Universidad Nacional Autónoma de México

Programa de Maestría y Doctorado en Filosofía
Facultad de Filosofía y Letras
Instituto de Investigaciones Filosóficas

Naturalización de la Metafísica Modal

TESIS
que para optar por el grado de

Doctor en Filosofía

PRESENTA:

Carlos Alberto Romero Castillo

Tutor:	Dr. Elias Okon Gurvich	IIFs, UNAM
Comité:	Dr. Alessandro Torza	IIFs, UNAM
	Dra. Lourdes Valdivia Dounce	FFyL, UNAM

Ciudad de México, Marzo de 2021

Contenido

This metaphysical issue is taken as the fundamental one for the realism debate by van Fraassen, and he is right: *metaphysics in general, and modal metaphysics in particular, are the crux of scientific realism.*

—J. Ladyman

One's attitude toward modalities has a profound effect on one's whole theory of science. Actualists, including actual realists, must hold that the aim of science is primarily to describe the actual history of the world. For modalists, including modal empiricists, the aim is to describe the structure of physical possibility (or propensity) and necessity. The actual history is just that one possibility that happened to be realized. This difference in aims is connected with profound differences in how one understands diverse scientific activities such as causal attribution, explanation, and experimental design.

—R. Giere

Agradecimientos

A mi familia: por apoyarme, por existir, por ser mi fundamento.

A mis sinodales, por ser tan pacientes, por enseñarme a filosofar, y por compartir su conocimiento: en el comité, Elias Okon, Alessandro Torza, y Lourdes Valdivia; como lectores, Ricardo Mena y Cristian Gutiérrez. Son un gran equipo y he aprendido de ellos en sus clases, seminarios y charlas, y al leer su trabajo y platicar personalmente.

A las personas que integraron todos los seminarios, grupos de discusión y congresos donde pude exponer alguna parte de mi tesis, debatirla y recibir comentarios y sugerencias. Esta cooperación me ayudó muchísimo.

A mis amigos, de todos los diferentes grupos, por crecer juntos y permanecer.

A mi Universidad, por ser mi segunda casa.

A la sociedad mexicana, por contribuir a financiar esta investigación mediante una beca de doctorado de CONACyT.

A mis perritos, por ser tremendos.

X

Resumen

En esta tesis presento, motivo y doy los primeros pasos en la realización del proyecto de *naturalización de la metafísica modal*: la transformación del área en un capítulo de la filosofía de la ciencia en lugar de la metafísica especulativa y autónoma.

En la introducción, explico el concepto de *naturalización* que doy por sentado a lo largo de la tesis, además de objetar dos propuestas recientes, de acuerdo a las cuales la metafísica modal —o alguna postura en el área— *ya* es una disciplina cuasi-científica.

Recientemente, algunos filósofos han argumentado que la noción de *modalidad metafísica* está tan mal definida que tiene poca utilidad teórica. En el segundo capítulo pretendo contribuir a tal escepticismo. Primero, observo que cada una de las marcas propuestas del concepto, salvo la facticidad, es muy controvertida; así, su estructura lógica es profundamente oscura. Habiendo fallado el enfoque de «primeros principios», considero las aplicaciones intencionales paradigmáticas del concepto, y argumento que cada una lo convierte en un dispositivo para un proyecto muy específico y controvertido, generalmente con varios compromisos antinaturalistas: un dispositivo, por lo tanto, para el cual un escéptico naturalista no encontrará ningún uso. Concluyo que no existe una noción bien definida o teóricamente útil de necesidad objetiva que no sea la necesidad lógica o física, y sugiero que la naturalización de la metafísica modal puede proporcionar fundamentos metodológicos más estables.

En el tercer capítulo respondo una posible objeción contra la viabilidad *en principio* del proyecto: que el concepto de *modalidad metafísica* no puede entenderse a través del análisis filosófico de ninguna teoría científica, ya que la necesidad metafísica «trasciende» a la necesidad natural, y la ciencia solo comercia con la última. Sostengo que los argumentos más importantes para esta tesis de trascendencia fallan o enfrentan problemas que hoy por hoy no se han resuelto.

Llamemos «*demodalismo*» a la idea de que la ciencia no necesita a la modalidad. El demodalismo es un primer paso en un argumento naturalista para el antirrealismo modal. En el cuarto capítulo examino seis versiones del demodalismo para explicar por qué una familia de formalismos: los *espacios de posibilidad*, son (i) utilizados de forma cuasi-ubicua en las ciencias matematizadas (proporciono ejemplos desde la ciencia teórica de la computación hasta la microeconomía), (ii) científicamente interpretados en términos modales, y (iii) utilizados para al

menos seis tareas importantes: (1) definir las leyes y teorías; (2) definir conceptos importantes de diferentes ciencias (doy varios ejemplos); (3) hacer clasificaciones esenciales; (4) proporcionar diferentes tipos de *explicaciones*; (5) proporcionar la conexión entre la teoría y la estadística, y (6) comprender la transición entre una teoría y su sucesor (como es el caso con los procedimientos de cuantización).

En el quinto capítulo propongo y defiendo una ontología modal naturalizada. Este es un *realismo sobre la estructura modal*: mi *realismo sobre las restricciones*. La *estructura modal* de un sistema son las relaciones entre sus posibles estados y entre sus posibles estados y los de otros sistemas. Está dada por la pluralidad de restricciones a las que está sujeto dicho sistema. Una *restricción* es un factor que explica la imposibilidad de una clase de estados; explico más este concepto. En primer lugar, defiendo mi punto de vista al rechazar a cuatro de sus principales rivales: el empirismo constructivo, el convencionalismo humeano, el realismo de la función de onda y el enfoque de la ontología primitiva, ya que no logran dar sentido al caos cuántico. Esto se debe a que el campo requiere la noción de una estructura modal objetiva, y estas posturas tienen problemas para explicar los hechos modales de la dinámica cuántica. Luego sugiero que el realismo sobre las restricciones reemplaza estos puntos de vista en el contexto de la teoría estándar y la mecánica de Bohm, y fundamenta el estudio del caos cuántico. Finalmente, considero y rechazo dos posibles problemas para mi punto de vista.

Una preocupación central de los metafísicos modales ha sido comprender el sistema lógico que mejor caracteriza a la necesidad. En el sexto capítulo pretendo recuperar el proyecto lógico aplicado a mi metafísica modal naturalista. Los científicos y filósofos de la ciencia reconocen diferentes grados de necesidad física, que van desde hechos puramente matemáticamente necesarios que restringen de manera relevante el comportamiento físico, hasta principios cinéticos, hasta restricciones dinámicas particulares. Sostengo que esto motiva un enfoque *multimodal* de la lógica modal, y que la dependencia del tiempo de la dinámica motiva una lógica de la necesidad *histórica*. Propongo lógicas multimodales proposicionales (clásicas) para la mecánica bohmiana y la teoría everettiana de muchos mundos divergentes, y termino con una crítica del reciente enfoque de Williamson de la lógica de espacios de estados de sistemas dinámicos.

English Abstract

In this dissertation I introduce, motivate and take the first steps in the realization of, the project of *naturalizing modal metaphysics*: the transformation of the field into a chapter of the philosophy of science rather than speculative, autonomous metaphysics.

In the introduction, I explain the concept of *naturalization* that I take for granted throughout the dissertation, in addition to objecting to two recent proposals, according to which modal metaphysics — or some view in the area — is *already* a quasi-scientific discipline.

Recently, some philosophers have argued that the notion of *metaphysical modality* is so ill defined that it has little theoretical usefulness. In the second chapter I intend to contribute to such skepticism. First, I observe that each of the proposed marks of the concept, except for factivity, is highly controversial; thus, its logical structure is deeply obscure. The «first principles» approach having failed, I consider the paradigmatic intended applications of the concept, and argue that each makes it a device for a very specific and controversial project, usually with various unnatural commitments: a device, therefore, for which a naturalistic skeptic will find no use for. I conclude that there is no well-defined or theoretically useful notion of objective necessity other than logical or physical necessity, and I suggest that naturalization of modal metaphysics can provide more stable methodological foundations.

In the third chapter I answer a possible objection against the *in-principle* viability of the project: that the concept of metaphysical modality cannot be understood through the philosophical analysis of any scientific theory, since metaphysical necessity «transcends» natural necessity, and science only deals with the latter. I argue that the most important arguments for this transcendence thesis fail or face problems that as of today remain unsolved.

Let's call the idea that science doesn't need modality «*demodalism*». Demodalism is a first step in a naturalistic argument for modal antirealism. In the fourth chapter I examine six versions of demodalism to explain why a family of formalisms: *spaces of possibility*, are (i) used in a quasi-ubiquitous way in mathematized sciences (I provide examples from theoretical computer science to microeconomics), (ii) scientifically interpreted in modal terms, and (iii) used for at least six important tasks: (1) defining laws and theories; (2) define important concepts from different sciences (I give several examples); (3) make essential classifications; (4) provide different types of *explanations*; (5) provide the connection between theory and statistics, and (6)

understand the transition between a theory and its successor (as is the case with quantization procedures).

In fifth chapter I propose and defend a naturalized modal ontology. This is a *realism about modal structure*: my *realism about constraints*. The *modal structure* of a system are the relationships between its possible states and between its possible states and those of other systems. It is given by the plurality of restrictions to which said system is subject. A *constraint* is a factor that explains the impossibility of a class of states; I explain this concept further. First, I defend my point of view by rejecting four of their main rivals: constructive empiricism, Humean conventionalism, wave function realism, and the primitive ontology approach, as they fail to make sense of quantum chaos. This is because the field requires the notion of an objective modal structure, and these views have trouble explaining the modal facts of quantum dynamics. Then I suggest that constraint realism supersedes these views in the context of Bohm's standard theory and mechanics, and underpins the study of quantum chaos. Finally, I consider and reject two possible problems for my point of view.

A central concern of modal metaphysicians has been to understand the logical system that best characterizes necessity. In the sixth chapter I intend to recover the logical project applied to my naturalistic modal metaphysics. Scientists and philosophers of science recognize different degrees of physical necessity, ranging from purely mathematically necessary facts that significantly restrict physical behavior, to kinetic principles, to particular dynamic constraints. I argue that this motivates a *multimodal* approach to modal logic, and that the time dependence of dynamics motivates a logic of *historical* necessity. I propose multimodal propositional (classical) logics for Bohmian mechanics and the Everettian theory of many divergent worlds, and I close with a critique of Williamson's recent approach to the logic of state spaces of dynamic systems.

1

Introducción

ESTA TESIS ES LA PRESENTACIÓN Y PRIMERA DEFENSA de un proyecto de *naturalización* de la *metafísica modal*. Usualmente, por la *naturalización* de una área filosófica se entiende la pretensión de hacer filosofía con métodos que se tomen seriamente los resultados de la ciencia contemporánea. En los siguientes capítulos, argumentaré que la naturalización de la metafísica modal consiste en tomarla como una rama de la filosofía de la ciencia (en un sentido que especificaré después).

Por *metafísica modal* entiendo el estudio de los aspectos de la realidad objetiva —que incluye a la pregunta de si los hay— a los que representamos con conceptos como *posibilidad*, *necesidad*, *actualización*, *contingencia*, y otros relacionados. Esto incluye al estudio de las propiedades lógicas de estos conceptos (bajo la hipótesis de que la lógica de los conceptos modales representa las propiedades lógicas de aquellos aspectos de la realidad que representamos con tales conceptos), así como distintas hipótesis acerca de las relaciones de los referentes de estos conceptos con otros aspectos de la realidad.

En esta introducción, voy a sugerir respuestas a dos preguntas: *¿Por qué naturalizar a la metafísica modal?* Y: *¿Qué significa naturalizar a una disciplina?*

1.1. Motivación del proyecto

¿Por qué naturalizar a la metafísica modal?

Algunos filósofos piensan que es una disciplina proto-científica, o incluso científica. Mencionaré dos ejemplos y argumentaré por qué no estoy satisfecho con ellos.

1.1.1. ¿Ha naturalizado Lewis a la metafísica modal? — No

El primero es García Ramírez (2015), quien piensa que el realismo de Lewis es una metafísica naturalista, en el sentido en que es resultado de practicar a la filosofía como «una disciplina en continuidad con las ciencias naturales» (p. 8).

Esto se basa en una concepción del naturalismo que incluye un aspecto *metodológico*: «que la filosofía y las ciencias naturales persiguen los mismos fines (explicar fenómenos) y siguen los mismos métodos (ofrecer la mejor explicación de los fenómenos a partir de la evidencia empírica disponible)» (pp. 42-3), donde una *buena* explicación es aquella que «además de tomar en cuenta la evidencia empírica disponible y de explicar los fenómenos, es una explicación útil [...] a un bajo costo comparativo en términos ontológicos» (p. 43).

¿Cuál es la evidencia empírica de la cual, de acuerdo con García Ramírez, da cuenta la cosmología lewisiana? De acuerdo con él, que los «juicios modales y causales, las atribuciones de estados mentales con contenido y la verosimilitud en la ciencia tienen éxito en la práctica y, por lo tanto, parecen ser verdaderos» (p. 49; *cf.* pp. 9, 51). Pero la verdad de tales juicios, y su éxito práctico, puede explicarse a partir de muchos otras hipótesis ontológicas; por lo que existe un problema de subdeterminación de la evidencia. ¿Por qué elegir a la ontología de Lewis entre todas las opciones?

García parece proponer que las virtudes metateóricas que le atribuye a la hipótesis de Lewis implican que esta es la mejor teoría modal disponible. Según él, la teoría lewisiana tiene las virtudes de la unidad y la sistematicidad (p. 51): la primera, debido a que explica muchos fenómenos aparentemente distintos («modalidad, causalidad, cercanía, contenido, etc.»); la segunda, debido a que los explica con un mecanismo básico: «realizar la cuantificación apropiada sobre individuos posibles». Desafortunadamente, estas virtudes no son únicas de la teoría de Lewis: Williamson (de quien hablaré después) también defiende que su postura es sistemática y unificadora; mientras que (por poner otro ejemplo) los teóricos de las potencialidades también afirman ser capaces de explicar la modalidad y la causalidad —e, incluso, los mundos posibles.

En general, con un conjunto de mundos posibles a la mano —aún si estos se entienden como objetos abstractos—, emular las definiciones de Lewis para conceptos como cercanía o contenido es un ejercicio trivial. Incluso se han propuesto teorías de contrapartes para posturas antilewisianas (Wang, 2015). De hecho, para la mayoría de los objetivos, ni siquiera se requieren mundos posibles *per se*; los modelos —tanto en el sentido lógico (McGee, 2006) como en el sentido científico (Fletcher 2019; van Fraassen 1989, pp. 33-25)— bastan para dar teorías *semánticas* de las expresiones modales. Incluso, al examinar los usos científicos de expresiones contrafácticas, encontramos que estas no son modelables adecuadamente con la teoría lewisiana de los mundos (Fletcher, 2019; Jenny, 2018; Tan, 2019).

De cualquier forma, niego que el mero hecho de utilizar razonamiento abductivo vuelva «naturalista» a una postura metafísica. El argumento de Lewis (1986b) es que postular su cosmología permite dar condiciones de verdad para los juicios modales y definir conceptos filosóficamente útiles, además de que está libre de paradojas. Como he dicho ya, esto se puede hacer con otras teorías. Y como también he notado, Lewis y los lewisianos piensan que lo que hace a esta opción la *mejor* entre todas, son sus virtudes meta-teóricas. Unas de estas —simplicidad y sistematicidad— las he discutido ya. Otras son el poder expresivo de su teoría de contrapartes —que, como he notado, puede ser emulado sin postular sus mundos— y una característica que no comparten todas las alternativas: que su cosmología permite dar una definición no modal de algunos conceptos modales básicos.

Pero el hecho de que su hipótesis ontológica permita definir no-modalmente a los conceptos modales sólo es una virtud si tal definición es algún tipo de requisito para las teorías de la modalidad, o brinda algún otro tipo de virtud. Además, incluso si tal definición es una virtud meta-teórica, esta será relevante para considerar que la postura de Lewis es *la mejor* solamente si no existe un contrapeso a tal virtud. Consideremos ambas cuestiones.

Primero: ¿es la reducción de lo modal a lo no-modal una virtud *per se*? Ciertamente, lo es *bajo algunas suposiciones específicas*. Por ejemplo, bajo el extensionalismo de Quine (1951), tal reducción es un *requisito*. Pero si no aceptamos lo que diga Quine, ¿existe alguna motivación para reducir a la modalidad?

Cameron (2012, pp. 17-19) ha propuesto tres posibles razones, independientes de algún proyecto filosófico particular, por las cuales podríamos querer reducir a un concepto: (a) podríamos preocuparnos de que un concepto no esté en buenas condiciones y tratar de reducirlo a conceptos en mejor forma; (b) para iluminar la epistemología de lo reducido; y (c) para aumentar la parsimonia. La razón (b) ciertamente no luce muy bien para Lewis: mientras que la epistemología de la modalidad, aún cuando es un área de investigación activa, claramente debe ser posible (pues tenemos conocimiento modal cotidiano y, como argumentaré en posteriores capítulos, en las ciencias), la epistemología de sus mundos concretos no es muy clara: se supone que no los conocemos mediante ningún canal causal de información, sino mediante el razonamiento abductivo (a su vez, suplementado por razonamientos deductivos de lo que se requiere para que su teoría sea consistente). Pero este razonamiento es correcto solamente si la teoría de Lewis es la mejor entre las alternativas, y eso es precisamente lo que está en cuestión.

Por otro lado, bajo la razón (a) de Cameron, la motivación de la reducción sería que los conceptos modales son de alguna manera defectuosos u oscuros. En el siguiente capítulo argumentaré que esto sí sucede con el concepto de *modalidad metafísica* — pero mi propuesta no es *reducirlo* a otro concepto, sino *abandonarlo*. Sin embargo, yo no busco reducir los demás conceptos modales: la ontología que propondré es *primitivista*. No tengo razón alguna para pensar que los conceptos modales son «oscuros» o «sospechosos»; ni veo por qué debería tener algún tipo de reserva Humeana sobre la existencia de modalidad natural en el mundo: aquí faltan más motivaciones (*cf.* Wilson, 2015). Ciertamente, no acepto las razones de Hume mismo, pues creo que su epistemología empirista es, simplemente, falsa.

Lewis, por su parte, reducía los conceptos modales a cuantificación sobre sus mundos, que a su vez se definen mediante los conceptos de la mereología. Pero esto requiere que los conceptos mereológicos no sean igual de problemáticos como se supone que son los conceptos modales. Lewis pensaba exactamente eso: pensaba que eran «perfectamente bien entendidos, no problemáticos, y ciertos» (1991, p. 75). Pero esto es muy debatible (Bennett, 2015).

La tercera y última razón para reducir a la modalidad es aumentar la parsimonia. Pero, ciertamente, no debe ser la parsimonia *ontológica*: la cosmología de Lewis implica la existencia de una cantidad no denumerable de mundos —de hecho, algunos han propuesto que ¡estos forman una clase propia! (Nolan, 1996). Entonces, la parsimonia debe ser *ideológica*: la idea de que debe haber tan pocos conceptos primitivos como sea posible. Esto me parece razonable, pero para que la reducción de Lewis cumpla con esta motivación, se requieren, a su vez, dos cosas: (i) que los conceptos a los que se reduce sean menos problemáticos (sobre lo cual, ver el párrafo anterior) y (ii) que los conceptos a los que se intenta reducir no tengan, a su vez, que definirse con conceptos modales. Probablemente la mereología y la cuantificación sean ideología no modal (pero, sobre la última, *cf.* Torza, 2017). De cualquier forma, la estrategia lewisiana de incrementar la parsimonia ideológica reduciendo la ontológica *no* es una virtud obvia: podría suceder que tenemos algunos conceptos primitivos —como ROJO, digamos— que, de todos modos, no se refieren a un aspecto metafísicamente primitivo de la realidad (los colores son entidades emergentes). Para reducirlos, podríamos intentar postular *nuevas* entidades con las que podamos reducir a esos conceptos. Pero ¿qué hemos ganado? Ya entendíamos bien a los conceptos y ya sabíamos a lo que se referían, aún si no podíamos definirlos. No parece que la estrategia lewisiana tenga alguna virtud obvia.

Incluso suponiendo que la definición de conceptos modales es algún tipo de virtud, esta contará en favor de la postura de Lewis solamente si no tiene un contrapeso. Pero sí lo tiene: la postulación de una cosmología extravagante. Ya he argumentado que no es obvio que incrementar la ontología para reducir la ideología primitiva sea virtuoso, o *siempre* sea virtuoso. Pero también deberíamos preguntarnos si (incluso si tal estrategia pudiera ser virtuosa) *la manera en que Lewis lo hace* es virtuosa —específicamente, naturalistamente aceptable. Y no parece que lo sea: su ontología modal constituye una *cosmología*: una hipótesis que debería decidirse por la *física*, no por la metafísica (Salmon 2005a; Williamson 2013, p. xii). Algunas interpretaciones de la mecánica cuántica *sí* postulan un pluriverso *más o menos* parecido al de las ideas de Lewis, pero no el mismo, y son muy controvertidas (Wallace, 2012; Wilson, 2020).

Otro aspecto anti-naturalista del lewisianismo es su constricción humeana de localidad, hecha para satisfacer el principio de que no existen conexiones modales entre existentes distintos. Esta constricción nos lleva a la imposibilidad de conocer la naturaleza de las propiedades —el *quidditismo*—, lo cual le impone un límite *a priori* al conocimiento científico y, además, como quizá Maudlin (2007a, pp. 56-64) fue el primero en argumentar, pone a una constricción filosófica *a priori* a la mecánica cuántica.[1]

De cualquier forma, en el siguiente capítulo, argumentaré que Lewis —junto con otros filósofos que han propuesto la existencia de una modalidad «metafísica»— está sesgado por un prejuicio *a priori*: que debemos eliminar o «desinflar» a la necesidad natural.

1.1.2. ¿Ha Williamson naturalizado a la metafísica modal? — Tampoco

La idea de que la mera metodología abductiva «a grandes rasgos» basta para la cientificidad de una ontología modal es compartida por Williamson, mi segundo ejemplo. Escribe (2013, pp. 423):

> [La lógica modal como metafísica] tiene un espíritu científico al construir y probar teorías que codifiquen generalizaciones supuestamente verdaderas del tipo en cuestión, para descubrir cuáles son verdaderas. [...] Al igual que las matemáticas, la empresa es parte de la ciencia pero no específicamente de la ciencia natural. Aunque en teoría nada impide la aplicación de los resultados de cualquier rama de las ciencias naturales a la presente investigación, hemos visto poca evidencia de que serían de gran ayuda en la práctica. Difícilmente sería relevante realizar experimentos especiales o realizar mediciones especiales. Una combinación de razonamiento lógico-matemático con conocimiento modal elemental en casos particulares resulta mucho más útil.
>
> De una forma más flexible, la metodología de este libro es similar a la de una ciencia natural. Ambos son abductivas. Las teorías muy generales se formulan en una notación formal que facilita deducciones complejas y rigurosas de sus consecuencias. Las teorías se juzgan en parte por su fuerza, simplicidad y elegancia, en parte por sus consecuencias y por lo que se conoce independientemente.[T1]

Además, también piensa que los métodos formales de la metafísica contemporánea la diferencian de una pseudociencia (p. 429).

Sin embargo, yo no creo que un parecido *a muy grandes rasgos* con una metodología científica —que ambas sean abductivas, donde las abducciones se hacen a partir de comparar las consecuencias de una teoría en un lenguaje formal— baste para la cientificidad de una disciplina.

Después de todo, la astrología se puede formular en un lenguaje formal —el de la geometría— y diferentes sistemas astrológicos se pueden comparar —y se han comparado a través de la historia— respecto a su simplicidad y fuerza; pero es claro que ella no es una ciencia. No es que yo tenga un criterio de cientificidad que ofrecer aquí: solamente quiero notar que la propuesta de Williamson no es suficiente.

Ahora bien, mi posición sería muy débil si consistiera meramente en la objeción de que las razones de Williamson no son suficientes para la cientificidad de la disciplina. Pero además de ello, pienso que el tema central de la disciplina —el aspecto de la realidad que la disciplina busca entender— es, por decirlo de una buena vez, *inexistente*. O, más mesuradamente: que, a pesar del impresionante trabajo de muchas de las más grandes personalidades de la filosofía del siglo XX —trabajo que tiene sus raíces en tradiciones filosóficas de hace siglos—, la hipótesis de que existe tal cosa como una *modalidad metafísica* descansa en bases metodológicas muy cuestionables y debe, por ello, ser revisada críticamente.

1.1.3. Por qué naturalizar

En el siguiente capítulo realizo tal revisión. Concluiré que el concepto de *modalidad metafísica* ni siquiera está bien definido, y que los principales trabajos teóricos para los que se ha propuesto consisten en fundamentar proyectos filosóficos que son, en esencia, profundamente *anti*-naturalistas.

Esto da, espero, suficiente razón para echarle una mirada *escéptica* a la disciplina. Pero esta razón no *basta* para el proyecto de naturalización, pues es compatible con un proyecto eliminativista: uno que simplemente juzgue a la metafísica modal como imposible, y a sus supuestos resultados, como meramente ilusorios, y a sus practicantes, como víctimas de una ilusión común. (Quine podría ser el padre intelectual de este tipo de postura.)

Pero mi escepticismo no llega al eliminativismo, sino que se transforma en un *reformismo*. Me parece que la disciplina es *útil*, y que algunos de sus resultados y discusiones tienen valor cognitivo incluso una vez que rechazamos la existencia de su tema central —o, al menos, que lo ponemos entre paréntesis agnósticos. Y la utilidad de la disciplina —la manera en que el valor cognitivo de sus resultados brilla mejor— es en su contribución a aclarar —y por ello, a comprender— algunos conceptos, metodologías e hipótesis científicas.

Así, si es verdad lo que digo —que la disciplina de la metafísica modal es cognitivamente valiosa en su aplicación a la aclaración y entendimiento de la ciencia, aunque sus fundamentos metodológicos actuales sean anti-naturalistas—, esto significa que un viraje en los fundamentos metodológicos de la disciplina es particularmente prometedor, al establecer su lugar como una disciplina bien fundamentada, y al darle nuevo brillo a sus resultados. Y el viraje que propongo, y a lo que llamo «naturalización», es simplemente este: *que la disciplina se vea, no como un caso de metafísica autónoma, pura, sino como una rama de la filosofía de la ciencia.*

En conclusión, a la pregunta de por qué naturalizar la metafísica modal, respondo: porque hacerlo muestra el verdadero valor de la disciplina, y el *no* hacerlo permite que se siga practicando bajo supuestos metodológicos cuestionables.

Por supuesto, todo esto que acabo de afirmar no se puede decir así como así: espero justificar las afirmaciones centrales en esta tesis. Por ello, después de argumentar que la disciplina se basa sobre supuestos cuestionables, intentaré mostrar por qué dos de las más importantes objeciones que puedo anticipar son, o bien demostrablemente equivocadas, o bien, al menos, problemáticas en sí mismas.

La primera objeción es que el análisis de la ciencia no puede sustituir a la metafísica modal tradicional porque esta segunda trata con un tipo *especial* de modalidad —la «modalidad metafísica»—, y la ciencia no. Argumentaré que esta separación es mucho más problemática de lo que la objeción asume. La otra posible respuesta es que la ciencia *ni siquiera* trata con modalidad, o no de maneras que la comprometan con la objetividad de algún aspecto modal. Usaré todo un capítulo para mostrar casos de cómo diversas disciplinas científicas utilizan un tipo de formalismo que podemos llamar «espacio de posibilidades», e intentaré argumentar que la interpretación más directa de estos formalismos —que representan un aspecto modal del mundo— no es tan fácil de refutar como suponen los «demodalistas» sobre la ciencia —como le llamo a quienes creen que la ciencia está ultimadamente libre de modalidad.

En los últimos capítulos intentaré dar una muestra de cómo creo que se puede llevar a cabo la metafísica modal naturalista. En uno, ofreceré una ontología de la modalidad que, espero (y trato de argumentarlo), sirva para aclarar y unificar diversas teorías científicas; en otro, intentaré mostrar que la lógica modal todavía es una herramienta central para la metafísica modal naturalizada que propongo. Así, en el último capítulo, sugiero la existencia de la *lógica modal naturalizada.*

Pero antes de todo ello, debo aclarar una segunda pregunta: ¿qué estoy entendiendo por «*naturalizar*» a una disciplina filosófica?

1.2. Naturalización

Quizás el compromiso central de la metafísica naturalista es que *no* hay un conjunto especial de entidades o aspectos de la realidad que puedan llamarse «metafísicos». Dicho de otra forma —y a la manera de Quine—, es que *la metafísica de la ciencia es suficiente metafísica,* que la metafísica debería postular sólo lo que es estrictamente necesario para comprender la imagen científica del mundo (mientras que la «imagen manifiesta» puede estudiarse como psicología *folk*). Así definida, la metafísica naturalista está comprometida con que no haya *leyes*, *necesidades* o *relaciones de dependencia* específicamente *metafísicas* (como opuestas a puramente *lógicas* o simplemente *físicas*). Me parece que esta manera de definir a la corriente naturalista de la metafísica es satisfactoriamente simple, y ofrece una visión lo suficientemente precisa, que es lo que uno necesita si uno pretende refutarla o defenderla. Entonces: no hay modalidad *metafísica*, no hay leyes *metafísicas*, no hay fundamentación *metafísica*, no hay una composición *metafísica*, … Si resultara que cualquiera de estas existiera, eso significaría que quienes hacen metafísica naturalizada se equivocaban no solamente sobre cómo la realidad es, sino, también, sobre cómo se debe practicar la disciplina; pues significaría que los métodos de la metafísica no naturalista han sido útiles para producir conocimiento que va más allá del conocimiento científico y de la investigación filosófica sobre sus fundamentos.

Entonces, la tesis central de una metafísica modal *naturalizada* es que no hay una modalidad particularmente «*metafísica*», una que sólo pueda estudiarse por métodos filosóficos *a priori*. Pero esto es compatible con un escepticismo o eliminativismo de la metafísica modal *per se*. La segunda tesis, que implica la negación de estas posturas, es el realismo: que *hay* modalidad en el mundo. Y la tercera es que ese aspecto modal del mundo es algo que puede entenderse *científicamente*.

Una postura realista sobre la modalidad que además sea *cientificista* —que afirme que el único conocimiento posible es el científico— dejaría las cosas aquí. Pero el naturalismo no tiene por qué ser cientificista: la existencia de la filosofía de la ciencia y su legitimidad epistémica es una prueba en contra del cientificismo.

Tenemos, entonces, cuatro tesis:

1. Hay modalidad en el mundo;
2. No hay modalidad metafísica;
3. La modalidad es entendible científicamente;
4. La filosofía de la ciencia puede contribuir en la aclaración conceptual del conocimiento científico.

Defino a la *metafísica modal naturalizada* como la conjunción de las tesis 1–4.

Se me podría preguntar cómo es que una metafísica modal naturalizada puede contribuir a la filosofía de la ciencia. Aunque responderé esta pregunta mediante ejemplos en sendos capítulos de esta tesis, podemos anticipar que esto lo haré bajo tres hipótesis, desarrolladas, principalmente, en los capítulos 4, 5, y 6:

HIPÓTESIS 1. Las teorías científicas más matematizadas se escriben en formalismos cuya interpretación intencional es un *espacio de posibilidades*.

HIPÓTESIS 2. La interpretación de estos formalismos sugiere, entre otras, cuestiones propiamente metafísicas, como la individuación de sistemas a través de distintas posibilidades, la naturaleza y existencia de sistemas meramente posibles, o el concepto de necesidad en juego cuando se trata con leyes, principios o constricciones.

HIPÓTESIS 3. El uso de espacios de posibilidades en diferentes teorías científicas, así como en diferentes ciencias, permite *unificar* diferentes teorías y ciencias, además de mostrar el uso de conceptos en común a través de diferentes disciplinas.

1.2.1. Los criterios Ladyman-Ross para una metafísica naturalizada, y una propuesta sucesora

Ladyman, Ross y sus colegas proponen dos criterios metodológicos para una metafísica naturalizada (Ladyman & Ross, 2007):

PRINCIPIO DE CLAUSURA NATURALISTA (PNC) Cualquier nueva afirmación metafísica que fuera tomarse en serio al momento t debe estar motivada por, y sólo por, el servicio que realizaría, si fuera cierta, al mostrar cómo dos o más hipótesis científicas específicas, al menos una de las cuales se extrae de la física fundamental, explican conjuntamente más que la suma de lo que se explica por las dos hipótesis tomadas por separado.[2]

RESTRICCIÓN DE LA PRIMACÍA DE LA FÍSICA (PPC) Las hipótesis científicas especiales que entran en conflicto con la física fundamental, o el consenso que haya en la física fundamental, deben rechazarse por esa sola razón. Las hipótesis físicas fundamentales no están simétricamente sujetas a las conclusiones de las ciencias especiales.[T2]

No estoy de acuerdo con que una hipótesis metafísica *tenga* que relacionar a una hipótesis de la ciencia fundamental con la ciencia especial, como lo dicta el PNC. Pues es *naturalistamente legítimo* buscar una ontología para las ciencias especiales; esta ontología será *ontología emergente* («derivada», «efectiva»), pero no es claro por qué toda pregunta ontológica deba ser sobre la ontología fundamental. (Sider (2011), por ejemplo, piensa que ese *es* el tema de la metafísica; pero no ha mostrado que eso sea una verdad conceptual.) Obviamente, suponer que hay ontología emergente supone, a su vez, que hay algo desde lo que esta emerge. Por ello, so pena de un regreso al infinito, esto nos lleva a pensar que debe haber ontología fundamental. Pero esto no requiere que *toda* pregunta ontológica deba ser sobre la ontología fundamental. (Sin embargo, como se verá en los siguientes capítulos, la hipótesis ontológica que propongo —que hay modalidad en el mundo, incluso en el nivel fundamental, y que esta se explica por la existencia de constricciones— también habla sobre el nivel fundamental.)

Otro aspecto dudoso del PNC es que postula que la única utilidad que puede tener una hipótesis metafísica nueva es la de *unificar* dos o más teorías científicas. De hecho, el realismo de las constricciones unifica muchas hipótesis científicas, al mostrar cómo el uso de formalismos de espacios de posibilidad que comparten todas ellas representa un mismo tipo de aspecto de la realidad: la estructura modal de los sistemas que estudian, que está dada por la pluralidad de constricciones que actúan sobre ellos. Sin embargo, hay muchos debates en los fundamentos de las ciencias que no *unifican* teorías científicas, o (como me ha hecho notar Alessandro Torza) que ni siquiera requieren considerar *varias* de ellas. Entre estos tipos de debates, podemos encontrar los centrados en:

1. Aclaraciones de un concepto importante (por ejemplo, el concepto de *fitness* biológica),
2. Desambiguaciones de un término importante que se usa con varios significados relacionados pero posiblemente distintos (por ejemplo, «constraint» en biología),
3. Argumentos de que una hipótesis científica contradice una hipótesis *folk* previamente considerada verdadera (por ejemplo, la relatividad y el presentismo),
4. Argumentos de que una hipótesis científica contradice una hipótesis metafísica previamente considerada verdadera (por ejemplo, la existencia del enredamiento y la superveniencia humeana),
5. Argumentos de que una hipótesis científica tiene consecuencias contradictorias con una hipótesis científica a la que reemplaza o sus presuposiciones metafísicas (por ejemplo, la idea de que noción de *individualidad* que se supone en la mecánica clásica ya no se puede aplicar en la mecánica cuántica),
6. Argumentos de que una nueva formulación matemática de una teoría previamente conocida parece cambiar las presuposiciones metafísicas adecuadas para interpretarla (por ejemplo, la diferencia entre formulaciones de una teoría mecánica en términos de un hamiltoniano o en términos de un principio de mínima acción),
7. Aclaraciones sobre los postulados ontológicos que requiere un tipo de explicación científica exitosa (por ejemplo, la explicación topológica o la explicación por un principio de mínima acción).

En varios casos de estos tipos de debates, una nueva hipótesis metafísica puede contribuir al progreso.

Por lo tanto, rechazo al PNC tal como está. Pero, aún así, me parece que la conjunción del PNC con el PPC era insuficiente. Pues pienso que la metafísica debería seguir un *principio ockhamiano*: uno que restrinja la ontología postulada a la *mínima necesaria* para traer a cuenta el poder explicativo de la conjunción de teorías científicas de la que habla el PNC. Sin esta constricción, nada impide postular una jerarquía de ángeles (digamos) para incrementar el poder explicativo de una conjunción de teorías científicas (hablo un poco más sobre este asunto en Romero, 2016).

Propongo nuevos criterios para una metafísica naturalizada, inspirados en los criterios de Ladyman y Ross:

NUEVO PRINCIPIO DE CLAUSURA NATURALISTA (PNC*) Cualquier nueva hipótesis metafísica que haya de tomarse en serio al momento t debe estar motivada por, y solamente por, el servicio que prestaría, si fuera cierta, o bien al mostrar cómo dos o más hipótesis científicas específicas explican de manera conjunta más que la suma de lo que se explica por las dos hipótesis tomadas por separado, o bien en avanzar en los debates sobre fundamentos, como los mencionados en la página 10.

CONSTRICCIÓN DE LA PRIMACÍA DE LA FÍSICA (PPC) Las hipótesis científicas de las ciencias especiales que entran en conflicto con la física fundamental, o el consenso que existe en la física fundamental, deben ser rechazadas solo por esa razón. Las hipótesis físicas fundamentales no están sujetas de manera simétrica a las conclusiones de las ciencias especiales.

PRINCIPIO DEL MINIMALISMO OCKHAMISTA (PMO) Las tesis ontológicas postuladas por la filosofía deben tener compromisos mínimos además de los que ya tiene la ciencia.

La hipótesis ontológica que propondré en el capítulo 5 satisface los tres principios. En particular, la existencia de las constricciones (el postulado básico de mi hipótesis) satisface PNC* porque mostraría cómo es que distintas hipótesis de la ciencia (de las que hablo en ese mismo capítulo y en el capítulo 4) explican los sistemas de los que hablan a partir de definirlos como aquellos que satisfacen una serie de constricciones. A su vez, esto explica el aspecto modal del mundo, y muestra que muchas hipótesis de distintas ciencias proceden usando una metodología compartida: el uso de espacios de posibilidad. También contribuye en varios tipos de los mencionados en la lista de la página 10, como los tipos 1, 2, 6 o 7. Por otro lado, satisface PMO porque no requiere postular entidades extra-científicas: las ciencias, como argumentaré, *ya* postulan la existencia de constricciones. Y nada de esto requiere conflicto alguno con las hipótesis de la ciencia fundamental.

1.2.2. Naturalizar la disciplina

Que la disciplina se vea, no como un caso de metafísica autónoma, pura, sino como una rama de la filosofía de la ciencia: esa es la idea principal.

Por «metafísica autónoma, pura» entiendo un espectro restringido de metodologías para las hipótesis metafísicas. En el extremo más anti-naturalista del espectro está la metafísica que busca entender y postular hipótesis con base en una supuesta revelación divina (como una teología). En un aspecto menos radical, podríamos mencionar a la metafísica que sólo se ocupa del análisis de los conceptos del sentido común; análisis que se basan en provocar intuiciones mediante experimentos mentales. Esta empresa me parece interesante para comprender cómo se relacionan nuestros conceptos, y si existe alguna paradoja en cómo los entendemos; pero no podemos decir que baste para postular una hipótesis metafísica *a menos que* se justifique que tales conceptos *de hecho* representan algo en el mundo: que no son, por ejemplo, meros productos de sesgos, aculturación, ignorancia, o algún tipo de prejuicio.

Pero puede haber casos grises. Por ejemplo, si se abandona en buena parte el requisito de autonomía y se justifican los razonamientos a partir de analogías con alguna disciplina científica. La metodología abductiva de Lewis y Williamson, calcadas «a grandes rasgos» de la metodología con la que se proponen axiomas en la teoría de conjuntos, podrían estar en esta zona. Y, finalmente, en el lado opuesto, estaría el análisis de las teorías científicas, como se practica en la filosofía de la ciencia estándar, y la unificación de estas, como se propone con los criterios Ladyman-Ross mencionados anteriormente. Una disciplina así no obedece alguna constricción particular de responder a nuestras intuiciones sobre qué hay en el mundo y qué no: a lo más, requerimos que los conceptos que introduzca tengan un significado suficientemente claro, delimitado por su rol teórico en la ciencia; y las intuiciones a las que responderá, en todo caso, no son las del sentido común, sino aquellas que estén apropiadamente refinadas por el conocimiento científico.

En todas estas maneras de concebir a la disciplina, la lógica juega un papel importante. Pues ella nos permite tener una idea sistemática y clara de qué tipo de relaciones inferenciales existen entre los conceptos y las hipótesis que proponemos. En la metafísica naturalizada, la lógica *no* es un sustituto para la teoría científica, ni se usa para «reconstruirla»: la teoría científica es la que es y se formula en el lenguaje y con los postulados que, según la comunidad científica relevante, se requieren para modelar los fenómenos. Más bien, la lógica se usa como herramienta en la filosofía de la ciencia: para entender conceptualmente aspectos de la interpretación de la teoría tal como esta esté propuesta, y para distinguir con claridad distintas posibles interpretaciones. En el último capítulo propongo una lógica modal metafísica «*naturalizada*»: una cuyo objetivo es cumplir este último papel.

Notas

1. Este problema, de hecho, se ha convertido en un debate de ya varios años, con algunos como Esfeld (2014) o Loewer (1996) defendiendo a Lewis con su idea de que la mecánica cuántica no falsea la tesis humeana de localidad, y otros como Dewar (2019) insistiendo en que los humeanos nos deben una reconstrucción de la mecánica cuántica.

2. Definen así algunos de los términos clave en PNC:
   - A 'scientific hypothesis' is understood as an hypothesis that is taken seriously by institutionally *bona fide* science at *t*.
   - A 'specific scientific hypothesis' is one that has been directly investigated and confirmed by institutionally *bona fide* scientific activity prior to *t* or is one that might be investigated at or after *t*, in the absence of constraints resulting from engineering, physiological, or economic restrictions or their combination, as the primary object of attempted verification, falsification, or quantitative refinement, where this activity is part

of an objective research project fundable by a *bona fide* scientific research funding body.

- An ‘objective research project’ has the primary purpose of establishing objective facts about nature that would, if accepted on the basis of the project, be expected to continue to be accepted by inquirers aiming to maximize their stock of true beliefs, notwithstanding shifts in the inquirers’ practical, commercial, or ideological preferences.

2

Contra la *modalidad metafísica*

DADO QUE MI PROPUESTA en esta tesis es *naturalizar* a la modalidad, iniciaré intentando tener la mayor claridad posible sobre este concepto. En este capítulo, examinaré el concepto de modalidad que muchos filósofos han tomado como el definitorio de un área central de la metafísica. Este es el concepto de una modalidad, objetiva y sustantiva, que es la más general, más abstracta. A esta le llaman «modalidad metafísica».

Como es bien sabido, hay muchas cuestiones muy debatidas acerca de qué es la modalidad metafísica, de cómo se relaciona con otros conceptos, y de cuál es el sistema lógico que mejor describe las inferencias válidas que lo involucran. En este capítulo, intentaré encontrar el «núcleo», por así decirlo, de este concepto: las tesis que lo caracterizan y que deberían ser suposiciones básicas acerca de lo que significa, compartidas por todos los lados del debate que se precien de discutir de *eso*: de *modalidad metafísica* y no otra cosa. Como veremos, esta tarea inicial ya es poco trivial.

Voy a terminar argumentando que deberíamos desechar tal concepto: *la metafísica modal no debe ser la investigación de la modalidad metafísica.*

2.1. La estructura del concepto de *modalidad metafísica*

2.1.1. Modalidades: fácticas y no fácticas

Por principio de cuentas, la modalidad metafísica es una *modalidad*: un *modo de ser verdad*. Si aceptamos la existencia de proposiciones, *una modalidad* es una manera en que las proposiciones verdaderas *son verdaderas*, y *una manera de ser falsas* de las proposiciones falsas.[1]

Por ejemplo: mi lengua nativa es el español. Pero esto, parece, podría haber sido distinto: podría haber sido el francés, si diferentes hechos hubieran sucedido. Es decir, aunque es verdad que mi lengua nativa es el español, es verdad *contingentemente*.

Pero en *otro* sentido, *no* es contingente que mi lengua nativa sea el español. En este otro sentido, cuando tú te enteras de que mi lengua nativa es el español, es *incorrecto* decir «podría ser que la lengua nativa de Carlos sea el filipino.» Por ejemplo, si te preguntan: «¿Sabes cuál es la lengua nativa de Carlos?», sería incorrecto contestar: «Podría ser el filipino». Y sería incorrecto porque *de hecho* sabes cuál es mi lengua nativa. Pero decir que «podría ser el filipino», en *este* contexto, *no* es decir que, *si los hechos hubieran sido distintos*, mi lengua nativa habría sido el filipino: más bien, es decir que, *por todo lo que tú sabes*, el filipino podría haber sido mi lengua materna. Pero tú sabes que es el español: es decir, *respecto a lo que tú sabes*, mi lengua materna no es el filipino.

Este ejemplo muestra dos cosas: primera, que hay diferentes modalidades y, segunda, que a cuál de ellas nos refiramos con nuestro lenguaje, depende de factores contextuales. Voy a dejar de lado la segunda cuestión y me enfocaré en la primera.

Que hay distintas modalidades se muestra a partir de la corrección o incorrección de ciertas aseveraciones.[2] En el caso de mi lengua materna, es correcto decir que *el filipino podría ser mi lengua materna* —en el sentido en que esa lengua *sería* mi lengua materna *bajo distintas circunstancias*. Pero no es correcto decirlo en el sentido en que esto significa que esa *podría resultar ser* mi lengua materna, *sólo que tú todavía no lo sabes*. En este segundo sentido, hablamos de *modalidad epistémica*: lo que podría resultar ser, por todo lo que uno sabe. En el primero, hablamos de *modalidad «fáctica»*: lo que podría resultar ser, o haber resultado ser, respecto a *cómo son los hechos*, independientemente de si alguien lo sabe o no. La modalidad metafísica es un tipo de modalidad fáctica.[3]

Existen otros tipos de modalidades no fácticas, como las deontológicas. En un sentido, es correcto decir que *yo no puedo robar*: eso está prohibido por la ley y por la moralidad. Pero en otro sentido, es claro que *sí* puedo: no tengo las manos atadas o algún impedimento especial para hacerlo (fuera de mi conciencia y el temor a la autoridad). El primero es un sentido deontológico de la modalidad «poder»; el segundo, uno fáctico.

Es usual asumir que la diferencia entre modalidades fácticas y no fácticas se ve reflejada en qué inferencias en las que aparecen estas modalidades son válidas. Así, si una modalidad es fáctica, esto significa que:

$$p \vDash \Diamond p, \tag{2.1}$$

donde «$\Diamond p$» significa «es posible que p». Si tomamos la suposición usual de que los operadores de posibilidad («$\Diamond$») y necesidad («$\Box$») son *duales*, es decir, que son indeterdefinibles así:

$$\Box p \underset{\text{def.}}{\Longleftrightarrow} \neg\Diamond\neg p, \tag{Dualidad}$$

entonces, que valga 2.1 equivale a que esto también:

$$\Box p \vDash p, \tag{2.2}$$

donde «$\Box p$» significa «es necesario que p».

Ahora bien, es usual formular la facticidad de una modalidad como un axioma para los sistemas lógicos que regimentan tal modalidad. Tal axioma se conoce como el axioma ***T***:

$$\Box p \supset p \tag{\textbf{T}}$$

Dado que la dualidad de los operadores modales vale en las lógicas de las modalidades fácticas, el axioma (**T**) también se puede poner así:

$$p \supset \Diamond p$$

De nuevo, es usual asumir que la modalidad metafísica es fáctica; por lo que supondré que en la lógica para la modalidad metafísica vale el axioma **T**.

Es fácil ver la relación entre 2.1 y 2.2, por un lado, y la facticidad de las modalidades representadas por los operadores en cuestión, por el otro. Pues, si una modalidad es fáctica, entonces que algo suceda (p) implica lógicamente que es *posible* (en esa modalidad); además, si el que p sea *necesaria* en esa modalidad implica lógicamente que p sea verdadera, eso debe significar que la modalidad es fáctica. Pues si no la modalidad no fuera fáctica, el que p sea necesaria en esa modalidad no debería implicar que p sea verdad. Veámoslo con algunos ejemplos.

Que algo p sea *obligatorio*—que sea deontológicamente necesario que suceda— claramente, *no* implica que de hecho suceda. (Las leyes y los mandatos éticos no siempre se cumplen.) Y que algo suceda, *no* implica que sea *permisible*. Así que 2.1 y 2.2 no valen para modalidades normativas.

Además, que algo de hecho suceda, no implica que sea posible *por todo lo que un sujeto dado sabe*: no implica que sea *epistémicamente posible*. (Muchas cosas suceden en este vasto universo sobre las cuales no sabemos nada, y ninguna persona podría decir de ellas que suceden por todo lo que ella sabe.) Sin embargo, es una suposición casi universalmente compartida en epistemología que el conocimiento es fáctico, en el sentido en que un sujeto S sabe que p sólo si sucede que p. Esto parecería indicar que, aunque 2.1 no vale para la modalidad epistémica, 2.2 sí —lo cual conllevaría a un conflicto con Dualidad. Hay diferentes maneras concebibles de resolver esta tensión, pero como no voy a hablar sobre la estructura lógica del conocimiento aquí, sólo las mencionaré en una nota.[4]

Pero el que la modalidad epistémica también sea fáctica parece implicar una complicación para lo que me propongo hacer aquí, que es elucidar el concepto de necesidad. Pues esto significa que la lógica del operador modal «S sabe que» también satisface el axioma $\boldsymbol{T}$. Esto, a su vez, quiere decir que la facticidad es una condición necesaria *pero no suficiente* para distinguir la modalidad metafísica de otras modalidades.

Un aspecto que distingue la modalidad epistémica de la metafísica es la *relatividad* de la primera: que S sepa que p requiere que p sea necesaria *de acuerdo a* lo que S sabe. Pero la modalidad metafísica no parece ser relativa, como veremos ahora.

2.1.2. Modalidades: relativas y absolutas

La segunda distinción, entonces, es entre modalidades *relativas* y *absolutas* (*cf.* Hale, 1996, 2013). De ahora en adelante me restringiré a modalidades fácticas: intentaré distinguir las modalidades fácticas relativas de las absolutas.

Una modalidad es *relativa* cuando la posibilidad o necesidad de una proposición en esa modalidad es relativa a otros hechos. Por ejemplo, la posibilidad tecnológica es, claramente, relativa: p es *tecnológicamente posible* siempre y cuando la tecnología disponible permita hacer verdad que p. (Como qué tecnología esté disponible es algo que cambia en el tiempo, la posibilidad tecnológica también es relativa al tiempo.) La modalidad nomológica —lo que es posible o necesario dadas las leyes de la naturaleza— es relativa, por supuesto, a las leyes de la naturaleza.

Entonces, que una modalidad «$\Box_\Phi$» sea relativa —es decir, relativa a una conjunción de proposiciones Φ— resultaría ser lo siguiente:

$$\Box_\Phi \mathsf{p} \underset{\text{def.}}{\iff} \Box(\Phi \to \mathsf{p}), \tag{2.3}$$

en donde la caja sin subíndice denota a una modalidad absoluta y «$\to$» denota a un condicional. Usualmente, la caja denota a la necesidad lógica y el condicional al condicional material, de manera que el lado derecho de 2.3 significa que de Φ se sigue lógicamente de p (*cf.* Hale, 2013, p. 101).

En contraste, una modalidad sería *absoluta* si la posibilidad o necesidad de una proposición en esta modalidad no es relativa a ninguna *otra* cosa. Muchos filósofos que proponen la noción de modalidad metafísica la introducen como una modalidad absoluta.[5]

¿Hay alguna manera más exacta para entender la absolutez de una modalidad «$\Box$»? Hale (2013, cap. 4) propone tres maneras (que resultan ser coextensionales):

CONTRAFÁCTICA $\Box p$ sii $\forall q(q \Box\!\!\rightarrow p)$, donde «$\Box\!\!\rightarrow$» es el condicional contrafáctico y el cuantificador proposicional «$\forall q$» está absolutamente irrestricto.

LÍMITE DE LA POSIBILIDAD RELATIVA $\Box p$ sii $\forall \Phi \Box(\Phi \supset p)$, donde «$\Phi$» es una conjunción de proposiciones.

AUSENCIA DE POSIBILIDADES COMPETIDORAS $\Box p$ sii $\neg\exists\Diamond(\Diamond\neg p)$, donde el cuantificador existencial corre sobre modalidades.

Se podría argumentar que estas maneras de entender la absolutez deben tener ciertas restricciones. Pues supongamos que una modalidad «$\Box$» es absoluta, y sea p necesaria en este sentido. Si consideramos una proposición q que sea *imposible* en cualquier modalidad absoluta, no es obvio que $q \Box\!\!\rightarrow p$ (esto dependerá de cuál sea la semántica correcta para los condicionales *contraimposibles*). De igual forma, no es obvio que, si q es absolutamente imposible, sea verdad que $\Box(q \supset p)$. Pues esto significa que no existe ninguna circunstancia en la que q sea verdad pero p no. Uno podría decir: «Bueno, como estamos suponiendo que q es absolutamente imposible, no existe ninguna circunstancia *posible* en la que sea verdadera, por lo que el condicional es vacuamente verdadero». Pero esto supone que estamos evaluando al condicional «$\supset$» no en todas las circunstancias, posibles *e* imposibles, sino solamente en todas las circunstancias *posibles*— y tienen que ser circunstancias *absolutamente* posibles.[6] Esto, a su vez, supone que existe una manera previa en que las circunstancias absolutamente posibles se diferencian de las absolutamente imposibles. Esto también es claro en AUSENCIA DE POSIBILIDADES COMPETIDORAS.

No quiero sugerir que el párrafo anterior implica algún problema particular para las propuestas de Hale. Solamente quiero sugerir que implica que las propuestas de Hale para entender la absolutez de una modalidad suponen que tenemos algún *entendimiento previo* de qué es la *absolutez* de una modalidad. Es decir: que tales propuestas no son definiciones *reductivas*.

Si esto es el caso, entonces, para afirmar que una modalidad es absoluta, tenemos que afirmar que las proposiciones que «deja fuera» —es decir, que no son posibles en ese sentido— son imposibilidades absolutas. Esto puede sonar trivial. Pero, dado que la absolutez se ha introducido de una manera no reductiva, conjeturo que puede haber disputas *sustantivas* acerca de su extensión: acerca de cómo fijar la noción de posibilidad absoluta que las tres propuestas de Hale suponen. De hecho, cuando explore la *naturalización de la metafísica modal* en un capítulo posterior, esto será relevante: podría resultar que uno de los compromisos sustantivos del naturalismo acerca de la modalidad metafísica es que muchas proposiciones resulten ser *absolutamente imposibles*, cuando los filósofos habían pensado que eran *metafísicamente posibles*.

Finalmente, un punto en el que no me voy a detener demasiado: Hale (2013) (inspirando por

Fine (1994)) pensaba que la modalidad lógica es otra modalidad absoluta. Pero si esto es verdad, eso significaría que la absolutez no es una característica única de la modalidad metafísica. Pero, entonces, no es algo que la *individúe*. Algunos, de hecho, piensan que la modalidad lógica puede reducirse a la modalidad metafísica (Hale, 1996), lo que eliminaría este conflicto. Pero estas cuestiones sobre la reducibilidad de una modalidad a otra son controvertidas, como veremos ahora.

2.1.3. Modalidades: definibles y primitivas

Algunas modalidades son, ciertamente, definibles (ya sea en términos de otras, o en términos no modales). Por ejemplo, la modalidad epistémica es definible en términos de la modalidad lógica y la noción de conocimiento: p es epistémicamente posible para S sii p es lógicamente consistente (posible) con todo lo que S sabe. Otros dos ejemplos clásicos: es usual definir a la necesidad lógica como *verdad en todo modelo*; mientras que es usual definir a la necesidad natural como *implicación lógica de las leyes naturales*.

Pero otras modalidades podrían no ser definibles. De hecho, algunos piensan que la modalidad metafísica es indefinible o primitiva (esta postura es el *primitivismo*, defendida, por ejemplo, en Roy 1993 y Wang 2018; el primitivismo o «modalismo» para la necesidad lógica se defiende en Bueno & Shalkowski 2013).

Sin embargo, otros piensan que sí es definible. Lewis (1986b), por ejemplo, creía que la necesidad metafísica es definible como la verdad en todo mundo posible lewisiano (hay mucha discusión al respecto). Otro ejemplo son los esencialistas como Fine (1994) o Hale (2013), quienes piensan que la necesidad metafísica es reducible a las esencias (rechazo estas ideas en Romero 2019).

Así que otro posible rasgo distintivo de la modalidad metafísica —que sea indefinible— es controvertido.

2.1.4. Modalidades: intermedias y extremas

Otra suposición que es usual leer en los proponentes de la modalidad metafísica es la idea de que esta es una modalidad *intermedia* entre la modalidad lógica y la nomológica (también conocida como modalidad *natural*, *física* o *causal*).

Que la modalidad metafísica sea «intermedia» significa que:

$$\Box_L \mathsf{p} \supset \Box_M \mathsf{p} \quad \text{y} \quad \Box_M \mathsf{p} \supset \Box_N \mathsf{p} \qquad \text{(Intermedia 1)}$$

donde los subíndices en los operadores denotan, respectivamente, a las modalidades lógica,

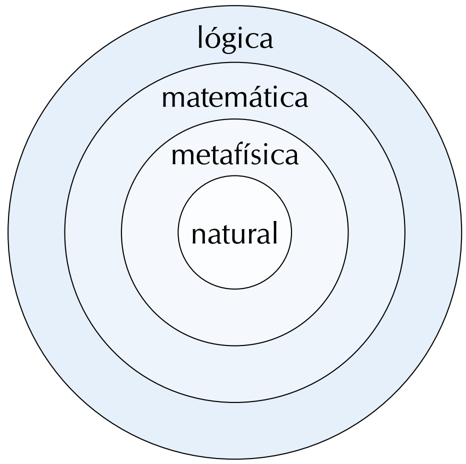

Figura 2.1: *Conjuntos «anidados» de mundos posibles, de acuerdo a la «fuerza» de la modalidad respecto a la que son posibles.*

metafísica y nomológica, y los condicionales no «conmutan». Una equivalencia de Intermedia 1 (con las mismas convenciones) es:

$$\Diamond_N \mathsf{p} \supset \Diamond_M \mathsf{p} \quad \text{y} \quad \Diamond_M \mathsf{p} \supset \Diamond_L \mathsf{p}. \qquad \text{(Intermedia 2)}$$

Que valgan estos dos pares de implicaciones significa que los mundos posibles se van a «anidar» de la manera representada en la figura 2.1.

Es usual suponer que la posibilidad lógica es el concepto *más amplio* de posibilidad objetiva: nada «más allá» de ella —nada que no sea lógicamente posible— es posible en algún sentido objetivo, fáctico. Por esto, la posibilidad lógica representa «la esfera exterior» del diagrama 2.1.

Pero en ese diagrama también se representa a la posibilidad nomológica como la esfera más interior, como si fuera la posibilidad objetiva más restrictiva. Esta implicación es falsa: existen posibilidades objetivas más restrictivas que la física —por ejemplo, lo tecnológicamente posible—, sólo que de ellas no voy a hablar en esta tesis.[7] Además, existen distintos «grados» de necesidad nomológica: algunas leyes son más necesarias que otras (Lange, 2017, cap. 2). Esta distinción no se corresponde exactamente con la diferencia nomológica/metafísica, ni con la diferencia nomológica/matemática; pero por ahora la voy a ignorar. Regresaré a ella en capítulos posteriores.

2.2. Lógica: ¿S5?

Hasta ahora, motivé el axioma (**T**) como parte de la lógica de la modalidad metafísica, y dije que es usual asumir la dualidad (Dualidad) de los operadores modales.

Entonces (por (**T**)) si una proposición es metafísicamente necesaria, se sigue que tal proposición es verdadera —equivalentemente, por (Dualidad): si algo es el caso, es metafísicamente posible. Además, la posibilidad de una proposición significa (por (Dualidad)) que no es necesaria su falsedad. Todos estos principios «suenan bien» al oído lógico, y comienzan a detallar la estructura de la posibilidad metafísica.

¿Hay otros principios lógicos cuya validez deba ser parte de la lógica de la modalidad metafísica? Algunos creen que sí. Otros creen que no. Vamos a revisar ambos campos.

2.2.1. Sí a S5

Entre los que creen que sí, la postura más usual sostiene que la lógica de la modalidad metafísica está dada por el sistema lógico S5. Esta lógica (en el orden cero) se define con los siguientes axiomas:

Todas las tautologías,	(**K**) $\Box(\mathsf{p} \supset \mathsf{q}) \supset (\Box\mathsf{p} \supset \Box\mathsf{q})$,
(**T**) $\Box\mathsf{p} \supset \mathsf{p}$	(**4**) $\Box\mathsf{p} \supset \Box\Box\mathsf{p}$,
(**B**) $\mathsf{p} \supset \Box\Diamond\mathsf{p}$	

y está cerrado bajo las siguientes reglas de inferencia:

SUSTITUCIÓN UNIFORME $\mathsf{p} \vdash SU(\mathsf{p})$, donde es p un teorema y $SU(\mathsf{p})$ consiste en reemplazar uniformemente todas las letras proposicionales en p por fórmulas,

MODUS PONENS $(\mathsf{p} \supset \mathsf{q}), \mathsf{p} \vdash \mathsf{q}$,

NECESITACIÓN Si $\vdash \mathsf{p}$, entonces $\vdash \Box\mathsf{p}$.

La particularidad de este sistema es que impone una cierta estructura en el conjunto de mundos posibles. Para entender esto, revisemos rápidamente algunos aspectos básicos de la semántica estándar de la lógica modal clásica (por ahora sólo necesitaremos hablar del orden cero). Esta es la semántica de marcos.

Definición 1. *Un marco $\mathfrak{F} = \langle W, R\rangle$, donde:*

- $\varnothing \neq W$ *es el conjunto de mundos posibles, y*
- $R \subseteq W^2$ *es la relación de accesibilidad o posibilidad relativa.*

Con ellos, se definen modelos:

Definición 2. *Un modelo $\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{F}, I\rangle$, donde:*

- $\mathfrak{F}$ *es un marco, y*
- I : *Fórmulas* $\rightarrow \wp(W)$ *es una función de interpretación.*

Usando las definiciones usuales para el operador de posibilidad y las demás conectivas proposicionales, las condiciones de verdad de las fórmulas modales son las siguientes:

Definición 3. *Una fórmula* p *de la lógica modal es verdadera en un mundo* $w \in W \in \mathfrak{M}$*, escrito* $w \vDash \mathsf{p}$*, si:*

- p *es atómica y* $w \in I(\mathsf{p})$*,*
- p *es* $\mathsf{q} \vee \mathsf{s}$ *y o bien* $w \vDash \mathsf{q}$ *o bien* $w \vDash \mathsf{s}$*,*
- p *es* $\neg\mathsf{q}$ *y no sucede que* $w \vDash \mathsf{q}$*,*
- p *es* $\Box\mathsf{q}$*, y: para todo* $v \in W$ *tal que* wRv*,* $v \vDash \mathsf{q}$*.*

Un modelo $\mathfrak{M}$ *hace verdadera a una fórmula* p*, escrito* $\mathfrak{M} \vDash \mathsf{p}$*, si* $w \vDash \mathsf{p}$*, para todo* $w \in W \in \mathfrak{M}$*.*

Resulta que el imponer diferentes propiedades lógicas en las relaciones de accesibilidad de una clase de marcos equivale a hacer que diferentes fórmulas sean válidas en esa clase de marcos. Necesitamos algunas definiciones:

Definición 4. *Un marco* $\mathfrak{F}$ *valida a una fórmula* p *sii para todo modelo* $\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{F}, I \rangle$ *(para alguna* I*),* $\mathfrak{M} \vDash \mathsf{p}$*. Una clase de marcos* C *valida a una fórmula* p *sii todo marco* $\in C$ *valida a* p*.*

Y además:

Definición 5. *Una fórmula* p *define a una clase de marcos* C *sii la clase de marcos que validan a* p *es exactamente* C*.*

Con estos conceptos, ahora podemos enunciar (sin demostración, pero veáse van Benthem 1984) algunos ejemplos —los que ahora nos importan— de los famosos *teoremas de definibilidad*:

Teorema 1. *El axioma **K** define a la clase de todos los marcos. El axioma **T** define a la clase de los marcos donde* R *es reflexiva. El axioma **4** define a los marcos cuya* R *es transitiva. El axioma **B** define a los marcos cuya* R *es euclidiana. Finalmente, la lógica **S5** define a los marcos cuya* R *es una relación de equivalencia.*

En términos gráficos, que la relación de accesibilidad sea una relación de equivalencia significa que el conjunto de mundos posibles se divide exhaustivamente en regiones inaccesibles entre sí. Podemos representar esto diagramáticamente, como en la figura 2.2.

El argumento de Plantinga (1974, sec. IV.6; *cf.* Williamson 2013, §3.3) para la lógica S5 es el siguiente. Si una proposición es posiblemente necesaria, eso significa (por la definición 3) que es necesaria en al menos un mundo posible. Pero «ser necesaria» significa, de acuerdo con Plantinga, ser verdadera en todo mundo posible. Por lo que la posible necesidad debería implicar la necesidad *simpliciter*.

Algunos de los que piensan que la modalidad metafísica se reduce a las esencias han recuperado a la lógica S5 (en su versión de primer orden con dominios constantes) como un caso especial de la lógica de la esencia (Fine, 1995).

