MATHÉMATIQUES

Jules Vuillemin, *Mathématiques pythagoriciennes et platoniciennes*. Prés. Roshdi Rashed. Paris, Albert Blanchard, 2001. 16 × 24, viii-152 p., bibliogr. (Sciences de l'homme).

Quels sont les rapports entre certains concepts fondateurs de la philosophie platonicienne et les mathématiques héritées du pythagorisme ? Telle est la question à laquelle Jules Vuillemin répond dans les cinq études, à la fois de démonstration mathématique, de logique et de conceptualisation philosophique, qui composent cet ouvrage.

La première étude est consacrée à la méthode du pair et de l'impair et à la division des nombres en puissances de facteurs premiers. Les pythagoriciens fondant la classification des entiers naturels sur la seule opposition du pair et de l'impair, la décomposition en facteurs premiers est chronologiquement postérieure à cette distinction. En définissant l'opération « multiplication » selon le pair et l'impair – IMP × IMP = IMP, et tous les autres cas = P – on est conduit à une classification des entiers naturels. La répartition des carrés introduit ensuite une division plus fine des facteurs pairs, ce qui produit la démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. C'est l'origine de la méthode dichotomique de division qu'utilise Platon. Or, de la dichotomie, forme la plus simple de la division, relève l'étude des rapports, et par conséquent des moyennes et de l'égalité de ces rapports. Il s'agit de l'analyse des genres ou idées, ce que nous appelons l'analyse logique.

Deux objections peuvent être soulevées par cette reconstruction de l'analyse platonicienne. La première, d'ordre mathématique, porte sur l'exhaustivité de cette analyse, la seconde, d'ordre historique, suggère qu'une démonstration exhaustive pourrait supposer des théorèmes euclidiens postérieurs à Platon. Or, la proposition « tout nombre admet une décomposition unique en une puissance de 2 et un facteur impair » est démontrable dans toute sa généralité sans utiliser des méthodes anachroniques. On peut analyser de même et en général le théorème de la décomposition unique en facteurs premiers.

Cependant, l'algorithme de dichotomie soulève une difficulté : la dichotomie est en effet une division incomplète puisqu'elle ne dissocie pas les facteurs impairs d'un nombre composé impair – soit les facteurs premiers diviseurs éventuels d'un nombre de la forme $2n + 1$. La dichotomie ne peut dès lors épuiser le continu. Tout nombre, pair ou impair, est fini ; s'il est pair, il n'est susceptible que d'un nombre fini de divisions par 2 ; donc la dichotomie, qui suppose un nombre indéfini de divisions par 2, ne peut porter que sur des grandeurs géométriques, et elle est dépourvue de sens arithmétique. Cette conclusion est inévitable tant que, au principe des nombres, on ne fait pas de place à un ensemble ou à plusieurs ensembles infinis. Les pythagoriciens font dès lors usage d'ensembles infinis dans les définitions des progressions et dans leur tableau des nombres polygones. Pour construire ce tableau, le premier ensemble qu'ils utilisent est celui des entiers naturels positifs, le second celui des nombres triangles.

La deuxième étude est très logiquement celle des nombres triangles et des nombres polygones. L'arithmétique pythagoricienne présente une hiérarchie d'algorithmes. Elle construit des définitions par récurrence nommées *gnomons*, présentées sous forme de tableaux à double entrée d'où l'on déduit des algorithmes, par exemple afin de passer des nombres triangles – progression arithmétique de raison constamment croissante $n + 1$ à partir de 1 (la première ligne du tableau comprend les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 ; la deuxième ligne, les nombres 2, 3, 4, 5, 6, 7 (raison 1) ; la troisième ligne, les nombres 4, 5, 6, 7, 8, 9 (raison 2) ; la quatrième ligne, les nombres 7, 8, 9, 10, 11, 12 (raison 3), etc.) – aux nombres carrés – progression arithmétique de raison constamment croissante $n + 2$, à partir de 2 (la première ligne du tableau comprend les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 ; la deuxième ligne, les nombres 3, 4, 5, 6, 7, 8 (raison 2) ; la troisième ligne, les nombres 7, 8, 9, 10, 11, 12 (raison 4) ; la quatrième ligne, les nombres 13, 14, 15, 16, 17, 18 (raison 6), etc.). On forme ainsi les nombres polygones, à savoir pentagones, hexagones, etc.

Cette étude conclut sur la méthode de classification des nombres polygones et sur une démonstration constructive de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Vuillemin fait notamment allusion à une importante postérité de ces algorithmes arithmétiques : la construction du célèbre triangle de Pascal qui, il le rappelle, donne, entre autres, les coefficients du binôme de Newton, si utiles dans le calcul des probabilités.

À quoi pouvaient servir les nombres triangles des pythagoriciens ? Telle est la question qui suscite la troisième étude. Comme on vient de le voir, les nombres triangles forment la première classe des nombres polygones et fournissent les éléments qui composent les carrés. Deux conséquences en résultent : une loi spécifique de formation des carrés et le principe d'appartenance universelle et exclusive de ces nombres aux impairs ou aux pairs. Ainsi les nombres triangles ont servi à établir les deux lois fondamentales des fractions continues, à dégager les lois qui déterminent les formes légitimes de l'équation d'approximation de $\sqrt{2}$, et à fixer l'ordre périodique de ces formes. Platon semble s'en être souvenu, dans le *Parménide*, lors de la discussion de la « seconde hypothèse », à savoir « si l'un est ». Cette hypothèse a pour conséquence que, de l'un qui est, on peut affirmer tout et son contraire, ce qui conduit à remettre en question le monisme parménidien et à s'interroger sur le « mode d'être » du non-être.

