichen.

Russell spricht dann in Paragraph [E] in Rückblick auf die Problematik in den Paragraphen vor, explizit von denotierenden Komplexen - und nicht von Ausdrücken - und speziell der Schwierigkeit von der Bedeutung von Komplexen zu sprechen.

In Kapitel II habe ich Russells Theorie der Komplexe besprochen, welche mit der Funktionstheorie verbunden ist. In den betreffenden Manuskripten schreibt Russell stets dem Komplexen eine Bedeutung und eine Denotation zu. Wir werden gleich sehen, dass dies auch in jener Theorie so ist, von der GEA ausgeht und welche dann widerlegt werden sollte. Es kommt übrigens auch in PoM häufig vor, dass Russell von den Ausdrücken spricht und eigentlich die Terme, Begriffe oder Propositionen meint. Dazu später mehr.

Hier der ganze Absatz:

We say, to begin with, that when *C* occurs it is the *denotation* that we are speaking about; but when "*C*" occurs, it is the *meaning*. Now the relation of meaning and denotation is not merely linguistic through the phrase: there must be a logical relation involved, which we express by saying that the meaning denotes the denotation. (OD, 486)

Vielleicht gibt uns ja OF darüber Aufschluss, ob Komplexe oder Ausdrücke gemeint sind.

Russell behauptet in OF, dass Propositionen, in denen *C* auftritt - wie die Proposition 'The centre of mass of the Solar System is a point, not a denoting complex' - von der Denotation dieser denotierenden Begriffe - und nicht von diesen selbst - handeln. Wir werden gleich sehen, dass hier die Propositionen mit denotierenden Begriffen an Subjektposition gemeint sein müssen. Russell drückt sich zunächst - anders als im nächsten Absatz - neutral aus:

[...] in all ordinary propositions in which *C* occurs, what is said does not **hold of C** [**meine Hervorhebung**], but of what *C* denotes. (OF, 382)

Wenn hingegen Anführungszeichen vorhanden sind, handelt die Proposition - entsprechend der Vorschrift QM - von der Bedeutung des denotierenden Begriffs. QM ermöglicht laut Russell - wie oben deutlich wurde - das Sprechen über Bedeutungen, wie man im folgenden Absatz nachlesen kann:

[...] in order **to speak about** the meaning [**meine Hervorhebung**], we must substitute for the meaning something, which denotes the meaning. Hence the meanings of denoting concepts can only be approached by means of complexes which denote those meanings. This is what complexes in inverted commas are. (OF, 382)

Eine Proposition mit "C" an Subjektposition - wie die Proposition ' "The centre of mass of the Solar System" is a denoting complex, not a point' - handelt laut Russell von der Bedeutung des denotierenden Begriffs 'The centre of mass of the Solar System'. Diesen Absatz werte ich als Beleg für meine Interpretation von Paragraph [C], wonach Russell in diesem Paragraphen dazu übergeht, von Komplexen und nicht von den Ausdrücken zu sprechen. Denn hier ist deutlich von der Bedeutung der denotierenden Komplexe und nicht der denotierenden Ausdrücke die Rede. Der Absatz enthält zudem die These, dass die Bedeutung eines denotierenden Begriffs nur durch Denotation über einen weiteren, denotierenden Begriff erfasst werden kann.

Kehren wir nun zur Argumentation von OD zurück.

Russell setzt den Paragraphen [C] damit fort, dass er die in [B] angesprochene Relation zwischen der Bedeutung und der Denotation als logische Relation bezeichnet. Eine entsprechende Bemerkung habe ich übrigens in OF nicht gefunden. Zweifellos vertritt Russell auch in OF- wie schon in PoM und in anderen Manuskripten aus CP4 - die für den Logizismus zentrale Auffassung, dass es sich bei der Denotation um eine logische Relation handelt, und nicht um eine psychologische oder sprachliche. Die außerhalb von PoM einschlägigste, mir bekannte Stelle stammt aus OMD und wurde bereits zitiert:

[...] the logical important matter is the relation between what is expressed and what is designated. For when one name both designates and expresses, this is not arbitrary, but is due to a relation between objects designated and expressed. This relation is what I shall call *denoting*. Thus it is the meaning, not the name, which denotes the denotation; and denoting is a fact which concerns logic, not the theory of language or naming. (OMD, 317-318)

Russell verknüpft die besagte Relation in OD zwischen der Bedeutung und der Denotation mit einem Dilemma, welches anscheinend in der Schwierigkeit besteht, zugleich die Bedeutung und die Denotation voneinander zu unterscheiden, ohne dass diese ganz auseinanderfallen. In Russells Worten:

But the difficulty which confronts us is that we cannot succeed in *both* preserving the connexion of meaning and denotation *and* preventing them from being one and the same; (OD, 486)

Meines Wissens formuliert Russell in OF nirgends ein ähnliches Dilemma. Allerdings behauptet er in folgendem Absatz die Unverbrüchlichkeit der Verknüpfung und die Notwendigkeit der Unterscheidung von Bedeutung und Denotation:

[These two facts show] the indissolubility of meaning and denotation, and the impossibility of inventing a symbolism which will avoid the necessity of distinguishing the two sides in complexes. For "the meaning of C " and "the denotation of C " both have the two sides, and are therefore on no way less twofold than "C " itself. (OF, 383)

Die bereits erwähnte Bemerkung aus OMD geht ansatzweise in diese Richtung, allerdings ohne dass ein Dilemma erwähnt wird:

(2) Can we distinguish meaning and denotation in the case of propositions, and if so, of what nature is the denotation? (OMD, 325)

Kommen wir zu OD zurück.

Am Ende von Paragraph [C] stellt Russell die noch zu beweisende Behauptung auf, dass die Bedeutung nur durch die Annahme eines denotierenden Ausdrucks erfasst werden kann. Kommen wir nun zu Russells Begründung eben dieser Behauptung.

Ad [D] und [D]\*

Im folgenden Abschnitt will ich eine Lesart des nach meiner Einschätzung für GEA zentralen Paragraphen [D] darlegen, welche sich von der üblichen Interpretation deutlich unterscheidet. Gleich der erste Teil des zweiten Satz ist - wie ich zeigen will - eine Schlüsselstelle. Ich zitiere:

But if we speak of "the meaning of *C*", that gives us ... (OD, 486)

Der Übergang vom Satz vorher ("The one phrase *C* was to have both meaning and denotation") stellt hier eine wirkliche Herausforderung dar. Laut der naheliegenden Lesart geht es im zweiten Satz - auf dieselbe Weise wie im ersten Satz - um die Bedeutung von *C*. Diese Lesart wirft Russell einen Gebrauchs/Erwähnungs-Fehler vor und korrigiert den oben angeführten (zweiten) Satz<sup>1565</sup> wie folgt:

But if we speak of **the expression** 'the meaning of *C*' ... [meine Korrektur]

In der zweiten Ausgabe von OD, in der die Anführungszeichen vertauscht sind, lautet der zweite Satz übrigens wie folgt:

But if we speak of 'the meaning of *C*', that gives us the meaning (if any) of the denotation.

Die Möglichkeit, die Anführungszeichen einfach wegzulassen, käme wohl ungefähr aufs Gleiche hinaus:

But if we speak of the meaning of *C*, that gives us ... (OD, 486)

Laut meiner Interpretation liegt hier kein Gebrauchs/Nennungs-Fehler vor. Ich behaupte, dass es in Paragraph [D] - und später in [E] - nicht die Bedeutung von *C*, sondern tatsächlich um die Bedeutung der Bedeutung von *C* geht. Eine entsprechende Bemerkung aus OF scheint dies zu bestätigen. Russell schreibt dort:

---

<sup>1565</sup> But if we speak of "the meaning of *C*", that gives us ... (OD, 486)

[...] what we want is the meaning of the meaning of *C*, as opposed to the meaning of the denotation of *C* and the denotation of the meaning of *C*. (OF, 382)

Ich bin überzeugt, dass die Präposition 'of' im Ausdruck 'the meaning **of** the meaning of *C* [**meine Hervorhebung**]' als *genitivus obiectivus* zu lesen ist. Es handelt sich demnach um eine zweite Bedeutung<sup>1566</sup>, welche die erste denotiert. Der Ausdruck 'the meaning of the meaning of *C*' muss also in 'the meaning<sub>2</sub> of the meaning<sub>1</sub> of *C*' umgeformt werden. Ich meine, dass Russell in OD dasselbe macht wie in dem Zitat aus OF. Nun kommen wir zum Übergang von Paragraf [C] auf Paragraf [D].

Russell kündigt ja am Schluss von Paragraf [C] an, dass er zeigen will, dass die Bedeutung von *C* nur anhand eines weiteren (zweiten) denotierenden Begriffs (im folgenden '*C*<sub>2</sub>' genannt) erfolgen kann. So eine Position vertritt Russell in vielen Manuskripten, so auch in OMD<sup>1567</sup>. Laut der oben angeführten Behauptung aus OF<sup>1568</sup> wird so ein Begriff gerade durch QM bereitgestellt.

Und genau das macht Russell - nach meiner Auslegung - im zweiten Satz von [D]. Er setzt die Bedeutung<sub>1</sub> von *C* - wobei es sich um einen Komplex und keinen Ausdruck handeln muss - in den Skopus der Anführungszeichen und erhält so die Bedeutung<sub>2</sub>. Der gesamte Ausdruck "the meaning of *C*" steht zunächst also für die Bedeutung<sub>2</sub> und nicht für die Bedeutung<sub>1</sub>. Russell identifiziert jedenfalls den zweiten denotierenden Begriff mit der Bedeutung<sub>2</sub>, welche die Bedeutung<sub>1</sub> denotiert. Wenn das so ist, fällt die Denotation von *C*<sub>2</sub> mit der Bedeutung von *C* zusammen. Darüber hinaus enthält dieser Komplex *C*<sub>2</sub> die Bedeutung<sub>1</sub> als Konstituente und genau daraus ergeben sich die Schwierigkeiten, welche Russell in OD und OF im Anschluss an unsere Schlüsselstelle bespricht.

Kommen wir zuerst zu OD, wo dann das problematische Phänomen im zweiten Satzes genannt wird:

But if we speak of "the meaning of *C*", that gives us the meaning (if any) of the denotation.  
(OD, 386)

Es geht im zweiten Satz von [D] also um den Komplex "the meaning of *C*", welcher selbst eine Bedeutung - nämlich unsere Bedeutung<sub>2</sub> ist. Dabei kommt es zu einer quasi-idealistischen Verwandlung, welche dadurch bedingt ist, dass der denotierende Komplex *C*<sub>2</sub> (die Bedeutung<sub>2</sub>) den denotierenden Komplex *C* enthält. Aufgrund von (AS) denotiert *C*<sub>2</sub> nicht die gewollte Bedeutung von *C* (die Bedeutung<sub>1</sub>), sondern die Bedeutung der der Denotation von *C*. Hier wird demnach eine dritte Bedeutung (meaning<sub>3</sub>) erfasst.

---

<sup>1566</sup> Vergleiche Abschnitt 6.2.2. von Kapitel III, wo ein Vergleich mit einer Textstelle aus OMDP angestellt wird.

<sup>1567</sup> "It is thus only **through the medium of denoting that the complex can be dealt with at all as subject [meine Hervorhebung]**". (OMD, 322)

<sup>1568</sup> OF, 382.

Russell führt dies anhand seines berühmten Beispiels auf nachvollziehbare Weise vor:

"The meaning of the first line of Gray's Elegy" is the same as "The meaning of 'The curfew tolls the knell of parting day' ", and is not the same as "The meaning of 'the first line of Gray's Elegy'."

Russell stellt hier - so meine Lesart - fest, dass der Komplex  $C_2'$  nicht dazu geeignet ist, die Bedeutung<sub>1</sub> von  $C$  zu fassen, welche mit der Bedeutung des Ausdrucks 'the first line of Gray's Elegy' zusammenfällt.

Was Russell dann macht, ist den denotierenden Begriff  $C$  zwischen einfache Anführungszeichen zu setzen, um die Referenzverschiebung des denotierenden Begriffs  $C$  zu unterbinden. Er schlägt damit vor, von der Bedeutung<sub>2</sub> von der Bedeutung des Ausdrucks ' $C$ ' zu sprechen. Dies hat er in Paragraph [E] bereits angekündigt. Der neue Gesamtkomplex  $C_2^*$  enthält somit auch einen Ausdruck, dafür aber nicht den denotierenden Begriff  $C$ . Russell behauptet anschließend, dass  $C_2^*$  mit " $C$ " - also mit der Bedeutung von  $C$  zusammenfällt:

Thus in order to get the meaning we want, we must speak not of "the meaning of  $C$ ", but "the meaning of ' $C$ ,'" which is the same as " $C$ " by itself.

Da die Bedeutung des Ausdrucks ' $C$ ' der denotierende Begriff  $C$  ist, ergibt sich in der Schreibweise von Russell "the meaning of ' $C$ ' " = " $C$ ". Auf diese Weise kann Russell den Ausdruck eliminieren.

Russell behauptet weiters, dass beim Sprechen über die Denotation von  $C$  ein ähnliches Problem vorliegt wie beim Sprechen über die Bedeutung von  $C$  :

Similarly "the denotation of  $C$ " does not mean the denotation we want, but means something which, if it denotes at all, denotes what is denoted by the denotation we want. (OD, 386)

Es kann nicht gelingen, anhand der Bedeutung<sub>2</sub> der Denotation von  $C$  zu erfassen, da sich auch hier eine Referenzverschiebung ereignet. Tatsächlich schafft es Russell dann allerdings nicht, die Anwendung auf das Beispiel auf korrekte Weise zu notieren, wie wir gleich sehen werden. Er schreibt:

For example, let " $C$ " be "the denoting complex occurring in the second of the above instances". Then  $C$  = "the first line of Gray's Elegy", and the denotation of  $C$  = The curfew tolls the knell of parting day. But what we *meant* to have as the denotation was "the first line of Gray's Elegy". Thus we have failed to get what we wanted. (OD, 386)

Die Gleichsetzung von  $C$  mit "the first line of Gray's Elegy" ist natürlich falsch. Russell verwendet hier möglicherweise die doppelten Anführungszeichen für den Ausdruck. Anscheinend hat er vergessen, dass er von Bedeutungen spricht, wenn er QM verwendet.