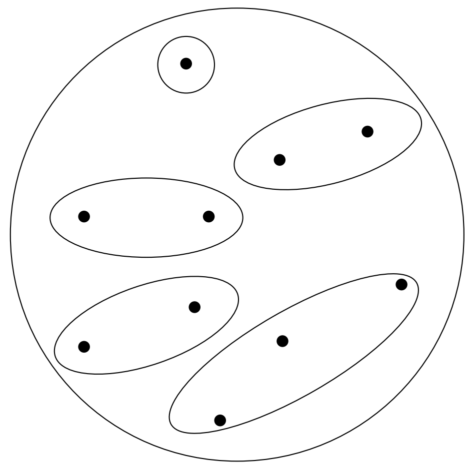

Figura 2.2: *Cada subconjunto es una clase de equivalencia de mundos posibles (i.e. un conjunto de mundos relacionados por R), estos son representados por puntos. El conjunto total es W.*

Es usual leer que con S5 se recupera la idea de Leibniz de que la necesidad es verdad en *todo* mundo, pero esto está equivocado. Como se ve en la figura 2.2, lo más que S5 *implica* es que los mundos forman clases de equivalencia; pero no implica que la necesidad sea verdad en todo elemento del conjunto total de mundos, W, pues aunque W es una clase de equivalencia bajo la relación de identidad, no es la única forma de definir relaciones de equivalencia.

2.2.2. No a S5

Existe una bien conocida objeción a la lógica S5, hecha por Chandler (1976) y Salmon (1989), que se basa en algunas tesis esencialistas. Objeciones parecidas se conocen como «la paradoja de Chisholm» (que expongo en Romero, 2014a). La idea básica es que, como vimos arriba, la relación de accesibilidad para la lógica S5 es una relación de equivalencia, lo que implica que es transitiva. Entonces, si en un mundo w_1 una proposición p es posible, y si a su vez ese mundo es posible relativamente a nuestro mundo, se sigue que p no sólo es posiblemente posible, sino posible *simpliciter*. Los argumentos de Chandler y de Salmon, así como los basados en la paradoja de Chisholm, implican que hay proposiciones que son posiblemente posibles, pero que *no* son posibles *simpliciter*. Si estos argumentos son correctos, entonces, la relación de accesibilidad no es transitiva y la lógica no puede ser S5.

Una respuesta a ello es con la teoría de contrapartes vagas de Forbes (1984), en la cual la lógica ya no es S5. Otra es la respuesta de Williamson (1990, pp. 126–143), un esencialismo mereológico que preserva S5, objetado por Salmon (1993).

Existen otros argumentos contra el axioma **B**, como el de Stephanou (2000); pero su argumento no es concluyente (Gregory, 2001). Hay otras razones por las que se ha rechazado que la lógica de la modalidad metafísica sea S5. Por ejemplo, si un hecho puede ser posible de manera vaga, la lógica seguramente no es S5 (Torza, 2015a).

Quizá el otro acercamiento dominante a la cuestión de la lógica de la modalidad es la teoría de contrapartes de Lewis (1986a; 1971). Esta es una teoría «encima de» la lógica clásica de primer orden, así que la lógica ni siquiera es modal. Se han explorado teorías de contrapartes que recuperen las relaciones que representan los axiomas de S5 (i.e., las relaciones de equivalencia), pero estos acercamientos no son muy populares en la literatura (Torza, 2011).

2.3. Ejemplos, usos y filósofos paradigmáticos

Además de la estructura del concepto de modalidad metafísica —cuyas marcas son, o bien, controvertidas, o bien, no únicas de ese concepto, como he notado en la sección 2.1— y de la lógica que obedece —que, como noté en la sección 2.2, es un debate abierto—, la noción de modalidad metafísica se ha propuesto mediante *ejemplos paradigmáticos*.

De hecho, probablemente haya sido mediante los ejemplos paradigmáticos que se introdujo el concepto, y también, probablemente ellos sean la mejor base que tenemos para entenderlo.

2.3.1. Lógica, matemáticas, y verdades conceptuales

Una primera lista de verdades que usualmente se proponen como metafísicamente necesarias son las verdades lógicas y matemáticas (confirmando el esquema en la figura 2.1), como dice Plantinga (1974, p. 1). Usualmente, esto se extiende también a las proposiciones de las matemáticas, y a las que podríamos llamar «verdades conceptuales». Plantinga nos da ejemplos (1974, pp. 1-2) como «Nadie es más alto que sí», «El rojo es un color» y «Ningún número es un ser humano».

Esto podría dar la impresión de que las verdades conceptuales son «obvias», pero el estatus de verdad conceptual de algunas proposiciones ha sido controvertido en la filosofía (Plantinga da ejemplos como «Toda persona está consciente en algún momento u otro» y «Nunca hubo un momento en el que hubiera espacio sin objetos materiales»; después de ello, afirma que la necesidad metafísica es más estrecha que la necesidad natural, lo cual apoya la noción de modalidad intermedia de §2.1.4, arriba.)

Yo argumentaría que las «verdades conceptuales» son simplemente verdades lógicas una vez que uno introduce los *postulados de significado* apropiados. (Por ejemplo, «Nadie es más alto que sí mismo» es una verdad lógica una vez que se introduce el postulado de que «ser más alto que» es un orden lineal.) Por lo tanto, no es claro que la noción de *verdad conceptual* sea distinta de «verdad lógica, dados los postulados de significado», como pensaba Carnap (y como le desagradaba a Quine).[8] Por lo tanto, no es claro que se requiera «extender» la necesidad lógica para que cubra a las verdades conceptuales, si es que uno concibe a los postulados de significado como *definiciones*.

Si lo que he dicho es correcto, tenemos que los ejemplos de Plantinga sólo iluminan la noción de necesidad lógica y necesidad matemática (suponiendo que la lógica sea distinta de la matemática). Si esto es así, lo único que distinguiría a la necesidad metafísica sería, de nuevo, el ser una modalidad intermedia en el sentido de §2.1.4.

Esto va a ser un tema recurrente. Pero para ejemplificarlo de nuevo, regresemos a la tradición. Creo que el concepto viene desde hace muchos siglos, aunque no tuviera un nombre específico.

2.3.2. Descartes: modalidad intermedia

Descartes propuso lo que hoy llamamos *dualismo sobre lo mental*. Sin adjudicarme ninguna profundidad interpretativa, creo que el argumento que otros filósofos han tomado como *su* mejor argumento, se puede entender así:

ARGUMENTO CARTESIANO

1. Puedo concebir que yo exista sin que exista nada material.
2. Si nada material existe, pero yo existo, entonces yo no soy material.

C1. Por lo tanto, puedo concebir que yo no sea material.

3. La concebibilidad de un estado de cosas implica su posibilidad.

C2. Por lo tanto, es posible que yo no sea material.

4. Lo que *de hecho* es material, es *necesariamente* material.

C3. Por lo tanto, yo, de hecho, no soy material.

Dando por sentado que es posible diseñar una teoría plausible sobre la concebibilidad, la premisa 1 parece verdadera; mientras que la premisa 2 es una verdad lógica. Y podemos aceptar 4 (al menos provisionalmente) como un principio básico de la filosofía cartesiana. Pero la premisa 3 es muy preocupante: ¿Por qué la concebibilidad de un estado de cosas debería implicar su posibilidad *objetiva*?

Ya hemos distinguido la posibilidad real —objetiva— de la posibilidad epistémica. No estoy objetando a la implicación de concebibilidad a posibilidad epistémica, sino a la implicación de concebibilidad a posibilidad *objetiva*. ¿Por qué el que alguien pueda concebir algo implicaría su posibilidad *objetiva*?

Por supuesto, grandes debates en filosofía de la mente surgen a partir de esta pregunta,[9] y yo no pretendo tratarlos aquí. Pero quiero resaltar algunos puntos.

Es razonable pensar que, si *objetivamente* es posible que yo no fuera material, entonces *objetivamente* es posible que las leyes de la naturaleza fueran distintas. Es decir: es razonable pensar que la verdad de la conclusión intermedia C1 implicaría que las leyes de la naturaleza no son necesarias. ¿Necesarias en qué sentido? Ciertamente no en el lógico: ¡ya sabíamos que las leyes de la naturaleza no son verdades lógicas! Si es en un sentido objetivo, esto debe significar que existe tal sentido *intermedio* de necesidad: uno entre la necesidad lógica y la necesidad natural. Una filosofía cartesiana, entonces, supondría que las premisas 1-3 del ARGUMENTO CARTESIANO implican que hay un sentido *objetivo, real*, de *posibilidad*, en el que es posible que las leyes naturales sean distintas, y que ese sentido no es el sentido lógico.

Esto me lleva a pensar que Descartes podría haber supuesto que existe una posibilidad objetiva *que no es la mera posibilidad lógica, pero que va más allá de la posibilidad natural*. Y, además, que la manera en que podemos «acceder» a ella —la manera en que podemos saber si algo es o no posible en ese sentido— es mediante ejercicios de concebibilidad como los del ARGUMENTO CARTESIANO.

2.3.3. Kripke: Cartesianismo y el problema mente-cuerpo

Si Descartes tenía o no las ideas que sugerí en el último párrafo, es algo que nos dirán sus intérpretes. Pero, ciertamente, dos filósofos contemporáneos muy importantes *tienen* tales ideas.

En el clásico *El Nombrar y la Necesidad*, Kripke escribe que (2005a, pp. 141–142):

> un filósofo que desee refutar la conclusión cartesiana tiene que refutar la premisa cartesiana y esta última tarea no es una cuestión trivial.
>
> Sea «A» el nombre de una sensación de dolor particular y «B» el nombre del estado cerebral correspondiente o del estado cerebral con el cual algunos defensores de la teoría de la identidad quieren identificar a A. *Prima facie* parecería que es por lo menos lógicamente posible que B hubiese existido [...] sin que Juan hubiese sentido ningún dolor en absoluto y, por lo tanto, sin que se diera la presencia de A. Una vez más, el defensor de la teoría de la identidad no puede admitir tranquilamente la posibilidad y proceder a partir de ahí; la consistencia, y el principio de la necesidad de las identidades que usan dos designadores rígidos, desautorizan cualquier movimiento en ese sentido. Si A y B fuesen idénticos, la identidad tendría que ser necesaria.

Claramente, es verdad que si damos por sentado a la necesidad de la identidad (*cf.* §2.3.9, abajo), entonces, si sucede que $A = B$, entonces sucederá que $\Box(A = B)$, y por ello, si es *meramente posible* que $A \neq B$, por *modus tollens* debe seguirse que, *de hecho*, $A \neq B$. Pero ¿por qué pensar que es posible que $A \neq B$? De acuerdo con Kripke, «*Prima facie* parecería que es por lo menos lógicamente posible que B hubiese existido [...] sin que Juan hubiese sentido ningún dolor en absoluto y, por lo tanto, sin que se diera la presencia de A». Analicemos esto.

Por supuesto, si «lógicamente posible» en la cita de Kripke significa «existe un modelo de la lógica formal», ciertamente *es* lógicamente posible que B exista sin A — simplemente porque, como «A» y «B» son nombres distintos, existe un modelo de la lógica en el que designan a dos cosas distintas. Pero esto es trivial: si lo único que se requiere es que exista un contra-modelo de la lógica de primer orden para que una fórmula no sea necesaria, entonces la necesidad de la que habla Kripke es meramente la necesidad lógica del cálculo de primer orden. Y bajo esa modalidad, *todas y cada una* de las tesis metafísicas que Kripke defiende que son necesarias —la necesidad de los orígenes, por ejemplo— resultarían *no* ser necesarias, simplemente porque no son teoremas de la lógica. Así que tomarse literalmente a la frase «lógicamente posible» trivializaría buena parte de las propuestas metafísicas de Kripke.

Eso significa que lo que Kripke debe tener en mente cuando, en pasajes como el citado, habla de modalidad lógica, es, al menos, la modalidad lógica *suplementada con las «verdades conceptuales» de las que hablaba Plantinga* (*cf.* arriba, sección 2.3.1). Pero ahora llegamos a la conclusión, a partir de las premisas de Kripke, de que la modalidad metafísica, que estábamos suponiendo que era objetiva —de los objetos, no de nuestras palabras y conceptos— es la modalidad lógica más las definiciones de nuestros conceptos. ¿Por qué suponer que los conceptos *que nosotros tenemos* estructuran el espacio de posibilidades *objetivas*?

Algo anda seriamente mal aquí. (En el siguiente capítulo hablaré más sobre verdades conceptuales.) Así que alguien podría pensar que estoy caracterizando mal a Kripke. Después de todo, ¿no es uno de los puntos principales de *El nombrar y la necesidad* que no todo lo conceptualmente posible —no todo lo *concebible*— es *metafísicamente* posible? El famoso ejemplo del atril del hielo es un ejemplo de esto (2005a, pp. 117–118).

Su ejemplo del atril es un caso de una generalidad: es un caso de (supuesta) verdad esencialista que sólo podemos conocer *a posteriori*. Para explicar cómo son posibles estos casos, Kripke propuso su famoso mecanismo:

ESQUEMA KRIPKEANO

1. $p \supset \Box p$
2. p

$\Box p$

Donde la premisa 2 es conocida solamente *a posteriori*, y por ello, también la conclusión. La idea de Kripke es que, como es conocimiento *a posteriori*, es *concebible* que la conclusión sea falsa. Por ello, si aceptamos el ESQUEMA KRIPKEANO, que presupone distinguir verdades *a priori* de verdades objetivamente necesarias, no todo lo concebible es objetivamente posible —a saber, aquéllos estados de cosas que sean concebibles, pero que en realidad sean imposibilidades objetivas *a posteriori*.[10]

Sin embargo, enfaticemos la premisa 1 del ESQUEMA KRIPKEANO: $p \supset \Box p$. Según Kripke, «uno conoce por un análisis filosófico *a priori* algún condicional de la forma 'si P, entonces necesariamente P'» (2005a, p. 118). Esta premisa es esencial para llegar al conocimiento *a posteriori* de la necesidad en el ESQUEMA KRIPKEANO. Y según Kripke, se conoce «por un análisis filosófico *a priori*».

Esto significa que para Kripke, incluso si no todo lo concebible es metafísicamente posible —pues puede ser una imposibilidad *a posteriori*—, sí es el caso que todo el conocimiento de lo metafísicamente necesario —sea *a posteriori* o *a priori*— requiere de una premisa *a priori*, que, básicamente, nos dice: «cual sea la opción epistémicamente posible que *de hecho* suceda, será la opción *metafísicamente necesaria*». Y, ¿cómo se justifican esos principios esencialistas *a priori*? Por ejercicios de concebibilidad. Los casos de la esencialidad de la composición del atril, en «Identidad y necesidad» (p. 117), o de la esencialidad del origen de la reina (2005a, nota 52), son muestras de ello.

No voy a defender o criticar más el acercamiento de Kripke a los principios esencialistas (aunque el próximo capítulo voy a volver a hablar sobre tales principios). En esta sección, mi único objetivo era mostrar que Kripke comparte una motivación con Descartes para suponer una noción de posibilidad metafísica *qua* modalidad intermedia: la motivación es *dar cuenta* de los ejercicios de concebibilidad con los que justifica tesis esencialistas. Y estas, a su vez, se usan para justificar tesis sobre la contingencia de la estructura natural del mundo. En el caso de Kripke y de Descartes, las contingencias en cuestión están en el problema mente-cuerpo, y esta tradición se extiende hasta hoy en día, con el racionalismo modal de Chalmers (2002). En otro caso de filosofía racionalista, Samuel Clarke usó la concebibilidad para inferir la contingencia de la materia, que a su vez usa para argumentar a favor de la existencia de Dios (Yenter & Vailati, 2018).

Ahora vamos a revisar una filosofía de acuerdo a la cual las contingencias son mucho más comunes.

2.3.4. Lewis: Humeanismo reencarnado

Lewis es otro importante teórico de la modalidad que piensa que la modalidad metafísica es una modalidad intermedia. Lewis es un *humeano* —alguien que piensa que no hay conexiones necesarias entre existentes distintos.

Suponiendo su principio de recombinación, Lewis infiere lo siguiente (1986b, p. 91):

> [...] las leyes de la naturaleza [...] no son estrictamente necesarias [...] o al menos las leyes que restringen lo que puede coexistir en diferentes posiciones no lo son. [...] Yuxtaponga duplicados de los [eventos x y y], con el argumento de que cualquier cosa puede seguir a cualquier cosa; este es un mundo posible que viola la ley de que [x lleva a y ...], quizás con la excepción de las leyes que restringen lo que puede coexistir en una sola posición.[T3]

Y comenta, inmediatamente después:

> No es de extrañar que mi principio prohíba las conexiones estrictamente necesarias entre existencias distintas. Lo que he hecho es adoptar un punto de vista humeano sobre las leyes y la causalidad y utilizarlo en su lugar como una tesis sobre la posibilidad. Misma tesis, diferente énfasis.[T4]

Es claro por qué el principio es el mismo: el principio humeano original dice que no hay conexiones necesarias —ya sea causales o nomológicas— entre existentes distintos. Este principio implica, entonces, que si a y b son dos existentes distintos, *aún* si alguna ley de la naturaleza implica que si se da a, se dará b, esta conexión debe ser contingente —debe haber algún mundo posible en el que se dé a, pero no se dé b.

Esto, entonces, significa que la adopción del principio humeano implica la adopción de una modalidad intermedia: una de acuerdo a la cual haya mundos posibles en los que las leyes de la naturaleza (las actuales, al menos) fallan, aún si las verdades lógicas permanecen verdaderas.

Lewis pone esto al servicio de su proyecto central: defender la *superveniencia humeana.* Esta es una ontología que, en consonancia con el empirismo de Hume, busca eliminar todo rastro de modalidad primitiva en nuestra concepción del mundo.

Esto significa que la superveniencia humeana está comprometida, no solamente con eliminar o al menos *desinflar* («*deflate*») los conceptos de posibilidad y necesidad asociados con la semántica kripkeana de mundos posibles, sino todos los conceptos intensionales, particularmente en las ciencias. Lewis hizo un trabajo impresionante, aún si muy controvertido, para intentar dar cuenta de las condiciones de verdad de los condicionales contrafácticos, la causalidad, las leyes, y la probabilidad dentro de su ontología (Hall, 2016).

Lo que me gustaría notar es lo siguiente. Como los racionalistas (Descartes, Kripke y Chalmers), Lewis postula un concepto de modalidad metafísica para *servir* a su proyecto filosófico: lo requiere para poder postular un estatus ontológico objetivo —el de ser real aún cuando se rompa con las leyes de la naturaleza, pero de una manera más sustantiva que la mera ausencia de contradicción lógica. (*Ser real* en un sentido absoluto, pues para Lewis la actualización es indexical: Lewis 1970. Y se rompe con las leyes debido a que estas requieren conexiones modales entre existentes distintos —precisamente lo que el humeano desprecia.)

Lewis también pretendía darle un lugar en su ontología modal a las posibilidades en las que hay fenómenos no-naturales del estilo que le interesan al cartesianismo. Él pensaba que el materialismo es una tesis contingente, pues su falsedad es concebible sin contradicción. Esta es otra motivación para la postulación de la modalidad metafísica —aunque en la filosofía de Lewis, que es materialista y que rescata la concebibilidad sólo como razonamiento bajo su principio de recombinación (1986b, p. 90), es una motivación menor (1986b, p. 73).

2.3.5. Interludio epistemológico: Humeanismo real

Hemos visto cómo la historia del concepto de modalidad metafísica comienza, aparentemente, en la tradición racionalista de la modernidad: empezando con Descartes y Clarke, y extendiéndose hacia Kripke y Chalmers. Pero sigue con la manera en la que Lewis interpreta a la idea humeana de la contingencia de las leyes naturales. Así, desde la tradición, el rol teórico de la modalidad metafísica ha sido el permitir postular la *posibilidad* de estados-de-cosas *no-naturales*, donde esa posibilidad es algo más sustantivo que la mera no contradicción. Postular ese estatus —ser una posibilidad objetiva pero no-natural— es precisamente lo que los racionalistas requieren para (1) su argumento dualista y (2) justificar su metodología basada en la concebilidad; así como lo que los humeanos requieren para su (1) argumento para la contingencia de las leyes naturales y, con ello, (2) para rechazar la necesidad en la Naturaleza.

Por otro lado, la tradición empirista que viene desde Hume, o duda de que haya alguna utilidad para los conceptos modales —como hacía Quine en algunos artículos—, o los «desinfla» para poder identificarlos con un aspecto fundamentalmente *extensional* de la realidad —como conjuntos de 4-secuencias de números (Quine, 1968) o universos materiales (Lewis, 1986b). Dentro del proyecto empirista, una constricción definitoria es desinflar no sólo los conceptos modales denotados por los adverbios «posiblemente» y «necesariamente», sino todo rastro de modalidad en el mundo, incluyendo leyes, probabilidad y causación. Una importante encarnación de esta idea es la *superveniencia humeana* de Lewis de la sección pasada.

Sin embargo, es interesante notar que Hume mismo —al menos en el *Enquiry* y en los *Dialogues*— rechazaba la idea de que la concebibilidad implica a la posibilidad, y le daba, más bien, un peso meramente epistémico a lo concebible. De acuerdo con el especialista en Hume, Abraham Anderson,[11] Hume no creía en el criterio de concebilidad irrestricto, sino en el principio de que todo lo que podamos concebir es posible relativo a lo que podemos saber *a priori*.

Según Anderson, Hume usaba al principio de concebibilidad para argumentar que ningún hecho concebible se puede excluir *a priori*, y esto, a su vez, para concluir que la metafísica no puede demostrar ninguna cuestión de hecho. Debido a que Hume suponía el determinismo, y a que pensaba que esta era una tesis *a posteriori*, Anderson concluye que el criterio de concebibilidad no es un principio *metafísico* que nos permita establecer la contingencia de las cosas en sí, sino un principio *epistémico* que enuncia nuestra incapacidad para demostrar *a priori* la existencia de cualquier ser.

Bajo esta *concepción humeana de la concebibilidad*, entonces, esta es solamente un reflejo de la limitación de nuestras capacidades racionales, más que una capacidad que nos permita acceder a algún tipo de posibilidad real. Esta concepción es atractiva: da cuenta de todos los datos y no parece tener ningún problema intrínseco. Pero, con ella, tenemos los fundamentos de una epistemología modal que no requiere postular que la necesidad metafísica —*qua* modalidad intermedia— sea una necesidad objetiva. Aunque aquí no desarrollaré temas epistemológicos, ofrezco a la concepción *verdaderamente humeana* de la concebibilidad como una alternativa a la concepción «metafísica» de Descartes, Kripke, Chalmers y Lewis.

2.3.6. Fine: Esencias e identidad de las cosas

Otro de los teóricos más importantes de la modalidad metafísica es Kit Fine. Ahora me importa investigar si Fine ofrece otros usos del concepto de «modalidad metafísica» que nos brinden casos paradigmáticos que, a su vez, nos permitan distinguir a la modalidad metafísica de la lógica y la natural. Voy a responder que no.

Fine piensa que hay algo que distingue a la necesidad metafísica de otras modalidades objetivas: ser el sentido de necesidad que se da en virtud de la identidad de las cosas (2002, pp. 236, 239). Como mencioné antes (§2.1.3), Fine (1994, p. 9) y otros piensan que esto nos da las bases para una *reducción* de la modalidad a la esencia (junto con otros, yo he rechazado su propuesta; Fine mismo tiene dudas sobre ella: 2002, p. 265). En esta sección dejo de lado la cuestión sobre la reducción y me enfoco en cómo Fine caracteriza al concepto.

Fine argumentó que la noción de *esencia* (o de *naturaleza*) debe tomarse como primitiva, pero que puede iluminarse con la noción de *definición real*. La definición real de x especifica su esencia, y consta de todas las proposiciones que son verdaderas *en virtud de la naturaleza* (o *identidad*) de x, es decir, por todas las las proposiciones que resultan verdaderas cuando el operador «verdadero en virtud de la naturaleza de x» se adjunta a ellas (Fine, 1994). Estos operadores forman una familia: para cualquier objeto o pluralidad de objetos, hay un operador que especifica las proposiciones que sus esencias hacen verdaderas. Junto con Fine, otros, con algunas diferencias menores, son adeptos de esta *teoría definicional de la esencia*.[12]

Pero Fine piensa que la modalidad metafísica es distinta de la física, pues piensa que algunas leyes físicas *no* dan la definición real de nada. Y piensa esto debido, otra vez, a ejercicios de concebibilidad: «Ciertamente es concebible, y por ello metafísicamente posible, que muchas de las leyes naturales que gobiernan nuestro universo podrían no darse»[T5] (2002, p. 257).[13]

Fine recuerda que, desde Kripke, se ha pretendido evadir este tipo de ejemplos postulando que los mundos concebibles son, en realidad, mundos en los que no existe la gravedad, sino la «schgravedad»: una fuerza «muy parecida» a la gravedad, pero sujeta a otras leyes. Fine argumenta que esta estrategia, de cualquier forma, implica *otros* contraejemplos a la necesidad metafísica de las leyes. En el siguiente capítulo (§3.1.2) argumentaré que estos argumentos no son concluyentes.

Así, Fine piensa que algunas leyes naturales son metafísicamente contingentes, debido a que (i) pueden ser concebidas como falsas (o como no siendo leyes), y a que (ii) la mejor estrategia para bloquear estos contraejemplos, a su vez, *implica* la contingencia metafísica de ciertas leyes. Pero él no cree que *todas* las leyes sean metafísicamente contingentes: piensa que algunas *sí* son metafísicamente necesarias. Y piensa esto porque cree que hay una «*intuitive distinction*» (distinción intuitiva) que podemos hacer (2002, pp. 260–1), partiendo de que algunas dan la definición real de algunas entidades o fenómenos. Da los siguientes ejemplos (*ibid.*):

> Que los electrones tengan carga negativa, por ejemplo, me parece metafísicamente necesario; es en parte definitivo de lo que es ser un electrón que deba tener carga negativa. Pero que la luz tenga una velocidad máxima o que la energía se conserva le parece a uno que es, como mucho, naturalmente necesario. Es difícil ver cómo podría ser en parte definitivo de lo que es ser la luz que debería tener una velocidad máxima determinada, o en parte definitivo de la energía que ella debería conservarse.[T6]

Yo no tengo ninguna intuición parecida a las de Fine: no creo que ninguna de estas leyes enuncie más una definición real que otra. Me parece más razonable pensar que todas las leyes *fundamentales* (a diferencia de las *fenomenológicas*) que rigen a un fenómeno concreto son igualmente definitorias de este; por lo que la constante lumínica y la preservación de la energía son tan definitorias de la energía electromagnética como la existencia de cargas negativas y positivas.

Sea como sea, el problema *no* es que *yo* no comparta las intuiciones de Fine. El problema es que, en la medida en que se pueden trazar diferencias modales entre estas leyes *de forma sistemática y naturalista*, ello *contradice* a las intuiciones de Fine. Veamos.

Tomemos el hecho de que los electrones tienen una carga negativa. Fine piensa que esto da la definición real de los electrones. Aclaremos una posible confusión. Visto de una forma, esto no es una definición *real* (*i.e.*, de una entidad concreta), sino *nominal*: «electrón» significa «partícula con carga negativa» y a su vez, «carga negativa» solamente significa «carga que repele a la carga positiva». Pero «carga negativa» y «carga positiva» solamente se llaman así por la dualidad de ciertas cargas: podríamos cambiar los nombres (llamarle «negativa» a la positiva y «positiva» a la negativa) y preservar esta relación (dada por la ley de Coulomb), que es lo importante.

Dejando de lado ese sentido, y considerando a la *definición real*, la idea sería que los *obje-*

tos concretos que son los electrones tienen *por naturaleza* una carga negativa. Pero ¿qué *es* la carga negativa? (La *entidad*: la propiedad, no la *palabra*). Bueno, la mejor manera que tenemos de saberlo es mediante las mejores teorías que se han encontrado sobre el asunto. No puede ser alguna «intuición» —a su vez, forjada por la educación básica en estas teorías, pues el electromagnetismo no es una teoría innata— tan simple como «la propiedad que repele a la carga positiva», porque todavía nos faltaría definir la noción de *repeler* y de *carga positiva*. Y para esto, de nuevo, sólo tenemos a las teorías.

Desde Maxwell, sabemos que la carga eléctrica genera un campo (de acuerdo con la ley de Gauss) —y también que, de la naturaleza de este campo, se *sigue* la conservación de la carga (Purcell & Morin, 2013, §4.2). Así que *la misma teoría* con la que se entiende a la naturaleza de la carga negativa, *implica* que la carga se conserva. De esta misma teoría también se sigue que la velocidad de la onda electromagnética (en el vacío) es $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{1/2}$ (Purcell & Morin, 2013, §9.4), donde ϵ_0 y μ_0 son las constantes (respectivamente) eléctrica y magnética, de la permitividad y permeabilidad del vacío, cuyos valores se encuentran experimentalmente. Como esta velocidad c es constante (lo cual se confirma experimentalmente), tenemos una motivación para la teoría de la relatividad especial de Einstein y su requisito de la invarianza de Lorentz.

Entonces, tanto la teoría electromagnética y la relativista, como los datos encontrados empíricamente, implican a la constancia de la velocidad de la luz con un valor específico. Y si lo más cercano que tenemos a una definición real —*i.e.*, a una teoría sobre la esencia— de la luz son las teorías físicas sobre la luz, entonces pierde su fuerza la creencia de que la constancia de la velocidad o la preservación de la energía no son parte de esa naturaleza. Por supuesto, como ambos son hechos que hemos confirmado experimentalmente —no *a priori*—, uno podría suponer que esto es la fuente de su contingencia. Pero Kripke ya nos recordó que para unir lo *a posteriori* (una categoría epistemológica) con lo contingente (una categoría ontológica), se requiere de argumentos sustantivos: no es un principio gratuito.

Esto significa que no hay una manera limpia de trazar, *basándose en la ciencia*, las «distinciones intuitivas» de Fine.

Bueno: existe una diferencia sistemática entre (por ejemplo) el que los electrones tengan carga negativa y que la energía se conserve. La primera idea es acerca de un tipo de energía; la segunda es una ley acerca de *todo* tipo de energía y, de hecho, es una constricción sobre las leyes. Podríamos decir que es una ley «de alto nivel». Y existen buenas razones para pensar que, contrario a las intuiciones de Fine, la última (la ley de conservación) es la que tiene un grado más alto de necesidad (Lange, 2017, cap. 2). Estas razones se dan a partir del análisis de las explicaciones científicas, y no tienen nada que ver con «diferencias intuitivas».

No es que, como con los racionalistas y con Lewis, el concepto de *modalidad metafísica* sea usado por Fine para argumentar que la estructura natural del mundo es contingente en un sentido sustantivo: esta es una consecuencia, no lo que él busca. Lo que él busca es la idea tradicional de que los objetos tienen *definiciones de su identidad*: sus esencias. Este mero concepto no está «ni aquí ni allá» respecto a la cuestión del naturalismo (como subrayaré en el siguiente capítulo, existen proyectos de esencialismo naturalista). Sin embargo, cuando Fine intenta dar ejemplos de esencias, se ve que él piensa que conocemos estas —o, al menos, casos importantes de estas— a partir de lo que nos parece «intuitivo» y de lo que podemos concebir: su ejemplo del electrón es un caso de ello. Pero, como argumenté, desde el punto de vista naturalista esto está muy mal motivado y tiene consecuencias *contrarias* al análisis de algunas teorías científicas reales.

Concluyo que, lejos de brindar casos paradigmáticos que nos ayuden a entender cómo usar el concepto de modalidad metafísica sin compromisos teóricos cuestionables, en las manos de Fine, el concepto de modalidad metafísica es, otra vez, un artificio para responder a intuiciones y ejercicios de concebibilidad que son profundamente problemáticos desde el punto de vista naturalista.

2.3.7. Williamson: La lógica modal metafísica

Williamson es el último teórico que revisaré específicamente en este capítulo, buscando en su postura una marca paradigmática de la modalidad metafísica: una serie de casos, o una marca estructural, que distinga a este concepto de otros. Considerar su postura es particularmente prometedor, pues Williamson ha escrito un libro entero (Williamson, 2013) que ha sido muy influyente, en el que propone una metodología para argumentar acerca de tesis modales.

Williamson parte del supuesto de que la metafísica modal debe investigarse mediante un sistema lógico. Esto podría ayudarnos con las preguntas de §2.2. La idea básica es considerar sistemas de lógica modal fijando una interpretación pretendida —en particular, donde los operadores modales se refieran a la modalidad metafísica—, descartar aquéllos que impliquen tesis para las cuales tenemos evidencia anterior de que son falsas, y comparar los restantes respecto a dos virtudes meta-teóricas principales: fuerza (en el sentido de tener más consecuencias que podamos verificar) y simplicidad (al menos en el sentido de requerir menos axiomas o modificaciones en los axiomas o la semántica). El siguiente es el estándar que Williamson propone para evaluar teorías lógico-metafísicas (2013, §§3.3, 3.6): la lógica modal metafísica es aquella que sea completa y correcta para las fórmulas «metafísicamente universales», donde una fórmula es metafísicamente universal siempre y cuando al generalizar universalmente sus constantes no-lógicas (que incluyen a los operadores modales), obtenemos una fórmula verdadera. En el orden cero, usamos cuantificación proposicional; en el primer orden, usamos cuantificación de segundo orden (ejemplos en la nota).[14]

La justificación de esto es que, según Williamson (p. 92), buscamos una teoría sobre la modalidad metafísica que consista en todas las verdades sobre ella que sean suficientemente generales, donde esta generalidad se entiende como una generalidad lógica, *i.e.*, que estas verdades generales cumplan las características de una lógica modal. Williamson no cree que toda generalización sea general en este sentido: «Es metafísicamente necesario que todos los tigres sean animales» podría ser verdad, pero no es general en el sentido pretendido, pues su idea es que buscamos dejar de lado temas específicos; más bien, quiere investigar la estructura más general posible de la modalidad metafísica (*ibid*).

Resulta que la lógica que él juzga como «la mejor» es la lógica clásica S5 con cuantificación de alto nivel. Y resulta que la siguiente tesis es un teorema de esta lógica:

NECESITISMO Necesariamente: toda cosa es, necesariamente, idéntica con algo:

$$\Box\forall x\Box\exists y(x=y)$$

Esta tesis implica que toda cosa que alguna vez hayamos conocido, existe necesariamente. Pero esto parecería ser llanamente falso: la planta que, tristemente, se secó ayer, ha dejado de existir y por lo tanto, no existe en todo mundo posible: ¡en este no, por ejemplo!

Pero Williamson cree que NECESITISMO puede evadir tales aparentemente obvios contraejemplos. Él piensa que ellos muestran *solamente* que muchas cosas no son necesariamente *concretas*; pero que esto es distinto de que las cosas no sean necesariamente *existentes*. La planta es contingentemente *una planta*; pero *no* es contingentemente *ella misma*, ni existe contingentemente. Usando esa estrategia de reinterpretación, los contraejemplos obvios se desvanecen.

Los argumentos de Williamson para su lógica favorita se basan en algunos resultados técnicos; pero el argumento general es como sigue. Mientras que su lógica es (i) «simple» en el sentido de tener axiomas y semántica que no necesitan de muchas modificaciones, y (ii) «poderosa» en el sentido de tener como teoremas algunos principios importantes y hacer distinciones importantes,[15] las lógicas rivales que hasta ahora conocemos y que no implican NECESITISMO, no son ni simples ni poderosas en ese sentido.[16] ¿Qué debemos pensar sobre esto?

Empecemos notando que estas virtudes meta-teóricas son *relativas*.

El poder de una hipótesis es relativo a los datos que queremos que explique (o prediga o implique). Por ejemplo, una hipótesis en la física del espaciotiempo puede ser muy poderosa aún si no *implica* que existe la vida. Pero una hipótesis en biología evolutiva no puede contar como poderosa si no implica que existe la vida: sería muy débil como para considerarse seriamente.

La simplicidad de una hipótesis también es relativa a los datos que se quieren explicar con esa hipótesis. Si los datos indican la existencia de una cierta estructura, la hipótesis no puede ser tan simple que no implique la existencia de tal estructura, o una aproximadamente como ella. En el ejemplo de arriba, la hipótesis en física puede ser suficientemente simple aún si no implica la existencia de la vida; pero una hipótesis en biología que no implique la existencia de la vida no tiene la *virtud* de la simplicidad: es falsa.

Entonces, *poder* y *simplicidad* son cualidades relativas al tipo de datos que deban explicarse. Otra manera de ilustrarlo es pensando en un caso típico de la estadística. Tenemos una distribución de frecuencias; en una regresión lineal, por ejemplo, buscamos una ecuación que defina una curva suficientemente «cercana» a los datos que tenemos; pero no demasiado (porque hay ruido). La simplicidad de la hipótesis consiste en que esta no tenga desviaciones o sofisticaciones innecesarias para «apegarse» *suficientemente* bien a los datos observados, y su poder consiste en que la relación que postula prediga cercanamente los nuevos datos observados (i.e., que la curva pase suficientemente cerca de los próximos puntos de datos). Pero si cambiamos el conjunto de datos, nada nos asegura que la misma curva pase suficientemente cerca de esos datos, ni que prediga los próximos: diferentes datos, diferente simplicidad y poder de la hipótesis.

Entonces, cuáles sean los datos iniciales va a tener consecuencias en cuál sea la hipótesis que sea la más fuerte y simple. ¿Cuáles son esos datos que, según Williamson, explica su hipótesis de que su lógica *es* la lógica de la modalidad metafísica? La validez de ciertas inferencias; por ejemplo, las que usan un principio de comprehensión modal (como COMP). Si esto fuera todo lo que hay que explicar, la hipótesis de que todo lo que hay en la modalidad metafísica es lo que describe una lógica muy austera (la lógica de Williamson) parecería una hipótesis muy simple.

Pero si lo que hay que explicar no es solo la validez de ciertas inferencias —validez que no depende de ninguna interpretación particular de los predicados involucrados—, sino *también* que los objetos existen contingentemente, entonces, la hipótesis de que la lógica modal metafísica es la lógica de Williamson, llanamente, *no* es simple ni poderosa. Se encuentra en el mismo caso de una «teoría» «biológica» de acuerdo a la cual no existe la vida: ella no es ni simple ni poderosa, es falsa. Una teoría con la *virtud* de la simplicidad tiene una cualidad: la de implicar los datos que poseemos (o, en el caso continuo, *acercarse suficientemente* a ellos), sin implicar mucho más de lo necesario para ello. Y una teoría poderosa tiene la virtud de implicar a los datos que poseemos, además de implicar nuevos datos (que podríamos poseer), o de unificarlos con otros. Pero con la hipótesis de Williamson no podemos siquiera inferir el *dato* de que mi pobrecita planta es contingentemente existente.

Claro que los necesitistas piensan que reinterpretando la tesis —no: «las plantas son contingentemente existentes», sino: «las plantas son contingentemente concretas»— su hipótesis da cuenta de los datos. Pero esa no era la tesis original. Nadie dejaría engañarse por un biólogo cuya «teoría» implicara que no existe la vida, pero que sí implicara que existe la «schvida»: yo *no* estoy vivo, sino que soy máquina que *se porta como* algo viviente.

Por supuesto, existen idealizaciones y simplificaciones. Pero el necesitismo no es ninguna idealización;[17] se ofrece como *literalmente* verdadero.

La postura necesitista es, entonces, llanamente falsa, y su lógica no es simple ni poderosa, porque ni siquiera recupera los datos que debe recuperar.

Los necesitistas me acusarán de petición de principio: me acusarán de que considere que la postura contraria es un *dato* que hay que explicar, no una *teoría* contenciosa. Pero este movimiento es inefectivo: el biólogo del ejemplo también podría decir que la existencia de la vida es solamente parte de una *teoría* contenciosa, no un *dato*, y que tomarla como tal es una petición de principio. Los terraplanistas argumentan que la curvatura de la Tierra es una hipótesis, no un dato; con ello, argumentan que su absurda hipótesis es razonable «a la luz de la evidencia». Así, *cualquiera* puede rechazar lo obvio afirmando que es parte de una teoría, no un dato, y que su teoría, que no recupera el dato, en realidad no recupera una afirmación contenciosa.

Otra salida que podrían intentar es recordar descubrimientos de la ciencia en los que algo que se daba por obvio resultaba ser incorrecto (que la Tierra es el centro del universo, digamos). La verdad del necesitismo sería análoga a la verdad de que la Tierra no es el centro del universo; el necesitista sería el Galileo de la modalidad. Pero, como Williamson mismo nota, esta defensa podría darse para cualquier postura en absoluto, no importa qué tan absurda (p. 5).[18]

El problema es cómo empezamos construyendo la lógica. En la metodología de Williamson, partimos sólo de las verdades más generales, y buscamos la lógica que sea más simple y que las implique. Pero creo que esta metodología está equivocada. *Qua* metafísicos modales, nos interesan no solamente las verdades estructurales más generales sobre la modalidad, sino recuperar las hipótesis —o, incluso, las verdades conceptuales— que damos por sentado, y también argumentar por nuevas hipótesis a partir de consideraciones *extra*-lógicas (Sullivan (2014) hace una objeción parecida).[19] Que la existencia de mi planta es contingente, es algo que damos por sentado. Y, como argumentaré en posteriores capítulos, las ciencias postulan hipótesis sobre la estructura modal de los sistemas concretos, y esas hipótesis trascienden a la estructura lógica.

En la aproximación de Williamson, modificar a la lógica más sencilla —para estándares puramente lógicos— para dar cuenta de esta hipótesis es un tipo de metodología pseudocientífica: introducir modificaciones *ad hoc*, epiciclos en la hipótesis simple, para llegar a la teoría que ya aceptábamos. Pero Williamson está profundamente equivocado sobre en dónde hay que poner el énfasis. Se equivoca en su suposición de que la metafísica modal sólo puede preguntarse —al menos, inicialmente— sobre la validez de argumentos que involucran operadores modales: la universalidad metafísica *no* es la única constricción. Y no es la única constricción porque ella no distingue a la modalidad metafísica de la lógica: como se supone que modalidad metafísica «tiene algo que ver» con la necesidad de ciertos hechos acerca de los objetos, nada nos asegura que ello no requiera postular principios que van más allá de la lógica (por ejemplo, conexiones necesarias entre propiedades específicas, por ejemplo; o incluso la imposibilidad de estas). Dada la falsedad de esta suposición, complicar lógicas austeras para dar cuenta de la inexistencia contingente es precisamente lo contrario de pseudocientífico: es buscar una teoría que dé cuenta de los datos.[20]

La metodología abductiva de la lógica modal metafísica, entonces, no logra brindarnos un concepto bien definido de *modalidad metafísica*: ¿Qué diferencia a la modalidad de Williamson de la modalidad lógica, si lo único que requerimos es dar cuenta de la validez de inferencias modales (por ejemplo, usando principios de comprehensión)? Para esos usos, da igual usar necesidad lógica.

En conclusión: *el necesitismo es falso, su lógica no es simple ni poderosa porque no recupera los datos que debe recuperar, y la metodología de Williamson no ayuda a entender qué es la modalidad metafísica, o para qué sirve, y se equivoca sobre cuál debe ser el punto de partida de la disciplina.*

2.3.8. ¿Por qué nos importaría?

Hemos visto distintos usos que algunas filosofías importantes intentan darle al concepto de modalidad metafísica, que van más allá de las verdades lógicas, conceptuales y matemáticas:

- Para que la concebibilidad implique posibilidad *en las cosas*. (Los racionalistas son un ejemplo de esto, así como Fine.)
- Para evitar que la estructura natural del mundo sea una necesidad *fundamental*. (Esto lo vimos con Lewis.)
- Para sustentar la idea de que las cosas tienen una *esencia*, que puede trascender a las leyes que se pueden encontrar científicamente. (Fine es el ejemplo de esto.)
- Para encontrar la necesidad objetiva *más amplia* que cubra el razonamiento matemático-modal (Williamson).

Entonces, «modalidad metafísica» literalmente significa «modalidad *supra-física*»: la modalidad que cubre las supuestas posibilidades que no son teoremas de la lógica clásica, pero que tampoco requieren obedecer las leyes naturales. Podemos tener una duda: ¿por qué pensar que tenemos un entendimiento suficientemente *estable* de este tipo de (supuestas) posibilidades? En el siguiente capítulo exploro cuestiones relacionadas con esta. Por ahora, preguntemos: ¿Por qué pensar que ellas forman una «*clase natural*» de posibilidades en el espacio lógico, que merezca investigarse?

2.3.9. ¿Necesidad de la identidad?

Una razón —que también daba Kripke— para postular la modalidad metafísica es a partir del teorema de la necesidad de la identidad. Este afirma que si x e y son idénticos, entonces son necesariamente idénticos. En símbolos:

$$\forall x \forall y [x = y \supset \Box x = y] \qquad \text{(NecId)}$$

(Como NecId es un teorema de la lógica modal cuantificada, usando la regla de la necesitación se infiere que es, a su vez, una proposición necesaria.)

La fórmula NecId es un caso paradigmático de la necesidad metafísica: obviamente, no se sigue de ninguna ley de la naturaleza en particular, y por ello no es una necesidad nomológica, y es defendible que tampoco tiene que ver con nuestro conocimiento. Por ejemplo, Kripke (2005b) argumentó que NecId implica que en el lenguaje podemos tener dos nombres distintos para la misma cosa y que, como Frege (2016) ya había notado, esto implica que algo *epistémicamente contingente* (que $a = b$), dada NecId, puede ser *objetivamente necesario*.

Pero, por supuesto, el hecho de que NecId sea un teorema de la lógica, *significa* que es una verdad *lógicamente* necesaria, al menos si adoptamos un sistema lógico modal del que se siga.[21] ¿Por qué deberíamos inventar una *nueva* clasificación, aparte de esta, de la necesidad: la que llamamos necesidad *metafísica*?

En *El nombrar y la necesidad*, una de las maneras en que Kripke usó «modalidad metafísica» es para hablar de modalidad objetiva, real: *modalidad real de los objetos*. Una modalidad puede ser objetiva (real) y objetual (de objetos, no enunciados) aún cuando sea lógica, al sistematizar las inferencias válidas con respecto a las propiedades propiedades lógicamente necesarias de los objetos. (Esto está relacionado, pero no es lo mismo, con la distinción entre *de re* y *de dicto*.[22]) En este caso, la clasificación «modalidad metafísica» no refiere a una modalidad intermedia, sino simplemente a una modalidad *de los objetos*.

2.3.10. ¿Modalidad objetiva vs. representacional?

Pero es importante notar que aceptar una modalidad objetiva (y objetual) nos compromete con rechazar que esta sea idéntica a la modalidad lógica (al menos la de la lógica modal cuantificada clásica). Pues algunas fórmulas son *lógicamente contingentes*, aunque sean *objetualmente necesarias*: 'Héspero = Fósforo' es una contingencia lógica (pues existen modelos que le asignan distintas denotaciones a 'Héspero' y a 'Fósforo'), aunque *es objetualmente necesaria debido a que la identidad es lógicamente necesaria*. Es decir: como las fórmulas del tipo $\ulcorner a = a \urcorner$ son teoremas de la lógica y por ello, lógicamente necesarias (asumiendo una lógica modal cuantificada estándar), y como *de hecho* 'Héspero' nombra al mismo objeto que 'Fósforo', la *proposición* expresada por 'Héspero = Fósforo' debería tener el mismo estatus modal (objetivo) que la expresada por 'Héspero = Héspero': debería ser igualmente necesaria (en el sentido objetivo, no en sentidos epistémicos). Así, la modalidad lógica se entiende mejor como una propiedad de oraciones o fórmulas, y la modalidad objetual como una propiedad de las proposiciones (en una concepción «russelliana» de estas).[23]

Aquí es útil invocar a la distinción de Rayo entre modalidad *de mundo* y modalidad *de repraesentatione* (Rayo, 2013, p. 49):

> mientras que la posibilidad *de mundo* se aplica a las formas en que el mundo puede ser, independientemente de cómo se representen, la posibilidad *de repraesentatione* es sensible a la forma en que se representa al mundo. La consistencia lógica, por ejemplo, es una noción de posibilidad *de repraesentatione*. Pues 'Hesperus ≠ Phosphorus' y 'Hesperus ≠ Hesperus' difieren en términos de consistencia lógica, aunque la satisfacción de sus condiciones de verdad impone el mismo requisito (imposible) en el mundo.[T7]

Entonces, tomar a la modalidad metafísica como una modalidad *objetiva y objetual* (una modalidad *de mundo*) requiere diferenciarla de la modalidad puramente lógica. Y, en general, postular una modalidad *metafísica* es útil para distinguir modalidades *de mundo* de modalidades *de representatione*. Pero, entonces, no se requiere especificar la extensión del concepto «modalidad metafísica» con ejercicios de concebibilidad, ni a partir de una constricción *a priori* sobre la ciencia. Más bien, es fácil ver que *toda modalidad objetiva que trascienda a la modalidad nomológica va a ser simplemente modalidad lógica* de mundo. Esto dependerá, por supuesto, de cómo entendamos a la modalidad lógica *de mundo*, pero si la única constricción es la necesidad de la identidad, es fácil acotarla: simplemente tomamos a los modelos de la lógica en los que nunca se cambia la extensión de nombres co-referenciales.

Tres comentarios finales.

Primero, que no necesitemos usar ejercicios de concebibilidad me parece bueno, pues ellos han probado ser muy poco efectivos para establecer algún tipo de posibilidad objetiva. La concebibilidad de los filósofos está en duda mientras no tengamos evidencia de que (i) los conceptos que usamos para hacer ejercicios de concebibilidad *de hecho* representan diferencias *en el mundo*, y de que (ii) las heurísticas o procesos cognitivos mediante las que usamos esos conceptos para concebir escenarios son fiables, en el sentido en que: si los conceptos que usamos para hacer ejercicios de concebibilidad representan diferencias objetivas, y estas diferencias tienen un patrón dado de variación modal (es decir, se comportarían de una cierta manera en otras circunstancias posibles), entonces esas heurísticas nos harán imaginar escenarios en los que representemos esos patrones de variación modal.

Segundo. En realidad, no creo que haya una *única* noción de necesidad nomológica. Más bien, creo, con Lange (2017, cap. 2), que existe una jerarquía de «fuerzas modales» en las distintas leyes de la naturaleza. Ninguna de ellas se corresponde con la «necesidad metafísica» en los sentidos que hemos revisado aquí; pero hablaré más sobre ellas en capítulos posteriores.

Tercero. El término «modalidad metafísica» está tan unido a proyectos filosóficos particulares, como hemos visto arriba, que prefiero simplemente desecharlo. Lo único que me interesa es tratar con la posibilidad *real*, la posibilidad *de mundo*, que no sea simplemente la posibilidad lógica: la posibilidad *de mundo* más amplia que no sea la lógica.

2.4. Conclusiones: deshacernos de la modalidad metafísica y naturalizar

Concluyo que el concepto de *modalidad metafísica* no parece estar bien definido (en el sentido de denotar a un único aspecto de la realidad).

Recientemente, otros autores han alcanzado conclusiones deflacionistas o escépticas sobre la modalidad metafísica, como Clarke-Doane (2019), Divers (2018), Nolan (2011) o Priest (2019).[24] Por mi parte, creo que las consideraciones anteriores dan buenas razones para el escepticismo sobre la modalidad metafísica: el concepto es muy poco claro tanto en las marcas que se le asocian como en su rol teórico. Por un lado, no es claro qué es —siendo todas sus marcas, o no únicas, o bien muy controvertidas—; por el otro, no es claro para qué sirve: si, como he argumentado, su rol teórico más importante es el de referirse a una modalidad *objetiva* intermedia entre la lógica y la física, he argumentado que este rol teórico solamente ha servido para fundamentar proyectos anti-naturalistas, como los surgidos en las tradiciones humeanas o racionalistas. Pero ¿por qué pensar que hay una modalidad objetiva que implique a la contingencia del orden natural del universo? No hay una motivación filosófica para ello, más allá del hecho de que otros órdenes naturales son *concebibles*. Pero, como sugerí en §2.3.5, una interpretación de este hecho (que, además, parece venir directamente del propio Hume) es que la estructura natural de la realidad no se puede demostrar *a priori*. Esta conclusión es sobre los alcances de nuestro conocimiento, no sobre la realidad —y, por ello, es más económica. Y le quita las bases motivacionales a la postulación de la modalidad metafísica.

Concluyo que el concepto de *modalidad metafísica* está *en muy mala forma*: no tiene un rol teórico claro, más allá del de distinguir modalidades (en la frase de Rayo) *de mundo*, de modalidades *de repraesentatione*. Pero entonces no parece haber motivación alguna para postular un reino de posibilidades que es accesible mediante ejercicios filosóficos de concebibilidad: lo único que necesitamos es un reino de posibilidades *de los objetos*, estados de cosas que son o no posibles con independencia de lo que nadie piense, sepa, hable, o represente.

Pienso que la ciencia entiende esta posibilidad con sus diferentes modelos, y que eso justifica a la metafísica modal *qua* área de la filosofía de la ciencia, además de darle un fundamento más estable. En el siguiente capítulo voy a enfrentarme con la objeción de que la posibilidad con la que trata la ciencia no es tan amplia como la que trata la metafísica modal. Argumentaré que eso no es obvio: que bien podría resultar que las propuestas con las que se ha buscado especificar qué es metafísicamente necesario se basen, a final de cuentas, en análisis de la ciencia. Y también argumentaré que, incluso si esa objeción fuera correcta, no tenemos un marco teórico *metodológicamente estable* desde el cual podamos teorizar sobre la modalidad metafísica que se supone independiente de la nomológica. Incluso si las leyes son «metafísicamente contingentes», analizar a la necesidad que estudia la ciencia nos da un punto de referencia estable para entender a la modalidad objetiva —un punto que, llegado el momento y si fuera requerido, podríamos generalizar. Esto es lo que argumentaré en el siguiente capítulo.

Notas

1. Por supuesto, hay varias controversias alrededor de la existencia y naturaleza de las proposiciones. Una postura alternativa podría preferir hablar de *oraciones* o, incluso, de *emisiones e inscripciones*. Mientras que las proposiciones son abstractas, las emisiones son eventos, y quizá las inscripciones sean individuos que persisten; mientras que las oraciones podrían identificarse con *tipos* (otra clase de objetos abstractos) o con *conjuntos* de emisiones, inscripciones, o ambos (y estos serán abstractos o no, dependiendo de cuál metafísica de los conjuntos resulte ser la adecuada). No voy a tratar con estas cuestiones, pues son ortogonales a mis propósitos; así que usaré «proposiciones» sin suponer un compromiso con estas entidades, y espero que el interés filosófico de lo que diga en lo siguiente no se vea demasiado alterado si quien lee prefiere sustituirlo por «oraciones», «emisiones», o «inscripciones».

2. Por «corrección», aquí, me refiero a lo que en la literatura se conoce como «*felicitousness*».

3. Para un poco más de detalle: Plantinga (1974, pp. 3–9) distingue la necesidad metafísica de varias nociones epistémicas. La primera es la *no-revisabilidad* (Plantinga usa «unrevisability» y sugiere «ungiveupability»): la propiedad que tienen las tesis que creemos y que no estamos dispuestos a rechazar bajo ninguna evidencia. La segunda es la propiedad que tienen las proposiciones que creemos y que no es posible rechazarlas *de manera racional*. La tercera es la propiedad de las proposiciones que son auto-evidentes, y la última es la propiedad de ser cognoscible *a priori*. Por supuesto, Kripke (1980/2005a) también hizo esta distinción, dando casos que, argumentó, son cognoscibles *a priori*, pero contingentes, y ejemplos de proposiciones que son congnoscibles sólo *a posteriori*, pero que son metafísicamente necesarias. Estos segundos son casos de tesis esencialistas y de la necesidad de la identidad. Según Glazier (2019), la distinción entre la modalidad epistémica y la metafísica es que sólo la segunda es explicativa.

4. Una posible salida es abandonar Dualidad y suponer que «compatible con lo que *S* sabe» e «implicado por lo que *S* sabe» dan lugar a lógicas distintas. Otra posible salida es abandonar la facticidad del conocimiento (aunque esta salida no es muy popular). Y otra posible salida es abandonar la idea que «epistémicamente posible para *S*» signifique «posible por todo lo que *S* sabe», y aceptar que, más bien, significa algo como «lógicamente coherente con todo lo que *S* sabe». Como todo lo que *S* sabe es un hecho, y como todos los hechos que suceden son lógicamente coherentes entre sí, esto recuperaría Dualidad —con el costo de hacer que la noción de posibilidad epistémica sea bastante delgada y, quizá, por ello poco interesante.

5. Esto se muestra con un par de citas de Clarke-Doane (2019, pp. 2, 3):

> It is widely alleged that metaphysical possibility is «absolute» possibility (Kripke 1980; Lewis 1986; Rosen

2002, p. 16; Stalnaker 2003, p. 203; Williamson 2016, p. 460). Indeed, this is arguably its metaphysical significance. Kripke calls metaphysical necessity «necessity in the highest degree» (1980, p. 99). Williamson calls metaphysical possibility the «maximal objective modality» (2016, p. 459). Rosen says that «metaphysical possibility is the [most inclusive] sort of real possibility» (2002, p. 16). And Stalnaker writes, «we can agree with Frank Jackson, David Chalmers, Saul Kripke, David Lewis, and most others who allow themselves to talk about possible worlds at all, that metaphysical necessity is necessity in the widest sense» (2003, p. 203).

[...]

Perhaps the most important feature of metaphysical necessity is supposed to be that it is «absolute» necessity (Kripke 1980; Lewis 1986; Rosen 2002, p. 16; Stalnaker 2003, p. 203; Vetter 2016, p. 774; Williamson 2016, p. 460). It is «maximal» (Williamson 2016, p. 459) necessity, necessity «in the highest degree» (1980, p. 99), and «in the widest sense» (Stalnaker 2003, p. 203). Some even come close to defining metaphysical necessity as absolute necessity (Williamson 2016).

6. Intentaré dar el argumento de forma más precisa aquí. La pregunta es cómo sabemos que una modalidad «$\Box$» es absoluta. Hale dice: es absoluta sii $\Box \mathsf{p}$ equivale a que $\forall \Phi \Box(\Phi \supset \mathsf{p})$. Yo afirmo que esto supone que los mundos sobre los que cuantifica la modalidad «$\Box$» son mundos absolutamente posibles. Por supuesto, se me podría objetar que los mundos sobre los que cuantifica «$\Box$» son mundos posibles *por definición*. Sin embargo, realmente solamente son mundos posibles *de acuerdo con* «$\Box$». Por ejemplo: Sea W el conjunto de todos los mundos, $P \subsetneq W$ el de los absolutamente posibles, $I \subsetneq W$ el de los mundos absolutamente imposibles, obviamente $P \bigcap I = \emptyset$ y $P \bigcup I = W$. La lógica modal nos permite definir la semántica de «$\Box$» así: para todo $w \in W$: $w \models \Box \mathsf{p}$ sii $\forall v \in W$: $v \models \mathsf{p}$. Esto cumple formalmente con la cláusula semántica para definir un operador modal, pero hemos tomado un modelo donde el conjunto de mundos incluye posibles e imposibles, lo cual no se prohibe por la lógica modal. Entonces, para que «$\Box$» sea una modalidad absoluta, solamente deben considerarse modelos que incluyan mundos absolutamente posibles. Pero este era mi punto: que esto requiere un entendimiento previo. También me podrían objetar que primero tenemos la sintaxis «$\Box$» y luego le damos una semántica. Si suponemos que «$\Box$» es *por definición* una modalidad absoluta, entonces me dirán que sus modelos, o al menos sus modelos intencionales, deberían por definición incluir solamente a los mundos absolutamente posibles. Pero creo que esto pone las cosas al revés: la sintaxis es un poco de tinta, o un tipo de símbolo. No debería determinarse la metafísica modal por eso, ni por un mero postulado de que es absoluta, que parece carecer de contenido.

7. Pero sería interesante, creo, preguntarse en otro momento si *hay* alguna posibilidad que sea la *más* restrictiva, y si la hay, cuál podría ser. Por supuesto, extensionalmente, todo conjunto unitario de mundos posibles va a representar una noción de posibilidad máximamente restrictiva; pero lo interesante es si alguna de ellas representa algún concepto *natural*, sistemático, no una mera generalización formal.

8. Se me podría objetar que se puede poseer un concepto sin conocer todas las marcas asociadas a este, de manera que no todo postulado de significado sea *a priori* ni pueda hacerse explícito (al menos fácilmente) por toda persona que posea el concepto (quizá porque hay *división social* del trabajo semántico, à la Putnam/Burge). No importa — para cada proposición que el metafísico proponga como verdad conceptual, yo la entiendo como un postulado de significado. Si la proposición no es una verdad conceptual, el metafísico simplemente estaba equivocado en proponer ese postulado de significado.

9. Chalmers (2002) es el intento más sistemático que conozco para intentar inferir la posibilidad objetiva de la concebibilidad.

10. El intérprete Scott Soames confirma esta lectura (2011, pp. 81–82).

11. Ver su manuscrito «Hume's Critique of the Conceivability Principle in the *Enquiry Concerning Human Understanding* and the *Dialogues Concerning Natural Religion*». Debo notar que esta no es la interpretación *clásica* de Hume, sino que forma parte de una corriente conocida como «Neo-Humeanismo»; y aún dentro de esta corriente, hay detractores de la postura de Anderson (le agradezco a Brom Anderson el haberme hecho notar esto último).

12. Bajo la propuesta de Fine, la lógica de la modalidad metafísica *bien podría resultar* ser S5 —su propuesta no lo *implica*, sólo es *compatible* con ello. Suponiendo que: si x es esencialmente F entonces x es F, su propuesta también asegura la facticidad de la modalidad metafísica. Claramente, también implica que esta última es una modalidad reducible, y probablemente, también, que es relativa —una necesidad relativa a las esencias (Fine, 2000, p. 267).

13. No quisiera dejar sin mencionar que estos ejercicios de concebibilidad me parecen *irresponsables* en el siguiente sentido: el filósofo simplemente imagina un escenario en el que falla la ley, pero no se pregunta si tal universo de hecho *podría* existir. Seguro puedo imaginarme un escenario, por ejemplo, en el que los objetos se «atraen» con una constante muy distinta a la de Newton (incorporada en las ecuaciones de Einstein). Pero dejarlo ahí y concluir «¡Ah! Por lo tanto, hay mundos posibles en los que las leyes de la gravitación son falsas» es irresponsable porque, para estar justificados en afirmarlo, deberíamos poder modelar un universo en el que esa ley fallara de esa manera. Su fallo tendría consecuencias importantes en muchos otros aspectos además del gravitatorio; por lo que la irresponsabilidad está en pensar que solamente porque nos imaginamos un escenario, podemos ignorar estos aspectos y suponer que aún así existe una realidad coherente en la que se dan.

14. Por ejemplo, consideremos «Si es necesario que 2+2=4, entonces es necesariamente necesario que 2+2=4». Formalizamos eso como: $\Box \mathsf{p} \rightarrow \Box\Box \mathsf{p}$. Para revisar si esta fórmula es o no suficientemente general, cuantificamos: $\forall \mathsf{X}(\Box \mathsf{X} \rightarrow \Box\Box \mathsf{X})$. En el caso de primer orden, un ejemplo sería partir de «Si es necesario que Sócrates sea mortal, entonces es necesariamente necesario que Sócrates sea mortal» para llegar a $\forall X \forall x(\Box X x \rightarrow \Box\Box X x)$.

15. Específicamente, Williamson argumenta que debemos aceptar el principio de comprehensión, que en su versión monádica es:

$$\exists X \Box \forall x(X x \equiv \mathsf{A}) \tag{COMP}$$

de acuerdo con el cual existe una propiedad necesariamente coextensiva con ser de la forma en que «A» dice. De COMP se sigue que toda propiedad es necesariamente existente. Quien no quiera aceptar NECESITISMO tiene dos opciones: o aceptar COMP y rechazar que haya una analogía entre propiedades e individuos, de manera que unas existan necesariamente pero no los otros (lo cual, argumenta Williamson, lleva a problemas con el *haecceitismo*), o rechazar COMP y buscar un principio análogo que no implique que las propiedades existen necesariamente (pero los principios alternativos, argumenta Williamson, son demasiado débiles).

16. Williamson no es el único que ha ofrecido argumentos para el necesitismo; pero mi interés es obtener una particular lección metodológica de sus ideas.

17. No se afirma que los objetos *realmente* existan contingentemente y que el necesitismo solamente modela una propiedad suficientemente parecida a la existencia concreta pero más manejable matemáticamente, ni se nos da alguna heurística para «des-idealizar» y aproximar el modelo al fenómeno real.

18. King (2016) tiene dudas como las de los dos párrafos anteriores; Williamson (2016b, p. 204) responde afirmando que el escepticismo frente al necesitismo es análogo al escepticismo frente a la necesidad de la identidad que se tenía en

el siglo XX, cuando esta hoy se toma como hecho. Pero esto es simplemente repetir la misma estrategia, meramente cambiando «la Tierra es el centro del universo» por «la identidad es necesaria»; no hay ninguna respuesta (incluso suponiendo que los casos de la necesidad de la identidad y el del necesitismo fueran análogos).

19. Es decir: el aceptar ciertas verdades como verdades solamente en virtud de las conectivas lógicas y el operador modal ya requiere de presuposiciones metafísicas sustantivas (Williamson no niega esto). Por ejemplo, consideremos el principio de comprehensión de segundo orden (para propiedades monádicas), COMP (p. 45). Para que este principio sea verdadero literalmente (sin ninguna restricción), uno tiene que rechazar que solamente existan las propiedades naturales, o incluso solamente las «suficientemente» naturales (que se definan de la naturalidad con un límite finito de complejidad), porque A puede ser lógicamente muy compleja. Como dice Williamson (p. 226): «Logic restricted to natural properties and relations is pathetically weak». Mi punto con esto es que si seguimos este tipo de recetas (motivadas por la idea de Williamson de tener una lógica suficientemente fuerte), y lo combinamos con tesis de metafísica más restrictivas (como tesis sobre la naturalidad), tendremos una inconsistencia, por lo que algunas tesis serán «lógicamente verdaderas» pero «metafísicamente falsas» (como el principio de comprehensión).

    Por otro lado, como veremos en el capítulo 6, la naturalización de la lógica modal consiste en utilizar la modelación lógica de una teoría fundamental como «trampolín» hacia una lógica modal, y afirmar que esta es la lógica candidata para la lógica modal objetiva más amplia o absoluta. Pero no hay ninguna garantía de que no suceda algo parecido a lo anterior: que las tesis de la física que se buscan modelar sean mucho más restrictivas que las tesis generadas por la metodología de Williamson, por lo que de nuevo tendríamos una tensión entre la generalidad de la lógica y la restricción de la metafísica.

