HERMANN WEYL MOTIVATIONS PHILOSOPHIQUES D'UN CHOIX *MAVERIK*

Demetrio Ria

« Mon travail a toujours cherché à concilier vérité et beauté, mais lorsque j'avais à choisir entre l'une et l'autre, généralement je préférais la beauté. »

Hermann Weyl[1].

1940 fut une année décisive dans le développement intellectuel d'Hermann Weyl (1885-1955), en ce sens qu'elle marque une étape fondamentale dans sa représentation épistémologique de la réalité. En effet, ses deux mémoires « The ghost of modality[2] » et « The mathematical way of thinking[3] » datent précisément de cette période ; ils constituent dans leur ensemble un *unicum*, car tous deux affrontent, à partir de points de vue différents, les questions les plus décisives de l'épistémologie des mathématiques postgödéliennes. Comme Federigo Enriquès[4], Hermann Weyl considère que la réflexion épistémologique appliquée à la recherche physico-mathématique constitue l'unique fondement apte à parachever ses recherches de manière organique ; pourtant, parvenu à ce point de son itinéraire intellectuel avec certaines convictions, il considère qu'il est nécessaire de réfléchir sur la validité réelle de ces préceptes.

Weyl considère la science contemporaine comme fondée sur de l'« empirico-intuitif[5] » qui ne représente pas une variante plus ou moins stable de l'empirisme scientifique *tout court*, mais qui constitue un véritable processus d'objectivation-quantification métrique manifestant la forme de la pensée dans la réalité du monde. En ce sens, oscillant entre fondement théorique et fondement empirique, la logique formelle joue un rôle central

1. Lettre d'Hermann Weyl à Frank Dyson, 27 févr. 1921.
2. Weyl, 1940a ; voir également Chandrasekharan, éd., 1968, vol. III, p. 684-709. Dorénavant, cette référence au recueil des œuvres weyliennes sera indiquée par le sigle *G. A.*
3. Weyl, 1940b.
4. Enriquès, 1906, parvint lui aussi à la « critique gnoséologique » après avoir apporté sa contribution à la géométrie algébrique ; sur cette question, voir Castellana, 1990.
5. Weyl, 1967, p. 163. Il faut considérer ici que Weyl a en tête les géométries non-euclidiennes qu'il considère comme des structures interprétatives englobant le caractère intuitif de la géométrie euclidienne.

Revue de synthèse : 5e série, année 2005/2, p. 463-479.

dans le divorce radical de la déduction empirico-formelle et de l'induction formelle-empirique[6]. De même, le transcendantal s'objective et se conceptualise, non plus en un schématisme de l'entendement, mais en une forme exclusivement mathématico-analytique dont sera tiré le modèle logique. C'est pourquoi on peut soutenir que si d'un côté la science est fille de la philosophie, la mère – qui, en parcourant à nouveau les résultats de la fille, rajeunit – régénère quant à elle les principes que la fille sera amenée à utiliser en vue de porter un regard neuf sur le monde et d'atteindre de nouveaux objectifs.

Pour toutes ces raisons, Weyl considère qu'il est fondamental de reprendre l'étude de la nature en tant qu'objet de la recherche scientifique en se confrontant à ces problématiques qui naissent des conflits engendrés par deux moments incontournables, constitutifs du processus de recherche de la vérité : il considère comme absolument nécessaire non seulement d'analyser ce moment où la pensée mathématique est à la portée de l'intuition du fait de ses liens fonctionnels-formels, mais également d'instruire ce moment où la forme en vient à s'autoanalyser, afin de dégager les principes dont elle dotera ensuite la pensée ; c'est là ce qui va ensuite permettre de restructurer de nouvelles fonctions-formes[7].

« THE MATHEMATICAL WAY OF THINKING » ET LES PRÉSUPPOSÉS LOGIQUES D'UNE NOUVELLE « CONSCIENCE » SCIENTIFIQUE

> « *It seems to me that in the intellectual life of man two spheres can be distinguished, the one that of doing, shaping, constructing, creating something, in which the active artist, scientist, technician, statesman move, the other that of the reflection where the meaning of all this activity is questioned and which one may consider the proper domain of the philosopher*[8]. »

À l'occasion du bicentenaire de la fondation de l'université de Pennsylvanie, Weyl participa à un séminaire d'études sur l'histoire de la Mathématique en proposant le thème : « The mathematical way of thinking ». À travers une analyse des phénomènes relativistes et une étude des groupes ainsi que des rapports qu'ils entretiennent avec la mécanique quantique, Weyl s'était aperçu qu'Einstein avait apporté une contribution encore plus profonde que celle qui était en train de se concrétiser dans le champ de la recherche. Weyl soutient alors que la pensée d'Einstein, peut-être par la faute même du physicien allemand, se voyait limitée à la recherche scientifique pure, et qu'elle n'était pas exploitée dans toutes ses possibilités[9]. « The mathematical way of thinking » est un essai qui vise à reprendre l'interprétation épistémologique des contributions scientifiques dans la perspective d'une crise pérenne des fondements[10].

6. WEYL, 1967, p. 77-78.
7. Voir *G. A.*, et plus particulièrement les essais de la période 1938-1942.
8. WEYL, 1920, p. 12.
9. Pour un regard critique sur cette question, voir BERGMANN, 1954.
10. WEYL, 1946 ; voir également *G. A.*, vol. IV, p. 268-279, en part. p. 279, où Weyl écrit : « *From this history one thing should be clear : we are less certain than ever about the ultimate foundations of (logic and) mathematics. Like everybody and everything in the world today, we have our* crisis » (souligné par Weyl).

Nous représentons la réduction de l'espace-forme à sa structure empirique en considérant l'espace comme un continu relatif, qui s'exprime logiquement dans la dépendance d'une métrique (infinitésimale généralisée) construite pas à pas, et en opérant effectivement de manière fonctionnelle dans le cadre d'une structure algébrico-mathématique. C'est ainsi la relation modale qui se trouve réalisée dans la pensée mathématique ; à travers sa propre définition (opératoire) inhérente au phénomène particulier, elle permet de dépasser la forme du transcendantal [11]. C'est enfin de cette manière que s'effectuent les étapes nécessaires d'une construction de la métrique générale du phénomène particulier [12]. Cela revient à constituer un « réalisme critico-opératoire » tel que Willem Evert Beth [13] le définit dans ses *Principes logiques de la mathématique* : « [...] la construction d'un système formel de type restreint qui serait ensuite élargi de manière à embrasser des parties de plus en plus considérables de la mathématique classique [...] [14]. » Beth étend son analyse en proposant cette idée comme point de contact entre la pensée mathématique et son interprétation épistémologique, réussissant ainsi à constituer une métalogique formelle de l'objet « pensée » qui répond au désir récurrent des philosophes comme des scientifiques. Dès lors, par la réalisation d'une métalogique capable d'englober le mode de penser mathématique, le pur formalisme *sine rebus* n'est aucunement destructuré, et la pensée peut se concrétiser à travers la construction d'objets éidétiques utiles à l'explication formelle du phénomène. Cette interprétation se retrouve exprimée chez Weyl à travers l'exemple suivant :