Was er hier eigentlich demonstrieren wollte, ist anhand QM einen denotierenden Begriff zu konstruieren, welcher die Denotation von  $C$  denotiert. Die korrekte Anwendung hätte er - in Analogie zur Formulierung zur Anwendung bezüglich der Bedeutung - wie folgt formulieren müssen:

"The denotation of the first line of Gray's Elegy" is the same as "The denotation of 'The curfew tolls the knell of parting day',' and is not the same as "The denotation of 'the first line of Gray's Elegy'."

Das Resultat wäre jedenfalls, dass es nicht gelingen kann, anhand der durch QM konstruierten Bedeutung eines weiteren denotierenden Begriffes die Denotation des ersten denotierenden Begriffes  $C$  zu erfassen (zu denotieren), da sich eine Referenzverschiebung ereignet. Russell schlägt in Bezug auf die Denotation keine Lösung vor, wie  $C_2^*$  bei der Bedeutung.

Bevor wir die Frage klären, ob  $C_2^*$  zum gewünschten Ergebnis führt, kommen wir kurz zu Russells Argumentation in OF. Diese entspricht im Wesentlichen jener von OD, wie folgende Passage belegt:

The phrase "the meaning of a denoting complex" is wrongly formed; for suppose  $C$  is a denoting complex; then "the meaning of  $C$ " puts  $C$  in an entity-position, and therefore means "the meaning of the denotation of  $C$ ", whereas what we want is the meaning of the meaning of  $C$ , as opposed to the meaning of the denotation of  $C$  and the denotation of the meaning of  $C$ . (OF, 382)

Russell bemerkt hier zusätzlich zu OD, dass die Referenzverschiebung in  $C_2$  dadurch bedingt wird, dass  $C$  durch die Anführungszeichen in die Entitäten-Position gesetzt wird. Dies entspricht genau dem, was er zu Beginn von OF gesagt hat:

It seems that if we wish to put a denoting meaning in an entity-position, and say something about the meaning itself, we can only do so by means of a denoting concept, for if, instead of a denoting concept, we put the meaning in question, then, since the position is an entity-position, **we shall be talking unintentionally about the denotation of the meaning instead of about the meaning [meine Hervorhebung]**. Thus a denoting meaning can only be spoken of by means of denoting concepts which denote the meaning in question. (OF, 363)

Dieser Absatz aus OF erklärt - anders als [D] aus OD - dass die Referenzverschiebung in  $C_2$  dadurch bedingt wird, dass  $C$  durch die Anführungszeichen in die Entitäten-Position gesetzt wird. Dies entspricht nun genau dem, was er zu Beginn von OF in Bezug auf QM behauptet. Kommen wir nun zum nächsten Paragraphen aus OD.

Ad [E] und [E]\*

Der Paragraf [E] greift die Problematik aus [D] wieder auf, ohne zunächst die Frage zu beantworten, ob  $C_2^*$  zum gewünschten Ergebnis führt. Russell schickt sich im ersten Satz

an, die in Paragraf [D] aufgetauchten Probleme auf den Punkt zu bringen. Nach dem Doppelpunkt folgen zwei verschiedenen Erklärungen, welche durch einen Strichpunkt getrennt sind. Wie ich glaube, handelt es sich erst beim Phänomen, welches in der zweiten Erklärung genannt wird, um das eigentliche Problem.

Wichtig ist, dass Russell jetzt explizit von denotierenden Komplexen spricht und nicht mehr von denotierenden Ausdrücken. Nach der hier vorgeschlagenen Interpretation von GEA wird die Theorie, welche den Komplexen eine Bedeutung und eine Denotation zuschreibt, attackiert. Dazu später mehr.

Im ersten Teil erklärt Russell das Phänomen der Referenzverschiebung in Propositionen, welche denotierenden Begriffe (wie  $C$ ) enthalten. Dies entspricht im Wesentlichen den Prinzip (AS), wie Russell es bereits in PoM beschreibt. Dort wird es als für den Logizismus zentrales Instrument angepriesen, welches die Manipulation von endlichen und unendlichen Klassen und Termen ermöglicht.

Im zweiten Teil weist Russell darauf hin, dass beim Sprechen von der Bedeutung eines denotierenden Begriffs anhand von denotierenden Komplexen ein vom erstgenannten Phänomen abgeleitetes, ähnliches Phänomen auftritt.

Hier folgt der erste Teil von Paragraf [E]:

The difficulty in speaking of the meaning of a denoting complex may be stated thus: The moment we put the complex in a proposition, the proposition is about the denotation; and if we make a proposition in which the subject is "the meaning of  $C$ ", then the subject is the meaning (if any) of the denotation, which was not intended. (OD, 386-387)

Hier könnte man meinen, dass in Russells Beispielen die Bedeutung des denotierenden Komplexes nicht wirklich als Subjekt einer Proposition auftritt. Tatsächlich vertritt Russell - welcher auch nicht grundlegend zwischen Formeln und Termen (Ausdrücken) unterscheidet - die Auffassung, dass Propositionen komplexe Begriffe sind. Wie oben deutlich wurde, definiert er in seiner Theorie der Komplexe Positionen für Komplexe, speziell die Bedeutungsposition und die Entitätsposition.

Was er macht, ist folgendes. Er nimmt den denotierenden Begriff 'the first line of Gray's Elegy' ( $C$ ), nimmt dessen Bedeutung und setzt diesen neuen Komplexen in einen dritten Komplex ( $C_2$ ), welcher aus dem zweiten dadurch erzeugt wird, dass QM angewendet wird und der zweite Komplex in die Entitätsposition überführt wird. Der Punkt ist, dass dadurch auch  $C_1$  in die Entitätsposition überführt wird und so (AS) ausgelöst wird, wie es im ersten Teil von Russells Erklärung<sup>1569</sup> in OF heißt.

Auch in diesem Punkt erweist sich OF als aufschlussreicher als OD. In der folgenden Erklärung wird deutlich, dass QM zentral ist und dass es daher beim Problem in Paragraf [E]

---

<sup>1569</sup> "The moment we put the complex in a proposition, the proposition is about the denotation;" (OD, 386)

nicht um Ausdrücke gehen kann, wie Russells fehlerhafte Bemerkung in Paragraf [D]<sup>1570</sup> OD suggeriert. Russell spricht in dieser Schlüsselstelle von OF von einem Dilemma:

The endeavour to speak about the meaning the meanings of denoting complexes leads, if the above is correct, to the following dilemma. If we do not put the meaning in an entity-position, we merely mean it, and do not say anything about it; if, on the contrary, we put it in an entity position, it stands for its denotation and we get the meaning (if any) of the complex denotes not of what the complex means. (OF, 382)

Kehren wir wieder zu OD zurück.

Ich schlage vor, die im oben im Original angeführten, zweiten Satz des ersten Teils von Paragraf [E] ausgedrückte Intention wie folgt zu rekonstruieren:

and if we **put the complex  $C$  (in meaning position) in the complex  $C_2$  in order to speak about the meaning of  $C$ , then there occurs** the meaning (if any) of the denotation of  $C$ , **and not the meaning of  $C$  which was intended.** [meine Formulierung]

Mit dieser Korrektur ist Russells Argumentation bis dato nach meiner Auffassung schlüssig. Der erste Teil von Paragraf [E] bringt im Prinzip nicht viel neues, sondern versucht nur zu erklären, was in Paragraf [D] schief gelaufen ist.

Neues kommt dann im zweiten Teil von Paragraf [E], wenn Russell nun für seine Theorie der Komplexe den Schluss zieht, dass die Komplexe mit der Bedeutung identifiziert werden müssen. In seinen Worten:

This leads us to say that, when we distinguish meaning and denotation, we must be dealing with the meaning: the meaning has denotation and is a complex, and there is not something other than the meaning, which can be called the complex, and be said to *have* both meaning and denotation. The right phrase, on the view in question, is that some meanings have denotations. (OD, 387)

Russell hat diese Passage aus OF übernommen und lediglich noch etwas ausgeschmückt. In OF kann man nachlesen:

When we distinguish meaning and denotation, in fact, we must be dealing with the meaning; for the meaning has denotation and is a complex and be said to have both meaning and denotation. The right phrase is that some meanings have denotations. (OF, 382)

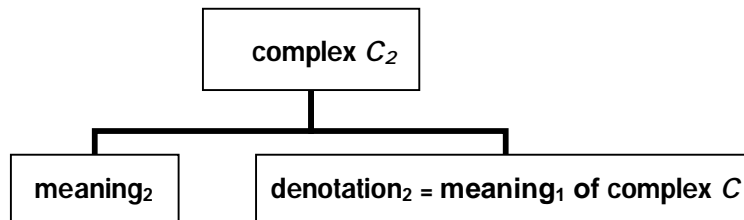
Im Folgenden versuche ich zu rekonstruieren, wie Russell zu dem in [E] vollzogenen Schluss kommt. Wie ich glaube, stellt er hier seine Theorie von den hybriden Objekten, wie er sie seit PoM vertreten hat infrage. Das Szenario, welche ich in meiner Interpretation den Paragraphen [A] bis [E] entnehme, ist folgendes. Russell geht von Komplexen aus, welche eine Bedeutung und eine Denotation aufweisen. Um von der Bedeutung eines Komplexes  $C$  sprechen zu können, greift Russell auf einen zweiten denotierenden Begriff  $C_2$  zurück,

---

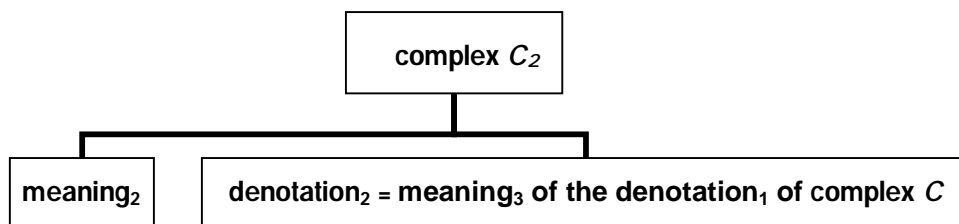
<sup>1570</sup> Ich meine die Gleichsetzung von  $C$  mit "the first line of Gray's Elegy". Siehe oben.

welchen er anhand von QM konstruiert. Dieser hat seinerseits eine Bedeutung und eine Denotation. Russell stellt in Paragraph [F]<sup>1571</sup> fest, dass der zweite denotierende Begriff - und damit wohl auch seine Bedeutung - von der Bedeutung des ersten denotierenden Begriffs verschieden ist. Ich werde im Folgenden auch die Bedeutungen nummerieren.

Halten wir Russells Intention in einem Schema fest:



Dabei kommt es aufgrund von (AS) und einem davon abgeleiteten Phänomen dazu, dass nicht die Bedeutung von *C*, sondern die Bedeutung der Denotation von *C* erfasst wird. Was hier aufgrund von (AS) und QM passiert, wollen wir in folgendem Schema skizzieren:



Das vorliegende Problem ist jenes, welche Russell am Ende von [C] erwähnt hat, wenn er von der Problematik der Erhaltung der Verknüpfung von Bedeutung und Denotation<sup>1572</sup> gesprochen hat. Die andere Seite des dort erwähnten Problems - nämlich die Notwendigkeit der Unterscheidung zwischen Bedeutung und Denotation - wird von Russell anhand des Beispiels sehr deutlich demonstriert.

Doch zurück zu [E] und Russells Identifikation des Komplexes mit der Bedeutung.

Tatsächlich identifiziert Russell schon in Paragraph [D] den Komplex *C*<sub>2</sub> mit seiner Bedeutung<sup>1573</sup>, sofern meine Interpretation richtig ist. Das Auseinanderbrechen von *C* bringt dann Russell am Ende von Paragraph [E] dazu, diese Identifikation auf alle Komplexe auszudehnen. Der Diskurs von den Komplexen erweist stellt sich als ineffizient. Die Komplexe scheinen in Russells Argumentation (auf Kosten der in PoM beschworenen Einheit) scheinbar in die zwei Hälften zu zerbrechen. Russell identifiziert deshalb die

<sup>1571</sup> "Thus "*C*", which is what we use when we want to speak of the meaning, must not be the meaning, but must be something which denotes the meaning." (OD, 487)

<sup>1572</sup> [...] preserving the connexion of meaning and denotation... (OD, 486)

<sup>1573</sup> Nach meiner Auffassung der Dinge identifiziert Russell in Paragraph [D] den Komplex *C*<sub>2</sub> mit der Bedeutung (meaning<sub>2</sub>). Siehe oben.

Komplexe mit den Bedeutungen - mit anderen Worten - er nimmt lediglich die Existenz von komplexen Bedeutungen an, aber nicht mehr die Existenz von Komplexen, welche eine Bedeutung und eine Denotation haben. Einer solchen Position hat sich Russell schon in OMDP<sup>1574</sup> angenähert, wenn er behauptet, dass jede Komplexität die Bedeutungen betrifft. In PaD<sup>1575</sup> verwendet er eine ähnliche Theorie bei der Interpretation von falschen Propositionen, wie wir wissen.