20. No debería, entonces, sorprendernos que la lógica de la existencia, que debería incluir la existencia de los objetos concretos, sea comparativamente más complicada que la lógica de Williamson: ¡Se necesita mucha más estructura para poder implicar el dato que la lógica de Williamson no implica!

21. La teoría de contrapartes de Lewis (1971), de la que hablamos antes, no valida la necesidad de la identidad. Otros han propuesto sistemas lógicos que tampoco lo hacen; entre varios, un ejemplo reciente es Priest 2019.

22. No es lo mismo porque la distinción *de re*/*de dicto* es una distinción *sintáctica*: la aparición de un operador $\mathscr{O}$ en una fórmula dada es *de re* si $\mathscr{O}$ tiene un alcance más corto respecto a un cuantificador en la fórmula. La aparición de un operador $\mathscr{O}$ en una fórmula dada es *de dicto* si $\mathscr{O}$ tiene un alcance más largo respecto a todos los cuantificadores en la fórmula. Esta distinción claramente requiere que la fórmula contenga cuantificadores, así que no dice nada sobre fórmulas como «$\Box(Fa)$», donde a puede ser una constante individual o una descripción definida. Estas pueden leerse en una forma *de re* (nuestro ejemplo se leería como: $\forall x[x = a \supset \Box(Fx)]$) y en una *de dicto* (nuestro ejemplo se leería como: $\Box\forall x[x = a \supset (Fx)]$), y en cada contexto puede requerirse la desambiguación. Ahora bien, Plantinga (1974, cap. I.2) y otros piensan que la distinción *de re*/*de dicto* consiste, más bien, en que las proposiciones que son *de dicto* «predicate a modality of another statement», mientras que las que son *de re* «predicate of an object the necessary or essential possession of a property» (p. 10). Me parece que (en el contexto de la lógica modal alética) esto es derivativo. Como muestra de ello, Plantinga identifica la necesidad *de re* con la esencialidad, una identificación que ha sido refutada por Fine (1994; Torza (2015b) extiende los argumentos de Fine). Incluso dejando de lado al esencialismo, la identificación de la predicación de modalidad *de re* con la atribución de una propiedad necesaria a un objeto es derivativa de la identificación de la predicación de modalidad *de re* con una estructura sintáctica, al menos en el contexto de la lógica modal alética. Existe *otra* distinción *de re*/*de dicto* además de la sintáctica y la «metafísica» de Plantinga, que Nelson (2019) llama «semántica»: «A sentence is semantically *de re* just in case it permits substitution of co-designating terms *salva veritate*. Otherwise, it is semantically *de dicto*.»

23. Supongo una concepción «russelliana» —de acuerdo a la cual las proposiciones están compuestas de los objetos mismos, *no* de sus modos de presentación (guisas, etc.)— porque si no, la proposición expresada por 'Héspero = Fósforo' nos diría que los dos modos de presentación son idénticos, lo cual es falso.

24. Nolan piensa que es mejor reemplazar a la pregunta sobre si una proposición p es o no metafísicamente necesaria por alguna de las cinco preguntas que él propone (2011 334): (i) «¿Es p verdadera en todos los mundos en absoluto?», (ii) «¿Es p verdadera en todos los mundos que son *posibles* en absoluto?», (iii) «¿Es p verdadera en todos los mundos seleccionados por una cierta distinción (»especial«) en el espacio lógico?», (iv) «¿Cuál, si es que alguna, de todas las clases de mundos determinadas por distintas junturas lógicas (*logical joints*) es tal que p es verdadera en todos los miembros de esa clase?», o (v) «¿Es p verdadera en todos los mundos en los que dejamos fijas las verdades metafísicas importantes?». Su postura es «un poco» deflacionista en el sentido en que cree que reemplazar la pregunta original por una de las cinco que propone ayuda a tener mayor claridad, pues «sometimes the debate that swirls around these issues rests of false presuppositions so that several of the parties of the debate are wrong even before we get to the details.»

3

¿Es posible naturalizar a la metafísica modal?

Busco fundamentos más seguros para la metafísica modal. Y creo que para hacerlo, debemos *naturalizar* a la disciplina: debemos reconcebirla como una rama de la filosofía de la ciencia. ¿Qué podría significar esto?

Significaría que la ontología de la modalidad debería centrarse *no* en una creación autónoma de los filósofos —la noción de una modalidad «metafísica», restringida únicamente por lo que puede o no ser «concebido», es decir, lo que puede o no decirse que es substancialmente posible, aunque sea *no-natural* y *no simplemente* lógicamente coherente. La ontología de la modalidad debe centrarse en los usos científicos de los conceptos modales: sobre cómo estos conceptos ayudan a la ciencia a comprender nuestro mundo, incluidas sus características modales.

Esto, obviamente, presupone que las ciencias *de hecho usan* ideología modal —lo cual ha sido negado por algunos filósofos importantes (más recientemente, Sider, 2016). Pero lo hacen, como argumentaré en el capítulo 4.

Acabo de sugerir un proyecto, pero no he mostrado cómo funcionaría. Eso es trabajo para los siguientes capítulos. Pero antes de ello, quiero despejar el camino y disipar algunas dudas de principio.

3.1. La generalidad de la necesidad con la que trata la metafísica

Empezamos con la primer duda.

Probablemente, muchos metafísicos pensarán que es poco plausible que la reflexión sobre la ciencia nos diga algo tan apropiadamente general como para ajustarse a lo que hace la metafísica modal. «Quizás» —objetarán mis oponentes— «se puede comprender a la necesidad natural a partir de la ciencia empírica; pero *seguramente no* a una necesidad digna de la metafísica modal».

En el capítulo anterior ya he rechazado que el concepto de modalidad metafísica sea filosóficamente útil: sus estructuras lógica y conceptual no están bien definidas, y la motivación para introducirlo parece ser dar cuenta de los ejercicios de concebibilidad para introducir una modalidad objetiva que no sea la de las leyes naturales ni la de la lógica. Esto último solo está motivado bajo proyectos particulares, como el que rechaza la necesidad en la naturaleza, el dualismo cartesiano, o la defensa de la lógica modal cuantificacional más sencilla posible. Si uno no está comprometido con la verdad de ninguno de esos proyectos, no hay razón para aceptar a la modalidad metafísica.

Así, me da bastante igual el que la filosofía de la ciencia pueda o no reflexionar sobre la «necesidad metafísica». Lo que me interesa rechazar es esto: *sobre lo que puede reflexionar la filosofía de la ciencia no es suficientemente general como para constituir el objetivo de la metafísica modal.* Por supuesto, si no hay modalidad metafísica, la modalidad objetiva que le sigue a la natural en términos de generalidad sólo puede ser la lógica. Pero aquí voy a enfrentarme con tres proyectos que piensan que se puede demostrar que hay necesidades filosóficamente importantes y que son más generales que las que ofrece la ciencia. De acuerdo con el primer proyecto, estas son las «verdades esenciales». De acuerdo con el segundo, son las «leyes metafísicas». De acuerdo con el último, son las «verdades conceptuales». En cada caso, voy a argumentar que, o bien tales necesidades de hecho se reducen a necesidades estudiadas por la ciencia, o bien simplemente no hay buenas razones para creer que existan.

Los tres proyectos, por supuesto, se basan en la suposición de que hay tal cosa como una *modalidad metafísica*. Aquí me voy a permitir hablar en su lenguaje. Pero debe quedar claro que lo que me interesa *no* es demostrar que la ciencia trata con la «necesidad metafísica», *sino* demostrar que la ciencia trata con una necesidad suficientemente general y parecida a la que le ha interesado a la disciplina de la metafísica modal.

3.1.1. La modalidad intermedia contra la naturalización

Como revisamos en §2.1.4, muchos filósofos piensan que la modalidad metafísica es más estrecha que la lógica. Pero si la modalidad metafísica ha de ser más estrecha que la lógica, ¿qué las distingue? En la forma más directa de formular esta pregunta, el problema es distinguir un conjunto de verdades que sean *las necesidades metafísicas básicas*, e identificar al conjunto de mundos «metafísicamente posibles» con el conjunto de mundos que no hagan falsa a ninguna de esas verdades; así como el conjunto de mundos lógicamente posibles puede identificarse con el conjunto de mundos que no hacen falsa a ninguna de las necesidades lógicas básicas.[1]

Desde esta perspectiva, la metafísica modal es la disciplina que busca comprender a las necesidades metafísicas básicas. Puesta así, la objeción contra la naturalización es que ignora tales necesidades metafísicas básicas. Revisaremos tres propuestas sobre cuáles son estas.

3.1.2. Esencialismo

Una idea es que las necesidades metafísicas básicas están dadas por las esencias de los objetos (ver, por ejemplo, Fine, 1994).

Por principio de cuentas, he argumentado en contra de la reducción de la necesidad a la esencia de una forma independiente de los temas que ahora nos conciernen (Romero, 2019). Incluso dejando esto de lado, los casos que de hecho se han propuesto como casos de verdades esenciales son, *o muy controvertidos, o no constituyen una distinción clara entre lo físico y lo metafísico*. Veamos.[2]

La famosa intuición de Kripke de que la reina no podría haber tenido un origen completamente diferente ha tocado una fibra intuitiva en muchas personas.[3] Incluso dejando de lado la sospecha característicamente naturalista del poder evidencial de las intuiciones (pero ver más abajo), una elaboración sistemática de la intuición muestra que es mucho más difícil de establecer de lo que uno podría haber pensado inicialmente. Robertson (1998) y Mackie (2006), entre otras, han argumentado que los argumentos más desarrollados para la tesis se enfrentan a versiones modales del problema de Hobbes de la *barca de Teseo*. Para evadir estos enigmas, uno tiene que conformarse con versiones mucho más débiles del esencialismo de origen, y además, versiones establecidas mediante premisas que no son atractivas para alguien sin inclinaciones esencialistas previas. Si estos fueran los únicos casos de verdades esenciales, la tarea de dar forma al espacio de mundos metafísicamente posibles se convertiría en rehén del destino de intuiciones altamente discutibles con argumentos poco claros.[4]

Pero Kripke también propuso otros tipos de verdades como derivadas de las esencias de los objetos, como el famoso enunciado de identidad «agua = H_2O», o la predicación «los gatos son animales» (ver también Putnam, 1975b). Estas verdades, nos dijeron, se dan *debido a las esencias* de los gatos y del agua. Sin embargo, Kripke y Putnam siempre hicieron explícito que estas verdades se encontraban a través de la ciencia: «Uno podría descubrir la esencia empíricamente» (Kripke, 1980, p. 110). Por lo tanto, es natural desarrollar este marco teórico *precisamente en la dirección en que mis oponentes no quieren ir*: si fuera cierto que «agua = H_2O» (o cualquier otro enunciado de identificación esencialista parecido), eso sería debido a (1) ciertos hechos sobre nuestro uso del lenguaje —sobre cómo usamos «agua», «=» y «H_2O» (aproximadamente, para rastrear la sustancia con *esa* estructura subyacente, para referirse a la relación lógica de la identidad, y para referirse a un cierto compuesto químico), pero también debido a (2) ciertos hechos *acerca de la estructura del agua misma*. Y estos últimos están altamente entrelazados con hechos acerca de las leyes de la naturaleza.

En una concepción «gobernante» de las leyes, estos hechos se dan *debido a* las leyes de la naturaleza: es *porque* la estructura del mundo natural es tal y tal —porque su química es tal y tal, y porque su física es tal y tal— que el agua tiene la estructura molecular que tiene, y ocurre en las fases que ocurre, y tiene las propiedades de conductividad que tiene, y así sucesivamente.

También en algunas concepciones no «gobernantes» de las leyes tenemos su necesidad metafísica. Por ejemplo, Bird (2007) propone que las leyes están fundamentadas en las esencias de las propiedades, que él piensa que son disposicionales.

Incluso desde un punto de vista no gobernante pero *humeano*, bajo el que los hechos sobre el agua no se dan debido a las leyes, dar por sentada a la estructura química del agua deja poco espacio para separar estos hechos supuestamente esenciales de la necesidad de las leyes pertinentes. Tomemos la teoría humeana de los mejores sistemas (Lewis, 1986b, 1994): en términos generales, las leyes de cada mundo w son los teoremas de los sistemas que mejor equilibran la simplicidad con la fuerza descriptiva con respecto a los hechos en w . Pero de acuerdo con nuestro esencialismo, en cada w: agua = H_2O. Sin embargo, si estamos hablando de H_2O *mismo* —y no de alguna *otra* sustancia— entonces estamos hablando de moléculas que resultan de ciertos átomos en ciertos enlaces. Pero hablar de *moléculas*, *átomos* y *enlaces* —si estamos hablando de *moléculas, átomos* y *enlaces* y no de *otras* cosas— es hablar de ciertas cosas que se constituyen de, o emergen de, ciertos patrones: ciertas acciones e interacciones. Entonces, si en w es cierto que el agua = H_2O, entonces esos patrones intrínsecamente relacionados con moléculas, átomos y enlaces, también deberían existir. Si es así, no es claro cómo podría suceder que las leyes de la naturaleza en w (al menos, las relevantes para la estructura del agua) difieran de las del mundo actualizado, ya que seguramente las descripciones de estos patrones tienen que ocurrir en los mejores sistemas que describen los hechos en w. (Obviamente, este argumento se generaliza a otras clases naturales.)

El humeano podría apelar a la posibilidad (supuestamente intuitiva) de propiedades fundamentales *alien*. Pero incluso si estas sí fueran posibles (e ignorando por ahora las sospechas acerca de usar a las intuiciones como evidencia), tal posibilidad no bloquearía la inferencia anterior hacia la necesidad de las leyes, ya que estas serían vacuamente verdaderas en mundos con propiedades diferentes. (Adicionalmente, como los compromisos esencialistas que estamos explorando implican que algo que no es H_2O simplemente no es agua, sería irrelevante considerar mundos donde ninguna sustancia tuviera el comportamiento del H_2O.)

Esta estrategia, en efecto, significa postular que los contraejemplos en los que se *concibe* que falla una ley natural, en realidad no involucran (por ejemplo), al agua, sino a la «pseudo-agua». Este sería un compuesto que es fenomenológicamente indistinguible del agua, pero que no es H_2O. Esta estrategia fue propuesta por Kripke (1980), con conceptos como «el oro de los tontos», así que le llamaré «estrategia kripkeana». Ella postula que nos *parece* que estamos concibiendo agua sin H_2O, pero que *en realidad* estamos concibiendo pseudo-agua sin H_2O. Con la estrategia kripkeana, se puede dar cuenta de la intuición de que es concebible que el agua no sea H_2O, bloqueando la inferencia a la contingencia metafísica de las leyes de la naturaleza.

Fine (2002) argumenta que la estrategia kripkeana está destinada al fracaso. De acuerdo con Fine, proposiciones como la expresada por «No existe la pseudo-agua» deberían ser nomológicamente necesarias. Su argumento es el siguiente. Para evitar conceder la falsedad de las leyes naturales en algunos mundos metafísicamente posibles, el necesitarianista postula mundos con propiedades como la pseudo-agua. Así puede afirmar que las leyes naturales no son falsas en esos mundos, sino que son vacuamente verdaderas, pues en esos mundos no hay agua que las contravenga: sólo hay pseudo-agua, que obedece *otras* leyes. Pero esto, según Fine, nos obliga a tomar la *in*existencia de la pseudo-agua como una necesidad natural (2002, p. 258). Sin embargo, Fine nota que quien utilice esta estrategia está obligado a admitir que la existencia de la pseudo-agua es metafísicamente posible, pues así puede reinterpretar el supuesto contraejemplo a la necesidad metafísica de la ley. Poniendo ambos compromisos juntos, la estrategia kripkeana llevaría a admitir que la inexistencia de la pseudo-agua es naturalmente, pero no metafísicamente, necesaria. Es decir, hay necesidades naturales que son contingencias metafísicas; por lo que el necesitarianismo de las leyes es falso (concibiendo a las necesidades naturales como las que se siguen de las leyes naturales).

Yo creo que Fine está equivocado en pensar que la estrategia kripkeana está comprometida con la imposibilidad nomológica de la existencia de la pseudo-agua y, en general, de cualquier clase natural que no obedezca nuestras leyes naturales. Si no hay ese compromiso, no se sigue la diferencia entre necesidad metafísica y natural. Y no hay ese compromiso porque la estrategia kripkeana solamente postula esto: nos *parece* que estamos concibiendo agua sin H_2O, pero *en realidad* estamos concibiendo pseudo-agua sin H_2O. No requiere el postulado *adicional* de que la concepción de la pseudo-agua tiene un mundo metafísicamente posible como «testigo». Es decir, no se requiere postular que todo lo concebible es posible, de forma que yo puedo concebir que existe pseudo-agua sin H_2O, pero no se sigue que eso sea metafísicamente posible. Algo parecido puede defender el esencialista de acuerdo a quien la existencia de las clases naturales es metafísicamente necesaria: puede permitir la concebibilidad de otras clases, sin aceptar que esto implica su posibilidad.

Regresemos. Si lo que he dicho va por el camino correcto, entonces *el esencialismo kripkeano* *sobre las clases naturales puede desarrollarse de manera que lleve a la necesidad de las leyes de la naturaleza.* Como las propiedades que se proponen como esenciales (y por tanto, como necesarias *de re*) son propiedades *naturales*, y como estas implican la existencia de las leyes naturales, es razonable inferir de este esencialismo la necesidad de las leyes naturales (para proyectos en esta línea, ver Bird, 2007; Ellis, 2001). No está nada claro que se pueda argumentar que lleven a la dirección opuesta.

De hecho, siempre que las esencias en las que se centran las teorías esencialistas sean esencias de objetos naturales, objetos físicos o propiedades físicas (como la mayoría de los sortales en los que Wiggins (2001) basa su esencialismo de clase, por ejemplo), será fácil llevar a la teoría esencialista en cuestión a la conclusión de que al menos ciertas leyes naturales son necesarias. *Fácil* —tal vez no inevitable. Sin embargo, el esencialista nos debe un mecanismo principado para bloquear esta inferencia razonable.[5]

Lo que acabo de argumentar es que es dudoso que las opiniones esencialistas que *de hecho se han desarrollado* permitan una ruta principada hacia la existencia de «necesidades metafísicas básicas» fuera del alcance de la ciencia. Pues, si estas teorías esencialistas se desarrollan bajo supuestos razonables, llevan a la necesidad metafísica de las leyes naturales, lo cual lleva a que las necesidades metafísicas básicas en cuestión —las esencialistas— de hecho se basan en algo que descubre la ciencia.

3.1.3. «Leyes metafísicas»

Pasemos de las esencias a otro tipo de hecho muy general o abstracto: lo que algunos han denominado «leyes metafísicas» (Glazier, 2016; Kment, 2014; Schaffer, 2017; Wilsch, 2016).[6] En estos puntos de vista, se supone que las leyes metafísicas conectan un nivel de la realidad con otro —se supone que «cubren» (en el antiguo y bien conocido estilo hempeliano) hechos sobre «*grounding*», *fundamentación*: hechos sobre cómo las entidades en un nivel derivado de la realidad son explicadas por las entidades en un nivel más fundamental. Dadas estas leyes metafísicas, la propuesta sería identificar a la posibilidad (/ necesidad) metafísica con la coherencia con (/ implicación por) las leyes metafísicas.

¿Cuál es la relación de las leyes metafísicas con las leyes de la naturaleza? Los teóricos de las leyes metafísicas suelen pensar que las leyes de la naturaleza explican el desarrollo temporal del universo, pero creen que es necesario postular algo adicional para explicar el desarrollo del universo a través de otra «dimensión»: a través de «el eje de la fundamentalidad», como le podríamos decir a la estructura en la que se acomodan los distintos niveles ontológicos a partir de las relaciones de fundamentación.[7]

No me queda, en absoluto, claro que esto sea una buena motivación para la introducción de leyes metafísicas. Después de todo, hay programas enteros de investigación científica que se ocupan de las leyes que conectan al mundo a través del eje de la fundamentalidad: la mecánica estadística busca las bases microscópicas promedio del comportamiento termodinámico; la genética del comportamiento busca las interacciones gen-ambiente que fundamentan ciertos rasgos conductuales; en economía, los modelos microfundados fundamentan los patrones macroeconómicos en los micro,[8] y así sucesivamente. Si ellos logran encontrar patrones confiables y adecuadamente generales, creo que deberíamos considerarlos candidatos para ser leyes *naturales* internivel. Y creo que su existencia nos lleva a preguntarnos si necesitamos una categoría *separada* de leyes *metafísicas* para explicar el desarrollo del mundo a lo largo del eje de la fundamentalidad.

No necesitamos negar que haya casos de fundamentación en el mundo. Podríamos tomar, coherentemente, a la ideología de la fundamentación como un instrumento para hacer un «*zoom out*» desde las diversas relaciones de dependencia que se encuentran en la naturaleza y que la ciencia estudia, y podría decirse que abstraer de los detalles hacia una relación de fundamentación lógicamente unificada puede tener ciertos beneficios teóricos, como la unificación explicativa. (Como analogía, consideremos el programa estructuralista en la filosofía general de la ciencia.) En otros casos, creo que la ideología básica se entiende mejor como un «*place holder*»: no *proporciona* una explicación, sino que marca un lugar donde es razonable *esperar* que haya una. El problema mente-cuerpo es un ejemplo: no nos satisfacerá que nos digan que *la mente existe en virtud del cuerpo*: requerimos los detalles y confiamos en la conexión entre neurociencias y psicología para ello.[9] Además, generalmente reservamos el «peso ontológico» para las explicaciones científicas detalladas —*no* para sus formas lógicas y conceptuales, que es lo que proporciona la mayor parte de la literatura sobre la fundamentación. (Así como *no* creemos que hay una «ley metafísica» de la forma: $\forall x(Fx \supset Gx)$, incluso si la filosofía de la ciencia no lleva a creer que, en un nivel apropiado de abstracción, las leyes naturales pueden representarse así.)

Por lo tanto, aceptar a la fundamentación como parte de la ontología —como un tipo de relación que se ejemplifica en varios niveles y de varias maneras— no tiene por qué significar que necesitemos leyes metafísicas *sui generis* para ello (ni tampoco que se dé primitivamente). Esto es así incluso si la fundamentación obedece restricciones lógicas generales. Por todo lo que se ha argumentado, se rige, en todos sus tipos, por restricciones *naturales*. Pero, entonces, al carecer de una buena motivación para aceptar leyes metafísicas, tengo severas dudas de que debamos definir a la posibilidad metafísica como la coherencia con ellas.[10]

3.1.4. Verdades conceptuales

La última propuesta que consideraré es que las necesidades metafísicas básicas son «verdades conceptuales», como *todos los solteros son hombres solteros*, o *una yegua es un caballo hembra*. Estas son las proposiciones implicadas por la estructura básica de nuestros conceptos. Así, el conjunto de mundos metafísicamente posibles sería el conjunto de mundos que son lógicamente consistentes tanto con las verdades lógicas como con las conceptuales (Plantinga, 1979; Chalmers, 2002, defiende una versión actualizada de esta idea). Accedemos a estos mundos mediante ejercicios de concebibilidad —diseñando experimentos mentales, tal vez— que provocan intuiciones que traen a la superficie las ideas más profundas presupuestas por nuestros conceptos.

En estos tiempos posquineanos, uno podría preguntarse justificadamente qué tan seriamente debería tomarse esta idea. Vale la pena dedicarle un par de párrafos a esta pregunta, para desenredarla.

Una preocupación inicial que, por supuesto, se remonta a Quine (1951) es que la noción de analiticidad (sobre la cual se basa la noción de verdad conceptual, presumiblemente), no se puede reducir a nociones más básicas. Pero estos no son motivos muy atractivos para rechazar la propuesta tradicional. Se podría argumentar que la noción de analiticidad merece un lugar en nuestra reserva de ideología primitiva; o se podría argumentar que, aunque sea irreductible, la analiticidad se entiende al menos muy decentemente trazando sus lazos conceptuales con otras nociones —tal vez *significado* o *verdad lógica*— de los que, a su vez, tenemos un entendimiento bastante decente. Alternativamente, uno podría enfrentar la objeción de frente y tratar de definir a la analiticidad para evadir las críticas de Quine (Russell, 2008).

Por lo tanto, no creo que el naturalista deba rechazar la propuesta tradicional, de que la posibilidad metafísica es una posibilidad lógico-conceptual, rechazando la analiticidad. Después de todo, tal vez la ciencia cognitiva del lenguaje, o la lingüística misma, resulten tener un lugar respetable para una noción respetable de significado; y los naturalistas son característicamente desconfiados de revisar la ciencia motivada por dudas *a priori*.

Entonces, ¿cuáles *son* los motivos quineanos en contra de la propuesta tradicional? Bueno, Quine no solo rechazó a la analiticidad debido a la supuesta oscuridad que involucra: también señaló que si uno rechaza el reduccionismo de los positivistas, el holismo surge como una posibilidad teórica. De manera importante para nuestros propósitos, este holismo abrió un espacio conceptual a la idea de que ninguna verdad se puede rastrear definitivamente a un supuesto hecho acerca de nuestros conceptos: la idea, es decir, de que todas y cada una de las verdades son tan empíricas como las demás, o tan lógicas como las demás.

Sin embargo, no es necesario aceptar el holismo ni la dispersión total de la distinción empírico/lógico para extraer, a partir de las ideas de Quine, una objeción naturalista contra la propuesta tradicional. La idea básica es esta. Nuestra representación del mundo no se construye en *aislamiento epistémico*: lo que *podemos* puede saber, lo que *de hecho* sabemos, lo que *pensamos que sabemos*, y lo que *conjeturamos* —todo esto incide sobre nuestra decisión de a qué herramientas —conceptos, lenguajes, sistemas matemáticos, etc.— usamos para representar.[11] Si esto es así, ¿por qué pensar que las «verdades conceptuales», aquellas proposiciones que se derivan de la constitución de nuestros conceptos o, más generalmente, de nuestras representaciones, deberían definir el espacio de las posibilidades metafísicas? Ellas están tan abiertas a revisión como cualquier otra proposición que consideremos verdadera. (¿Alguna vez nuestro concepto de tiempo implicó que la simultaneidad fuera absoluta? Nuestro mejor concepto, empíricamente refinado, del tiempo ya no lo hace). Nuestros conceptos del mundo covarían, aún si no de una manera uno-a-uno, con lo que pensamos que sabemos acerca del mundo: no hay un punto neutral ni una plataforma de salto estable desde las certezas *a priori* hacia las hipótesis *a posteriori*. Pero al estar tan abiertas a la revisión como cualesquiera otras, ¿por qué tomar, para dar forma al espacio de posibilidad metafísica, a las proposiciones que se siguen de los conceptos que resulta que tenemos?

Pero no creo que todo esté perdido para la verdad conceptual. Un naturalista puede aceptar un sucesor de la idea: las verdades conceptuales que tomamos en serio son las verdades que se desprenden de nuestras mejores representaciones del mundo, y, al menos para el naturalista, estas son en su mayor parte las representaciones que la ciencia diseña. No hay ninguna razón por la que los conceptos del sentido común, los conceptos *folk*, deban tener prioridad metafísica. Después de todo, las teorías *folk* emergen bajo una variedad de presiones, la exactitud metafísica siendo una, si es que alguna, entre muchas, y seguramente no la más importante.

Acabo de argumentar que el naturalista puede defender algo como el enfoque tradicional de la modalidad metafísica; es solo que las «intuiciones» que toma en serio se derivan de la estructura de los modelos científicos reales. De acuerdo con el naturalista, la posibilidad conceptual puede ser una guía para la posibilidad metafísica, pero sólo si los conceptos que desplegamos en los ejercicios de concebibilidad están moldeados por nuestras mejores representaciones del mundo. (Después de todo, para un naturalista que defiende el objetivismo sobre la modalidad, los hechos sobre las posibilidades son tan parte del mundo natural como los hechos sobre las galaxias, el dinero y las mentes). Es importante recalcar que no se supone que estas teorías sean las más cercanas al sentido común, o las que mejor encajen con la semántica de un lenguaje natural como el español, o las que tengan una estructura fácilmente recuperable mediante algún sistema bien conocido de lógica.

Por supuesto, no presumo haber convencido a nadie sin inclinaciones naturalistas previas. Lo que considero haber hecho, es reformular, quizás en un tono más amigable, y para el caso específico de la modalidad, las sospechas características que los naturalistas tienen contra las intuiciones de sentido común, la concebibilidad y las verdades conceptuales como guía para la posibilidad, y lo que proponen poner en su lugar.

3.2. Puntos de referencia estables y arbitrariedad intuitiva

Incluso dejando de lado las sospechas sobre necesidades metafísicas básicas, uno podría insistir en que las leyes de la naturaleza *simplemente parecen contingentes*. No hay nada en la ecuación de Schrödinger que lo obligue a uno —incluso cuando uno ha comprendido sus matemáticas, e incluso cuando se ha tomado el tiempo de averiguar qué está describiendo— a pensar que el mundo *tiene* que ser así: ¿por qué *estas* constantes? ¿Por qué *estos* objetos matemáticos?

Esta intuición podría ser atractiva. Sin embargo, notemos, primero, que la misma intuición podría aplicarse a la modalidad metafísica. Cuando nos dicen (por ejemplo) que las verdades metafísicamente necesarias fluyen de la esencia de cada objeto (y de sus esencias colectivas), nos sentimos tentados a pedir un ejemplo de verdad esencial. Y entre mayor sea el número de estas verdades esenciales que nos provean, más probable será encontrarnos con alguna que nos provoque la misma sensación de contingencia: ¿Por qué *estas* verdades?[12]

Por otro lado, si lo que he argumentado va por el camino correcto, no hemos encontrado ninguna manera de dar cuenta de la intuición de contingencia en términos de una posibilidad más general, accesible a los ejercicios de concebibilidad de los filósofos. (De hecho, la intuición ha sido útil, inspirando la búsqueda científica de cada vez más y más capas fundamentales de la naturaleza.[13]) Es decir, no hemos encontrado un *punto de referencia estable* desde el cual teorizar sobre un tipo intermedio de posibilidad entre las matemáticas y las leyes naturales. Simplemente parece que no hay disponible un marco explicativo suficientemente sólido, en términos del cual podamos entender tal modalidad intermedia. Esto, por supuesto, no es una *demostración* de que no hay ninguno —pero nos da una razón para buscar en otra parte.

¿Cómo es que el entender los espacios de posibilidades usadas en la ciencia podría ayudarnos a entender la estructura de las posibilidades objetivas? Seguramente los patrones representados por las leyes de la ciencia capturan algo que no es ontológicamente trivial: seguramente el patrón de interrelaciones modales de las propiedades en la naturaleza es algo que nuestra mejor teoría ontológica debería capturar. Las posibilidades tienen algo que ver con *eso* —al menos aquellas posibilidades de las cuales tenemos un control conceptual suficientemente seguro. Y supongamos que consideramos, como propongo aquí, las posibilidades más amplias que se pueden comprender a través de la ciencia actual. Al hacerlo, podríamos encontrar un punto de referencia estable —o *tan estable como podamos*: uno que podríamos generalizar o transformar de alguna otra manera para acercarnos más y más a una noción más estable de la posibilidad objetiva. Si es así, detallar la estructura abstracta de la posibilidad natural, podría ser una guía útil para la estructura abstracta de la posibilidad objetiva.

O, al menos, esa es la apuesta que hago aquí.

3.3. Conclusión: Sí es posible

La preocupación era que examinar a las teorías científicas sólo nos hablaría de la necesidad *nomológica*, en el mejor de los casos. Cuestioné la suposición de esta preocupación de que tenemos una noción suficientemente clara de «necesidad metafísica», como algo distinto de la necesidad lógica y nomológica, y sugerí que incluso si *no* creemos que las leyes naturales sean «metafísicamente necesarias», el examen de la estructura de las teorías científicas, plausiblemente, es útil para dar forma a la estructura que creemos que tiene el espacio de las posibilidades objetivas. He quitado, espero, un importante obstáculo en el camino hacia la naturalización de la metafísica modal.

Notas

1. Cameron (2008, pp. 277-8) sugiere esta idea, pero de cualquier forma es muy natural.

2. Intentaré, en los próximos párrafos, mantenerme en un terreno más o menos favorable al esencialismo; sin embargo, creo que se puede hacer un buen caso para dudar del esencialismo *en principio*, a partir de que hay explicaciones psicológicas de por qué parece ser tan intuitivo, incluso si no encaja con nuestra imagen científica actual (Leslie, 2013). Esto podría permitirnos explicar nuestras intuiciones esencialistas, antes de intentar cargarlas de peso ontológico.

3. Kripke dio «algo así como una prueba» en 1980/2005a: nota 52; el argumento fue desarrollado con detalle, y en términos muy similares, por Forbes (1985) y Salmon (2005b).

4. Se ha argumentado que un desarrollo más reciente del esencialismo de origen (Rohrbaugh & deRosset, 2004) enfrenta problemas análogos (Robertson & Forbes, 2006).

5. Por supuesto, esta estrategia argumentativa ni siquiera despegará si se aplica a las teorías esencialistas de un linaje explícitamente *supernaturalista*. (Consideremos la idea de que las necesidades metafísicas son aquellas que se derivan de las esencias de dioses no físicos). Para ellas, hay mucho espacio para moverse antes de ser forzados a la conclusión de que las leyes *naturales* son necesarias; pero esta libertad se paga al precio extremadamente alto del sobrenaturalismo.

6. Hay que tener en cuenta que muchos de los ejemplos recurrentes de «leyes metafísicas» de Kment caen, o bien del lado del esencialismo de origen kripkeano —es decir, del lado de las esencias para creer en las cuales básicamente la única razón que tenemos es la intuición, sin un caso sistemático claro a su favor—, o bien, del lado del oro y su

estructura atómica —es decir, de las esencias que, incluso si existen, están tan estrechamente relacionadas con las leyes naturales como para dejar muy poco claro que podrían permitir una brecha entre la posibilidad física y la metafísica. Sin embargo, él también considera las leyes internivel, en las cuales me enfoco ahora.

7. Dejo de lado la interesante cuestión de si hay un único eje de fundamentalidad, o si puede haber *ramificación* desde una raíz, dando más de un eje.

8. Aquí, como en cualquier lugar, la validez o los fundamentos de estos programas no tienen por qué ser totalmente *in*controvertidos. (Por ejemplo, los microfundamentos han sido criticados con base en el teorema Sonnenschein-Mantel-Debreu.) El punto es solo que tales programas de hecho existen y se llevan a cabo con toda seriedad.

9. Para dudas relacionadas con esto, sobre la base de trabajo teórico que se requiere de la noción de fundamentación, ver (Wilson, 2014).

10. Rayo (2013) considera lo que a veces me parece una propuesta similar: que el espacio de posibilidades es conformado por oraciones «sólo es» («*just-is*») —básicamente, oraciones que reportan una equivalencia necesaria primitiva (o, en la terminología de Rayo, «cerrada a los por qués» o «*why-closed*»). A veces, los ejemplos de Rayo parecen estipulaciones puramente semánticas, pero él comenta a lo largo del libro que su propuesta es coherente con una naturalista que se inclina hacia la ciencia en busca de oraciones «*just-is*». Este es el aspecto de su proyecto que yo prefería retomar.

11. Stalnaker (2004, p. 319) hace un punto estrechamente relacionado con el que estoy tratando de hacer:

    > It might be nice if we had [...] a language that required no factual assumptions for its interpretation and that could provide a complete description of the world, and all possible worlds. It might be nice if there were a pure epistemic space to which we had a priori access and in terms of which we could locate our disagreements about what the actual world is like. But I do not think these things are possible. The only way we can describe the world is to use the materials that the actual world offers us—the things, properties and relations that we find there. Where we disagree about the nature of what is to be found in the actual world, we may as a result disagree about what is possible—about the character of the space of possibilities in terms of which our language and thought are interpreted.

12. Un argumento posible (que le debo a Alessandro Torza) es este: Si la modalidad metafísica («$\Box_M$») es la modalidad absoluta por definición (impredicativa), va a ser analíticamente verdadero que: si $\Box_M(\mathsf{p})$, no es metafísicamente posible que $\neg\mathsf{p}$ en ningún sentido de «posible». Sin embargo, no es nada claro que el mismo razonamiento se pueda repetir en el caso de las necesidades nomológicas, a menos que sea ella la necesidad absoluta.

    Sobre este argumento, concedo que se necesita un argumento para decir que la necesidad nomológica es absoluta. Pero creo que también se necesita un argumento para la necesidad metafísica, y además, se necesita *delimitarla*. Yo puse el ejemplo del esencialismo, pero podría decir lo mismo de otras propuestas (las necesidades de Lewis, o de Williamson, etc.): *también* de ellas puedo tener sensaciones de contingencia. Por supuesto, acepto que si X es la modalidad absoluta y p es X-necesaria, será verdad analítica que no es posible que $\neg\mathsf{p}$. Pero las sensaciones de contingencia me motivarían a negar que la modalidad esencialista, la de Lewis, Williamson, etc. sean la necesidad absoluta. Y entonces nos quedaríamos sin una forma de delimitar a la necesidad metafísica más allá de su absolutez; el concepto sería muy vacío de contenido.

13. Armstrong (1983, p. 15) nota que «in trying to discover the laws of nature, scientists feel free to consider possibili-

ties in a very wide-ranging manner, quite unlike the constraints which naturally suggest themselves in logical and mathematical argument».

4

Espacios de posibilidad e ideología modal en las ciencias

> If an a priori theory of real possibility were true then we would have hardly any use for science, which is the study of real possibility. Only science can tell us with precision which facts are really possible, which compossible, and so on.
>
> —Bunge, «Possibility and Probability»

4.1. Introducción: El objetivismo naturalista contra el demodalismo

TODAVÍA TENGO QUE ENFRENTAR OTRA PREOCUPACIÓN que podría surgir de inmediato contra mi punto de partida para el proyecto de naturalización. Ahora debemos considerar algunos puntos de vista recientes e importantes según los cuales el examen de la ciencia no nos ayudará *en absoluto*.

Es bien sabido que *probabilidad* es un concepto modal presente en las ciencias, y muchos creen que las nociones de *ley* y de *causa* también requieren, o conllevan, alguno u otro concepto de necesidad. Pero, fuera de (algunas interpretaciones de) la mecánica cuántica, todavía es muy debatido si los conceptos probabilísticos se refieren a algún aspecto objetivo e irreductible de nuestro universo, como lo es la idea de que las leyes y la causalidad requieran alguna especie de modalidad objetiva y primitiva (como atestigua, entre otros, la reciente popularidad de los puntos de vista *neo-humeanos* acerca de la probabilidad, las leyes y la causalidad; *cf.* Hall 2016). Si esos son los únicos «puntos de entrada» de la modalidad en las ciencias, uno bien podría pensar que la ciencia puede ser *demodalizada*: limpiada filosóficamente de toda noción modal.

A su vez, con la ciencia demodalizada en sus manos, los escépticos acerca de la modalidad objetiva podrían argumentar que no se puede dar ningún argumento *científico* a favor del objetivismo modal: si la ciencia no tiene un uso serio para ninguna noción de posibilidad y necesidad objetivas, una postura naturalista tampoco debe comprometerse con ellas. Revisemos un par de posturas parecidas a esto.

4.1.1. Escepticismo

Consideremos primero la postura de Sider (2011, pp. 317–8): «Dado que la modalidad no es necesaria para las preguntas más fundamentales, es metafísicamente no fundamental, por muy conceptualmente fundamental que pueda ser».[T8] Y, más recientemente (Sider, 2016):

> Además de ser [conceptualmente] resistentes a la reducción, los conceptos físicos, lógicos y matemáticos son esenciales para las teorías que han tenido un éxito inmenso en la explicación de los fenómenos. No se puede decir lo mismo de los conceptos modales.[T9]

Sider luego argumenta que los conceptos modales no tienen un historial en metafísica, razonamiento contrafáctico o semántica de mundos posibles lo suficientemente impresionante como para contrarrestar esta opinión suya.

Si alguien estuviera de acuerdo con Sider en que la modalidad no es «esencial para las teorías que han tenido un éxito inmenso en la explicación de los fenómenos», que es «innecesaria para las preguntas más fundamentales», uno podría dudar razonablemente si el proyecto que estoy tratando de avanzar aquí tiene alguna esperanza de éxito en absoluto. Si las teorías fundamentales no utilizan ideología modal, ¿por qué pensar que hay algo ontológicamente sustantivo a lo que nuestros conceptos modales se «adhieren»? ¿O por qué pensar que el examen de las teorías fundamentales ayudará en la estructuración de alguna modalidad objetiva?

Sin embargo, creo que Sider simplemente ha ignorado una parte muy importante de las teorías fundamentales: sus *espacios de posibilidad*. De hecho, en su más reciente libro (Sider, 2020), Sider mantiene esa ignorancia.

Williamson solía tener una opinión similar a la de Sider (2013, p. 423):

> Aunque en teoría nada impide la aplicación de los resultados de cualquier rama de la ciencia natural a la investigación [de encontrar la lógica modal metafísica], hemos visto poca evidencia de que serían de gran ayuda en la práctica. Difícilmente sería relevante realizar experimentos especiales o realizar mediciones especiales. Una combinación de razonamiento lógico-matemático con conocimiento modal elemental en casos particulares resulta mucho más útil.[T10]

Esta postura ignoraba una parte relevante de las ciencias desarrolladas: sus *espacios de posibilidad*. Suponía que los asuntos de la ciencia se reducen a «realizar experimentos especiales o hacer mediciones especiales». Pero eso, argumentaré en este capítulo, está lejos de lo que es la ciencia. (Williamson ha modificado su opinión en un artículo reciente (2016a). En el capítulo 6 criticaré las conclusiones lógico-metafísicas de ese artículo.)

4.1.2. Demodalismo y nominalismo

El proyecto de demodalización que estoy confrontando aquí tiene varias analogías interesantes con algunos proyectos de *nominalización*. Así como el nominalista busca liberar a la ciencia del compromiso con las entidades matemáticas, el «demodalista» quiere liberar a la ciencia del compromiso con las entidades *intensionales*.

Por ejemplo, en el proyecto de Field (2016), las motivaciones para el nominalismo provienen de la ontología y de la epistemología. Puesto rápidamente:

- La ontología realista de las entidades matemáticas las convierte en entidades que no existen en el espaciotiempo ni tienen poderes causales, y además, la misma estructura matemática puede ser realizada por diferentes conjuntos, haciendo que la naturaleza intrínseca de las entidades matemáticas sea oscura;
- La epistemología de esta ontología realista es problemática, pues se sigue de lo anterior que no podemos tener ningún contacto causal con las entidades matemáticas según el realista. Pero entonces, ¿cómo explicar la correlación entre las propiedades de tales entidades y la verdad de los juicios matemáticos?

Ambos problemas fueron sugeridos por Benacerraf (1965; 1973). Existen tesis demodalistas que son, a grandes rasgos, análogas:

- La ontología realista de las entidades intensionales las convierte o en entidades abstractas (como los mundos posibles) o en entidades que tienen un «poder modal intrínseco» que queda sin explicar (Barker, 2013);
- La epistemología de las entidades intensionales todavía es un área altamente controvertida: no hay consenso sobre cómo podemos conocer hechos acerca de tales cosas (Vaidya, 2017).

(Field también motivó el nominalismo a partir de tesis de la filosofía de la ciencia, como la conveniencia de explicaciones intrínsecas; sería interesante saber si existen análogos demodalistas razonables de esas tesis.)

La nominalización tipo Field se realiza re-axiomatizando las teorías científicas, bajo la restricción de que la axiomatización resultante sea suficientemente simple y atractiva (Field, 2016, p. viii). De manera análoga, la demodalización re-axiomatizaría la ciencia, mostrando cómo es que las nociones modales no son, al final, necesarias. O, como veremos abajo (§4.3) si la analogía es con un nominalismo no-fieldeano, *reinterpretando* el formalismo sin apelar a nociones modales.

El opositor del nominalista es el *realista naturalista*, quien piensa que las matemáticas son *indispensables* para las ciencias empíricas, y que este hecho es justificación suficiente para aceptar la existencia de entidades matemáticas (Putnam, 1975a; Quine, 1953). De manera análoga, el *objetivista naturalista* sobre la modalidad piensa que la ciencia sin modalidad es *inviable*, y que este hecho es justificación suficiente para aceptar la objetividad de la modalidad.[1]

4.1.3. El proyecto de este capítulo

En este capítulo voy a exponer esta dialéctica, defendiendo mi postura objetivista y naturalista. Argumentaré que los conceptos modales son parte integral de la ciencia madura y establecida, ofreciendo una familia de seis argumentos de *inviabilidad* (§4.3.6). Estos seis argumentos tienen la siguiente forma:

1. Las teorías científicas utilizan espacios de posibilidad para los usos X.
2. La interpretación científica estándar de estos espacios es que son representaciones de aspectos modales del mundo.
3. No existe una versión no modal de tales teorías.

C1. Por lo tanto, la ciencia utiliza representaciones modales para los usos X. (*de 1-3*)

4. Pero los usos X son esenciales para la existencia misma de la ciencia, así como para explicar su éxito.

C2. Por lo tanto, una ciencia sin representaciones modales es *inviable*. (*de C1, 4*)

5. Si el mejor conocimiento científico disponible es inviable sin las representaciones de un tipo específico, entonces inferir que estas reflejan un aspecto objetivo de la realidad está justificado.

C3. Por lo tanto, está justificado inferir que las representaciones modales reflejan un aspecto objetivo de la realidad. (*de C2, 5*)

Como esta es la forma general de estos argumentos, en cada caso me ocuparé de especificar el uso X (*premisa 1*), exponer la interpretación estándar en esos casos (*premisa 2*) e intentar argumentar que esos usos son esenciales para la ciencia (*premisa 4*). La carga de la prueba de mis oponentes demodalistas está en proponer una ciencia demodalizada que muestre la falsedad de la *premisa 3*, al mostrar una interpretación alternativa, o que muestre que estos usos no son esenciales, falseando la *premisa 4*. Mientras tanto, aquí voy a dar por sentado la verdad de la *premisa 5* como un principio básico de la metafísica naturalista.

Argumentaré, mediante ejemplos de ciencia establecida —de ciencias formales y empíricas, fundamentales y especiales—, primero, que los espacios de posibilidades se usan en un amplio rango de ciencias (§4.4); después, que los conceptos modales, definidos mediante un espacio de posibilidades, se requieren para los siguientes seis usos:

1. Definir qué es una ley y qué es una teoría (§4.4.1),
2. Definir conceptos importantes de diferentes ciencias (§4.5),
3. Hacer clasificaciones importantes (§4.6),
4. Entender la misma noción de *explicación*, y brindar diferentes *tipos* de explicaciones (§4.7),
5. Brindar la conexión entre la teoría y la estadística, que a su vez es la conexión entre el aspecto teórico y el experimental de la ciencia (§4.8), y

6. Entender la transición entre una teoría y su teoría sucesora (§4.9).

Pero los demodalizadores no serán disuadidos tan fácilmente. Probablemente me responderán que existen estrategias de demodalización para enfrentar estos argumentos. Después de explicar lo que quiero decir con que una teoría «es modal» (§4.2) y que sea «inviable» sin un tipo de ideología (§4.2.2), explicaré por qué es razonable el que las ciencias utilicen conceptos modales (§4.2.3), explicando el concepto de *espacio de posibilidad*, así como por qué su uso es tan extendido. De hecho, argumentaré que los espacios de posibilidad son *cuasi-ubicuos*, dando ejemplos de su uso en áreas desde la lógica y la informática teórica, hasta la economía (§4.4). Pero, antes, expondré las estrategias que podría tener un demodalista (§4.3). Quizá no sean todas las posibles, pero sí son todas las que he podido imaginar que podrían motivarse razonablemente. Mi argumento fundamental contra el demodalismo es un *reto*: que el demodalista nos brinde una explicación no objetivista de por qué los espacios de posibilidad son cuasi-ubicuos y tan útiles para los seis aspectos mencionados arriba (§4.3.6), si es que *no* reflejan un aspecto objetivo del mundo.

4.2. Preeliminares

4.2.1. ¿Cuándo es *modal* una teoría?

Primer posible criterio

El primer paso es definir un criterio para poder decir que una teoría usa o no conceptos intensionales (o, como abreviaremos esta frase, que la teoría «es modal»). Puedo pensar en varias opciones naturales, que discutiré inmediatamente después de enunciarlas.

PRIMER CRITERIO La teoría T es modal $:\equiv$ T se escribe con operadores modales (como la caja, el diamante, el condicional contrafáctico, un operador para potencialidades o esencias, etc.)[2]

Un *primer* problema con este criterio es que las teorías regularmente tienen más de una formulación (se pueden escribir de varias formas matemática o empíricamente equivalentes), así que no es claro si este criterio debería exigir que en *toda* formulación (canónica) de la teoría aparezcan operadores modales, o si basta con que solamente en *alguna*. La primera opción parecería más fuerte de lo necesario: los científicos suelen considerar algunas formulaciones con una actitud meramente *instrumental*: esas versiones son muy útiles para los cálculos, pero no representan «la verdad sobre el asunto». Pero la segunda opción parece muy débil: si el requisito es que *alguna* versión se escriba con operadores modales explícitos, nada impide al filósofo reescribir la teoría añadiendo tales operadores como «suplementos» matemáticos inocuos que no modifiquen lo esencial de la teoría. Claramente, esto sería insatisfactorio.

Un *segundo* problema con este criterio es que, aunque existen casos paradigmáticos como los mencionados, todavía no tenemos una teoría bien establecida que delimite exactamente la clase de expresiones modales. (Existe, por ejemplo, la teoría de las estructuras modales de Koslow (1992), pero esta tiene algunos resultados problemáticos.[3]) Esto implica que todavía no tenemos un criterio principado para decidir, para cada concepto en una teoría, si este la hace o no modal. Pero entonces este criterio no está suficientemente bien definido.

Un *tercer* problema con este criterio es que implica que ninguna teoría fuera de la metafísica modal es modal, pues ninguna teoría se escribe con operadores modales inicialmente. Esta implicación trivializa la discusión sobre si una teoría, científica o *folk*, es modal. De hecho, se puede argumentar que ni siquiera la lógica modal contaría como una teoría modal, pues la lógica modal pura (a diferencia de las aplicaciones de esta) es matemáticamente equivalente con un fragmento de la lógica extensional de primer orden (van Benthem, 1984), por lo que nada impide escribirla sin operadores modales. Pero entonces tendríamos dos versiones equivalentes de la lógica modal, una con operadores modales y una sin ellos, lo cual nos regresa al primer problema.

Todo esto me lleva a sospechar que es en la *interpretación intencional* de un lenguaje modal —un lenguaje con cajas y diamantes, u otros operadores— que encontramos la representación de aspectos modales.

Segundo posible criterio

SEGUNDO CRITERIO La teoría T es modal $:\equiv$ T *puede* escribirse con operadores modales.

Este se parece a la segunda interpretación del primer criterio: que *alguna* versión se escriba con operadores modales explícitos; sólo que aquí solamente se pide que esa versión sea al menos posible. Se le podría objetar que hace que «las cosas sean demasiado fáciles» para el objetivista, como comenté arriba con el criterio más fuerte.

Tercer posible criterio

TERCER CRITERIO La teoría T es modal $:\equiv$ T se define con un formalismo matemático cuya interpretación pretendida utiliza conceptos modales.

Aquí no pedimos que los operadores modales sean explícitos; solamente que la teoría sea interpretada modalmente —no por los filósofos obsesionados con la modalidad, sino por la comunidad científica relevante. Como he dicho arriba, no tengo una definición exacta de cuándo una ideología es modal (como la de Koslow); pero me parece que la definición intuitiva es suficiente:

> Un concepto es modal cuando se define en términos de las *diferencias modales*: necesario vs. contingente; posible vs. imposible; actualizado vs. potencial.

Con esta caracterización intuitiva, es fácil ver por qué conceptos como «implicación [*entailment*]» o «compatibilidad» son modales: que algo implique a otra cosa significa que, *necesariamente*, si lo primero es verdad lo segundo también; que dos cosas sean compatibles significa que ambas *pueden* existir o ser verdaderas simultáneamente. Podemos realizar un «*test*» intuitivo de la adecuación material de este criterio usando la misma idea para otros conceptos tradicionalmente tomados como modales, y (hasta donde yo he podido ver) los resultados suelen ser los correctos.[4]

De hecho, es claro que estas diferencias modales son *epistémicamente previas*: aunque podemos sistematizarlas lógicamente (llegando a algo parecido al criterio de Koslow u otro), podemos usarlos, y de hecho lo hacemos, sin un conocimiento previo de ningún sistema formal.

Así que mi criterio para la «inten*s*ionalidad» de una teoría será en términos de si su *interpretación científica pretendida* se hace (por los propios científicos) con las nociones modales paradigmáticas. Si es así, entonces, en principio, esto podría ser sistematizado por una lógica modal formal (algo que exploraré en el capítulo final). Pero ¿cómo sabemos si esto *es* así? Bueno, pues simplemente revisamos la construcción de la teoría y la exposición de esta. ¿Qué dicen quienes la proponen en un artículo académico? ¿Qué dicen los libros de texto que la sistematizan y la exponen para quienes la están comenzando a aprender? ¿Cómo la describen los textos y conferencias de difusión? Es razonable pensar que en todas estas fuentes se puede encontrar, cuando la haya, una interpretación estándar en la comunidad científica.

4.2.2. ¿Cuál es la diferencia entre indispensabilidad e inviabilidad?

Notemos que el que una teoría sea interpretada de manera modal *de hecho*, no significa que *tenga* que ser interpretada de manera modal: ¡los argumentos de indispensabilidad no son tan fáciles!

Un argumento de indispensabilidad busca establecer una cuantificación sobre *teorías alternativas posibles*: una afirmación de que no hay una posible teoría alternativa (o mejor: no hay una teoría *óptima* alternativa —dados unos criterios de optimalidad seleccionados por los teóricos en cuestión) que se pueda escribir y que dé cuenta de los datos sin necesidad de la ideología disputada (matemática, en el caso del platonismo frente al nominalismo; modal, en el caso del modalismo frente al demodalismo). Visto de esta manera, un argumento de indispensabilidad exitoso establece un resultado de imposibilidad: ¡las afirmaciones grandiosas requieren pruebas igualmente grandiosas!

Mi objetivo aquí es más modesto (aunque, espero, no por ello menos interesante). No intentaré dar una demostración de imposibilidad. Intentaré, más bien, establecer un *reto de inviabilidad*: mostraré que la interpretación pretendida de muchas teorías científicas es, de hecho, modal —que la forma en que estas teorías suelen interpretarse es en un lenguaje (no necesariamente formal) que incluye conceptos paradigmáticamente modales; y argumentaré que los conceptos modales están tan interrelacionados con la forma en que se entienden tales teorías que una interpretación no-modal de ellas, *plausiblemente*, no es posible. *Quizá* sea posible: es solo que (como argumentaré) el estado actual del conocimiento no nos da ninguna idea de cómo se podrían escribir esas teorías demodalizadas —y, por supuesto, ellas *no han sido* escritas. Y argumentaré más adelante que el proyecto de escribirlas *enfrenta obstáculos sustanciales*.

Para ser más explícitos: lo que aquí denomino «la inviabilidad» de rechazar una ideología modal i simplemente significa que actualmente no se ha ofrecido ninguna teoría sustituto *que funcione* y que se deshaga de i, y que no se ha diseñado ningún *proyecto serio* o *modelo de juguete que demuestre el concepto*; uno que sugiera que se podría desarrollar una teoría sustituto que funcione en un futuro próximo. Pero la existencia de los argumentos de inviabilidad que ofreceré abajo es suficientemente satisfactoria a la luz de mis estándares naturalistas, ya que la existencia o no de una teoría científica dada es algo que no puede demostrarse de manera puramente filosófica: como cualquier hecho científico, su posibilidad solo puede conocerse a través de una compleja combinación de factores empíricos, matemáticos y conceptuales.

Así, la inviabilidad de las teorías demodalizadas es suficiente para los objetivos de la metafísica modal *desde la perspectiva naturalista*. El objetivo es comprender el aspecto modal de la realidad a través del análisis de las mejores teorías científicas actuales y las que la comunidad científica está considerando seriamente. Por lo tanto, las conclusiones acerca de tal aspecto modal no se pueden obtener con la certeza atribuida a las tesis metafísicas tradicionales, sino simplemente con la probabilidad abductiva atribuida a las hipótesis científicas ordinarias: no «así es como *debe* ser, dados los principios metafísicos», sino «así es como *más probablemente* es, dada la mejor ciencia que tenemos hasta hoy». He defendido esta metodología en otro lugar (Romero, 2016).

Al final del día, no podré afirmar haber establecido la *imposibilidad* de escribir teorías demodalizadas sustitutas o interpretaciones demodalizadas de las teorías que ya tenemos. Pero afirmaré que los demodalizadores se enfrentan a desafíos bastante sustantivos.

4.2.3. ¿Por qué la ciencia necesitaría a la modalidad?

Una concepción popular de la ciencia es que su función es describir —o, aún mejor: explicar— la realidad. ¿Por qué, para hacerlo, utilizaría conceptos modales? Se suele pensar que estos conceptos representan algo que «va más allá» de cómo es la realidad *de hecho*: representan cómo *podría* haber sido, o cómo *tiene* que ser: cuáles son *otras* posibles formas de ser de la realidad, o cuáles son *todas* ellas. Vistos así, los conceptos intensionales parecen apéndices injustificados.

Pero yo creo que esta es una manera equivocada de entender la situación.

Sí: el objetivo de la ciencia es explicar la realidad; pero *a priori* no sabemos cómo es esta. La ciencia necesita espacios de posibilidades porque no sabemos *a priori* en qué estado del mundo nos encontramos, ni cómo este va a evolucionar.

Por otro lado, una «teoría» que explique solamente el comportamiento actualizado hasta ahora difícilmente es una *teoría*. Es un resumen del pasado, claro está. Pero, al elaborar la estructura teórica de una ciencia empírica, no se busca que *solamente* sea capaz de explicar un rango limitado de datos sobre los sistemas actualizados estudiados por la teoría: quienes practican la ciencia quieren que explique y prediga también datos *potenciales*. Una teoría mecánica que solamente explicara la evolución de los sistemas que pesan 5 kg, pero no 50,000, estaría restringida de forma poco natural. Quizá no sepamos si alguna vez encontraremos sistemas de 50,000 kg (por seguir con el ejemplo), pero la teoría nos avergonzaría si alguna vez lo hiciéramos. Incluso si *nunca* los encontráramos, de todos modos, si nada en la naturaleza de esos sistemas *evita* que pesen 50,000 kg, la restricción contrafáctica parece *arbitraria*, y debería contar contra la teoría.[5] Esto es una tesis aceptada por varios filósofos de la ciencia (p. ej., Ladyman 2000; Suppe 1974, pp. 258, 260).

Este poder predictivo incluso en escenarios contrafácticos, es esencial para las teorías científicas *bona fide*, y se manifiesta en la idea de que las leyes «soportan contrafácticos». No solamente las *teorías*, también para los modelos se busca que describan los comportamientos posibles del sistema. Todas estas predicciones contrafácticas suponen un espacio de posibilidades: un espacio de valores posibles de las cantidades fundamentales (en el sentido de que otras cantidades se definen en términos de estos) de los sistemas estudiados.

Así, tenemos dos grandes motivos por los que la ciencia usa espacios de posibilidad:

1. Porque no conocemos *a priori* el estado actualizado del mundo, sino que las teorías están diseñadas para predecirlo una vez que tenemos suficiente información empírica (una vez que conocemos las condiciones iniciales); y
2. Porque hablar solamente del comportamiento que hasta ahora se ha actualizado, o incluso que se dará en el futuro, le restaría poder explicativo a la teoría y haría que las explicaciones basadas en modelos fueran menos robustas.

Estas son sólo dos racionalizaciones preliminares y muy generales del uso de conceptos modales en las ciencias; abajo ejemplificaré seis más. Antes de ello, explicaré que estos conceptos modales se encarnan en un tipo de formalismo matemático que llamaré *espacio de posibilidades* (este formalismo parece originarse en los *espacios de estado* de la física clásica,[6] pero es más general). Y argumentaré, mediante varios ejemplos, que este tipo de formalismo está muy extendido a través de las ciencias.

4.2.4. El concepto de *espacio de posibilidades*

En la filosofía de la ciencia a veces se afirma que un signo de la madurez de una ciencia es que sea capaz de configurar su propio *espacio de posibilidades* (Bunge 1977, §3.2; Suppe 1974, §V.C; Churchland 1986b; Lloyd 1995; Rickles 2016b; Suppe 1974; van Fraassen 1970).

Un *espacio de posibilidades* es un formalismo matemático cuya interpretación científica es como un conjunto, posiblemente estructurado, de posibilidades que están «abiertas» o «disponibles» para los sistemas que estudia la teoría científica en cuestión.

(Por supuesto, si el realismo matemático es verdadero, los objetos *matemáticos* referidos por el formalismo en cuestión (espacios, números, funciones, fórmulas, conjuntos) no son meramente posibles, sino *actualizados*. Y si el nominalismo es verdadero, no existen tales cosas.[7] Pero no es la representación matemática *per se* a la que se le atribuyen las cualidades modales, sino a lo que esta representa: a los sistemas concretos representados por la teoría.)

Un caso paradigmático de los espacios de posibilidad son los *espacios de estado*. Los espacios de estado son los espacios de posibilidad de las teorías dinámicas. Se utilizan para describir los patrones en la evolución temporal de las variables que describen las propiedades de los sistemas que se buscan representar. Los estados son (clásicamente) representados por secuencias de valores instantáneos de todas las propiedades fundamentales: aquellas que, dentro del alcance de la teoría relevante, son suficientes para definir todas las demás propiedades de interés del sistema (la distinción fundamental/derivada aquí no tiene por qué ser absoluta, pues se podría cambiar en otro análisis). Estas secuencias se interpretan como una descripción exhaustiva del sistema a un instante. Las teorías dinámicas se escriben generalmente como ecuaciones diferenciales que describen la tasa a la que un cambio instantáneo en ciertas variables se relaciona con una función de las otras variables (pero esto no siempre es así, ya que hay modelos *discretos* de sistemas dinámicos). Así, las teorías dinámicas pretenden explicar los principios rectores de las transiciones entre estados que pueden sufrir los tipos de sistemas estudiados.

En muchos casos, un espacio de estados es un espacio o variedad n-dimensional (para n grados de libertad o cantidades fundamentales), sobre la que una función (u operador) de evolución se define mediante las ecuaciones de movimiento: si los puntos en el espacio de estados representan a todos los estados instantáneos matemáticamente posibles del sistema como una secuencia de valores para cada uno de los grados de libertad, la evolución induce curvas en el espacio (dado un punto como condición inicial), estas son parametrizadas por una estructura indizadora que representa al tiempo. Estas curvas representan *historias posibles* del sistema, dadas las condiciones y restricciones iniciales. A grandes rasgos, el conjunto de posibles estados instantáneos está restringido por las leyes de coexistencia; el conjunto de posibles historias está limitado por las leyes de la evolución; si estamos considerando sistemas que interaccionan, su espacio de estados conjunto está restringido por las leyes de interacción.[8]

En casos muy particulares, un espacio de estados podría identificarse con un modelo de nuestro espacio físico tridimensional (como una partícula de la que no consideramos su velocidad). Pero en general, los espacios de estado son mucho más extraños: pueden tener dimensiones infinitas o estructuras geométricas muy poco familiares para el sentido común. (De cualquier forma, por extraña que sea, la estructura geométrica de un espacio de estados suele ser crucial para comprender las propiedades del sistema que se está estudiando.) En muchos casos, también poseen *estructura excedente*, en el sentido tanto de que el mismo estado se representa por más de un elemento del espacio, y de que un punto del espacio matemático puede contener información que no representa un aspecto del sistema concreto.

Sin embargo, no todos los espacios de posibilidad son espacios de estado, porque no todos los comportamientos de todo sistema se describen mejor desde un punto de vista dinámico. Como ejemplo, consideremos un juego en forma normal (*cf.* §4.4.6): ahí ignoramos el tiempo, y nos centramos sólo en cuáles serían los diferentes resultados de las acciones de los agentes involucrados.

En el ejemplo de la teoría de juegos, ignoramos al tiempo, pero mantenemos la suposición de que las posibilidades son estados. Sin embargo, esto no es necesario. Las posibilidades en los espacios de posibilidad pueden pertenecer a otras categorías ontológicas. En microeconomía, por ejemplo, son canastas de bienes; pero hay casos más abstractos. Por ejemplo, podrían ser objetos probabilísticos. En los procesos estocásticos ampliamente aplicados de las cadenas de Markov, los estados se modelan mediante variables aleatorias (y el proceso mediante una secuencia de éstas indexada al tiempo), y cada estado tiene definido una función de probabilidad de transición con la propiedad de Markov («falta de memoria»): la probabilidad de transición de un estado X_n a un estado X_{n+1} es independiente de los estados en el pasado de X_n. El espacio de estados de la cadena de Markov es el conjunto de todos los valores posibles de las variables aleatorias, pero las posibilidades se especifican completamente sólo una vez que también especificamos las distribuciones de probabilidad.

Los espacios de posibilidad pueden tener estructuras que van desde lo muy simple (un círculo, un mero conjunto de puntos) hasta lo más sofisticado —como los haces fibrados de la teoría cuántica de campos, que definen espacios de posibilidad «intrínsecos» a cada uno de los puntos del espacio base, que representa al espaciotiempo (Maudlin, 2007a, cap. 3). ¿Podemos definir una noción general de *espacio de posibilidad*? Podríamos pensar que cada espacio de posibilidad es al menos un *espacio* en el sentido más general —el de la topología—, pero eso no sería muy informativo: todo conjunto es, trivialmente, un espacio topológico, pues podemos dotarlo de su topología discreta, idéntica a su conjunto potencia. Pero el otro extremo: identificar a los espacios de posibilidades con *conjuntos*, sería una tergiversación: muchos espacios de posibilidades tienen mucha más estructura que la de un simple conjunto, y en la mayoría de los casos, esta estructura es crucial para su función teórica.