> « *[...] About a month ago I hiked around Longs Peak in the Rocky Mountain National Park with a boy of twelve, Pete. Looking up at Longs Peak he told me that they had corrected its elevation and that it is now 14,255 feet instead of 14,254 feet last year. I stopped a moment asking myself what this could mean to the boy, and should I try to enlighten him by some Socratic questioning. But I spared Pete the torture, and the comment then withheld, will now be served to you. Elevation is elevation above sea level. But there is no sea under Longs Peak. Well, in idea one continues the actual sea level under the solid continents. But how does one construct this ideal closed surface, the geoid, which coincides with the surface of the oceans over part of the globe ? If the surface of the ocean were strictly spherical, the answer would be clear. However, nothing of this sort is the case. At this point dynamics comes to our rescue. Dynamically the sea level is a surface of constant potential* $\phi = \phi$ *; more exactly* ϕ *denotes the gravitational*

11. Kant, 1971, p. 60-61 : « Au contraire, le concept transcendantal des phénomènes dans l'espace est un avertissement critique qu'en général rien de ce qui est intuitionné dans l'espace n'est une chose en soi, et que l'espace n'est pas une forme des choses – mais que les objets ne nous sont pas du tout connus en eux-mêmes et que ce que nous nommons objets extérieurs n'est pas autre chose que de simples représentations de notre sensibilité dont la forme est l'espace, et dont le véritable corrélatif, c'est-à-dire la chose en soi, n'est pas du tout connu et ne peut pas être connu par là. Mais on ne s'en enquiert jamais dans l'expérience. »

12. Ce qui nous fait penser à la relativité des méthodes, non seulement par rapport aux sciences, mais également par rapport à la nécessité de distinguer les différentes métriques au sein des différents champs phénoménaux. Chaque science singulière analyse en détail un champ phénoménal particulier et structure un relativisme « fonctionnel » critique qui, si on l'interprète du point de vue de cette science particulière, offre plus de force explicative du réel rationnel ; et ce, grâce également à la force éidétique particulière de la « pensée opératoire » ou épistémologique propre à chaque scientifique.

13. Beth, 1963.

14. Beth, 1963, p. 232.

potential of the heart, and hence the difference of ϕ at two points P, P' is the work one must put into a small body of mass 1 to transfer it from P to P'. Thus it is most reasonable to define the geoids by the dynamical equation $\phi = \phi$. If this constant value of ϕ fixes the elevation zero, it is only natural to define any fixed altitude by a corresponding constant value of ϕ, so that a peak P is called higher than P' if one gains energy by flying from P to P'. The geometric concept of altitude is replaced by the dynamic concept of potential or energy[15]. »

Évidemment, si la réflexion sur le simple concept opératoire de hauteur conduit à considérer le rapport essentiel entre l'entité géométrique et le champ du potentiel gravitationnel qui lui est lié, dans ses termes les plus généraux l'analyse devrait lier, de manière tout aussi essentielle, l'espace-temps au « champ[16] » dont la nature est fortement dépendante de sa métrique opératoire.

Pour toutes ces raisons, l'interprétation de la relativité conduira à des considérations telles qu'elles déferont définitivement toute contribution formelle, purement éidétique, permettant ainsi de hisser nos idées au-dessus d'une métaforme restructurée sur la base d'une relation essentielle à la pensée, et non plus sur le fonds d'objectivité d'un réel dénudé. Dans le cadre de cette analyse, la métaforme devrait constituer l'objet d'une nouvelle logique de la relation qui se superpose au concept critique d'« inférence », concept qui assume à son tour une fonction importante aussi bien en science qu'en philosophie. L'inférence, et à plus forte raison l'« inférence complète », constitue le point critique de tout le dispositif logique. Weyl en déduit que :

« *The principle of this inference by complete induction is as follows. In order to show that every number n has a certain property V it is to make sure of two things :*

1) 0 has this property ;

2) if n is any number which has the property V, than the next number n' has the property V.

« *This is practically impossible[…]*[17]. »

Il est par conséquent nécessaire de construire un halo continu (un champ) de nombres où vérifier la propriété V qui, possédant les mêmes caractéristiques que le continu, pourra de plus bénéficier de la possibilité d'être maniée avec une plus grande facilité. Cette situation impose deux réflexions que Weyl assigne à la recherche épistémologique : d'un côté, il est nécessaire d'analyser les implications théoriques de la possibilité que le halo continu soit altéré (en tout ou en partie) par rapport à l'ensemble continu infini[18] ; d'un autre côté, il convient de connaître les lois logiques fondamentales[19] qui pourraient

15. WEYL, 1940b, p. 711-712.

16. EINSTEIN, 1964, plus précisément p. 175 : « Descartes n'avait donc pas tellement tort quand il se croyait obligé de nier l'existence d'un espace vide. Cette opinion paraît absude tant que les corps pondérables seuls sont considérés comme réalité physique. C'est seulement l'idée du champ comme représentant de la réalité, conjointement avec le principe de relativité générale, qui révèle le sens véritable de l'idée de Descartes : un espace "libre de champ" n'existe pas. »

17. WEYL, 1940b, p. 713. Sur le concept d'induction complète, voir WEYL, 1967, en part., p. 33.

18. WEYL, 1967, en part., p. 47 : « Par conséquent, pour la théorie des ensembles, il n'y a pas de différence principielle entre le fini et l'infini. »

19. Sur ce point, la contribution de Gödel relative à la période 1930-1931 est évidemment décisive.

permettre une réduction de ce genre. En conclusion, se pose la question suivante : quels sont les principes de la logique qui naissent de la limitation du fini par rapport à l'infini ? Par bien des aspects, cette question est déjà une question riemannienne, mais Weyl l'approfondit à nouveaux frais.

Richard Dedekind[20] avait ainsi défini un ensemble infini : « Un système S est dit infini s'il est semblable à l'une de ses parties propres […] ; dans le cas contraire, il sera dit système fini[21]. » D'un point de vue opératoire, cette définition laisse trop de portes ouvertes aux paradoxes. On sait, par exemple, que Bertrand Russell avait signalé à Gottlob Frege un paradoxe dans lequel on risque de tomber dès lors qu'on pense qu'une fonction peut se comporter comme un élément instable (ou hybride).