Dieser Vorschlag am Ende von Paragraph [E], welcher auf Komplexe verzichtet, kann aber auch nicht als Lösung für das oben besprochene Problem angesehen werden. Letzteres lässt sich auch ohne Bezugnahme auf die Komplexe formulieren, wobei der in der ersten Zeile genannte Versuch scheitert und zur Situation mutiert, welche in der zweiten Zeile schematisiert wird:

**meaning<sub>2</sub> denotes meaning<sub>1</sub> ≅ meaning<sub>2</sub> has meaning<sub>1</sub> as denotation<sub>2</sub>**

**meaning<sub>2</sub> denotes meaning<sub>3</sub> of denotation<sub>1</sub> ≅**

**meaning<sub>2</sub> has the denotation of meaning<sub>1</sub> as denotation**

Die Frage ist, ob Russell mit seinem neuen Diskurs, welcher auf die Redeweise von Komplexen mit Bedeutung und Denotation verzichtet, erfolgreich ist. Kommen wir also zu Abschnitt [F].

Ad [F] und [F]\*

Im ersten Satz - welcher sich auch in OF<sup>1576</sup> findet - bringt Russell gleich seine Ernüchterung zum Ausdruck:

But this only makes our difficulty in speaking of meanings more evident. (OD, 487)

Dann formuliert Russell in OD - und auf fast identische Weise auch in OF<sup>1577</sup> - die Position aus [E], welche die Komplexe mit Bedeutungen identifiziert:

For suppose that *C* is our complex; then we are to say that *C* is the meaning of the complex.

Dann sollte in beiden Manuskripten das Argument folgen, welches diese Position widerlegt. Zunächst weist Russell in beiden Manuskripten auf die Notwendigkeit hin, dass Propositionen mit einem denotierenden Komplex in Subjektposition ohne Anführungszeichen von der Denotation des Komplexes und nicht von der Bedeutung handeln. Hier geht es um das uns bekannte Phänomen, welches im ersten Satz von Paragraph [C] und in der erste der zwei Bemerkungen im ersten Teil von Paragraph [E] erwähnt wird. Russell fügt dieser

<sup>1574</sup> [...] all complexity is complexity of meaning... (OMDP, 288).

<sup>1575</sup> "It would seem, that every complex either is or presupposes a proposition; it is possible to maintain, that when this proposition is false, the complex has only meaning." (PaD, 307)

<sup>1576</sup> "But this only makes our difficulty in speaking of meanings more evident." (OF, 382)

<sup>1577</sup> "For suppose that *C* is our complex; then we say *C* is the meaning of the complex." (OF, 382)

Behauptung das Beispiel aus Paragraph [B] hinzu, welches auch in OF<sup>1578</sup> irgendwo auftaucht. Hier die Formulierung aus OD, welcher eine ganz ähnliche aus OF<sup>1579</sup> entspricht:

Nevertheless, whenever *C* occurs without inverted commas, what is said is not true of the meaning, but only of the denotation, as when we say: The centre of mass of the solar system is a point. (OD, 487)

Anschließend rekapituliert Russell zunächst die Strategie, welche er in Paragraph [B] und im ersten Teil von Paragraph [D] präsentiert hat. Russell behauptet angesichts der gerade beschriebenen Referenzverschiebung von *C*, dass eine Proposition, welche von *C* bzw. der Bedeutung von *C* handelt, *C* nicht als Subjekt haben darf. Hier ist ein zweiter denotierender Begriff nötig, wie Russell meint:

Thus to speak of *C* itself, *i.e.* to make a proposition about the meaning, our subject must not be *C*, but something which denotes *C*. Thus "*C*", which is what we use when we want to speak of the meaning, must not be the meaning, but must be something which denotes the meaning. (OD, 487)

Den letzten Satz würde ich - entsprechend meiner oben dargelegten Interpretation - wie folgt modifizieren, um Russells Strategie zu verdeutlichen:

Thus "*C*", which is what we use when we want to speak of the meaning<sub>1</sub>, must not be the **meaning<sub>1</sub>**, but must be the **meaning<sub>2</sub>** which denotes the **meaning<sub>1</sub>** [**meine Änderungen**].

In OF erwähnt Russell neben der in Paragraph [D] von OD beschriebenen Strategie die Möglichkeit, auf die in (Abschnitt 23 von) OF erwähnten Arten des Vorkommens<sup>1580</sup> zurück zu greifen. Allerdings scheint Russell diese Möglichkeit in seiner weiteren Argumentation nicht weiter zu verfolgen. Hier sei die besagte Passage angeführt:

To speak of *C* itself requires either a concept which denotes *C*, **or else some further kind of occurrence**, over and above all those enumerated in 23 [**meine Hervorhebung**]. (OF, 382)

Kehren wir zu Paragraph [F] von OD zurück.

Dort präzisiert Russell auf ähnliche Weise wie in OF, dass *C* keine Konstituente dieses Komplexes "*C*" sein darf - wie dies bei "the meaning of *C*" der Fall ist, da sonst das im zweiten Teil von Paragraph [D] und im zweiten Satz des 1. Teils von Paragraph [E] beschriebene Problem auftritt, welches das Scheitern der Strategie bedeutet. Das Problem besteht darin, dass man statt der gesuchten Bedeutung von *C* (**meaning<sub>1</sub>**) die Bedeutung der Denotation von *C* (**meaning<sub>3</sub>**) erhält. Neu im Vergleich zu den Paragraphen vorher ist nur die den Paragraphen [F] abschließende Erklärung, welche darauf hinweist, warum uns die

---

<sup>1578</sup> OF, 383.

<sup>1579</sup> "Nevertheless in all ordinary propositions in which *C* occurs, what is said does not hold of *C*, but of what *C* denotes." (OF, 382)

<sup>1580</sup> Siehe Abschnitt 9.2.2. oben.

Bedeutung der Denotation von  $C$  nicht weiterhilft. Wenn Russell hier behauptet, dass es keinen Rückweg von den Denotationen zu den Bedeutungen gibt, meint er, dass man über Bedeutung der Denotation von  $C$  (**meaning<sub>3</sub>**) nicht auf die Bedeutung von  $C$  zugreifen kann. Das liegt laut Russell seinerseits daran, dass jedes Objekt - also jede Denotation - im Prinzip<sup>1581</sup> durch unendlich viele denotierende Ausdrücke<sup>1582</sup> denotiert werden kann. In Abschnitt 7.2.7. von Kapitel II habe ich gezeigt, dass diese Argumentation Russells der Auffassung entspricht, dass die DF - anders als die PF - nicht injektiv<sup>1583</sup> sind. Hier folgt der ganze Absatz aus Paragraph [F]:

And  $C$  must not be a constituent of this complex (as it is of "the meaning of  $C$ "); for if  $C$  occurs in the complex, it will be its denotation, not its meaning, that will occur, and there is no backward road from denotations to meaning, because every object can be denoted by an infinite number of different denoting phrases. (OF, 382)

Die entsprechende Formulierung aus OF ist lediglich ein wenig informativer, wenn sie das Vorkommen von  $C$  in  $C_2$  "als Entität" ausschließt. Dafür fehlt eine abschließende Erklärung, wie sie im letzten Satz von Paragraph [F] von OD vorkommt:

And a concept which denotes  $C$  must not contain  $C$  as entity (as is the case, e.g., with "the meaning of  $C$ "), for then we get the denotation of  $C$  occurring where we meant the to have the meaning." (OF, 382)

Kommen wir also zu GEA zurück. Wir halten fest, dass der Paragraph [F] eigentlich nichts Neues enthält und dass Russell in seiner Argumentation nicht wesentlich weiter kommt. Er halt lediglich gezeigt, dass die am Ende von Paragraph [E] vorgeschlagene Identifikation der Komplexe mit den Bedeutungen fehlschlägt. Kommen wir also zu Paragraph [G].

Ad [G] und [G]\*

Hier zieht Russell weitere Schlüsse aus dem Ganzen. Er kehrt zunächst von einem Diskurs der (denotierenden und nicht-denotierenden) Bedeutungen zum Diskurs der Komplexe zurück, da sich in Paragraph [F] die Identifikation der Komplexe mit den Bedeutungen eben als hinfällig erweisen hat. Russell benennt die Relation zwischen den verschiedenen Entitäten " $C$ "<sup>1584</sup> und  $C$  als Denotation und behauptet dann, dass dies keine richtige Erklärung ist:

Thus it would seem that " $C$ " and  $C$  are different entities, such that " $C$ " denotes  $C$ ; but this cannot be an explanation, because the relation of " $C$ " to  $C$  remains wholly mysterious; and where are we to find the denoting complex " $C$ " which is to denote  $C$ ? (OD, 487)

---

<sup>1581</sup> Vergleiche mit den Prinzipien (TVDB) und (TVDB\*) in Abschnitt 7.2.7. von Kapitel II.

<sup>1582</sup> Russell meint mit einiger Sicherheit die denotierende Begriffe und nicht die denotierende Ausdrücke.

<sup>1583</sup> Russell nennt solche Funktionen übrigens auch 'many-one'.

<sup>1584</sup> Nach meiner Interpretation handelt es sich nicht um die Bedeutung von  $C$  (meaning<sub>1</sub>), sondern die Bedeutung von  $C_2$  (meaning<sub>2</sub>).

Wir sind somit bei dem anderen Ende<sup>1585</sup> des am Schluss von Paragraph [C] erwähnten Dilemmas angelangt, welches die Bewahrung der Verknüpfung von Bedeutung und Denotation betrifft. In diesem Sinne erwähnt Russell anschließend das Problem den Komplex  $C_2$  zu finden, welcher  $C$  denotieren soll:

[...] and where are we to find the denoting complex " $C$ " which is to denote  $C$ ?

Dies entspricht der Bemerkung aus Paragraph [F], wonach es keinen Rückweg von den Denotationen zu den Bedeutungen gibt.

Dann meint Russell - was er im nächsten Paragraphen<sup>1586</sup> zeigen will - dass ausschließlich nicht die Denotation auftritt, wenn  $C$  in einer Proposition auftritt:

Moreover, when  $C$  occurs in a proposition, it is not *only* the denotation that occurs (as we shall see in the next paragraph); (OD, 487)

Wir werden dann in der Besprechung des abschließenden Paragraph [H] sehen, dass der Komplex  $C$  laut Russell in einer Konstituente der Proposition als Entität auftritt, im Gesamtkomplex bzw. der Proposition aber als Entität. Wir werden auf die Tragweite dieses Sachverhalts und Russell Auslegung desselben zu sprechen kommen.

Russell bleibt in Paragraph [H] zunächst dabei, den Komplex - wenn auch nur in Bezug auf Komplexe "ohne Anführungszeichen" - mit der Denotation zu identifizieren. In Paragraph [E]<sup>1587</sup> hat er gezeigt, dass die Identifikation der Komplexe mit den Bedeutungen misslingt. Während  $C$  mit der Denotation identisch ist, ist die Bedeutung - so meint Russell weiter - gewissermaßen mit  $C_2$  verbunden. Damit stellt er die Verknüpfung von Bedeutung und Denotation grundlegend infrage. Hier die Fortsetzung von Paragraph [G]:

[...] yet, on the view in question,  $C$  is only the denotation, the meaning being wholly relegated to " $C$ ". (OD, 487)

Bevor wir Russells Schlussfolgerung im letzten Satz von Paragraph [G] anführen und besprechen, kommen wir zu OF, wo es eine ähnliche kritische Passage zur Verknüpfung von Bedeutung und Denotation gibt.

Russell behandelt in einer der dichtesten Passagen aus OF zunächst die zwei in Paragraph [D] von OD besprochenen Probleme, welche Russell in Paragraph [E] erklärt. Das erste betrifft die Unmöglichkeit die Bedeutung des denotierenden Komplexes  $C$  durch den denotierenden Komplex "the meaning of  $C$ " zu erfassen, da man hier die Bedeutung der Denotation von  $C$  - und nicht die Bedeutung von  $C$  - erhält. Ähnlich kann es nicht gelingen, die Denotation des denotierenden Komplexes  $C$  durch den denotierenden Komplex "the

---

<sup>1585</sup> Das "eine" Ende des Dilemmas ist in Paragraph [F] zur Sprache gekommen.

<sup>1586</sup> Was für einen Paragraph Russell hier meint, bleibt zunächst offen. Tatsächlich scheint es die Passage zu sein, welche wir mit Blackburn und Code als Paragraph [H] bezeichnen.

<sup>1587</sup> Russell hat diese Auffassung in Paragraph [F] widerlegt.



meaning of  $C$  " zu erfassen, da man hier die Bedeutung der Denotation von  $C$  - und nicht die Denotation von  $C$  - erhält. An dieser Stelle habe ich den Text von Russell in Analogie zu Paragraph [D] korrigiert. Ich gehe davon aus, dass Russell ein Flüchtigkeitsfehler unterlaufen ist. Die korrigierten Stellen sind von mir hervorgehoben, während der ursprüngliche Satz in der Fußnote abgedruckt wird.

Anschließend behauptet Russell, dass die der Verknüpfung von Bedeutung und Denotation unauflöslich ist und dass es unmöglich ist, eine Symbolsprache zu entwickeln, welche nicht zwischen den zwei Seiten der Komplexe unterscheidet. Weiters weist er darauf hin, dass nicht nur  $C$  hybride ist, sondern auch " $C$  " ( $C_2$ ).<sup>1588</sup>

An dieser Stelle soll die ganze Passage aus OF angeführt werden:

For the relations of meaning and denotation<sup>1589</sup>, it is instructive to observe the following pair of facts:

- (1). If  $C$  is a denoting complex, "the meaning of  $C$  " does not *denote* the *meaning* of  $C$ , but the meaning of the denotation of  $C$ .
- (2). If  $C$  is a denoting complex, "the denotation of  $C$  " does not *mean* the *denotation* of  $C$ , but the **denotation of the denotation of  $C$**  <sup>1590</sup> .