Entonces, ¿qué es un espacio de posibilidades? Sugiero que, en lugar de hacer un análisis conceptual *a priori*, miremos el papel teórico de los espacios de posibilidad: ¿Para qué se requieren y para qué se usan? Bueno, para comprender los posibles alcances de la teoría en cuestión: para comprender todos los casos posibles (en un sentido muy general de *caso*) a los que se aplica, y las relaciones que se mantienen entre estos casos, y los patrones en estas relaciones (por ejemplo, las leyes). Nos permiten modelar y comprender las restricciones que encontramos en los fenómenos que estudiamos —la restricción presupuestaria para los consumidores, la restricción energética para un sistema físico, por ejemplo— como dándole estructura a las posibilidades que la teoría considera. Abajo haremos esa examinación. Ella ciertamente no se acerca siquiera a un análisis del tipo condiciones-necesarias-y-suficientes al que los filósofos están acostumbrados; pero creo que obtenemos una mayor comprensión de la noción al examinar las realizaciones concretas de la misma, que al intentar proporcionar una definición general.[9]

4.3. ¿Caminos fáciles hacia la demodalización?

Una sospecha podría ser que los espacios de posibilidades son, al final de cuentas, puramente *artefactuales*: que una limpieza filosófica más profunda de las teorías relevantes puede mostrar que son prescindibles. Voy a expresar dos reservas iniciales sobre esta idea.

En primer lugar, no está claramente bien motivada. Como argumentaré en las siguientes secciones, el espacio de posibilidades de una teoría es crucial para su formulación y para nuestra comprensión de la misma, para su poder explicativo y clasificatorio, y para relacionarla con otras teorías y con el mundo mismo. Con todo ello, comienza a parecer que el demodalismo pone la carreta de los principios *a priori* delante del caballo de los principios empírica y matemáticamente exitosos. Para el naturalista, una importante lección de la Historia es la inestabilidad de tal metodología.

En segundo lugar, ni siquiera está claro que la mutilación pueda llevarse a cabo, al menos no sin una concurrente mutilación de utilidad científica.[10] Dada la impresionante lista de usos de los espacios de posibilidad, el demodalizador tiene una tarea comparativamente impresionante frente a sí.

Por lo anterior, un demodalista agradecería un «camino fácil» hacia la demodalización. (Estoy pensando en una analogía de los «caminos fáciles» hacia el nominalismo, en el fraseo de Colyvan (2010).) En esta sección revisaré cinco formas en que he podido concebir tal camino fácil, y también presentaré mis reservas sobre ellas.

4.3.1. ¿Simple negacionismo?

«Quizá los espacios de posibilidad estén allí», uno podría decir, «¿Pero qué nos impide ignorarlos cuando llega el momento de distribuir el peso ontológico?»

Una vez que veamos que las teorías científicas en general sí usan la ideología modal —y que dicha ideología realiza un importante trabajo teórico, como mostraré en la siguientes secciones— ¿qué razón persiste en contra de tomar a los espacios de posibilidad como candidatos *bona fide* para representar estructuras objetivas? (En el siguiente capítulo defiendo una hipótesis sobre qué estructuras objetivas representan.) Ninguna suposición empirista, o humeana, o anti-realista, tiene *priors* (bayesianos) tan sólidos como lo que se requiere para triunfar sobre las explicaciones científicas exitosas. La navaja de Occam tampoco es muy relevante aquí, en la medida en que el poder explicativo *justifica* postular ontología.[11]

Por lo tanto, el demodalista debe hacer *más* que simplemente ignorar las aparentes implicaciones modales de la ciencia.

4.3.2. ¿Instrumentalismo?

Por «instrumentalismo» entiendo la idea de que las teorías (o modelos) científicos son meros instrumentos para predecir observaciones o mediciones, o para simplificar ciertos cálculos o inferencias. Entonces, una lectura instrumentalista de los espacios de posibilidad los consideraría como dispositivos puramente matemáticos que sirven propósitos teóricos y/o calculatorios que son, al final del día, *prescindibles* al considerar compromisos ontológicos: son instrumentos, no representaciones de un tipo de fenómeno. Por más que estén «ahí», no hay ninguna necesidad de suponer que representan algo real.

El instrumentalismo no es una tesis sobre las entidades a la que la teoría refiere; es una tesis *sobre la relación de referencia*. En la versión más sofisticada que conozco (Rowbottom, 2011) (aparte de la de van Fraassen; *cf.* §5.2.4), se niega que se pueda hablar literalmente de entidades con propiedades con las que no estamos *familiarizados* («*acquainted*»), donde este concepto tiene una connotación marcadamente empirista. (A su vez, Rowbottom (2011) considera que hay sólo dos maneras en que se pueden postular entidades observables: (1) que posean propiedades observables; (2) mediante analogías.)

El problema con el instrumentalismo acerca de los espacios de posibilidad es este: si nos abstenemos de creer (incluso aunque esto no signifique *rechazar*) que estos espacios representan algo real, entonces no es en absoluto claro cómo podríamos creer que *muchas otras cosas* son, o se basan en, o delimitan algo real. Abajo argumentaré que esto pasa con leyes, conceptos, clasificaciones y explicaciones científicas; así como el vínculo entre teoría y estadística, y las transiciones entre teorías. En todos estos casos, los espacios de posibilidad están involucrados, y simplemente no tenemos teorías sustitutas en las que no lo estén, ni hay ninguna indicación de cómo podríamos construirlas.

Es decir: estoy argumentando que *el instrumentalismo sobre los espacios de posibilidad implicaría un anti-realismo sobre una parte muy considerable de la ciencia establecida.* Quizá los instrumentalistas sobre los espacios de posibilidad quieran comprometerse con un anti-realismo tan generalizado. Pero, desde el naturalismo que aquí estoy exponiendo, ese anti-realismo parece mucho más «filosófico» de lo necesario —*i.e.*, uno, *qua* naturalista, preferiría rechazar una de las premisas instrumentalistas antes que la ciencia establecida. Todavía más (¡espero!) si a uno le presentan una ontología de lo que esos espacios representan, que es (1) coherente con lo que las ciencias nos están diciendo, y (2) aparentemente, al menos, ni extravagante ni exageradamente abundante.

4.3.3. ¿Hermenéutica?

Importando desde el debate entre nominalismo y platonismo, podría intentarse eliminar a los espacios de posibilidad como ideología *prescindible.* A su vez, el que una ideología sea prescindible sería «que pueda eliminarse y que la teoría resultante tras la eliminación sea una teoría atractiva» (Colyvan, 2019), donde la *atractividad* se mide por la satisfacción de *desiderata* metateóricos habituales. Esto parecería una propuesta de *reescritura* (análoga al nominalismo fieldeano, no *fácil*), que nos quedaría debiendo versiones no modales de todas las teorías de las que he hablando y hablaré.

Pero no necesariamente.

Una estrategia de *reinterpretación* mantendría a la teoría en su forma actual, pero leyendo de manera no realista a sus afirmaciones modalmente cargadas (como aquellas que requieren de un espacio de posibilidades). Si la teoría, así leída, es al menos tan atractiva como la teoría leída de manera realista, esto da muy buena evidencia de que la ideología modal es, al final del día, prescindible. Le llamo a esta estrategia, «la estrategia *hermenéutica*».

Se han explorado varias lecturas anti-realistas de las afirmaciones modales en la metafísica modal analítica. Quizás una afirmación como «Tal y cual es posible» simplemente signifique que *tal y cual es concebible* o *matemáticamente representable.* O tal vez sí *significa* que es posible, pero las condiciones de verdad de afirmaciones como esa tienen algo que ver con nosotros, nuestras mentes, nuestros idiomas, o algo así. ¡O tal vez ni siquiera tengan condiciones de verdad![12]

Pero si la modalidad en las teorías científicas (en la forma de espacios de posibilidades) se reinterpreta así, uno tiene derecho a preguntarse por qué tal modalidad sería tan *científicamente útil*. Cuando (por dar un ejemplo) una economista se pregunta si tal o cual estrategia es o no *dominante*, su pregunta es modal: ¿qué *pasaría* en tales o cuales circunstancias si usara tal curso de acción? Pero esta pregunta no parece ser una pregunta como: «¿qué puedo *yo* concebir o decir sin contradecirme sobre ello?» Por supuesto, sólo podemos hablar de las posibilidades que podemos concebir, y sólo podemos hablar *razonablemente* si no nos contradecimos (explícitamente); pero ese no es el punto. (Confundir estos dos puntos sería cometer la misma falacia que comete el idealismo más burdo: «Sólo podemos ver los árboles de los que tenemos impresiones sensoriales; por lo tanto, un árbol *es* una impresión sensorial».) El punto es que la economista, al preguntarse si una estrategia es dominante, se pregunta por las cualidades que esa estrategia tiene *con independencia de* lo que ella misma piense o hable, no sobre las cualidades que esa estrategia tiene *debido* a cómo ella concibe o habla. Y la propiedad de ser dominante es una propiedad modal (una estrategia domina a otra sii da mayor utilidad en todas las opciones posibles, sin importar lo que hagan los otros jugadores).

Lo mismo se puede argumentar para todos los demás usos de espacios de posibilidades que se interpreten objetivamente (sin negar de que haya usos explícitamente *epistémicos* de este formalismo). Cuando un físico se pregunta si tal o cual dinámica es *caótica*, se pregunta por las propiedades *de esa dinámica*, no de lo que él pueda o no *concebir* o decir sobre los sistemas que tienen esa dinámica. Pero su pregunta es una pregunta *modal*: es una pregunta sobre la estructura de las posibilidades que obedecen tal dinámica (*cf.* §5.2).

Entonces, mi desafío para los hermeneutas es este: si la ideología modal es prescindible y puede interpretarse con el anti-realismo de la modalidad, *¿por qué tal ideología es tan útil para comprender, escribir y trabajar con teorías científicas, tanto especiales como fundamentales — teorías que han probado ser buenas descripciones (en ciertos regímenes específicos) del mundo?* Y también: Dada la centralidad de estos espacios para las teorías científicas, *¿cómo evitarías que, al tomarlos como una representación de algo que no es objetivo, no te veas llevado a tomar a la teoría entera como una representación de algo que no es objetivo?* Es decir: *¿por qué ser anti-realista sobre ella no es ser anti-realista sobre* toda *la teoría?*

4.3.4. ¿Ficcionalismo?

La estrategia ficcionalista toma a aquello que representan los espacios de posibilidad como criaturas de ficción (como el plano sin fricción o el razonador ideal). Las ficciones, por más útiles que sean —dice el demodalizador ficcionalista—, siguen siendo *ficciones*.

A diferencia del hermeneuta que consideramos arriba —para quien las afirmaciones modales se leen como si significaran, o tuvieran condiciones de verdad basadas en, algo relacionado con cómo hablamos y pensamos—, el ficcionalista cree que todas esas afirmaciones *sí* tienen que ver con posibilidades no actualizadas, pero que, como no hay tales, todas esas afirmaciones son llanamente *falsas*.

Pero esta estrategia no es, de ninguna manera, *fácil* —al menos así lo sugiere la analogía con el nominalismo. Veamos.

El nominalismo *no* es *obviamente* verdadero por el uso generalizado de las matemáticas en la ciencia. Por ello, el ficcionalismo matemático requiere demostrar que las matemáticas son *conservativas*: que incluso si las matemáticas son literalmente falsas, su uso en la teoría científica no entra en conflicto con la verdad de esta —que no se puedan hacer nuevas inferencias sobre el tema cuando uno añade la matemática. (Field (2016) argumentó que las matemáticas son conservativas, pero Melia (2000) demostró que la conservatividad de una teoría matemática no implica que no permita inferir nuevas oraciones acerca del mundo concreto.)

Si preservamos la analogía entre ficcionalismo y demodalismo, parecería que los resultados sobre conservatividad también deberían ser parte esencial de un proyecto de demodalización ficcionalista. Pero no tenemos ningún resultado de conservatividad demodalista. Y la mera relectura de la ciencia no nos lo da.

Y yo creo que *nunca* vamos a tener conservatividad: como argumentaré abajo, el uso de ideología modal —en la forma de espacios de posibilidad— *sí* nos permite (por ejemplo) definir conceptos centrales para la ciencia, sin los que muchas áreas no podrían siquiera existir. Esto implica directamente que *la ideología modal no es conservativa respecto al lenguaje que solamente habla de la realidad actualizada.*

4.3.5. ¿Humeanismo sidereano?

Sider ha propuesto su estrategia *humeana* (2011, pp. 319–323):

> Decir que una proposición es necesaria, de acuerdo con el humeano, es decir que la proposición es i) verdadera; y ii) de un cierto tipo. [...] ¿Qué determina el «cierto tipo» de proposiciones? Nada «metafísicamente profundo». Para el Humeano, la necesidad no recorta en las junturas. Hay muchos candidatos de significado para «necesario», que corresponden a diferentes «ciertos tipos» que nuestra comunidad lingüística podría elegir. Como ninguno de estos candidatos corta en las junturas, nuestra comunidad lingüística es libre de elegir la que más le guste. Quizás la elección sea arbitraria, [...] Quizás la elección refleje algo importante sobre el papel que juega «necesario» en nuestra vida conceptual, en cuyo caso los hechos son «subjetivos» (o «proyectivos»). Lo más probable es que la verdad esté en algún punto intermedio. Pero, en cualquier caso, los hechos no nos imponen la

elección conceptual.

> [...] Comenzamos con un conjunto de *axiomas modales* y un conjunto de *reglas modales*. Los axiomas modales son simplemente ciertas oraciones verdaderas que elegimos; las reglas modales son ciertas relaciones que elegimos, que son preservadoras de verdad, entre conjuntos de oraciones y oraciones. A los axiomas y reglas modales elegidos corresponde un conjunto de *teoremas modales*: la clausura del conjunto de axiomas modales bajo las reglas. Cualquier elección de axiomas modales y reglas modales, y por lo tanto de teoremas modales, resulta en una versión del humeanismo: ser necesario es ser un teorema modal así entendido. [T11]

Así, la postura humeana de Sider toma a las verdades modales como verdades que pertenecen a una clase seleccionada más o menos arbitrariamente: el humeanismo de Sider es la tesis de que la clase de verdades metafísicamente necesarias no delimita una «juntura en la naturaleza»: no hay una clasificación objetiva, *estructural*. Explicaré esto mediante un contraste.

La clase de los electrones *no* se selecciona arbitrariamente: sus elementos comparten aspectos muy importantes para la labor científica de entender la organización del mundo. Estos aspectos hacen que todos esos objetos —cada uno de los electrones— se agrupen *naturalmente*, y por ello la clasificación de las cosas como electrones, «recorta una juntura en la naturaleza». Contrastemos esta agrupación con una clasificación que cita Borges en su «El idioma analítico de John Wilkins»:

> los animales se dividen en a) pertenecientes al Emperador b) embalsamados c) amaestrados d) lechones e) sirenas f) fabulosos g) perros sueltos h) incluidos en esta clasificación i) que se agitan como locos j) innumerables k) dibujados con un pincel finísimo de pelo de camello l) etcétera m) que acaban de romper el jarrón n) que de lejos parecen moscas.

Esta clasificación, claramente, no es *objetiva*: no refleja una agrupación *natural*. La clasificación que haría la zoología es mucho más natural: recorta en las junturas.

Así, un demodalista humeano no *niega* que *haya* modalidad: simplemente toma a los hechos modales como algo tan *arbitrario* como los hechos sobre qué ropa está de moda ahora, o como la información sobre qué me gusta cuando tengo hambre. Sí hay modas: existe lo *trendy* y lo *demodé*, pero esta clasificación es mucho más arbitraria que (digamos) la clasificación espectral de las estrellas, hecha por la astronomía. Los demodalistas humeanos consideran que la ideología modal, al basarse en una clasificación artificial, es tan superficial como los conceptos de «lo *trendy*» y «lo que me gusta cuando tengo hambre».

Mi desafío para los demodalistas humeanos es el siguiente: si la ideología modal es tan arbitraria, *¿por qué es tan útil para entender, redactar y trabajar con teorías científicas, tanto especiales como fundamentales?* Siendo más específico: *Primero*: ¿Por qué un marco conceptual *arbitrario* estaría presente en tantas áreas de la ciencia? *Segundo*: ¿Por qué usar un marco conceptual *arbitrario* para:

- definir las leyes de una teoría matematizada,
- definir conceptos centrales para teorías de diferentes ciencias,
- hacer clasificaciones que *no* son arbitrarias, sino que demarcan importantes áreas de estudio de las ciencias relevantes,
- ofrecer explicaciones centrales para la misión de las ciencias,
- conectar a las ciencias teóricas con los resultados experimentales mediante la estadística,
- transitar (sobre todo en la física moderna) de las teorías clásicas a las teorías contemporáneas (cuánticas y relativistas)?

Hasta que los humeanos desarrollen una respuesta sistemática y creíble a estas dudas, lo racional es rechazar de su postura.

4.3.6. Contra el demodalismo: seis argumentos de inviabilidad

Habiendo explicitado la diferencia entre *indispensabilidad* e *inviabilidad* en mi sentido, y expuesto cuatro posibles tipos de demodalismo «fácil», pasaré a los seis tipos de usos científicos de la modalidad, encarnados en espacios de posibilidades, cada uno de los cuales nos dará un argumento de inviabilidad.

Pero antes, una advertencia: soy consciente de que en lo sucesivo, podrían acusarme de «*cherry picking*»: de tomar los casos favorables e ignorar los demás. Sin embargo, no conozco métodos estadísticos establecidos que puedan justificar mi afirmación de haber dado una *muestra representativa* de la ciencia *en su conjunto*. Como segunda mejor estrategia, he optado por una breve exposición de —lo que las referencias estándar en el campo consideran que son— modelos y teorías *no marginales*, sino «*mainstream*», y tomados de una pluralidad de ciencias, todos los cuales se definen con espacios de posibilidad. Dicho esto, empecemos.

4.4. Argumento 1: Los espacios de posibilidades son cuasi-ubicuos, y se necesitan para definir a las leyes científicas

4.4.1. Leyes científicas

Se requieren espacios de posibilidad para definir las *leyes* de una teoría y, por lo tanto, *a la teoría misma*. Esto es así porque una ley científica es una ecuación (o una desigualdad) que iguala (o diferencia) todos los posibles valores de dos objetos matemáticos —funciones, operadores, tensores, etc.— multiplicados por distintos factores (constantes dimensionales o adimensionales). Así, la ley *no* dice que dos valores *particulares* de los objetos *resultan* ser el mismo: la ley dice que *todos los posibles valores* de tales objetos van a ser idénticos. (Cuando hay desigualdad, como en la de Heisenberg, la ley afirma que todo posible valor de los objetos en cuestión va a ser menor o mayor a otro valor dado, o a todo posible valor de otros objetos dados.) Como dice Bunge (1967, p. 44):

> Un enunciado de ley refiere a un miembro arbitrario de un conjunto completo de hechos más que a un hecho específico; de manera equivalente: se refiere a cada *posible* hecho de un tipo. En general, el enunciado de ley no indicará qué posibilidad se actualizará [...] En resumen, un enunciado de ley no dice qué es el caso sino qué es posible. [T12]

Entonces, *para definir* a una ley científica se requiere un espacio de posibilidades, que represente los posibles valores de unas ciertas magnitudes físicas (a su vez, representadas por los objetos matemáticos en cuestión). Así es como *es* una ley científica; esto es lo que uno lee cuando lee, digamos, que $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$; esto *no* es una «reconstrucción filosófica» del concepto: esto es lo que es. En esta y en las siguientes secciones veremos varios ejemplos de esto.

4.4.2. Lógica

En *lógica proposicional clásica*, las tablas de verdad son espacios de posibilidad.[13] Lo que llamo aquí «Lógica proposicional clásica» es un caso (un *modelo* en el sentido lógico) de la estructura booleana abstracta: las p's y q's no son simplemente variables, representan proposiciones. Y los operadores no son simplemente operaciones en el álgebra booleana: representan constantes lógicas.

Matemáticamente, las tablas de verdad son simplemente tablas de función para las operaciones booleanas: a cada fórmula le corresponde una matriz de dimensión $2^n \times d$ con entradas tomadas de $\{0,1\}$ (para n átomos y d = la suma del número de constantes lógicas y átomos, incluyendo repeticiones, que aparecen en la fórmula).

Pero en su interpretación pretendida, cada una de las 2^n filas es una *posible* asignación simultánea de valores de verdad a cada átomo en la fórmula, la cual determina el valor de verdad de la fórmula entera mediante la definición de las constantes. Esta interpretación no es solamente intencional, sino que también es *obligatoria*: un presupuesto básico de la lógica clásica es que ninguna proposición tiene más de un valor de verdad; por lo tanto, no se puede decir que la tabla de verdad proporcione *todas* las asignaciones de valor de verdad de una fórmula, ya que en cada circunstancia de evaluación, la fórmula tiene solamente *uno*. Más bien, la tabla da todas las asignaciones *posibles*. En una interpretación más concreta, cada fila representa una clase de equivalencia de mundos posibles: un mundo pertenece a la clase de una fila dada sii, si tal mundo se actualizara, las proposiciones representadas por los átomos tendrían los valores asignados por la fila.

La lógica clásica, entonces, es un ejemplo de algo que volveremos a ver en otros casos de espacios de posibilidad en las ciencias formales: las posibilidades son, o mejor dicho, *se representan por*, objetos abstractos extensionales y que de hecho existen.[14] Pero esto no debe confundirnos: aunque sean objetos *actualizados*, ellos representan *posibilidades*.

Hay otras rutas para la conclusión de que la lógica clásica (entre muchas otras lógicas) contiene ideología modal aún antes de incluir operadores como la caja y el diamante. Solamente hablaré de algunas de ellas en una nota, pues aquí me estoy enfocando en los espacios de posibilidad.[15]

4.4.3. Matemáticas puras

Es bastante natural interpretar el *conjunto solución* de una ecuación como un espacio de posibilidades: como el espacio de todas sus soluciones *posibles*.[16] Para poner otro ejemplo, parece una verdad literal decir que es *imposible* que algunas funciones tomen ciertos valores (*e.g.*, una función de probabilidad *no puede* tomar un número negativo o mayor a 1), esto bien puede leerse como una receta para construir el espacio de posibilidades de esa función: el conjunto de todos los objetos que no es imposible que tome como valores.

Los filósofos convencidos de la existencia necesaria de los objetos matemáticos objetarán que llamarle «posible» a una solución es engañoso: las ecuaciones y sus soluciones están tan *actualizadas* como cualquier objeto matemático. Por supuesto, la actualización implica a (pero no es implicada por) la posibilidad; sin embargo, la esencia de la objeción es que el lenguaje modal no tiene un propósito natural aquí: que solo puede ser *forzado*.

Creo que eso no es correcto: creo que es muy natural hablar de las diferentes soluciones *posibles* de una ecuación, dadas ciertas entradas posibles. (Las cuales, a su vez, *están definidas por las restricciones implícitas en una ecuación*, como que sea una ecuación de enteros, etc.) Sin embargo, aunque no creo que el igualar a la posibilidad con la existencia en objetos matemáticos puros haga que los conjuntos solución dejen de tener características modales, no hay por qué discutir: hay ejemplos más sofisticados de espacios de posibilidad en matemáticas puras.

Una interpretación estándar de la lógica modal es la lógica de la *demostrabilidad*,[17] y Solovay ha demostrado que las afirmaciones sobre la demostrabilidad que son válidas en la aritmética de Peano, son precisamente las de la lógica modal G (Solovay, 1976, teorema p. 297). Así entendida, la demostrabilidad sería la modalidad matemática: la necesidad que poseen las fórmulas demostrables.

Para otro ejemplo, los teóricos de los conjuntos han estado explorando los aspectos modales de los modelos ZFC. En un enfoque reciente (pero no el único), el *potencialismo* de Hamkins y colegas (por ejemplo, Hamkins & Löwe, 2008; Hamkins & Linnebo, 2019), uno toma la colección de modelos de ZFC como el conjunto de mundos W en un modelo kripkeano $\mathfrak{M} = \langle W, R, v \rangle$, donde la relación de accesibilidad R es *ser una extensión por* forcing *de*. Después, uno se pregunta qué afirmaciones son verdaderas en todas las extensiones por *forcing*, o en algunas —y estas se formalizan naturalmente usando los operadores de caja y de diamante de la lógica modal, de modo que «$\mathfrak{M} \models \Box \mathsf{p}$» significa: p *es verdadero en cada extensión por* forcing. Hamkins & Löwe (2008) demostraron que la lógica modal que rige a estos operadores es exactamente el sistema S4.2.

4.4.4. Ciencia teórica de la computación

La representación de posibilidades mediante objetos abstractos extensionales y actualizados es, como he mencionado, un tema recurrente en las ciencias formales.

Consideremos el concepto de un *autómata finito* en la ciencia teórica de la computación, el modelo más sencillo de computador. Este es una secuencia de cinco elementos (Sipser, 1997, p. 35):

1. Un conjunto finito no vacío de *estados*, Q;
2. Un conjunto finito no vacío de *símbolos*, Σ;
3. Una *función de transición*, $\delta : Q \times \Sigma \to Q$;
4. Un *estado inicial* $q_0 \in Q$; y
5. Un conjunto de estados de aceptación $F \subseteq Q$.

Un autómata finito recibe una cadena finita σ de símbolos tomados de Σ en el estado inicial q_0, y los procesa de acuerdo a su función de transición δ: partiendo de q_0, el autómata lee el primer símbolo y entra en otro estado q_i, dictado por su función de transición. Continúa así por cada símbolo. Si al terminar de leer cada uno de los símbolos de la cadena, el autómata se encuentra en un estado de aceptación $q_j \in F$, se dice que el autómata *reconoce* la cadena σ.

Formalmente, los estados del autómata son cualesquiera objetos matemáticos; pero estos representan *todos los estados posibles en los que el autómata puede estar*. Como antes, estas posibilidades *son* —si consideramos el autómata abstracto— objetos matemáticos, actualizados y extensionales; si consideramos sistemas concretos que ejemplifiquen la estructura abstracta, las posibilidades se representan mediante tales objetos (*cf.* Berenstain, 2017).

Enfoquémonos en el caso concreto. Consideremos una puerta automática que ejemplifica la estructura de un autómata finito (*cf.* Sipser, 1997, pp. 31-32). Este autómata tiene dos estados, que para la puerta representarán ABIERTO y CERRADO. La función de transición codifica en qué estado debe entrar la puerta dado un *input*, que será la señal de los sensores al frente y detrás de la puerta, que detectan objetos acercándose. Por ejemplo, si está en el estado CERRADO y su sensor frontal detecta algo, pasará al estado ABIERTO.

La modalidad aquí es fácil de ver: si mañana ponen una nueva puerta electrónica en un centro comercial e inmediatamente después de ello toda persona y animal es borrado del planeta Tierra (por alguna razón), de manera que la puerta *jamás* se vuelva a abrir, de cualquier forma, es inevitable pensar que la puerta *podría* haber entrado en el estado ABIERTO, aunque *de hecho* nunca lo haga. ¿Por qué? Pues porque la puerta ejemplifica la estructura del autómata finito, y *por ello* tiene varios estados posibles, además del actualizado.

Afirmaciones parecidas valen para modelos más complicados de computación. Por ejemplo, una *máquina de Turing* (Sipser, 1997, p. 128) va a tener también un conjunto de estados, así como una «cinta» que representa una memoria infinita. Como con los autómatas finitos, estos dos objetos formales representan posibilidades de aquellos objetos físicos que ejemplifiquen la estructura de la máquina: un objeto que sea una máquina de Turing *podría* estar en cualquiera de los estados de esta máquina, y *podría* leer la memoria de esta máquina —incluso si nunca lo hace *de hecho*. Como en el caso del autómata finito, es fácil imaginar, primero, un objeto cualquiera que ejemplifique esta estructura, y después imaginar que el mundo se detiene por alguna razón. En ese caso, nos quedará la intuición de que este objeto *podría* haber visitado esos estados, incluso si *nunca* llega a hacerlo *de hecho*. La modalidad es evidente.

Otro ejemplo es el *espacio de búsqueda* de un algoritmo de búsqueda: el conjunto de las *posibles* soluciones al problema que resuelve el algoritmo (Zhang, 1999, cap. 1). Estas soluciones, aunque sean objetos abstractos actualizados, representan *posibilidades*: estados en los que el problema se resolver*ía*. Como antes, se ve la modalidad pensando en un problema concreto y notando que, aunque *de hecho* nunca se logre resolverlo (aunque nunca se llegue a un estado solución), podemos ver que, si *llegáramos* a ese estado, eso *significaría* resolver el problema.

Se puede razonar de manera parecida para otras estructuras computacionales, pero la estrategia argumentativa ya es suficientemente clara.

4.4.5. Física — fundamental y no

> There is one concept which quantum theory shares alike with classical mechanics and classical electrodynamics. This is the concept of a mathematical «phase-space».
>
> —Birkhoff & von Neuman, 'The logic of quantum mechanics'

Mecánica clásica

Aunque Newton no la formuló así, la mecánica clásica tiene formulaciones en un espacio de posibilidades. Estas tienen varias ventajas sobre el formalismo de Newton; en particular, son más fáciles de generalizar y brindan la conexión con la física cuántica (*cf.* §4.9, abajo). Me voy a enfocar en la mecánica de Lagrange (*cf.* Goldstein *et al.*, 2011, caps. 1 y 2), cuyas ideas esenciales se han extendido hasta la física contemporánea.

En las tres leyes originales de Newton encontramos que el movimiento se explica mediante las fuerzas que actúan sobre un objeto.[18] En el formalismo de Lagrange, las cantidades fundamentales son escalares (las energías cinética y potencial). Esto nos permite no introducir fuerzas (cuyo número crece con el número de cuerpos considerados) ni, en general, cantidades vectoriales (cuyas propiedades de transformación bajo cambios de coordenadas complican el cálculo). Otra ventaja de la formulación lagrangiana es que permite tener a las restricciones como parte implícita del problema en lugar de requerir escribirlas explícitamente. Se eliminan los grados de libertad dependientes (si tratamos con restricciones holonómicas) y estas *coordenadas generalizadas* (que no necesariamente forman vectores tridimensionales) simplifican el cálculo.

Pero todo esto se hace en un espacio de posibilidades, llamado *espacio de fases*. Este se forma con dos espacios íntimamente relacionados. Primero, mediante una variedad, el *espacio de configuraciones*, que representa a las *posibles* configuraciones del sistema completo y que denotaremos mediante Q. En principio, tiene $3n$ dimensiones, para un número n de partículas, correspondiente a un espacio tridimensional «para cada partícula» (por así decir). Como hemos visto arriba, el número y tipo de grados de libertad puede cambiar, debido a que consideramos *coordenadas generalizadas*, que no siempre son coordenadas del espacio tridimensional. Por ejemplo, para un cuerpo restringido a moverse sobre la superficie de la esfera (tridimensional), estas serán dos ángulos, correspondientes a la latitud y la longitud.

Además de una variable de posición, el enfoque lagrangiano requiere una de velocidad. Formalmente, la velocidad asociada con una posición es un vector tangente a dicha posición. Este vector es un elemento de un espacio vectorial asociado al punto respectivo del espacio de configuraciones, llamado *espacio tangente*. Los espacios tangentes a cada punto en todo el espacio Q son del mismo tipo, por lo que se suele usar una misma variable para denotarlos a todos: T. La dimensión del espacio tangente es $3n$, pues contiene un vector base por cada posible dirección en el espacio tridimensional, para cada espacio tridimensional correspondiente a cada partícula. La unión de todos los espacios tangentes se conoce como el *haz tangente* al espacio de configuraciones, TQ. Considerando tanto el espacio de configuraciones como el haz tangente, tenemos un espacio de dimensión $6n$: el *espacio de fases*, que es el espacio de posibilidades del enfoque lagrangiano. Así, un punto $(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{v}) \in TQ$ representa una posible posición y velocidad de *todo* el sistema (i.e., de las n partículas).

Es en este espacio de fases que se definen las *ecuaciones de Euler-Lagrange* (que revisaremos en una sección posterior), constructibles a partir de la mecánica de Newton mediante el principio de D'Alambert (que involucra la noción modal de *virtualidad*) o mediante el principio de Hamilton o de mínima acción (lo cual hace que el acercamiento constituya un problema de *optimización*, otro concepto esencialmente modal, como veremos después). Estas nos permiten inferir la dinámica los sistemas clásicos de una manera más tratable.

Además de las ventajas mencionadas antes y la que también mencioné de que el formalismo de Lagrange se ha generalizado en la física contemporánea (de forma que el modelo estándar se define con el formalismo lagrangiano), se ha argumentado que la física clásica es *esencialmente lagrangiana*, en un sentido preciso (Curiel, 2014).[19]

Termodinámica

Hemos visto que un sistema clásico puede, en principio, contener un número indefinido de partículas componentes. Pero cuando este número crece a magnitudes *macroscópicas*, es decir, del orden del número de Avogadro, 6×10^{23}, se dice que tenemos un *sistema termodinámico*, con propiedades que son propias de un conglomerado de muchas partículas, como la *presión* de un gas en un contenedor, la *temperatura*, el *potencial químico*, o la *entropía* (Reif, 1965). Para entender el comportamiento de estas, en lugar de comprender el comportamiento de *cada uno* de los cuerpos componentes, se utilizan métodos estadísticos. En ese caso, en lugar de considerar un *microestado*: un punto $(\boldsymbol{q}, v)$ del espacio fase $6(6 \times 10^{23})$-dimensional que describe las propiedades de cada una de las partículas componentes,[20] se considera un *macroestado*: una región del espacio de microestados que corresponde a un estado del sistema macroscópico en el que tiene una cierta magnitud macro.

En un caso clásico, tratamos con un gas, considerando al volumen V y a la presión p como los dos grados de libertad del sistema. Se forma, entonces, un espacio bidimensional de posibilidades. A un instante dado, un gas (en equilibrio) estará en un punto $S = (V_i, p_i)$ de este espacio (*cf.* la figura 4.1). A este estado macroscópico S le corresponden muchos estados microscópicos: hay muchísimas posibilidades de las partículas que componen al gas en las que este tendría las propiedades (V_i, p_i).

La termodinámica es un ejemplo de cómo los espacios de posibilidades de una teoría derivativa —en este caso, la termodinámica— tienen relaciones teóricamente importantes con los espacios de una teoría más fundamental (que, en este caso, sería la cuántica). Volveremos a este tema en una sección más abajo (§4.9).

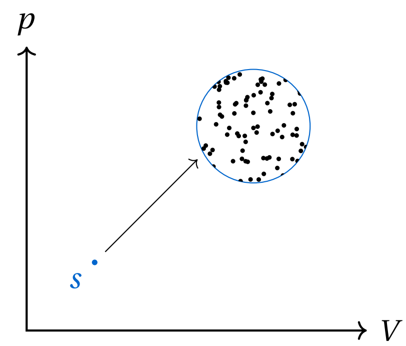

Figura 4.1: *Un estado en el espacio de fases de un gas puede verse como una región en el espacio de posibilidades más fundamental.*

Mecánica cuántica

La mecánica cuántica se define en un espacio de Hilbert, donde los rayos —clases de equivalencia de vectores— representan *posibles* estados del sistema cuántico. Más explícitamente (Shankar, 1994, cap. 4):

- Los estados posibles de cada sistema cuántico S se representan mediante un espacio de Hilbert $\mathscr{H}_S$, donde los estados se representan mediante vectores normalizados $\Psi(t) \in \mathscr{H}_S$ (salvo una fase); los compuestos se representan como los productos tensoriales de los espacios de los sistemas componentes;
- Las propiedades del sistema se representan mediante operadores hermitianos sobre $\mathscr{H}_S$;
- El vector de estado $\Psi(t) \in \mathscr{H}_S$ evoluciona bajo la ecuación de Schrödinger hasta que se mide una de sus propiedades:

$$i\hbar\left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) = -\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\hbar^2}{2m_k}\nabla^2(\Psi)\right) + V\Psi, \tag{4.1}$$

- Cuando el estado del sistema es $|\Psi\rangle$, el sistema tiene la propiedad O con el valor o sii $|\Psi\rangle$ es un eigenvector de O con eigenvalor o;
- Si se mide la observable que corresponde al operador O', el resultado será uno de los eigenvalores de O', o', con una probabilidad de $\left|\left\langle o' \middle| \psi \right\rangle\right|^2$, y entonces el estado cambiará a $|o'\rangle$.

Existen muchas interpretaciones diferentes y teorías cuánticas alternativas, y la interpretación de la función de onda (los elementos del espacio de Hilbert), varía a través de ellas. Pero (al menos en los más conocidos), la teoría encuentra una forma u otra para representar las posibilidades. En un capítulo posterior regresaré al tema de las posibilidades en la mecánica cuántica (§5.2).

4.4.6. Teoría de juegos: Biología y economía

En secciones posteriores hablaré de usos de espacios de posibilidades en la química y otras ciencias, pero ahora me gustaría ilustrar su uso en la teoría de juegos, que nos muestra otro aspecto importante de los espacios de posibilidades.

En su aspecto más básico, un juego es simplemente el espacio de *posibilidades* abiertas a un conjunto de *agentes*, junto con una especificación de los «*pagos*» —utilidades o ganancias— que cada agente tendría en cada una de esas posibilidades, como resultado de sus acciones y de las acciones de los demás agentes, a las que suponemos guiadas por *reglas*. Así, un juego (en forma normal) de n agentes se definiría como una tupla: $\langle N, A, u\rangle$, donde (Leyton-Brown & Shoham, 2008, p. 3):

- N es un conjunto de n jugadores;
- $A = A_1 \times \ldots \times A_n$, donde cada A_i es un conjunto finito de las acciones disponibles para el jugador i;
- $u = \langle u_1, \ldots, u_n\rangle$; donde cada $u_i : A \rightarrow \mathbb{R}$ es la función de utilidad del agente i, que toma valores reales.

Para n jugadores, utilizamos una matriz n-dimensional para representar un juego, donde cada celda representa un posible resultado de las acciones de los jugadores.

Esta teoría tiene amplias aplicaciones (desde los fundamentos de la teoría de conjuntos y la lógica); el ejemplo que sigue se utiliza en la biología (Smith, 1982; Barton *et al.*, 2007, pp. 567-573) y la economía (Mas-Collel & Green, 1995, caps. 7–9). Este es un ejemplo del *dilema del prisionero* en forma normal:

	B coopera	*B deserta*
A coopera	(10, 10)	(-10, 20)
A deserta	(20, -10)	(0, 0)

Aquí, el tiempo no es crucial. Sólo queremos analizar qué *sucedería* —cuáles serían las utilidades para cada agente— si se actualizaran ciertas posibilidades, y la mejor manera de hacerlo es especificar los hechos relevantes para cada una de las posibilidades de interés. Esto nos permite definir propiedades centrales para el estudio de los juegos (como una que veremos abajo, §4.5.2: un *equilibrio*).

En general, las teorías de juegos y de la decisión suponen espacios de posibilidades: los posibles estados entre los cuales el agente de decisión, o los agentes en el juego, deben decidir, o tener preferencias. Como he mencionado, estos espacios no necesariamente son para teorías dinámicas, pues no siempre consideramos la evolución en el tiempo —aunque en otras ocasiones sí lo hagamos, como cuando consideramos *estrategias*, de manera que nos importa cómo una sucesión de estos posibles estados forman *historias* posibles (García de la Sienra, 2019, cap. 8).

4.4.7. Biología

Aunque no existe un «modelo estándar» que cubra *toda* la biología —esta se unifica bajo la Síntesis Moderna del siglo XX (Barton *et al.*, 2007)—, sí podemos encontrar distintos modelos matemáticos que explican distintos aspectos de interés para la biología. Varios de estos son importantes porque, aunque se sabe que no son completamente exactos, en su simplicidad contienen el germen de una idea importante que se ha seguido desarrollando en modelos más sofisticados (Murray, 2002).

El modelo Lotka-Volterra

Un caso de esto es el modelo *Lotka-Volterra* de la interacción entre dos especies: una predadora y una presa. La idea trascendente que le sugirió este modelo a los biólogos es que incluso interacciones muy simples presa-depredador pueden resultar en un comportamiento cíclico (Murray, 2002, §3.3).

El modelo de Lotka y Volterra se define partiendo de dos cantidades variantes en el tiempo: $D(t)$, el número de miembros de la especie depredadora a t, y $P(t)$, el número de miembros de la especie presa a t. La idea fundamental es que estas dos cantidades van a estar relacionadas: intuitivamente, a mayor número de depredadores, menor número de presas; y si hay más presas, habrá más alimento para los predadores, por lo que su población tenderá a incrementarse. Usando cuatro constantes positivas, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, el modelo Lotka-Volterra se compone de dos ecuaciones acopladas:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P - \beta PD \tag{4.2}$$

$$\frac{dD}{dt} = \gamma DP - \delta D \tag{4.3}$$

El término αP representa el crecimiento de la especie presa; como se asume que esta tiene una fuente ilimitada de alimentos, se supone que este crecimiento es exponencial. El decrecimiento de la especie presa se supone causado por su interacción con la especie depredadora, esto es lo que representa el término $-\beta PD$. De esta forma, la tasa de cambio en el número de individuos (que se idealiza como siendo continuo) de la especie presa ($\frac{dP}{dt}$) se iguala a la tasa de cambio de su crecimiento menos la tasa a la que es depredada. La segunda ecuación nos dice algo parecido: la tasa de cambio en el número de depredadores ($\frac{dD}{dt}$) se iguala a la tasa de crecimiento de esta especie, dada por la tasa en que consume a la especie presa (controlada por el factor γ) menos la tasa de decrecimiento «intrínseco» en la especie depredadora, causada por la muerte o la migración de sus miembros, y que también se supone exponencial.

Me interesa exponer este modelo porque ilustra, de manera muy sencilla, un aspecto muy importante: lo que, superficialmente, es solamente una ecuación diferencial de ciertas cantidades que varían en el tiempo, *en realidad describe una estructura en un espacio de posibilidades*. Consideraríamos un espacio de posibilidades con dos grados de libertad, que contiene todos los estados matemáticamente posibles de estos (*i.e.*, todas las combinaciones lógicamente posibles de los valores de estos estados). Un punto representa una particular combinación posible de valores de estos dos grados de libertad. A partir de una condición inicial —un punto en este espacio, en un momento que tomamos como el inicial—, si *integramos* estas ecuaciones (y después de pasar por un proceso técnico de a-dimensionalización), encontraremos que los estados instantáneos que devuelve el sistema se «unen» uno tras otro, de forma que constituyen *trayectorias* en este espacio (la figura 4.2 da el ejemplo de esto para el sistema Lotka-Volterra, usando dos cantidades a-dimensionales u, v, con las que se transforma al sistema para facilitar el análisis).

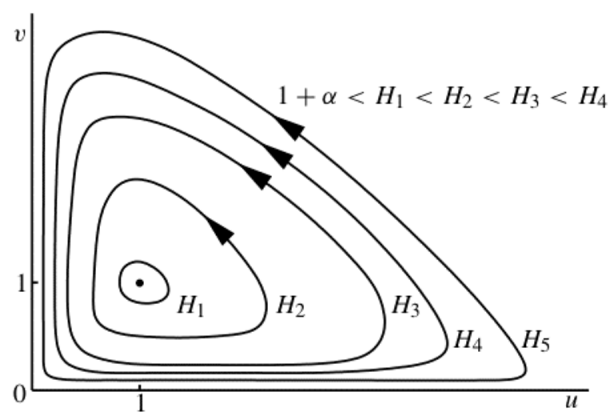

Figura 4.2: *Trayectorias cerradas en el espacio fase del modelo LV; las flechas denotan la dirección del tiempo (tomado de Murray, 2002, p. 81).*

A su vez, estas trayectorias —que son *historias posibles* del par de poblaciones— son importantes, porque entender la pluralidad de ellas le permite a los teóricos entender la dinámica que guía al sistema biológico concreto. En el caso del modelo Lotka-Volterra, las trayectorias ilustradas en la figura 4.2 muestran un aspecto importante: que la dinámica dada por las ecuaciones 4.2 y 4.3 permite trayectorias *cerradas*: es decir, que esta dinámica permite que haya historias en las que el sistema regresará a estados pasados de manera cíclica. Además de esta característica, también se ve otro aspecto importante: la *inestabilidad estructural* del modelo: existen historias posibles en las cuales una «perturbación» pequeña —es decir, partir de condiciones iniciales ligeramente distintas a otras— hace que el estado se «vaya» a otra historia que no es cercana, en todo momento, a la historia «original». Esto hace que el modelo no tenga mucho poder predictivo a largo plazo, debido a que es muy fácil que los errores de medición exploten con el paso del tiempo.

Como he dicho antes, la importancia de este modelo para la biología está más en la idea seminal que en sus predicciones concretas; hoy la biología cuenta con modelos más realistas (Murray, 2002, cap. 3). Pero, para mis propósitos, este modelo tiene otros dos aspectos importantes: ilustra la utilidad de los espacios de posibilidades para la biología, al permitirnos ver cómo la teoría de las poblaciones usa estos espacios para entender la dinámica que guía el desarrollo de las poblaciones en el tiempo; pero también para ilustrar, de manera general, la importancia de entender la *estructura* del las trayectorias en el espacio de posibilidades. Este tema brindará una premisa central de mi argumento a favor del objetivismo sobre la modalidad en el siguiente capítulo (*cf.* §5.2).

El espacio morfológico y de nucléotidos

En la morfología, es estándar pensar en términos de un *espacio de formas* o *de fenotipos*, lo que nos permite darle una encarnación cuantitativa a la idea de que hay similaridad entre estas formas. Esto, por supuesto, se logra mediante conceptos topológicos como el de *entorno* y conceptos métricos. Mitteroecker & Huttegger (2009, pp. 55–56) resumen muy bien el aspecto esencial de esta tradición:

> Los espacios morfológicos, o *morfoespacios*, son espacios matemáticos que describen y relacionan la configuración fenotípica de los organismos biológicos y son herramientas centrales en la biología teórica y matemática actual. Se han utilizado tanto en un sentido meramente metafórico como en el contexto de cálculos matemáticos y estadísticos reales. En un morfoespacio típico, la configuración morfológica de un organismo está representada por un solo punto, y la dimensionalidad del espacio está determinada por el número de variables medidas.
>
> La relación geométrica entre puntos en un morfoespacio debería reflejar relaciones biológicamente significativas entre las morfologías correspondientes. Por ejemplo, esperamos que la distancia entre puntos represente similitud morfológica: las morfologías «más cercanas» son más similares que las morfologías más «distantes». Además, una estructura geométrica simple en el morfoespacio, como una trayectoria recta de varias morfologías, debe corresponder a una causa o explicación subyacente simple, como un solo proceso de

> desarrollo o transformación evolutiva. Se espera que dos trayectorias lineales casi paralelas indiquen procesos subyacentes similares, mientras que las trayectorias divergentes deberían deberse a procesos diferentes. [T13]

Estos espacios de posibilidad pueden ser de diferente naturaleza matemática. En algunos casos, son espacios vectoriales sobre el campo real (como el modelo de Raup & Michelson (1965) de las conchas espirales, donde se consideran tres parámetros, suficientes para definir el morfoespacio de las conchas). Pero, en otro ejemplo, se usan matemáticas discretas: en el espacio de las secuencia de nucleótidos, tenemos secuencias de n lugares, donde cada lugar puede tomar una de cuatro posibilidades: adenina, citosina, guanina, y timina. Este espacio es un espacio métrico cuando se le incorpora la distancia de Hamming, que es simplemente el número de lugares en los que difieren las secuencias, y que se utiliza para modelar probabilidades de mutación.

El *fitness landscape*

Wright (1932) introdujo el concepto del *fitness landscape* o *paisaje adaptativo*. Esta es la idea de un espacio multi-dimensional, que es el espacio de todos los posibles genotipos, de forma que los genotipos más similares entre sí están más cerca en este espacio. Además, este espacio incluye una dimensión «vertical», que correspondería a la «*fitness*» o aptitud biológica del fenotipo en cuestión: a mayor aptitud del fenotipo, mayor altura en esta dimensión.[21] Un individuo sería un punto en este espacio, y una población, un «enjambre» de puntos.

Si nos imaginamos al paisaje adaptativo visto «desde arriba», donde el «+» indica mayor altura, un paisaje adaptativo en dos dimensiones se vería como en la figura 4.3.

La idea es que las especies que sobreviven son las que se encuentran en picos locales de aptitud, mientras que las especies menos aptas tienden a desaparecer. Esta es una forma en la que se piensa a la selección natural como un tipo de optimización (cf. §4.5.4, abajo): la evolución mueve al «enjambre» de la población en el paisaje adaptativo, hasta que lo estabiliza en un pico: un punto óptimo, que representa el mejor genotipo posible en esa región del espacio de posibilidades.

…*En esa región*: Wright observó que un pico local no siempre es un pico *global*: para muchos genotipos actualizados, habrán otros genotipos más aptos que ellos, pero que son meramente posibles. Los diferentes picos estarán separados por valles: estos corresponden, obviamente, a genotipos de baja aptitud. Pero ¿cómo es que una población «explora» este espacio de posibilidades: cómo explora el paisaje adaptativo? ¿Cómo es que la evolución «mueve» a las poblaciones desde sus óptimos locales?

Wright pensaba que este era el problema de la evolución (Wright, 1932, pp. 358–59):

> El problema de la evolución, tal como yo lo veo, es el de un mecanismo por el cual la

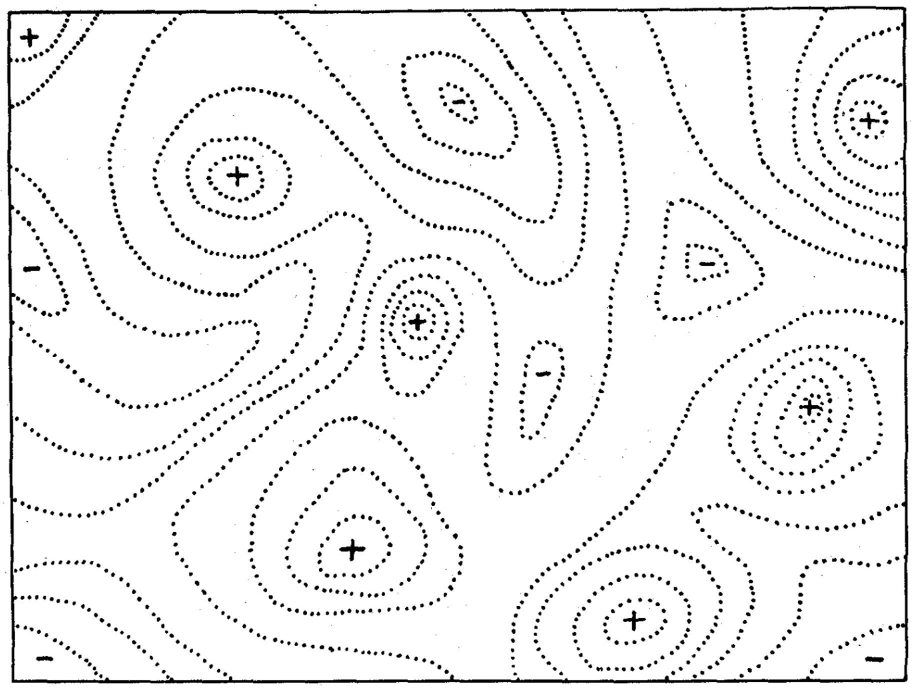

Figura 4.3: *«Representación diagramática del campo de combinaciones de genes en dos dimensiones en lugar de muchas de miles. Las líneas punteadas representan curvas de nivel con respecto a la adaptatividad» (tomado de Wright, 1932, p. 358).*

> especie puede encontrar continuamente su camino de picos más bajos a más altos en tal campo. Para que esto pueda ocurrir, debe haber algún mecanismo de prueba y error a gran escala mediante el cual la especie pueda explorar la región que rodea la pequeña porción del campo que ocupa. Para evolucionar, la especie no debe estar bajo un control estricto de selección natural. [T14]

Y propuso que procesos aleatorios como las mutaciones, las migraciones, y la *deriva genética* eran ese «mecanismo de prueba y error a gran escala». La deriva genética es el cambio en las frecuencias de alelos (variantes de un gen) en una población que se da a través de las generaciones y de forma aleatoria. Esto se debe a que los gametos que producen a la siguiente generación contienen una muestra *aleatoria* —no necesariamente representativa— de los genes de la generación presente y, además, esta muestra no siempre es el efecto de la selección natural (*i.e.*, no siempre está constituida por los genes que producen los fenotipos más aptos). Se dice que hay un «error de muestreo» en los alelos que pasan a la siguiente generación, y este efecto aleatorio produce la deriva genética.

Pues bien, en la teoría de Wright, los procesos aleatorios mencionados sacan a una población del pico local de optimalidad donde se encuentra, llevándola a un valle. La selección natural es el proceso que hace que la población, que había estado «vagando» en el espacio, «suba la colina» hacia otro pico de optimalidad.

4.4.8. Ciencia del clima y ciencia de la complejidad

En «Trajectories of the Earth System in the Anthropocene», uno de los artículos científicos más discutidos del año 2018 (Conroy, 2018), Steffen y colegas (Steffen *et al.*, 2018) exploraron

> el riesgo de que las retroalimentaciones que se refuerzan a sí mismas puedan empujar al Sistema Tierra hacia un umbral planetario que, si se cruza, podría evitar la estabilización del clima a aumentos de temperatura intermedios y causar un calentamiento continuo en una vía de «Tierra de invernadero» incluso cuando se reducen las emisiones humanas. (p. 8252)

Para esto, utilizaron un acercamiento de sistemas dinámicos: el Sistema Tierra se entiende como un sistema complejo que tiene «estados bien definidos y transiciones entre ellos impulsados en gran medida por procesos de retroalimentación internos al sistema, no solo por controladores externos» (Steffen, 2018), de manera que:

> La dinámica del Sistema Tierra se puede describir, estudiar y comprender en términos de trayectorias entre estados alternativos separados por umbrales controlados por procesos, interacciones y retroalimentaciones no lineales. (Steffen *et al.*, 2018, p. 8253)

Como con todo sistema dinámico, estos estados posibles forman un espacio de posibilidades. Steffen y colegas revisan la literatura que, a partir de los datos sobre la historia del Sistema Tierra, permite reconstruir la trayectoria actualizada de este sistema en ese espacio de posibilidades. Esta trayectoria, si solo fuera causada por factores externos al Sistema, tendría una trayectoria que tendería hacia los *atractores* del sistema dinámico: los estados «completamente glaciales e interglaciales» (Steffen *et al.*, 2018, p. 8253). (Como definiré rigurosamente abajo, un *atractor* es un subconjunto del espacio de posibilidades de un sistema dinámico, al que el sistema «tiende» bajo distintas condiciones iniciales.) Sin embargo, al considerar los factores *internos* al Sistema Tierra, conducidos casi completamente por la actividad humana, los autores estiman que la trayectoria del Sistema Tierra podría estarse acercando hacia la *cuenca de atracción* de una trayectoria que nos llevaría al *antropoceno*, una época geológica propuesta recientemente (*cf.* la figura 4.4).

El estudio del planeta como un sistema dinámico y complejo no se inició con el artículo de Steffen y colegas. Pero este estudio muestra la importancia del uso de los espacios de posibilidades para reconstruir, a partir de datos históricos y de datos sobre las influencias presentes, posibles futuros de un sistema dinámico.

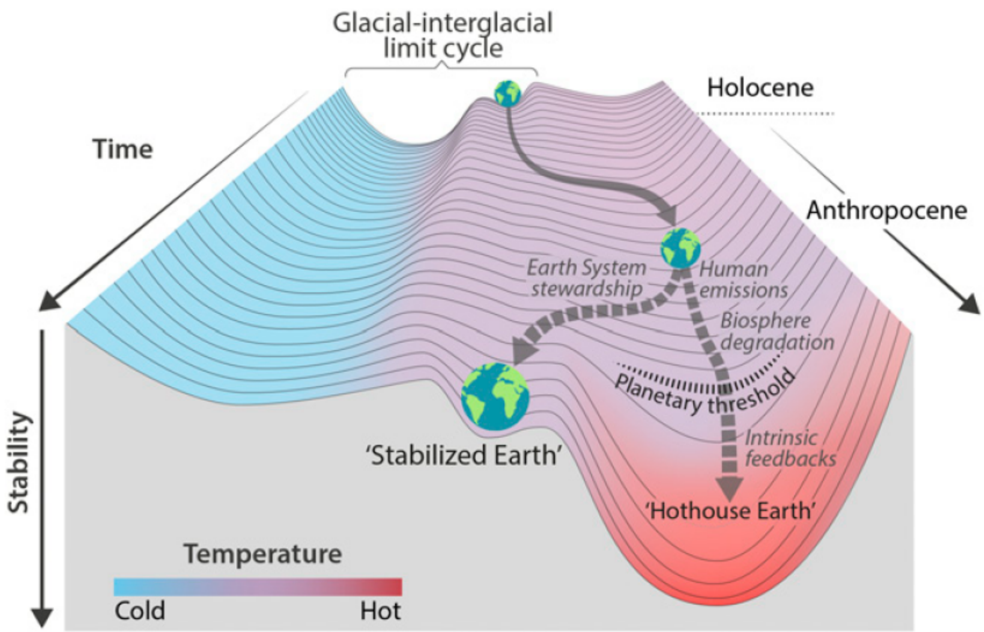

Figura 4.4: *«La vía del Sistema Tierra fuera del Holoceno y fuera del ciclo límite glacial-interglacial a su posición actual en el Antropoceno más cálido» (tomado de Steffen* et al.*, 2018, p. 8254).*

Como este caso ilustra indubitablemente, entender estos posibles futuros puede llegar a ser vital para la especie humana.

4.4.9. Neurociencia y ciencias cognitivas

Uno de los usos de los espacios de posibilidades en las neurociencias viene de la aplicación de la teoría de los sistemas dinámicos a la teoría de las redes neuronales (describiré los conceptos básicos de la teoría de los sistemas dinámicos en §4.5.7). El postulado esencial es que muchas funciones cerebrales emergen desde redes especializadas (Trappenberg, 2002, p. 56), y en algunos modelos de ellas se las representa como sistemas dinámicos, donde los patrones de entrenamiento de la red neuronal son *atractores* (*cf.* §4.5.9, abajo) del sistema dinámico (Trappenberg, 2002, §8.3).

Por poner otro ejemplo, en la teoría de Pellionisz y Llinás de la coordinación sensorimotora (la teoría *tensor network* o de redes tensoriales), el espacio visual y el espacio motor se representan como dos espacios de configuración, y el trabajo de ciertos componentes cerebrales se representa mediante tensores que transforman las coordenadas de un espacio al otro, lo que representa a la coordinación motora con la información visual (Churchland, 1986a; Pellionisz & Llinás, 1985).

En las ciencias cognitivas, el marco teórico del *predictive coding* ha cobrado amplia popularidad en los últimos años debido a sus ventajas explicativas en el área de la percepción. Este está basado en la idea de que el cerebro es una «máquina bayesiana» que hace modelos predictivos de la realidad, buscando minimizar el error. A su vez, esto es un caso del principio de *minimización de la energía libre*, que es un principio de optimización (Friston & Kiebel, 2009). Como veremos abajo (§4.5.4), los principios de optimización requieren de un espacio de posibilidades, dentro del cual se busca el óptimo.

4.4.10. Epidemiología

Voy a considerar los *modelos compartimentalizados*, que probablemente son uno de los modelos más fundamentales de la epidemiología (Edelstein-Keshet, 2005, §6.6.). El caso más sencillo es el modelo *SIR*.

Se estudia a una población con un número fijo N de miembros, en donde surge una enfermedad. Se divide a la población en tres compartimentos o estados: *s*usceptibles, *i*nfectados y *r*ecuperados (donde se incluyen a los decesos por la enfermedad). El modelo consiste en tres ecuaciones que dan la dinámica del cambio de un estado a otro (es decir, la tasa instantánea en la que los susceptibles pasan a ser infectados y estos a recuperados), dados dos parámetros que toman valores experimentales: una *tasa de transmisión*, β, y una *tasa de recuperación*, γ. Estas son las tres ecuaciones, que explico abajo:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N}, \tag{4.4a}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \tag{4.4b}$$

$$\frac{dR}{dt} = -\gamma I \tag{4.4c}$$

La primera nos da la tasa en la que las personas pasan a ser susceptibles: es el negativo del factor βIS dividido sobre el número total de personas en la población (N). El factor βIS, a su vez, es el producto del número de infectados por el número de susceptibles por el parámetro β, que mide la probabilidad de contagio. Así, la primera ecuación nos dice cuántas personas dejan de ser susceptibles (de ahí el signo negativo): esa cantidad depende de la probabilidad de contagio, y de cuál es la fracción de la población que está infectada y cuál es susceptible. La tercera ecuación nos dice cuántas personas se recuperan por segundo: esta cantidad es una proporción γ de las que están infectadas, donde γ es un parámetro que mide la tasa de recuperación. Finalmente, de las ecuaciones primera y tercera, podemos comprender la segunda: nos dice cuántas personas se infectan por segundo, y son aquellas que han dejado de ser susceptibles pero no pasan a recuperarse.

Este modelo no es una teoría completa: no brinda una explicación del fenómeno como tal —no nos explica, por ejemplo, por qué alguien pasa de estar infectado a recuperarse—, sino que es una descripción matemática de él: la evolución temporal de una población con respecto a una enfermedad. Puede ser útil para un entendimiento general del fenómeno, pero ciertamente deja muchos factores fuera, como cuántas personas mueren o nacen (se deja a N constante), o si entre los infectados algunos pasan a ser inmunes y no pueden volver a infectarse, etc. El modelo abstrae de estas características. También idealiza a la población como si fuera un número continuo, en lugar de un número discreto de personas.

El modelo SIR tiene un comportamiento en el tiempo que se ilustra en la fig. 4.5.

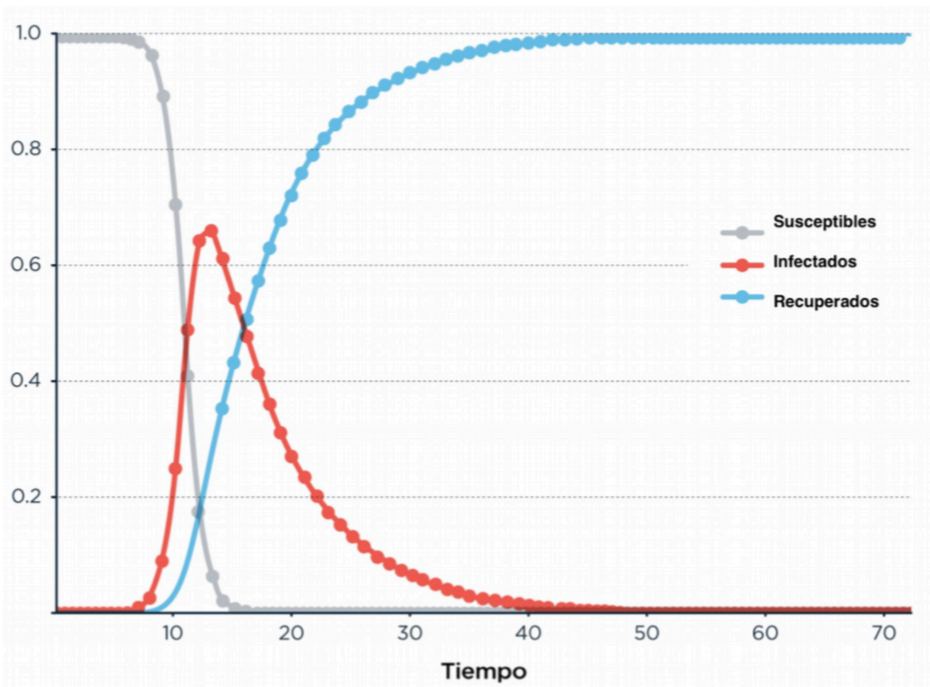

Figura 4.5: *El modelo SIR. (La gráfica no es mía)*

Considerando un modelo un poquito más sofisticado, *SIRS* (donde los recuperados pueden volver a ser *s*usceptibles), podemos derivar el famoso índice R_0, del que hablaremos después (§38). En este modelo, simplemente añadimos a la dinámica entre los estados *r*ecuperados a *s*usceptibles:

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N} + \delta R, \tag{4.5a}$$
$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \tag{4.5b}$$
$$\frac{dR}{dt} = -\gamma I = \delta R \tag{4.5c}$$

Si se hace un análisis cualitativo de los estados estacionarios (digamos, a los que el sistema va a tender y en los que las propiedades ya no cambian con el tiempo) mediante su diagrama de fase, encontramos que: cuando $R_0 > 1$, los estados estacionarios son o bien uno donde empieza a crecer el número de infectados para después bajar y establecerse en un número pequeño de población «endémica» infectada, o bien uno donde no hay ningún infectado; si $R_0 < 1$, el sistema tiende al estado en donde o bien no hay ningún infectado o bien el número de infectados comienza a decrecer tendiendo otra vez a donde no hay ningún infectado. Estas son las dos predicciones del modelo (más que soluciones numéricas precisas, pues es bastante simplificado): o bien la enfermedad es poco infecciosa y cada infectado tiene el potencial de infectar a menos personas, y por lo tanto vamos a terminar sin infectados, o bien cada persona tiene el potencial de infectar a varias personas y lo que va a suceder es que va a aumentar exponencialmente el número de infecciones durante un tiempo: una epidemia, hasta después volver a decaer (porque o bien muchos fuimos infectados y generamos inmunidad, o bien morimos).

4.4.11. Semántica

El conjunto de los mundos de la lógica modal, como suelen interpretarlo los semanticistas, es, por supuesto, un espacio de posibilidades. Simplemente tenemos un conjunto no vacío, W, cuyos elementos se identifican con estados posibles del mundo, o al menos con aquellos que son relevantes para nuestra comprensión del contenido semántico de los lenguajes naturales, y la posibilidad de una determinada proposición en un estado del mundo se identifica con la verdad en un estado *accesible*. Esta relación de *accesibilidad* se representa simplemente mediante una relación $R \subseteq W^2$, que puede tener diferentes propiedades lógicas (y con lo cual diferentes lógicas modales estarán asociadas con ella).

Se puede imponer más estructura en el conjunto —como, por ejemplo, cuando se trata con contrafácticos o con lógica multimodal—, pero el hecho básico sigue siendo que la interpretación de la lógica modal, muy usada en semántica, recurre esencialmente a un espacio de posibilidades.

4.4.12. Macroeconomía

Más adelante vamos a revisar teorías de la microeconomía, pero los espacios de posibilidad también están presentes en los modelos macroeconómicos.