> « w peut-il être prédiqué de lui-même ? De chaque réponse s'en suivra son opposé. Il nous faut donc conclure que w n'est pas un prédicat. De même, il n'y a pas de classe (conçue comme totalité) de ces classes, chacune étant prise comme une totalité, qui n'appartiennent pas à elles-mêmes. J'en conclurai donc que, sous certaines conditions, une collection définissable ne forme pas une totalité[22]. »

Par ailleurs, l'espoir de résoudre ces questions, et bien d'autres, grâce à une méthode purement formaliste, privée de toute consistance, était déjà, à ce moment-là, un espoir totalement dépassé[23]. Toutefois, Russell, Frege et d'autres[24] restaient prisonniers des anciennes conceptions : la logique, *latu sensu*, se devait d'être formaliste, et il devenait indispensable d'acquérir un niveau d'analyse capable de réduire la formalisation frégéo-russellienne au statut de simple cas particulier. C'est probablement ce à quoi pensait Weyl lorsqu'il déclarait :

> « *You probably know Galileo's words in the Saggiatore where he says that no one can read the great book of nature "unless he has mastered the code, in which it is composed, that is, the mathematical figures and the necessary relations between them". Later we have learned that none of these features of our immediate observation, not even space and time, have a right to survive in a pretended truly objective world, and thus have gradually and ultimately come to adopt a purely symbolic combinatorial construction*[25]. »

La « construction combinatoire[26] », utilisée ici par Weyl, constitue un premier pas vers une solution encore plus révolutionnaire : la résolution de la pensée mathématique

20. Sur cet argument, voir DEDEKIND, 1872.
21. DEDEKIND, 1888.
22. Voir lettre de Russell à Frege du 16 juin 1902, *in* BOTTAZZINI, FREGUGLIA et TOTI RIGATELLI, 1992, p. 445-446.
23. Sur cet argument, voir AMBROSE, 1933, BLACK, 1933, enfin, CAVAILLÈS, 1938 (à quoi l'on ajoutera les *Réflexions sur les fondements des mathématiques* publié l'année précédente chez le même éditeur). [Ces deux derniers textes sont désormais réunis *in* CAVAILLÈS, 1994, respectivement p. 1-202 et 577-580 – *NdT*].
24. Nous faisons ici référence à ce groupe d'auteurs membres de l'école de Cambridge.
25. WEYL, 1940b, p. 715.
26. Pour une analyse des implications philosophiques de cette question, voir KNOBLOCH, 1973, CANTELLI, dir., 1958 ; pour un approfondissement historico-philosophique, voir CORSANO, 2000.

dans un relativisme critique appliqué à une mathématique capable d'englober la force éidético-sémantique de la logique formelle.

Si l'on continue à penser qu'à partir de la « simple » logique des énoncés [27] on est toujours en mesure de tirer un principe formel ou une axiomatique élémentaire [28] qui nous permette l'usage de « règles », on risque peut-être de se condamner à construire une spirale infinie. En réalité, rien n'interdit qu'on tire de la logique [29] des principes exigée par le processus même de l'institution des règles, un principe encore plus « formel ». On sera ainsi conduit à construire une métalogique de la métalogique des principes qui nous éloigne de plus en plus de la simplification rationnelle de la réalité. En d'autres termes, on complique la réalité au point de la transformer en quelque chose qui n'a plus rien à voir avec la réalité qu'on voulait analyser au départ.

À la suite de Kant [30] et de Husserl, Weyl pense qu'il convient de réarticuler les fondements de la mathématique sur un ensemble d'axiomes eux-mêmes fondés sur la « relation [31] » et sur la « quantité ». Un petit nombre de principes généraux, régulés par des lois univoques, permet à la pensée mathématique de se structurer non pas de manière statique et unilatérale, mais de manière dynamique.

Le pas suivant que doit effectuer Weyl revient à approfondir la recherche d'une relation entre le continu et son schème symbolique, ce qui le conduira à la définition de l'« isomorphisme » :

> « *The connection between a given continuum and its symbolic scheme carries with it this notion of Isomorphism ; without it and without our understanding that isomorphic schemes are to be considered as not intrinsically different, no more than congruent figures in geometry, the mathematical concept of a topological space would be incomplete. Moreover it will be necessary to formulate precisely the conditions which every topological scheme is required to satisfy* [32]. »

Il existe par conséquent une relation qui lie les figures isomorphes aux faits observés, relation qui conduit à la forme générale du principe de relativité. Pour mettre l'accent sur la valeur logique reliant les figures isomorphes d'un espace continu métrique, Weyl relève l'importance non pas des structures objectives mais, à l'aide du concept même d'isomorphisme, de leur relation. C'est là un passage fondamental qui, dès *Raum, Zeit, Materie* [33], et d'un point de vue exclusivement analytique, lui avait permis de développer, par le biais du principe de « congruence », l'espace métrique conçu comme extension

27. Pour une approche philosophique des questions concernant la logique des énoncés, voir CHOMSKY, 1970.

28. Sur ce point, voir ZERMELO, 1908, également, CELLUCCI, dir., 1978.

29. Qui devra être considérée comme métalogique par rapport à la logique des énoncés.

30. KANT, 1971, § 8, p. 68, affirme que « si nous faisons abstraction de notre sujet, ou même seulement de la nature subjective de nos sens en général, toute la manière d'être (*Beschaffenheit*) et tous les rapports des objets dans l'espace et dans le temps et même l'espace et le temps disparaissent ».

31. Pour un approfondissement des implications de la relation en logique mathématique, voir SCHRÖDER, 1890-1895, PEIRCE, 1897. Ici se développe plus spécifiquement le concept de calcul des relations comme branche de la logique contemporaine.

32. WEYL, 1940b, p. 715.

33. WEYL, 1918. Pour une analyse critique à la fois complète et à jour de cet ouvrage, voir SCHOLZ, éd., 2001 ; toujours de Scholz, voir ses essais particulièrement précieux et explicatifs : SCHOLZ, 1994 et SCHOLZ, 1999

de l'espace euclidien. Toutefois, si dans *Raum, Zeit, Materie*, il remplaçait le principe de congruence par un principe métrique l'englobant en tant qu'expression d'une métrique particulière, dans ce contexte plus logique, Weyl met de côté l'objectualité du schème statico-topologique à valeur mathématique et sa structure topologique, pour la remplacer par un « comme » modal[34].