These two facts show the indissolubility of meaning and denotation, and the impossibility of inventing a symbolism which will avoid the necessity of distinguishing the two sides in complexes. For "the meaning of  $C$  " and "the denotation of  $C$  " both have the two sides, and are therefore on no way less twofold than " $C$  " itself. (OF, 382-383)

Wenige Zeilen darunter stellt Russell nach einer dem ersten Satz von Paragraph [G] aus OD ähnlichen Bemerkung die Verknüpfung zwischen  $C_2$  und  $C$  erneut infrage:

Thus it would seem that " $C$ " and  $C$  are two different entities. In that case, what is the connection between them? (OF, 383)

Doch kehren jetzt wieder zu OD und kommen zum letzten, gewichtigen Satz von Paragraph [G]. Russell sieht an dieser Stelle scheinbar keinen Ausweg und meint, es sei bewiesen, dass die ganze Unterscheidung zwischen der Bedeutung und der Denotation falsch konzipiert wurde. Er schreibt:

This is an inextricable tangle, and seems to prove that the whole distinction between meaning and denotation has been wrongly conceived. (OD, 487)

---

<sup>1588</sup> Der infinite Regress, der hier im Raume steht, wird vom anti-idealistischen Russell nicht angesprochen.

<sup>1589</sup> Vergleiche mit folgender Passage aus OMD: "[...] the logical important matter is the relation between what is expressed and what is designate. For when one name both designates and expresses, this is not arbitrary, but is due to a relation between objects designated and expressed. This relation is what I shall call *denoting*." (OMD, 317-318)

<sup>1590</sup> Im Text steht eigentlich: "If  $C$  is a denoting complex, "the denotation of  $C$  " does not *mean* the *denotation* of  $C$ , but "**the denotation of  $C$**  ". Dies macht allerdings nicht viel Sinn.

Die Tragweite dieser in OF nicht vorkommenden Schlussfolgerung ist gewissermaßen global und stellt die Theorie der Komplexe mit der 3-stufigen Semantik, wie sie Russell ausgehend von den denotierenden Begriffen seit PoM entwickelt hat, radikal infrage. Blackburn und Code gehen davon aus, dass GEA an dieser Stelle noch nicht fertig ist. Kommen wir also zu Paragraph [H] und überprüfen diese zweifelhafte Annahme.

Ad [H] und [H]\*

Russell behauptet zu Beginn des Paragraphen, dass das Rätsel über den Autor von *Waverley* auf formale Weise beweist, dass die Bedeutung bei Propositionen mit denotierenden Begriffen relevant ist. Russell bringt hier einen ungeraden Kontext ins Spiel, welcher durch den Ausdruck 'wished to know' repräsentiert wird. Aus der Tatsache, dass die Proposition 'George IV wished to know whether Scott was the author of *Waverley*' wahr ist und die Proposition 'George IV wished to know whether Scott was Scott' falsch ist, folgt für Russell, dass die zwei Propositionen nicht identisch sind und dass daher die Bedeutung von 'the author of *Waverley*' relevant sein muss.

Russell verwendet die doppelten Anführungszeichen auch in Paragraph [H], um von den Komplexen (Propositionen) sprechen zu können. Allerdings entspricht der Gebrauch an dieser Stelle nach meiner Einschätzung nicht - wie in den Paragraphen zuvor - der Anleitung von QM. Hier geht es Russell nämlich - so glaube ich - nicht darum, ausgehend von einem Komplex  $C$  einen zweiten Komplex  $C_2$  zu bilden, welcher den ersten bzw. dessen Bedeutung denotieren soll.

Da Russell - wie ich glaube - vom Komplex selbst - und nicht von dessen Bedeutung sprechen will, sind QM und  $C_2$  gar nicht vonnöten. Natürlich funktioniert es aber auch Englischen nicht, die Anführungszeichen<sup>1591</sup> einfach weg zu lassen. Andererseits kann Russell auch keine einfachen Anführungszeichen setzen, da sonst der Ausdruck (der Satz) und nicht die Proposition gemeint ist. Russell hätte vielleicht folgendes schreiben müssen:

The proposition (or the complex) **that** Scott was the author of *Waverley* has a property not possessed by the proposition (or the complex) **that** Scott was Scott.

Problematisch ist es, wenn Russell dann in OD von der Bedeutung des Komplexes  $A$  spricht:

hence the meaning of "the author of *Waverley*" must be relevant as well as the denotation. (OD, 497)

Da es aber nicht um die Bedeutung der Bedeutung von  $A$  geht, schlage ich auch hier eine Korrektur<sup>1592</sup> vor, welche möglicherweise aber nicht<sup>1593</sup> so gut funktioniert:

---

<sup>1591</sup> Folgender Ausdruck ist im Englischen wohl auch nicht zulässig: 'the proposition Scott was the author of *Waverley*'.

<sup>1592</sup> Russell schlägt im Rahmen seiner Funktionstheorie selbst ähnliche Umformungen vor.

<sup>1593</sup> Folgender Vorschlag funktioniert auch nicht besser:

hence the meaning **of the complex of the** authorship [meine Korrekturen] of *Waverley* must be relevant as well as the denotation.

Ich will dann zeigen, dass sich das Ergebnis von Paragraph [H] - welches eine zentrale Prämisse von GEA darstellt - die Schreibweise für Komplexe ohne Anführungszeichen betreffen muss.

Dass ich mit meiner Interpretation richtig liegen könnte, zeigt sich - außer vielleicht in Bezug auf die letzte Korrektur - auch im Vergleich mit der entsprechenden Stelle aus OF. Dort geht es um das Vorkommen eines Komplexes *A* in einem Komplex *B*, welcher seinerseits - und somit auch *A* - im Komplex *C*<sup>1594</sup> vorkommt. Es geht hier demnach nicht um das Vorkommen in einem Komplex "C", welcher mittels QM aus *C* gebildet wird. Allerdings verwendet Russell auch in der besagten Stelle von OF doppelte Anführungszeichen in derselben Weise wie in Paragraph [H] von OD. Nachdem er zuerst *C* richtigerweise mit einem Ausdruck ohne Anführungszeichen gleichsetzt, verwendet er dann die Schreibweise "People were surprised that Scott was Scott" für eine Proposition<sup>1595</sup>.

*C* = People were surprised that Scott was the author of *Waverly*. [...]

... , we find: "People were surprised that Scott was Scott", so that a true proposition has been turned into a false one. (OF, 370)

Nach diesem Exkurs wollen wir die Passage aus OD anführen:

That the meaning is relevant when a denoting phrase occurs in a proposition is formally proved by the puzzle about the author of *Waverley*. The proposition "Scott was the author of *Waverley*" has a property not possessed by "Scott was Scott", namely the property that George IV wished to know whether it was true. Thus the two are not identical propositions; hence the meaning of "the author of *Waverley*" must be relevant as well as the denotation, if we adhere to the point of view to which this distinction belongs. (OD, 497)

Ich schlage folgende Korrektur dieser Passage vor:

That the meaning is relevant when a denoting phrase occurs in a proposition is formally proved by the puzzle about the author of *Waverley*. The proposition **that** [...] **Scott was the author of *Waverley*** [...] has a property not possessed by the proposition **that** [...] **Scott was Scott** [...], namely the property that George IV wished to know whether it was true. Thus the two are not identical propositions; hence the meaning **of the complex of the** authorship of *Waverley* must be relevant as well as the denotation, if we adhere to the point of view to which this distinction belongs. (OD, 497)

---

hence the meaning of the propositional function 'x is the author of *Waverley*' must be relevant as well as the denotation.

<sup>1594</sup> "*C* = People were surprised that Scott was the author of *Waverly*." (OF, 370)

<sup>1595</sup> The proposition (or the complex) **that** Scott was the author of *Waverley*.

Wir halten die im letzten Satz genannte Konklusion Russell fest, dass aus der Sicht der dreistufigen Theorie der Komplexe in solchen Fällen sowohl die Bedeutung als auch die Denotation relevant sein muss.

Eine entsprechende Passage gibt es auch in OF. Russell beweist hier beiläufig, dass ein Komplex, welcher in einem anderen Komplex auftritt, der seinerseits in einem dritten Komplex als Entität auftritt, im dritten Komplex nicht als Entität auftritt. Russell bespricht in PaD<sup>1596</sup> einen ähnlichen Sachverhalt. Der eigentliche Punkt betrifft die Tatsache, dass laut Russell<sup>1597</sup> nur jene Objekte *salva veritate* substituiert werden können, welche als Entitäten auftreten. Das gilt eben nicht für das Auftreten von des Komplexes *A* im Komplex *B*, wie Russell anhand des Beispiels demonstriert. Hier folgt der ganze Absatz:

If a complex *A* occurs in a complex *B*, and *B* occurs as an entity in a complex *C*, then *A* does not occur as entity in *C*. Thus e.g. consider "People were surprised that Scott was the author of *Waverly*". Here *A* = the author of *Waverly*, *B* = Scott was the author of *Waverly*, *C* = People were surprised that Scott was the author of *Waverly*. Here *A* occurs as entity in *B* [...] But if we substitute Scott for *A* in<sup>1598</sup> *C*, we find: "People were surprised that Scott was Scott", so that a true proposition has been turned into a false one. Hence *A* does not occur as entity in *C*. (OF, 370)

Während Russell in OF im Anschluss an diese Passage eine 3. Art des Vorkommens von Komplexen einführt, zieht er in Paragraph [H] folgende Schlussfolgerung, welche allgemein als der letzte Satz von GEA gilt. Nachdem er im vorletzten Satz von Paragraph [H] festgestellt hat, dass sowohl die Bedeutung als auch die Denotation des mutmaßlichen Komplexes 'the author of *Waverly*' relevant ist, behauptet er jetzt, dass wir zur Annahme gezwungen sind, dass nur die Denotation relevant ist:

Yet, as we have just seen, so long as we adhere to this point of view, we are compelled to hold that only the denotation is relevant.

Russell hat in Paragraph [F] gezeigt, dass ein Komplex ohne Anführungszeichen ausschließlich von der Denotation des Komplexes handelt. In Paragraph [G] hat Russell bereits angekündigt, dass er im nächsten Paragraphen zeigen will, dass hier ausschließlich die Denotation vorkommt. Dies geschieht scheinbar im vorletzten Satz von Paragraph [H]. Im

---

<sup>1596</sup> Dort behauptet er, dass Smith zu den Konstituenten der Gesamtbedeutung - aber nicht zu den Konstituenten der Gesamtdenotation der Proposition 'Smith's wife has blue eyes' gehört. Er schreibt dazu generell: "Constituents of the meaning of a complex may not be constituents of the denotation, and vice versa." (PaD, 306)

<sup>1597</sup> Russell bemerkt das Versagen des Substitutionsprinzips bereits in OMD<sup>1597</sup>. Aber erst in OF erzeugt er den intensionalen (oder ungeraden) Kontext anhand eines Verbs wie 'surprise', welches eine propositionale Einstellung ausdrückt. Er schreibt: "This is illustrated by "I was surprised that the number of people was greater than 3000", when the number was 3210. Indeed propositions which state identities are often surprising: e.g. "I saw someone coming along the road and was surprised to find that it was the German Emperor". Here we have " $x = \gamma'u$  is surprising"; but we don't have " $x=x$  is surprising"." (OF, 368)

<sup>1598</sup> Ich habe den Text an dieser Stelle korrigiert. Im Text steht eigentlich 'if we substitute Scott for *A* and *C* [meine Hervorhebung], was offen sichtlich falsch ist.

letzten Satz zieht Russell gibt die Theorie von der Unterscheidung von Bedeutung und Denotation definitiv auf, wie es scheint:

Thus the point of view in question must be abandoned. (OD, 488)

Der nächste Satz gehört nicht mehr zu GEA kündigt Russells Theorie der Kennzeichnungen an, welche die Lösung der besprochenen Rätsel liefert:

It remains to show how all the puzzles we have been considering are solved by the theory explained at the beginning of this article. (OD, 488)

Es geht nun um die entscheidende Frage, ob ein wirkliches Argument vorliegt oder nicht. Um dieser Frage näher zu kommen, will ich den Inhalt der 8 Paragraphen zusammenfassen.

[A] Hier wird angekündigt, dass die Relation zwischen der Bedeutung und der Denotation Schwierigkeiten einschließt, welche dazu ausreichen, die Theorie zu widerlegen.

[B] Das Prinzip wird formuliert, wonach das Sprechen über die Bedeutung von Komplexen immer direkt anhand von Anführungszeichen (QM) erfolgt, während das Sprechen über Denotationen immer ohne Anführungszeichen geschieht. Es folgen zwei Beispiele dazu. Dann wird die Relation zwischen "C" und C anvisiert.

[C] Das Prinzip aus [B] wird wiederholt. Dann wird das Dilemma angekündigt, wonach es nicht gelingen kann, zugleich zwischen der Bedeutung und der Denotation zu unterscheiden und die Verknüpfung zwischen beiden zu konservieren. Dann erfolgt die Präzisierung zu [B], wonach man von einer Bedeutung nur indirekt, nämlich unter Verwendung eines weiteren denotierenden Begriffs<sup>1599</sup> C<sub>2</sub> sprechen kann.

[D] Die Vorschrift (QM) mit der Präzisierung aus [C] erweist sich als ineffizient. Die Bedeutung kann auch nicht anhand eines anhand von QM konstruierten denotierenden Begriffs C<sub>2</sub> erfasst werden. Anstatt der Bedeutung von C erhält man nämlich höchstens die Bedeutung der Denotation von C.

[E] Die in [D] aufgetauchte Schwierigkeit wird besprochen. Aufgrund dieser wird dann die Theorie von Komplexen, welche eine Bedeutung und eine Denotation haben, aufgegeben. Die Komplexe werden in der neuen Theorie mit den Bedeutungen identifiziert.