La quatrième étude, « Philosophie de la connaissance », porte sur la section de la ligne que Platon présente dans le sixième Livre de la *République*. Vuillemin conteste l'interprétation traditionnelle du texte – élaborée dans les termes d'une proportionnalité qui conduit à égaliser les choses sensibles et les objets mathématiques qui occupent respectivement le rang supérieur des sensibles et le rang inférieur des intelligibles – en en montrant l'invraisemblance et en lui substituant une interprétation dans les termes de la section d'or, rapport réellement, ou intrinsèquement, irrationnel puisque, multiplié par lui-même, il ne devient pas rationnel comme $\sqrt{2}$ ($a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Son inverse, $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, parfois appelé « nombre d'or », a pour développement 1, 1, 1, 1… en fractions continues, et pour réduites les rationnelles $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}$, etc.). Cette hiérarchie des irrationnelles sert de modèle à la hiérarchie des modes d'être caractéristiques de la philosophie platonicienne, deux modes extrêmes étant relatifs au même mode intermédiaire qui leur sert de moyen terme. Platon maintient le primat pythagoricien de l'arithmétique, la sienne étant faite de propositions idéales, en ce sens que la « limite » du développement d'une irrationnelle en fractions continues préexiste à sa construction terme à terme et la rend possible. La hiérarchie irréductible des irrationnelles est ainsi appelée à témoigner de la réalité préalable de l'idéal. L'analyse de la ligne montre donc qu'un modèle mathématique est destiné à fournir une image définie et quantitative d'un « rapport » entre être, non-être, et le moyen terme entre ces extrêmes.

Quelle est la plausibilité historique d'une telle interprétation ? La section de la ligne fournirait un témoignage platonicien manquant, propre à justifier le commentaire de Proclus et à éclairer l'intérêt de Platon pour les premières Propositions qui constituent maintenant le début du Livre XIII des *Éléments* d'Euclide. Cela nous introduit à l'intelligence de l'un des concepts les plus fondamentaux de la philosophie de Platon, celui d'intermédiaire, le moyen terme indiquant à la raison d'aller au-delà de la seule considération des termes extrêmes.

La cinquième étude est consacrée aux modèles mathématiques de la méthode de division platonicienne. Elle exige une preuve d'incommensurabilité entre grands, moyens et petits termes de chaque division. Dans le *Sophiste* et dans la *Politique*, la division de la ligne évolue en figure d'approximation : c'est la thèse de l'excès et du défaut. Platon suppose deux principes des nombres, l'un matériel, la dyade indéfinie, l'autre formel, l'un. Au fur et à mesure que l'on progresse dans l'approximation, on voit apparaître un excès lorsque n est impair et un défaut quand n est pair.

Les deux dialogues tentent alors de rendre compte de l'apparence et de l'approximation. Deux modèles mathématiques orientent le philosophe : d'une part, une théorie primitive des ensembles, héritée du pythagorisme et associée aux arbres classificatoires pour démontrer par l'absurde l'existence des irrationnelles, d'autre part, le futur algorithme euclidien pour construire leur approximation. Ainsi, le *Sophiste* et le *Politique* nous éclairent sur les nombres idéaux et les grandeurs idéales. Deux questions différentes y sont imbriquées : celle des rapports entre algorithmes et continuité et celle des rapports entre ensembles infinis et algorithmes d'approximation.

Une première conséquence philosophique de ces modèles mathématiques consiste en la distinction de l'être et de l'apparence, équivalant à renoncer au monisme parménidien puisque l'on accorde que, en quelque façon, le non-être est. Une seconde conséquence établit la distinction entre cité de Dieu et cité des hommes. Des principes du gouvernement idéal, valables pour les hommes tels qu'ils devraient être, on passe aux principes du gouvernement le meilleur, compatible avec les hommes tels qu'ils sont, ce qui rend possible la définition des régimes constitutionnels. La succession de ces deux thèses s'illustre dans la subordination – dans le *Sophiste* et le *Politique* – de la méthode de division canonique utilisée dans la *République*, à la méthode d'approximation par excès et défaut. Comprendre logiquement, c'est donc classer ou diviser, c'est mettre en rapport, ce rapport admettant une définition finie ou infinie. Vuillemin ne manque pas de souligner l'inadéquation des modèles platoniciens. Le mathématicien peut certes statuer sur le vrai, le faux et l'indécidable, mais non sur l'apparence, et encore moins sur le bien. Le Souverain Bien platonicien, tel qu'il est présenté dans le septième Livre de la *République*, se situe en effet au-delà de l'essence ; il est donc également au-delà de la définition et du rapport.

Cet ouvrage d'une très haute tenue est appelé à devenir un classique de l'histoire intellectuelle. Les rapports entre mathématiques et philosophie y sont remarquablement mis en lumière, suivant une démarche qui conduit pas à pas le lecteur de l'étude des démonstrations antiques à la conceptualisation platonicienne telle qu'elle en devait nécessairement résulter.

Jean-Marc ROHRBASSER

Claude IMBERT, *Pour une histoire de la logique. Un héritage platonicien*. Paris, Presses universitaires de France, 1999. 15 × 21,5, 304 p. (Science, histoire et société).

Sans la rupture frégéenne, nous pourrions encore penser avec Kant que l'histoire de la logique n'est depuis Aristote qu'une question de formulation. En ce sens, cette histoire commence avec Gottlob Frege, et c'est de ce point de vue rétrospectif que l'ouvrage de Claude Imbert prend le parti de l'explorer, en l'articulant autour de Frege et de ses interlocuteurs (ainsi l'auteur peut passer sous silence les critiques de la logique kantienne antérieures à Frege).