> « *Structures such as the topological schemes are to be studied in the light of the idea of isomorphism. For instance, when it comes to introducing operators τ which carry any topological scheme S into a topological scheme $\tau(S)$ one should pay attention only to such operators or functions τ for which isomorphism of S and R entails isomorphism for $\tau(S)$ and $\tau(R)$*[35]. »

Le concept de « groupe[36] » constitue l'un des éléments essentiels qui permettent cette connexion : il peut fondamentalement être tiré de l'usage systématique et applicatif des sciences mathématiques, et circonscrire en outre les formations logiques du « formalisme critique ». Avec l'analyse groupale, on assiste à une transformation de l'axiomatique qui se drape dans une pensée nouvelle elle-même issue de l'application concrète du concept physique de « métrique ».

> « *We have seen before that topology is to be based on a full enumeration of the axioms which a topological scheme has to satisfy. One of the simplest and most basic axiomatic concepts which penetrates all fields of mathematics is that of group*[37]. »

Dès lors, le concept de « groupe » enrichit le processus herméneutique de la science mathématique en en concrétisant la « maniabilité » analytique. Comme nous l'avons vu, dans son indétermination déterminée le continu n'offre pas autant de clarté ni d'agilité dans l'usage[38]. D'un côté, ce point de vue impose une procédure de restructuration du « formel » propre à la logique ainsi qu'une réorganisation de son constituant « intuitif » ; de l'autre, apparaît la nécessité d'un *Bild* éidétique et fonctionnel en mesure d'entrer en « relation » avec le concret réel. Que le réel soit continu ou discret, tout cela est possible du moment qu'il est isolé et enveloppé dans son « halo de conscience[39] ». À l'instar de l'isomorphisme géométrique, le schème topologique auquel renvoie Weyl est interprétable comme une contribution « instantanée » (ici et maintenant) de la conscience logique de l'espace. La relation entre isomorphisme géométrique et schème physique repose sur la communauté d'un rapport[40] au réel qui sert de facteur dynamique dans le « groupe-champ ». Cette relation ne dépasse pas cependant le niveau de la compréhension immédiate, et ne saurait se constituer, du moins pas encore, en logique modale : elle est

34. La voie ouverte par Weyl est aujourd'hui l'objet de développements extrêmement intéressants ; nous signalons, en part., les travaux de Laurent Nottale en relativité d'échelle et ses implications : NOTTALE, 1992, NOTTALE, 1999, NOTTALE, CÉLÉRIER et LEHNER, [submitted for publication]. Voir également sur la question le texte récent de SCHOLZ, 2004.

35. WEYL, 1940b, p. 716.

36. Sur le concept de groupe, voir GALOIS, 2000.

37. WEYL, 1940b, p. 716-717.

38. Notons ici la proximité singulière de Weyl avec l'intuitionnisme. Il part du présupposé que la résolution doit être atteinte en priorité.

39. Étant donné l'importance de cette question, voir RIA, 2005.

40. Ici encore statique.

simplement toute prête d'acquérir une valeur dynamique. Concernant la formation analytico-mathématique et l'usage technico-scientifique de l'espace weylien, nous ne pouvons que renvoyer à un ensemble de documents qui, à partir des années 1960, ont été publiés dans différentes revues officielles de la communauté scientifique internationale[41] : c'est là ce que nous pourrions qualifier comme constituant le plus clair exemple d'application de la phénoménologie husserlienne à la mathématique.

Les aspects particuliers de cette interprétation épistémologique de l'espace sont par conséquent : a) la dimension axiomatique et la fonctionnalisation métrico-relativiste à un fondement critique ; b) la capacité relationnelle dynamique qui permet la réduction logique à des principes (ou axiomes logiques) réduits, mais en même temps compréhensifs et explicatifs ; c) le dépassement du formalisme hilbertien vers un néo-criticisme capable de laisser la porte ouverte à la mesure, sans se réduire à l'échec par recours à des moyens ontologico-métaphysiques totalisants.

Cette synthèse, entre interprétation formaliste issue de David Hilbert et contributions intuitionnistes héritées de Luitzen Brouwer, ouvre la voie à une interprétation que nous pourrions qualifier de « relativiste-critique », et qui se présente comme ouvrant une troisième voie. Ludovico Geymonat[42] avait déjà souligné comment chez Hermann Weyl le principe de relativité, chargé d'une nouvelle forme expressive, devient capable d'englober le réel, non seulement en tant que principe physique, mais en tant que « fondement » philosophico-épistémologique.

« THE GHOST OF MODALITY »
POUR UNE LOGIQUE DE LA MODALITÉ

De quelle manière la modalité exprime-t-elle et caractérise-t-elle la constitution logico-formelle de l'espace ? C'est là le second volet épistémologique lié à la question spatiale et qui dérive directement de la formation même de l'espace de Weyl. On a pu affirmer que l'espace weylien constitue un continu métrique *n*-dimensionnel régi par une définition de la relation, relation elle-même représentée par le principe « métrique ». Dans son texte monumental intitulé *Das Kontinuum*, Weyl est allé jusqu'à mettre en lumière les aspects logico-épistémologiques de cette relation ; mais, dans « The ghost of modality », il revient encore sur ces questions et, cela n'est pas un hasard, à l'occasion de la publication d'essais critiques à la mémoire d'Edmund Husserl.

La question de fond de la relation « métrique » qu'il faut clarifier repose sur la clé catégoriale de la modalité comprise, d'un côté, comme conjugaison de la relation analytique et, de l'autre, par opposition à la possibilité considérée comme négation de la relation analytique. Le dispositif auquel Weyl espère parvenir doit tenir compte de la théorie de la relativité générale ; et, dans ce contexte, le référent éidétique est

41. FULTON, ROHRLICH et WITTEN, 1962.

42. GEYMONAT, 1976, p. 292 : « Une position en un certain sens intermédiaire entre Hilbert et Brouwer […] affirme H. Weyl […] repose sur la conviction que le fondement ultime de la pensée mathématique est "la représentation de l'itération, de la succession des nombres naturels. […] ; la succession des nombres naturels et le concept d'existence y afférant en constituent le fondement". » C'est là, en d'autres termes, le fondement de l'infinité des problèmes mathématiques.

fondamentalement constitué de Husserl[43], de la phénoménologie et de tout le *background* logico-analytico-formel développé par le criticisme kantien dans une perspective anti-néopositiviste. Weyl déclare que « *[…] there is no reason why it should remain the monopoly of the positivistic school*[44] » dans le traitement symbolique qui reste neutre, y compris face à l'interprétation philosophique. Le fondement ou la recherche des fondements y trouveraient une contribution importante, tant sur le plan de la formalisation que sur celui du fondement. L'étape suivante consistera à réexaminer les fondements de la logique classique en vue d'un travail de déstructuration-restructuration des propositions, et ce jusqu'à l'apparition de points critiques. C'est la raison pour laquelle Weyl affirme :

> « *The classical logic of propositions as formalized by G. Frege, and later by Russell and Whitehead in the Principia Mathematica, is based on the assumption that a proposition puts a question to some realm of reality whose facts answer with a clear-cut yes or no, according to which the proposition is either true or false*[45]. »

D'après la logique classique, la proposition est donc susceptible de prendre deux valeurs de vérité (vrai ou faux), et les « opérateurs », définis par des matrices, permettent d'encadrer les schèmes logiques grâce à une série définie d'axiomes. Nous reproduisons ici le tableau-résumé tel que Weyl le construit dans son essai[46].