Por mor de la brevedad, expondré un modelo extremadamente sencillo —la *teoría cuantitativa del dinero*— que aún hoy es popular entre los economistas (Mankiw, 2016, cap. 5). Pero los modelos macroeconómicos modernos más complejos —desde la interpretación de las ideas de Keynes en el modelo *IS-LM* hasta los modelos microfundados del *equilibrio general dinámico estocástico*— también hacen uso de los espacios de posibilidad.

El objetivo de la teoría cuantitativa del dinero es explicar las causas de la inflación a partir de la cantidad de dinero en una economía. Contiene una sola y sencilla ecuación, la *ecuación cuantitativa*:

$$M \times V = P \times Y \tag{4.6}$$

Las cuatro variables son:

M la *masa monetaria*: la cantidad de dinero en la economía.

V la *velocidad* del dinero, que es el promedio de veces en un período determinado en el que una unidad monetaria —digamos, un billete— «cambia de dueño»; mide la tasa de circulación del dinero.

P el nivel de precios.

Y la producción de la economía, representada por el producto interno bruto (PIB) real.

Es muy sencillo convencerse de la verdad de la ecuación. Consideremos el lado derecho, $P \times Y$: este nos da los valores de la producción total (PIB real) con el nivel de precios P; esto es el *PIB nominal*. Ahora consideremos el lado izquierdo, $M \times V$: al multiplicar cuánto dinero hay disponible por cuántas veces se intercambia, obtenemos un estimado del valor total de las transacciones en el período. Como estas transacciones se suponen restringidas a la producción total de una economía (estamos idealizando una economía cerrada), esto otra vez nos da el valor total de la producción, el PIB nominal.

Podemos pensar a la ecuación como describiendo una región del espacio tetradimensional formado por los cuatro grados de libertad M, V, P, Y: aquella región donde vale la ecuación 4.6. De nuevo, suponemos que estamos considerando a una economía cerrada en un período de tiempo (típicamente, un año). Esta región contiene todos los posibles estados macroeconómicos descritos por esas variables, y asumimos que representamos un orden temporal a largo plazo.

Resulta que es una buena aproximación a la realidad el suponer que la velocidad del dinero es constante (lo cual se denota con $\bar{V}$), porque, en el largo plazo, la velocidad del dinero no va a cambiar en función del aumento o la disminución en la masa monetaria. Con ello, (4.6) se convierte en $M \times \bar{V} = P \times Y$, lo cual simplemente nos dice que la cantidad de dinero circulando en una economía determina el PIB nominal.

Además, la teoría económica nos dice que la producción de una economía está determinada por los factores de producción y la función de producción de tal economía, y como los datos empíricos nos dicen que el PIB real cambia poco de un año a otro, tenemos que la teoría cuantitativa del dinero implica que la masa monetaria determina los niveles de precios: $P = M\bar{V}/\bar{Y}$. Si consideramos esta determinación a través del tiempo (tomando un cambio porcentual o una derivada temporal), y como la inflación es la tasa de cambio en el nivel de precios, la conclusión es que *la cantidad de dinero determina la inflación*.

Esta teoría está bastante bien apoyada por los datos empíricos (Mankiw, 2016, pp. 111–112). Lo importante es notar que la conclusión de la teoría vale para todo estado posible (en el que valga 4.6; por ejemplo, excepto en casos tipo *trampa de la liquidez*). Si no consideráramos a la ecuación (4.6) como una representación de muchas diferentes posibilidades, la teoría cuantitativa del dinero solamente sería una igualdad entre cuatro magnitudes actualizadas, pero no sería una *teoría*: no podría usarse para predecir qué pasará si el banco central aumenta el dinero circulante (y lo demás se mantiene igual), ni para explicar por qué crece la inflación. Es decir: la macroeconomía necesita de espacios de posibilidad.

4.4.13. Robótica

Los espacios de posibilidades son útiles no solamente en muchas ciencias, también en la ingeniería.

En el campo de la *planeación de movimiento* (o la *planificación de trayectorias*) dentro de la robótica, los ingenieros se ocupan de diseñar trayectorias: sucesiones de posiciones del robot que comiencen en un estado inicial y terminen en uno final. Un tipo muy importante de enfoque en esta área es el basado en espacios de configuración (LaValle, 2006, cap. 4).

Arriba (§4.4.5) revisamos el concepto de *espacio de configuraciones* en la mecánica lagrangiana; este es un espacio que representa las *posibles* configuraciones de un sistema completo. La ventaja del concepto de *configuración* es que generaliza el concepto de *posición*. En el caso de cuerpos rígidos, las configuraciones son las posiciones y orientaciones de las partes componentes, pero estas posiciones se pueden describir con diferentes sistemas de coordenadas, dependiendo de la utilidad. En el caso de los campos, sus configuraciones son los valores que le asignan a cada punto en el espaciotiempo. En este caso, hemos dejado atrás la noción intuitiva de «posición», pero también se define en un espacio de configuraciones.

El mismo formalismo de espacios de configuración se utiliza en la planeación motriz de robots con movimiento continuo. Como en la mecánica clásica, el espacio de configuraciones es el espacio de todas las posibles posiciones del sistema (en este caso, del robot), en un sentido generalizado de «posición». El problema de encontrar un camino entre una posición inicial y una final es, entonces, el problema de diseñar un algoritmo que busque en el espacio de configuración por caminos que conecten ambos puntos.

Ejemplificando lo dicho arriba, un caso básico podría ser un robot que se traslada en el plano, pero que también puede rotar (en una dimensión); el robot no tiene partes movibles (se dice que es un robot *rígido*). Su espacio de configuración sería tridimensional, con dos coordenadas traslacionales y un grado de libertad para el ángulo de su rotación (*i.e.*, $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^1$). El robot puede ser más complejo, como cuando tiene partes movibles, y entonces hay que considerar las uniones entre sus partes para evitar que estas choquen (este caso suele crear constricciones, como veremos abajo). O podemos considerar varios robots al mismo tiempo, lo cual requiere tratar con más espacios de configuración, unidos en un producto cartesiano.

Cuando existen regiones del espacio a las que el robot no puede acceder, se dice que existen *obstáculos en el espacio de configuraciones* (LaValle, 2006, §4.3), y se le llama «espacio libre» a las regiones a las que el robot sí puede acceder. Usando un concepto que examinaremos en una sección posterior (§4.5.5) y en el siguiente capítulo (§5.4), estos obstáculos son *constricciones* que eliminan ciertas posibles localizaciones, mientras que el espacio restante es el espacio *factible*. El problema del camino entre dos puntos ahora incluye constricciones, que consisten en evitar los obstáculos. En muchos casos, el problema de computar un camino entre la posición inicial y la final se trata como un problema de optimización, de los cuales hablaré más adelante, como otro caso de conceptos modales muy extendidos en la ciencia (§4.5.4).

Darse cuenta de que estos conceptos de la mecánica analítica se aplican en el diseño de robots ha sido muy fructífero para la disciplina. Por ejemplo, el problema de estacionar un auto en paralelo es un problema que requiere resolver constricciones *no-holonómicas*: que involucran derivadas de las variables de configuración (Laumond *et al.*, 1998). Entonces, para construir robots que realicen ciertas tareas, se requieren los espacios de configuración y la noción modal de *constricción*, así como las clasificaciones que se han hecho de estas dos cosas. Sin ellos, esta área de estudio no podría siquiera existir.

4.4.14. La filosofía modelo-teórica de las teorías científicas

Ahora bien, por supuesto, los estructuralistas semánticos en la filosofía de la ciencia sugirieron que el conjunto de soluciones a las leyes de una teoría —sus modelos o los mundos que la teoría considera posibles— dan su contenido semántico (por ejemplo, Suppe, 1974; van Fraassen, 1970). Esta teoría filosófica ha sido tan importante que Laura Ruetsche (2011, p. 6) le llama «la explicación estándar»: «*The content of a theory is given by the set of worlds of which that theory* *is true*» («El contenido de una teoría viene dado por el conjunto de mundos de los cuales esa teoría es verdadera»).

Pero esta última, hay que subrayarlo, sí es una *representación lógico-filosófica* de un tipo de objeto: una teoría científica. Una teoría científica (al menos matematizada) es, «*at its core*», en sí misma, antes de que venga ningún filósofo a modelarla, un conjunto de ecuaciones y una interpretación intencional (no necesariamente formalizada, a la manera de la teoría de modelos) de estas.[22] *Resulta* que la teoría de modelos es una teoría formalizada de la interpretación, y por ello muchos filósofos creen que una teoría científica puede verse como un conjunto de modelos en el sentido lógico (aquellos que hacen verdaderos a los postulados). Pero de nuevo, creo que esto es secundario: es una representación lógico-filosófica de un fenómeno científico: la teoría; pero lo primario es la teoría *per se*, definida como el conjunto de las ecuaciones interpretadas. Y, de nuevo, estas ecuaciones se definen en espacios, cuya interpretación científica pretendida es como espacios de posibilidades.

Y además, y este es el punto importante, el enfoque modelo-teórico es bastante atractivo *debido a que* es una representación filosófica de algo que *ya* estaba en la teoría científica original: *la representación de muchas posibilidades*. Pero este aspecto modal de la representación filosófica no es un mero «sub-producto», un agregado o un «superávit» de la representación filosófica; sino que es algo que está en la teoría científica y que la representación filosófica captura bastante bien.

Por lo tanto, el aspecto modal de las leyes científicas —que estas se definan en espacios de posibilidades— no es una mera consecuencia de la noción filosófica de teoría; más bien, una teoría científica es (entre otras cosas) una representación del mecanismo o la ley que genera o describe las causas de un tipo de fenómeno (o de las constricciones sobre estas leyes y mecanismos), donde este tipo de fenómeno puede darse en muchos contextos —y esto último es lo que explica por qué hay contenido modal en la teoría científica original (*cf.* §4.2.3, arriba). Pero si esto es el caso, la modalidad está ahí no solamente como consecuencia de una representación filosófica de una teoría, sino porque la teoría científica original, la teoría «*an sich*», se hace para describir muchas posibilidades.

El enfoque modelo-teórico es muy útil para ciertos propósitos; pero abstrae todas las particularidades de los diferentes tipos de teorías —dinámicas, de optimización, de juegos, etc.— y por ello creo que no es muy bueno para inferir ontología a partir de la teoría; es mejor ver las ecuaciones originales (aunque solo sea un primer paso, claro). También, por ello, creo que si el concepto de «teoría» que nos brinda el enfoque modelo-teórico incluye un aspecto modal, es porque este enfoque logra una representación adecuada de lo que estaba en el fenómeno original: la teoría científica y su espacios de posibilidades.

4.5. Argumento 2: Los espacios de posibilidades se necesitan para definir conceptos centrales para diversas ciencias

Muchos conceptos de importancia central para una o más ciencias se *definen* en términos de espacios de posibilidades; es decir, en términos modales. Voy a dar varios ejemplos. Por supuesto, muchos otros conceptos de ciencias particulares son modales y requieren de un espacio de posibilidades: el concepto de *virtualidad* en la mecánica analítica o el concepto de *estrategia* en la teoría de juegos son un par de ejemplos. Pero mi objetivo aquí no es el objetivo imposible de cumplir de dar un listado exhaustivo. Prefiero enfocarme en conceptos que sean la piedra de toque de una disciplina entera —por ejemplo, componentes esenciales de sus leyes fundamentales, o de marcos teóricos muy abarcantes—, o que se usen en muchas disciplinas y por ello las conecten entre sí. Varios de estos conceptos, como veremos en las dos siguientes secciones, se utilizan para hacer clasificaciones fundamentales de varias disciplinas, así como para poder ofrecer diferentes tipos de explicaciones. Ahora veamos varios ejemplos.

4.5.1. *Energía*

Gustavo Romero (2018, p. 31) afirma que la energía es la única propiedad universal, la que poseen todos los objetos materiales. Aún más: en la tradición de Mario Bunge, identifica a la materialidad con el tener energía (p. 32):

> *La energía es el potencial de cambio.* Solo las cosas materiales pueden cambiar. Los conceptos no cambian. Entonces, *ser material es tener energía, poder cambiar*. La materialidad no está relacionada con la masa. Las cosas sin masa, como los fotones, tienen energía, son materiales y pueden cambiar. [T15]

Esta idea básica —que la energía es la potencialidad de cambiar— hace obvio que el concepto es modal (abajo, §4.5.6, argumento que las potencialidades son conceptos modales en los espacios de posibilidad). Bueno, como hay tantos tipos de energía, para confirmar que en cada caso su definición rigurosa requiere de un espacio de posibilidades tendríamos que revisar las definiciones específicas. En esta sección solamente daré un ejemplo, y abajo daré otro, cuando hable del potencial (§4.5.6).

Al menos en la mecánica clásica, quizá la manera más básica de ver que la energía es «la capacidad de cambio» es mediante el *teorema de trabajo-energía* de la mecánica clásica (*cf.* Taylor, 2005, cap. 4). Este justifica la definición de los libros de texto introductorios, donde se caracteriza a la energía como «la capacidad de realizar trabajo». Nos enfocamos en la energía cinética, T, que es la que tienen los cuerpos en virtud de su movimiento: con m la masa de una partícula moviéndose a con una rapidez v,

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

Ahora nos preguntamos cómo definir la derivada temporal de la energía cinética. Y vemos que:

$$\begin{aligned}
\frac{dT}{dt} &= \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m v^2\right) && (4.7)\\
&= \frac{1}{2} m \left(\frac{d}{dt}\left(v^2\right)\right) && (4.8)\\
&= \frac{1}{2} m \left(\frac{d}{dt}(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v})\right) && (4.9)\\
&= \frac{1}{2} m \left(\left(\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \cdot \boldsymbol{v}\right) + \left(\boldsymbol{v} \cdot \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right)\right) && (4.10)\\
&= m \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \cdot \boldsymbol{v} && (4.11)\\
&= \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v} && (4.12)
\end{aligned}$$

Las únicas inferencias que no se justifican por el álgebra básica son 4.9, que se sigue porque la rapidez cuadrada siempre es igual a la velocidad producto escalar por sí misma ($v^2 = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v}$); 4.10, que se sigue por las reglas del cálculo vectorial en espacios con producto punto; y 4.12, que se sigue por la segunda ley de Newton.

Tomando la identidad $dT/dt = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$, multiplicamos ambos lados por dt para obtener $dT = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}\, dt$. Y como $\boldsymbol{v}\, dt$ es un desplazamiento infinitesimal (es el cambio instantáneo en la posición multiplicado por un instante, digamos), escrito $d\boldsymbol{r}$, concluimos la versión infinitesimal del teorema de trabajo-energía:

$$dT = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \delta W, \tag{4.13}$$

donde δW es una cantidad infinitesimal de trabajo. Si ahora tomamos la integral (de línea) de estos diferenciales entre dos puntos, 1 y 2,

$$\Delta T =: T_2 - T_1 = \int_1^2 \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} := W(1 \to 2) \tag{4.14}$$

La ecuación 4.14 nos dice, entonces, que el cambio en la energía cinética de un cuerpo que se mueve entre los puntos 1 y 2 (ΔT) es el trabajo hecho por la fuerza neta para llevar al cuerpo de 1 a 2 ($W(1 \to 2)$). De nuevo, este teorema justifica la definición de la energía como «la capacidad de realizar trabajo» y esta, a su vez, a la idea de que *la energía es la potencialidad de cambiar*. Como toda potencialidad, se requiere un espacio de posibilidades: en realidad, el trabajo $W(1 \to 2)$ se define para *todas las posibles posiciones del cuerpo* (el espacio 3D), *no* solamente para aquéllas en las que ya *está* el cuerpo. Si fuera esto último, la energía no sería «la potencialidad de cambiar», sino aquéllo que el cuerpo *requirió* para pasar de una posición a otra. Así, para hablar de la energía como la potencialidad de cambio, se requiere entender que *el teorema del trabajo-energía vale para todo camino en el espacio de posibilidades*, que en este caso es el espacio de configuración de un cuerpo.

Ahora bien, cuando pasamos a la teoría cuántica estándar, el principio de incertidumbre nos impide definir trayectorias bien definidas. Esto cambia en el contexto de la mecánica de Bohm (como veremos en §6.5); pero, de todos modos, Maudlin *et al.* (2020) muestran que en las teorías cuánticas realistas (al menos de los tres acercamientos principales: la mecánica bohmiana, las del colapso objetivo, y las everettianas), tanto en el ambiente clásico como en el relativista, *no hay forma de definir una energía que siempre se conserve*.

No es obvio qué deberíamos pensar sobre la energía en los regímenes cuánticos, dado este resultado. Me refiero a esta pregunta: ¿Deberíamos pensar que la conservatividad es una característica esencial para que algo pueda contar como un tipo de *energía*? Si es así, no hay en energía en el nivel cuántico. Pero esto parecería intentar dirimir *a priori* una cuestión científica. (Eso es precisamente lo que hace la concepción de la energía que los autores llaman «presocrática».)

Así, Maudlin *et al.* (2020) sugieren que la energía y todas las

> las cantidades conservadas no son [...] magnitudes físicas reales o cantidades o sustancias en absoluto. Son meras sombras matemáticas de las propiedades de simetría global del Lagrangiano.[T16]

La idea básica es que las cantidades conservadas son resultado de ciertas simetrías del espacio-tiempo subyacente. En este contexto, no es muy claro qué pensar sobre la universalidad de la energía que requiere el enfoque Bunge-Romero: es una propiedad que «aparece y desaparece», a final de cuentas. Lo que sí es claro es que sigue siendo una propiedad, de cualquier forma, *modal*, y que va a influir en las posibles trayectorias del sistema físico.

4.5.2. *Equilibrio*

La noción de *equilibrio* aparece en muchas ciencias, desde la física a la economía. Dada la amplitud de sus aplicaciones, no es de sorprender que no exista una sola definición del término. Más que una definición precisa y universal, hay una idea amplia que se realiza en diferentes formas exactas en diferentes teorías específicas: un equilibrio es un *estado posible* del sistema, en el cual todas las «fuerzas» relevantes para el estudio están *balanceadas*; cuando están en un estado fuera del equilibrio, el sistema *tenderá* a regresar a este. Veamos ejemplos de esta idea.

Mecánica clásica

Una configuración de equilibrio es una en la que la fuerza neta actuando sobre el sistema es cero; para sistemas compuestos, en las que la fuerza neta actuando sobre cada una de sus partes es cero. En general, se dice que un sistema está en equilibrio en aquellos estados en los que la función de energía potencial está en un punto crítico (*i.e.*, en un mínimo, máximo o punto de ensilladura). La estabilidad de este equilibrio es una manera sistemática para predecir, digamos, qué tan «propenso a cambiar» es. Para entender estas propiedades de estabilidad se requieren las técnicas del cálculo aplicadas al espacio de posibilidades. Los puntos de equilibrio son esenciales para comprender la estructura del espacio de posibilidades del sistema.

Termodinámica

Consideremos las *variables intensivas* de un sistema. Estas son las variables que no dependen de la cantidad de materia del sistema, en tanto que las variables *extensivas* son proporcionales a la cantidad de sustancia (Martínez Negrete, 2012, p. 20) (un ejemplo de esta distinción es la *presión*, que es intensiva, mientras que el *volumen* es extensivo).

Ahora bien, se dice que dos sistemas están en *equilibrio termodinámico* cuando:

$$Y_1 = Y_2,$$

para todas las variables intensivas Y_i del sistema i (Martínez Negrete, 2012, p. 94) (regularmente, se considera a un sistema y a su *ambiente*). Cuando están en equilibrio termodinámico, los sistemas están en todos los demás equilibrios estudiados por la termodinámica. En particular, están en *equilibrio térmico, bárico (mecánico) y difusivo (químico)*.

Para ejemplificar: el primer tipo de equilibrio (que, según el axioma cero de la termodinámica, constituye una relación de equivalencia) ocurre cuando un cuerpo más caliente que otro, con el que está en contacto térmico (básicamente, que pueden transferirse calor), le transfiere calor al segundo, de forma que lleguen a estar en el mismo estado térmico. Que el equilibro térmico sea una relación de equivalencia permite definir a la *temperatura*. Esto muestra la importancia de este concepto de equilibrio.

Además de citar la importancia teórica de los conceptos de equilibrio mencionados, también podríamos citar la importancia práctica. Esto dice Martínez Negrete (2012, p. 296):

> Piénsese, como ejemplo de enorme relevancia industrial, lo que sucede en un reactor químico, en que a partir de las concentraciones de los reactantes se requiere conocer los valores predichos de las concentraciones precisas de productos y reactantes en equilibrio termodinámico.

Sucede que en el estado de equilibrio ciertas funciones importantes (como la entropía) alcanzan *máximos* o *mínimos*. Aquí también encontramos conceptos que dependen de la interpretación modal del espacio de posibilidades, como explicaré en §4.5.4.

Química

En el estudio de la concentración de reactantes y productos que se hace en la cinemática química, se dice que un sistema está en *equilibrio químico* cuando las concentraciones ya no cambian con el tiempo (Brown *et al.*, 2015, ch. 15). Esto sucede cuando las tasas de reacciones y sus procesos inversos son las mismas. Podríamos ilustrarlo metafóricamente con una habitación llena de personas. Si la tasa a la que entran es la misma que la tasa a la que salen, la habitación mantendrá una «concentración» constante de personas. Esta constancia es un *equilibrio dinámico*, precisamente del tipo que es el equilibrio químico. Cuando un sistema químico de dos sustancias A, B están en equilibrio químico, escribimos la ecuación de la reacción así: $A \rightleftharpoons B$, y se puede demostrar que existe una *constante de equilibrio*, que es la proporción entre las tasas de la reacción y su reversa.

El principio de Le Châtelier nos da una idea cualitativa de la estabilidad de los equilibrios químicos. Reza así:

> Si un sistema en equilibrio es perturbado por un cambio en concentración, presión o temperatura, el sistema cambiará su posición de equilibrio para contrarrestar el efecto de esta perturbación y alcanzar una nueva posición de equilibrio.

Esta posición va a ser una posición, por supuesto, en el espacio de posibilidades.

Esta idea se relaciona con la *estabilidad* de los equilibrios: nos dice que los sistemas «buscan» restaurar el equilibrio cuando se alejan de este. Veremos abajo otra manifestación de esta idea, en el área de la economía.

Economía

El concepto de *equilibrio* es probablemente uno de los conceptos más centrales en las explicaciones de la microeconomía. Como en los casos anteriores, en general denota aquellos estados del sistema en los que se da algún tipo de «balance» entre los factores que influyen en la situación económica, haciéndola ir de un estado a otro.

Como un primer ejemplo, consideremos la noción de *equilibrio competitivo*. Esta se refiere a una posible situación económica —una distribución de recursos más un vector de los precios de cada uno de los bienes de la economía— en la que se «balancean» las «fuerzas económicas» de la oferta y la demanda *en sus puntos óptimos*; es decir, se satisfacen tres condiciones:

1. *Maximización de la utilidad* de todos los agentes: los bienes consumidos por cada agente son los que mejor satisfacen sus preferencias, dadas sus restricciones presupuestarias y los bienes y precios disponibles;
2. *Maximización de las ganacias* de todas las firmas: los bienes producidos por cada firma implican la mayor ganancia posible, dados los precios y la restricción tecnológica de cada firma; y
3. *Equilibrio de mercado*: la demanda y la oferta son iguales: la suma, para cada agente, de la demanda de un bien b es igual a la disponibilidad inicial del bien b más la producción del bien b por todas las firmas.

En un equilibrio competitivo, la cantidad de los bienes en oferta será igual a la cantidad de bienes que se demandan, y tanto consumidores como firmas maximizarán su utilidad. Este tipo de estado se suele modelar con gráficas como la de la figura 4.6, que representan todo un espacio de posibilidades: el eje vertical representa los posibles precios del bien, y el horizontal las posibles cantidades (demandadas u ofertadas) del mismo bien. La línea con pendiente negativa representa la demanda del bien: a precios muy altos, hay cada vez menor demanda, y esta sube cuando los precios bajan. La línea con pendiente positiva es la oferta y, por supuesto, esta será mayor mientras los precios suban (pues a los productores les conviene ofertar más cuando pueden vender más caro) y será menor con precios bajos. El punto de intersección (marcado con rojo) es el estado de equilibrio, donde se demandan tantos productos como los que se ofertan. El precio del producto en ese estado, p^*, es el precio de equilibrio, y q^* es la cantidad de equilibrio.

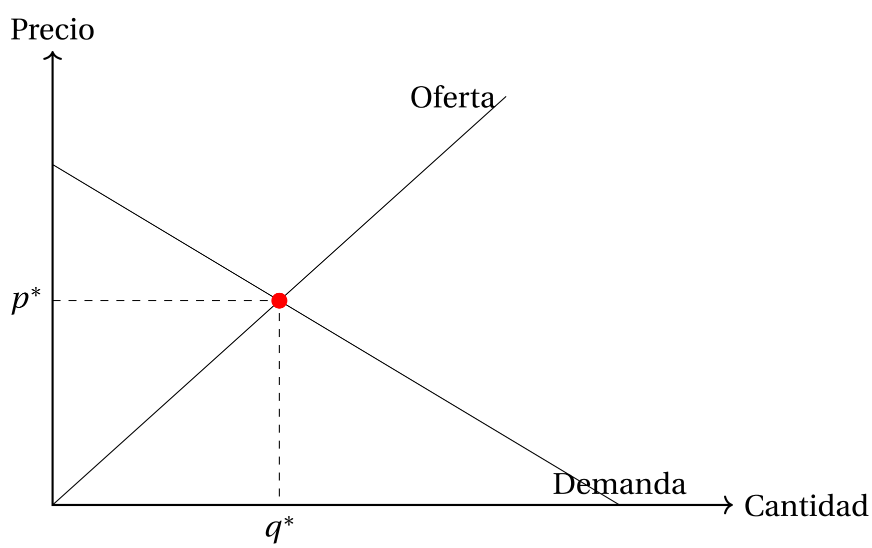

Figura 4.6: *El equilibrio competitivo.*

Como muestra de su importancia, consideremos los resultados más importantes en la teoría marshalliana del bienestar: los *Teoremas Fundamentales de la Economía del Bienestar*. El primero de estos dice, en un resumen algo crudo: en toda circunstancia en la que ninguno de los agentes económicos *podría estar mejor al mismo tiempo en que los demás no estén peor*, los agentes y las firmas están tan bien como se puede, y no se desperdicia ningún bien ni nadie se queda sin los bienes que desea.

Escrito de manera rigurosa, una *asignación económica* consiste en un vector de los vectores de bienes consumidos por cada agente de la economía y un vector de los vectores de bienes producidos por cada firma de la economía: $\boldsymbol{a} = \left(\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_c; \boldsymbol{y}_1, \ldots, \boldsymbol{y}_f\right)$ (donde c es el número de consumidores de la economía y f el de las firmas o empresas). Se dice que una asignación es *factible* si la suma de los vectores de consumo no es mayor a la suma de la cantidad de bienes originalmente presentes en la economía más la suma de los bienes producidos por las firmas. Se dice que una asignación factible $\boldsymbol{a}$ es *óptima de Pareto* siempre y cuando *no* exista otra asignación factible $\boldsymbol{b}$, tal que: la utilidad de todos los agentes es mayor o igual bajo la asignación $\boldsymbol{b}$, y al menos un agente tiene una utilidad mayor en esta. El primer teorema fundamental nos dice que toda asignación factible en donde haya un equilibrio competitivo es un óptimo de Pareto (Mas-Collel & Green, 1995, caps. 10 y 16).

Por supuesto, existen muchas controversias alrededor de las aplicaciones concretas de este teorema de la economía teórica, que muchas veces se ha tomado como una justificación de las doctrinas sobre «la mano invisible del mercado». No voy a profundizar en ellas,[23] pero un aspecto importante es que la existencia de *asimetrías* de información, las situaciones tan comunes en la vida cotidiana en las que un agente económico sabe más sobre las características de ciertos bienes que otros agentes, impiden que la desregulación económica implique una situación óptima de Pareto.

Para estos casos, se introducen otros conceptos de equilibrio competitivo bajo asimetrías de información.

Un ejemplo pionero es el mercado de coches usados modelado por Akerlof (1970), en el que sólo el vendedor de cada coche sabe si ese es un «*lemon*»: un auto que aparenta estar en buen estado, pero que no la está, lo cual sólo podrá descubrirse después de comprarlo. Los vendedores de «*lemons*» tienen un incentivo para no compartir tal información; pero (por construcción del caso) los vendedores de coches en buen estado no pueden mandar una señal de que sus coches sí son buenos, ni hay un mecanismo independiente para comprobarlo. Si hay suficientes «*lemons*» en el mercado y los compradores saben esto, los vendedores de buenos coches se verán obligados a vender al precio de los coches de peor calidad, ofreciendo un precio que es un «promedio» entre los coches de mejor y los de peor calidad. Esto le conviene a los vendedores de autos de mala calidad, pues el precio es mayor que el valor real del «*lemon*», pero no a los vendedores de autos de buena calidad, pues el precio es menor que su valor, por lo que tenderán a salirse del mercado, y este se saturará con autos de mala calidad. Se dice que hay *selección adversa*, pues la asimetría de información termina afectando a quienes poseen menos información, llevándolos hacia los bienes de menor valor. En mercados con selección adversa, puede no haber equilibrio: hay una *falla de mercado*, pues el mercado desregulado no lleva a la eficiencia. La selección adversa puede incluso llevar a la *inexistencia* del mercado, si a través del tiempo los compradores notan que el precio del bien promedio es mucho más alto que su verdadero valor.

Para sortear estos problemas, se suelen definir diferentes conceptos de equilibrio competitivo en mercados con información asimétrica —por ejemplo, considerando las expectativas racionales de los agentes con menor información (*e.g.* Mas-Collel & Green, 1995, §13.B,C)— o usar seguros (Rothschild & Stiglitz, 1976) o mecanismos de señalización que reduzcan la asimetría.

Teoría de juegos

Voy a ilustrar la importancia del concepto de equilibrio en la teoría general de juegos no cooperativos mediante el concepto de *equilibrio de Nash*, que nos permite entender qué elecciones son más convenientes para cada agente considerando las elecciones de los demás. Ya he mencionado que esta teoría se aplica, entre otras, a la economía y la biología; ahora desarrollaré brevemente el concepto y su importancia explicativa.

Volvamos al *dilema del prisionero*, donde consideramos la utilidad que tendría cada uno de dos agentes, A y B, bajo diferentes acciones suyas y de su compañero:

	B coopera	*B deserta*
A coopera	(10, 10)	(-10, 20)
A deserta	(20, -10)	(0, 0)

Los estados en los que se alcanza un equilibrio de Nash son aquellos en los que, dejando fijas las elecciones de los demás agentes, se alcanza la mayor utilidad para cada agente. En el dilema del prisionero, el único estado donde hay un equilibrio de Nash es en el estado inferior derecho, cuando ambos prisioneros desertan: en los demás estados posibles, uno o ambos de los agentes tendrían una mayor utilidad si cambiaran su estrategia.

El equilibrio de Nash no es el único concepto solución de la teoría de juegos no cooperativos, por supuesto. Pero sirve para ilustrar un aspecto importante: en la teoría de juegos, el concepto de *equilibrio* nos permite entender una noción de *optimalidad* en una decisión grupal no cooperativa. (Digo *una* noción de optimalidad porque existen otras, por supuesto.[24])

Los diferentes conceptos solución le brindan poder predictivo a la teoría de juegos, pues permiten inferir que el estado que el sistema (*i.e.*, los «jugadores» relacionados) va a *tender a* *actualizar* es un estado de equilibrio. Como con el caso de la aplicación de las teorías de optimización, la suposición de fondo aquí es que el estado que va a tender actualizarse es cierto tipo de *óptimo*, pues suponemos que los agentes actúan en su beneficio y considerando las acciones de los demás.

4.5.3. *Entropía*

La segunda ley de la termodinámica se puede escribir así:

$$\frac{dS}{dt} \geq 0 \tag{4.15}$$

¿Qué es esa magnitud S de la que la ley dice que no puede decrecer con el tiempo (en sistemas cerrados)? Es la *entropía*, definida así (dando por sentado que los estados son equiprobables):

$$S(x) = k_B \ln \Omega, \tag{4.16}$$

donde k_B es la constante de Boltzmann, y Ω es el número de micro-configuraciones que «son compatibles con» el macro-estado x, es decir, los micro-estados en los que el sistema tendría las macro-propiedades que tiene en x (*cf.* §19, arriba).

Una manera que usualmente se propone para entender este concepto de entropía es como una *medida de información*: como la entropía de un macro-estado es proporcional al número de micro-estados compatibles con él, una mayor entropía significaría una menor información de cuál es el micro-estado del sistema. Por otro lado, también se ha propuesto que la segunda ley define la dirección del paso del tiempo.[25]

Sean estas propuestas correctas o no; el hecho es que la segunda ley nos dice que los sistemas aislados tienden a moverse hacia su estado de equilibrio, y no a ir del equilibro al desequilibrio. Así, la entropía es fundamental para entender los procesos térmicos (Reif, 1965). Pero las aplicaciones del concepto se extienden más allá de la física; desde la teoría de la información a la biología.

Y su definición, como acabamos de ver, es en términos de los espacios de estados.

4.5.4. *Óptimo* y *factible*

Los modelos de *optimización* son extremadamente abundantes a través de la ciencia.

Esencialmente, un modelo de optimización consiste en una *función objetivo* que debe ser minimizada o maximizada. La función objetivo toma valores en un espacio de posibilidades, generalmente restringido a un *región factible* —una región del espacio que satisface ciertas constricciones que vienen dadas en el problema. Los resultados factibles son aquellos que *podrían* suceder; entre ellos, los *óptimos* son los «mejores posibles», en el sentido de minimizar o maximizar la función objetivo. Los modelos de optimización se basan en la idea de que el estado actualizado, o la propiedad que de hecho tiene el sistema estudiado, es el óptimo, o un estado que se acerca o tiende al óptimo.

El uso tan amplio de los modelos de optimización y los presupuestos ontológicos detrás de ellos son un tema de profundo interés para la filosofía de la ciencia y la metafísica naturalizada. Sin embargo, debido al enfoque de esta tesis, aquí me reduciré a exponer algunos de estos y sus aspectos esenciales, subrayando cómo es que suponen espacios de posibilidades. Primero revisaré algunos aspectos generales de estos modelos.

Mínimos y Máximos Las nociones de *mínimo* y de *máximo* son conceptos de la teoría general de los órdenes: dado un orden parcial $(S, \geq)$, decimos que $s \in S$ es un máximo sii para todo $s' \in S$, $s \geq s'$, y de manera dual para los mínimos.[26]

Aplicada a los métodos de optimización, se supone un espacio de posibilidades: de estados posibles, o en general, de posibles valores de ciertas propiedades (que no necesitan ser *estados* en el sentido estricto, pues no se requiere que sean descripciones *completas* del sistema). Como representamos a estas propiedades como funciones (u objetos «tipo función», como funcionales) que toman valores en un campo (como $\mathbb{R}$) que ya viene con un orden natural, el máximo (mínimo) de una función va a ser el valor más alto (bajo) que tome en todo su recorrido: será *el valor más óptimo posible*. Estos son los conceptos *globales*; en muchas ocasiones, también no interesan los conceptos *locales*: el máximo (mínimo) local de un entorno es el valor más alto (bajo) de la función en ese entorno. Estos serían los valores más óptimos *en un conjunto restringido de posibilidades*.

Factibilidad y Constricciones Muchos problemas de optimización vienen restringidos por ciertas *constricciones*: se dice entonces que son problemas de optimización restringida o con constricciones. Estas son, para ponerlo en general (hablo más de ello en el siguiente capítulo), limitaciones en el espacio de posibilidades. En términos matemáticos, se representan ya sea con ecuaciones o desigualdades en las variables de la función objetivo.[27]

Las constricciones restringen las posibilidades «realistas» o «disponibles» o «accesibles» al sistema en el problema de optimización. Se da por sentado que estas restricciones son parte del mismo problema: lo definen, en el nivel formal; en el nivel material, son limitaciones reales a las que se enfrenta el sistema concreto.

La región del espacio de posibilidades en la que se satisfacen las constricciones se conoce como la *región factible*, y se da por sentado que las posibilidades que caen fuera de ella no son «realistas»: no *podrían*, «verdaderamente», suceder.

Los cuatro componentes de un problema de optimización Así, tenemos: (1) Un espacio de posibilidades, (2) un orden sobre estas, que define mínimos y máximos, (3) una función u objeto matemático del que se busca un mínimo o máximo,[28] y (4) un conjunto (que puede ser vacío) de constricciones: ecuaciones y/o desigualdades en las variables de la función objetivo. Si el problema no presenta función objetivo, se dice que es un *problema de factibilidad*, y lo que se busca es solamente encontrar la región factible, ya no la mejor opción dentro de esta.

Intuición geométrica y los criterios de las derivadas La intuición geométrica básica en los problemas de optimización es esta: los grados de libertad relevantes forman un espacio, y correspondiente a cada punto en este existe una magnitud de la función objetivo.

Considerando una función objetivo univariada, si esta es continua, será una curva en el plano. Para una función multivariada, sus posibles valores se van a ver como una «sábana»: una superficie en el espacio tridimensional (o una hipersuficie en más de dos dimensiones) con crestas y valles, extendida en este espacio. En ambos casos, las crestas, los «picos», son los máximos; los valles son los mínimos. A los mínimos y máximos se les conoce como *extremos*. En los extremos la primera derivada de la función siempre es cero. Pero no solamente en ellos; también en los *puntos de silla* o *de ensilladura* (por su semejanza con las sillas de caballo). A todos estos puntos de primera derivada cero se les llama *puntos estacionarios* o *críticos*. En la figura 4.7 se representan dos grados de libertad con una hipersuperficie que representa los valores de una función de esos dos grados de libertad.[29] Los puntos de ensilladura son mínimos en una dirección pero máximos en otra, aquí es un punto azul entre las dos cuencas y las dos montañas; los máximos se ven fucsia y los mínimos se ven blancos.

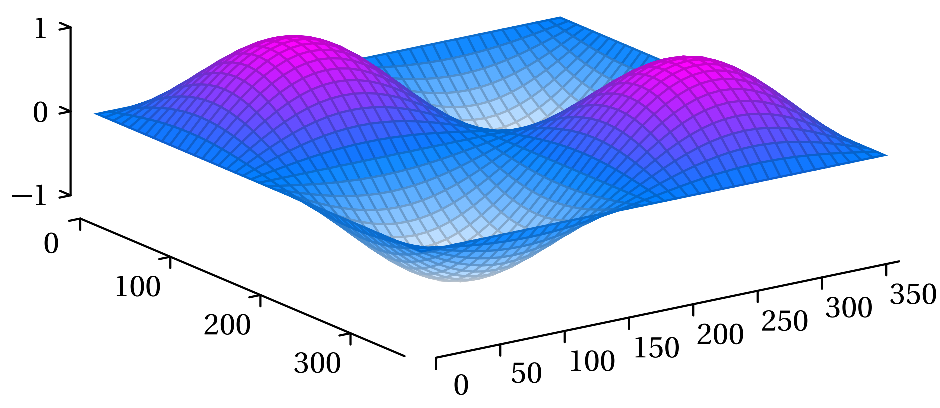

Figura 4.7: *Un espacio de posibilidades con dos grados de libertad y una función de ellos.*

Para encontrar puntos estacionarios se utilizan métodos del cálculo. Observando la gráfica anterior (figura 4.7), podemos ver que los mínimos locales tendrán solamente puntos más altos en su entorno y los máximos locales tendrán solamente puntos más bajos en su entorno (en tres dimensiones, los puntos de ensilladura tienen puntos más bajos en un eje y puntos más altos en el otro). Vamos a usar esa intuición geométrica, primero en funciones univariadas.

Una condición necesaria para todo extremo local es que sea un punto estacionario de la función. No es suficiente, pues la función puede no ser diferenciable en ese punto, o los extremos de la función pueden ocurrir en los extremos de un intervalo, en donde tenga derivada no cero, o bien el punto puede ser un punto de ensilladura.

Tenemos el *criterio de la primera derivada*, que nos da condiciones suficientes. Supongamos que a es un punto estacionario de la función f, y que esta es continua en a y diferenciable en un intervalo abierto que contiene a a. Entonces, este criterio nos da tres posibilidades:

1. Si en todos los puntos a la izquierda de a en ese intervalo, $f' \geq 0$ y en todos los puntos a la derecha de a, $f' \leq 0$, entonces a es un máximo local de ese entorno.[30] La intuición geométrica es clara: a la izquierda de a, f está «subiendo», y está «bajando» a la derecha de a. Eso significa que a debe ser un máximo local.
2. De la misma forma, si f' cambia de negativa a positiva en a, eso debe significar que a la izquierda del punto, f está «bajando», pero «sube» después de a, y por ello este debe ser un mínimo local.
3. Finalmente, si no hay cambio de signo de f' en a, este no es un extremo de la función.

Otra condición suficiente para los extremos locales es dada por el *criterio de la segunda derivada*: siendo a un punto estacionario de la función f, si $f''(a) < 0$, entonces a es un máximo local; si $f''(a) > 0$, entonces a es un mínimo local (y si $f''(a) = 0$ no conocemos la naturaleza del punto). Es fácil ver la justificación de este criterio: si $f''(a) < 0$, entonces f es cóncava en a y si $f''(a) > 0$, entonces f es convexa en a. Pero si a es un punto estacionario, entonces la tangente a a debe tener pendiente cero, y si f es cóncava en a, entonces los puntos a su izquierda deben estar subiendo y los puntos a los derecha deben estar bajando. Algo análogo se puede decir para los puntos mínimos bajo este criterio.

Como en el caso unidimensional, en el caso de funciones multivariadas, $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, una condición necesaria para que exista un punto extremo es que el gradiente $\boldsymbol{\nabla} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right)$ sea el vector cero en ese punto: así se define un punto estacionario. Como antes, esta no es suficiente. Un método clásico usa la matriz hessiana,[31] que es una matriz cuadrada definida como sigue para las funciones multivariadas de las que existen todas sus segundas derivadas parciales:

$$\boldsymbol{H}_f(\boldsymbol{x})_{i,j} = \frac{\partial^2 f(\boldsymbol{x})}{\partial x_i, \partial x_j} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1, \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1, \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n, \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n, \partial x_n} \end{pmatrix}$$

Habiendo obtenido los puntos estacionarios $\boldsymbol{a}$ de f, se sustituye cada uno de ellos en una respectiva matriz hessiana: $\boldsymbol{H}_f(\boldsymbol{a})_{i,j}$, y se obtienen los eigenvalores de esta. Si estos son todos positivos, entonces el punto estacionario es un mínimo local; si son todos negativos, es un máximo local; si unos son positivos y otros negativos, es un punto de ensilladura.[32] La justificación de esto requiere de más conceptos técnicos, pero en el fondo, el razonamiento detrás es el mismo: si todos los eigenvalores de la matriz hessiana en el punto estacionario $\boldsymbol{a}$ son negativos, entonces todo desplazamiento desde $\boldsymbol{a}$ en su entorno, va a llegar a un valor de f más pequeño, por lo que $\boldsymbol{a}$ debe ser un máximo local; análogamente para los mínimos (Apostol, 1969, cap. 9).

Problemas de programación lineal Los problemas de programación lineal son una clase ampliamente aplicada de modelos de optimización con restricciones. La región factible es un subconjunto de $\mathbb{R}^n$ (u otro espacio vectorial), definido como el conjunto de soluciones de un número finito de restricciones lineales de desigualdad (con la forma: $a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n \leq b$) y/o igualdad (con la forma: $a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n = b$); mientras que la función objetivo, $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, es lineal:

$$f(a\boldsymbol{x} + b\boldsymbol{y}) = af(\boldsymbol{x}) + bf(\boldsymbol{y})$$

donde las negritas indican vectores y las itálicas indican escalares. Se suele dar por sentado que los óptimos siempre serán mayores al vector cero (esta es una constricción usualmente *implícita*); así, la región factible forma un conjunto convexo.

Para los problemas de optimización lineales con constricciones de igualdad, un método muy conocido (cuando tienen una solución analítica) es el método de los *multiplicadores de Lagrange*. Con este, se convierte un problema restringido de manera que se puedan aplicar los criterios de las derivadas de los problemas sin restricciones.

Se construye una nueva función, el *lagrangiano* $\mathscr{L}$, al sumar la función objetivo con la función de restricción (que iguale cada constricción a cero), esta última multiplicada por un término λ, el multiplicador (para varias restricciones, se usa un multiplicador para cada una de ellas). Entonces, con una función objetivo $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, y con una sola restricción $g(\boldsymbol{x}) = 0$, esto nos da:

$$\mathscr{L}(\boldsymbol{x}, \lambda) = f(\boldsymbol{x}) + \lambda g(\boldsymbol{x}) \tag{4.17}$$

Con $m < n$ funciones de restricción g_i (tal que cada una de ellas, $g_i(\boldsymbol{x}) = 0$), esto nos da:

$$\mathscr{L}(\boldsymbol{x}, \vec{\lambda}) = f(\boldsymbol{x}) + \lambda_1 g_1(\boldsymbol{x}) + \ldots + \lambda_m g_m(\boldsymbol{x}) \tag{4.18}$$

Para resolver el problema original, primero se obtienen las condiciones de primer orden para el lagrangiano (es decir, las ecuaciones de las primeras derivadas parciales con cero, que nos dan los puntos estacionarios), de forma que $\boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{x},\vec{\lambda}} \mathscr{L} = \boldsymbol{0}$. En el caso de una sola restricción, esto sería:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1, \ldots, n \tag{4.19}$$

Se resuelven las condiciones de primer orden para obtener los valores de $\boldsymbol{x}$ y de los multiplicadores $\vec{\lambda}$. Estos van a ser los puntos estacionarios, y por lo tanto los extremos van a estar entre ellos.

Podemos confirmar cuáles son los extremos si sustituimos los valores obtenidos en la función original, f (Apostol, 1969, cap. 9).

Estas ideas se generalizan para casos que ya no reviso aquí. Por ejemplo, una generalización de las condiciones de segundo orden, que revisamos arriba, para los casos de múltiples restricciones es conocida como la *matriz hessiana orlada*. De igual forma, el método de los multiplicadores de Lagrange se generaliza para restricciones de desigualdad con las *condiciones de Karush-Kuhn-Tucker*.

He revisado rápidamente las ideas fundamentales de la optimización con y sin restricciones. Estas son estructuras de la matemática pura. Ahora vamos a ver cómo la optimización se utiliza en muchas ciencias, desde la ciencia teórica de la computación hasta la economía. Arriba (§4.4.13) ya mencioné que la optimización también se utiliza en la ingeniería robótica, y abajo (§4.8) mencionaré que se usan en el análisis estadístico. Las aplicaciones son muchas más, incluyendo aplicaciones en las finanzas, la neurociencia computacional, o la administración pública; pero por ahora bastará con exponer algunos ejemplos. En todos ellos, mi objetivo es subrayar que siempre estamos hablando de espacios de posibilidad.

Teoría del consumidor Esta teoría en la microeconomía es, en esencia, un problema de programación (Mas-Collel & Green, 1995, caps. 3–5). Un consumidor se enfrenta con un problema de decisión con restricciones: dotado de una riqueza fija, y suponiendo un espacio de posibles canastas de productos y un vector de sus precios por unidad, el consumidor se representa con una preferencia (que cumple con ciertas propiedades y se le llama *racional*), que ordena el espacio de productos. La región factible de este espacio es el espacio solución de la constricción de riqueza:

$$F_w = \{\boldsymbol{c} : (\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{c}) \leq w\} \tag{4.20}$$

con $\boldsymbol{p}$ el vector de precios dados exógenamente, $\cdot$ el producto punto en $\mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{c}$ el vector de productos, y w la riqueza del consumidor. El orden de preferencia se codifica en una función de utilidad $\mathscr{U}$ (única salvo transformaciones monotónicas), la cual es la función a maximizarse en el problema:

$$\begin{aligned} &\max_{\boldsymbol{c} \geq \boldsymbol{0}} \mathscr{U}(\boldsymbol{c}) \\ &\text{sujeto a } \boldsymbol{c} \in F_w \end{aligned} \tag{4.21}$$

Se sigue del teorema de Weierstrass que este problema es soluble, y la solución se encuentra al aplicar el método de los multiplicadores de Lagrange. La solución es la *función de demanda* del consumidor, que nos da el vector de productos que se predice que elegirá el consumidor —aquel que maximiza su utilidad— dadas las constricciones de precios y riqueza.

Teoría del productor Esta trata con el otro componente de un mercado, los proveedores que producen la *oferta*. La *firma* o empresa tiene ciertos *recursos* disponibles, y los puede convertir en *productos* con la ayuda de una *tecnología*. Esto se codifica en un plan de producción $\boldsymbol{a}$, una secuencia de números negativos y positivos; los primeros representan insumos que se transforman en los productos, que son representados por los números positivos. La región factible F se define mediante la restricción tecnológica, y es igual al conjunto de planes de producción que *podrían* producirse con la tecnología de la empresa. Dados los precios exógenos $\boldsymbol{p}$, el objetivo de la empresa se presume ser la maximización de las ganancias:

$$\begin{aligned} &\max_{\boldsymbol{a}\geq\mathbf{0}} (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{p}) \\ &\text{sujeto a } \boldsymbol{a}\in F \end{aligned} \tag{4.22}$$

El uso de técnicas de optimización — lineal y no — en economía no se limita a la microeconomía. Están tan extendidas que el economista y filósofo Don Ross (2008) identifica dos concepciones muy generalizadas de la economía.[33] La primera es:

> La economía es cualquier cuerpo de teoría o aplicación de teoría que generaliza sobre maximizar, optimizar o mejorar las relaciones entre (i) funciones de utilidad, (ii) insumos de producción escasos y (iii) reasignaciones de (ii) con referencia a (i).[T17]

Mientras que en la segunda,

> La economía es cualquier cuerpo o aplicación de teoría que generaliza sobre el comportamiento de alguna clase específica de personas o sus agregados cuando toman acciones para optimizar o mejorar su bienestar con respecto al reclutamiento de activos escasos.[T18]

Ciencia de la computación e ingeniería Hasta ahora hemos hablado de problemas continuos, que son un lugar natural para las técnicas del cálculo. Pero en la inteligencia artificial y en la investigación de operaciones (entre otras ramas) encontramos un esquema de optimización discreta.

Primero consideramos a los *problemas de satisfacción de restricciones*. Se definen como una 4-tupla (X, D, C, R), con:

- X : un conjunto de n variables;
- D : el conjunto de los dominios para cada variable, cada uno de ellos finito;
- C : un conjunto de m restricciones, cada una de las cuales involucra una o más de las variables $x_i \in X$;
- R : un conjunto de m relaciones, cada una de ellas sobre k de los n dominios, y que define las combinaciones de valores permitidos por la restricción correspondiente.

Una *solución* a un problema consiste en una asignación de un valor (tomado del dominio correspondiente) a cada variable, de forma que se satisfagan todas las restricciones.

En este caso, el espacio de posibilidades es el espacio de todas las posibles asignaciones de valores (en los respectivos dominios) a las variables, y las restricciones reducen este espacio. Se le conoce como *espacio de búsqueda*. De acuerdo con Ghédira (2013, p. 6),

> Se han discutido varios problemas de IA y/o optimización combinatoria y varias aplicaciones industriales en términos de problemas de satisfacción de restricciones, tales como programación, control de tráfico aéreo, ingeniería civil, ingeniería mecánica, cognición, aplicaciones web, seguridad de redes, protección de datos personales o privacidad, o incluso en el contexto de la conciencia.[T19]

Se han diseñado diferentes algoritmos para este tipo de problemas, en los que se busca optimizar los recursos (como el tiempo de cómputo), así como heurísticas para buscar en su espacio de posibilidades.[34]

Dentro de los problemas de satisfacción de constricciones, encontramos los problemas de satisfacción de constricciones *y optimización* (Ghédira, 2013, cap. 7). En estos, se introduce una función que le asigna un valor numérico a a cada asignación de un valor a una variable: el *costo* de esta asignación. En esta clase de problemas, se busca optimizar esta función de costo.[35]

Física El principio de mínima acción (o, mejor, de acción *estacionaria*) nos dice que una partícula clásica viajando del punto A a tiempo t_1 al punto B a tiempo t_2 atravesará el camino con una acción estacionaria (Goldstein *et al.*, 2011, cap. 2).

Consideremos un intervalo temporal $[t_0, t_1]$, y sean $(\boldsymbol{x}_0, t_0)$ y $(\boldsymbol{x}_1, t_1)$ las condiciones iniciales y finales (elementos del espacio de configuraciones a un momento: $Q \times \mathbb{R}$). Un *camino*, entonces, es una trayectoria en el espacio de configuraciones desde el momento inicial al final: $\boldsymbol{q} : [t_1, t_0] \to Q$. Dada una configuración al momento $\boldsymbol{q}(t)$, su *velocidad* es un vector tangente $\dot{\boldsymbol{q}}(t)$ tomado del espacio tangente a $\boldsymbol{q}(t)$, que denotamos $T_{\boldsymbol{q}(t)}Q$.

Sea $\mathbb{P}$ el espacio (infinito-dimensional) de todos los caminos suaves de $\boldsymbol{x}_1$ a $\boldsymbol{x}_2$:

$$\mathbb{P} = \{\boldsymbol{q} : [t_0, t_1] \to Q \mid \boldsymbol{q}(t_0) = \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{q}(t_1) = \boldsymbol{x}_2\}$$

Ahora definimos el *lagrangiano* para el sistema como una función suave de la posición y la velocidad:

$$\mathscr{L} : TQ \to \mathbb{R}$$

(se puede demostrar que si $\mathscr{L}$ no es una función del tiempo, la energía del sistema se conserva, *cf.* Taylor 2005, p. 270.) Usualmente, $\mathscr{L} = T - V$, donde T es la energía cinética y V la potencial. Entonces, sea la acción de un camino:

$$\mathscr{A} : \mathbb{P} \to \mathbb{R}$$

definida por:

$$\mathscr{A}(\boldsymbol{q}) := \int_{t_0}^{t_1} \mathscr{L}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) dt \tag{4.23}$$

El principio de Hamilton dice que el sistema recorrerá el camino que tenga una *acción estacionaria*:

$$\delta \mathscr{A}(q) = 0 \tag{4.24}$$

donde δ es la derivada variacional, un operador sobre funcionales que no explico aquí. Como antes, la idea es la misma: los extremos son aquellos donde la derivada se desvanece.

Así, es como si el sistema se moviera resolviendo el siguiente problema de optimización, de minimizar —o, mejor dicho, de «estacionarizar»— la acción:

$$\min_{q \in \mathbb{P}} \mathscr{A}(q) \tag{4.25}$$

(En este caso, lo que se minimiza no es alguna *función* objetivo, sino un *funcional* objetivo: la acción de un camino.) La condición de optimalidad que resuelve el problema (4.25) se da por las ecuaciones de Euler-Lagrange, que son co-derivables con el principio de Hamilton, (4.24) (Goldstein *et al.*, 2011, cap. 2):

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} = \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{q}_1}, \qquad \ldots, \qquad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_n} = \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{q}_n}, \tag{4.26}$$

y que, a final de cuentas, nos dicen algo como: «la fuerza generalizada es la derivada del momento generalizado» (Taylor, 2005, §7.1, p. 242) (¡la segunda ley de Newton reencarnada!)

Así, la optimización entra a la física mediante la puerta del principio de mínima acción. Y este principio llegó para quedarse, si la física moderna ha de ser algún tipo de indicador: el principio de mínima acción se generaliza en una integral funcional para dar la formulación de la *integral de caminos* de Feynman en la mecánica cuántica (Shankar, 1994, caps. 8 y 21), y las ecuaciones de Einstein de la relatividad general también pueden derivarse del principio de mínima acción partiendo de la acción de Einstein-Hilbert (Penrose, 2004, p. 490).

Química Otro caso de aplicación de los modelos de optimización es en la química teórica. Mencionaré el ejemplo de la *geometría química* (*cf.* Cuevas & Cortés, 2003, cap. 8).

La geometría de una molécula consiste en propiedades como sus «longitudes de enlace, ángulos de valencia, ángulos torsionales», y otras (*ibid.*, p. 115). Con estos datos geométricos, se construye un espacio de posibilidades, conocido como *(hiper)superficie de energía potencial*, y se resuelve un problema de optimización para encontrar la energía mínima. La importancia química de estos puntos mínimos es que (*ibid.*, p. 116):

> se pueden tener diversos mínimos que representan diferentes confórmeros e isómeros de moléculas o reactivos, intermediarios y productos en una reacción, y estados de transición que se asocian a puntos de silla. Si el valle asociado a una geometría es profundo se tendrá una estructura rígida, por lo tanto bien definida; sin embargo, si el valle está aplanado, la molécula será muy flexible [...]

Se pueden utilizar los métodos mencionados anteriormente, donde se iguala el gradiente a cero y se utilizan las matrices hessianas. Como, típicamente, estos problemas de optimización incluyen muchas variables (en la medida que, por ejemplo, aumenten los enlaces en la molécula), la dificultad computacional del problema crece pues se tiene que construir una superficie de mayores dimensiones y hacer los cálculos en esta, por lo que existen otros algoritmos.

Biología evolutiva Esta también utiliza modelos de optimización. De acuerdo con el libro de texto autoritativo *Evolution* de Barton y colegas (Barton *et al.*, 2007), *gran parte de la evolución puede entenderse como optimización* (p. 556). Comentan que (pp. 556–557):

> Ahora vemos a la selección natural, más que a cualquier tipo de «diseño», como responsable de producir estructuras adaptativas. Sin embargo, muchas características de los organismos todavía pueden entenderse como casi óptimas, independientemente de cómo se produzcan. Es decir, los vemos como maximizando el éxito reproductivo en sí mismo o alguna función componente que es necesaria para el éxito reproductivo. [T20]

Existen tipos de casos que son excepciones al marco teórico de la optimización, en los que «las interacciones entre individuos y los conflictos entre genes heredados de diferentes formas conducen a resultados aparentemente desadaptativos» (*ibid.*) Sin embargo, ellos mismos notan que (*ibid.*):

> Sin embargo [. . .] en la mayoría de los casos podemos preguntarnos con sensatez *para qué es* una proteína, un órgano o un comportamiento. A continuación, podemos averiguar cómo cumplen su función tales características con el supuesto de trabajo de que la característica es casi óptima para esa función. Nuestra comprensión de la mayor parte de la biología proviene de la suposición de que los órganos tienen una función y están optimizados para ella. Cuando hacemos esto, no estamos estudiando el proceso evolutivo como tal. Más bien, asumimos que la evolución está dominada por la selección natural directa, que maximiza la aptitud y, por lo tanto, optimiza la función que estamos estudiando. [T21]

Además, también enfatizan que «el óptimo se define en relación con las restricciones sobre lo que es posible» (p. 557). Estas son las constricciones sobre la reproducción y la sobrevivencia, que «dependen de la circunstancia peculiar de cada organismo». Sin embargo, el punto es que comúnmente los biólogos «se concentran en alguna característica particular y buscan la mejor solución dentro de un rango limitado de posibilidades» (p. 558), de forma que «dentro de ese rango limitado, suele ser sensato elegir una medida sustituta simple de aptitud, basada en la función en cuestión». Una de las críticas a este tipo de argumento está basada en la noción de «spandrel». Esta no es una crítica devastadora: los modelos de optimización tienen un poder explicativo particular que les asegura un lugar importante en la biología (Potochnik, 2007).

Muchos modelos de la biología evolutiva son modelos de optimización. Entre estos ejemplos, Barton *et al.* (2007) citan la conducta de apareamiento de moscas de estiércol, el metabolismo de la bacteria *Escherichia coli*, y el hecho mismo de que el DNA se componga de cuatro bases (A, T, G y C).

Terminaré este apartado con una cita de Sutherland (2005), quien, en su artículo en *Nature*, comenta que (mis énfasis):

> Una ventaja considerable del uso de la optimización es que una vez que comprendamos por qué los organismos son como son, debería ser posible comprender cómo responderán a las nuevas condiciones. *La optimización, por lo tanto, puede usarse para comprender el comportamiento y predecir la dinámica de la población en nuevos entornos* [...]
>
> Hay cada vez más llamados para que la biología sea predictiva. *La optimización es el único enfoque que tiene la biología para hacer predicciones desde los primeros principios.*[T22]

4.5.5. *Restricción*

La noción de *restricción* se encuentra en toda la ciencia. Ahora vamos a ver algunos ejemplos, pero como vimos en la subsección anterior, uno de sus usos más importantes es en los modelos de optimización. En el próximo capítulo (§5.4) me extenderé sobre la naturaleza de las restricciones y de su importancia central para la metafísica naturalizada de la modalidad; por ahora, podemos dar una caracterización inicial: una restricción es una *limitación* en el espacio de posibilidades de un sistema o sistemas. Puesto formalmente, es algo que hace que ciertos estados en ese espacio no se consideren como posibilidades *reales* del sistema: aquellos estados en los que el sistema no satisface tales restricciones.

Física

Hooker (2013, p. 761), hablando sobre la noción aplicada en física, dice que:

> El término «restricción» implica limitación, y específicamente aquí se refiere al acceso limitado a estados dinámicos o, de manera equivalente, reducir los grados de libertad al limitar las trayectorias dinámicas a subconjuntos del espacio de estados de interacción básica. [T23]

Pero aunque este es un sentido legítimo del concepto —un sentido al que Hooker llama «*disabling*»: «incapacitante»— él afirma que «las limitaciones pueden al mismo tiempo ser capacitantes [*enabling*]», en el siguiente sentido:

> pueden proporcionar acceso a nuevos estados que no están disponibles para el sistema no restringido: de manera equivalente, al disminuir grados de libertad de forma coordinada, brindan acceso a trayectorias dinámicas inaccesibles para el sistema no restringido. [T24]

Las restricciones, en este sentido «local» (en el siguiente capítulo argumentaré que también existe uno global), son limitaciones en el espacio de estados del sistema, típicamente dependientes del tipo de sistema particular que consideremos (y derivado de esto, componentes de modelos particulares).

Por ejemplo, un modelo elemental de la mecánica cuántica es la *partícula en una caja*, que se mueve en una sola dirección x, y sobre la cual se impone la restricción de que haya «barreras» en ese eje que le impidan el movimiento más allá de una cierta longitud L. Esta «barreras» que restringen su movimiento son, en realidad, fuerzas infinitas, por lo que este modelo consiste en las ecuaciones básicas de la mecánica cuántica más la especificación del potencial:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{para } 0 < x < L \\ \infty, & \text{en los demás casos} \end{cases}$$

Muchos otros tipos de restricciones pueden existir en un sistema físico. En la mecánica estadística, las restricciones son grados de libertad macroscópicos que restringen el número de microestados en los que el sistema podría estar de manera consistente con las restricciones (*cf.* §19, arriba), a estos se les llama *estados accesibles*. Entonces, las restricciones se describen mediante asignaciones de valores a los parámetros macro, de la forma $x_1 = c_1, x_2 = c_2$, etc.

Podemos seguir citando ejemplos clásicos de sistemas restringidos; no todas las restricciones se hacen cumplir (formalmente) mediante una función potencial. Por ejemplo, el péndulo simple (cf. Taylor 2005, §7.2) consiste en una partícula con cierta masa m que se hace girar con una barra de longitud L unida a un punto o; suponemos que el péndulo se mueve en el plano xy, es decir, que solamente se mueve de derecha a izquierda y de arriba a abajo, pero no de cualquier forma. En este caso, lo que impone la restricción en el movimiento es la longitud de la barra: la partícula no puede despegarse de la barra, por lo que no puede moverse a una posición más acá o más allá de la longitud de esta. Por lo tanto, el sistema debe satisfacer la siguiente restricción: en todo momento, su posición se describe por la ecuación $\sqrt{x^2 + y^2} = L$, de forma que siempre se localiza en un punto a una distancia L de o. Como esta restricción hace que las posiciones x, y no sean independientes entre sí, se dice que la restricción *elimina un grado de libertad* y nos podemos quedar con uno solo: podemos escribirlo en función del otro (por ejemplo, $y = \sqrt{L^2 - x^2}$). La forma usual es introducir el ángulo θ, que describe el ángulo entre L y un eje vertical imaginario que parte de o. En este caso, la restricción se impone mediante una ecuación en las variables que describen la configuración del sistema, y para escribir las ecuaciones de movimiento (en la forma de Lagrange), consideramos la energía cinética y la energía potencial, y en esta se incorpora la restricción al definirse $V = mgL(1 - \cos\theta)$, donde g es la constante gravitacional.

Biología

Ya en la sección sobre optimización mencioné la idea de que, exceptuando los efectos de la deriva, buena parte de la teoría evolutiva se puede concebir en términos de *optimización bajo constricciones* —esta es la idea esencial del adaptacionismo.

Las *restricciones evolutivas* son factores que restringen la evolución de una población —su trayectoria a través del espacio de posibles genotipos. Por ejemplo, en una población donde encontramos dos genotipos, uno de mayor aptitud que el otro, es de esperarse que la población evolucione hacia el genotipo de mayor aptitud (recordemos que suponemos un paisaje adaptativo (§4.4.7), donde las poblaciones van de un pico de aptitud óptima al otro). Sin embargo, aquí hay una restricción evolutiva: la historia evolutiva de la población debe pasar por el genotipo intermedio que posea mayor aptitud, de otra forma la selección natural actuaría en su contra: este es un primer caso de restricción evolutiva. Un segundo caso es cuando los pasos intermedios entre ambos genotipos son menos aptos que el genotipo inicial; en este caso, debido a la restricción evolutiva, la transición desde el genotipo inicial menos apto hacia el más apto es evolutivamente imposible. Esto se puede complicar más si ocurren interacciones epistáticas entre los genes (Johnson, 2008).

Pero, por ejemplo, la epistasis (los efectos no lineales de la combinación de dos alelos independientes) puede hacer que una población esté restringida a llevar cierta historia evolutiva —cierta transición específica entre dos genotipos—, debido a que los genotipos intermedios tienen una más alta aptitud que el genotipo inicial, y que el genotipo «final» tiene, a su vez, mayor aptitud.