Ainsi le parcours débute en fait au chapitre VI, sur les implications que cette rupture a pour l'écriture même d'une histoire de la logique. Il est impossible de prendre la logique comme un objet autonome et d'user librement de transcriptions modernes, comme on le fait aujourd'hui (par exemple, *La Logique et son histoire*, de Robert Blanché et Jacques Dubucs, Paris, Armand Colin, 1996), dans la lignée de W. C. et Martha Kneale (*The Development of logic*, Oxford, Clarendon Press, 1962). D'une part, le fait qu'il y ait des représentations rivales de la syllogistique (Jan Lukasiewicz, Gilles-Gaston Granger, et Willard Van Orman Quine, *Methods* *of logic*, Londres, Routledge & Kegan Paul, 1952) montre qu'elles sont toutes inadéquates. D'autre part, la logique des Anciens présente trois caractères absents des logiques post-frégéennes, lesquels sont autant de facteurs d'opacité référentielle au sens de Quine : l'absence de substitution *salva denotatione*, la non-vérifonctionnalité du syllogisme, et le « caractère épistémique des propositions » (chaque énoncé serait à la fois « A est B » et « je déclare que A est B »). Ce dernier point est le cœur de l'argument : toutes les logiques anciennes sont fondées dans la perception, et sont conçues comme des imitations des liens réels des choses. Si les historiens de la logique retrouvent chez les Anciens la logique des Modernes, c'est parce qu'ils en excluent par principe ce qui est exclu de la logique moderne, par exemple la théorie stoïcienne de la représentation.

La rupture frégéenne prend donc la figure d'une « différence de principe » entre les logiques « intentionnelles » (réglées sur le réel perçu, « phénoménologies ») et « extensionnelles » (« langues formulaires »). Les historiens de la logique héritent leur méthode, via Heinrich Scholz et Jan Lukasiewicz, d'une époque qui tentait de l'effacer, au nom de l'idéal d'une langue unique de la science (Bertrand Russell, les positivistes, Willard V. O. Quine). L'auteur affirme au contraire que « le choix d'un formalisme est toujours second » (p. 94), et qu'en conséquence, « si l'histoire de la logique a quelque contenu ce sera de comprendre la genèse de cette grammaire prédicative de surface [la logique phénoménologique des Anciens], puis sa régression vers ce que l'on appellerait, à un aussi juste titre, élémentaire, fondamental ou archaïque » (p. 202).

Une histoire du réalisme se dessine ainsi à travers l'histoire de la logique. L'attention se porte alors sur Platon plutôt que sur Aristote. Les chapitres I et II montrent comment s'opère, dans son œuvre, la solution du hiatus entre la raison humaine des sophistes et la raison divine ou physique des présocratiques, en projetant cette dernière dans le discours (la « seconde navigation », ou seconde voie de recherche, du *Phédon*), plus précisément dans l'énoncé (« Théétète est assis »). Le *logos* devient porteur, de Platon jusqu'à Quine, d'une « promesse de réalisme » (p. 82). C'est l'origine d'un processus de naturalisation et de subjectivisation : d'une part, le langage est une image de la nature, et les prédicats sont communs à la nature et aux choses humaines et, d'autre part, l'individu est figuré dans l'extériorité du discours qui peut être le dialogue, mais aussi le discours décontextualisé du traité, annoncé dans les dialogues (chap. I). Les discours de Platon sur les livres (chap. II) montrent que l'« équation entre la pensée, les choses et les dires » (p. 87) donne le plan d'une encyclopédie idéale, qui aurait intégré les livres auxquels l'éclatement du système platonicien a finalement donné lieu : livres d'histoires (humaines et naturelles), de philosophie, et de conversion morale.

La notion stoïcienne de *phantasia logiké* (« représentation rationnelle », énoncé et perception à la fois) montre (chap. III) comment l'inférence s'articule sur la réalité perçue : la première prémisse ou lemme est une consécution physique (« Si le premier le second »), la seconde ou prolepse est une perception (« le premier »). La dialectique assure la conformité des représentations, physiquement transmises par le discours, à leur source perceptive.

Les chapitres IV et V insèrent l'œuvre logique de Frege dans cette histoire longue, au croisement de deux forces : le langage de la fonction mathématique, né avec Galilée, et la quête platonicienne d'un langage qui reflète le vrai (chez Frege, un langage de la pensée pure). La vraie lucidité de Frege ne fut pas de reconnaître l'antinomie de Russell, mais d'abandonner le projet d'une langue unique du réalisme (scientifique et humain), temporairement accompli par les cartésiens et Kant, et poursuivi en vain par Russell puis Quine. Il n'y a de « crise de la raison » husserlienne qu'à l'aune de ce projet, l'auteur diagnostiquant notre actualité comme étant celle d'une « raison laïcisée », qui « apparaît désormais comme le prisme de nos langages disjoints » (p. 165), libérée de la nécessité de la catégorie kantienne, et de l'adéquation des « phénoménologies » antiques.

Les chapitres suivants tirent la leçon de la rupture frégéenne. Le chapitre VII voit dans l'organisation de l'*Encyclopédie* de d'Alembert, que lui-même concevait comme un pis-aller, le modèle réticulaire de ce que sont aujourd'hui nos savoirs ; le « relais » contemporain de la philosophie première consistant dans la construction de cette structure. Le chapitre IX cherche, à travers le thème de la réforme de l'entendement, les raisons de la séparation de l'éthique et de la physique dans la philosophie moderne. Le chapitre X voit dans la maturation parallèle des œuvres de Ludwig Wittgenstein et de Maurice Merleau-Ponty, avec l'abandon du mutisme d'un côté, de la perception de l'autre, l'effacement d'un réalisme classique au profit d'une philosophie qui renoue avec la stylistique pour explorer les limites fluctuantes de la parole : le chiasme de Merleau-Ponty et les jeux de langage de Wittgenstein.