Table CT[47]

I (Implication)

1) $a \to (b \to c)$

2) $(a \to (a \to b)) \to (a \to b)$

3) $(a \to b) \to ((b \to c) \to (a \to c)$

II (Negation)

1) $(a \to b) \to (\sim b \to \sim a)$

2) $a \to \sim\sim a$

3) $\sim\sim a \to a$

III (Disjunction)

1) $a \to * \, a \cup b$

2) $b \to + \, a \cup b$

3) $(a \to c) \to ((b \to c) \to (a \cup b * \to c)$

IV (Conjunction)

1) $a \cap b * \to a$

2) $a \cap b * \to b$

3 $(a \to b) \to ((a \to c) \to (a \to * \, b \cap c)$

Voilà pour les relations logiques ou les axiomes de la logique classique, mais Weyl poursuit : « *The following fundamental combinations are true whatever the truth values of the arguments a, b, c may be […]*[48]. »

43. Weyl, 1940a, p. 684, affirme dès le départ : « *Husserl's philosophy developed from his endeavor to lay bare the phenomenological roots of arithmetic and logic. The present occasion might therefore not be unfitting for a mathematician to survey the attempts made in symbolic logic to account for an idea of such paramount importance as that of possibility.* »

44. Weyl, 1940a, p. 684.

45. Weyl, 1940a, p. 684.

46. On tiendra plus particulièrement compte du rôle joué par l'opérateur *implication* et par le schème correspondant de l'*inférence*, car on verra plus loin qu'il fut un objet de polémique entre Russell et Weyl.

47. Weyl, 1940a, p. 685. Il faut noter ce que Weyl ajoute en note : « *This table is copied from D. Hilbert and P. Bernays,* Grundlagen der Mathematik *I (Berlin, 1934), 66.* »

48. Weyl, 1940a, p. 685.

Suit un autre tableau, indiqué par le sigle *CS*, qui montre comment les axiomes exprimés par le tableau *CT* permettent de créer des dépendances duales sur la base de la théorie des « types ramifiés » de Russell[49].

« *The arrangement of our Table CS exhibits an inherent dualism according to which the axioms on the right-hand side follow from those on the left, and vice versa, by applying the involution.*

Table CS

$\sim\sim a = a$	
$\sim 0 = \omega$	$\sim \omega = 0$
$\sim(\alpha \cap \beta) = (\sim\alpha) \cup (\sim\beta)$	$\sim(\alpha \cup \beta) = (\sim\alpha) \cap (\sim\beta)$
$\alpha \cup 0 = \alpha$	$\alpha \cap \omega = \alpha$
$\alpha \cap 0 = 0$	$\alpha \cup \omega = \omega$
$\alpha \cup (\sim\alpha) = \omega$	$\alpha \cap (\sim\alpha) = 0$
$\alpha \cap \beta = \beta \cap \alpha$	$\alpha \cup \beta = \beta \cup \alpha$
$(\alpha \cap \beta) \cap \gamma = \alpha \cap (\beta \cap \gamma)$	$(\alpha \cup \beta) \cup \gamma = \alpha \cup (\beta \cup \gamma)$
$\alpha \cap (\beta \cup \gamma) = (\alpha \cap \beta) \cup (\alpha \cap \gamma)$	$\alpha \cup (\beta \cap \gamma) = (\alpha \cup \beta) \cap (\alpha \cup \gamma)$

« *These axioms are true for any sets* α, β, γ[50]. »

Dans ce jeu de constructions[51], et grâce à ces opérateurs, tous les axiomes constituent bien des formules valides, mais des formules dépourvues de « matière » et, plus encore, privées de « consistance[52] » ; Weyl précise d'ailleurs que :

« *One has to distinguish clearly between the symbolic formulas, which are meaningless in themselves, and the rules of procedure which tell us how to deal with the symbolic material and whose meaning must be understood by whoever applies them. In certain well-defined sense Table CT is complete*[53]. »

CONCLUSIONS

Le principe épistémologique suivant lequel il convient de distinguer les formules (symboliques) des procédures (relations), et que Weyl met ici en évidence, appose un fondement transcendantal (au sens kantien du terme) au formalisme. Cet aspect n'a pas été suffisamment mis en évidence, à tel point que la polémique avec Russell sur la fonction

49. RUSSELL, 1908 ; ici *in* RUSSELL, 1962.
50. WEYL, 1940a, p. 688.
51. Pour un approfondissement du concept de « construction » pris en un sens plus épistémologique et plus particulièrement orienté sur l'œuvre de Bachelard, voir ALUNNI, 1999.
52. WEYL, 1929, p. 156 *sq*.
53. WEYL, 1940a, p. 678.

de l'opérateur *implication* → est le plus souvent réduite à un débat purement linguistico-nominal[54].

> « *Perhaps Russell was unfortunate and invited misunderstandings by calling the operator → implication. The implication expressed in the first antecedent of the syllogism :*
>
> *All men are mortal*
>
> *Socrates is a Man*
>
> *Socrates is mortal*
>
> « *states that*
>
> *x being man → x being mortal*
>
> « *holds good for all individuals x. We are here concerned with propositional functions U(x) or predicates referring to an arbitrary element x in a certain "field" or "space" w of individuals or "points". […] The regions or "sets" α thus correspond to the possible predicates U(x) concerning a variable point x in w ; α is the extension of U(x) encompassing all points x for which U(x) holds*[55]. »

On pourra suivre une analyse comparable pour la relation de congruence[56], en se souvenant que le dépassement de la conception classique de l'espace en faveur de cette métrique était conditionné par cette relation, et comment ce dépassement de la logique classique au profit d'une interprétation modale était lui-même toujours fondé sur cette relation. Weyl affirme :

> « *So far the axioms deal with but one class of objects, namely sets. Points and their relationship to sets could conveniently be introduced by expressing the fact that a point x lies or does not lie in a set ξ as (ξ ; x) = 1 or (ξ ; x) = 0 respectively*[57]. »

Cette expression classique dont les prédicats renvoient aux valeurs de vérité et de fausseté, dépasse, dès le départ, les limites de la logique classique (et, à la vérité, les limites de la théorie des types de Russell) en rouvrant la question modale d'un tout autre point de vue. Ainsi, très précisément dans une polémique ouverte avec Russell, Weyl déclare :

> « *The first serious attempt to reopen the way to a logic of modality which had been barred by the Principia Mathematica was made by C. I. Lewis's system*[58] *of "strict*

54. Sur cette polémique, voir Hermann Weyl, « Mathematics and logic. A brief survey serving as a preface to a review of *The philosophy of Bertrand Russell* », in *G. A.*, vol. IV, p. 268-279 ; voir également, Hermann Weyl, « Review : *The philosophy of Bertrand Russell* », in *G. A.*, vol. IV, p. 599-608.