En otras ramas de la biología también se utiliza el concepto de constricción. Por ejemplo, en la biología del desarrollo (el estudio de la ontogenia), por ejemplo, se acepta que el desarrollo de los rasgos, sistemas o funciones parecidas entre diversas especies o individuos de la misma especie, está limitado por constricciones de diversos tipos: «developmental biologists see constraints as limiting the possibility of certain phenotypes even existing» (Gilbert & Barresi, 2016, p. 800). De acuerdo con Gilbert & Barresi (2016, pp. 799–800),

> El número y las formas de los posibles fenotipos están limitados por las interacciones posibles entre moléculas y entre módulos. Estas interacciones también permiten que se produzcan cambios en determinadas direcciones con más facilidad que en otras. En conjunto, estas restricciones se denominan *restricciones de desarrollo* y se dividen en tres categorías principales: físicas, morfogenéticas y filéticas. [T25]

Las restricciones *físicas* son, básicamente, las leyes de la física; las *morfogenéticas* son dadas por «las formas limitadas en que los patrones diferenciados pueden surgir de la homogeneidad» (como el mecanismo de reacción-difusión modelado por las ecuaciones de Turing); y las pleiotrópicas son impuestas por las funciones diferentes y no correlacionadas de un gen, que pueden prevenir el cambio evolutivo. Antes (§4.4.7) hemos hablado de los espacios de posibilidad en la biología; un tipo de ellos son los espacios de los posibles fenotipos, en los que las restricciones de desarrollo limitarían las posibilidades. La relación entre las constricciones sobre el desarrollo y las restricciones evolutivas es un tema controvertido (Amundson, 1994).

La noción de *restricción* es tan generalizada que algunos biólogos incluso se quejaron de su popularidad (Antonovics & van Tienderen, 1991). Sin embargo, parece que sus dudas eran realmente sobre la *clasificación* de las restricciones,[36] e incluso ofrecen un sentido claro para la noción.[37]

En un tema relacionado, la noción de «*spandrel*» fue introducida por Gould y Lewontin en su famoso artículo «The Spandrels of San Marco and the Panglossian Paradigm» (Gould & Lewontin, 1979), en donde critican el *programa adaptacionista* —específicamente, la idea de que cualquier característica dada de un organismo es adaptativa.

Como vimos arriba al hablar sobre optimización (§4.5.4), muchos biólogos piensan que muchos rasgos de los seres vivos se pueden entender como los *óptimos* bajo las *restricciones* a las que están sometidos. Así lo describen Gould y Lewontin (pp. 584–585):

> la casi omnipotencia de la selección natural en la forja del diseño orgánico y la creación del mejor de los mundos posibles. Este programa considera que la selección natural es tan poderosa y las limitaciones sobre ella tan pocas que la producción directa de la adaptación a través de su operación se convierte en la causa principal de casi todas las formas, funciones y comportamientos orgánicos. [T26]

Por supuesto, «el mejor de los mundos posibles» es una metáfora para referirse a los puntos óptimos en un espacio de posibilidades, que subraya por enésima vez el caracter modal de este espacio. Gould y Lewontin argumentaron que existen otros factores en la selección natural, y que algunas características podrían estar ahí no debido a que ellas fueran seleccionadas, sino porque son *consecuencia* de otras (a estos se les llama «*spandrels*»). Estos factores son los diversos tipos de constricciones que restringen a la evolución; específicamente, restringen los posibles caminos que esta puede tomar.

Economía

Ya en las secciones sobre la optimización en las teorías microeconómicas hablamos de dos tipos de restricciones en la economía (la restricción de la riqueza del consumidor y la restricción tecnológica del productor), que definen espacios factibles. Veamos uno de nuestros ejemplos desde otra perspectiva.

Podemos ver el problema del consumidor de manera cualitativa en gráficas como la de la figura 4.8. Consideramos solamente dos productos, x_1 y x_2, lo cual nos da el ortante positivo de $\mathbb{R}^2$. La restricción presupuestaria es una línea, que encierra el área de todas las posibles combinaciones de ambos productos (*canastas*) que se podrían comprar con el presupuesto del agente. Las curvas de indiferencia son los conjuntos que contienen a los productos entre los cuales el agente es indiferente (*i.e.*, en los que su función de utilidad tiene el mismo valor); por la ley de la utilidad marginal decreciente, estas curvas van a ser convexas. Aquí represento tres curvas; las canastas que dan mayor utilidad son las que están más «hacia afuera» del origen. La canasta óptima, $\boldsymbol{x}^*$, estará en la intersección de la línea de restricción con la curva de indiferencia más alejada del origen; x_2^* es la cantidad óptima del producto x_2, y análogamente para x_1^*. Como vemos, conocer la constricción económica es esencial para resolver el problema de optimización de la teoría del consumidor.

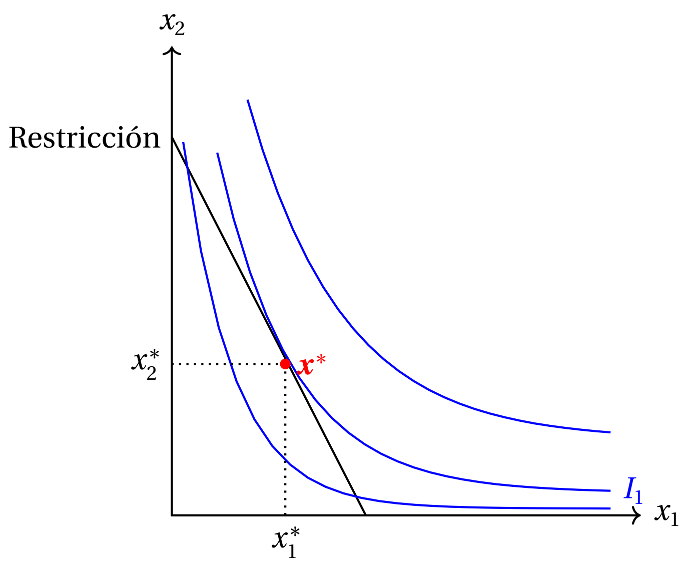

Figura 4.8: *El problema del consumidor representado mediante curvas de indiferencia y la línea presupuestal.*

4.5.6. *Potencialidad*

Muchos conceptos científicos importantes son conceptos sobre la *tendencia*, la *capacidad*, la *predisposición*, la *propensión*, o, como diré para cubrir esta familia de conceptos, la *potencialidad* que tiene un sistema de *hacer* algo o de *cambiar* de cierta forma, en la presencia de un tipo de estímulo. (Un ejemplo clásico en la filosofía de la ciencia es el de *solubilidad*, pero mencionaré otros.) Usualmente, el espacio de posibilidades, en el que se delimita estas potencialidades, se da por supuesto, pero está ahí.

Una posible objeción que me gustaría rechazar desde ahora es la siguiente: los ejemplos de potencialidad que vamos a ver son ejemplos de propiedades *estadísticas*, en el sentido en que resumen *frecuencias observadas* y no son, por tanto, modales. Por ejemplo, si el R_0 de un patógeno (en el ejemplo epidemiológico que veremos abajo) es 3, esto solamente significa que las personas infectadas por ese patógeno pertenecen a una población tal que: en promedio, cada persona dentro de esa población causa la infección de otras 3 personas. Esto es más claro si las supuestas potencialidades no son números enteros; por ejemplo, si el R_0 de un patógeno fuera 2.7: nada *tiende* a causar 2.7 infecciones, porque no hay tal cosa como «un .7 de infección»; lo que *sí* hay son estadísticas que pueden resultar en una media o valor esperado de 2.7.

Mi respuesta a esta posible objeción es un dilema. O bien las estadísticas en cuestión son meras frecuencias observadas, o bien no lo son. Si son meras frecuencias observadas, el que un sistema pertenezca a una población en la que se presenta una cierta frecuencia, no implica que tal sistema tenga la *capacidad de hacer*, o la *tendencia a ser*, de tal o cual forma: que en un conjunto de sistemas haya tal proporción que son de tal o cual tipo, no implica que un sistema particular entre ellos *tienda* a algún estado o tenga la *capacidad* de causar algún efecto. Pero resulta que *esta* es, precisamente, la lectura científica estándar de los conceptos que revisaré abajo.

Si, en cambio, las estadísticas *no* son solamente frecuencias observadas, las interpretaciones modales explican qué *más* podrían ser. Por ejemplo, en la interpretación «potencialista» que estaré suponiendo en esta sección, las frecuencias son el resumen de la «expresión», de la *actualización*, de las capacidades y tendencias subyacentes en los sistemas. En una interpretación modal alternativa, basada en la teoría de las constricciones que presento en el siguiente capítulo, la estadística es el resumen de la actualización de los sistemas *bajo las constricciones que actúan en ellos*. Como en esta tesis no defenderé la alternativa de las constricciones a la teoría de las potencialidades (esto es trabajo en proceso), no voy a darla por sentado. Para los propósitos de este capítulo, me basta con notar que las potencialidades se definen en un espacio de posibilidades.

Física

Es muy usual encontrar que en la filosofía de la ciencia y en la metafísica se discute a las propiedades disposicionales con dos ejemplos: la *solubilidad* y la *fragilidad*. Este último es un concepto físico; pero hay otro caso obvio de propiedad disposicional en la física, y es el de la *energía*.

Cuando consideramos objetos sobre los que actúan solamente fuerzas conservativas, podemos definir una *función potencial*. Se dice que una fuerza es *conservativa* siempre y cuando (i) dependa solamente de la posición del objeto sobre el que actúa, y (ii) el trabajo hecho por la fuerza entre cualesquiera dos puntos es el mismo para todos los caminos entre esos puntos. Estas fuerzas van a ser una constante igual a la suma de las energías potencial y cinética: constituyen la transformación de la energía potencial a la cinética, y viceversa: $E = U + T =$ constante.

Resulta que podemos definir a toda fuerza conservativa $\boldsymbol{F}$ como el negativo del gradiente del potencial, $\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{\nabla} U$ (Taylor, 2005, §4.2). Esto se sigue si primero seleccionamos un punto de referencia $\boldsymbol{r}_0$ en donde el potencial sea cero. Con eso, podemos definir:

$$U(\boldsymbol{r}) = -W(\boldsymbol{r}_0 \to \boldsymbol{r}) \tag{4.27}$$

Así, la energía potencial es un campo escalar en el espacio de configuración: nos da, para cada punto del espacio, el negativo del trabajo que la fuerza *necesitaría* ejercer para traer al cuerpo desde $\boldsymbol{r}_0$ a ese punto. Es decir: la energía potencial es, literalmente, el concepto de una potencialidad, y requiere del espacio de posibilidades. Además, de esto, la conservatividad, el teorema trabajo-energía, y algunos hechos del cálculo vectorial, se sigue la igualdad $\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{\nabla} U$.[38] Esta igualdad significa (dada la segunda ley de Newton) que una partícula se acelerará en la dirección donde el potencial esté disminuyendo más rápidamente.

Muchas veces es más sencillo enfocarse en la energía potencial, pues, mientras la fuerza se representa con un campo vectorial (que, en cada punto del espacio, nos dice cuál es la intensidad y dirección de la fuerza), el potencial es un campo escalar, y esto es una ventaja calculacional. Sin embargo, la energía potencial no es solamente un postulado para facilitar los cálculos; no sé de ningún físico que rechace la existencia de la energía potencial en el nivel clásico. Pero, de nuevo, esta energía requiere, para definirse, del espacio de posibilidades. Si no hay modalidad, no hay energía potencial; sin energía potencial, la física clásica sería algo extremadamente diferente a lo que vemos hoy —suponiendo que existiera.

Química

Además del ejemplo tradicional de la solubilidad, que mencioné arriba, un ejemplo claro de propiedad disposicional en la química es el de *potencial de reducción*. Como dirá prácticamente cualquier libro introductorio, esta es una medida cuantitativa de la *tendencia* de una especie química de reducirse (*i.e.*, adquirir electrones) (*cf.* Brown *et al.*, 2015, p. 873). Por supuesto, las tendencias son potencialidades.

Biología

La aptitud biológica o *fitness* es un concepto de potencialidad en la biología evolutiva. O, más exactamente, es una *familia* de conceptos, todos ellos relacionados con la idea de aptitud como *capacidad* o *habilidad* de sobrevivir, reproducirse y, con ello, contribuir con sus genes (Orr, 2009).

Hay un debate sobre cómo definir exactamente al concepto. Una propuesta sencilla es identificarlo con el número de descendencia, pero esto haría que dos organismos intrínsecamente idénticos, uno de los cuales muere aleatoriamente antes de tener descendencia, tuvieran aptitudes distintas. Para evitar estos contraejemplos, se ha propuesto a a la aptitud como una *propensión* (Mills & Beatty, 1979). Esta tendría, como otras disposiciones, condiciones de manifestación (un ambiente) y condiciones que impiden esa manifestación, o factores perturbantes. Como toda propensión, la disposición se manifiesta con cierta probabilidad, dadas las condiciones y en ausencias de factores perturbantes.

Ahora bien, también se ha propuesto vincular a la aptitud con los modelos de optimalidad (Roffé & Ginnobili, 2020), que también es un concepto modal (*cf.* §35, arriba). Una propuesta importante es la de Pence & Ramsey (2013), que definen a la aptitud F como una propensión:

$$F = \int_{\omega \in \Omega} Pr(\omega) \cdot \phi(\omega, T) d\omega \tag{4.28}$$

Donde la integral va sobre el conjunto Ω de las poblaciones descendientes del organismo en cuestión (en cada una de sus posibles vidas), y la función ϕ nos da el tamaño de la posible población ω a t. (De hecho, la propuesta final es un poco más complicada que esta, pero esta es la idea esencial.) En esta definición (y en varias otras), la aptitud resulta en una potencialidad. El espacio de posibilidades que forman los valores de aptitud es el «fitness landscape» de Wright (*cf.* §4.4.7, arriba).

Epidemiología

En la epidemiología, uno de los conceptos más importantes es el del *número reproductivo básico*, denotado por R_0. Este mide la potencialidad «intrínseca» que tiene una persona infectada de infectar a los demás. Se operacionaliza como el promedio de contagios que una persona infectada *tiende* a causar, cuando toda la población es susceptible de contagiarse (Becker, 2014). Una caracterización matemática de R_0 es en términos de tres factores (Diekmann *et al.*, 2013, cap. 1):

- La tasa de contacto, c: el número promedio de contactos por unidad de tiempo que tiene un individuo con otros,
- La probabilidad de transmisión, p: la probabilidad de que un contacto entre un susceptible e infectado produzca una infección, y
- La longitud del período infeccioso, t: el período entre el momento de infección y el final de la infección, ya sea por muerte o por el triunfo del sistema inmune.

Y se podría definir así:

$$R_0 = c\,p\,t \tag{4.29}$$

Cuando consideramos una población compartimentalizada (*i.e.*, en la que consideramos diferentes estados en los que sus miembros pueden estar) y separamos al compartimento de infectados mediante *generaciones*, se puede caracterizar a R_0 como el promedio a largo plazo del factor de multiplicación de cada generación. Esto se define rigurosamente utilizando la *matriz de siguiente generación*, que no explico aquí (Diekmann *et al.*, 2013, cap. 7).

Cuando ya no toda la población es susceptible (porque algunas personas han adquirido inmunidad, han muerto, o hay alguna intervención sanitaria), uno se enfoca en el *número reproductivo efectivo* al momento t, $R(t)$, que es el promedio potencial de contagio por infeccioso en cada momento, *cuando no todos son susceptibles* (Becker, 2014, p. 11). Para *eliminar* una epidemia dentro de una población sólo podemos bajar el número reproductivo efectivo: hacer que las personas contagiadas infecten a menos personas. Es un resultado básico de la epidemiología que si $R(t)$ es igual a 1, la infección se volverá endémica en la comunidad, pero no crecerá; si es mayor a 1, habrá una epidemia, pues el número de infecciones crecerá de forma exponencial; pero si es menor a 1, cada persona tenderá a infectar a, en promedio, menos de otra persona, por lo que el número de infectados tenderá a decaer, hasta llegar a cero.

Economía

La *elasticidad* es una propiedad que pueden tener la demanda y la producción. Cada una de estas ya es una tendencia, una disposición; la elasticidad describe otra tendencia. Veamos.

Al resolver un problema de optimización bajo restricciones, la teoría de la demanda nos permite construir una *función de demanda*. Esta es la función que nos devuelve, en cada posible caso (suponiendo un espacio de productos y un orden preferencial), el vector de productos que el agente va a elegir, en función de la restricción presupuestal y los precios. Así, la función de demanda describe *qué está dispuesto a demandar el agente*, dadas ciertas «condiciones estímulo» (a saber, está dispuesto a demandar la canasta que maximice su utilidad, dentro del margen de su riqueza). La curva de demanda, que es la curva de esta función, representa gráficamente esta tendencia: la cantidad de productos demandados bajo cada posible vector de sus precios. El caso de la curva de la producción es análogo, pero la restricción en juego es dada por la tecnología (que convierte un vector de insumos en uno de productos).

La *elasticidad de la demanda* (o, más exactamente, la *elasticidad precio* de la demanda) es una medida de la sensibilidad de la demanda de un producto a los cambios en su precio (dejando fijos los demás factores): cuando hay mucha elasticidad, un cambio en el precio implicará una mucha menor demanda. Puesto en forma rigurosa, la elasticidad de la demanda del bien i con respecto a un nivel de precios $\boldsymbol{p}$ y riqueza w, $x_i(\boldsymbol{p}, w)$ con respecto al precio del mismo bien, p_i, se define así (Mas-Collel & Green, 1995, p. 27):

$$\epsilon_{p_i} = \frac{\partial x_i(\boldsymbol{p}, w)}{\partial p_i} \frac{p_i}{x_i(\boldsymbol{p}, w)} \tag{4.30}$$

(Una definición más sencilla es simplemente: $\epsilon_{p_i} = \%\Delta x_i / \%\Delta p_i$.) Se dice que una curva de demanda para un bien es *inelástica* cuando $|\epsilon_{p_i}| < 1$, *elástica* si $|\epsilon_{p_i}| > 1$, y *elástica unitaria* si $|\epsilon_{p_i}| = 1$. Algo completamente análogo sucede para la elasticidad precio de la producción.

Así, poniéndolo en el lenguaje de la metafísica analítica de las disposiciones, la elasticidad es una medida de la sensibilidad que las disposiciones de demanda y producción tienen a sus condiciones estímulo (que son parte de un espacio de posibilidades). Y este concepto se utiliza en muchas aplicaciones de la economía. Por ejemplo, se utiliza para diseñar políticas de impuestos por parte de un gobierno (*e.g.* Colchero *et al.*, 2015), o por las empresas para modular el precio de sus productos: en ambos casos es crucial saber qué tan elástica es la demanda de un bien, pues si es muy elástica, aumentar su precio implicará menor demanda y con ello, menores ingresos.

4.5.7. *Sistema dinámico*

La teoría de los sistemas dinámicos es aplicada en prácticamente todas las ciencias cuantitativas. Hablaré abajo de sus aplicaciones en varios campos. Así, más que dar ejemplos, ahora solamente definiré el concepto de *sistema dinámico* en abstracto (*cf.* Viana & Oliveira, 2016). Este es una 4-tupla:

$$(X, \Sigma, \mu, \{T_i\}_{i\in I}),$$

donde:

- X es un conjunto no vacío (que entenderemos como el espacio de estados posibles del sistema dinámico),
- Σ es una σ-álgebra sobre X (que da el conjunto de las regiones medibles),
- μ es una medida en X tal que $\mu(X) = 1$, y
- $\{T_i\}_{i\in I}$ es un semigrupo de transformaciones medibles en X (indizado por $I = \mathbb{Z}$ o $\mathbb{R}$, haciendo al sistema *discreto* o *continuo*; en el segundo caso, se le llama *el flujo*), estas se entienden como representaciones de la dinámica (a su vez descrita por una ecuación diferencial), de forma que lleven un estado (o conjunto de ellos) a un tiempo, al estado (conjunto de ellos) que la dinámica dicta en un tiempo futuro (o pasado, si consideramos su inverso).

Es usual imponer una condición adicional sobre estos sistemas: que *preserven la medida*. Esto significa que para todo $s \in \Sigma$, $\mu(T_j^{-1}(s)) = \mu(s)$: es decir, la medida de un conjunto de estados se preserva bajo la evolución gobernada por la dinámica (pero no necesariamente se preserva la forma).

Una *trayectoria* del sistema dinámico (discreto) es una secuencia de estados (puntos $x \in X$), $\langle x_0, \ldots \rangle$, tal que cada x_i es $T_{i-1}(x_0)$ (hay una definición análoga para sistemas continuos, de forma que una trayectoria es una curva integral en el campo vectorial sobre el espacio fase definido por la ecuación dinámica). Cada trayectoria representa una posible historia del sistema, dada una condición inicial.

4.5.8. *Control*

El concepto de *control* está presente no solamente en las ciencias, sino que también es crucial para las ingenierías. Puesto de forma general (Keviczky *et al.*, 2019, pp. 1–5),

> Los métodos de control deben usarse siempre que alguna cantidad deba mantenerse en un valor deseado. [...] Mantener los procesos de la manera deseada significa mantener diferentes cantidades físicas en valores constantes o alterarlas de acuerdo con las leyes dadas. [...] Control significa las acciones específicas para influir en un proceso con el fin de iniciarlo, para mantener adecuadamente y detenerlo. [T27]

Esta idea general ya nos debe sugerir que hay modalidad involucrada: un control es «algo» que modifica el comportamiento de un sistema. Pero no solamente el comportamiento *que se actualiza*: un control es «algo» que de manera sistemática modifica *los posibles comportamientos*. Pensemos en un ejemplo clásico de control: un termostato. Este mide la temperatura de un cierto ambiente, y dependiendo de lo que encuentre y del valor predeterminado (o *setpoint*), ejecuta cierto comportamiento para mover la temperatura de ese ambiente al *setpoint*. Así, el termostato no está programado para responder *solamente a la particular temperatura actualizada*, sino *para responder a cualquier posible temperatura que se pueda actualizar* (dentro de ciertas constricciones exógenas, obviamente).

En resumen: un control es un «algo» que mide el estado de un sistema, o una propiedad de ese estado, y que modifica esa propiedad de forma que permanezca dentro de un rango de valores o que tenga un valor específico. Esto requiere, por supuesto, de un espacio de posibilidades.

Aunque es evidente que el control es pieza clave de la ingeniería, Bechtel (2018); Winning & Bechtel (2018) han señalado la importancia del control para comprender el funcionamiento de los mecanismos biológicos. Primero, notan que los mecanismos biológicos realizan trabajo, y lo hacen al restringir el flujo de la energía libre. Así, los componentes de los mecanismos biológicos realizan sus funciones mediante constricciones (*cf.* §4.5.5, arriba); pero esta actividad debe poder controlarse, para que cumpla las funciones. A su vez, Bechtel (2018, pp. 575–6) nota que:

> Para controlar una máquina, algunas constricciones deben ser flexibles, capaces de ser

> operadas por algo externo. [...] El control, entonces, requiere un segundo mecanismo para operar sobre una restricción flexible en el mecanismo primario que está dirigiendo el flujo de energía libre. El mecanismo de control en sí mismo requiere restricciones que dirijan la energía libre para realizar su trabajo [...] [T28]

En el caso de los organismos, vemos que Bechtel (2018, p. 576) encuentra una caracterización del control que es similar a la que cité de Keviczky *et al.* (2019).

Podemos dar una definición rigurosa del control basándonos en el concepto de sistema dinámico (§4.5.7). Tenemos un espacio de estados y un conjunto de transformaciones que representan la dinámica, descrita por una ecuación diferencial ordinaria. Basado en las notas del afamado matemático Evans (n.d.), consideramos al estado del sistema, $\boldsymbol{x}(t)$, cuya evolución comienza en el estado $\boldsymbol{x}(0) = x^0$, y es guiada por una ecuación diferencial $\boldsymbol{x}'(t) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t))$ donde $\boldsymbol{f}$ transforma estados en el espacio de posibilidades.

En este contexto, podemos definir a un *control* como una función $\boldsymbol{\alpha} : [0, \infty) \to A$, con $A \subset \mathbb{R}^m$ un conjunto de vectores de parámetros, que afectan la dinámica del sistema:

$$\boldsymbol{x}'(t) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{\alpha}(t)) \qquad (t > 0), \tag{4.31}$$

$$\boldsymbol{x}(0) = x^0 \tag{4.32}$$

Vemos con toda claridad, así, que el concepto de *control* requiere de un espacio de posibilidades.

4.5.9. *Atractor*

Abajo (§4.6.2) hablaré sobre la importancia de la clasificación entre sistemas caóticos e integrables, y en el siguiente capítulo desarrollaré el *argumento a partir del caos* para la objetividad de la modalidad (§5.2).

Ahora bien, el caos se asocia típicamente con una serie de otros conceptos, aunque no sea de forma definitoria. Por ejemplo, los *atractores extraños* generalmente se consideran característicos de los sistemas caóticos. Empecemos definiendo la noción de atractor. Este es un subconjunto A del espacio fase tal que (Strogatz, 1994, p. 324):

1. Todo estado $\boldsymbol{x}(0) \in A$ se queda adentro de A en por el flujo en todo momento: $f(\boldsymbol{x}(t)) \in A, \forall t$;
2. Hay un conjunto abierto, B_A, la base de atracción de A, tal que: $\boldsymbol{x}(0) \in B_A$, entonces cuando $t \to \infty$, la distancia de $\boldsymbol{x}(t)$ a A tiende a cero;
3. No hay un subconjunto propio de A que satisfaga estas últimas dos condiciones.

Entonces, un atractor es una región del espacio de posibilidades que «atrae» las trayectorias en el sentido en que (1) toda trayectoria que entra en esa región, se quedará dentro de ella para siempre; (2) toda trayectoria que inicie en la base (o «cuenca») de atracción del atractor (su «dominio de influencia», por decirle de alguna forma), se acercará más y más a este, a medida que pase el tiempo; finalmente, (3) el atractor no tiene subconjuntos propios que cumplan con las definiciones anteriores: es «mínimo» en este sentido.

Un atractor *extraño* es uno en el que los puntos exhiben *sensibilidad a las condiciones iniciales*, cuya definición técnica (en términos de exponente de Lyapunov positivo o de mezcla) daré en la sección sobre caos (§4.6.2).

El atractor extraño de Lorenz (fig. 4.9) es posiblemente una de las imágenes más famosas de la teoría del caos, y traza las soluciones numéricas a sus ecuaciones no lineales (para valores de parámetros $10, 28, 8/3$).

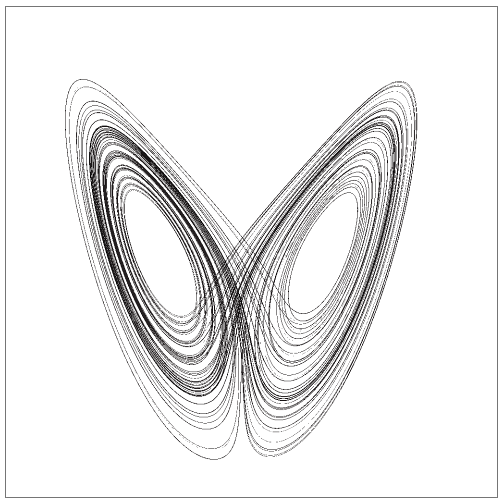

Figura 4.9: *El atractor de Lorenz.*

Dadas las definiciones que hemos usado, es inmediato que los atractores extraños pertenecerán sólo a sistemas caóticos. Sin embargo, Grebogi *et al.* (1984) definieron a un atractor como *extraño*, en lugar de ello, si no es un conjunto finito de puntos y no es diferenciable por partes. Hay, por lo tanto, atractores extraños *no*-caóticos. Y también hay atractores caóticos *no extraños* (Starrett, 2012). Luego, según las definiciones más generales, los atractores extraños se asocian típicamente, pero no necesariamente, con el caos.

La noción de atractor es físicamente muy importante. Diferentes tipos de atractores se usan para clasificar diferentes tipos de sistemas físicos (Strogatz, 1994). Desde un punto de vista cualitativo, nos ayudan a entender las tendencias a largo plazo del sistema, pues muchas diferentes posibles condiciones iniciales van a terminar (al menos en el largo plazo) con un comportamiento muy similar (al terminar en la misma región del espacio de estados, o infinitamente cercana a ella).[39]

4.5.10. *Computabilidad* y *complejidad computacional*

Ya arriba (§4.4.4) hemos hablado de cómo la ciencia teórica de la computación involucra espacios de posibilidades al suponer estados posibles de un sistema, entre los cuales la computadora transita al computar o el algoritmo transita al buscar una solución. Mencioné que, *qua* ciencia formal, las ciencias de la computación describen objetos matemáticos; estos, bajo diferentes ontologías realistas, son tan actualizados como mi cabeza o mi escritorio. Sin embargo, estas estructuras formales representan los estados posibles de muchos objetos concretos —e incluso son *ejemplificadas* por ellos (Berenstain, 2017).

En el caso de las propiedades de computabilidad, hay que recordar que estas son relativas a modelos de la computación. Por ejemplo, podemos decir que una computadora concreta (mi laptop, digamos) ejemplifica, *aproximadamente*, la estructura formal de una máquina de Turing. La aproximación se debe a que dejamos de lado el que mi laptop tenga un número finito de estados posibles (dado por su capacidad de almacenamiento). Sin embargo, como siempre que utilicemos una computadora, la utilizaremos para hacer un procedimiento *computable* (en el sentido en el que nos enfocamos aquí: el de Turing), esto significa que siempre consideraremos procedimientos que lleven una cantidad finita de tiempo; por lo que la aproximación resulta en una idealización que no es tan severa.[40]

Entonces, para saber si un objeto concreto (una laptop u otra cosa) puede o no computar un cierto problema, primero debemos conocer —entre otras cosas— la estructura de su espacio de posibilidades. Pues el objeto puede computar un cierto problema si, dado el problema como entrada, el objeto *puede* devolver su conjunto solución como salida: es decir, si el objeto es tal que puede dotarse de un programa que, con el problema como entrada, haría que el objeto siguiera una secuencia de estados que terminara en la devolución del conjunto solución.[41] Estos estados no necesitan ser estados reales, actualizados: yo *sé* que la última MacBook o el último Samsung Galaxy *pueden* computar el problema de resolver la ecuación $2+x=10$ aún cuando *nunca* los saque de su caja, ni los encienda ni corra ningún programa. Es decir: conozco algunas propiedades computacionales de estos aparatos porque tengo suficiente información acerca de los estados en los que *pueden* estar.

Esta idea se generaliza, por supuesto: que un sistema concreto tenga tal o cual poder computacional tiene que ver, por supuesto, con sus características físicas, pero estas son relevantes por el espacio de posibilidades que implican: si ese espacio tiene la estructura apropiada, el objeto será capaz de computar tales y cuales funciones.

Algo parecido sucede con las propiedades de complejidad de los algoritmos, que son importantes para medir la cantidad de recursos necesarios para ejecutarlos.

Dos propiedades básicas son la complejidad temporal y la espacial. Decimos que un algoritmo M (representado por una máquina de Turing con el que, de acuerdo con la tesis de Church-Turing, es equivalente) tiene una complejidad temporal dada por la función $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ sii el número de pasos que utiliza M para resolver una entrada de longitud n está dado por $f(n)$ (*cf.* Sipser, 1997, p. 226). De manera análoga, un algoritmo M tiene una complejidad espacial dada por la función $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ sii el máximo número de celdas de memoria que utiliza M para resolver una entrada de longitud n está dado por $f(n)$ (*cf.* Sipser, 1997, p. 277).

Con estos conceptos definimos *clases de complejidad*, que son conjuntos de problemas que tienen la misma complejidad espacial o temporal. Por ejemplo, la clase $\boldsymbol{P}$ es la clase de todos los problemas que se resuelven en *tiempo polinomial*, es decir, en una función que es un polinomio en la longitud de la entrada.[42]

De muchos problemas se ha demostrado que están en $\boldsymbol{P}$ (por ejemplo, todo problema de programación lineal, de los que hablamos en §32, es un problema en $\boldsymbol{P}$). Esto es importante cuando queremos estimar el *costo concreto* de —es decir, los recursos necesarios para— resolver un problema concreto. ¿Cuántos contenedores de cierta medida puedo meter para llenar tanto como sea posible un barco comercial, de medidas dadas? Este es un problema concreto, que se resuelve mediante las técnicas de optimización que ya revisamos. Gracias a la teoría de la complejidad, sé que para computar una solución a este requiero pocos recursos computacionales: la longitud del algoritmo que lo soluciona es «pequeña» relativo a la longitud del problema. Esto me sería de mucha utilidad si, por ejemplo, estoy decidiendo entre resolver este problema computacionalmente o simplemente pruebo a usar «fuerza bruta», metiendo diferentes compartimentos que estime «a ojo».

Las propiedades de complejidad de los problemas son propiedades modales: se definen en términos de los estados por los que una computadora tiene que pasar para resolverlos (si la computadora requiere visitar un número de estados dado por un polinomio, entonces el problema está en $\boldsymbol{P}$, etc.) Y, como con las propiedades computacionales, estos estados no necesitan estar actualizados, pueden ser meramente *posibles*.

4.5.11. *Probabilidad*

Aunque existen diversas interpretaciones del concepto, es casi universalmente aceptado que la estructura matemática de la probabilidad está dada por los axiomas de Kolmorogov (Spiegel, 1991, cap. 1). Básicamente, es una medida normalizada a 1, donde el espacio de eventos entero recibe esta medida máxima, y que obedece aditividad finita.

Resulta que muchas interpretaciones, usadas en diversas ciencias, del concepto de probabilidad lo convierten en un concepto modal: un concepto de *grados de posibilidad*.

No todas, por supuesto: si la probabilidad de un evento solamente consiste en su *frecuencia* dentro de una clase de referencia actualizada (no hipotética), ese concepto ciertamente *no* es modal. Aunque este concepto es quizá uno de los más usados en las ciencias empíricas, es muy deficiente como análisis del concepto mismo de probabilidad (Hájek, 1996).

Pero otros conceptos probabilísticos sí son modales. Por ejemplo, la probabilidad subjetiva —típicamente asociada con el enfoque bayesiano— se suele entender como una modalidad epistémica. Así, la probabilidad de una hipótesis dada la evidencia, sería el grado de posibilidad epistémica de la hipótesis dada la evidencia. Sin embargo, estas probabilidades podrían no ser puramente epistémicas, si los «*priors*» se basan en probabilidades objetivas. Se basen o no en ellas, el espacio de eventos de una teoría probabilística de este tipo puede representar un espacio de posibilidades objetivas, mientras que las hipótesis y funciones de probabilidad representan estados epistémicos respecto de esas posibilidades.

Las probabilidades objetivas regularmente se entienden como *azar* o *aleatoriedad*, de un tipo que es incompatible con una dinámica determinista (aunque abajo, §4.8, veremos que esto no necesariamente es el caso). Puesto rápidamente, decimos que una dinámica es determinista sii para todo posible estado instantáneo s, la dinámica determina una única historia (pasada y futura) para ese estado. La idea es que la existencia de la probabilidad objetiva, entendida como azar, es incompatible con el determinismo.

La incompatibilidad surge porque se entiende al azar como una dinámica que, para un posible estado s, determina más de un posible estado como parte de su historia posible o futura, y le asigna una probabilidad (en el caso de la mecánica cuántica, una amplitud de probabilidad). Esta representa la probabilidad objetiva de ese estado (futuro o pasado), su «oportunidad» o «*chance*» de haber ocurrido o de ocurrir. En estos casos, el espacio de eventos de la teoría probabilística representa un espacio de posibilidades objetivas, y las probabilidades representan probabilidades de transición de un estado posible a otro.

Varias teorías científicas incluyen postulados de probabilidad objetiva. Por ejemplo, diversas teorías cuánticas, como la mecánica cuántica estándar (*cf.* §20, arriba), o la teoría GRWf, en la que los colapsos de la función de onda son eventos aleatorios, y brindan la ontología primitiva de la teoría. También la mecánica estadística involucra probabilidad objetiva, al menos en algunas de sus interpretaciones (*cf.* §19, arriba), así como la biología evolutiva, de acuerdo con la cual la *deriva genética* es un proceso objetivamente aleatorio, resultado de la aleatoriedad en la reproducción de los individuos (*cf.* Barton *et al.*, 2007, cap. 15).

Para aceptar que una teoría postula azar objetivo no es necesario que lo postule como un hecho primitivo, básico. Por ejemplo, la aleatoriedad del proceso evolutivo se debe a varios procesos, que en sí mismos pueden ser o bien deterministas o bien aleatorios: los errores de copiado tienen una distribución aleatoria y por ello conllevan la aleatoriedad de las mutaciones; pero hay procesos que pueden seguir una dinámica determinista en su escala (como la colisión de algún asteroide con el planeta), pero que en la escala de ciertas especies puede verse como variaciones ambientales que también tienen una distribución aleatoria (Barton *et al.*, 2007, p. 413).

En cada uno de estos casos, donde las teorías postulan la existencia de probabilidad objetiva, se requiere de un espacio de posibilidades, que servirá para definir el *espacio de los posibles eventos* sobre el que se definen las funciones de probabilidad.

4.6. Argumento 3: Los espacios de posibilidades se necesitan para hacer clasificaciones científicamente importantes

En esta sección argumentaré que la ideología modal —con la que describimos hechos sobre el espacio de posibilidades— se requiere para hacer definiciones que no son arbitrarias, sino que reflejan una «juntura» en la realidad: una clasificación, una división conceptual que se corresponde con una división *natural, objetiva*. Por ejemplo, el concepto «cosas en mi escritorio cuando como pizza y escribo mi tesis» hace una clasificación poco objetiva —incluye cosas muy disímiles entre sí, como un microchip y una rebanada de pizza. En cambio, el concepto «átomos de hidrógeno» clasifica objetivamente las cosas: los objetos que caen bajo el concepto son muy similares entre sí, obedecen muchas leyes y regularidades en común, etc.

Muchos filósofos creen que un sistema ideológico que sirve para representar junturas en la realidad no puede ser *completamente* arbitrario: su ideología, entonces, ha de representar «junturas» *naturales*: clasificaciones objetivas. Sider (2011) es uno de ellos (*cf.* §4.3.5, arriba). Por lo tanto, y como la postura «humeana» de Sider se basa en la idea de que la ideología modal es arbitraria, entonces, si lo que argumento en esta subsección está en lo correcto —si la ideología modal se requiere para hacer definiciones que reflejan una «juntura» en la realidad—, Sider está equivocado.

Para este argumento, voy a revisar varios conceptos de la teoría de los sistemas dinámicos (*cf.* §4.5.7, arriba), porque es en ella donde se pueden encontrar muchas clasificaciones importantes en términos de las propiedades del espacio de posibilidades (el espacio fase) y de las trayectorias en él (historias posibles del sistema modelado). Sin embargo, no quiero sugerir que sólo en tal teoría (que es aplicada en muchas ciencias, de la física a la biología) es que se hacen tales clasificaciones. Por ello, al final daré un caso de la teoría de la computabilidad, y otro de la teoría de juegos.

4.6.1. Disipativo / Conservativo, y el teorema de Liouville

Una clasificación importante de los sistemas dinámicos es entre aquellos que son *conservativos* y aquellos que son *disipativos*.

Hablando de manera general, se dice que un sistema es *conservativo para una magnitud X* cuando, para todas las trayectorias compatibles con la dinámica del sistema, $\frac{dX}{dt} = 0$: es decir, cuando la cantidad de X se conserva en toda la trayectoria. X puede ser distintas magnitudes, como la energía o el momento angular. Usualmente, se dice que el sistema es *disipativo* cuando no conserva su energía total; pero puede haber sistemas disipativos en otro sentido (como el que veremos abajo). Regularmente, un sistema disipativo será tal que habrá ciertas regiones del espacio de posibilidades, u órbitas, a las que el sistema tienda (*cf.* §4.5.9, arriba).

Una clasificación relacionada con la diferencia *conservativo/disipativo* de la que acabo de hablar en lo general, es la conservación *del volumen en el espacio fase*. Voy a explicar de qué se trata esto y cuál es su importancia.

La conservación del volumen en el espacio fase es el contenido de un teorema característico de la mecánica hamiltoniana: el *teorema de Liouville* (ilustrado en la figura 4.10). Explicaré ahora los componentes esenciales del teorema.

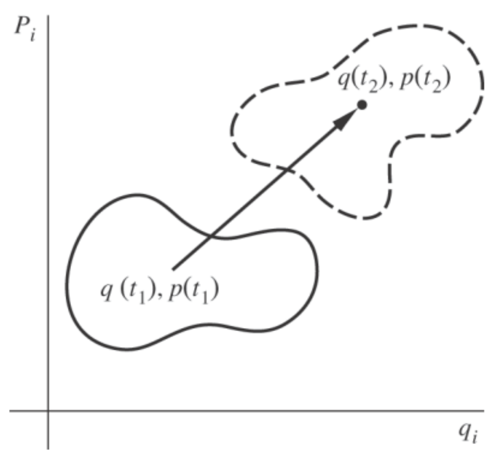

Figura 4.10: *Movimiento de un volumen en un espacio fase bidimensional (tomado de* Goldstein et al.*, 2011, p. 420).*

Primero: las ecuaciones de Hamilton son una formulación de la mecánica newtoniana que tiene varias ventajas sobre la teoría original de Newton (pues es más generalizable). Se definen en un espacio de posibilidades llamado *espacio fase*, que generaliza las nociones de posición y momento (como vimos arriba: §4.4.5). En este espacio, definimos una función *hamiltoniana*, $\mathscr{H}$, que va de un estado a los reales, y que en muchos casos podemos entender como la energía total del sistema en ese estado (es decir, la suma de la energía potencial y la cinética).[43] Entonces, siendo $\boldsymbol{q}, \boldsymbol{p}$ variables en el espacio fase $6N$-dimensional y usando puntos para denotar derivadas temporales y subíndices para las coordenadas de cada partícula, estas son las ecuaciones de Hamilton:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_i = \frac{\partial \mathscr{H}}{\partial \boldsymbol{p}_i}; \quad \dot{\boldsymbol{p}}_i = -\frac{\partial \mathscr{H}}{\partial \boldsymbol{q}_i} \quad (i = 1, \ldots, N) \tag{4.33}$$

¿Por qué considerar una región del espacio fase? Bueno, ya sabemos que un punto en ese espacio representa un estado posible del sistema. Un punto cercano a ese estado representará, entonces, un estado del sistema *parecido* al primero, o *indiscernible* de este hasta cierto grado. Así, una región del espacio fase representará estados del sistema en los que este tendría propiedades «más o menos» iguales (donde la versión exacta de este «más o menos» estaría dada por la distancia entre los puntos de la región). Una segunda forma de concebir una región del espacio fase es como una medida de nuestra *incertidumbre* o *desconocimiento*: un punto es un estado completamente definido (con todos los decimales de cada una de las magnitudes que dan los grados de libertad), pero pocas veces (o ninguna) tenemos el conocimiento completo del estado de un sistema en todos sus detalles. Este margen de ignorancia se puede representar como la amplitud de la región del espacio de fases que estamos considerando: a mayor ignorancia, mayor amplitud, y viceversa.

Entonces, el teorema de Liouville nos dice que el volumen se conserva en este sentido: para toda región del espacio fase, ni la cantidad de puntos en la región ni su densidad en ella cambian, a medida que la región evolucione bajo las ecuaciones de Hamilton (*i.e.*, evolucione como los puntos que la componen). La demostración es muy sencilla (*cf.* Taylor 2005, §13.7).

El objetivo es demostrar que el área ocupada por un conjunto de puntos (estados) no cambia en el tiempo. Como la cantidad de estos puntos permanece igual, la única manera en que esa área cambie es que los puntos se compriman o expandan dentro de ella. Así, para demostrar la preservación del volumen, basta demostrar la *incompresibilidad* de los puntos en toda región. A su vez, para demostrar esto, se requiere demostrar que los puntos no pasan a ocupar un volumen menor: que no empiezan separados y llegan a comprimirse varios en un solo punto, y también que no pasan a ocupar un volumen mayor: que no empiezan juntos en un mismo punto y pasan a separarse en varios puntos. Para esto, requerimos seguir las trayectorias de los puntos, para que no se fusionen ni se fisionen. Es decir: pensamos en un campo vectorial $\boldsymbol{v}$ de «velocidades» en el espacio fase: cada uno de los vectores tangentes a los puntos sería una posible «velocidad» de ese punto en una dirección (uso comillas porque hablamos de estados posibles, no de partículas). Así, una posible trayectoria de un punto viene dada por una curva integral en ese campo (que se obtiene al «pegar» vectores tangentes).

En este esquema, la incompresibilidad de los volúmenes se entiende con las herramientas del cálculo: para cada región del espacio fase, entran el mismo número de trayectorias que las que salen (así no se comprimen ni expanden). A partir del teorema de la divergencia, sabemos que, para todo volumen V dentro de una superficie cerrada, donde $\boldsymbol{v}$ es un campo vectorial,

$$\frac{dV}{dt} = \int_V \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} \, dV \tag{4.34}$$

Es decir, el cambio en el volumen V es la integral de volumen (sobre V) de la divergencia del campo $\boldsymbol{v}$. Ahora desarrollamos este último término mediante la definición de la divergencia, donde tomamos al campo vectorial como el campo de «velocidades» sobre el espacio fase:

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} = \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} + \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i}, \tag{4.35}$$

para cada $i = 1, \ldots, N$. Como las ecuaciones de Hamilton (4.33) nos dicen cuáles son esas velocidades, la ecuación 4.35 quedaría así:

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} = \frac{\partial}{\partial q_i} \frac{\partial \mathscr{H}}{\partial \boldsymbol{p}_i} + \frac{\partial}{\partial p_i} \left(- \frac{\partial \mathscr{H}}{\partial \boldsymbol{q}_i} \right), \tag{4.36}$$

Dado que el orden de la diferenciación parcial no importa, se sigue que estamos restando cantidades iguales y por tanto, $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}$ en 4.36 es 0. Por la igualdad 4.34, tenemos que el volumen V no cambia con el tiempo: el flujo en el espacio fase es *incompresible*.

El teorema de Liouville vale para todo sistema para el que valgan las ecuaciones de Hamilton; incluso para sistemas en los que el hamiltoniano varía con el tiempo (*i.e.*, $\partial \mathscr{H} / \partial t \neq 0$) y por lo tanto, no conservan la energía. ¿Qué importancia tiene, entonces, el teorema de Liouville?

Algunos autores llaman a este teorema «la conservación de la información». Como vimos antes, la amplitud de una región en el espacio fase puede tomarse como una medida de ignorancia; como esta amplitud se conserva, esto significa que la ignorancia sobre el estado con la que iniciamos, nunca será ni mayor ni menor. Notemos que el teorema de Liouville solamente habla de la conservación del volumen (y de su topología), no de la *forma*, es decir, de las distancias y ángulos entre sus puntos. Esto significa que puntos que habían comenzado muy cercanos entre sí (estados muy parecidos), podrían evolucionar a puntos muy distintos entre sí, y viceversa (figura 4.11). Por ello, no me es obvio que el teorema de Liouville sea interpretado correctamente como la preservación de la información. En sistemas caóticos, uno pensaría que se pierde información, aún cuando se preserva el volumen.

Por otro lado, Leonard Susskind dice que por este teorema se da «la conservación de las diferencias»,[44] porque los puntos nunca llegan a fusionarse ni a fisionarse. Esto, a su vez, quiere decir que todo estado tiene una única historia pasada y futura posible: es una expresión del determinismo de la mecánica clásica. Por otro lado, gracias al teorema de Noether sabemos que la existencia de una cantidad conservada conlleva una simetría. En este caso, es la invarianza bajo traslación en el tiempo (las leyes siguen valiendo para tiempos distintos).

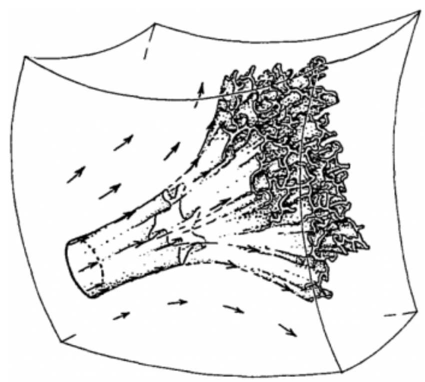

Figura 4.11: *Aunque el teorema de Liouville dice que los volúmenes en el espacio fase se conservan, junto con su topología, es compatible con la deformación de estos volúmenes; esto es un caso de caos (tomado de Penrose 2004, p. 484)*

Este teorema también es de importancia en la mecánica estadística, donde la medida de volumen se normaliza a 1 para obtener una probabilidad. Se dice que esta probabilidad es la probabilidad *a priori* de esta región: formaliza la idea de que, si no se dan condiciones especiales, es más probable que el estado esté en una región más grande del espacio de posibilidades que en una pequeña (*cf.* Reif, 1965, §2.3 y cap. 3).

Por lo tanto, la clasificación entre sistemas disipativos y conservativos requiere de las características del espacio de posibilidades, y esta clasificación es físicamente importante.

4.6.2. Caótico / Integrable

Otra clasificación científicamente importante es entre los sistemas físicos caóticos e integrables. En el siguiente capítulo (§5.2) argumentaré que la existencia del caos requiere la objetividad de la estructura modal; como el caos es un fenómeno tanto clásico como cuántico, se sigue que la física clásica y la cuántica están comprometidas con la objetividad de la modalidad. Por ahora, solamente mostraré cómo es que se ha propuesto definir el caos clásico y cuántico, de forma que sea claro que se requiere un espacio de posibilidades.

Hay que notar que existe cierto desacuerdo sobre cómo caracterizar exactamente al caos, pero también un amplio acuerdo sobre la idea de que tiene algo que ver con la dependencia sensible de las condiciones iniciales (SDIC) — más o menos, la idea de que condiciones iniciales ligeramente diferentes implicarán, a medida que pase el tiempo, trayectorias completamente diferentes.

Strogatz (1994, p. 323) sugiere las siguientes tres condiciones como, al menos, necesarias:

DETERMINISMO Las trayectorias diferentes nunca se cruzan (de modo que el caos no es estocasticidad);

COMPORTAMIENTO A LARGO PLAZO APERIÓDICO Hay un subconjunto de medida no cero de trayectorias que «no se establecen en puntos fijos, órbitas periódicas u órbitas cuasiperiódicas cuando $t \to \infty$», y

LYAPUNOV Utilizado como una definición precisa de SDIC, que el sistema tiene un exponente positivo de Liapunov. Consideremos dos puntos al momento t en el espacio fase, inicialmente separados por un vector de distancia $\delta(0)$ de una longitud arbitrariamente pequeña $|\delta(0)|$. Si, a medida que pasa el tiempo, uno encuentra que $\delta(t)$ crece a una tasa dada por:

$$|\delta(t)| \approx |\delta(0)| e^{\lambda t}, \tag{4.37}$$

entonces, se dice que λ es el *exponente de Lyapunov* y da un sentido preciso en el que las trayectorias cercanas se separan exponencialmente rápido (al menos en promedio durante un período de tiempo infinito).[45]

Se han propuesto otras definiciones del caos. Una es en términos de la jerarquía ergódica; específicamente, en términos de la entropía Kolmogorov-Sinai (*e.g.* Belot & Earman, 1997).

Ahora introduzcamos algunas nociones de la teoría de la entropía. Sea una *partición* Q una subdivisión del espacio fase X en un número contable de subconjuntos medibles disjuntos a pares, Q_j. Su *entropía* $H(Q)$ se define por:

$$H(Q) = -\sum_{Q_j \in Q} \mu(Q_j) \log \mu(Q_j) \tag{4.38}$$

Para definir la entropía medida-teórica de un sistema, sea el T-*pullback* de una partición Q como sigue: $T^{-1}Q = \{T^{-1}Q_j : Q_j \in Q\}$, y el *refinamiento* $Q \vee P$ de dos particiones: $\{Q_j \cap P_k : \mu(Q_j \cap P_k) > 0\}$ (donde las js y ks son las Q, P-células correspondientes). Entonces, un refinamiento de un pullback iterado es:

$$\bigvee_{n=0}^{N} T^{-n} Q = \{Q_{r_0} \cap T^{-1} Q_{r_1} \cap \ldots \cap T^{-N} Q_{r_N} : Q_{r_i} \in Q, i = 0, \ldots, N\}$$

La entropía medida-teórica del mapeo T relativa a la partición Q se define al tomar un límite sobre los refinamientos de un pullback iterado:

$$h_\mu(T, Q) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} H\left(\bigvee_{i=0}^{m} T^{-i} Q\right) \tag{4.39}$$

Finalmente, la *entropía Kolmogorov-Sinai* (KSE) de un mapeo dinámico se define como el supremo, sobre todas las particiones medibles finitas Q, de la entropía medida-teórica del sistema:

$$h_{KS}(T) = \sup_{Q} h_\mu(T, Q) \tag{4.40}$$

Entonces, la caracterización propuesta sería:

CAOS-KSE Un sistema es caótico si tiene KSE positiva.

Cuando un sistema tiene KSE positiva, su historia pasada es insuficiente para predecir con certeza en qué celda de la partición se ubicará el estado del sistema (Frigg, 2004). El teorema de Pesin (Pesin, 1997) dice que la KSE se estima por la suma de todos los exponentes positivos de Lyapunov y, por lo tanto, relaciona a las definiciones en términos de la KSE y los exponentes Lyapunov. El teorema de Brudno, a su vez, relaciona la KSE con la teoría de la complejidad computacional, por lo que otra definición de caos sería en términos de complejidad de Kolmogorov, que no revisamos aquí (ver Belot & Earman, 1997).

Hay ideas rivales. Werndl (2009), por ejemplo, rechaza a los exponentes de Lyapunov en favor de la idea de *mezcla*. Un sistema que preserva la medida tiene la propiedad de *mezcla* sii, para todo $A, B \in \Sigma$:

$$\lim_{n\to\infty} \mu(T^n(B)\cap A) = \mu(B)\mu(A) \tag{4.41}$$

donde T^n es la n-ésima interación de T (esta definición se puede extender a sistemas continuos). Cuando el sistema tiene mezcla, todo conjunto de estados tiende a «extenderse» de manera uniforme y completa (eventualmente visitando cada región) sobre el espacio fase; se extenderá tanto que exhibirá SDIC. Entonces, una caracterización del caos sería:

CAOS-MEZCLA Un sistema es caótico si tiene la propiedad de mezcla.

No discutiré aquí cuál de todas las definiciones propuestas es correcta — o si *alguna* lo es (*cf.* Smith, 1998, cap. 10). Para mis propósitos, es suficiente tener con la idea de que el comportamiento caótico es una propiedad *de la dinámica*, expresada en la estructura de —en las relaciones entre— las posibles trayectorias que esta induce. Por lo tanto, es una propiedad que requiere de un espacio de posibilidades para definirse.

Otra característica con la que se suele relacionar al caos es con la presencia de atractores extraños, de los que he hablado arriba (§4.5.9).

Muchos físicos piensan que también hay caos en el régimen cuántico. Sobre esto hablaré en el próximo capítulo (§5.2.2), donde también hablaré más sobre las teorías cuánticas.

4.6.3. La jerarquía ergódica

En la teoría de los sistemas dinámicos encontramos la *jerarquía ergódica*. Por ejemplo, acabamos de revisar uno de los niveles de esta jerarquía (ec. 4.41), al mencionar al concepto de *mezcla*, que aquí corresponde a *mezcla fuerte*.

¿Cómo se relaciona esta jerarquía con los espacios de posibilidad? Esta se define en términos de diferentes propiedades tanto del espacio de posibilidades de un sistema dinámico, como de las propiedades de las trayectorias de este sistema en tal espacio (es decir, de sus posibles historias). Primero definamos a la jerarquía y después hablaré de su importancia.

La jerarquía consiste en cinco clasificaciones. Resulta que cada una está estrictamente contenida en la siguiente: todo sistema con *mezcla débil* es *ergódico*, etc.:

$$\text{Bernoulli} \subset \text{Kolmogorov} \subset \text{Mezcla fuerte} \subset \text{Mezcla débil} \subset \text{Ergódico}$$

Usamos inclusión estricta porque, aunque todos los sistemas de Bernoulli son sistemas de Kolmogorov (por ejemplo), se sabe que las inclusiones conversas no valen (*e.g.*, hay sistemas de Kolmogorov que no son de Bernoulli).

Lo que esta jerarquía clasifica son *niveles de estocasticidad*, donde el nivel «menos» estocástico es el nivel ergódico (Frigg *et al.*, 2020). Esta clasificación es científica importante porque muchos sistemas en la Naturaleza concreta caen dentro de alguna de estas clasificaciones: los sistemas estudiados en la mecánica estadística o la física del caos, por ejemplo. En el aspecto filosófico, (Filomeno, 2019) ha aplicado recientemente los conceptos de la jerarquía para defender una metafísica humeanista de las leyes.

Tomaría mucho espacio desarrollar la definición de cada uno de los niveles de la jerarquía (ver Frigg *et al.*, 2020). Pero podemos notar que esta clasificación requiere el espacio de posibilidades del sistema dinámico en cuestión; simplemente *no* puede definirse utilizando la única trayectoria actualizada.

4.6.4. Computable / incomputable, Reducibilidad

Algunos problemas son *computables* y otros no (Sipser, 1997). Como ya mencioné antes (§4.5.10), saber si un problema es o no computable es importante en los ámbitos científicos, de la ingeniería, de los negocios, y de la vida práctica. También argumenté que las propiedades de computabilidad de los sistemas concretos son propiedades modales (pues requieren que estos sistemas pasen por una cierta historia de estados, aún cuando sean meramente posibles), así como lo son las propiedades de complejidad computacional de los problemas sobre sistemas concretos.

Por otro lado, parecería que la clasificación misma entre lo computable y lo no computable *no* es modal, pues habla de objetos actualizados: los algoritmos o, por la tesis de Church-Turing, las máquinas de Turing, que son objetos abstractos actualizados. Veamos: un problema es *decidible* o *computable* si existe un algoritmo que decida, para cada posible entrada y en un tiempo finito y mediante un número finito de pasos, si esa entrada pertenece o no al conjunto problema. (Es decir, un problema es decidible si existe una regla para determinar cada uno de sus elementos.) Como todas las posibles entradas, así como los algoritmos y las máquinas de Turing, son objetos abstractos actualizados, no parece haber ninguna modalidad aquí.

Desde el inicio del capítulo (§4.4.3) noté que es más difícil argumentar de los objetos abstractos que tienen propiedades modales; al menos desde el punto de vista del realismo matemático tradicional, bajo el que las estructuras u objetos matemáticos son entidades actualizadas. Creo que esto no es insuperable. De cualquier forma, incluso suponiendo el realismo matemático tradicional, se puede argumentar que ciertas clasificaciones computacionales *son* modales para al menos algunos objetos abstractos.

Por supuesto, si todos los problemas fueran computables, la clasificación sería trivial. Pero, aún restringiéndonos a los problemas no computables, no son todos iguales. Esto es lo que estudia la *teoría de la computabilidad relativa*. Decimos que un problema A es *reducible* a un problema B si (básicamente): si tuviéramos un algoritmo para computar B, tendríamos un algoritmo para computar A (Sipser, 1997). Cuando A y B son problemas incomputables, estos dos condicionales son condicionales contrafácticos —de hecho, *contraimposibles*. Alguien podría intentar defender que el uso de conceptos modales para describir la teoría de la reducibilidad es un uso idiomático, una mera glosa, u otro uso no literal —pero Jenny (2018, §4) ya ha refutado esta idea.

4.6.5. Estrategias dominantes / estrategias dominadas

Esta clasificación de la teoría de juegos es importante porque sirve para separar aquellas estrategias que son «las mejores» en un sentido específico.

Arriba (§4.4.6) definimos el concepto de un juego en forma normal. Tenemos un conjunto de acciones posibles para cada jugador (en un momento del juego, si es que consideramos juegos en forma extensiva). Una *estrategia pura* es la selección de una sola acción —o, si hablamos de juegos secuenciales, de una sola acción para cada estado posible del juego. Estos estados, por supuesto, pueden estar determinados por las acciones de los demás jugadores. Una *estrategia mixta* es una función de probabilidad sobre el conjunto de las estrategias puras. Así, vemos que el concepto de *estrategia* es modal de por sí; así se le interpreta. Por ejemplo, uno libro de texto clásico de economía dice (Mas-Collel & Green, 1995, p. 228, mi énfasis):

> Un concepto central de la teoría de juegos es la noción de estrategia de un jugador. Una estrategia es un plan contingente completo, o una regla de decisión, que especifica cómo actuará el jugador *en todas las posibles circunstancias distinguibles en las que podría ser llamado a moverse.* [T29]

Y, de acuerdo con García de la Sienra (2019, p. 117, mi énfasis), «a pure strategy can be seen as a set of instructions indicating which option to choose before any initial *feasible* history that shows up». El concepto es modal y se define sobre el espacio de posibilidades dado por las acciones de los agentes. Sea $\mathscr{S}$ este espacio.

Ahora tomamos a $u_i : \mathscr{S} \to \mathbb{R}^+$ como la medida de utilidad del jugador i, que le asigna una «paga» o beneficio a cada uno de los estados posibles del juego. Y consideramos el conjunto de las estrategias de los jugadores que no son i: S_{-i}. Consideremos dos estrategias de i, s_i, t_i. Entonces, decimos que s_i *domina estrictamente* a la estrategia t_i sii:

$$\forall s \in S_{-i} : u_i(s_i, s) > u_i(t_i, s).$$

(La dominancia es débil si cambiamos «>» por «≥» en esta definición.) Así, una estrategia domina a otra si adoptar la primera *brindaría* mayor utilidad al jugador, sin importar cuáles estrategias *adoptarían* los demás jugadores. A cualquier estrategia a la que otra domine, se le llama estrategia *dominada*.

Podemos definir a una estrategia de i como *estrictamente dominante* sii domina estrictamente a las demás posibles estrategias de i. Vemos que la clasificación de estrategias dominantes y dominadas requiere de un espacio de posibilidades, como siempre, interpretado modalmente: como el espacio de las posibles acciones de todos los jugadores.

El concepto de estrategia dominada es importante, por ejemplo, para el *diseño de mecanismos*, donde se tienen ciertos objetivos y se intenta diseñar incentivos para que los agentes involucrados los satisfagan. Además, es crucial para definir la ley fundamental de la teoría de juegos, y conectarla con la evidencia empírica (García de la Sienra, 2019, p. 115).

4.7. Argumento 4: Los espacios de posibilidades se necesitan para poder formular diversos tipos de explicaciones científicas

Hemos visto que muchos conceptos y clasificaciones científicamente importantes requieren de espacios de posibilidades. En esta sección, explicaré que diversos tipos de explicaciones científicas, exploradas en la literatura recientemente, también requieren de ellos. Expondré siete de estos tipos de explicación —las *distintivamente matemáticas*, las *cinemáticas*, las *dinámicas*, las *estáticas*, las basadas en *optimización*, las *topológicas* y las *estadísticas*.

4.7.1. Distintivamente matemática

Lange (2017, cap. 1) describe explicaciones «distintivamente matemáticas» de fenómenos concretos. En estas, la explicación de por qué ocurre un fenómeno concreto se debe a un hecho puramente matemático, que tiene un grado de necesidad más alto que cualquier ley de la naturaleza, y por ello, no es una explicación causal. En general, este tipo de explicaciones son de la forma: «el hecho sucedió porque era *matemáticamente necesario* que sucediera».

Lange da el siguiente ejemplo. La explicación que responde a la pregunta: «¿Por qué la madre falla cada vez que intenta distribuir exactamente 23 fresas de manera uniforme entre sus 3 hijos sin cortar ninguna?», es esta: «Porque 23 no *se puede* dividir equitativamente entre 3».

Es claro —y Lange lo enfatiza— que hay algún tipo de necesidad involucrada aquí. Por supuesto, esta es una necesidad *matemática*. Este tipo de explicación funciona de la siguiente manera. Primero, tenemos ciertos hechos que funcionan como parámetros que se dejan fijos —en el ejemplo, que la madre tiene 23 fresas y 3 hijos.[46] La explicación puramente matemática del hecho funciona al mostrar que, con esos «hechos paramétricos» fijos, hay una verdad puramente matemática que implica al *explanandum* (Lange, 2017, pp. 30–31):

> Una explicación distintivamente matemática funciona no describiendo la estructura causal real del mundo, sino más bien mostrando cómo el *explanandum* surge del marco que cualquier sistema físico posible (ya sea que figure o no en relaciones causales) debe habitar, donde los sistemas «posibles» se extienden mucho más allá de aquellos que son lógicamente consistentes con todas las leyes naturales reales. [T30]

Quisiera sugerir aquí dos cosas.

La primera es que, si las verdades matemáticas relevantes son aplicables en la situación en cuestión (*i.e.*, con esos «hechos paramétricos» fijos) es porque la propiedades que constituyen esa situación tiene una *estructura matemática*. Con «estructura matemática» solamente me refiero a que tiene sentido hablar de ciertas operaciones o transformaciones matemáticas a la pluralidad de propiedades en cuestión: en nuestro caso, para que podamos hablar de dividir el número de fresas de la madre (f) entre el número de sus hijos (h), ambas propiedades deben tener una estructura aritmética (al menos). Esta es lo que permite inferir la imposibilidad: como sucede que $h = 3$ y que $f = 23$, y como se sigue de la aritmética que 3 no es un divisor de 23, entonces es *matemáticamente imposible* que la madre pueda dividir sus fresas de manera uniforme entre sus hijos. (Diferentes ejemplos van a considerar diferentes estructuras matemáticas. Por ejemplo, Lange también considera el ejemplo del nudo de trébol, que no puede desenredarse no debido a ningún factor físico, sino a un hecho puramente matemático de la teoría de nudos. En ese caso, las propiedades tienen que tener una estructura topológica.)

La segunda es que este tipo de explicación supone un espacio de posibilidades. Este es el espacio determinado por la estructura matemática de las propiedades en cuestión, la cual determina las verdades matemáticas sobre esas propiedades. Consideremos de nuevo el ejemplo de los hijos y las fresas. Como notamos arriba, para que funcione la explicación puramente matemática de por qué *no se pueden* repartir 23 fresas entre tres hijos sin partir ninguna, se requiere que estas propiedades tengan al menos una estructura aritmética, que nos permita aplicar el teorema de acuerdo al cual 3 no es un divisor de 23. Pero es *precisamente* esta estructura la que forma un espacio de posibilidades: las posibilidades *puramente matemáticas* de las propiedades. Estas son las combinaciones de esas propiedades que no contradicen las verdades (los teoremas) acerca de su estructura matemática.