L'ouvrage se compose d'études distinctes, ce qui ne va pas sans quelques répétitions (chap. IV et V par exemple), mais permet une lecture indépendante des chapitres, même si certains passages sont trop rapides pour être compris isolément, par exemple ceux sur Kant, dont l'interprétation n'est explicitée que dans les derniers chapitres (chap. VIII et X). L'introduction cherche à lier les différentes études, mais, ne pouvant qu'évoquer leur contenu, elle doit plutôt être lue en dernier, et aurait gagné à être une conclusion.

Les questions centrales soulevées et les thèses fortes de l'auteur suscitent, bien sûr, quelques objections. Aux arguments du chapitre VI, on peut rétorquer que les Anciens n'abordaient tout simplement pas la question de la substitution *salva denotatione* (peut-on remplacer Cicéron par Tullius dans tous les contextes ?), que le pendant moderne de l'inférence n'est pas l'implication matérielle mais l'inférence valide, sans perte de la vérifonctionnalité, et que l'auteur ne dit pas comment introduire concrètement le « caractère épistémique » des énoncés dans la logique des Anciens, sans invalider tous les syllogismes.

En outre, la prise en compte de la théorie stoïcienne de la représentation dans leur logique permet d'en expliquer certaines contraintes (que le lemme exprime une nécessité, qu'il y ait deux prémisses), mais pas toutes (pourquoi cinq tropes indémontrables ?) ; en particulier, pourquoi Chrysippe se sentirait-il obligé de *prouver* que « si le premier alors le premier, mais le premier, donc le premier » ? Si le but du syllogisme est de suppléer la perception, celui-ci, qui la présuppose pour la démontrer, n'a pas d'intérêt.

Enfin le chapitre VIII soutient que, faute de comprendre la portée de la rupture frégéenne, les sciences cognitives s'épuisent en vain dans la recherche d'une description adéquate de l'intelligence. Leurs modèles, construits sur la base de la logique « extensionnelle », sont hétérogènes à notre intelligence, qui s'exprime dans les langues naturelles. Outre diverses questions, comme par exemple celle de viser des concepts qui ne relèvent que de la philosophie des mathématiques (la preuve), sans mentionner ceux de la philosophie de la connaissance, où l'on parle d'intention, de référence, etc., ce chapitre pose un problème plus général : d'un côté, l'auteur attribue aux sciences cognitives un projet d'adéquation, irréalisable, mais de l'autre, elle leur assigne un domaine propre parce que adéquat, l'intelligence artificielle, endossant elle-même l'épistémologie qu'elle prétend rejeter (parallèlement, son rejet de la grammaire générative montre qu'elle réserve les études de la langue naturelle aux études *en* langue naturelle, celles de Wittgenstein et de Merleau-Ponty), au lieu de faire crédit aux sciences cognitives, comme aux historiens de la logique, de chercher à exporter des méthodes, tâche en laquelle elle voit pourtant elle-même, comme elle le dit au chapitre VII, le présent de la philosophie.

Julien DUTANT

Jean-Michel COUNET, *Mathématiques et dialectique chez Nicolas de Cuse*. Paris, Vrin, 2000. 16 × 24, 457 p., bibliogr., index (Études de philosophie médiévale, LXXX).

Nous devons à Ernst Cassirer d'avoir fait connaître dans *Individuum und Kosmos* la place essentielle de Nicolas de Cuse, né il y a six siècles, au seuil de la Renaissance ; c'est lui qui introduit l'infini non seulement dans l'univers, mais aussi dans le processus de la connaissance. Mais l'apport du Cusain ne se réduit-il qu'à une avancée épistémologique ? Jean-Michel Counet, dans sa thèse *Mathématiques et dialectique chez Nicolas de Cuse* publiée chez Vrin, nous montre dans l'œuvre du Cusain une authentique métaphysique, construite sur le principe de la coïncidence des opposés.

Pour nous exposer l'ampleur de cette métaphysique, l'auteur commence par mettre en évidence deux influences déterminantes, celle de la dialectique platonicienne dans laquelle, on le sait, les mathématiques jouent un rôle nécessaire, et celle de la théologie de saint Anselme, dans laquelle est pensée l'ascension de l'esprit humain vers le maximum. À cette double influence, Counet joint un propos de maître Eckhart qui distingue trois exemples d'opposition : la matière et la forme, le tout et les parties, la divinité et l'humanité. Ces trois oppositions donnent le plan de l'ouvrage et permettent de couvrir les différents champs d'application de la dialectique cusaine.

Mais avant d'exposer cette dialectique, l'auteur fait le point sur trois expressions propres à la théorie de la connaissance du Cusain : la docte ignorance, la conjecture et la coïncidence des opposés. La docte ignorance est une expérience, celle de l'ignorance à laquelle aboutit l'activité intellectuelle lorsqu'elle entreprend de comprendre l'infini. Cette expérience devient une prescription pour tout théologien qui vise la connaissance de Dieu. Counet reproche à Cassirer d'avoir réduit l'œuvre de Nicolas de Cuse à cette seule docte ignorance, et d'avoir négligé la coïncidence des opposés.