[F] Die neue Theorie aus [E] wird widerlegt. Propositionen, die sich nicht im Skopus von QM befinden, handeln nämlich von der Denotation von C. Es erfolgt eine Art Rückkehr zur Theorie der Komplexe, welche in [E] aufgeben wurde. Es wird aber eine Modifikation

---

<sup>1599</sup> Russell spricht in [C] von einem denotierenden **Ausdruck** - und nicht von einem Begriff. Ich habe oben gezeigt, dass es in GEA um Komplexe und nicht um Ausdrücke geht. Russell wird sich dessen wohl erst in Paragraph [E] bewusst. In [F] schreibt er dann: "and where are we to find the denoting complex "C" which is to denote C?" (OD, 487)

vorgeschlagen, wonach das Sprechen von *C* einen denotierenden Begriff '*C*' erfordert, welcher *C* selbst nicht enthalten darf. Auf diese Weise sollte die Problematik aus [D] vermieden werden.

[G] Diese neue Theorie führt aufgrund der erfolgten Modifikation dazu, dass die Verknüpfung zwischen *C* und '*C*' infrage gestellt ist. Hier liegt ein Ende des in [C] angekündigten Dilemmas vor. Dann taucht eine zusätzliche Komplikation aus, welche darin besteht, dass auch ein Komplex, welcher außerhalb des Skopus von QM steht, nicht ausschließlich als Denotation auftritt. Dann folgt die Behauptung, dass dieser im nächsten Paragraphen erst zu beweisende Sachverhalt mit der in [B] formulierten Vorschrift zum Sprechen über die Bedeutungen und die Denotationen kollidiert. Angesichts dieser ausweglosen Situation wird die These in den Raum gestellt, dass die Unterscheidung zwischen Bedeutung und Denotation falsch konzipiert wurde.

[H] Die Behauptung aus [G], dass ein Komplex, welcher außerhalb des Skopus von QM steht, nicht ausschließlich als Denotation - sondern auch als Bedeutung - auftreten kann, wird anhand eines Beispiels mit einem ungeraden Kontext gezeigt. Der in [G] vorweggenommen Widerspruch zum Prinzip aus [B] wird festgestellt. Beide Sachverhalte werden als Konsequenzen eines zugrunde liegenden Standpunkts angesehen. Dann wird der Schluss gezogen, dass dieser Standpunkt aufgegeben werden muss. Aus [G] wissen wir, dass damit die Theorie von (den Komplexen mit)<sup>1600</sup> Bedeutung und Denotation gemeint sein muss.

Im folgenden Absatz will das Argument GEA sozusagen als Zusammenfassung der Zusammenfassung präsentieren:

In [A] wird GEA angekündigt. In [B] wird die Vorschrift formuliert, wie man getrennt über Bedeutungen und Denotationen sprechen kann. In [C] wird präzisiert, dass das Sprechen über Bedeutungen eines denotierenden Begriffs (Komplex) die Annahme eines weiteren denotierenden Ausdrucks (und Komplexes) einschließt. In [D] erweist sich die Vorschrift mit der Präzisierung aus [C] aufgrund der sich ereignenden Referenzverschiebungen als ineffizient. Aufgrund dessen wird die Theorie der Komplexen, welche eine Bedeutung und eine Denotation haben, in [E] aufgegeben. Eine neue Theorie wird hier formuliert, welche die Komplexe mit den Bedeutungen identifiziert. Diese wird in [F] wieder fallengelassen. Es folgt eine Rückkehr zur Theorie von Komplexen mit Bedeutung und Denotation, wobei die in [C] modifizierte Methode aus [B] zum Sprechen über Bedeutungen noch einmal überarbeitet wird. Die Klausel wird hinzugefügt, dass jener (zweite) Begriff, welcher den die Bedeutung des ersten denotierenden Begriffs denotieren soll, den ersten nicht als Konstituente enthalten darf, um das in [D] aufgetreten Problem mit der Referenzverschiebung zu vermeiden. In [G]

---

<sup>1600</sup> Die Frage ist, ob die Behauptung ohne Klammer auch zutrifft?

wird der Inhalt von [H] vorweggenommen. In [H] wird gezeigt dass auch ein Komplex, welcher außerhalb des Skopus von QM steht, nicht ausschließlich als Denotation auftreten muss. Dann wird festgestellt, dass dieser Sachverhalt im Widerspruch zur Vorschrift aus [B] zum Sprechen über Bedeutungen (und Denotationen) steht. Da nun aber beide Sachverhalte als notwendige Konsequenzen der Theorie der Komplexe von Bedeutung und Denotation gelten, wird die Theorie jetzt - anders als in [E] - definitiv aufgegeben.

Dass Russell der festen Überzeugung ist, dass QM von der Theorie der Komplexe von Bedeutung und Denotation direkt abhängig ist, geht auch aus einer zentralen Textstelle aus OF - nämlich aus [C\*] - hervor. Russell bezieht sich hier zunächst auf die 2 Probleme mit der Referenzverschiebung, welche auch in [C] auftauchen.

These two facts show the indissolubility of meaning and denotation, and **the impossibility of inventing a symbolism which will avoid the necessity of distinguishing the two sides in complexes.** For "the meaning of *C* " and "the denotation of *C* " both have the two sides, and are therefore on no way less twofold than "*C* " itself. (OF, 383)

Ich glaube in dieser nicht sehr ausführlichen und in der Niederschrift wenig exakten Rekonstruktion von GEA zumindest gezeigt zu haben, dass möglicherweise doch ein richtiges Argument vorliegt. Das Resultat von GEA und die neue Theorie von OD sollen im letzten Abschnitt skizziert werden, um auf die Entwicklung von Russells Denken seit PoM noch einmal zurückzublicken.

## 10.2. Die Bedeutung von OD

Im folgenden Abschnitt will nicht nur die Bedeutung von Russells neuer Theorie von OD besprechen, sondern auch zeigen, dass die Funktionstheorie das Instrument ist, welches zur Entwicklung der als Theorie der Kennzeichnungen bekannten Theorie geführt hat.

Beginnen wir mit Russells Präsentation der neuen Theorie, welcher dann in OD ein Abschnitt mit der Kritik an den Ansichten Meinongs und Freges sowie die Paragraphen von GEA folgt. Russell führt hier den Ausdruck ' $C(x)$ ' für eine PF mit einer unabhängigen Variablen<sup>1601</sup> ein. Sie lautet wie folgt:

My theory, briefly, is as follows. I take the notion of the variable as fundamental; I use " $C(x)$ " to mean a proposition in which  $x$  is a constituent, where  $x$ , the variable, is essentially and wholly undetermined. Then we can consider the two notions " $C(x)$  is always true" and " $C(x)$  is sometimes true". Then *everything* and *nothing* and *something* (which are the most primitive of denoting phrases) are to be interpreted as follows: -

$C$  (everything) means " $C(x)$  is always true " ;

$C$  (nothing) means " ' $C(x)$  is false ' is always true " ;

$C$  (something) means "It is false that ' $C(x)$  is false' " is always true". (OD, 480)

---

<sup>1601</sup> Siehe Abschnitt 5.3. von Kapitel II.

Russell definiert hier die denotierenden Ausdrücke 'something', 'nothing', 'everything' im Rahmen einer Quantifikationstheorie als Ausdrücke, welchen nur im Kontext einer Proposition eine Bedeutung zukommt. In seinen Worten:

*Everything, nothing, and something, are not assumed to have any meaning in isolation, but a meaning is assigned to every proposition in which they occur.*

Anschließend Russell formuliert dieses Resultat für die denotierenden Ausdrücke allgemein und behauptet, dass die Schwierigkeiten bezüglich der Denotation auf einer falschen Analyse jener Propositionen basiert, deren Sätze denotierenden Ausdrücke enthalten:

This is the principle of the theory of denoting I wish to advocate: that denoting phrases never have any meaning in themselves, but that every proposition in whose verbal expression they occur has a meaning. The difficulties concerning denoting are, I believe, all the result of a wrong analysis of propositions whose verbal expressions contain denoting phrases. (OD, 480)

In einer Fußnote spricht Russell zuerst von seiner alten Theorie, dann von seiner neuen, wobei er den denotierenden Ausdrücken auch hier eine Bedeutung abspricht:

In this theory, we shall say that the denoting phrase expresses a meaning; and we shall say both of the phrase and of the meaning that they denote a denotation. In the other theory, which I advocate, there is no meaning, and only sometimes a denotation. (OD, 483)

Mit dieser Theorie etabliert Russell die Auffassung, wonach die Propositionen allein komplexe Einheiten darstellen. Die Propositionen - und nicht die Terme - sind die primären Entitäten für Logik und Philosophie, wie wir aus Kapitel I wissen. Damit ist eine der heikelsten Spannungen aus PoM aufgelöst. In Kapitel I habe ich gezeigt, dass Russells Termbegriff mit seiner Auffassung der Propositionen kollidiert. Die Probleme um die Einheit der Propositionen und die Relation zwischen den Funktionen und den Komplexen sind allerdings nach wie vor ungelöst.

Die Tatsache, dass Russell bereits in OF über die Theorie der Kennzeichnungen verfügt hat, ist vielleicht weniger bekannt. Die Analyse, welche Russell in folgender Textpassage in OF verwendet entspricht jener aus OD, wobei er hier Quantifikatoren verwendet:

The same theory, it would seem, may be applied to ambiguously denoting complexes such as a man. We shall say that a man means nothing at all by itself, but that:

$\phi$  (a man). = .  $(\exists x). x \varepsilon \text{ man. } \phi x$  Df.

$\phi$  (every man). = .  $(x). x \varepsilon \text{ man. } \supset . \phi x$  Df. (OF, 384)

Die Theorie der Kennzeichnung ist also wahrscheinlich älter als OD. Doch zurück zu OD.



Die angesprochenen Schwierigkeiten bezüglich der Denotation sind jene, welche in GEA besprochen werden zuzüglich der drei Rätsel, welche Russell im Anschluss vor GEA bespricht. Bevor Russell die drei Rätsel formuliert, behauptet er, dass eine Theorie an der Kapazität erprobt werden kann, solche Rätsel zu lösen. In seinen Worten:

A logical theory may be tested by its capacity for dealing with puzzles, and it is a wholesome plan, in thinking about logic, to stock the mind with as many puzzles as possible, since these serve much the same purpose as is served by experiments in physical science. I shall therefore state three puzzles which a theory as to denoting ought to be able to solve; and I shall show later that my theory solves them. (OD, 484-485)

Doch kommen wir noch einmal zum anderen Zitat und dem entscheidenden Punkt zurück. Russell teilt uns später nämlich mit, dass die falsche Analyse in der Annahme besteht, dass die denotierenden Ausdrücke für wirkliche Konstituenten der Propositionen stehen. Er schreibt:

The evidence for the above theory is derived from the difficulties which seem unavoidable if we regard denoting phrases as standing for genuine constituents of the propositions in whose verbal expressions they occur. (OD, 482)

Die hier genannten Konstituenten sind die uns bekannten denotierenden Begriffe aus PoM. Sie sind auch die denotierenden Komplexe, welche in der Argumentation von GEA eliminiert wurden. In der Eliminierung der denotierenden Begriffe aus Russells Ontologie liegt letztlich die zentrale Errungenschaft von Russells Theorie der Kennzeichnungen. Russell spricht in diesem Sinne von einer Reduktion und blickt auf die Diskussion der 3 Rätsel und GEA voraus:

The above gives a reduction of all propositions in which denoting phrases occur to forms in which no such phrases occur. Why it is imperative to effect such a reduction, the subsequent discussion will endeavour to show. (OD, 482)

Das Ergebnis ist eine zwei-stufige Semantik, welche nur noch Ausdrücke und Bedeutungen vorsieht. Russell kehrt damit in gewisser Hinsicht zum Modell von PoM zurück, welches mit Ausnahme der denotierenden Begriffe ebenfalls zweistufig angelegt war.

Ich habe gezeigt, dass Russell nach der Entdeckung der speziellen Phänomene im Kontext der denotierenden Begriffe den Diskurs von der Bedeutung und der Denotation auszudehnen begann und eine allgemeine Theorie der Komplexe entwickelt hat, welche für denotierenden und für nicht-denotierenden Komplexe gelten sollte. Russell gelingt es aber nicht, Schwierigkeiten für Ontologie und Logik im Kontext der denotierenden Komplexe in den Griff zu bekommen. Im Gegenteil, der hybride Charakter und die damit zusammenhängenden Probleme wurde nur noch auf die anderen Komplexe, wie die Propositionen und auch die Funktionen übertragen.

Diesem Spuk wird nun in GEA definitiv ein Ende bereitet. Zentral ist dabei, dass sich nach der neuen Denotationstheorie von OD nur denotierende Ausdrücke - aber keine Bedeutungen bzw. denotierende Begriffe - im Skopus der Anführungszeichen befinden. Die Proposition bzw. der Satz, welche die Proposition ausdrückt, enthält - wenn sie zur Gänze ausgedrückt ist - keine denotierenden Ausdrücke mehr. In Russells Worten:

The "C" in inverted commas will be merely the phrase, not anything that can be called the meaning. The phrase per se has no meaning, because in any proposition in which it occurs the proposition, fully expressed, does not contain the phrase, which has been broken up. (OD, 488)

Mit dem Ausdruck 'fully expressed' bezieht sich Russell auf die korrekte Analyse von Propositionen, deren Sätze denotierenden Ausdrücke enthalten.

Wie die Besprechung von Russells Auffassung von Analyse in Kapitel II gezeigt hat, handelt es sich hier um die interpretierende oder paraphrasierende Analyse<sup>1602</sup>. Bei dieser wird das *analysandum* auf ein in einer bevorzugten Sprache wie der Logik formuliertes *analysans* zugeführt. Letzteres legt in dieser Transkription oder Übersetzung in die korrekte Sprache gewissermaßen die Tiefenstruktur des zu analysierenden Ausdrucks frei. Genau dies ist mit dem Ausdruck 'fully expressed' gemeint.