55. WEYL, 1940a, p. 678.

56. Comme l'affirme Hans Reichenbach : « Le choix d'une géométrie demeure arbitraire tant que n'a pas été spécifiée la définition de la congruence. Une fois cette définition établie, la question de savoir quelle géométrie s'adapte à l'espace physique devient une question empirique », *in* SCHILPP, 1949, vol. I, p. 295. Le choix de Weyl, proche des positions de Reichenbach, suit une direction décidément différente de WHITEHEAD, 1920, chap. VI, p. 128 : « La congruence est un exemple particulier du fait fondamental de la recognition. Dans la perception nous reconnaissons. Cette recognition ne concerne pas seulement la comparaison d'un facteur naturel posé dans la mémoire avec un facteur posé par la conscience sensible immédiate. La recognition intervient dans le présent sans aucune intervention de la pure mémoire. »

57. WEYL, 1940a, p. 689.

58. SHEARMAN, 1906 ; également MACCOLL, 1906.

implication". Lewis missed in Russell's "material implication" → the binding moment of valid inference[59]. »

Cet opérateur qui, d'après Weyl, a poussé Russell[60] à l'erreur, a été injustement limité au cas de l'implication matérielle. S'impose dès lors une distinction entre la règle d'inférence et l'opérateur. Weyl insiste sur ce point :

« *[...] The assumptions, e.g., of Principia Mathematica, imply the theorems in the same sense that a false proposition implies anything. I believe that this argument has lost all power by to clear distinction between the formulas of the system in which the symbol → occurs and the rules of procedure including the rule of inference (F) according to which the game of deduction is played*[61]. *"Valid inference" is established by my acting upon the formulas according to rules which I understand how to apply ; while → is part of the meaningless formulas. Thus Hilbert's distinction between mathematics and meta-mathematics seems to contain a more complete and radical formulation of what Lewis was aiming at by opposing strict to material implication. Lewis himself holds that the true or strict implication expresses the necessity of a → b ; and thereby he resorts to the correlative modal ideas of necessity and impossibility. (Impossibility of a is equivalent to necessity of ~ a.)*[62]. »

C'est là un élément fondamental pour la rencontre des différentes structures logiques. D'après la pensée de Weyl, il convient de continuer l'œuvre de reconstruction éidétique qui seule aurait permis de poursuivre la reconstruction de l'« architectonique de la connaissance » en vue de la progression du savoir.

« *Let us return to fundamentals. The basic assumption of the strict alternative of true and false, characteristic for classical logic, leaves no room for bridging the abyss by "perhaps" or "possibly". However, the major part of statements in our everyday life which have vital meaning for us and our communicants are not of this rigorous* nature. *A given hue may be more or less grey instead of pure black or pure white. We may find it too arbitrary or even impossible to set exact boundaries in a continuum. By far the most important examples are provided by statements about the future*[63]. »

En réalité, nous sommes désormais face à une situation du genre : « *Under the most favourable circumstances likelihood will be measurable probably*[64]. »

---

59. En ce qui concerne l'inférence, voir GOODMAN, 1954. Pour cette citation, voir WEYL, 1940a, p. 690.

60. Un large débat sur la question de l'implication a vu le jour dans les années 1950-1960. Signalons ici quelques références : SELLARS, 1957, BURKS, 1951.

61. Aldo Gargani a amplement traité de ces questions ; signalons, en part. : GARGANI, 1975. Par ailleurs, un cadre problématique allant dans le sens poursuivi ici a été présenté par Charles Alunni dans son habilitation à diriger des recherches, soutenue le 15 novembre 2003 à l'École normale supérieure de Paris, voir Charles ALUNNI, *Tradition-Transmission-Traduction. L'action d'un foncteur universel*, tapuscrit, Paris, École normale supérieure, 2003.

62. WEYL, 1940a, p. 691.

63. WEYL, 1940a, p. 693.

64. WEYL, 1940a, p. 695.

Ce qui signifie que le « peut-être » appartient non seulement à la possibilité mais, surtout, à la nécessité de sa mesure, et que la « nouvelle logique » doit prendre en compte ce fait nouveau. Pour l'espace compris de manière topologique, cela implique que :

> « *Because of the inevitable vagueness of localization in a continuum, the logic of predicates or sets, of which the reader was reminded in section I, is of doubtful application if the space w is a continuum, in particular for the phase space of a physical system. Aristotle in discussing Zeno's paradox remarks : "The movement does not move by counting […]. By dividing the continuous line into two halves one takes the one point for two ; one makes it both beginning and end. But if one divides in this manner, neither the line nor the motion are any longer continuous", and he concludes significantly : "In the continuous there is indeed an unlimited number of halves, but only potentially, non actually"* [65]. »

Weyl met ensuite l'accent sur une question importante qui engage de vastes problématiques, essentiellement liée au formalisme hilbertien et qui imprime une inflexion vers l'intuition dans la formation axiomatique de la logique. Il écrit :