La notion de conjecture est la conséquence d'une position fondamentale : l'esprit humain ne pourra jamais atteindre la connaissance de Dieu avec exactitude. Dans le *De conjecturis*, la conjecture est le principe d'une méthode générale d'investigation du réel. Elle s'oppose à la certitude parce qu'elle porte sur le multiple, et elle s'oppose à la connaissance directe parce qu'elle procède par des médiations, des signes. Par la conjecture, l'esprit humain s'assimile aux objets de la connaissance en produisant des notions analogues. Plus il approfondit sa connaissance, plus l'esprit s'approche de l'objet sans jamais atteindre la précision absolue. L'esprit cherche à connaître par des proportions continues. C'est pourquoi le nombre est la première des conjectures de l'esprit.

La coïncidence des opposés, dont Nicolas de Cuse dit qu'il a eu la révélation à son retour de Grèce, est un principe qui lui permet de développer une nouvelle logique, une logique anti-aristotélicienne, mais dont il faut bien délimiter le champ de validité. L'auteur considère que la coïncidence des opposés a une structure trinitaire, qu'elle doit être différenciée dans trois usages. Dans le domaine des connaissances qui relèvent de la raison, c'est-à-dire sur les objets finis, Nicolas de Cuse conserve le principe de non-contradiction. Dans le domaine qui relève de l'intellect, c'est-à-dire la notion de totalité, équivalente de l'univers, il pratique la conjonction des opposés. Dans cette conjonction, les opposés restent opposés sans disparaître. Enfin, dans le domaine du divin, c'est-à-dire l'infinité, se réalise vraiment la coïncidence des opposés.

La dialectique de la matière et de la forme est étudiée à partir de l'esthétique de Nicolas de Cuse. Il s'agit notamment de la symbolique de la lumière : la lumière de l'esprit rend visibles les objets sensibles. Puis, on retrouve cette dialectique dans la définition de Dieu comme « forme des formes », expression qui parcourt tout le Moyen Âge depuis Plotin jusqu'aux Chartrains. L'auteur reprend en détail ce que le Cusain doit à Thierry de Chartres : la « *forma essendi* » et l' « *universitas rerum* ». Entre les réalités empiriques et la forme absolue qu'est Dieu, on trouve les fameuses figures géométriques exposées dans le *De docta ignorantia*, I, 12 et I, 13, qui font entrevoir comment la forme infinie qu'est Dieu est présente dans le fini. Dans le domaine de la géométrie symbolique, les apports du Cusain sont vraiment originaux.

La dialectique du tout et des parties est exposée à partir de sa cosmologie. Dieu a créé l'univers, mais comment penser la relation de l'être divin à la diversité de l'univers ? Ni émanation, ni participation, cette relation est pensée sur le modèle arithmétique du rapport de l'unité et des nombres. Comme tout nombre est une unité contractée par la multiplicité, l'univers est la contraction du maximum qu'est Dieu. Cette définition théologique de l'univers entraîne l'affirmation de son infinité (la sphère infinie dont le centre est partout et la circonférence nulle part), ainsi que des propositions tout à fait modernes : la Terre n'est pas au centre du monde ; la Terre n'est pas immobile ; la Terre est une étoile comme les autres. Dans le domaine cosmologique, le Cusain a opéré une véritable révolution ontologique en faisant des étants non plus des substances, mais des fonctions.

Enfin, la dialectique de la divinité et de l'humanité est exposée à partir de la christologie. Le Christ unit en lui les deux natures, humaine et divine. Dans l'univers, aucune espèce ne parvient à la perfection, c'est-à-dire n'épuise toutes ses virtualités. Mais à supposer qu'un individu actualise en lui toutes les potentialités de son espèce, alors il ne pourrait plus subsister en lui-même ; il devrait subsister en Dieu. Cette hypothèse ne peut se réaliser que dans la nature humaine et s'est réalisée en fait dans le Christ. En lui, les deux natures opposées ne sont pas simplement conjointes comme dans l'univers, mais elles coïncident vraiment, sans séparation ni confusion.

La dialectique, telle que la pratique Nicolas de Cuse, consiste donc à partir d'un contenu de connaissance déterminé pour viser le maximum comme coïncidence des opposés. Ce n'est pas une négation du fini, mais une insertion du fini dans l'infini. Nicolas de Cuse voit dans le Christ la perfection de la nature humaine. Il relie cette conception à l'activité mathématique consistant à effectuer un passage à l'infini des figures géométriques (par exemple, à porter le nombre des côtés d'un polygone régulier à l'infini pour en faire un cercle), la différence entre le Christ et les mathématiques étant que les figures infinies n'existent pas : au moment où la coïncidence du polygone et du cercle pourrait se faire, les figures s'évanouissent ; alors que dans le Christ, l'humanité et la divinité coïncident réellement. Les mathématiques sont l'activité humaine par laquelle se laisse toucher mais non saisir le mystère de l'Incarnation.

Les pages techniques consacrées aux recherches mathématiques du Cusain sur la quadrature du cercle exposent quelques figures tirées de l'édition de Joseph Ehrenfried Hofmann, enrichies du commentaire de Fritz Nagel. Counet reprend la vieille question de savoir si ces recherches anticipent sur le calcul infinitésimal leibnizien, et repère dans les textes la notion platonicienne de ligne insécable, sorte d'indivisible avant la lettre. Il y aurait à reprendre de plus près ce débat que les historiens des mathématiques analysent tout autrement.

Suivant les avertissements de Kurt Flasch (*Die Metaphysik des Einen bei Nikolaus von Kues. Problemgeschichtliche Stellung und systematische Bedeutung*, Leyde, Brill (Studien zur Problemgeschichte der antiken und mittelalterlichen Philosophie, *7*), 1973), l'auteur est attentif aux évolutions de la pensée du Cusain, notamment entre le *De docta ignorantia* et le *De conjecturis*. Parmi les nombreuses reconstitutions de sources, les multiples mises au point conceptuelles et quantité de commentaires éclairants sur des passages difficiles, nous retiendrons deux questions d'interprétation.