Así, las explicaciones puramente matemáticas de hechos concretos funcionan al dar como *explanans* un hecho puramente matemático acerca de la estructura de las propiedades que constituyen tales hechos concretos; estos hechos dan las *constricciones* que estructuran el espacio de posibilidades de la pluralidad de propiedades en cuestión.

4.7.2. Cinemática

Se suele entender a la cinemática como la rama de una teoría física que concierne a la identificación de cuáles son las magnitudes físicas que caracterizan el sistema estudiado (sus grados de libertad) y los estados posibles que estas magnitudes «por sí mismas» permiten. Es decir: la cinemática de una teoría física es la descripción de los grados de libertad de los sistemas estudiados y el espacio de posibilidades que forman conjuntamente. Se contrasta con la *dinámica*, que es el conjunto de reglas que sigue el sistema en su evolución temporal.

Por ejemplo, Ruetsche (2011, p. 25) propone identificar al contenido cinemático de una teoría mediante el par de su conjunto de estados y su conjunto de observables en el dominio de esos estados. (Aunque yo pensaría que la especificación de las observables es redundante, pues entiendo a un estado como algo compuesto de las magnitudes (observables, grados de libertad) fundamentales para el sistema estudiado.)

Para complementar, la exposición de esta diferencia que hace Spekkens (2015, p. 5) me parece particularmente clara:

> Las propuestas de teorías físicas generalmente tienen dos componentes: el primero es una especificación del espacio de estados físicos que son posibles según la teoría, generalmente llamado *cinemática* de la teoría, mientras que el segundo describe las posibilidades para la evolución de el estado físico, llamado *dinámica*. Esta distinción es ubicua. [T31]

Por ejemplo, en la formulación newtoniana de la física clásica, el cambio en el movimiento de los cuerpos se explica mediante el concepto de *fuerza*, gobernado por las tres leyes de Newton. Estas dan la dinámica: explican el movimiento del cuerpo mediante sus causas, donde las causas son las fuerzas. Así, las leyes dinámicas determinan el espacio de las posibles evoluciones del sistema en el tiempo (como determinadas por las fuerzas).

Cuando ignoramos a las fuerzas y solamente describimos el espacio, el tiempo, y el movimiento en estos, sin explicar la causa del movimiento y por tanto el cambio en las velocidades o en las aceleraciones, tenemos la cinemática. En la mecánica clásica, esta se describe por ecuaciones que o bien dan la definición de las magnitudes involucradas, o bien se siguen de estas. Tomemos como ejemplo a la ecuación del movimiento rectilíneo uniforme que aprendemos en bachillerato:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{v}t + \boldsymbol{x}_0, \tag{4.42}$$

Donde $\boldsymbol{x}$ es el vector de posición, t el tiempo, y $\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{x}/dt$ es la velocidad, esta ecuación se sigue de las definiciones.[47] Algo parecido sucede con otros casos elementales.

Pero no solamente en la mecánica clásica. En la relatividad especial también encontramos una parte de la teoría que da la cinemática. La presentación clásica, que sigue a la del propio Einstein, se basa en dos principios fundamentales: el primero, que la velocidad de la luz es constante para todos los marcos inerciales; el segundo, que todos los marcos inerciales son equivalentes. De estos se puede derivar las transformaciones de Lorentz. Otra presentación de la teoría parte de la estructura del espaciotiempo: el espaciotiempo de Minkowski, que es $\mathbb{R}^4$ con la estructura de intervalos relativistas.[48] Las transformaciones que preservan estos intervalos son las de Poincaré, entre las que encontramos a las transformaciones de Lorentz. De esto se pueden derivar importantes características, como la relatividad de la simultaneidad, la dilación temporal y la contracción de la longitud (Szkeres, 2004, cap. 9). Existen razones filosóficas para preferir esta presentación (Maudlin, 2012, cap. 4).

Así, en la teoría de la relatividad especial, la explicación cinemática de los eventos físicos parte de la descripción del espaciotiempo —y, probablemente, el postulado de la constancia de la luz. Para explicar la dinámica se requieren leyes adicionales «sobre» esta estructura. En general, como nota Spekkens en la cita de arriba, esta diferencia es ubicua en la física —por ejemplo, también está en la mecánica cuántica,[49] y en teorías de la física contemporánea (*cf.* Spekkens, 2015, p. 5).

Ahora bien, es verdad que usualmente se introduce a la cinemática como aquella parte de una teoría física que no explica *mediante causas*, mientras que la segunda parte —la dinámica— sí lo hace. Pero —como nota Saatsi (2018, p. 254)— no es muy claro que *ninguna* explicación cinemática sea causal. Bajo una segunda posible interpretación de esta separación, la característica de la cinemática es que sus explicaciones se basan en *la descripción del espacio* en el que «vive» el sistema: el espacio físico, que sería el espaciotiempo, pero también el espacio de posibilidades. Esto es coherente con la propuesta reciente de Saatsi (2018), de acuerdo con quien muchas explicaciones cinemáticas parten de la «geometría del movimiento»: es decir, *la geometría del espacio de posibilidades*. Esto es transversal a la pregunta de si estas explicaciones son o no causales; si uno está preparado para aceptar que la estructura de un espacio —ya sea físico o de posibilidades— pueda ser una causa, entonces hay explicaciones cinemáticas que *son* causales. Sea como sea, muchas de ellas requieren del espacio de posibilidades.

Pero la cinemática no es un concepto exclusivo de la física (y de la química). Por ejemplo, García de la Sienra (2019, p. 7) piensa que también es aplicable en la microeconomía:

> Así como la dinámica clásica propone explicar el movimiento de los cuerpos mediante el

> concepto de fuerza, la teoría de la elección individual propone explicar el comportamiento del agente mediante el concepto de preferencia. La descripción del comportamiento del agente es la «cinemática» de la teoría, mientras que la relación de preferencia constituye la «dinámica» mediante la cual se explica la primera.
>
> La «cinemática» pretende describir todas las circunstancias en las que el agente está obligado a hacer una elección de cierto tipo, así como las elecciones que el agente haría en tales circunstancias, mediante reglas de decisión no especificadas pero invariantes. [T32]

En este caso, «todas las circunstancias en las que el agente está obligado a hacer una elección de cierto tipo», se refiere, por supuesto, al espacio de posibilidades que es el espacio de opciones.

Aceptemos o no que la cinemática trasciende o se limita a la física, las explicaciones cinemáticas suelen requerir de la estructura de un espacio de posibilidades.

4.7.3. Dinámica

Como mencioné antes, una forma tradicional de entender a las explicaciones dinámicas es que estas se basan en *las causas del movimiento*. Pero creo que esta caracterización no es suficientemente fina: es mejor entender a las explicaciones dinámicas como aquellas que imponen mayor estructura al espacio de posibilidades que las explicaciones cinemáticas.

Esta explicación se provee al representar las causas del movimiento como una transformación (matemática) que lleva de estados posibles a estados posibles, de manera continua en el tiempo; estos estados son elementos de un espacio de posibilidades (esto se generaliza en la teoría de los sistemas dinámicos; *cf.* §4.5.7, arriba). Primero, se identifica un estado del sistema como *condición inicial*, además de identificarse *condiciones de borde*. La dinámica del sistema está compuesta de todos aquellos factores que, para cada condición inicial, causen el cambio de este estado a otro; se suele resumir (para los sistema continuos) mediante una ecuación diferencial, que nos da las relaciones funcionales entre los grados de libertad; de manera que el cambio instantáneo en unos es una función de los otros.

Esta forma de entender a la explicación dinámica implica que los principios cinemáticos poseen mayor necesidad que los principios dinámicos: la cinemática es ontológicamente anterior a la dinámica, no sólo en el orden de la construcción teórica. Esto es coherente con posturas recientes en la filosofía de la ciencia (Lange, 2017; Saatsi, 2018, *cf.*), y también recupera lo que algunos científicos identifican como el consenso.

Finalmente, hay que notar que la existencia de una división teóricamente útil entre cinemática y dinámica no es incontrovertida. Spekkens (2015, p. 12) argumenta que la división es meramente convencional. Por ahora, no voy a tomar sus objeciones como definitivas; pero las cito para dejar en claro que la existencia de una división objetiva entre cinemática y dinámica puede ponerse a debate.

4.7.4. Estática o de equilibrio

Como mencioné antes (§4.5.2), el aspecto más importante de los estados de equilibrio es que señalan puntos del espacio de posibilidades a los que los sistemas *tienden* a regresar cuando se desvían «un poco» de ellos (cuando hablamos de equilibro mecánico, aquí nos referiríamos a los equilibrios estables).

Así, esencialmente, una *explicación por equilibrio* de alguna característica se basa en la tesis de que esa característica es la que posee un sistema o una población de estos *en el estado de equilibrio*.

Hablando sobre muchas ciencias en general, una explicación por equilibrio no necesita recurrir a los factores causales específicos que llevaron al sistema a ese equilibrio, sino a ciertas características del sistema que hacen que cierto estado sea un estado de equilibrio; estas características estarían presentes en el sistema incluso en otras condiciones iniciales (Sober, 1983). Consideremos un ejemplo.

Queremos saber por qué el producto x tiene el precio p. Se nos dice que la explicación de ello es que *ese* es el *precio de equilibrio*: en cualquier otro precio la cantidad que se ofrece de x sería o bien menor a la cantidad que se demanda de él, o bien mayor. Si la cantidad ofrecida fuera *mayor* a la demandada, los productores tendrían que bajar el precio de su producto para lograr vender todas las unidades que produjeron. Si la cantidad ofrecida fuera *menor* a la demandada, los productores saben que podrían subir el precio para aumentar sus ganancias, y los consumidores que valoren más el producto lo seguirían comprando, por lo que podrían seguir vendiendo todas sus unidades. Solamente con el precio de equilibrio no hay ninguna razón para subir o bajar ese precio. Así, cuando p es ese precio de equilibrio, eso explica por qué el producto tiene ese precio: las «fuerzas económicas» hacen que el mercado *tienda* una y otra vez a ese estado.

En otro ejemplo clásico, consideremos la explicación de por qué cuando soltamos una bola dentro de un tazón cóncavo, la bola va a terminar en el fondo del tazón, independientemente de que la soltemos en muchos diferentes puntos del tazón. Lo que explica la *robustez* de esa evolución es que esa posición en el fondo del tazón es la configuración de equilibrio del sistema (que es, además, uno estable): incluso con distintos valores (pero no *muy* distintos) del radio del tazón, de la masa de la bola, de las fuerzas de fricción y de gravedad, o diferentes posiciones iniciales dentro del tazón, la bola terminaría en esa posición. La explicación, otra vez, requiere entender que un estado particular en el espacio de posibles configuraciones es un estado de equilibrio. Que el sistema tienda a *permanecer* en este estado, a su vez, se explica por el hecho de que el equilibrio es *estable* (es un estado donde la energía potencial está en un mínimo local).

Como vemos, no necesitamos describir los procesos causales específicos por los que llegamos a un estado de equilibrio —los mecanismos por los que suben o bajan los precios, o se mueve la esfera. Por ello, Sober (1983) argumenta que las explicaciones por equilibrio (él se enfoca en el caso de la biología) no son explicaciones causales: «La explicación causal se centra exclusivamente en la trayectoria real de la población; la explicación del equilibrio sitúa esa trayectoria real en una estructura más abarcadora» (p. 207). Sin embargo, como nota Lange (2017, p. 15), las explicaciones por equilibrio funcionan al describir no solamente la estructura causal *actualizada*, sino que la que *tendría* el sistema en otras condiciones iniciales, por lo que es razonable contarlas como explicaciones causales.

Lo relevante para mis propósitos no es si estas explicaciones son causales o no; sino que las explicaciones por equilibrio requieren de un espacio de posibilidades. El estado de equilibrio de un sistema no necesita ser un estado *actualizado*: en muchas ocasiones, es un estado meramente posible, pero sabemos que el sistema *tenderá* a realizar esa posibilidad. Además, esa tendencia es una que existe en *muchas diferentes condiciones iniciales posibles*, por lo que la explicación por equilibrio no se basa fundamentalmente en el estado actualizado del sistema, sino que describe muchos estados posibles.

4.7.5. Por optimización

Ya en una subsección anterior (§4.5.4) argumenté que (i) el concepto de *optimización* es utilizado en muchas ciencias e ingenierías, y (ii) requiere de espacios de posibilidades. Aunque no dejé de notarlo, ahora hay que subrayar que este concepto es central para brindar muchas *explicaciones* científicas.

Como mencioné antes, un problema de optimización consiste en una función objetivo, que hay que optimizar y que representa alguna propiedad del sistema estudiado; esta toma valores en un espacio de posibilidades que generalmente se restringe, mediante constricciones, a una región factible. En una *explicación por optimalidad*, se explica que el sistema tenga una cierta propiedad o tener un comportamiento dado al suponer que en los sistemas de ese tipo, (1) se desarrollan bajo ciertas constricciones, que hacen que ciertos estados sean o *imposibles* o *altamente improbables*; (2) dentro de los estados posibles, existe un estado *óptimo*, y (2) poseer esa propiedad o tener ese comportamiento es parte de estar en ese estado óptimo, o de *acercarse* o *tender a* ese estado óptimo.

En muchas de esas explicaciones se hacen idealizaciones: por ejemplo, que la partícula física está completamente libre, que el agente económico tiene un alto poder de computación para encontrar el óptimo, o que en la población biológica no existe deriva. También se ignora cierto tipo de información: el proceso detallado mediante el cual el sistema «viaja» por el espacio de posibilidades hacia el óptimo (Rice, 2012, lo menciona hablando del caso de la biología, pero esta es una característica muy general). Estas características no desmerecen la utilidad de estas explicaciones, ni su poder explicativo. Y, en todas ellas, se requiere un espacio de posibilidades.

4.7.6. Topológica

Como su nombre lo dice, una explicación *topológica* es una explicación del comportamiento de un sistema que se basa esencialmente en la topología de cierto espacio, o de cierta gráfica matemática, que representa algún aspecto del sistema de interés (Huneman, 2010, pp. 214–216).

En el tipo de caso que nos interesa, la explicación topológica se basa en las propiedades topológicas de un espacio *de posibilidades*. Como comenta Huneman (2010, p. 226), algunas de estas explicaciones son explicaciones de un fenómeno concreto. En otros casos, lo que sucede es que cierta propiedad topológica es *explicativamente relevante*, al poner constricciones sobre la ocurrencia de un fenómeno, y parte de la explicación de ese fenómeno se basa en que estaba limitado a comportarse de esa forma.

Uno de los ejemplos que menciona Huneman (2010, §1.2) es el conjunto de estudios sobre la relación entre la diversidad de especies en una comunidad ecológica y la estabilidad de esta comunidad. La idea general es representar las interacciones *posibles* entre las especies de la comunidad mediante una gráfica, en el sentido de la teoría matemática de los grafos,[50] en donde los nodos son especies y los vértices son relaciones entre ellas. Propiedades de estas gráficas, como el número de especies, el número promedio de relaciones entre ellas, y la distribución de estas, se usan para dar explicaciones de fenómenos reales como la preservación de la biomasa o la resiliencia ecológica. Estas propiedades del espacio abstracto hablan solamente del número de especies, del número de sus conexiones (actuales y posibles) y de la «forma» —la topología— de ellas; no se requiere conocer la naturaleza específica de estas conexiones. La explicación topológica aquí requiere un espacio de posibilidades.

Como un segundo ejemplo, Lange (2017, §1.4) expone el caso de la explicación de que todo péndulo doble tenga al menos cuatro configuraciones de equilibrio (*i.e.* aquéllas en las que la fuerza neta es cero). Las configuraciones de este sistema se dan por dos coordenadas, α, β: los ángulos que dan la posición, cada uno, de cada péndulo. Por ello y porque $\langle \alpha, \beta \rangle$ es igual que $\langle \alpha+2\pi n, \beta+2\pi m \rangle$ (para cualesquiera enteros n y m), su espacio de configuración es la superficie de un toro. Como la función de energía potencial está definida sobre un conjunto compacto, se debe seguir que hay al menos un máximo y un mínimo; gracias a que ella siempre es finita y continua, así como a las propiedades topológicas del toro (que el número de puntos mínimos menos el de ensilladura más el de máximos debe ser cero, por la característica de Euler $2-2g$ y siendo el toro de género $g = 1$), se debe seguir que hay al menos otros dos puntos estacionarios:

al menos dos puntos de ensilladura.

Esta explicación, que se basa tanto en la topología del espacio de configuraciones como en la segunda ley de Newton (al tomar a las configuraciones de equilibrio como aquellas donde la fuerza neta es cero), aplica a todo posible péndulo doble y muestra un importante característica en común entre ellos. Todo esto requiere, otra vez, de un espacio de posibilidades.

4.7.7. Estadística

Por «explicación estadística» entiendo aquí la explicación de un fenómeno a partir de un hecho de la estadística.[51] Explicaciones como «el regreso a la media» de ciertas propiedades con el tiempo (por ejemplo, la altura promedio de los hijos de personas extremadamente altas o bajas; o la mejora en calificaciones de estudiantes con calificaciones muy bajas) o la aparición sorprendente de eventos extremos en una distribución aparentemente normal, que se podría explicar por su alta curtosis (*cf.* Krugman, 1998).

Este tipo de explicaciones pueden o no citar, o requerir que se citen, los factores causales que subyacen al proceso mediante el cual la variable (por ejemplo) regresa a la media. Aún así, su poder explicativo se basa —principal o completamente—, en (1) cierto hecho de la estadística pura, y (2) el hecho contingente de que cierto sistema concreto *es* un sistema estadístico del tipo relevante; en los casos en los que hay un tercer factor explicativo, este es (3) la descripción de la base causal (las propensiones) del resultado estadístico (Lange, 2017, cap. 5).

Todas estas explicaciones requieren un espacio de eventos sobre el cual se define una función de distribución de probabilidad, que nos dice cómo están distribuidas las variables aleatorias de interés. Y, por ello, requieren de un espacio de posibilidades. El uso de este espacio puede no ser explícito; pero está ahí, como un supuesto esencial.

Ahora daré otro argumento relacionado con el uso de la estadística en las ciencias, aunque tomaré a la física como un estudio de caso.

4.8. Argumento 5: Los espacios de posibilidades se necesitan para conectar a la teoría con los datos estadísticos

Varios de los conceptos, clasificaciones y teorías de las que he hablado antes, reflejan fenómenos concretos y experimentalmente mensurables. Pero ahora daré otro argumento de inviabilidad, basado en la utilidad de los espacios de posibilidad para conectar de manera sistemática a las teorías con la estadística que resume los resultados experimentales.

La conexión con el espacio de posibilidades es mediante la Ley de Verosimilitud de la estadística (esencialmente, este argumento se basa en el trabajo de Ismael (2009); para los conceptos probabilísticos, ver Myung 2003 y Spiegel 1991, cap. 6).

Comenzamos con una muestra $x_1, \ldots, x_n$ de valores observados de n variables aleatorias, buscando la población que con mayor probabilidad haya generado esta muestra. A esta la vamos a representar mediante una familia parametrizada de distribuciones de probabilidad (lo que, junto con el espacio muestral, llamamos un *modelo estadístico*). Entonces, $f(\boldsymbol{x}|\vec{\theta})$ es la densidad de probabilidad que representa la probabilidad de haber observado el vector de valores $\boldsymbol{x}$ dado que los parámetros del modelo tomen los valores $\vec{\theta}$ (estos pertenecen al espacio de posibilidades conocido como *espacio parametral* o *paramétrico*). Nuestro objetivo es encontrar la densidad f en el modelo que asigne mayor probabilidad al vector observado, $\boldsymbol{x}$.

Para ello, definimos la función de verosimilitud, L (por «likelihood»):

$$L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{x}) := f(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta}) \tag{4.43}$$

Esta representa la probabilidad de observar los valores paramétricos $\boldsymbol{\theta}$ dado que observamos los valores $\boldsymbol{x}$. Entonces, la función de verosimilitud es una función de los parámetros, que supone dados unos valores de las variables aleatorias; mientras que la densidad de probabilidad es una función de los valores de las variables aleatorias, que supone unos parámetros dados.

Fisher propuso el principio de máxima verosimilitud (o Ley de Verosimilitud): «la distribución de probabilidad deseada es la que hace que los datos observados sean 'más probables'» (Myung, 2003, p. 93): buscamos con cuál valor del parámetro era más probable que apareciera el valor observado, eso conlleva buscar el vector paramétrico $\boldsymbol{\theta}$ en donde se maximice la función de verosimilitud. Los casos más básicos se tratan con las técnicas de optimización que he expuesto antes.

Como ya he argumentado arriba (§4.5.4), los procedimientos de optimización (con los que se busca maximizar, minimizar o «estacionarizar» una función dada) suponen espacios de posibilidades. Pero ahora me gustaría enfocarme en el aspecto que subraya Ismael (2009, pp. 92–93):

> La compatibilidad lógica con los datos es una restricción muy débil, ciertamente no lo suficientemente fuerte como para respaldar las elecciones teóricas que los científicos realmente toman. En la práctica, las elecciones teóricas entre alternativas [...] siempre involucran evaluaciones de probabilidad. [...] Las evaluaciones objetivas de probabilidad utilizan una medida que proporciona la propia teoría. Al asignar una probabilidad a H_1, uno se pregunta qué tan especiales o artificiales deben ser las condiciones iniciales según la misma H_1 para generar las regularidades presentes en los fenómenos. Al asignar una probabilidad a H_2, uno se pregunta qué tan especiales, artificiales o improbables deben ser las condiciones iniciales según la propia H_2 para generar las regularidades presentes en

> los fenómenos. [...] Si una teoría asigna una probabilidad alta a un resultado, pero cuando llevamos a cabo el experimento siempre obtenemos lo contrario, esto disconfirma a la teoría no, otra vez, por una incompatibilidad lógica, sino porque la teoría asigna a ese resultado una probabilidad baja. [T33]

El punto crucial para este quinto argumento es que la probabilidad mencionada es una medida *sobre el espacio de posibilidades*: si el sistema es un subsistema del universo entero, entonces su estado no es un *punto* en el espacio total de posibilidades, sino una *región* (el subconjunto de puntos en los que este sistema tiene el estado que tiene, pero en los que su ambiente circundante puede tener diferentes estados). Lo mismo sucede si nos enfocamos solamente en el espacio de posibilidades del subsistema, pero desconocemos el estado exacto de este.

Existen diferentes posibles medidas de probabilidad sobre este espacio, pero la que buscamos con la ley de máxima verosimilitud es aquella que haga más grande (más probable) la región que contiene a los valores observados como subregión en la región que se obtiene al evolucionar la región de las condiciones iniciales. Como bien subraya Ismael, esto se requiere para decidir entre teorías adecuadas para los datos observados —y requiere de un espacio de posibilidades.

Sería absurdo requerir el conocimiento del estado total del universo para poder trabajar con el estado de un subsistema apropiadamente aislado; también lo sería requerir conocer el estado exacto. Se me podría objetar que estas son, a final de cuentas, cuestiones *epistémicas*: sobre la limitación de nuestro conocimiento. Pero (1) en muchos casos, estas limitaciones tienen fundamentos *físicamente objetivos*: por ejemplo, la precisión infinita requerida para conocer el estado de un sistema con magnitudes reales podría requerir más energía que la disponible en el universo entero (Martínez, 1990); y (2) el hecho crucial aquí es que para conectar a la *teoría* con la *estadística experimental* se requiere una función de probabilidad definida sobre un espacio de las *posibilidades objetivas* para el sistema medido.

4.9. Argumento 6: Las transiciones formales entre una teoría y su sucesora se suelen hacer manipulando espacios de posibilidades

En esta sección voy a enfocarme en el caso de la física y, específicamente, en los procesos de cuantización. Pero quisiera subrayar que *no* es el único caso donde la transición formal entre una teoría y su sucesora se hace manipulando espacios de posibilidades. Esto es muy común cada vez que se generaliza una teoría, de forma que resulta en un caso especial de una teoría más potente. Por poner un ejemplo, la teoría de los juegos con información perfecta es un caso especial de la teoría de los juegos con información *im*perfecta (Mas-Collel & Green, 1995, cap. 7), en donde se introducen *conjuntos de información* en el espacio de posibilidades del juego.

Este es solamente un caso de este tipo en la economía; pero existen otros.

Enfocándonos en la física: formalmente hablando, una *cuantización* es una serie de pasos matemáticos para construir una teoría cuántica a partir de una clásica. Como no hay una sola forma de hacer esto, tampoco hay una sola cuantización: empezamos con la cuantización de la mecánica clásica de partículas, y aún dentro de esta nos encontramos con distintos métodos (Enríquez *et al.*, 1998). También encontramos la cuantización de sistemas de muchas partículas indistinguibles (la «segunda cuantización»), que nos lleva a la cuantización de los campos (Kuhlmann, 2020). Después de todo ello, la física sigue en busca de la cuantización del último campo: el gravitatorio, en la teoría de la gravedad cuántica, donde se acepta la idea de que la gravedad es, en realidad, la curvatura del espaciotiempo bajo la presencia de materia y energía (que ya se suponen cuantizadas), por lo que, al final, la búsqueda es por una teoría de la cuantización de la geometría del espaciotiempo (Weinstein & Rickles, 2019).

Aunque históricamente no fue como se llegó a la teoría cuántica, es importante comprender la cuantización de teorías clásicas porque así es como se busca la nueva física. Se buscan teorías cuánticas que expliquen fenómenos hasta ahora bien entendidos por la física clásica, bajo la suposición de que la teoría fundamental debe ser cuántica. Por ejemplo, esto dice uno de los proponentes de una de los marcos teóricos más importantes en la búsqueda de la cuantización de la gravedad (Rovelli, 2004, p. 14; mi énfasis):

> [La gravedad cuántica de bucles] hace uso de las herramientas generales de la teoría cuántica: un espacio de estados de Hilbert, operadores relacionados con la medición de cantidades físicas y amplitudes de transición que determinan el resultado de probabilidad de las mediciones de estas cantidades. El espacio de Hilbert de estados y operadores asociados a observables físicos *se obtienen de la [relatividad general] clásica siguiendo una estrategia de cuantización bastante estándar.* [T34]

Esto nos da una idea sobre la motivación física de la cuantización. Pero falta el aspecto filosófico: ¿qué suposiciones filosóficas están detrás de la cuantización? ¿Y qué consecuencias filosóficas tiene? Para lo que nos interesa aquí: ¿Cómo se relaciona esto con la metafísica modal como disciplina?

Podemos dar al menos dos respuestas: una, basados en la filosofía general de la ciencia; la segunda, basados en un tipo de realismo científico: el realismo estructural. Pero, antes de ello, hay que notar un hecho importante: en la cuantización, se parte del espacio de posibilidades de la teoría clásica junto con el conjunto de las propiedades (observables), y *cuantizar* la teoría significa construir el espacio de posibilidades de la teoría cuántica junto con el conjunto de las propiedades cuánticas. Podríamos, entonces, decirlo así: la cuantización involucra construir la cinemática de la teoría cuántica a partir de la cinemática de la teoría clásica. Vemos que el espacio de posibilidades es *crucial.*

Veamos algunos aspectos del ejemplo más básico. En el caso de la mecánica de partículas, se busca asignarle un espacio de Hilbert a cada sistema clásico, de forma que las propiedades del sistema clásico correspondan a operadores lineales en ese espacio. Se empieza con la reformulación hamiltoniana de la mecánica clásica y, puesto de una forma muy cruda, se busca ponerle «*hats*» a las funciones clásicas sobre el espacio fase. La idea muy cruda es pasar del caso clásico al «pasar» las funciones que representan propiedades clásicas como operadores que representan propiedades cuánticas; existen diferentes recetas para ello. Todo esto hubiera sido imposible de prever a partir de las meras ecuaciones de Newton: se requería el espacio de posibilidades y su estructura.

Un escéptico, o mi oponente, podría dudar de que esto tenga algún tipo de consecuencia metafísica que abone a mi proyecto objetivista. Pero es fácil disipar tales dudas: a la física le interesa la cuantización no solamente por mero interés matemático (desde este punto de vista, puede ser interesante relacionar cierto tipo de estructuras como las variedades simplécticas con otro tipo, como los espacios de Hilbert), sino porque, como vimos arriba (§4.4.1), una teoría se define en un espacio de posibilidades. Esto lleva, como también vimos arriba (§4.4.14) a lo que Ruetsche (2011, p. 6) llama «la explicación estándar»: «*The content of a theory is given by the set of worlds of which that theory is true*». La explicación estándar, que nos dice que el contenido representacional de una teoría está dado por su contenido modal, es tan poderosa *precisamente porque* las teorías se definen en un espacio de posibilidades: la explicación filosófica recupera el aspecto modal que *ya está* en la teoría científica.

Así, con este sexto argumento, «cierro el círculo» que empecé a trazar con el primero: la cuantización de una teoría clásica toma su espacio de posibilidades *precisamente porque* este incluye a la teoría, y construye un espacio de posibilidades cuántico por la misma razón. Se sigue que ser realista acerca de la teoría *requiere* adoptar el objetivismo acerca de las posibilidades que representa.

Pero no solamente: la cuantización también muestra que hay cierta estructura que se preserva en teorías sucesoras, justificando precisamente la postura de los realistas estructurales en este aspecto (Worrall, 1989; Ladyman, 1998). Para la física clásica, North (2009) ha argumentado que la estructura mínima requerida es la estructura simpléctica; esta estructura es la que subyace al espacio de posibilidades clásico. Thébault (2016) ha argumentado que esta estructura sirve para dar una interpretación de realismo estructural óntico a la mecánica clásica, que disuelve la tensión entre las interpretaciones más naturales para cada uno de los formalismos clásicos, hamiltoniano y lagrangiano. De acuerdo con Thébault (2016, §4.3), la cuantización (al menos en su variedad geométrica) muestra la estructura compartida: tendríamos una variedad simpléctica con un corchete de Poisson, junto con una álgebra de propiedades que forma un álgebra de Lie. Relacionado con ello, Manero (2018, 2019) ha argumentado que la estructura subyacente en los espacios de estado de las mecánicas clásica, cuántica y relativista especial está dada como representaciones del grupo simpléctico inhomogéneo.

En conclusión: los espacios de posibilidades son físicamente cruciales para entender las relaciones estructurales entre teorías y sus sucesoras; por ello, para buscar nueva física. Filosóficamente, esto motiva un realismo estructural; en particular, un *realismo sobre la estructura de los espacios de posibilidades de las diferentes teorías*. En el próximo capítulo (cap. 5) expondré y motivaré una metafísica basada en el realismo de la estructura modal.

4.10. Implicaciones (A manera de conclusión)

4.10.1. La inviabilidad de la ciencia demodalizada

Incluso si fuera correcto afirmar (como vimos arriba, con Sider y Williamson) que las teorías científicas exitosas no usan la ideología modal en la formulación de sus leyes u otros principios fundamentales (pero no lo es), aún así, no se sigue que no haya ideología modal *presupuesta* en ellas. Y esto sigue siendo cierto, *contra* Sider, para las teorías fundamentales de la física. Quizá las teorías científicas no lleven ningún operador modal «a flor de piel», pero su construcción se hace generalmente *sobre* espacios de posibilidad. La modalidad está ahí si uno mira en las capas interpretativas más allá de la superficie.

4.10.2. ¿La indispensabilidad de las matemáticas?

Uno de los debates recientes más importantes en la filosofía de las ciencias y de las matemáticas es acerca de la *indispensabilidad* de las matemáticas para la ciencia, que se retrotrae hasta el argumento Quine-Putnam para el realismo de las matemáticas.

Un argumento que recientemente ha sido muy discutido es que las matemáticas son indispensables para las ciencias porque brindan *poder explicativo extra*: porque permiten hacer explicaciones de fenómenos concretos que, sin ellas, no podrían hacerse. Esto se diferencia del argumento Quine-Putnam porque este meramente busca mostrar que las ciencias *cuantifican* sobre entidades matemáticas. Pero si se puede reescribir a las ciencias sin cuantificar sobre esas entidades (como los nominalistas en la línea de Field 2016 argumentan que se puede), el argumento Quine-Putnam queda bloqueado.

El «nuevo» argumento realista busca mostrar que una nominalización de la ciencia no puede recuperar su poder explicativo, pues hay explicaciones *distintivamente* matemáticas de fenómenos físicos: explicaciones que no se pueden hacer sin apelar a objetos matemáticos. En esta tesis me he mantenido, oficialmente, agnóstico acerca del realismo de las matemáticas; pero sería justo preguntarme cómo puedo hacer eso, si los espacios de posibilidad de los que he hablado *ad nauseam* en este capítulo *son* objetos matemáticos.

Pues bien: como dice Melia (2000, p. 474), «The mathematics is there to enable us to express possibilities that may be otherwise inexpressible but it plays no real role in simplifying our picture of the world.» Yo me mantengo agnóstico sobre si realmente la matemática no juega un papel importante en simplificar nuestra imagen del mundo. Pero, ciertamente, nos permite expresar posibilidades que parecen inexpresables sin ella.

Entonces, soy agnóstico de las matemáticas porque mi compromiso fundamental *no* es con los espacios de posibilidades, sino con lo que estos representan. Si los objetos matemáticos no existen, bien por mí: el nominalismo nos debe una reconstrucción de la expresión de las posibilidades que, como he argumentado en este capítulo, es científicamente crucial. Para mis propósitos, no es esencial el lenguaje representacional, sino lo que representa. *Y lo que representa es la estructura modal de los sistemas físicos* (ver el capítulo 5).

4.10.3. ¿Epistemología oscura?

Finalmente, uno podría tener dudas sobre la situación *epistemológica* de las ideologías modales. Sin embargo, (1) *tiene* que haber algo equivocado con estas dudas, dado el innegable éxito de esas ideologías en la ciencia; y, de todos modos, (2) las dudas *pueden* disiparse. Sólo que no lo haré aquí, donde me enfoco en el aspecto ontológico: en trabajo en proceso, desarrollo una epistemología modal naturalista que es consistente con lo defendido hasta ahora en el aspecto ontológico.

Notas

1. Para otros argumentos a favor de esta postura, basados en ejemplos de usos de modalidad en las ciencias, *cf.* Berenstain 2017; Berenstain & Ladyman 2012; Lyon & Colyvan 2008; Rickles 2016b.

2. Este criterio podría ser el que está detrás de los argumentos de Sider (2011, 2016) de que la ciencia fundamental no necesita de ideología modal.

3. Estoy pensando en el resultado de que los cuantificadores de primer orden son operadores modales (Koslow, 1992, §31.1). Este resultado me parece problemático, porque la cuantificación clásica es el *paradigma* (junto con la teoría de conjuntos) de la extensionalidad —al menos para los extensionalistas convencidos, como Quine o Lewis. Por ello, aceptar el criterio de Koslow trivializaría el debate. Pero lo trivializaría *a mi favor*, pues prácticamente toda teoría escrita con matemáticas va a contener expresiones cuantificacionales. Por ello, es dialécticamente justo dejar de lado el criterio de Koslow.

4. Hay mucha discusión reciente sobre tomar a otros conceptos como básicos (como el condicional contrafáctico,

la noción de esencia, o el concepto lewisiano de contraparte) y definir a la posibilidad en términos de ellos. Mi objetivo no es recuperar todo este trabajo nuevo e importante, sino mostrar que los conceptos usados en la ciencia son lo que *tradicionalmente* llamamos «modal».

5. Por supuesto, puede haber límites científicamente aceptables. La física que describe a los objetos con una velocidad muy menor a la velocidad de la luz pierde su poder predictivo cuando se aplica a objetos cuya velocidad se acerca al límite lumínico; pero por eso se diseñan teorías más amplias. Mi enfoque se basa en la noción de sistemas «del mismo tipo» *descrita internamente por cada teoría*. Por otro lado, debo enfatizar: mi argumento *no* es sobre la posibilidad *epistémica* de que *en el futuro* lleguemos a encontrar cuerpos de más de 50,000 kg; sino sobre la *posibilidad objetiva* de hacerlo. La idea es que no debería haber restricciones arbitrarias sobre estas posibilidades, incluso si nunca en el futuro las encontramos. Una forma de ver esto es con la creación en laboratorios (o colisionadores de partículas) de elementos que no existían en la naturaleza. Estos se buscan no bajo la suposición de que *en el futuro* vayamos a encontrarlos; sino bajo la suposición de que *las leyes de la naturaleza son compatibles con ellos*, lo cual ejemplifica el tema de no suponer restricciones arbitrarias. Supongamos que tuviéramos un conocimiento total y perfecto de todos los hechos pasados, presentes y futuros: sabríamos qué elementos han existido, existen y existirán. *Todavía* podríamos hacer la hipótesis de que las leyes que gobiernan esos elementos son *compatibles* con la existencia de otros —aunque nunca lleguen a existir.

6. Ver Nolte 2010 para una breve historia del tema.

7. Pero, como el nominalista tiene que recuperar el poder explicativo de las teorías nominalizadas, y como ese poder incluye el poder de hacer predicciones contrafácticas, las teorías nominalizadas deberán describir de alguna manera a las posibilidades que describen los espacios de posibilidad convencionales (*cf.* Lyon & Colyvan, 2008). Más adelante regresaré al tema del nominalismo en matemáticas, §4.10.2.

8. Esta clasificación es solamente aproximada y rápida. Algunos afirman que al menos algunas leyes de interacción son reducibles a leyes de sucesión: Suppe, 226, 1974; Maudlin, 13, 2007a.

9. El lector incapaz de dejar atrás las ansiedades analíticas está invitado a ver las cuatro condiciones de espacio de Rickles (2016b), y a la definición 3.11 de Bunge (1977, p. 134), que es el enfoque más general y exacto de la definición de espacio de estado que conozco.

10. Como Lyon & Colyvan (2008) y Saatsi (2018) argumentan mediante ejemplos, para el caso del poder explicativo.

11. Sider (2003, p. 185) señala que «[algunos] buscan reducir las nociones 'hipotéticas' a nociones 'categóricas' - nociones que en cierto sentido sean 'autocontenidas' y no 'apunten más allá de sí mismas'». Y: «Las propiedades categóricas implican cómo son realmente los objetos, mientras que las propiedades hipotéticas» van más allá de «sus instancias» [2001: 41]. Sin embargo, como señala Wang (2013, p. 17) no está claro si —ni cómo— esta característica vagamente definida de «apuntar más allá de sí mismos» sea problemática por sí misma. Las propiedades hipotéticas son, por supuesto, diferentes de las categóricas, pero se necesita un argumento para inferir que ser hipotético es de alguna manera problemático.

12. Ver, por ejemplo, Blackburn 1993; Wright 1988. Para argumentos contra el anti-realismo independientes de los argumentos naturalistas-objetivistas de este capítulo, ver *e.g.* Sherratt 2010.

13. Se puede revisar cualquier libro de texto, pero me permitiré citar mi propio libro, todavía en progreso: Romero,

2020: cap. 6.

14. Aquí, y en adelante, voy a suponer el realismo matemático. No lo *necesito*: si el nominalista desea establecer su tesis, debe poder recuperar el poder explicativo de los objetos matemáticos, incluyendo el poder explicativo dentro de las matemáticas puras. Pero ese poder explicativo incluye sus aspectos modales.

15. Por ejemplo, se ha argumentado que la negación es un modal porque expresa *incompatibilidades*, y esto significa una cuantificación sobre posibilidades (Berto, 2015; Berto & Restall, 2019). Por otro lado, tenemos la vieja idea de que la noción de *consecuencia lógica* es una noción modal, al incluir el concepto de *implicación necesaria*. Muchos filósofos creen que la teoría de Tarski recupera esto (*e.g.* Gómez Torrente, 2000).

16. Como veremos más adelante, en muchos casos de las matemáticas aplicadas, la ecuación se interpreta como una *restricción* y sus soluciones como los estados *aceptables* o *factibles*.

17. En inglés se usa «*provability*», que, desde luego, no es lo mismo que «*probability*». En español a veces se usa «prueba» para traducir «*proof*», pero creo que no es una buena traducción y prefiero «demostración». La *demostrabilidad*, entonces, es la cualidad que tiene un enunciado al *poder* demostrarse.

18. Para marcos inerciales: la primera ley nos dice que sin fuerza neta sobre un cuerpo, este no cambiará su velocidad; la segunda nos dice que la fuerza que actúa sobre un cuerpo es proporcional a su masa multiplicada por la aceleración que sufre, y esta será en la dirección de la fuerza, y la tercera nos da la ley de acción y reacción, que nos dice que toda fuerza es una interacción entre dos cuerpos, los cuales ejercerán fuerzas proporcionales y en direcciones opuestas. Además de estas, Newton postuló la ley de la gravitación universal, que define a la fuerza gravitatoria.

19. Esto es del resumen del artículo de Curiel: «En un sentido preciso, los sistemas clásicos muestran exactamente la estructura geométrica que proporciona la mecánica lagrangiana para la representación de los sistemas, y ninguna proporcionada por la hamiltoniana.»

20. Estoy escribiendo como si la mecánica clásica fuera la teoría fundamental, aunque muchos físicos creen que la teoría fundamental va a ser cuántica. Pero las ideas muy generales que menciono en el texto principal se transfieren básicamente iguales.

21. Así, formalmente, tendríamos al menos un espacio de n dimensiones, para n genes, dotado de una métrica, y sobre el que se define una función que asigna valores reales positivos: la aptitud.

22. Así, me parece que la definición de teoría de Gustavo Romero (2018) está algo más cercana al objeto científico original.

23. La relevancia del teorema fundamental del bienestar para entender al bienestar humano ha sido cuestionada, entre otros, por Amartya Sen (Nobel de Economía, 1998). Dos objeciones son básicas: en primera, que el teorema supone condiciones idealizadas; segunda, que el criterio de la optimalidad de Pareto es insuficiente, como saben los mismos economistas: Mas-Collel & Green (1995, p. 313): «el criterio de la optimalidad de Pareto no asegura que una asignación sea, en ningún sentido, equitativa», aunque aún así, «la optimalidad de Pareto sirve como una prueba mínima de la deseabilidad de una asignación; dice, por lo menos, que no hay desperdicio en la asignación de recursos en la sociedad.»

24. Por ejemplo, un estado puede ser un equilibrio de Nash sin ser un óptimo de Pareto.

25. Contra esta idea, *cf.* Maudlin 2007a, cap. 4.

26. Si el orden es total, los máximos son también *maximales*, y de manera dual para mínimos y minimales.

27. Como cada constricción de igualdad reduce un grado de libertad, al igualarlo con otro o con una cierta constante, un problema soluble no puede tener más constricciones de ese tipo que variables.

28. Me estoy restringiendo a problemas con una sola función objetivo, pero también existen problemas *multi-objetivo*, donde la función objetivo $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ tendría valores vectoriales, i.e., sería de la forma $\boldsymbol{f} = \big(f_1(\boldsymbol{x}), \ldots, f_m(\boldsymbol{x})\big)$. En estos casos, se suele relajar el requisito de obtener el vector estrictamente mejor (i.e., el $\boldsymbol{x}$ tal que para todo $\boldsymbol{y}$, $x_i > y_i$) y se utilizan criterios como la *optimalidad de Pareto*, donde $\boldsymbol{x}$ es más Pareto-eficiente que $\boldsymbol{y}$ sii (1) $x_i \geq y_i, \forall i = 1, \ldots, n$, y (2) $\exists j : x_j > y_j$. Un vector, entonces, es óptimo de Pareto si ningún otro vector es más Pareto-eficiente que él.

29. El código PGFplots original es de Christian Feuersänger; representa a la función $\sin(x) \times \sin\big(y\big)$ en los intervalos $(0, 360)$ de x y y.

30. Es decir, un poco más formalmente: sea f continua en un punto $a \in I = \{a\} \cup I^- \cup I^+ \subset \mathbb{R}$, con $I^- = (a - r, a)$ y $I^+ = (a, a + r)$. Si $f'(x) \leq 0$ para $x \in I^-$ y $f'(x) \geq 0$ para $x \in I^+$, entonces a es un máximo local de I.

31. En todos los casos mencionados, la técnica que expongo no es suficiente para todo posible problema. Otros problemas requieren de métodos más complicados.

32. De manera equivalente, se utilizan los determinantes de la matriz hessiana.

33. Ross identifica figuras como Samuelson, Debreu y Arrow como proponentes de la primera visión, y toma a figuras como Sen como proponentes de la segunda.

34. Por ejemplo, el algoritmo «*back-tracking*» o de «vuelta atrás» comienza con una asignación vacía, y sigue instanciando una variable y revisando que se satisfagan todas las constricciones que la involucran. Continúa de la misma forma: instanciando otras variables y revisando que se satisfagan las constricciones que las involucran y a las anteriores. Si alguna constricción no se satisface, se rechaza la asignación y se selecciona otro valor para la variable original. Con esto, se va construyendo un *árbol* (en el sentido grafo-teórico) de asignaciones a variables. Es decir, algoritmos como el *back-tracking* son algoritmos de *recorrido de árboles* (Ghédira, 2013, cap. 3).

35. Existen diversos acercamientos, como variantes iterativas del algoritmo de Dijkstra (Zhang, 1999, §2.1.5).

36. *Cf.* pág. 166:

> There were not only developmental and phylogenetic constraints, but also cytogeometric, morphological, physiological, ecological, pleiotropic, environmental and mechanical constraints; even more labels surfaced in our peripheral reading. The adjectives were sometimes applied to the trait being discussed, sometimes to the level of variation, sometimes to a process responsible for the constraint.

37. *Cf.* pág. 167: «it is those factors that influence the process but are external to the favored theory that should be

termed constraints», y sugieren entender «favored theory» como el modelo nulo.

38. De la expresión 4.27 y la conservatividad podemos demostrar que:

$$W(\boldsymbol{r}_1 \to \boldsymbol{r}_2) = -[U(\boldsymbol{r}_2) - U(\boldsymbol{r}_1)] = -\Delta U \tag{4.44}$$

Esto, a su vez, implica:

$$W(\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{r} + d\boldsymbol{r}) = -[U(\boldsymbol{r} + d\boldsymbol{r}) - U(\boldsymbol{r})] = -dU \tag{4.45}$$

Si recordamos que, por el teorema del trabajo-energía, $W(\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{r} + d\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot d\boldsymbol{r}$ (el trabajo para mover a un cuerpo en un desplazamiento infinitesimal es la suma de: la fuerza en cada dirección por un desplazamiento infinitesimal en esa dirección), se sigue:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot d\boldsymbol{r} = -dU(\boldsymbol{r}) \tag{4.46}$$

Como esto vale para todo desplazamiento infinitesimal $d\boldsymbol{r}$, y como $dU = (\boldsymbol{\nabla} U) d\boldsymbol{r}$, se sigue:

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{\nabla} U \tag{4.47}$$

39. Por ejemplo, DeLanda (2002, p. 7) comenta:

> Given that [...] different trajectories may be attracted to the same final state, singularities are said to represent the inherent or intrinsic long-term tendencies of a system, the states which the system will spontaneously tend to adopt in the long run as long as it is not constrained by other forces. [...] singularities, by determining long-term tendencies, structure the possibilities which make up state space, and by extension, structure the possibilities open to the physical process modelled by a state space. In addition, singularities tend to be recurrent, that is, they tend to characterize processes independently of their particular physical mechanisms.

40. De cualquier manera, las computadoras concretas son bien aproximadas por diferentes modelos de computación que terminan siendo equivalentes con variantes de la máquina de Turing, como la *máquina de acceso aleatorio* o RAM.

41. Decimos que una función f, que lleva secuencias de un lenguaje Σ a secuencias del mismo lenguaje, es *computable* si existe alguna máquina de Turing que se detiene con toda entrada w, teniendo solamente $f(w)$ en su cinta (*cf.* Sipser, 1997, p. 190).

42. Como es bien sabido, uno de los problemas del milenio (la solución de cada uno de los cuales vale 1 millón de dólares) consiste en saber si $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{NP}$, donde la última es la clase de complejidad de los problemas resueltos en tiempo polinomial por máquinas de Turing no deterministas.

43. El formalismo hamiltoniano es más general que esto, pero por ahora nos vamos a enfocar solamente en este caso.

44. Le llama así en su cátedra «*Classical Mechanics*, lecture 7» en la Stanford University, el 7 de noviembre de 2011 (`https://youtu.be/lQIbcV6dQzw`) y en su cátedra «*Statistical Mechanics*, lecture 1», del 30 de marzo de 2009 (`https://youtu.be/H1Zbp6__uNw`).

45. De hecho, la noción es un poco más complicada que esto (ver Strogatz, 1994, p. 322).

46. Dice Lange:

in the contexts of the respective why questions, these facts are explanatorily prior to the explanatory targets by virtue of being understood as constituting the situations at hand. They are the fixed parameters of the cases with which those why questions are concerned.

47. Como la velocidad es la derivada temporal de la posición, el desplazamiento total en un intervalo temporal debe ser la integral de la velocidad en ese intervalo: $\int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{v}\, dt = \boldsymbol{v} \int_{t_0}^{t_1} dt = \boldsymbol{v}(t_1 - t_0)$. Como el desplazamiento total es $\boldsymbol{v}(t_1 - t_0) = \boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_0$, la posición final debe ser $\boldsymbol{x}_1 = \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}(t_1 - t_0)$, tal como dice 4.42.

48. Estos son dados por la definición:

$$\Delta s^2 = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) - c^2 \Delta t^2,$$

con c la constante de la velocidad de la luz.

49. Por ejemplo, Ruetsche (2011, p. 23) separa así la cinemática y la dinámica de la mecánica cuántica estándar:

> OQM Physical magnitudes (or observables) pertaining to a physical system correspond to the self-adjoint elements of the set $\mathfrak{B}(\mathscr{H})$ of bounded operators acting on a *separable* Hilbert space $\mathscr{H}$;
>
> OQS The possible states of the system stand in one-to-one correspondence with the set $\mathfrak{T}^+(\mathscr{H})$ of density operators (that is, positive trace-class operators of trace 1) on $\mathscr{H}$. The expectation value of an observable $\hat{A}$ pertaining to a system in the state $\hat{W}$ is $\mathrm{Tr}(\hat{A}\hat{W})$;
>
> OQD Where $\hat{H}$ is the Hamiltonian of an isolated system with initial state $\hat{W}(0)$, its state at time t is given by $e^{-i\hat{H}t}\hat{W}(0)e^{i\hat{H}t}$.
>
> OQM and OQS furnish a *kinematics* for quantum theory, that is, an account of the physical magnitudes and the instantaneous states it recognizes. To say how those states and magnitudes change over time is to give a *dynamics* for quantum theory. [...] Schrödinger's equation does that for pure states of a quantum particle moving in one dimension. OQD generalizes Schrödinger's equation to cover not just vector but also density operator states.

50. En esta teoría, una *gráfica* o un *grafo* es simplemente un par $G = (V, E)$ donde $V \neq \varnothing$ es el conjunto de los *nodos* o *vértices*, y E es el conjunto de las *aristas*, un conjunto de conjuntos pares, $\{v_i, v_j\}$. Si E contiene solamente pares ordenados (*i.e.* si la relación es asimétrica), se dice que G es una *gráfica dirigida* o *dígrafo* y las aristas se pueden denotar con flechas, $v_i \rightarrow v_j$.

51. Esta puede citar hechos causales del mundo concreto o referirse solamente a hechos de la estadística pura. A estas últimas, Lange (2017, cap. 5) los llama «explicaciones realmente estadísticas», pero yo incluyo a ambas.

5

Una metafísica naturalizada de la modalidad

According to Boltzmann, what is happening is the typical scenario under the given constraints.

—Durr & Teufel, *Bohmian Mechanics*

When you have eliminated the impossible, whatever remains, however improbable, must be the truth.

—Arthur Conan Doyle (Sherlock Holmes en *The Sign of Four*)

5.1. Introducción

EN EL CAPÍTULO ANTERIOR he defendido que la ideología modal es *cuasi-ubicua*: que muchas teorías científicas bien establecidas requieren de la ideología modal al utilizar *espacios de posibilidades*. Estos usos, argumenté, hacen que la ciencia demodalizada sea *inviable*,[1] pues la ideología modal se requiere (al menos) para definir a las teorías y sus leyes, para definir muchos conceptos centrales para la ciencia, para hacer varias clasificaciones igualmente centrales para la ciencia, para brindar diferentes tipos de explicaciones científicas, para tener una conexión entre teoría y estadística, y para realizar una transición a partir de una teoría hacia su sucesora. En lo que resta de la tesis, por lo tanto, doy por sentado que el *demodalismo* —la idea de que la ideología modal es científicamente dispensable— no está bien motivado.

Habiendo dejado atrás al demodalismo, mi objetivo ahora es diseñar y defender una *metafísica modal naturalista*: una teoría sobre la naturaleza de la posibilidad y necesidad acorde a la ciencia de nuestro tiempo. Como vimos en la introducción (§1.2.1), una ontología modal naturalizada debería satisfacer los tres criterios naturalistas:

NUEVO PRINCIPIO DE CLAUSURA NATURALISTA (PNC*) Cualquier nueva hipótesis metafísica que deba tomarse en serio al momento t debe estar motivada por, y solamente por, el servicio que prestaría, si fuera cierta, al mostrar cómo dos o más hipótesis científicas específicas explican de manera conjunta más que la suma de lo que se explica por las dos hipótesis tomadas por separado.

CONSTRICCIÓN DE LA PRIMACÍA DE LA FÍSICA (PPC) Las hipótesis científicas de las ciencias especiales que entran en conflicto con la física fundamental, o el consenso que existe en la física fundamental, deben ser rechazadas por esa sola razón. Las hipótesis físicas fundamentales no están sujetas de manera simétrica a las conclusiones de las ciencias especiales.

PRINCIPIO DEL MINIMALISMO OCKHAMISTA (PMO) Las tesis ontológicas postuladas por la filosofía deben tener compromisos mínimos además de los que ya tiene la ciencia.

En este capítulo voy a definir una tal teoría ontológica, localizándola en el espacio de teorías y aplicándola a la interpretación de la ciencia, desde la física fundamental a la psicología cognitiva; también ofreceré tres argumentos a su favor y, finalmente, argumentaré que dos potenciales problemas de esta teoría no son, al final del día, infranqueables.

Esa teoría ontológica es el *realismo sobre la estructura modal*, que abreviaré «RSEM» (usando fuente sin serifas para distinguirla).

Primero (§5.2), presentaré un argumento nuevo a favor de la objetividad de la modalidad en la mecánica cuántica, dando así un argumento naturalista para la modalidad objetiva en la ciencia fundamental. Usando este argumento, criticaré cuatro de los puntos de vista más importantes sobre la mecánica cuántica que no reconocen la objetividad de la modalidad en la mecánica cuántica: el empirismo constructivo, el convencionalismo neohumeano, el enfoque de la ontología primitiva y el realismo de la función de onda. Sobre la base de tales argumentos y críticas, motivaré al RSEM y aclararé sus implicaciones, situándolo así en el espacio de las teorías (§5.3). Luego, aclararé y motivaré aún más una versión particular de RSEM que llamo *Realismo de Restricciones*, aplicándola a la metafísica de la función de onda cuántica, el caos cuántico y las ciencias especiales (§5.4). Creo que el poder unificador del realismo de constricciones da las bases para un argumento abductivo a su favor, uno bastante atractivo. Ofreceré un tercer argumento (aparte de los argumentos desde el caos y el abductivo que acabo de mencionar) a favor de RSEM, bajo la idea de que permite fundamentar una actitud motivadora hacia la búsqueda de nuevas teorías en direcciones específicas; una actitud que los rivales no justifican (§5.5). Cerraré el capítulo considerando dos problemas potenciales para mi punto de vista: el primero, un problema clásico para los estructuralismos, en términos de la sobredeterminación de las estructuras; el segundo, un problema clásico para el ersatzismo, en términos de problemas de expresividad lógica. Argumentaré que ninguno de los problemas es insuperable (§5.6).

5.2. El argumento a partir del caos cuántico para la objetividad de la modalidad

Voy a objetar cuatro ontologías para la física cuántica no relativista. Las objeciones comparten un *leitmotiv*, y este *leitmotiv* motiva una visión sucesora, que llamo *realismo de constricciones*.

Las teorías son el *empirismo constructivo*, el *convencionalismo humeano*, el *enfoque de la ontología primitiva* y el *realismo de la función de onda*. Uno hubiera pensado que no tienen mucho en común —y no lo tienen; pero, curiosamente, lo que *sí* comparten basta para su insuficiencia como interpretaciones filosóficas de la física. Lo que comparten es que cada uno requiere un rechazo de las características modales de las teorías físicas; esto es problemático porque, como argumentaré, la física del caos *requiere* características modales objetivas.

Abajo, al hablar sobre las «características modales» *de modelos*, me referiré a aquellas características de los modelos que pretenden representar las características modales *de los sistemas* que representan esos modelos. A su vez, *las características modales de un sistema* son aquellas características definidas en términos de las *diferencias modales*, como *necesario / contingente* y *posible / imposible*.

Primero argumentaré que el caos es un concepto modal (§5.2.1). Luego, describiré algunos programas de investigación en el estudio del caos cuántico para ampliar el argumento y demostrar que las teorías cuánticas están comprometidas con la modalidad objetiva (§5.2.2). Luego, objetaré a las cuatro posturas mencionadas anteriormente (§§5.2.4 - 5.2.7). Finalmente, recomendaré una visión motivada tanto por los fundamentos conceptuales del caos como por los problemas que plantean para las posturas anti-objetivistas. Este es un realismo sobre la estructura modal de los sistemas físicos que llamo «realismo sobre las restricciones» (§5.3).

En el capítulo anterior he presentado algunas propuestas de definiciones del caos clásico (§4.6.2), así como de la noción de *atractor extraño*, usualmente relacionada con este (§4.5.9). Aquí voy a dar por sentado estos conceptos.

5.2.1. Del caos a la modalidad objetiva

El hecho de que existan estructuras dinámicas caóticas implica que hay hechos objetivamente modales en la física. Me permitiré explicar lo que quiero decir con esto y por qué es verdad.

Primero, con una *estructura dinámica* me refiero a la pluralidad de relaciones que las propiedades físicas de un sistema y su cambio en el tiempo tienen entre sí. Las estructuras dinámicas son lo que describen las ecuaciones dinámicas. La estructura dinámica de un sistema cuántico (no relativista), por ejemplo, puede describirse mediante la ecuación de Schrödinger (5.1, abajo): la estructura dinámica consiste en la relación que la derivada temporal de la función de onda del sistema tiene con la energía del sistema. La estructura y la ecuación son entidades diferentes: una es una pluralidad de relaciones que se mantienen entre propiedades cambiables; la otra es una representación matemática de dicha estructura.[2]

Ya he caracterizado lo que quiero decir con *caótico:* conceptualmente, dependencia sensible a las condiciones iniciales. Consideremos una implicación del concepto de dinámica caótica. Consideremos cualquier sistema físico concreto, s, cuyas propiedades crean una estructura dinámica caótica. Sea una *historia* una sucesión de estados, cada uno de los cuales es compatible con el pasado y con que el sistema tenga la estructura dinámica que tiene (esta historia puede resumirse mediante la ecuación dinámica relevante). Entonces, algunas historias de s nunca se actualizarán, incluso si son compatibles con que s tenga la estructura dinámica que tiene. Decimos que tales historias son *meramente posibles.* La pluralidad de las posibles historias de s tendrá ciertas relaciones entre ellas — crearán una nueva estructura: exhibirán una dependencia sensible a las condiciones iniciales (dependiendo de cómo se defina exactamente el caos, esas posibles historias se relacionarán de cierta manera: exhibirán mezcla, o exponentes de Lyapunov, etc.) Es decir: lo que hace que la estructura dinámica sea caótica es que es compatible con una pluralidad de historias *posibles* (o, puesto de una mejor manera: con una pluralidad meramente posible de historias posibles) que tienen ciertas relaciones entre ellas.

Por ello, si una estructura dinámica es *caótica,* entonces esta es una característica modal, porque se define en términos de las posibles historias con las que la estructura es compatible. Y es una característica modal *objetiva* de la estructura: no es una característica basada en nuestros conceptos, nuestro lenguaje o en cualquier representación que podamos tener. Es una característica que la dinámica tiene *por sí misma*, como cuestión de la física. (Por supuesto, se cree ampliamente que el caos tiene *implicaciones* para la predictibilidad, pero si esto es así, esas son *consecuencias epistémicas* de un *hecho físico objetivo*.) Por lo tanto, el hecho de que hay estructuras dinámicas caóticas implica que hay hechos objetivamente modales en la física.

Anticipo una objeción. Solo he examinado el caos *clásico*, mientras que se espera que la teoría fundamental sea una *cuántica*. Pero hay sutilezas con la noción de caos cuántico que podrían evitar que se aplique el argumento anterior. Pasemos a este tema.

5.2.2. Caos cuántico y modalidad objetiva

Caos cuántico

Existe un amplio acuerdo de que el caos es, en cierto sentido, mucho más difícil de encontrar en la mecánica cuántica que en la mecánica clásica. Sin embargo, esto depende de *cuál* teoría cuántica se asuma en el fondo. Veamos.

Aunque antes (§20) ya he definido esta teoría, por conveniencia usaré «mecánica cuántica estándar» (SQM) para la teoría definida por los siguientes postulados (Shankar, 1994, ch. 4):

- Los estados posibles de cada sistema cuántico S se representan mediante un espacio de Hilbert $\mathbb{H}_S$, donde los estados se representan mediante vectores normalizados $\Psi(t) \in \mathbb{H}_S$; los sistemas compuestos se representan como los productos tensoriales de los espacios de los sistemas componentes;
- Las propiedades del sistema se representan mediante operadores hermitianos sobre $\mathbb{H}_S$;
- El vector de estado $\Psi(t) \in \mathbb{H}_S$ evoluciona bajo la ecuación de Schrödinger hasta que se mide una de sus propiedades:

$$i\hbar\left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) = -\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\hbar^2}{2m_k}\nabla^2_{\mathbf{q}_k}(\Psi)\right) + V\Psi, \tag{5.1}$$

- Cuando el estado del sistema es $|\Psi\rangle$, el sistema tiene la propiedad O con el valor o sii $|\Psi\rangle$ es un eigenvector de O con eigenvalor o; si se mide la observable que corresponde al operador O', el resultado será uno de los eigenvalores de O', o', con una probabilidad de $\left|\langle o'|\psi\rangle\right|^2$, y entonces el estado cambiará a $|o'\rangle$.

En el contexto de SQM, Porter (2001) sugiere una clasificación útil de los programas de investigación generalmente llamados «caos cuántico»:

- *Caos cuantizado*. Bautizado por Berry (1989) como «caología cuántica», es el estudio de la versión cuantizada de los sistemas clásicos caóticos. El principio de correspondencia parece requerir que las características esenciales de la mecánica clásica sean recuperables de la teoría cuántica subyacente. Este estudio es esencial para la comprensión del *régimen semiclásico*, donde la acción cuántica $\hbar$ es pequeña en relación con la acción clásica ($\hbar \to 0$), y donde (como generalmente se supone) la aparición del caos clásico desde la dinámica cuántica tiene lugar.
- *Caos semicuántico* es el estudio de los sistemas con subsistemas clásicos y cuánticos.
- *Caos cuántico estricto*.[3] Esto sería exhibido por un sistema que es acotado, de partículas finitas, no impulsado y totalmente cuántico con un espectro no discreto, mientras que también exhibe SDIC y recurrencia infinita. Su existencia está en disputa (Porter, 2001, pp. 46, 49).

Relativo a SQM, hay varias explicaciones de por qué no puede haber caos estricto. Una se basa en la unitaridad de la evolución cuántica, que preserva las distancias en el espacio de Hilbert, evitando así la divergencia (por ejemplo, Dürr *et al.*, 1992a). Otra (no necesariamente incompatible con la primera) atribuye la dificultad al hecho de que *no hay* trayectorias cuánticas, estrictamente hablando: como consecuencia de la relación de incertidumbre de Heisenberg, $\Delta P \Delta Q \approx \hbar$, no puede haber trayectorias infinitamente precisas en el espacio de los estados y, por lo tanto, no hay divergencia de trayectorias con una separación inicial arbitrariamente pequeña (Belot, 2000; Porter, 2001, y varios otros). Una tercera explicación gira en torno a la cuantización de los niveles de energía, lo que implica que los sistemas cuánticos evolucionan sólo en movimientos periódicos (Berry, 2003).

Algunos creen que el concepto de caos puede extenderse a los sistemas cuánticos, bajo una definición análoga. Sin embargo, no existe una definición universalmente aceptada. Algunos proponen conceptos análogos al exponente de Lyapunov para ciertos sistemas (como el eco de Loschmidt: Peres 1984; o el *quantum participation ratio*: Bastarrachea-Magnani *et al.* 2016); otros han propuesto análogos de la jerarquía ergódica clásica (como la jerarquía ergódica cuántica: Gomez *et al.* 2017; *cf.* Belot & Earman 1997).

Algunos rechazan SQM como una teoría física completa debido al problema de medición. Se han propuesto otras teorías cuánticas que resuelven el problema y son empíricamente equivalentes a SQM. Un ejemplo de esto, que también muestra lo que mencioné antes —que si una noción estricta del caos cuántico se puede definir o no depende de la teoría cuántica de fondo—, es la mecánica bohmiana.[4]

Dürr *et al.* (1992a) han demostrado que en la mecánica de Bohm (BM) el caos cuántico (en el sentido estricto de los exponentes positivos de Lyapunov) aparece naturalmente a partir de la dinámica. BM consta de dos ecuaciones deterministas (Dürr & Teufel, 2009). La primera es la de Schrödinger (5.1), y la segunda es la ecuación guía para cada partícula k:

$$\frac{d(\mathbf{q}_k, t)}{dt} = \frac{\hbar}{m_k} \operatorname{Im} \frac{\nabla_{\mathbf{q}_k}\Psi}{\Psi}(\mathbf{q}, t) \tag{5.2}$$

Dado este sistema dinámico, Dürr y sus colegas notan que «there is nothing in BM which would preclude sensitive dependence on initial conditions [...] and hence positive Lyapunov exponents» (1992a, p. 266).