Fragen wir uns nun, worin dann die falsche Analyse eigentlich besteht, welche Russell zu Beginn von OD<sup>1603</sup> anspricht. Diese schreibt den denotierenden Ausdrücken als solchen eine Bedeutung und nimmt somit die Existenz von denotierenden Komplexen an. Genau diese Annahme will Russell laut meiner Interpretation in GEA widerlegen.

Kommen wir zur Frage welche Analyse zur Fehlinterpretation der Sätze mit denotierenden Ausdrücken führt. Möglicherweise handelt es sich um die dekompositionale Analyse handelt.

Wie wir aus Abschnitt 3.3.3. von Kapitel II wissen, wird das *analysandum* bei der dekompositionalen Analyse in die verschiedenen Komponenten zerlegt, welche dann das *analysans* ausmachen. Es handelt sich demnach um die Zerlegung eines Ganzen in seine Teile. Entscheidend ist hier Russells Sprachauffassung, wonach die sprachlichen Ausdrücke die Propositionen korrekt widerspiegeln und seine Auffassung, wonach die Propositionen aus jenen Entitäten bestehen, welche von den Ausdrücken des die Proposition ausdrückenden Satzes bedeutet werden. Aufgrund dessen entspricht der Kompositionalität auf der Seite der Ausdrücke eine Kompositionalität auf der Seite der Realität.

Entscheidend ist aber nicht, dass Russell die Sätze laut der in PoM vertretenen Auffassung in ihre Teile (die Wörter) zerlegt, sondern dass er den denotierenden Ausdrücken als solchen eine Bedeutung und eine Einheit zuschreibt. Dann ergibt sich, dass die

---

<sup>1602</sup> Siehe Abschnitt 3.3.4. von Kapitel II.

<sup>1603</sup> The difficulties concerning denoting are, I believe, all the result of **a wrong analysis** of propositions [meine Hervorhebung] whose verbal expressions contain denoting phrases. (OD, 480)

Propositionen die Bedeutungen der denotierenden Ausdrücke enthalten müssen, womit die Existenz von denotierenden Begriffe postuliert wird.

Wie wir wissen, wird aber genau in Kontext deutlich, dass die denotierenden Ausdrücke (Aug) verletzt. So stellt Russell in PoM fest, dass sich die Bedeutung des Ausdrucks 'all u's' gerade nicht als Summe der Bedeutung von 'all' und 'a' ergibt. Die denotierenden Begriffe bilden demnach komplexe Ganzheiten, welche sich nicht aus der Summe ihrer Teile ergeben. Damit steht fest, dass die dekompositionale Methode also bei der Analyse der denotierenden Ausdrücken versagt. Ich habe in Kapitel II gezeigt, dass Russell bei den denotierenden Ausdrücke die funktionale Analyse anwendet.

Betrachten wir zuerst noch einmal, was Russell über die denotierenden Begriffe sagt. Russell ordnet jedem denotierenden Ausdrücken in PoM einen vollkommen bestimmten Begriff zu:

Corresponding to each combination [*all, every, any, a, some* + class-concept, meine Hinzufügung] there is, at least if the terms combined form a class, **a perfectly definite concept**, which **denotes** [meine Hervorhebung] the various terms of the combination combined in the specific manner. (PoM, 58)

In der folgenden Behauptung schreibt Russell den denotierenden Ausdrücken als solchen explizit eine Bedeutung zu:

But such concepts as *a man* have a meaning in another sense: they are, so to speak, **symbolic in their own nature** [meine Hervorhebung], because they have the property which I call *denoting*. (PoM, 47)

Wie meine Nachforschungen in Kapitel III ergeben haben, vertritt Russell diese Theorie bis kurz vor der Niederschrift von OD. So schreibt er in OMD, dass den denotierenden Ausdrücken eine Einheit zu kommt:

But when a phrase contains several words, not simply juxtaposed, but in any way combined so as to acquire unity, then the phrase, as a rule, expresses a complex meaning. In such a case, there may be no object designated. (OMD, 318)

Diese Einheit wird den denotierenden Ausdrücken aufgrund von GEA in OD abgesprochen. Russell spricht dann nur noch den Sätzen eine Einheit zu, welche die Annahme der Existenz von Propositionen einschließt. Allen Ausdrücken - speziell den denotierenden Ausdrücken - haben dann nur im Kontext von Sätzen eine Bedeutung zu, welche eine Proposition ausdrücken. Dabei muss die Bedeutung der Proposition (Tiefenstruktur) in einer Paraphrase expliziert werden.

Diese Erkenntnis - und wohl die ganze Theorie der Kennzeichnungen - hat Russell aber nicht erst in OD, sondern spätestens in OF gewonnen. In diesem Zusammenhang möchte ich die Aufmerksamkeit auf folgende Bemerkung aus OF lenken:

[...] *all* denoting functions are meaningless in themselves, and are only significant when they occur as constituents of propositions. (OF, 384)

Hier spricht Russell allerdings nicht von den denotierenden Ausdrücken, sondern von den denotierenden Funktionen. Tatsächlich impliziert diese Position die Auffassung, dass die denotierenden Funktionen eigentlich denotierende Funktionsausdrücke sind. Dann entspräche diese Position jener aus OD. Die von Russell seit FU<sup>1604</sup>, OMD<sup>1605</sup> und DVD<sup>1606</sup> vertretene Position, wonach Funktionen mit Bedeutungen identifiziert werden und die Funktionswerte als Denotationen, wäre somit hinfällig. Ich habe darauf hingewiesen, dass Russell die Variablen seit PoM als spezielle denotierenden Begriffe konzipiert. Daher wäre es nicht verwunderlich, wenn auch die Funktionen wie die denotierenden Begriffe der paraphrasierenden Analyse zum Opfer fallen würden.

Was Russell tatsächlich macht, ist aber etwas anderes. Er reduziert nämlich die DF auf die PF, in einer ähnlichen Weise, wie er Sätze mit denotierenden Ausdrücken auf Sätze ohne denotierende Ausdrücke reduziert. Russell fasst die Reduktion der DF auf die PF in nuce schon in PoM - explizit ab DVD - ins Auge. Aus PF stammt die erste Bemerkung Russells über die nicht-propositionalen Funktionen (DF), in der Russell eines der Beispiele aus OD verwendet:

Thus we are led to "the present King of  $x$ ". This expression will always have a meaning, but it will not have an indication except for those values of  $x$  which at present are monarchies. The above function is not propositional." (PoM, 506) Und: "If  $f(x)$  is not a propositional function, its value for a given value of  $x$  ( $f(x)$  being assumed to be one-valued) is the term  $y$  satisfying the propositional function  $y=f(x)$ ..." (PoM, 508)

In Abschnitt 7.2. von Kapitel II habe ich gezeigt, dass Russell die denotierenden Begriffe dann systematisch anhand von DF interpretiert. Aus dem ganzen ziehe ich den Schluss, dass es die funktionale Analyse war, welche Russell zur Annahme der denotierenden Begriffe bewegt hat. Die Funktionstheorie hat demnach die Existenz von denotierenden Begriffen zunächst zementiert. Diese Verschränkung funktioniert folgendermaßen.

Laut der Theorie von OMD denotiert die DF 'father of  $x$ ' auf mehrdeutige Weise denotierende Begriffe wie 'father of Sokrates'. Sophroniskos ist dann Denotation des

---

<sup>1604</sup> "The fact is, of course, functions have to do with meaning, not with denotation.

*Suggestion.* An independent variable has denotation only, a dependent ditto has both denotation and meaning." (FU, 73)

<sup>1605</sup> "The method of obtaining the function  $x'(X)$  is this: If  $x$  is not already the subject of  $X$ , substitute for  $X$  (if possible) a formally equivalent complex in which  $x$  is subject, and does not occur except as subject. Then what is said about  $x$  is the function, *i.e.* what is *meant* by the rest of  $X$  is what is denoted by  $x'(X)$ ." (OMDP, 291-292)

<sup>1606</sup> "In  $\phi/x$  we have a complex meaning; if  $\phi$  = death,  $x$  = Caesar,  $\phi/x$  = "the death of Caesar" as meaning, not the denoted fact. [suggestion: Sensation gives us a fact, not the meaning which denotes the fact.]" (DVD, 303)

denotierenden Begriffs bzw. der Funktionswert der DF 'father of  $x$ ' mit Sokrates als Argument:

If we consider (say) "the father of  $\xi$ ". This is a denoting function. The single meaning (assuming there is one) must be taken to denote the meaning "the father of Socrates", "the father of Plato", etc.; but these meanings themselves denote, and propositions in which they occur are about what they denote. Now such a phrase always involves a propositional function: we may take simply "the  $\phi\xi$ " as the general meaning. The full meaning is "the term satisfying  $\phi\xi$ ". Here the meaning denotes meanings such as "the term satisfying  $f\xi$ "; (OMD, 351)

Exemplarisch sei folgende Stelle aus OMDP, in anhand eines späteren Beispiels OD ein denotierenden Komplex der funktionalen Analyse unterzogen wird:

[...] a complex meaning may even denote a simple object, *i.e.* an object wholly destitute of parts. Thus if  $x$  be a material system, "the centre of mass of  $x$  at time  $t$ " denotes a point of space, which is a perfectly simple individual. (OMDP, 288)

Russell entdeckt die Theorie der Kennzeichnungen als Übertragung einer Erkenntnis aus der Funktionstheorie auf die denotierenden Begriffe. Genau dies geschieht in OF, wo er zuerst die Reduktion der DF auf die PF bespricht und dann dieselbe Theorie auf die denotierenden Komplexe überträgt. Er schreibt zuerst:

[...] *all* denoting functions are meaningless in themselves, and are only significant when they occur as constituents of propositions. Hence all complexes become undenoting: they will be such as propositions, propositionale functions, modes of combination, etc. (OF, 384)

Dann folgt die Übertragung auf die denotierenden Komplexe:

The same theory, it would seem, may be applied to ambiguously denoting complexes such as "a man". We shall say that "a man" means nothing at all by itself, but that

$$\begin{aligned} \phi'(\text{a man}) &= .(\exists x).x \varepsilon \text{man}.\phi'x && \text{Df. (OF, 385)} \\ \phi'(\text{every man}) &= .(x).x \varepsilon \text{man}.\supset .\phi'x && \text{Df. (OF, 384)} \end{aligned}$$

In der Einleitung zu diesem Abschnitt habe ich bereits darauf hingewiesen, dass diese Stelle die Theorie der Kennzeichnungen aus OD antizipiert. Dass die Funktionstheorie die Theorie ist, welche zur Theorie der Kennzeichnungen geführt hat, sagt Russell in einem Rückblick aus dem Jahre 1906 selbst:

A *denoting* function is, broadly, any function which is not propositional; at times I used  $\phi'x$  for a denoting function and  $\phi!x$  for a propositional function. The first thing I discovered in 1904 was that the variable denoting function is to be deduced from the variable propositional function, and is not to be taken as an indefinable. I tried to do without  $\tau$  as an indefinable, but

failed; my success later, in the article "On Denoting", was the source of all my subsequent progress. (Grattan-Guinness 1977, 79)

Dass die Funktionstheorie hinter der zur Theorie der Kennzeichnungen steht, zeigt sich auch im Verständnis der Denotation. Diese hat ja in GEA<sup>1607</sup> ähnliche Schwierigkeiten aufgeworfen wie die Bedeutung der denotierenden Begriffe. Russell beginnt die Erklärung der Denotation in der neuen Theorie zunächst mit der paraphrasierenden Analyse des denotierenden Ausdrücke anhand des bekannten Beispiels. Der hervorgehobenen Ausdruck zeigt an, dass es sich um eine Rephrasierung handelt. In Russells Worten:

The explanation of denotation is now, as follows. Every proposition in which "the author of Waverley" occurs being explained as above, the proposition "Scott was the author of Waverley" (*i.e.* "Scott was identical with the author of Waverley") becomes "One and only one entity wrote Waverley, and Scott was identical with that one "; or, **reverting to the wholly explicit form [meine Hervorhebung]**: " It is not always false of  $x$  that  $x$  wrote Waverley, that it is always true of  $y$  that if  $y$  wrote Waverley  $y$  is identical with  $x$ , and that Scott is identical with  $x$  ". (OD, 488)

Dann erfährt man, dass die Denotation nichts anderes ist, als jene Entität, welche die besagte Funktion erfüllt, d.h. der Funktionswert. Russell spricht von der Funktion '  $x$  is identical with  $C$  ' und verweist zugleich auf die oben präsentierte Rephrasierung.

Thus if " $C$ " is a denoting phrase, it may happen that there is one entity  $x$  (there cannot be more than one) for which the proposition " $x$  is identical with  $C$  " is true, this proposition being interpreted as above. We may then say that the entity  $x$  : is the denotation of the phrase " $C$  ". Thus Scott is the denotation of "the author of Waverley". (OD, 488)

Die Behauptung der Denotation ist demnach ist nichts anderes als die Behauptung, dass ein denotierenden Ausdruck, welche für die Kennzeichnung steht, instanziiert ist oder auch nicht. Gerade bei denotierenden Ausdrücken mit Denotationslücken<sup>1608</sup> haben sich für Russells Theorie seit PoM Schwierigkeiten ergeben, welche auch in OD besprochen werden:

One of the first difficulties that confront us, when we adopt the view that denoting phrases *express* a meaning and *denote* a denotation<sup>[...]</sup>, concerns the cases in which the denotation appears to be absent. (OD, 483)

Als Behauptung der Instanzierung von Kennzeichnungen ist die Denotation ist also eine Operation höherer Stufe. Dieser Sachverhalt wird in der Formalisierung der Explizitfassung dann durch die Quantoren angezeigt. Tatsächlich ist Russell erst jetzt im Besitz einer funktionierenden und philosophisch fundierten Quantifikationstheorie. Russell kann aufgrund dieser Auffassung von Denotation behaupten, dass die Propositionen mit denotierenden

---

<sup>1607</sup> Speziell im Paragraph [D].