D'abord, la lecture hégélienne : parce que la démarche du Cusain est souvent ternaire, que la coïncidence des opposés ressemble à un dépassement dialectique, on a souvent cédé à l'illusion rétrospective d'y voir un précurseur de la dialectique de Hegel. Or, et Counet nous le rappelle, les différences sont multiples et radicales.

Ainsi, la dialectique utilisée par Nicolas de Cuse dans sa recherche mathématique consiste moins à surmonter une opposition par l'invention d'un troisième terme qu'à révéler le rapport déjà établi par Dieu, à savoir une proportion constante allant du minimum au maximum en passant par tous les intermédiaires. Autrement dit, l'essentiel n'est pas dans l'effort de dépassement, de saut vers l'infini, mais il est dans l'annulation des oppositions.

L'auteur se rallie à l'interprétation de Heinrich Rombach (*Substanz, System, Struktur. Die Ontologie des Funktionalismus und der philosophische Hintergrund der modernen Wissenschaft*, Fribourg-Munich, Alber Verlag, 1966, 2 vol.), qui, lui-même, reprend la thèse de Cassirer pour l'approfondir. Selon Cassirer, la modernité se caractérise par le passage de la conceptualité des substances à la conceptualité des fonctions et Nicolas de Cuse représente un maillon essentiel de cette transition. Selon Rombach, Nicolas de Cuse aurait opéré une révolution ontologique en passant d'une ontologie substantialiste à une ontologie fonctionnaliste. Dans l'ontologie substantialiste, les entités matérielles, vivantes, humaines et divines existent de façon autonome, puis entrent en relation les unes avec les autres. Dans l'ontologie fonctionnaliste, il n'y a pas de support substantiel préalable aux relations, mais les relations constituent l'être même des éléments. Le Cusain initierait cette coupure épistémique moderne avec son concept d'univers, exposé au Livre II du *De docta ignorantia*. L'univers est un champ dont les composants (Soleil, Lune, etc.) sont des valeurs aux différents points de l'espace. On trouve la même idée dans le traité *De staticis experimentis* : toute entité physique fait l'objet de mesures, de pesées, de comparaisons ; aucune n'a sa qualité en soi. Toutes les choses composent une harmonie par leurs relations proportionnelles.

Cette interprétation nous paraît convaincante pour la cosmologie du Cusain ; en effet, on peut y lire des anticipations assez nettes du relativisme galiléen : il n'y a pas de centre fixe et unique de l'univers, et la connaissance se définit comme un processus de mesure conduit par le sujet connaissant ; Nicolas de Cuse relie lucidement ces deux dernières propositions. Mais si l'on cherche une vérification de cette hypothèse dans les textes mathématiques, le résultat est beaucoup moins convaincant. Counet montre d'ailleurs que l'ontologie substantialiste subsiste bien chez le Cardinal, notamment dans la façon dont il pense les rapports des créatures à Dieu.

Dans son ouvrage récemment traduit en français, *La Légitimation des temps modernes* (Paris, Nrf Gallimard, 1999), Hans Blumenberg voit dans les recherches de Nicolas de Cuse un effort ultime pour sauver le monde médiéval, effort paradoxal puisqu'il conduit le Cusain à avancer des propositions qui participeront à l'avènement de la modernité, qui dépasseront même les thèses de Copernic. Pour Counet, « Nicolas est le premier penseur moderne parce qu'il mène précisément à son accomplissement le projet du Moyen Âge » (p. 431), projet initié par saint Anselme, à savoir une métaphysique de la finitude.

Jean-Marie Nicolle

Dominique Berlioz, *Berkeley. Un nominalisme réaliste*. Paris, Vrin, 2000. 13,5 × 21,5, 221 p., bibliogr., index (Bibliothèque des philosophies).

Le philosophe irlandais George Berkeley (1685-1753) se présente sous de multiples facettes : théoricien de la vision, polémiste en philosophie des mathématiques, analyste économique, politologue de la sociabilité, et, *last but not least*, défenseur de la célèbre thèse de l'immatérialisme. Dominique Berlioz, après nous avoir rappelé la vie et les œuvres de ce « polyphilosophe » ainsi que leur contexte, expose les grandes lignes de sa pensée dont il montre l'unité profonde.

Berkeley recommande à son lecteur deux attitudes complémentaires : l'examen serré des préjugés et la largeur de vue afin de penser le monde selon l'ordre et la finalité et de saisir l'ordre et la providence à l'œuvre. L'*Essai sur une nouvelle théorie de la vision* de 1709 contient les fondements de sa pensée. Comprendre la vision, c'est en effet procéder à l'analyse du fait perceptif lui-même. Comment expliquer le paradoxe qui fait « que nous voyons vraiment un espace extérieur et des corps existant effectivement en lui » alors que ces objets « n'existent nulle part en dehors de l'esprit » ? Berkeley soutient deux thèses : la construction de l'objet perçu ressortit plus à l'activité sémiotique qu'au raisonnement ; le visuel pur est distinct du géométrique. Ainsi, l'image projetée sur la rétine est un objet de connaissance plus qu'un objet de perception, « l'objet propre et immédiat de la vision [étant] la lumière » et les données visuelles s'organisant selon le plan euclidien à partir de la surface, donné perceptif pur. L'espace visuel est composé de quantités non homogènes et discontinues : ce que nous voyons immédiatement est une variété d'éléments colorés organisés selon une topologie élémentaire.