> « *Hilbert's formulas consist of four kinds of symbols : constants (like 0, I), variables (x, y…), operators (like the logical operators ~, ∩, ∪ or the arithmetical operators +, *), quantifiers. The most important quantifiers are "any" (x) and "there is" (∃x). The formulas (x)U(x), (∃x)U(x) correspond to the propositions "U(x) holds for all x", and "There is an x for which U(x) holds". The quantifiers bear a variable x as index, and "bind" that variable in the whole following formula U(x). An exact description is given of the way in which the symbols combine to form formulas. A formula without free variables may be called a closed formula ; in our mathematical game they correspond roughly to individuals or individual propositions. Let b be a closed formula and U a formula which contains only one free variable x. We denote by U(b) the closed formula arising from U if one replaces the variable x wherever it occurs free, by the whole expression b. Hilbert and von Neumann maintain the table CT in the sense that its rules furnish axioms if one takes for a, b, c, any closed formulas. About quantifier (x) they first stipulate the rule*
>
> $$(x)U \rightarrow U(b)$$
>
> « *with the notation just explained. In order to make possible conclusions resulting in a "general" statement (x)U, Hilbert is bold enough to combine the ideas of "any" and "there is" with Zermelo's axiom of choice by inventing a quantifier ρx, called representative. The idea is that a predicate U will hold for any individual x if it holds for representative ρxU of U. Or, translated into an axiomatic rule with the same notations as before :*
>
> $$U(\rho\, x\, U) \rightarrow (x)U$$
>
> « *Similarly for existence. The syllogism (F) remains the only rule of inference. We are now very far from claiming the rules in Table CT as universal truths which have a crystal-clear significance and are indubitably true irrespective of the propositions a, b, c and the field of reality with which they deal. But we incorporate them, together with the*

65. WEYL, 1940a, p. 697-698.

"transcendental" logical axioms (12), (13), as an intrinsic part into the symbolic edifice of mathematics. As soon as we argue "mathematically" about the consistency of the whole system, our reasoning is not governed by the axioms but by sheer evidence[66]. »

En conclusion, nous dirons que notre analyse a permis de dégager certains points théoriques fondamentaux qui constituent les véritables nœuds interprétatifs de la pensée de Weyl. Ces points nodaux sont les suivants : une « axiomatique logico-transcendantale » ; une structure symbolico-formelle fondée sur des bases logico-modales transcendantales ; un continu caractérisé par une métrique définie pas à pas[67]. Ils représentent les pilastres d'un choix tout autre qu'escompté : un choix *maverik*.

Demetrio RIA[*]
(juin 2003).
Traduit de l'italien par Charles Alunni.

66. WEYL, 1940a, p. 702-703.

67. À ce sujet, on peut rapporter les propos de POPPER, 1979, p. 140 : « On peut dès lors répéter ici ce qui a été déclaré précédemment (et en accord avec Kant, Reininger, Born, et surtout Weyl) : l'objectivité de la science s'acquiert nécessairement au prix de sa relativité (et celui qui veut l'absolu n'a plus qu'à aller le chercher du côté de la subjectivité). »

* Docteur en histoire de la philosophie, Dipartimento di filologia classica e di scienze filosofiche de l'université de Lecce (Italie), mes recherches portent principalement sur la philosophie de la mathématique et de la physique et sur la pensée d'Hermann Weyl. Le présent travail constitue une synthèse de mon doctorat de recherche intitulé *L'Unité physico-mathématique dans la pensée épistémologique d'Hermann Weyl*. Ce mémoire fut achevé en juin 2003. Je me dois de remercier Charles Alunni qui, à cette occasion, comme pour cet article, m'a beaucoup aidé par sa discussion de la plupart des thèses présentées ; ses très nombreuses suggestions se sont avérées extrêmement précieuses. Je saisis l'occasion pour remercier également Mario Castellana qui m'a soutenu dans ce travail, non seulement par sa grande compétence, mais en faisant preuve de beaucoup de patience ; c'est à lui que je dois ce travail et c'est à lui que je le dédie. Imprécisions, erreurs ou imperfections ne sauraient relever que de ma seule responsabilité.

LISTE DES RÉFÉRENCES

ALUNNI (Charles), 1999, « Relativités et puissances spectrales chez Gaston Bachelard », *Revue de synthèse*, 4e sér., *1*, janv.-mars, p. 73-110.

AMBROSE (Alice), 1933, « A controversy in the logic of mathematics », *The Philosophical Review*, *42*, p. 594-611.

BERGMANN (Gabriel), 1954, *The Metaphysics of logical positivism*, 1re éd. New York, 2e éd. Madison, The University of Wisconsin Press, 1967.

BETH (Willem Evert), 1963, *I Fondamenti logici della matematica*, dir. Ettore CASARI, Milan, Feltrinelli.

BLACK (Max), 1933, *The Nature of mathematics. A critical survey*, Londres, Routledge & Kegan Paul.

BOTTAZZINI (Umberto), FREGUGLIA (Paolo) et TOTI RIGATELLI (Laura), 1992, *Fonti per la storia della Matematica*, Florence, Nuova Italia.

BURKS (Arthur Walter), 1951, « The logic of causal propositions », *Mind*, *60*, p. 263-282, trad. ital. *in* PIZZI (Claudio), dir., 1978, p. 181-203.

CANTELLI (Gianfranco), dir., 1958, *La Disputa Leibniz-Newton sull'analisi*, Turin, Boringhieri.

CASTELLANA (Mario), 1990, « Alle origini della "nuova epistemologia" », *Il Protagora*, *17-18*, p. 15-102.

CAVAILLÈS (Jean), 1938, *Méthode axiomatique et formalisme*, Paris, Hermann.

CAVAILLÈS (J.), 1994, *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris, Hermann.

CELLUCCI (Carlo), dir., 1978, *Il Paradiso di Cantor. Il dibattito sui fondamenti della teoria degli insiemi*, Naples, Bibliopolis.

CHANDRASEKHARAN (Komaravolu), éd., 1968, *Gesammelte Abhandlungen Hermann Weyl*, Berlin/Heidelberg/New York, Springer, 4 vol. (dans les notes, cette référence au recueil des œuvres weyliennes est indiquée par le sigle *G. A.*).

CHOMSKY (Noam), 1970, *Saggi linguistici*, vol. II, Turin, Boringhieri.

CORSANO (Antonio), 2000, *G. W. Leibniz*, Galatina, Congedo.

DEDEKIND (Richard), 1872, *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Braunschweig, Vieweg, également *in* DEDEKIND, 1931, vol. III, p. 315-334 ; trad. ital., *Continuità e numeri irrazionali*, dir. ZARISKI (Oscar), Rome, Stock, 1926.

DEDEKIND (R.), 1888, *Was sind und was sollen die Zahlen ?*, Braunschweig, Vieweg & Sohn, également *in* DEDEKIND, 1931, vol. III, p. 335-391 ; trad. ital. *Che cosa sono e a cosa servono i numeri*, *in* ID., *Scritti sui fondamenti della matematica*, dir. GANA (Francesco), Naples, Bibliopolis, 1992, § 5, définition n° 64 ; trad. franç. de Jacques MILLER et Hourya SINACEUR, *Les Nombres. Que sont-ils et à quoi servent-ils ?*, Paris, Ornicar, 1979.

DEDEKIND (R.), 1931, *Gesammelte mathematische Werke*, dir. NOETHER (Emmy) *et al.*, Brunswick, Vieweg.