<sup>1608</sup> Darum geht es dann auch im 3. Rätsel von OD. Siehe OD, 485.

Ausdrücken nicht von der Denotation (selbst) handeln. Er bemerkt zum Problem der Denotationslücken folgendes:

Thus we must either provide a denotation in cases in which it is at first sight absent, or we must abandon the view that the denotation is what is concerned in propositions which contain denoting phrases. The latter is the course that I advocate. (OD, 484)

Damit will ich meine Ausführungen zu OD schießen und meine Dissertation mit einer kurzen Schlussbemerkung beenden.

## Schlussbemerkung

---

Ich habe in meiner Dissertation die Grundlagen der Ontologie, der Funktionstheorie und der Semantik Russells von PoM bis OD besprochen. Dabei bin ich vorwiegend intertextuell und hermeneutisch vorgegangen, um die verschiedenen Ideen und Theorien im Sinne Russells zu interpretieren und gegebenenfalls vor allem einer internen Kritik zu unterziehen.

Ich habe gezeigt, wie sich Russell bei der Auseinandersetzung mit den schwierigen Problemen, mit denen er in diesen Jahren konfrontiert ist, immer mehr vom Metaphysiker der *New Philosophy* zum Logiker oder zumindest zum logisch versierten Philosophen der analytischen Tradition wandelt. Ich hoffe auf nachvollziehbare Weise gezeigt zu haben, dass sich diese Entwicklung Russells an der Entwicklung seiner Auffassung von Analyse ablesen lässt.

In der Philosophie Russells nach PoM hat sich in meiner Untersuchung vor allem der Funktionsbegriff als das entscheidende Instrument des philosophischen Fortschritts erwiesen. Ich habe gezeigt, dass Russell den Funktionsbegriff nicht nur für die Lösung des Paradoxons und von der Ontologie von PoM inhärierenden Problemen heranzieht, sondern dass der Funktionsbegriff auch in der Semantik (nach PoM) als Schlüsselbegriff fungiert. An dieser Stelle weise ich auf Russells Theorie der Komplexe hin, welche die drei Bereiche Ontologie, die Funktionstheorie und die Semantik - die vererbten Probleme inklusive - auf originäre Weise vereint.

Wenn es Russell - mit Ausnahme der global geschätzten Theorie der Kennzeichnungen - schon nicht gelungen ist, eine bleibende Philosophie zu etablieren, so hat er - gerade in der Zeit zwischen 1900 und 1905 - doch viele Fragen aufgeworfen und dazu kreative Vorschläge gemacht, welche von andern großen Denkern des 20. Jahrhunderts nicht ignoriert werden konnten. Die Philosophie und die Logik des 20. Jahrhunderts verdanken Russell enorm viel. Die allgemeine Anerkennung in der Fachwelt ist dazu ungleich geringer. Ich hoffe, durch meine Untersuchung vor allem der Manuskripte aus CP4 zur Aufwertung und Würdigung dieses Denkers ein wenig beitragen zu können.



## Abkürzungen und Übersetzung wichtiger Begriffe und Prinzipien

**BAND / ABKÜRZUNGEN** (ev. mit Nummerierung)<sup>1609</sup>/ **TITEL / JAHR**<sup>1610</sup>

### **Band 2**

- **AMR:** "An Analysis of Mathematical Reasoning" (1898)
- **AoG:** "The Axioms of Geometry" (1899)
- **FI:** "Fundamental Ideas and Axioms of Mathematics" (1899)

### **Band 4**

- **CL** (1): "Classes" (1903)
- **DVD** (12): "Dependent Variables and Denotation" (1903)
- **EIP** (20): "The Existential Import of Propositions" (1905)
- **FCR** (5): "On Functions, Classes and Relations" (1904)
- **FU** (3): "Functions" (1903)
- **FN** (7): "Fundamental Notions" (1904)
- **NT** (21): "The Nature of Truth" (1905)
- **OCR** (10): "On Classes and Relations" (1905)
- **OF** (15): "On Fundamentals" (1905)
- **OFU** (6): "On Functions" (1904)
- **OD** (16): "On Denoting" (1905)
- **FDC** (8): "On the Functionality of Denoting Complexes" (1904)
- **OMD** (14): "On Meaning and Denotation" (1903)
- **OMDP** (11): "On Meaning and Denotation of Phrases" (1903)
- **ONF** (9): "On the Nature of Functions" (1904)
- **OSL** (4): "Outlines of Symbolic Logic" (1904)
- **PaD** (13): "Point about Denoting" (1903)
- **R** (2): "Relations" (1903)

Weitere Abkürzungen für Aufsätze und Bücher:

- **HWPH:** "A History of Western Philosophy" (1945)
- **Hist.Wört.d.Ph.:** "Historisches Wörterbuch der Philosophie" (1971-2005)
- **PIML:** "The Philosophical Implications of Mathematical Logic" (1911)
- **PoL:** "A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz" (1900)
- **PoM:** "Principles of Mathematics" (1903)
- **PoP:** "The Problems of Philosophy" (1912)
- **PoP2:** "The Problems of Philosophy" (1959)

---

<sup>1609</sup> Mit eventueller Nummerierung. So zeigt 'FU (3)' an, dass "Functions" als 3. Manuskript (von Band 4) abgedruckt ist.

<sup>1610</sup> Dabei ist entweder das Erscheinungsjahr oder das von den Herausgebern der CP angegebene Jahr der Entstehung gemeint.

- **RML:** "On the Relation of Mathematics to Logic" (1905)
- **STCR:** "On the Substitutional Theory of Classes and Relations" (1906)
- **TLT:** "The Theory of Logical Types" (1910)

Bei der Angabe des Datums der Erstellung oder der Publikation der einzelnen Manuskripte Russells verlasse ich mich in meiner Arbeit - wenn nicht anders angegeben - ausschließlich auf die Angaben der Herausgeber der *Collected Papers*. Ich selbst mache lediglich einen Vorschlag zur Entstehungszeit zu verschiedenen Teilen von OMD<sup>1611</sup>.

#### **Abkürzungen für Begriffe und Prinzipien:**

- **AS:** Shift of Aboutness<sup>1612</sup>
- **AF:** allgemeine Funktionen
- **Aug**<sup>1613</sup>: Augustinisches Sprachprinzip
- **Komp:** Kompositionalitätsprinzip
- **DF:** denotierende Funktionen
- **LS:** Prinzip zum logischen Subject
- **PF:** Propositionale Funktionen
- **PoA:** Principle of Acquaintance<sup>1614</sup>
- **R-Terme:** Russell-Terme
- **SPT:** Subject-Predicate Theory
- **TCA:** Theory of Confined Aboutness<sup>1615</sup>
- **WP:** Prinzip zur primitivistischen Wahrheitstheorie
- **ZZT:** Zig-Zag Theory

#### **Hinweis zu den Zitaten:**

Bei Zitaten aus den *Collected Papers* (kurz 'CP') wird nicht der Band bzw. die Nummer der darin enthaltenen Schrift angegeben, sondern das die Abkürzung der Schrift mit der Nummerierung des jeweiligen Bandes. (Wenn nicht angegeben handelt es sich um Band 4). So bezieht sich 'FU, 51' auf die Seite 51 von CP4, welche zum Manuskript "Functions" gehört. Es kann dabei ausnahmsweise der Fall<sup>1616</sup> sein, dass die zitierte Stelle zur Einleitung der Herausgeber und nicht zum eigentlichen Korpus des Manuskriptes gehört.

<sup>1611</sup> Siehe Abschnitt 8. von Kapitel III.

<sup>1612</sup> Nach Makin (2000)

<sup>1613</sup> Levine (2009), 13.

<sup>1614</sup> Levine (2009), 17.

<sup>1615</sup> Nach Coffa (1991)

<sup>1616</sup> Ein Beispiel wäre 'FU, 50'.

## Übersetzungen einiger Schlüsselbegriffe:

ENGLISCHES ORIGINAL *	(meine) DEUTSCHE ÜBERSETZUNG
<i>(is) about</i>	<i>es geht um/ es handelt von</i>
<i>aboutness</i>	<i>logisches Subjekt</i>
<i>(direct) acquaintance</i>	<i>(direkte) Bekanntschaft</i>
<i>class an many</i>	<i>Klasse als Vielheit</i>
<i>class as one</i>	<i>Klasse als Einheit</i>
<i>compound</i>	<i>Gebilde/Kompositum</i>
<i>constituent</i>	<i>Bestandteil/Konstituente</i>
<i>denotation</i>	<i>Denotation</i>
<i>denoting concept / complex / phrase</i>	<i>denotierender Begriff / Komplex / Ausdruck</i>
<i>(to) derive</i>	<i>ableiten</i>
<i>description</i>	<i>Beschreibung (in informalen Kontexten) Kennzeichnung (in formalen Kontexten)</i>
<i>meaning</i>	<i>Bedeutung</i>
<i>plural object</i>	<i>Pluralobjekt</i>
<i>Plurality (versus monism)</i>	<i>Pluralität (versus Monismus)</i>
<i>proposition</i>	<i>Proposition</i>
<i>range of significance</i>	<i>Signifikationsbereich: der Bereich von Objekten, für den die mögliche Zuschreibung eines Prädikats überhaupt Sinn ergibt.</i>
<i>shift of aboutness<sup>1617</sup></i>	<i>Referenzverschiebung</i>
<i>undefinable</i>	<i>undefinierbar, grundlegend</i>
<i>undefinables</i>	<i>Grundbegriffe, Grundprinzipien</i>
<i>whole</i>	<i>Ganzheit, Ganzes</i>

\* wenn nicht anders angegeben, stammt der englische Ausdruck von Russell.

<sup>1617</sup> Der Ausdruck stammt von Gideon Makin. Siehe Makin (2000), 18.

Hinweis zu meinem Gebrauch der Anführungszeichen:

Ich verzichte in meiner Arbeit generell auf eine korrekte Transkription der Russelltexte, welche bei einer angemessenen Analyse von GEA eigentlich unverzichtbar wäre. Allerdings würde dies dazu führen, dass der Zeichenschwungel - welcher bei Russell schon problematisch ist - unübersehbar wird. Ich verwende in meiner Arbeit doppelte Anführungszeichen für Zitate und einfache für die Erwähnung von Ausdrücken und Begriffen bzw. Bedeutungen. Um anzuzeigen, ob ich von einem Ausdruck oder vom einem Begriff spreche, setze ich immer eine Kennzeichnung vor das erste Anführungszeichen. So spreche ich einmal vom **Ausdruck** 'der gegenwärtige König von Frankreich' und einmal vom **Begriff** 'der gegenwärtige König von Frankreich'.

## Bibliografie

---

- Aristoteles (1962): Anal.pr. Transl. Boethii. Aristoteles lat. III/1, L. Minio-Paluello (ed.), Brüssel: 6.
- Badesa, Calixto, Paolo Mancosu und Richard Zach (2004): "The Development of Mathematical Logic from Russell to Tarski: 1900-1935" in: Leila Haaparanta (ed.), *The Development of Modern Logic*, New York and Oxford: Oxford University Press.
- Baldwin, Thomas (2003): "From Knowledge by Acquaintance to Knowledge by Causation", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 420-448.
- Beaney, Michael (2003): "Russell and Frege", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 128-170.
- Beaney, Michael (2009): "The Early Life of Russell's Notion of a Propositional Function", *The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication*, Vol. 4, 200 Years of Analytical Philosophy, 1-25.
- Blackburn, S. and Code, A. (1978): "The Power of Russell's Criticism of Frege: *On Denoting* pp.48 - 50", *Analysis* 38, 65-77.
- Boukema, Harm (2007) "Russell, Meinong and the Origin of the Theory of Descriptions", *The Journal of Bertrand Russell Studies*: Vol. 27 N<sup>o</sup>2, 41-72.
- Bradley, F.H. (1935): *Collected Essays*, Oxford: Clarendon Press.
- Bradley, F.H. (1968): *Appearance and Reality*, 2<sup>nd</sup> edition, Oxford: Clarendon Press.
- Cauchy (1821): *Cours d'analyse de l'École Royale Polytechnique. 1re partie. Analyse algebrique*, Paris 1821.
- Cauchy 1821/1885: *Algebraische Analysis*, Deutsche Übersetzung von (Cauchy, 1821) von C.Itzigsohn, Berlin: 1885 Springer.
- Cartwright, Richard L. (2003): "Russell and Moore", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 108-127.
- Chateaubriand, Oswaldo (2005): "Deconstructing *On Denoting*", in Imaguire, Guido und Bernard, Linsky (eds.): *On Denoting: 1905-2005*, München: Philosophia Verlag, 361-380.