Passer de la perception simple à la perception complexe, de l'immédiat au médiat, est une activité de type sémantique par laquelle les données sensibles sont organisées de manière à être des signes. Berkeley distingue deux types d'objets sensibles, l'objet propre et l'objet médiat, ce dernier étant un objet sensible suggéré par une combinaison d'idées sensibles hétérogènes due au concours de tous les sens. Notre manière de sentir est donc liée à notre constitution corporelle, il existe une correspondance entre le tangible et le visuel, et la synthèse de la diversité sensible s'opère au moyen de l'imagination et de la suggestion. Il n'est donc pas fondé de croire que les corps existent dans un support extérieur et indépendant de l'esprit. C'est le germe de l'immatérialisme et du « Nouveau Principe » selon lequel « exister c'est être perçu ou percevoir ou vouloir, c'est-à-dire agir ».

Le philosophe met en évidence, à partir d'exemples, l'impossibilité de l'expérience de pensée qui dissocierait exister et être perçu ou percevoir. Il s'appuie sur l'analyse du sens d'une proposition. Quand je dis que la table existe, je lie deux énoncés, l'affirmation de l'existence et l'affirmation de la perception. En exprimant ainsi ma conviction que la table que je vois existe, j'affirme que le non-perçu ne peut pas exister, proposition dont l'universalité n'est pas contestable. Seule la mise en évidence d'un lien différent entre l'idée et l'esprit pourrait conduire à l'infirmer ou à en restreindre la portée. Les choses étant ainsi réductibles aux idées sensibles, l'esprit est l'unique support des idées.

Il s'ensuit d'abord que la matière, entendue comme support de qualités sensibles, est un terme sans réelle signification qui ne désigne rien d'existant ; ensuite, qu'il n'y a pas lieu de distinguer qualités premières et qualités secondes ; enfin, que l'idée ne représente rien : il n'est pas légitime de penser que les idées de ces qualités, en nous, soient conformes et semblables aux propriétés de la chose hors de nous. Berkeley, en rejetant l'existence d'objets indépendants et extérieurs à l'esprit, rompt avec la métaphysique des absolus qui caractérise le matérialisme et l'idéalisme classique et opte pour une ontologie moniste ne reconnaissant qu'une seule sorte de substance, l'esprit. La réalité objective et la réalité formelle des idées se confondent : elles sont, pour un esprit qui ne se laisse pas prendre dans le sensible, le signe de la cause divine qui se révèle en toutes choses. En effet, pour rendre compte de la permanence, de l'identité des corps et de la possibilité d'une science de la nature, Berkeley soutient la thèse de l'action directe immédiate de Dieu. Les choses que je perçois – les idées – sont connues de Dieu et produites par sa volonté, elles existent de manière éternelle dans l'esprit de Dieu, mais n'existent pour nous qu'à partir d'un décret divin qui crée des esprits finis capables de les percevoir. On peut donc généraliser et abstraire, mais aucune idée générale n'est construite par abstraction. Le rejet des idées générales abstraites déboute la notion de substance nominale : nul besoin de poser la matière pour rendre compte de ce qui est et peut être objet de science.

Les signes sont les instruments de la connaissance. Chez Berkeley, les mots désignent directement les actes de l'esprit ou de la volonté, et non les marques de ces actes dans l'esprit. Le langage a donc une fonction essentiellement performative. Aussi l'approche du philosophe est-elle nettement nominaliste : aucune utilisation générale d'une idée particulière ne peut se faire sans le truchement du langage qui nomme et définit. Dans le domaine métaphysique, il s'ensuit que, l'idée n'étant plus le référent obligé du mot, le discours sur l'esprit ne pose plus de problème, le langage permettant d'instaurer un réseau de relations entre les termes qui désignent les différentes substances ou leurs opérations. C'est également le formalisme des mathématiques qui retient l'attention de Berkeley. Le nombre est relatif, il n'existe pas dans les choses, et les mathématiques relèvent du raisonnement et non du sens, ne passant pas par la traduction visuelle de l'image de l'idée tangible.

Berkeley rejette cependant le calcul infinitésimal afin de récuser les arguments des mathématiciens rationalistes contre les mystères de la religion. Il rejette de même la physique corpusculaire associée au matérialisme : les événements naturels que je perçois sont l'effet de l'action immédiate et réglée de Dieu et non d'une mécanique autonome et indépendante de lui. Dès lors, la recherche des causes revient à la métaphysique puisque seul l'esprit est cause. À ce phénoménisme s'adjoint une conception pragmatiste de la science : l'utile n'y est pas la règle du vrai, mais le vrai n'a de sens que par rapport à l'utile. Préfigurant les thèses d'Ernst Mach, Berkeley pose que plusieurs discours scientifiques sont autorisés et qu'ils s'avèrent l'un comme l'autre utiles.

Outre les idées, existe, pour le philosophe, un autre genre d'êtres ou de choses : les esprits ou intelligences. La connaissance de l'esprit est rationnelle, partiellement indirecte, mais pourtant l'objet d'une certitude immédiate. L'esprit, chose qui pense, agit et perçoit, inétendue et indivisible, n'est pas l'équivalent immatériel de la matière mais un principe actif qui remplit diverses fonctions et agit de différentes manières. La connaissance que j'ai de moi-même est l'expérience première de l'esprit qui organise le donné perceptif et opère sur lui. L'esprit est aussi principe de volonté, source d'actions : Dieu a institué des lois de la nature qui font que bien qu'il ne dépende pas de moi de choisir chacun des mouvements qui aboutissent au résultat d'une action, leur production dépend cependant totalement de la décision que j'ai prise. Je puis alors accéder, par inférence, à la connaissance et à la certitude de l'existence d'autres esprits. Il s'ensuit une communauté des esprits régie par une morale et une politique.