EINSTEIN (Albert), 1964, *La Théorie de la relativité restreinte et générale. Exposé élémentaire. La relativité et le problème de l'espace*, trad. franç. de l'allemand Maurice SOLOVINE, Paris, Gauthier-Villars, p. 149-176.

ENRIQUÈS (Federigo), 1906, *I Problemi della scienza*, Bologne, Zanichelli.

FULTON (Thomas), ROHRLICH (Frank) et WITTEN (Louis), 1962, « Conformal invariance in physics », *Review of Modern Physics*, vol. XXXI, juil., p. 442-457.

GALOIS (Évariste), 2000, *Scritti matematici,* dir. TOTI RIGATELLI (Laura), Turin, Boringhieri.
GARGANI (Aldo), 1975, *Il Sapere senza fondamenti*, Turin, Einaudi.
GEYMONAT (Ludovico), 1976, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, vol. IX, Milan, Garzanti.
GOODMAN (Nelson), 1954, *Fact, fiction and forecast*, Cambridge, Harvard University Press, trad. ital., *Fatt, ipotesi e previsioni*, Rome/Bari, Laterza, 1985, trad. franç. de Pierre JACOB, *Faits, fictions et prédictions*, Paris, Minuit, 1985.
KANT (Emmanuel), 1971, *Critique de la raison pure*, trad. franç. André TREMESAYGUES et Bernard PACAUD, Paris, Presses universitaires de France.
KNOBLOCH (Eberhard), 1973, *Die mathematischen Studien von G. W. Leibniz zur Kombinatorik*, Wiesbaden, Franz Steiner Verlag (Studia Leibnitiana Supplementa, vol. XI).
MACCOLL (Hugh), 1906, *Symbolic Logic and his applications*, Londres, Longmans.
NOTTALE (Laurent), 1992, « The theory of scale relativity », *International Journal of Modern Physics* A, vol. VII, *20*, p. 4899-4936.
NOTTALE (L.), 1999, « The scale-relativity program », *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. X, *2-3*, p. 459-468.
NOTTALE (Laurent), CÉLÉRIER (Marie-Noëlle) et LEHNER (Thierry), [submitted for publication], *Gauge field theory in scale relativity*, <arXiv:hep-th/0307093>.
PEIRCE (Charles Sanders), 1897, « The Logic of relatives », *The Monist*, *7*, p. 161-217.
PIZZI (Claudio), dir., 1978, *Leggi di natura, modalità, ipotesi. La logica del ragionamento contrafattuale*, Milan, Feltrinelli.
POPPER (Karl Raimund), 1979, *Die Beiden Grundprobleme der Erkenntnistheorie*, Tübingen, Mohr, ici trad. franç. de Christian BONNET, *Les Deux Problèmes fondamentaux de la théorie de la connaissance*, Paris, Hermann, 1999.
RIA (Demetrio), 2005, *L'Unità fisico-matematica nel pensiero epistemologico di Hermann Weyl*, Galatina, Congedo.
RUSSELL (Bertrand), 1908, « Mathematical logic as based on the theory of types », *American Journal of Mathematics*, *30*, p. 222-262.
RUSSELL (B.), 1962, *Logic and knowledge. Essays 1901-1950*, 1re éd. Londres, Allen & Unwin, 1956, ici trad. ital., ID., *Logica e conoscenza. Saggi 1901-1950*, Milan, Longanesi.
SCHILPP (Paul Arthur), dir., 1949, *Einstein Philosopher-Scientist*, New York, Tudor.
SCHOLZ (Erhard), 1994, « Hermann Weyl's contribution to geometry, 1917-1923 », *in* ID., *The Intersection of history and mathematics*, Bâle, Birkhäuser, p. 203-230.
SCHOLZ (E.), 1999, « Weyl and the theory of connections », *in* GRAY (Jeremy), dir., *The Symbolical Universe. Geometry and physics, 1890-1930*, Oxford, Oxford University Press, p. 260-294.
SCHOLZ (E.), éd., 2001, *Hermann Weyl's* Raum, Zeit, Materie *and a general introduction to his scientific work*, Bâle, Birkhäuser.
SCHOLZ (E.), 2004, « Hermann Weyl's analysis of the "problem of space" and the origin of gauge structures », *Science in Context*, *17*, p. 165-197.
SCHRÖDER (Ernest), 1890-1895, *Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik)*, Leipzig, Teubner, 3 vol.
SELLARS (Wilfrid), 1957, « Counterfactuals, dispositions, and the causal modalities », *in* FEIGL (Hendrik), SCRIVEN (Martin) et MAXWELL (George), éd., *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, vol. II, Minneapolis, MN, University of Minnesota Press, p. 225-308, trad. ital. *in* PIZZI (Claudio), dir., 1978, p. 130-155.
SHEARMAN (Arthur), 1906, *The Development of symbolic logic. A critical-historical study of the logical calculus*, Londres, William and Nortage.
WEYL (Hermann), 1918, *Raum, Zeit, Materie*, Berlin, Springer.
WEYL (H.), 1920, « Axiomatic versus Constructive procedures in mathematics », publication posthume sous la dir. de Tito TONIETTI, *The Mathematical Intelligencer*, vol. VII, *4*, 1985, p. 10-17.

WEYL (H.), 1929, « Consistency in mathematics », *The Rice Institute Pamphlet*, *16*, p. 245-265, ici in *G. A.*, vol. III, p. 150-169.

WEYL (H.), 1940a, « The ghost of modality », *in* FARBER (Marvin), éd., *Philosophical essays in memory of Edmund Husserl*, Cambridge, MA, Harvard University Press, p. 278-303, ici in *G. A.*, vol. III, p. 684-709.

WEYL (H.), 1940b, « The mathematical way of thinking », *Science*, *92*, p. 437-446, ici in *G. A.*, vol. III, p. 710-718.

WEYL (H.), 1946, « Mathematics and Logic. A brief survey serving as a preface to a review of *The Philosophy of Bertrand Russell* », *The American Mathematical Monthly*, *53*, p. 2-13.

WEYL (H.), 1967, *Filosofia della matematica e delle scienze naturali*, trad. ital. Alfonso CARACCIOLO DI FORINO, Turin, Boringhieri.

WEYL (H.), 1994, *Le Continu et autres écrits*, notes introductives et trad. de Jean LARGEAULT, Paris, Vrin (Mathesis).

WHITEHEAD (Alfred North), 1920, *Le Concept de nature*, ici trad. franç. de Jean DOUCHEMENT, Paris, Vrin, 1998.

ZERMELO (Ernst), 1908, « Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I », *Mathematische Annalen*, vol. LXV, p. 261-281.