- Cocchiarella, Nino B. (2001), "A Logical Reconstruction of Medieval Terminist Logic in Conceptual Realism", *Logical Analysis and History of Philosophy* 4: 35-72.
- Cocchiarella, Nino B. (2005). "Denoting Concepts, Reference, and the Logic of Names, Classes as Many, Groups, and Plurals?", *Linguistics and Philosophy* 28 (2) :135 - 179.
- Coffa, Alberto (1991): *The Semantic Tradition from Kant to Carnap. To the Vienna Station* (L. Wessels ed.), Chicago: Chicago University Press.
- Frege, Gottlob (1923): *Logische Untersuchungen. - Dritter Teil: Gedankengefüge*, in: Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus III, 1 (1923), S. 36 (38).
- Frege, Gottlob (1976): *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, (G. Gabriel et al. eds.), Hamburg: Felix Meiner Verlag.
- Frege, Gottlob (1980): *Philosophical and Mathematical Correspondence*, abridged edition by B.McGuinness and translation by H.Kaal of his 1976, Oxford: Blackwell.
- Frege, Gottlob (1980b): *Philosophical and Mathematical Correspondence*, Hans Kaal (trans.), Chicago: University of Chicago Press.
- Frege, Gottlob (1986): *Logische Untersuchungen*, herausgegeben von G.Patzig (3. Auflage), Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 72-91.
- Frege, Gottlob (1998): *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, Hildesheim, Zürich, New York, Georg Olms Verlag.
- Fuhrmann, André (2001): "Russell's early Type Theory and the Paradox of Propositions", *Principia*, 5 (1-2) (2001), 19-41.
- Grattan-Guinness (1977): *Dear Russell, Dear Jourdain: A Commentary on Russell's Logic, Based on His Correspondence with Philip Jourdain*, New York: Columbia University Press.
- Grattan-Guinness (1985/86): "Russell's logicism versus Oxbridge logics, 1890-1925: a contribution to the real history of twentieth-century English philosophy", *Congresso sull'epistemologia di Cambridge (1850-1950) a Bologna*.
- Grattan-Guinness, (1996): "How Did Russell Write *The Principles of Mathematics*?", *Russell: the Journal of Bertrand Russell Studies* : Vol. 16: Number 2, 101-127.
- Grattan-Guinness (2000): *The Search for Mathematical Roots, 1870-1940*, Princeton: Princeton University Press.
- Grattan-Guinness (2003): "Mathematics in and behind Russell's Logicism, and Its Reception", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 51-83.

- Griffin, N., und A. C. Lewis (eds.) (1990): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 2, *Philosophical papers 1896-99*, London: Unwin Hyman.
- Griffin, Nicholas (1991): *Russell's Idealist Apprenticeship*, Oxford: Clarendon Press.
- Griffin, Nicholas (2003a): "Russell's Philosophical Background", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 84-107.
- Griffin, Nicholas (ed.) (2003b): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Guicciardini, Niccolò (1999): "Newton's Method and Leibniz' Calculus". in Jahnke (ed.) (1999): *Geschichte der Analysis*, Berlin: Spektrum, Akademischer Verlag, 73-104.
- Haaparanta, Leila (ed.) (2009): *The Development of Modern Logic*, New York and Oxford: Oxford University Press.
- Hager, Paul (2003): "Russell's Method of Analysis", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 310-331.
- Hylton, Peter (1990): *Russell, Idealism, and the Emergence of Analytic Philosophy*, Oxford: Clarendon Press.
- Hylton, Peter (2003): "The Theory of Descriptions", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 202-240.
- Hylton, Peter (2005): *Proposition, Function and Analysis ...*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Imaguire, Guido und Bernard, Linsky (eds.) (2005): *On Denoting: 1905-2005*, München: Philosophia Verlag.
- Jager, Ronald (1972): *The Development of Bertrand Russell's Philosophy*, London: George Allen and Unwin.
- Jahnke, Hans Niels (ed.) (1999): *Geschichte der Analysis*, Berlin: Spektrum, Akademischer Verlag.
- Jourdain, Philip (1914): Preface, in Couturat, Luis: *The Algebra of Logic*, Chicago and London: Open Court, iii-xiii.
- Jung, Darryl (1998): "Russell, Presupposition, and the Vicious-Circle Principle", in *Notre Dame Journal of Formal Logic* (1999) Vol. 40, Number 1, 55-80.
- Kant, Immanuel (1968): *Kritik der reinen Vernunft* (2. Ausgabe 1787), Berlin: Walter de Gruyter & Co.

- Kisser, Thomas (2010): "Leibniz' Abhandlung 'Meditationes de cognitione, veritate et ideis' von 1684 - eine Diskussion mit Blick auf den 'Tractus de intellectus emendatione' des Baruch Spinoza." in: Kisser, Thomas (ed.): *Metaphysik und Methode. Descartes, Spinoza, Leibniz im Vergleich*, Stuttgart, *Studia Leibnitiana* - Sonderheft 39, 107-124.
- Klement, Kevin C. (2002): "Russell 1903-1905 Anticipation of the Lambda-Calculus", in *History and Philosophy of Logic*, 24 (2003), 15-37.
- Klement, Kevin C. (2004): "The Origins of the Propositional Functions Version of Russell's Paradox", *The Journal of Bertrand Russell Studies* n.s. 24, 101-132.
- Klement, Kevin C. (2010a): "The functions of Russell's No Class Theory", *The Review of Symbolic Logic*, Vol. 3, Number 4, 633-664.
- Klement, Kevin C. (2010b): "The senses of function in the logic of sense and denotation", *The Bulletin of Symbolic Logic*, Vol. 16, Number 2, XXX.
- Klement, Kevin C. (2010c1): "Russell, his Paradoxes, and Cantor's Theorem: Part I", *Philosophy Compass*, Vol.5/1, 16-28.
- Klement, Kevin C. (2010c2): "Russell, his Paradoxes, and Cantor's Theorem: Part II", *Philosophy Compass*, Vol.5/1, 29-41.
- Korhonen, Anssi (2007): "Logic as the Universal Science: Bertrand Russell's early Conception of Logic and its Philosophical Context", *Philosophical Studies from the University of Helsinki* 18, 1-620.
- Korhonen, Anssi (2009): "Russell's Early Metaphysics of Propositions", *Prolegomena* 8 (2) 2009: 159-192.
- Landini, Gregory (1996): "Logic in Russell's *Principles of Mathematics*", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 37, 554-584.
- Landini, Gregory (2003): "Russell's Substitutional Theory", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 241-285.
- Landini, Gregory (2008): "Yablo's Paradox and Russellian Propositions", *The Journal of Bertrand Russell Studies* Vol. 28 No 2, 127-142.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm (1996): "Über die Freiheit", in *Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie*, Band 2, Hamburg: Meiner Verlag, 657ff.
- Levine, James (2005): "Aboutness and the Argument of *On Denoting*", in Imaguire, Guido und Bernard, Linsky (eds.): *On Denoting: 1905-2005*, München: Philosophia Verlag, 29-98.



- Levine, James (2009): "From Moore to Peano to Watson", *The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication*, Vol. 4, 200 Years of Analytical Philosophy, 1-126.
- Link, Godehard (1998): *Algebraic Semantics in Language and Philosophy*, Stanford: Center for the Study of Language and Information.
- Link, Godehard (ed.) (2003): *One Hundred Years of Russell's Paradox, Mathematic, Logic*, Philosophy, Berlin und New York: Gruyter.
- Link, Godehard (2009): *Collegium Logicum Bd.1*, Paderborn: Mentis-Verlag.
- Link, Godehard (2012): "Formal Discourse in Russell: From Metaphysics to Philosophical Logic", to appear in: G. Link (ed.), *Formalism and Beyond*, Frankfurt am Main: Ontos Verlag.
- Linsky, Bernard (2003): "The Metaphysics of Logical Atomism", in Griffin, Nicholas (ed.): *The Cambridge Companion of Bertrand Russell*, Cambridge: Cambridge University Press, 202-241.
- Linsky, Bernhard (2009): "Russell and Frege on the Logic of Functions", *The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication*, Vol. 4, 200 Years of Analytical Philosophy, 1-17.
- Linsky, Bernard (2004): "Russell's Notes on Frege for Appendix A of the *Principles of Mathematics*", *The Journal of Bertrand Russell Studies*: Vol. 24 Number 2, 133-172.
- Makin, Gideon (2000): *The Metaphysicians of Meaning. Russell and Frege on Sense and Denotation*, London: Routledge.
- Mates, Benson (1986): *The Philosophy of Leibniz. Metaphysics and Language*, New York: Oxford University Press.
- Milkov, Nikolay (2008): "Russell's debt to Lotze", *Studies in History and Philosophy of Science* 39, 186-193.
- Monk, Ray (1996): Bertrand Russell. *The Spirit of Solitude*, London: J. Cape.
- Monk, Ray (2000): *Bertrand Russell 1921-1970: The Ghost of Madness*, London: J. Cape.
- Moore, George Edward (1899): "The Nature of Judgement", *Mind* 8, 176-193.
- Moore, George Edward (1903): "The Refutation of Idealism", *Mind* 12, 433-53.
- Moore, George Edward (1903): *Principia Ethica*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Moore, G.E. (1942). *An Autobiography*. In Schilpp, P. A. (ed.): *The philosophy of G.E. Moore*, Evanston: North Western University Press.

- Pakaluk, Michael (1993): "The Interpretation of Russell's 'Gray's Elegy' Argument", in Monk R. and A. Plamer (eds.) *Russell and Analytic Philosophy*, Toronto: University of Toronto Press, 37-65.
- Passmore, John Arthur (1957): *A Hundred Years of Philosophy*, New York: Macmillan.
- Passmore, J. (1966): *A Hundred Years of Philosophy* (2nd ed.). Harmondsworth: Penguin.
- Peano, Giuseppe (1973): "Studies in Mathematical Logic", in H.Kennedy (ed.): *Selected Works of Giuseppe Peano*, London: Allen and Unwin.
- Ritter, Joachim, Karlfried Gründer und Gottfried Gabriel (eds.) (1971-2005): *Historisches Wörterbuch der Philosophie (H.W.Ph.)*, Basel: Schwabe Verlag.
- Rodríguez-Consuegra, Francisco (2005): "Russell on Judgement, Truth and Denoting: 1900-1910", in Imaguire, Guido und Bernard, Linsky (eds.): *On Denoting: 1905-2005*, München: Philosophia Verlag, 251-284.
- Rodríguez-Consuegra, Francisco (1991): *The Mathematical Philosophy of Bertrand Russell: Origins and Development*, Basle: Birkhäuser.
- Russell, B. (1897): *An Essay on the Foundations of Geometry*, Cambridge: Cambridge University press.
- Russell, B. (1900): *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*, London: Allen and Unwin; second edition 1937.
- Russell, B. (1901): 'Part I of the *Principles*, Draft of 1901' in Russell (1993), 9-180.
- Russell, B. (1903a). "Dependent variables and denotation", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge,, pp. 297-304.
- Russell, B. (1903b). "Functions", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 49-74.
- Russell, B. (1903c). "On meaning and denotation", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 314-358.
- Russell, B. (1903d). "On the meaning and denotation of phrases", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 283-296.
- Russell, B. (1903e). "Points about denoting", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 305-313.
- Russell, B. (1903f). *The Principles of Mathematics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. (Second edition 1931).

- Russell, B. (1904a). "Fundamental notions", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 111-263.
- Russell, B. (1904b). "Meinong's theory of complexes and assumptions" in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 431-474.
- Russell, B. (1904c). "On functions", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 96-110.
- Russell, B. (1904d). "On functions, classes and relations", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 85-95.
- Russell, B. (1904e). "On the nature of functions", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 265-272.
- Russell, B. (1905a). "The nature of truth", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 492-493.
- Russell, B. (1905b). "On classes and relations", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 273-279.
- Russell, B. (1905c). "On denoting", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 414-427.
- Russell, B. (1905d). "On denoting", in Russell (1973): *Essays in Analysis*, New York: George Braziller, pp. XXX-XXX.
- Russell, B. (1905e). "On fundamentals", in Urquhart, A. (ed.): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. 4., London: Routledge, pp. 359-413.
- Russell, B. (1906a). "On 'insolubilia' and their solution by symbolic logic", in Russell (1973): *Essays in Analysis*, New York: George Braziller, pp. 190-214.
- Russell, B. (1906b). "The substitutional theory of classes and relations", in Russell (1973): *Essays in Analysis*, New York: George Braziller, pp. 165-189.
- Russell, B. (1912): *The Problems of Philosophy*, London: Williams and Norgate.
- Russell, B. (1945): *A History of Western Philosophy: Its Connection with Political and Social Circumstances from the Earliest Times to the Present Day*, New York: Simon and Schuster.
- Russell, B. (1959): *The Problems of Philosophy*, Oxford: Oxford University Press.
- Russell, B. (1959): *My Philosophic Development*, New York: George Allen and Unwin.
- Russell, B. (1973): *Essays in Analysis*, ed. Douglas Lackey, London: Allen and Unwin
- Russell, B. (1993): *Towards the "Principles of Mathematics", 1900-02, Collected Papers*, vol. 3, ed. G.H. Moore, London: Routledge.

- Russell, B. (1994): *The Collected Papers of Bertrand Russell*, vol. 4, *Foundations of Logic 1903-5*, ed. A. Urquhart with A.C. Lewis, London: Routledge.
- Salmon, Nathan U. (2005): "Designation", in *Metaphysics, Mathematics and Meaning*, Oxford, Oxford University Press.
- Sainsbury, Richard Mark (1979): *Russell*, London: Routledge and Kegan Paul.
- Schilpp, P. A. (1942) (ed.): *The philosophy of G.E. Moore*, Evanston: North Western University Press.
- Simons, Peter (2005): "Gray's Elegy without Tears: Russell simplified", in Imaguire, Guido und Bernard, Linsky (eds.): *On Denoting: 1905-2005*, München: Philosophia Verlag, 29-98.
- Stevens, Graham (2004): "From Russell's Paradox to the Theory of Judgement: Wittgenstein and Russell on the Unity of Judgement", *Theoria* 70 (1), 28-61.
- Sullivan, David (2009): "Russell's Transcendental Argument revisited", *The Baltic International Yearbook of Cognition, Logic and Communication*, Vol. 4, *200 Years of Analytical Philosophy*, 1-29.
- Thiele, Rüdiger (1999): "Antiquity". in Jahnke (ed.) (1999): *Geschichte der Analysis*, Berlin: Spektrum, Akademischer Verlag, 1 - 40.
- Urquhart, Alasdair (2005): "Russell on Meaning and Denotation", in Imaguire, Guido und Bernard, Linsky (eds.): *On Denoting: 1905-2005*, München: Philosophia Verlag, 99-120.