La morale de Berkeley se caractérise par un hédonisme utilitariste, la raison ayant sa place dans la quête du plaisir et du bonheur. Cette visée d'harmonie conduit l'individu à prendre en compte, outre lui-même, la nature et ses lois, mais aussi les autres esprits. Cette morale, fondée sur la liberté humaine et sur la sociabilité, a une dimension politique. En effet, l'organisation sociale, voulue par Dieu, doit être considérée comme une loi de notre nature. L'économie est alors le moyen de réaliser le bien-être de l'humanité puisqu'elle vise à formuler des règles d'action capables d'assurer la prospérité de la société. Pour renforcer l'activité et produire davantage, Berkeley propose une théorie originale de la monnaie : cette dernière n'étant qu'un signe, un outil qui facilite les transactions, le philosophe préconise de remplacer les pièces d'argent par des pièces de cuivre. Enfin, la médecine et la pharmacopée concourent aussi au bonheur de l'humanité. Berkeley invente alors un remède qui le rendit à l'époque plus célèbre que son immatérialisme : il s'agit de l'eau de goudron, véritable panacée universelle.

Il faut savoir gré à l'auteur de son exposition claire et précise des multiples aspects de la pensée d'un philosophe trop méconnu en France, cependant original et, à certains égards, anticonformiste, qui, toujours dans le cadre d'une apologétique, parvient à conjuguer réalisme ontologique et nominalisme de la connaissance. L'ouvrage, qui propose une riche bibliographie ainsi qu'un utile *index nominum*, satisfera certes les spécialistes de la philosophie anglaise, mais également la curiosité de ceux qui aiment à découvrir une pensée qui n'a aucunement perdu de sa pertinence ni de son actualité.

Jean-Marc Rohrbasser

Jean-Pierre Belna, *Cantor.* Paris, Les Belles Lettres, 2000. 10,7 × 17,8, 240 p., glossaire, bibliogr. (Figures du savoir).

Georg Cantor (1845-1918), mathématicien allemand à la vie tourmentée, est un grand nom de l'histoire de la pensée mathématique. Fondateur de la théorie des ensembles, il a doté sa discipline d'un langage suffisamment puissant pour permettre l'unification de ses différentes branches, et ouvert une période de crise épistémologique et méthodologique qui a débouché sur l'élaboration des programmes formaliste et intuitionniste. Inventeur du concept de transfini, « extension naturelle du concept de nombre » qui permet d'arithmétiser l'infini, il a promu l'infini actuel au rang d'objet de connaissance à part entière, et en a élaboré une méthode de description dont il n'a cessé de souligner la portée pour la pensée en général dans un dialogue avec les traditions philosophique et théologique. Jean-Pierre Belna est parvenu à donner une présentation synthétique et claire des principaux concepts et des grandes articulations de cette théorie mathématique, tout en restituant ses tenants et ses aboutissants. Divisé en six chapitres, l'ouvrage est évidemment centré sur l'évolution et l'architecture conceptuelle de la théorie des transfinis, mais comporte aussi une excellente analyse des problèmes épistémologiques qui lui sont liés et des spéculations théologiques que Cantor lui a lui-même rattachées. Le mode d'exposition adopté, à la fois chronologique et thématique, dégage clairement la logique interne de la recherche cantorienne. L'auteur la resitue ainsi dans le mouvement d'arithmétisation de l'analyse inauguré par Carl Friedrich Gauss et poursuivi par Bernhard Bolzano et Karl Weierstrass. Il souligne de la sorte les enjeux des premiers travaux de Cantor sur la définition des nombres irrationnels comme limites de certaines suites de rationnels et montre comment l'étude de la topologie des ensembles finis linéaires de points débouche sur la première élaboration de la série des différents infinis, encore caractérisés comme simples symboles de dérivation. Il expose ensuite la théorie du transfini proprement dite, selon une double perspective, descriptive et critique : il montre ainsi clairement les principes de construction des différents transfinis et les opérations dont ils font l'objet, et ouvre sur les modifications conceptuelles et méthodologiques que ses continuateurs ont dû adopter pour résoudre les paradoxes que sa première formulation portait en elle.

La principale qualité de l'ouvrage est de rendre compréhensibles au non-mathématicien des concepts difficiles sans sacrifier la rigueur du raisonnement de Cantor, dont il détaille les étapes et éclaircit les ambiguïtés ; les efforts exigés par ce livre sont justifiés par le fait qu'il porte en lui-même ses propres principes d'intelligibilité (on peut cependant regretter le fait que les relations qui unissent la série des ordinaux et celle des cardinaux transfinis sont traitées de manière un peu allusive). Son intérêt réside aussi en ceci que les remarques critiques, concernant notamment le psychologisme latent des définitions de Cantor et le caractère parfois insuffisamment rigoureux de ses preuves d'existence, sont finalement rassemblées dans la partie plus proprement philosophique de l'ouvrage, qui fait la synthèse des conceptions cantoriennes et les situe avec précision dans le champ de l'épistémologie des mathématiques en général. Il introduit ainsi à une plus grande intelligence de la signification de la « crise des fondements » qu'elle a suscitée et des principes de solution qui en ont été proposés, et s'achève par une réflexion sur la fécondité de la conception cantorienne pour la physique moderne aussi bien que pour notre compréhension rétrospective de questions et d'intuitions bien antérieures à son apparition. Au total, le livre de Jean-Pierre Belna accomplit bien son projet de « rendre sensibles la beauté, la subtilité et l'inventivité » (p. 221) de l'œuvre de Cantor, sans perdre de vue sa portée pour la pensée de l'infini en général.

Vincent DOLISI