Sin embargo, se ha observado que el caos cuántico bohmiano no *corresponde* al caos clásico (Efthymiopoulos & Contopoulos, 2006; Matzkin & Nurock, 2008), en el sentido de que algunos sistemas clásicos integrables tienen contrapartes bohmianas caóticas; mientras que existen sistemas bohmianos no caóticos que tienen contrapartes clásicas caóticas. La falta de coincidencia se debe a la presencia del *potencial cuántico*, que aparece en el bien conocido fraseo equivalente de la ley bohmiana como una ecuación de segundo orden que se asemeja a la segunda ley de Newton, excepto por la presencia de un «potencial cuántico» Q:

$$F = -\nabla(V + Q) \tag{5.3}$$

derivado del campo Ψ definido por la ecuación guía (5.2):

$$Q = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\nabla^2|\Psi|}{|\Psi|} \tag{5.4}$$

Es altamente no-trivial ver qué hacer con esto. Matzkin y Nurock señalan que «BM spoils the quantum-classical correspondence that arises in the semiclassical regime» (2008, p. 34), lo cual es problemático para la explicación de la aparición de la clasicidad en el marco de BM. Cushing (2000) sugiere que BM puede tener un dominio ontológico diferente al de la mecánica clásica. Para mis propósitos en esta tesis, no necesito adoptar una postura en este debate. Solo necesito que sea el caso de que, si BM *es* la teoría cuántica correcta (al menos para la aproximación no relativista), entonces hay propiedades modales objetivas instanciadas por la estructura dinámica.

Modalidad objetiva en la mecánica cuántica

Volvamos a la preocupación de que el argumento del caos (§5.2.1) no se extiende al régimen cuántico.

Incluso si no hubiera una noción razonable de caos en el régimen cuántico, ciertamente *hay* «*quantum signatures*» del caos (Gutzwiller, 1990; Haake *et al.*, 2018). Las estructuras dinámicas cuánticas que corresponden a las clásicamente caóticas tienen características distintivas, formando su propia clase, naturalmente delimitada.[5] Entonces, incluso si no hay caos *stricto sensu* en SQM, la característica objetivamente modal que es el caos clásico corresponde a una juntura natural en la clase de estructuras dinámicas cuánticas (Matzkin & Nurock, 2008). Pero entonces, ¿qué nos impide pensar que esta división del conjunto de estructuras dinámicas cuánticas es algo menos que dictado por la Naturaleza misma? Por lo tanto, una propiedad modal objetiva de los sistemas clásicos implica una clasificación objetiva de las estructuras dinámicas cuánticas. Eso da cuenta de la objetividad. Para obtener la modalidad, tengamos en cuenta que la clasificación objetiva se realiza en términos de la estructura de las posibilidades compatibles con las estructuras cuánticas o semiclásicas relevantes (Batterman, 1991). Como un ejemplo importante, tenemos la *fórmula de la traza de Gutzwiller*, que aproxima el número de estados que un sistema cuántico *puede* ocupar a un nivel de energía en términos de las órbitas periódicas (es decir, las *posibles historias*) del sistema clásico correspondiente (Gutzwiller, 1990, cap. 17).

He argumentado que el caos cuántico en SQM es suficiente para la modalidad objetiva en la ontología cuántica. No necesitamos desarrollar tal argumento para el caso de BM, donde, como hemos visto, el caos se puede definir directamente y se ha demostrado su existencia.

5.2.3. Un par de objeciones

Quisiera considerar dos posibles objeciones hacia lo que he argumentado hasta ahora. Después de explicar por qué no son dañinas, en las siguientes subsecciones pasaré a aplicar el argumento del caos cuántico contra cuatro posturas filosóficas acerca de la mecánica cuántica.

Primera objeción ¿Por qué necesitaríamos modalidad aquí? ¿Qué es tan especial sobre el caos? Uno podría argumentar que la descripción de trayectorias alternativas meramente posibles es puramente heurística, o instrumental, o de alguna otra forma, no-comprometedora.[6] En las siguientes subsecciones voy a argumentar en contra de las cuatro posturas principales que defienden algo así. Pero una idea parecida podría ser que, como toda teoría es —según el estructuralismo metateórico— una colección de modelos (en el sentido de Tarski) que son lógicamente consistentes con sus postulados básicos, la modalidad en cuestión es algo poco sustantivo que está presente en la definición de lo que es *ser* una teoría.

Sobre lo último, arriba (§4.4.1) ya he argumentado que la noción modelo-teórica de *teoría* sí es modal, pero que esa modalidad es una representación lógico-filosófica de la modalidad que está «de origen» en el uso científico de los espacios de posibilidad. Por otro lado, lo que es especial acerca del caos frente a la mera descripción de la trayectoria actualizada de un sistema, es que para describir la última no necesitamos hablar de otras posibles trayectorias. Sólo necesitamos decir, para cada momento t de nuestra descripción, qué valores toman los grados de libertad del sistema en t. Pero ese tipo de descripciones tienen muy poco que ver con lo que es una *teoría* de física, donde no solamente se busca describir la historia que de hecho se observa, sino describir historias pasadas, predecir trayectorias futuras, y decir cómo serían otras trayectorias que incluso nunca llegaremos a observar. Y esto se debe a que se busca no solamente *describir* una historia —por supuesto, esto sí es un objetivo, pero no es el único, ni el más importante—, sino *explicar* sus causas.

En general, la dinámica busca explicar las causas del movimiento. Y, en el caso de los sistemas caóticos, la explicación de por qué se comportan como se comportan se basa en que son *caóticos*, y esto significa que su trayectoria actualizada tiene ciertas relaciones con otras trayectorias *meramente posibles*. Aquí debe haber un fenómeno objetivo si el fenómeno del caos es un fenómeno objetivo —como suponemos que lo es.

Segunda objeción ¿Pero cómo es que entidades no existentes como las trayectorias meramente posibles pueden fundamentar características actualizadas —como el ser caótico— de sistemas actualizados?

La respuesta a esto consiste en desarrollar un realismo sobre la estructura modal que sea *actualista*. (Bueno, uno podría introducir un realismo que no sea actualista, sino posibilista o que introduzca otro estatus ontológico, como el de DeLanda, que revisaré y criticaré abajo.) Eso es algo que desarrollaré en las siguientes secciones. Pero la idea esencial es que el fundamento de esas características no son las trayectorias meramente posibles —los «*spooky possibilia*», como dirían algunos—-, sino que esas *existirían* en otras posibles condiciones iniciales que *estuvieran* sujetas a las mismas restricciones a las que está sujeto el sistema actualizado. Así, el fundamento de la propiedad modal de ser caótico es una pluralidad de entidades actualizadas: las restricciones. Desarrollaré y defenderé esto abajo (§§5.3–5.6). Pero primero, criticaré a mis cuatro principales rivales en la metafísica de la mecánica cuántica.

5.2.4. Empirismo constructivo

El empirismo constructivo de van Fraassen rechaza la interpretación realista de las características modales que poseen los modelos científicos: «Ser un empirista es abstenerse de creer en cualquier cosa que vaya más allá de los fenómenos observables reales, y *no reconocer ninguna modalidad objetiva en la naturaleza*» (van Fraassen, 1980, p. 202; mi énfasis). [T35] Los empiristas piensan que los científicos buscan, fundamentalmente, la adecuación empírica de sus teorías, y: «en lo que respecta a la adecuación empírica, la teoría sería igualmente buena si no existiera nada en absoluto que fuera inobservable o no real» (*ibid.*, p. 197). [T36]

Ahora plantearé mi objeción al empirismo constructivo.[7]

El argumento de DeLanda contra el empirismo

La objeción contra el empirismo se basa en la importancia de la estructura de la pluralidad de historias posibles. Cuando los físicos se preocupan por el caos, se preocupan por las propiedades de una *estructura dinámica*. La importancia científica de las historias particulares es secundaria: deriva de la utilidad teórica de *datos numéricos*, lo que a su vez es importante porque puede respaldar una hipótesis particular sobre la estructura dinámica misma. Y esta hipótesis va a ser sobre la estructura del espacio de posibilidades, es decir, sobre las relaciones instanciadas por las trayectorias que son posibles en relación con la estructura dinámica.

Aunque he extendido este argumento para cubrir el caso cuántico, DeLanda desarrolló un argumento desde el caos clásico contra el empirismo.[8] Argumenta contra el empirismo que (2010, p. 147):

> la población de trayectorias en su conjunto muestra ciertas regularidades en las posibles historias de un sistema, regularidades globales que juegan un papel en la configuración de cualquier historia real particular. [...] el espacio de posibilidades tiene estructura, y esta estructura no es mostrada por una sola trayectoria. [T37]

Sklar (2013, p. 195) coincide en este punto:

> Las aplicaciones más antiguas de la dinámica se centraron principalmente en métodos para predecir el comportamiento futuro detallado de un sistema dado su estado dinámico inicial. Las nuevas aplicaciones se centran en el levantamiento de grandes clases de sistemas, cada uno de los cuales tiene una condición inicial diferente, en su conjunto. Son las características de toda la clase de sistemas las que son de interés principal. [T38]

A primera vista, el empirismo es incapaz de dar sentido a esta práctica: si sólo hay trayectorias *actualizadas*, ¿por qué preocuparse por la estructura dinámica que crean? «Bueno», los empiristas me podrían replicar, «porque la dinámica describe (o guía) *futuras* trayectorias reales. La ciencia no se preocupa por lo meramente posible, sino por *predecir lo real*». No obstante, la explicación científica de los datos reales es en términos de modelos según los cuales la estructura dinámica *en sí* es caótica. Y como hemos visto, esto significa que, como cuestión de realidad objetiva, la estructura dinámica instancia una característica modal.

En la medida en que el empirismo constructivo implica un rechazo de explicaciones científicas que apelan a entidades intensionales —las características modales de las estructuras dinámicas—, *el empirismo es anticientífico*. Y en la medida en que la actitud realista hacia la estructura en los espacios de posibilidades no implique tal rechazo, el realismo triunfa sobre el empirismo.

Este será un patrón argumentativo recurrente contra las filosofías restantes.

5.2.5. El convencionalismo neo-humeano

Sider ha propuesto un convencionalismo humeano sobre la modalidad (2011, p. 269), que expuse arriba (§4.3.5). Como vimos entonces, la postura de Sider considera que las verdades modales son verdades que pertenecen a un conjunto más o menos arbitrariamente seleccionado. Contrastemos esto con el conjunto de los electrones: los electrones no se seleccionan arbitrariamente, sino que tienen varias características científicamente importantes en común; se podría decir que están «agrupados naturalmente». Los electrones, pero no lo que está de moda, forman una *juntura de la naturaleza*. Como vimos arriba, el convencionalismo humeano es la tesis de que la clase de verdades necesarias no forma una juntura de la naturaleza. Sider (2016) argumenta que las nociones modales no son necesarias para la ciencia fundamental.

Contra el convencionalismo

Hemos visto que ciertas estructuras dinámicas cuánticas *sí están* agrupadas naturalmente, y que esta agrupación se realiza en términos de ciertos hechos modales objetivos acerca de tales estructuras: ya sea que instancien o no una propiedad modal, la de ser *caótico* (en el sentido definido en términos de SQM o BM). Pero de esto se sigue inmediatamente que hay *hay* hechos modales objetivos en la teoría cuántica: que algunos hechos modales no son arbitrarios: que algunos hechos sobre lo que es posible son *sine qua non* de nuestra comprensión del reino cuántico (y de su relación con el régimen clásico).

El convencionalista sidereano todavía tiene espacio para responder a esta objeción. Como ni SQM ni BM son realmente teorías *fundamentales* (por un lado, no incluyen efectos relativistas), mi argumento no muestra que los conceptos modales sean necesarios para la ciencia *fundamental* . Pero, primero, *sí hay* caos cuántico en la teoría cuántica de campos, el marco teórico del Modelo Estándar fundamental (Kuvshinov & Kuzmi, 2002). Y, segundo, hasta que tengamos una teoría verdaderamente fundamental para examinarla, no podemos saber si *ella* requiere o no que se definan nociones modales. Sin embargo, a juzgar por la historia, no apostaría por el convencionalismo.[9]

5.2.6. El enfoque de la ontología primitiva

El enfoque de ontología primitiva (POA) es un punto de vista de las teorías físicas que consiste de las siguientes tesis (Allori, 2015, p. 107–108):

1. Toda teoría física fundamental conlleva una hipótesis sobre lo que constituye a los objetos físicos. Esta es la *ontología primitiva* (PO), que (i) existe en el espacio 3D o en el espaciotiempo 4D, y (ii) constituye todo lo demás. Las variables que representan el PO se

denominan «variables primitivas» (PV).

2. La teoría incluye variables no primitivas que se requieren para implementar la dinámica de las primitivas; llamemos a estas «variables dinámicas» (DV). Estas se interpretan como siendo «legaliformes» («*law-like*»).

Según Allori (2013, p. 63) (*cf.* Allori *et al.*, 2008, pp. 364–365): «Las historias de la ontología primitiva [. . .] proporcionan la imagen metafísica del mundo, y se producen con la ayuda de (algunas de las) variables no primitivas.» Pero, ¿qué es esta noción de «ayuda»? Bueno, «Podríamos usar diferentes variables internas para obtener las mismas historias para la ontología primitiva. Si lo hacemos, *todavía tenemos fundamentalmente la misma teoría*» (*ibid.*, p. 64; mi énfasis).[T39]

Entonces, el POA otorga un *rol ontológico secundario* a la dinámica: su rol sería «generar» historias para la ontología primitiva, sería el *implementar* su dinámica. Y así, las variables dinámicas se toman como «ciudadanos de segunda clase» en la ontología: lo que es ontológicamente importante no es la ley de movimiento, sino la historia del contenido material del universo (Allori, 2015, p. 109) (las variables no primitivas se degradan aún más de la realidad física en Allori *et al.* 2014.) Esta importancia de las variables primitivas sobre las dinámicas se entiende en términos de considerar que las primeras, pero no las segundas, son instancias de tres sentidos de primitividad (Allori 2015, p. 109; *cf.* Allori 2013, p. 60):

ONTOLÓGICO «Representan a la materia y proporcionan las entidades fundamentales que describe la teoría»,

EPISTÉMICO «Son las variables a las que tenemos acceso directo, a diferencia de las variables no primitivas que pueden representar leyes de la naturaleza»,

ARQUITECTÓNICO «Constituyen los bloques de construcción de todo lo demás, y en virtud de eso y de estar en el espacio tridimensional (o espacio-tiempo) fundamentan el esquema explicativo con el que la teoría describe y explica la realidad física macroscópica». [T40]

Habiendo definido el punto de vista y visto algunas de sus consecuencias, puedo decir por qué no lo creo.

Las variables dinámicas también son primitivas en los tres sentidos

Algunas variables dinámicas de una teoría fundamental tienen que ser *ontológicamente* primitivas porque representan *qué* hace la materia, y *cómo* y *por qué* lo hace, al tiempo que se dejan sin reducir. Las variables dinámicas también pueden representar algo fundamental, incluso si no es material. Pero, ¿por qué la primitividad ontológica debería limitarse a lo material? La mera noción de «fundamentalidad» no *significa* «materia fundamental». Pero entonces a «ontológicamente primitivo» simplemente se le ha estipulado un nuevo significado, y todo el debate ha sido resuelto por una estipulación. Si, en cambio, «ontológicamente primitivo» tiene su significado habitual —*ser básico, no emergente*—, algunas variables dinámicas también son ontológicamente primitivas: al menos algunas de las que expresan las leyes fundamentales de una teoría fundamental. (Más adelante en este capítulo diré más sobre esto.)

Además, o *ambas*, las variables primitivas y las dinámicas son, o *ninguna* lo es, epistémicamente primitivas. Esto se debe a que *no* tenemos contacto epistémico con la materia como *es*, sino como *se comporta*. Es un postulado científico y filosófico básico que *lo que nos afecta* —lo que somos capaces de *detectar* de cualquier manera— tendrá que *modificar* nuestro entorno de una forma u otra.[10] Pero para modificar cualquier cosa, la materia tiene que *moverse* y *cambiar*. Y moverse y cambiar es, por supuesto, lo que significa instanciar una estructura dinámica. Puede que no percibamos las leyes en sí mismas, pero en ese mismo sentido, no percibimos la materia en sí misma: percibimos la materia a través de sus efectos causales, *a través de la dinámica*.[11] Si tener acceso epistémico a la materia a través de cadenas causales es suficiente para que la materia nos sea epistémicamente accesible, una inferencia simétrica muestra que la estructura dinámica es epistémicamente accesible a nosotros: conocemos a los cuerpos materiales a través de lo que le hacen *a otros cuerpos materiales*, por lo que conocemos a la dinámica a través de lo que hace *a los cuerpos materiales*.[12]

Finalmente, algunas variables dinámicas de una teoría también son *arquitectónicamente* primitivas porque la ontología primitiva por sí misma *no* constituye a todo lo demás. Más bien, es a través de ciertas condiciones dinámicas de la teoría que la ontología primitiva puede llegar a constituir cualquier cosa. Es a través de ciertas interacciones dinámicas, y en ciertas condiciones impuestas por restricciones, que la materia primitiva puede llegar a constituir una ontología derivada.

Por lo tanto, las variables dinámicas también son primitivas ontológica y arquitectónicamente, y son tan epistémicamente primitivas como las variables primitivas.

Individuando teorías: La necesidad de variables dinámicas

Parte del POA es la afirmación de que la adecuación empírica de una teoría está determinada por las historias de la ontología primitiva. La idea es que una teoría es empíricamente adecuada en la medida en que reproduce, cuando se le alimentan los datos reales, la evolución de la materia como la historia de las variables primitivas. En el camino hacia la degradación de la ontología dinámica, Allori infiere que (2015, p. 112): «podrían existir teorías empíricamente adecuadas con la misma PO pero cuya evolución es generada por diferentes variables no primitivas». Allori considera que esto contrasta con el caso de las variables primitivas, porque «si cambiamos la PO y su evolución, cambiamos la teoría, ya que cambiamos la forma en que la teoría describe a la materia» (*ibid.*)[T41]

La afirmación de Allori es ciertamente verdadera, pero también muy débil. *Primero*, porque «adecuación empírica» es una noción epistémica: una teoría es empíricamente adecuada sii representa correctamente los fenómenos *observables*, y lo que es observable varía con nuestro estado de conocimiento y la tecnología a nuestra disposición. Pero las nociones epistémicas no deberían tener mucho peso *metafísico*: dadas dos teorías empíricamente equivalentes, una pero no la otra, *o ninguna*, puede ser una descripción correcta del mundo. Segundo, y lo más importante, porque la adecuación empírica subdetermina no solo la ontología dinámica sino también *también* la primitiva. Por lo tanto, la equivalencia teórica es tan compatible con cambiar las variables primitivas como lo es con cambiar las dinámicas. Esta es la razón por la cual la frase «*y su evolución*» es crucial: un cambio *solamente* en la ontología primitiva no implica un cambio de teoría en este sentido específico: dos teorías empíricamente equivalentes pueden representar la materia de diferentes maneras (los fundamentos de la mecánica cuántica ofrecen muchos ejemplos de esto). Entonces, necesitamos un cambio no solo de dinámica, y no solo en la ontología primitiva, para cambiar la teoría: necesitamos un cambio en las *historias*. Pero, como hemos visto, «*historia*» es un concepto *tanto* material *como* dinámico: es una posible evolución de la materia *causada por la dinámica*. *Sí es* verdad, por supuesto, que diferentes dinámicas pueden generar las mismas historias (*empíricamente hablando*); pero *también* es cierto que diferentes ontologías pueden generar las mismas historias (*empíricamente hablando*). Por lo tanto, ninguno de los dos hechos justifica por sí solo la degradación ontológica que requiere el POA.

Permítanme agregar a este argumento. Según Allori (2015, pp. 113, 118; énfasis añadidos):

> si se considera que tener una simetría dada es un desiderátum para una teoría, las simetrías *podrían usarse para seleccionar* [...] el PO más deseable. [...] las propiedades de simetría de la teoría cambiarán presumiblemente al cambiar el PO, por lo que *requerir que una teoría tenga una simetría particular pondrá restricciones* en la elección de su PO. [T42]

Pero las simetrías, ¿de *qué* son simetrías? Por lo general, son simetrías ya sea (i) del espacio(tiempo) de fondo o (ii) de la dinámica. Entonces, en el segundo caso, exigir que una teoría tenga una dinámica particular (una que muestre una simetría dada) es *metodológicamente anterior* para elegir a la ontología primitiva. Creo que los ontólogos primitivos nos deben una explicación de cómo esta prioridad metodológica es consistente con su actitud ontológica hacia las variables primitivas.

Caos cuántico: El argumento

He argumentado que (i) las variables dinámicas son primitivas en los tres sentidos en que lo son las variables primitivas, y que (ii) las razones de los ontólogos primitivos para minimizar la importancia ontológica de las variables dinámicas no resisten el escrutinio. Permítanme dar un argumento positivo a favor de la objetividad de las variables dinámicas: el argumento desde el caos que esgrimí contra el empirismo y el convencionalismo.

¿Por qué las características modales de una estructura dinámica ocuparían un lugar central, como lo hacen en la investigación sobre el caos cuántico, si las estructuras dinámicas no son parte de la ontología física? Los físicos consideran que la estructura dinámica es caótica como la razón por la cual ciertos sistemas evolucionan de la manera en que lo hacen. Pero esto implica que los físicos están comprometidos con que haya hechos objetivos sobre la dinámica y la modalidad. La actitud instrumentalista que los ontólogos primitivos sugieren adoptar hacia las variables dinámicas parece insuficiente para comprender este ámbito de hechos y, por lo tanto, para todo el tema del caos cuántico.

5.2.7. El realismo sobre la función de onda

El *realismo sobre la función de onda* (WFR) es la tesis de que las funciones de onda son campos físicos definidos sobre un espacio físico fundamental y $3N$-dimensional, que generalmente se conoce con el nombre de «espacio de configuración» (Albert 1996, pp. 277-8; *cf.* Albert 2013). Utilizo comillas porque los realistas de la función de onda creen que el espacio de «configuración» es una entidad física (de hecho, *el espacio físico fundamental*).[13] Pero el espacio de configuración es una representación matemática de las *posibles configuraciones* de partículas o campos.

Comprimida en un argumento, la idea de Albert en 1996 parece ser la siguiente:

1. Deberíamos ser realistas sobre la mecánica cuántica.
2. Si (1), deberíamos ser realistas sobre los objetos matemáticos básicos que definen a la mecánica cuántica.
3. La función de onda es un objeto matemático básico que define a la mecánica cuántica.
4. Entonces, deberíamos ser realistas sobre la función de onda. (1,2,3)
5. La función de onda se define en el espacio de «configuración».
6. Entonces, deberíamos ser realistas sobre el espacio de «configuración». (2,5)
7. Ser realistas acerca de un objeto matemático x en una teoría física es tomar x como una representación de un objeto físico.
8. La función de onda y el espacio de «configuración» representan objetos físicos. (4,6,7)

Otro argumento reciente a favor de WFR (Albert, 2019; Ney, 2019) puede expresarse con la sugerencia de Albert de que si tomamos las cosas físicas fundamentales como existiendo en el espacio de «configuraciones» de muchas dimensiones, entonces «las extrañas y complicadas apariencias [3]-dimensionales pueden entenderse [...] en términos de una imagen simple, literal y mecánica [...] de lo que sucede debajo de la superficie de esas apariencias».[T43] El argumento parece ser que WFR ofrece la mejor explicación para el comportamiento no-local de la materia en el espacio 3D, al poner toda la acción física en un espacio de alta dimensión, donde existe un único campo fundamental.

North también defiende WFR. Su argumento se basa en dos principios (2013, p. 188):

MINIMIZA LA ESTRUCTURA Infiere la estructura mínima requerida para la dinámica.
NO ELIMINES MUCHA ESTRUCTURA Infiere al menos tanta estructura como se requiera.

Usando estos principios en el caso de la mecánica cuántica, y notando que debido al enredamiento, «debemos formular la dinámica en un espacio de alta dimensión» (pp. 190–1), ella infiere que «el espacio fundamental de un mundo gobernado por esta dinámica es el de alta dimensión».[T44]

Los realistas de la función de onda, como hemos visto, no creen que el «espacio de configuraciones» sea una representación matemática de las posibles configuraciones de partículas o campos. De hecho, Albert se opone al realismo sobre las características aparentemente modales de QM (1996, p. 283):

> decir que las leyes de las evoluciones de las funciones de onda son probabilísticas [...], no es *en absoluto* decir que esas funciones de onda son de alguna manera probabilidades *ellas mismas*, o que la mecánica cuántica nos enfrenta de alguna manera con una modalidad nueva y completamente misteriosa de «*potentia*» o «*possibilia*» (lo cual es un galimatías). En cualquier comprensión realista de la teoría cuántica, las funciones de onda nunca son nada más ni nada menos que configuraciones de *campo* perfectamente actualizadas. [T45]

Lo que el objetivista dinámico toma como una representación de características modales —de las posibilidades de configuración— es, bajo el WFR, tomado como una representación del espacio físico fundamental *actualizado*, donde existe una sola partícula. Pero *necesitamos* características modales para formular ciertas explicaciones importantes.

Contra los argumentos

Permítanme primero rechazar directamente las motivaciones para WFR. En la siguiente subsección argumentaré que estas motivaciones no se llevan bien bien con el caos cuántico.

La octava premisa de Albert («The wave function and 'configuration' space represent physical objects») no implica que el espacio fundamental sea el espacio de «configuraciones». Es decir: hay muchas formas de ser realistas. Una es la voy a presentar; hay otras.[14]

Los principios de North (MINIMIZA LA ESTRUCTURA y NO ELIMINES MUCHA ESTRUCTURA) tampoco logran llegar a la conclusión, por razones similares. Uno puede aceptar que el espacio de configuración es necesario para la dinámica, reivindicando NO ELIMINES MUCHA ESTRUC-

TURA. Pero no se sigue que el espacio de configuración sea un espacio *físico*. La siguiente es otra posibilidad teórica que puede ofrecer el objetivista modal. Uno puede ser un *ersatzista* sobre espacios de posibilidades, y un *realista sobre la estructura modal*. El *ersatzismo* es la idea de que los espacios de posibilidad son objetos *abstractos* que *representan* posibilidades. El *Realismo sobre la estructura modal*, como lo presentaré en una sección posterior (§5.3), es un realismo sobre la estructura primitivamente modal de una estructura dinámica. Por lo tanto, no es necesario eliminar demasiada estructura si se rechaza el espacio de configuración como un espacio físico: solo se necesita aceptar la estructura *primitivamente modal*.

Ahora pasemos al argumento directo.

La dinámica de la ontología del realismo sobre la función de onda

Pregunta: ¿La ontología fundamental en WFR — el campo en el espacio de «configuraciones»— tiene una dinámica? Sí la tiene. Se mueve en el espacio $3N$ según una ley (ya sea la de Schrödinger o la de GRW).

Pero *no* es el caso que la ley dinámica describa el mismo campo *particular* que *resulta* estar instanciado en nuestro mundo. Describe una pluralidad de campos *posibles* (representables por funcionales en un espacio de Hilbert que evolucionan conforme a la ley). Por el contrario, una afirmación sobre nuestro muy particular campo actualizado no es una *ley*, sino una *afirmación de hecho*.[15] Y la ley *tiene* que describir muchos campos posibles, si la teoría cuántica a la que pertenece ha de soportar el estudio del caos. Porque, como hemos visto, el caos se trata de la estructura de una pluralidad de historias posibles.

Si es así, la práctica científica lleva al filósofo a aceptar la *posibilidad objetiva* de diferentes campos de funciones de onda. Debe haber, por lo tanto, un espacio de posibilidades para estos, que represente algo objetivo. Y, por supuesto, lo hay. El espacio de Hilbert, entonces, debe tomarse como una representación de campos objetivamente posibles (mientras que la ecuación dinámica del campo real especifica cómo está restringido).

Pero ahora apliquemos los argumentos para WFR.

Consideremos el principio de Albert arriba mencionado: ser realistas acerca de un objeto matemático x en una teoría física es tomar x como representación de un objeto físico. Dado que WFR exige realismo sobre la función de onda, y como el caos cuántico exige realismo sobre la estructura de las posibilidades de la función de onda, este principio parece implicar que también deberíamos ser realistas sobre las posibles funciones de onda. Es decir: como hemos usado este principio para inferir la realidad tanto de la función de onda como del espacio en el que se define, la paridad de razonamiento exige también inferir, dada la objetividad de la estructura modal de la dinámica cuántica, la realidad de espacio en el que se define dicha estructura.

Nos encontramos infiriendo la fisicalidad actualizada no solo del espacio de «configuraciones», sino también del espacio de las posibles funciones de onda. Una prodigalidad físico nunca antes vista.

Se podría aplicar un razonamiento análogo a los principios de North, MINIMIZA LA ESTRUCTURA y NO ELIMINES MUCHA ESTRUCTURA. Si esto nos permite inferir la realidad física del espacio de «configuraciones», ¿por qué no también la realidad física del espacio de las funciones de onda, dado que necesitamos su estructura objetiva para comprender la dinámica del caos cuántico?

También podemos aplicar esta estrategia al argumento desde la no localidad. Recordemos que este es el argumento de que si tomamos las cosas físicas fundamentales como existiendo en el espacio de «configuraciones» de muchas dimensiones, entonces «las extrañas y complicadas apariencias [3]-dimensionales pueden entenderse [...] en términos de una imagen simple, literal y mecánica». Por supuesto, en el caso del caos cuántico, lo que necesitamos entender no son las apariencias no locales producidas por el enredamiento, sino las relaciones entre las posibles historias de la ontología.

Consideremos un sistema S que no es local en el espacio 3D; por simplicidad, consideremos un estado singulete para dos subsistemas s_1, s_2 que están (i) separados tipo-espacio y (ii) tienen influencias físicas reales en el otro. Para explicar la conjunción (i)–(ii), la estrategia WFR es tomar s_1, s_2 como estando en el *mismo* lugar, pero no en el espacio 3D, sino en el espacio de muchas dimensiones, de manera que S es local en él. Ahora consideremos el espacio de historias de una estructura dinámica caótica. Estas historias no interactúan físicamente, pero las relaciones entre ellas son físicamente reales: son las que hacen que la estructura dinámica sea caótica. Entonces, están (i) separados (¡ni siquiera existen en el mismo espacio-tiempo físico!), y (ii) tienen (colectivamente) influencias físicas reales en las otras historias. ¿Por qué no se aplicaría aquí la estrategia WFR para permitirnos inferir que hay un espacio fundamental *físicamente real* e *infinitamente dimensional* de «historias» cuánticas — tal como hay un espacio fundamental *físicamente real* y de *de altas dimensiones* de «configuraciones» cuánticas?

Queda una ruta de escape. Si el realista de la función de onda acepta el realismo de Lewis de mundos posibles concretos (1986b), el espacio de Hilbert no representa una pluralidad de posibles historias cuánticas. Representa configuraciones de campo en *otros* mundos posibles dentro del pluriverso de Lewis (pero ver Loewer 1996).[16] Una pluralidad lewisiana de universos aislados, $3N$-dimensionales es una opción lógicamente coherente. Pero se sabe que cada uno, WFR y el realismo lewisiano, causan miradas incrédulas. Dejo al lector el juicio sobre su conjunción.

Junto con la ontología de potencialidades (que criticaré en otro texto), el realismo de la función de onda y el enfoque de la ontología primitiva generalmente se consideran las principales metafísicas realistas para las teorías cuánticas realistas. He argumentado que, al descuidar las características modales de la mecánica cuántica, el enfoque de la ontología primitiva y el realismo sobre la función de onda confrontan el mismo problema que enfrentan el empirismo y el convencionalismo. Ahora voy a sugerir una metafísica realista que evade este problema.

5.3. El realismo sobre la estructura modal: RSEM

En las siguientes subsecciones (§§5.3.1–5.3.2), detallo lo que quiero decir con cada una de las tesis definitorias de RSEM.

El Realismo sobre la estructura modal (RSEM) es una hipótesis metafísica e interpretativa. Metafísicamente, afirma que los sistemas concretos, tanto los subsistemas como el universo mismo, instancian características y relaciones modales objetivas, que definen su *estructura modal*. Interpretativamente (para el caso de las teorías de la física), sugiere un realismo selectivo sobre la estructura dinámica y cinemática de las teorías físicas, y sobre la estructura modal de estas. Como lo he definido, una *estructura dinámica* es una pluralidad de relaciones que los cambios en el tiempo de algunas propiedades físicas tienen entre sí. Una estructura cinemática se puede definir de manera análoga (véase Lange 2017, parte I; Saatsi 2018). A su vez, la *estructura modal* de una estructura dinámica (cinemática) viene dada por la pluralidad de relaciones instanciadas por las historias compatibles con dicha estructura.

Esto todavía es demasiado inespecífico. Queremos saber cómo entender, metafísicamente, tales estructuras modales; RSEM solo afirma que representan algo objetivo.

5.3.1. RSEM implica un realismo científico selectivo

Una teoría dinámica es una teoría del *movimiento*. Sin embargo, debido a que las teorías científicas no están preocupadas primordialmente con acontecimientos particulares, sino con *patrones* en los fenómenos, las teorías dinámicas no son teorías sobre un movimiento *particular*, sino de un *tipo* de movimiento particular (el movimiento de fluidos, de cuerpos rígidos y compuestos, de partículas, etc.) Pero las teorías dinámicas no son solo teorías sobre los movimientos de un tipo que realmente ocurren: ellas *definen* el tipo de movimiento en el que cada una se enfoca mediante los posibles estados e historias en los que los sistemas que realizan ese tipo de movimiento podrían estar: la teoría es una teoría sobre *los posibles movimientos de un tipo*.

Este es el comienzo de una explicación de la utilidad de formular teorías dinámicas en *espacios de posibilidades* —una explicación dada más detalladamente en el capítulo anterior.

Dado un espacio de posibilidades para una teoría dinámica, las leyes de coexistencia, los hechos puramente matemáticos como la geometría del espacio de posibilidades y otras restricciones dan forma al espacio de las historias *cinemáticamente posibles*.[17] Las leyes dinámicas reducen el espacio cinemático a las posibilidades físicas. (Las restricciones físicamente contingentes lo hacen para tipos especiales de sistemas.) Brevemente, el conjunto de posibles estados instantáneos está restringido por las leyes de coexistencia; la cinemática y la dinámica definen espacios de historias posibles — secuencias de estados indexadas en el tiempo; si consideramos sistemas interactuantes, su espacio de posibilidad conjunta está limitado por las leyes de interacción.[18]

El hecho de que una teoría, concebida como un conjunto de leyes, se defina en un espacio de posibilidades da razones para pensar que ser realista sobre una teoría física *requiere* ser realista sobre su ontología *modal* : sobre (i) su espacio de posibilidades y (ii) las leyes y limitaciones que estructuran dicho espacio. Esta es la motivación fundamental para RSEM. El argumento más detallado de la sección anterior es que esta estructura es crucial para las explicaciones que hace la física del fenómeno del caos.

Entiendo *ser realista sobre una teoría* como *tener una actitud doxástica positiva hacia ella*: un estado credal suficientemente intenso hacia el contenido de la teoría, incluidos sus postulados existenciales, tanto observables como no. La inducción pesimista de Laudan (1981) ha llevado a los realistas científicos a ser *selectivos* acerca de qué es lo que debemos ser realistas (Psillos, 1999, cap. 5). RSEM es un realismo selectivo: aplicar RSEM a una teoría es aceptar el realismo sobre la estructura modal planteada por la teoría.

Es habitual en la metafísica modal distinguir las modalidades *objetivas* o *genuinas* de las epistémicas y normativas (*cf.* §2.1.1, arriba).[19] En términos generales, las posibilidades *epistémicas* son posibilidades sólo en relación con lo que sabemos; las posibilidades *normativas* son aquellas que están permitidas por cierto código moral o legal; y las posibilidades *objetivas* son aquellas relativas a cómo es objetivamente el mundo. RAMS es un realismo sobre la modalidad objetiva.

Según esta tesis, el espacio de posibilidades de una teoría dinámica tiene como objetivo representar la *estructura modal objetiva* de los sistemas (la ontología primitiva) que la teoría representa —no es *simplemente* un dispositivo matemático puesto allí para facilitar los cálculos, sin fines de representación. Para sostener RAMS es necesario pensar que, si los sistemas físicos pueden ser de alguna manera, esto no es *porque* podemos imaginarlos, modelarlos, representarlos o representarlos de esa manera; es porque así es la realidad —así es como *la estructura modal objetiva* de esos sistemas es.

5.3.2. RSEM es compatible con una ontología primitiva

RSEM *no* es la hipótesis de que la estructura modal es todo lo que hay. Más bien, es la hipótesis de que, sea lo que sea que exista, eso está estructurado modalmente. Quizá entre las cosas que existen está la ontología primitiva de la teoría fundamental y verdadera del mundo. Por lo tanto, ser realista sobre la estructura modal no requiere ser un *estructuralista óntico*, en el sentido de French (2014) o de Ladyman & Ross (2007).

Sin embargo, como vimos en §5.2.6 arriba, RSEM *no* es compatible con la idea de que la estructura modal es un «ciudadano de segunda clase» en la ontología.

5.3.3. Dos versiones de RSEM

La parte más importante del RSEM es, por supuesto, la tesis de que la estructura modal de los sistemas es algo *objetivo*. Esto significa que tal estructura es algo que existe independientemente de nuestros conceptos, lenguajes, convenciones y decisiones. ¿Pero qué es, exactamente?

Voy a ofrecer una teoría que haga más concretos los compromisos del RSEM, pero antes de ello quisiera notar algo. Quisiera aclarar que RSEM no es una tesis de «muchos mundos» o de «universos alternativos», como la teoría de Lewis (1986b) o, relacionada con ella, la interpretación de muchos mundos de la mecánica cuántica no relativista (Wallace, 2012). La teoría de Lewis a veces se llama «*realismo modal*», pero yo quisiera separar la idea de que los estados o mundos posibles son objetos concretos, de mi idea de que las estructuras modales son entidades existentes.

Conozco dos versiones del realismo sobre la estructura modal: una es la mía, de la que hablaré más adelante, en la forma de un realismo sobre las constricciones. Otra es la versión que DeLanda ha estado desarrollando en sus libros, de la que hablaré brevemente para distinguirla de la mía.

El realismo de DeLanda sobre la estructura del espacio de posibilidades

DeLanda también es realista sobre la estructura modal. Su proyecto es un realismo sobre la estructura modal en la forma de un *realismo sobre la estructura de los espacios de posibilidades*.[20] Lo que da esta estructura, entonces, son los puntos «singulares» o «especiales» del espacio de posibilidades.[21] Estas singularidades no son solamente los atractores o los puntos críticos, también pueden ser (por ejemplo) los puntos estacionarios del cálculo de variaciones (DeLanda, 2002, p. 155).

DeLanda también es un anti-realista sobre los *possibilia* (2011, p. 5):

> [...] lo que se necesita es una forma de especificar la textit estructura del espacio de posibilidades que está definida por las tendencias y capacidades de una entidad. El compromiso ontológico de un filósofo debería ser con la existencia objetiva de esta estructura y no con las posibilidades en sí mismas, ya que estas últimas existen sólo cuando las mantiene una mente. [T46]

Las trayectorias en el espacio de posibilidades corresponden a los mundos posibles y tienen, por tanto, el estatus de posibilidad. Pero la estructura, dada por las singularidades, no tiene ese estatus: en primera, DeLanda (siguiendo su interpretación de Deleuze) piensa que las singularidades son la *fuente* o el *fundamento* de las posibilidades. Sin embargo, estas singularidades no son, de acuerdo con DeLanda, *posibles.*[22] (DeLanda está equivocado en esto, pero no me enfocaré en ello.[23])

Esto es, de acuerdo con él, lo que Deleuze entendía como «lo virtual»: «*el estatus ontológico de algo que es real pero no actualizado*» («the ontological status of something that is real yet not actual») (DeLanda, 2010, p. 148). Lo virtual es «real en sus efectos» porque, por ejemplo, «los atractores confieren a las trayectorias una forma fuerte de estabilidad, [...] haciendo que las trayectorias en el espacio de estados sean capaces de representar las tendencias a largo plazo del sistema» (*ibid.*, p. 150).

Que los atractores sean la fuente de las posibilidades y que ellos no sean posibles, no son las únicas razones que DeLanda ofrece para rehabilitar la noción de «virtualidad» de Deleuze, separándola de las categorías de necesidad y posibilidad (y con ello, de la lógica modal estándar).[24] Pero, contra su postura de introducir la virtualidad como un estatus ontológico distinto a la actualización, la necesidad y la posibilidad, puedo ofrecer dos objeciones típicas y dos más específicas.

Las típicas son estas: (1) ninguno de los argumentos de DeLanda para su postura es decisivo (ya comenté sobre uno; extenderme sobre los otros me desviaría del tema), y (2) la noción misma de virtualidad sigue siendo muy oscura, y no es obvio que introducir un nuevo tipo de estatus ontológico esté justificado por el trabajo teórico que haría el concepto.

Las más específicas son estas: (1) No es obvio que la estructura de un conjunto de posibilidades pueda ser real si esas mismas posibilidades no lo son también. Por supuesto, DeLanda dice que las estructuras no *existen* —*i.e.*, no están actualizadas— pero que son *reales* en el estatus de virtualidad; pero eso no parece resolver el problema sino simplemente darle un nombre. (2) No hay una explicación obvia de cómo puede la virtualidad servir como una causa de eventos actualizados (una causa eficiente o final, como parece ser el caso con los atractores y los principios de menor acción), lo cual se supone que es lo que implica su objetividad (*cf.* por ejemplo, DeLanda 2002, p. 23). Parecería que sólo lo actualizado puede ser una causa de lo actualizado, por lo que, o bien la estructura de los espacios de posibilidad debe estar actualizada, lo que a su vez o bien nos devuelve al problema anterior o bien requiere un realismo modal *à la* Lewis, o bien las relaciones causa-efecto no requieren actualidad. Pero esto requeriría toda una nueva teoría de la causalidad.[25] Sería mejor evitar estos embrollos que trae el concepto de virtualidad.

Por esto, yo rechazo el RSEM *virtualista* de DeLanda, a favor de mi versión *actualista*, que propondré abajo. Esta evade los problemas del virtualismo porque la estructura de un conjunto de posibilidades es lo que *tendrían* si *existieran*, y está determinada por entidades actualizadas: las restricciones. Sospecho que DeLanda argumentaría que, a final de cuentas, la utilidad de su concepto de virtualidad debe juzgarse por su coherencia con los demás conceptos «delandeano-deleuzianos» que él usa en sus impresionantes trabajos 2002 y 2011 para dar una ontología de las ciencias contemporáneas. Eso yo ya no lo puedo juzgar aquí. Pero puedo seguir su metodología: proponer juzgar mi teoría, y contrastarla con la suya, por la claridad conceptual de sus postulados y por su utilidad en la unificación de las ciencias y en la aclaración de conceptos fundamentales de ellas.

Otro realismo: Ersatzismo y actualismo

Las posibilidades, como entidades *existentes* en sí mismas, son innecesarias — y, de hecho, *indeseables* — para el RSEM que yo defiendo aquí. Esto es porque este es una postura *actualista* y *ersatzista*. Ahora explico estos dos aspectos.

El actualismo es la hipótesis metafísica de que *lo que existe actualizado es todo lo que existe*: no hay *possibilia*; no hay universos alternativos: *ser es ser actualizado* (Menzel, 2018) — por supuesto, mi actualismo también rechaza la existencia de las entidades «virtuales» de DeLanda-Deleuze. De acuerdo con esta idea, la actualización es una propiedad objetiva y absoluta (en lugar de indexical, como pensaba Lewis (1986b)), coextensiva con el ser. Literalmente hablando, no *hay* posibilidades, no *existen*: las posibilidades mismas no son parte del mundo — porque, por definición, ¡ellas no están actualizadas! (*cf.* Adams 1974).

Ahora bien, es cierto que «tal y tal es posible» es verdad si y sólo si las restricciones en vigor *permiten* que tal y tal sea el caso. Pero esto no significa, de acuerdo con RSEM, que *haya* una posibilidad en la que tal y tal *es* el caso. De nuevo, lo que sea que haya, es actualizado.

Podemos sentir distintos grados de atracción hacia la hipótesis semántica de que las oraciones como: «Es posible que suceda que p» *significan* que las restricciones en vigor permiten que suceda p. Sin embargo, el realismo de restricciones es una hipótesis *metafísica*, *no* una *semántica*, y no requiero suponer que la metafísica se alinea con el significado del lenguaje natural. Estoy intentando diseñar una metafísica coherente con la ciencia, que unifique los usos de espacios de posibilidades, no una coherente con la forma en que hablamos comúnmente.

Pero ¿cómo es compatible el actualismo —*i.e.*, la inexistencia de posibilidades— con la objetividad de la modalidad?

RSEM es la tesis de que la modalidad es objetiva porque *existen* estructuras modales: estas son entidades actualizadas. En la versión que presentaré, la estructura modal de un sistema viene dada por las restricciones que actúan sobre este: ellas definen cómo *podría* ser, desarrollarse y relacionarse con otros sistemas. Este «podría» no se puede analizar más, metafísicamente habando.[26] (Por supuesto, las constricciones que estudian las ciencias especiales no son fundamentales: una constricción en la química va a analizarse, a final de cuentas, como resultado de lo que sucede en la física fundamental. Lo metafísicamente fundamental de toda constricción, incluso de las emergentes, no es ella misma, ni su existencia, sino su modalidad: es *básico* e *inanalizable* que su existencia implique que tales y cuales cosas sean imposibles.)

Esto es consistente con la práctica científica tal como la entienden los realistas científicos. Bajo el realismo, la ciencia tiene como objetivo descubrir la naturaleza del universo, no de universos alternativos. Sin embargo, la naturaleza de *este* universo incluye estructuras modales reales, como he argumentado arriba (§5.2).

Como he dicho, de acuerdo con RSEM, no hay *posibilidades*, sino que los espacios de posibilidad son, en realidad, objetos matemáticos que representan *lo que podría haber sido*, estructurados por representaciones de las restricciones. (Un espacio de posibilidades no es literalmente un espacio *que contiene posibilidades*, porque no existen tales: ¡ser es ser actualizado! Es un espacio *matemático*, abstracto.) Pero parecería que, si no hay posibilidades, y si los espacios de posibilidad se usan para representarlas, entonces tales modelos fallan en su *telos* representacional: fallarían igual que fallan las palabras en el discurso literal que pretenden referirse a algo que no existe.

Pero, de acuerdo con RAMS, los modelos de posibilidad *no* tienen como objetivo el representar las posibilidades. Representan *estructura modal*. Es decir: representan restricciones interrelacionadas. Tales modelos son representaciones extensionales de entidades actualizadas que son esencialmente intensionales.

Entonces, RAMS encarna una filosofía *ersatzista* de los espacios de posibilidad de modelos y teorías científicas. Lewis (1986b) usó el término «mundo ersatz» para referirse a entidades abstractas que se tomaban como *representaciones de posibilidades* de *este*, el único universo real. Rechazó (Lewis, 1986b, cap. 3) tres puntos de vista ersatzistas: el *lingüístico*, el *pictórico* y el *mágico*. Según el primero, los mundos posibles son conjuntos de oraciones o proposiciones, que representan posibilidades lingüísticamente. Según el segundo, los mundos posibles son representaciones como modelos o imágenes, que representan posibilidades pictóricamente. Según el tercer punto de vista, los mundos posibles no representan las posibilidades de ninguna forma habitual —por eso Lewis lo llamó, burlonamente, «mágico».

Habiendo rechazado el ersatzismo, Lewis propuso su propio realismo: los mundos posibles no son representaciones abstractas, sino sumas mereológicas máximas de entidades concretas (al menos las que más se parecen a nuestro universo), causalmente desconectadas unas de las otras. Algunas de sus objeciones han sido respondidas (ver §5.6.2, abajo), y se ha argumentado que su propia ontología es una especie de ersatzismo mágico (Hymers 1991; una objeción que, por cierto, jamás he visto respondida). RSEM está comprometido con el ersatzismo y, por lo tanto, con el fracaso de las objeciones de Lewis.

(Si uno acopla al RSEM con el nominalismo, los espacios de posibilidad en última instancia tampoco existirán — como tampoco lo harán todas las demás entidades matemáticas, interpretadas o no. Si una acopla al RSEM con el platonismo, los espacios de posibilidad *sí* existen y son, como todas las demás entidades matemáticas, realmente existentes, pero no *determinan* o *fundamentan* estructuras modales: ellas *las representan*. RSEM no implica ni al nominalismo ni al platonismo. Cualquiera que sea la teoría de las matemáticas que uno respalde, tiene que recuperar el papel explicativo que las matemáticas sirven en la ciencia. Los espacios de posibilidad cumplen esta función (ver el capítulo anterior); entonces, cualquiera que sea la teoría de las matemáticas que uno respalde, tiene que recuperar el papel explicativo de los espacios de posibilidades.)

El ersatzismo con el que se compromete RSEM es difícil de clasificar bajo la triple clasificación de Lewis. El espacio de posibilidades de una teoría física suele ser una entidad *geométrica* dotada de estructura algebraica y analítica, descrita y estructurada por las leyes, las restricciones físicas y las definiciones — en resumen, por las *restricciones*, esta vez en el sentido metafísico, general — de la teoría. Un mundo posible es, para las teorías dinámicas, una posible historia de su ontología primitiva; matemáticamente, una curva integral en su espacio de estados. Una curva integral *no* es un conjunto de oraciones; ni se parece pictóricamente a una historia del universo. Pero *representa* en el sentido *científico* habitual de «representación»: a través de un mapeo interpretativo que va de las matemáticas al mundo (más exactamente, a un conjunto de datos o frecuencias, *cf.* §4.8, arriba).[27]

Por lo general, los mapeos interpretativos se especifican informalmente al presentar la teoría. (Por ejemplo, en la mecánica newtoniana, el vector de aceleración representa una cantidad física bien especificada: no es necesario que los físicos traigan toda la maquinaria de la teoría de modelos para comprender a qué se refiere «**a**» en el contexto de la teoría.) Pero en otros casos, lo que realmente significan las matemáticas es discutible. (La mecánica cuántica es un buen ejemplo.) Esto es algo que la ciencia debe determinar y que los filósofos de la ciencia deben de entender. Pero seguramente esta forma de representar no es «mágica»: es parte del trajín cotidiano de la ciencia. Entonces, mi hipótesis es que la clasificación de Lewis era en sí misma *incompleta*, al faltarle un lugar para el tipo de representación que, de acuerdo con RSEM, se da entre espacios de posibilidades y estructuras modales: la que se mantiene entre modelos científicos y fenómenos en el mundo.

Este tipo de representación, digamos, *científica*, es lo único que necesita el ersatzismo con el que se compromete RSEM.

5.3.4. RSEM y el Realismo de Constricciones

Como ya he dicho, por la *estructura modal* de un sistema físico me refiero a la pluralidad de *restricciones* que actúan sobre él. Entonces, mi versión del RSEM encarna el objetivismo modal en forma de un *realismo de restricciones*: la tesis de que las restricciones son entidades objetivamente existentes. En la próxima sección voy a ofrecer ejemplos de constricciones, una caracterización formal de ellas, una caracterización conceptual de la ontología de restricciones, una explicación de cómo ellas — *i.e.*, la estructura modal — se relacionan con las posibilidades, y también aplicaciones de la ontología de restricciones a varias teorías cuánticas y de las ciencias especiales. También voy a tomar ciertos *insights* de la manera en que otros filósofos han pensado sobre la naturaleza de las constricciones.

5.4. El realismo sobre las constricciones: Caracterización y aplicaciones

¿Qué es, ontológicamente hablando, una restricción?

Empecemos nuestro camino hacia una caracterización ontológica mediante ejemplos (ver también §4.5.5).

5.4.1. Ejemplos

Aquí hay tres ejemplos de restricciones en la ciencia:

- La restricción presupuestal de un agente microeconómico consiste en el dinero que tiene a su disposición y el sistema de precios al que se enfrenta: la restricción es que el precio total de una canasta sea igual o menor al presupuesto del agente. Esta restricción define un conjunto de posibilidades: el conjunto de las canastas de productos que el agente *podría* comprar (Mas-Collel & Green, 1995, caps. 3–5). Aquellas canastas que no cumplen con la restricción son canastas *económicamente imposibles* para el agente.
- Una restricción ecológica sobre las poblaciones es la *capacidad de carga* de un hábitat. Esta se define como el número máximo posible de individuos de la especie que *pueden* vivir en ese hábitat sin dañarlo permanentemente (de manera que no se acaben los recursos

que requieren para vivir o lo contaminen de forma que terminen envenenándose; *cf.* Hui 2006). Aquellas poblaciones que exceden la capacidad de carga de su hábitat son ecológicamente imposibles: no podrían vivir en ese hábitat. La capacidad de carga es, entonces, una restricción.

- La conservación de la energía es una restricción para la muchos tipos de sistemas físicos.[28] Consideremos un sistema que tiene una cierta magnitud de energía potencial a un momento, pero que realiza trabajo en cierto intervalo. En ese intervalo, cierta cantidad de la energía potencial se convertirá, mediante el trabajo, en energía cinética. Que valga la restricción de la conservación de la energía significa que no hay ninguna historia posible del sistema en la que, en el estado final, la suma de la energía cinética con la potencial sea distinta de la energía total con la que empezó el sistema. Un sistema que tenga una energía total final distinta de la inicial, al no cumplir con la restricción, será un sistema *físicamente imposible* (de nuevo, suponiendo que tratamos con teorías en las que vale la restricción).

En estos tres casos, que son casos totalmente estándar de ciencia *bona fide*, encontramos restricciones. Pero estas no son algo a lo que podamos apuntar con el dedo: no son especies o miembros de ellas, no son agentes o dinero de estos, no son cuerpos o la energía de estos. Más bien, las restricciones actúan sobre todos los anteriores para *estructurarlos*, para «darle forma» a las relaciones entre ellos.

A está restringido a hacer X si A no puede sino hacer X. Una restricción es un factor que *impide* la realización de algo. Entonces, las restricciones son «hacedores de *im*posibilidad» — contrarias a las potencialidades, que se invocan para explicar las capacidades causales, y por lo tanto a las posibilidades básicas. Se ha pensado que las potencialidades fundamentan capacidades; las restricciones explican las imposibilidades. Por lo tanto, las restricciones son algo como los «duales» de poderes y capacidades: estoy obligado a hacer lo que no tengo el poder de cambiar; puedo hacer lo que no estoy obligado a no hacer.[29] (Todo esto suena como lugares comunes — y eso está bien. Queremos llegar al fondo de nuestros conceptos, y los lugares comunes podrían mostrarnos el camino.)

Cuando actúan sobre un sistema X, las restricciones se pueden representar de manera perspicua como limitaciones en el espacio de posibilidades de X y, por lo tanto, son identificables (en el nivel de la representación) con la *estructura* del espacio de posibilidades de X. Ontológicamente, las restricciones son el fundamento de las *im*posibilidades.

Ahora hablaré de la representación formal de las restricciones, y después ensayaré una caracterización conceptual.

5.4.2. La representación formal de las constricciones

Formalmente, una restricción es cualquier relación entre las variables que representan los grados de libertad de un sistema: una restricción muy simple puede ser que $x^2 = y$, donde x e y representan propiedades del sistema. Se puede representar extensionalmente por un subconjunto del espacio de valores, que consiste en aquellos puntos que satisfacen la fórmula y que son, por lo tanto, *posibles* (o *factibles* o *aceptables*). (Cada uno de esos puntos será lo que en semántica lógica se llama *situación*: un «mundo posible incompleto»). Considere una partícula restringida a vivir en una curva. Podemos representar la restricción, de manera intensional, mediante una restricción en sus variables de posición (tal vez, a su vez, por medio de una determinada función potencial o de una ecuación); extensionalmente, como el conjunto de puntos que satisfacen la restricción. La estructura modal del sistema crea una instancia de esta estructura matemática (Berenstain, 2017).

Con esta definición, las leyes matemáticas también representan restricciones. Pero no todas las restricciones son leyes: algunas restricciones no son globales. Además, las leyes a veces se consideran como *explanans* para historias particulares y estados particulares: se dice que ciertos estados y secuencias de ellos ocurren *debido a* las leyes (y dadas las condiciones iniciales y de contorno). Pero una ley (generalmente y dadas las condiciones) explica *completamente* una historia o estado; mientras que algunas restricciones lo hacen sólo *parcialmente*: el evento ocurre, en parte, porque una clase completa de otros eventos no *podría* haber sucedido.

Algunas restricciones son emergentes; otras son fundamentales. Algunas son «movibles»: algunas varían con el tiempo; algunas otras no —por ejemplo, las leyes fundamentales. (*Cf.* Hooker 2013; para una ontología de restricciones para ciencias especiales, ver Winning 2019).

Algunas restricciones son puramente matemáticas o lógicas, pero cuentan como restricciones del espacio de posibilidades físicas de un sistema porque las restricciones físicas tienen una estructura matemática (*cf.* Lange 2017, cap. 1). Existen restricciones *físicas* propiamente dichas: aquellas que restringen las posibilidades físicas pero que no son en sí mismas teoremas de la matemática pura.

Esto dice Hooker (2013, pp. 757–758) sobre la representación formal de las restricciones en los procesos dinámicos:

> una *restricción* en un proceso dinámico es una reducción de sus grados de libertad subyacentes que surgen de las condiciones físicas en las que tiene lugar el proceso. Los grados de libertad efectivos de un sistema son los proporcionados por sus variabilidades inherentes (sus variables dinámicas) menos las eliminadas a través de restricciones. Las restricciones se expresan como relaciones entre las variables del sistema. [T47]

5.4.3. Caracterización conceptual

Vistas así, parecería que la manera en que pienso en las restricciones es como un tipo de relaciones. Pensemos en una partícula limitada a moverse en una curva en el espacio. La restricción de que se mueva en una determinada curva parece ser una relación entre los diferentes valores de su posición. Pero, si es una relación, no se da únicamente entre sus valores instanciados *en la realidad*: se da entre *todos sus valores posibles*.

En general (y de acuerdo con la caracterización formal mencionada anteriormente), se podría pensar que una restricción es una relación entre no solo las instanciaciones *actualizadas* de las propiedades, sino también entre las *posibles*. Ahora, uno podría objetar que una instanciación *meramente posible* no es una *instanciación*: es una instanciación *que podría ocurrir, pero que no ocurre*. Como Kant vio hace mucho tiempo con sus táleros (en la *Crítica de la Razón Pura*), lo meramente posible es *inexistente*, por lo que nada puede tener ninguna relación con él.

Lo que sugiero es que pongamos de cabeza a este enredo conceptual. No es que una restricción sea una relación entre instancias reales y meramente posibles de propiedades; más bien, decir que algo es *posible* es decir que ese algo *satisfaría la restricción, si se actualizara*. Pienso en las restricciones, entonces, no como relaciones entre lo posible, sino como entidades que *anteceden ontológicamente* a las relaciones — pues una relación se define por las restricciones que satisface. (Consideremos la relación _ *está arriba de* _, que se da entre mi computadora y mi escritorio. *Ser* esta relación significa satisfacer constricciones como ser diádica, tener como dominio el conjunto de todos los objetos concretos posibles, ser irreflexiva, etc.) El realismo de constricciones postula a estas entidades primitivamente modales como los fundamentos de la modalidad objetiva en la física.

Después de Hume, los metafísicos modernos son característicamente escépticos de la modalidad primitiva. Pero como hemos visto anteriormente, (i) dar sentido al caos cuántico requiere aceptar la modalidad objetiva, y (ii) tomar (como lo hace WFR) las características modales de una teoría (representadas por su espacio de posibilidades) como la descripción de un espacio físico actualizado, conduce a una inflación ontológica de proporciones nunca antes vistas.

Por lo tanto, propongo tomar las restricciones como una categoría ontológica adicional, *fundamental*: una irreducible a otras. Maudlin ha propuesto que hay dos nuevas categorías ontológicas: las leyes (2007a) y los estados cuánticos (2018). En oposición a esto, sugiero pensar en las leyes y los estados cuánticos como casos de restricciones: sugiero que el verdadero género es la clase de restricciones, y que las leyes y los estados cuánticos son especies de él. Este punto de vista está motivado tanto por las debilidades de sus rivales como por sus fortalezas interpretativas.

Formalmente, las restricciones dan lugar a los espacios de posibilidades de la misma manera en que las paredes dan lugar a los laberintos: *estructurándolos*. Sin restricciones, el espacio de posibilidades de un objeto es *absolutamente* ilimitado, por lo que la teoría solo predeciría la coherencia lógica como una restricción en la evolución de los objetos a los que se aplica. El nombre «espacio de posibilidad» parecería, entonces, un nombre inapropiado. Un espacio es una cosa *estructurada*: en un espacio, los objetos están *cerca* o, al menos, *en la vecindad* de otros; también pueden estar *lejos*, o al menos, *no en el vecindario* de otros. Pero si absolutamente todas las posibilidades (lógicamente coherentes) están abiertas a un objeto, no puede haber relaciones no-lógicas, sustantivas, entre estas posibilidades, y no pueden soportar probabilidades objetivas no triviales.[30] Las restricciones dan lugar a espacios de posibilidades al estructurarlos, ya que «podan» o «recortan» ciertas posibilidades del objeto.

Ahora relacionaré esta caracterización de las constricciones con la tesis actualista definida anteriormente. A esto le llamo el «modelo algorítmico» de las restricciones.

5.4.4. El modelo algorítmico de las constricciones

Para repetirlo una vez más, el RSEM es la tesis de que los sistemas tienen una estructura modal objetiva; a su vez, esta última se entiende, bajo el realismo de las constricciones, como una pluralidad de restricciones que actúan sobre el sistema. Estas son entidades actualizadas, cuya existencia objetiva explica la objetividad de la modalidad. En este marco teórico, nos podemos preguntar: ¿pero cómo hace tal explicación, si no acepta posibilidades, debido al actualismo?

Permítanme ofrecer analogías. Las estructuras modales son como recetas de pasteles. Si entiendes la receta (y con cierto conocimiento de fondo), puedes saber lo que *produciría*: un pastel con tales o cuales características. Para ello no necesitas *cocinar* el pastel. Las estructuras modales son como recetas de pasteles y las posibilidades son como los pasteles. O también: con los planos de un edificio (y con cierto conocimiento de fondo) puedes saber cómo *sería* tal edificio, sin necesidad de construirlo. Las estructuras modales son como los planos y las posibilidades son como los edificios. O: las estructuras modales son como los genes (y los factores que restringen el papel de los genes) y las posibilidades son como las estructuras fenotípicas. Las constricciones son como el gen de un organismo que nunca se desarrolla y por ello nunca llega a exhibir la estructura codificada. Mejor dicho, sólo exhibe una sola estructura: la actualizada.[31]

Lo que afirmo es que el objetivismo modal *solo* requiere restricciones: la receta, el algoritmo, el plano de construcción, el gen. Sin embargo, una vez que tenemos la estructura, afirmo, las posibilidades mismas —y, por ello, el espacio que literalmente contiene posibilidades— son redundantes en la ontología. Esto no siempre es así: una vez dada la receta, el pastel *no* es innecesario; una vez dado el algoritmo de solución, la solución al problema *no* es innecesaria. Puede ser que tengas el plano, ¡eso no te da la casa!

Pero, dada la presencia de una restricción, podemos ver cómo las afirmaciones modales relevantes son verdaderas. Es decir: las constricciones son entidades actualizadas. Digo que son *esencialmente intensionales*, porque ellas son la parte de la ontología que nos permite tener conceptos y discurso modales: dada una restricción, aquello que la *cumpliría* es posible (y aquello que no lo cumpliría, es imposible). En el nivel semántico, decir que p es posible es verdadero siempre y cuando sea verdad lo siguiente: si p fuera verdad, entonces se satisfarían todas las restricciones relevantes.

En esta tesis no voy a tratar con la semántica de las expresiones modales en el lenguaje natural, ni con la epistemología de la modalidad. Me basta con mostrar, como espero haberlo hecho, que hay una historia aquí que, al menos inicialmente, se puede desarrollar en una teoría semántica plausible. Lo mismo para la epistemología, donde el postulado fundamental es este: si conoces la estructura modal de un sistema, puedes representarlo con un espacio de posibilidades y su estructura matemática. Conocemos estructuras modales —constricciones— mediante metodologías inductivas, y nuestro conocimiento de que algo es posible se da cuando conocemos cuáles son las restricciones en vigor en un dominio dado. Hacemos representaciones, ya sea implícitas o explícitas, públicas, de esas constricciones como limitaciones que estructuran un espacio de posibilidades.

De nuevo, no he ofrecido teorías semánticas y epistemológicas. Pero me gustaría pensar que esta breve sección ha motivado la idea, al menos, de que el modelo algorítmico de las constricciones puede servir para diseñar tales teorías. Esto es un tema para trabajos posteriores.

5.4.5. El papel explicativo de las constricciones

Lange ha demostrado que las restricciones juegan un papel explicativo esencial en las ciencias formales y empíricas. Bertrand y Glazier han demostrado que las restricciones son explicativas en metafísica, también.

Recordemos que los filósofos concuerdan en que ciertas formas de necesidad no son objetivas, sino epistémicas, morales, etc. (§2.1.1), aunque ha sido debatido cómo caracterizar esta diferencia. Pues bien, Glazier afirma que las formas *genuinas* u *objetivas* de necesidad explican ciertos hechos al *imponer restricciones al mundo* que requieren que esos hechos se den (Glazier, 2019, p. 15)

Por otro lado, Bertrand (2019) argumenta que tanto en la ciencia empírica como en la metafísica, podemos encontrar una distinción entre la explicación *top-down* y *bottom-up*. Esta última explica las características de un fenómeno de «nivel superior» en términos de algo sobre un nivel constitutivo o más fundamental. En ciencia, las explicaciones *top-down* se ejemplifican en las explicaciones causales, y Bertrand argumenta que las explicaciones de fundamentación («*grounding*») en la metafísica son análogas a ellas.

Pero también hay explicaciones *top down*. Según Lange (2017, p. 51), las explicaciones científicas por restricción explican un evento al mostrar que este *debe* ser el caso. Se siguen de los «grandes principios generales que todas las leyes parecen seguir» y, por lo tanto, son necesarios en un sentido más fuerte que las leyes dinámicas ordinarias. Estas son explicaciones *top-down*, que también *unifican* fenómenos —que pueden estar sujetos a fuerzas distintas— bajo un mismo patrón explicativo. (Por ejemplo, bajo el mismo principio de conservación, como el de la energía.)

Bertrand (2019) ha argumentado que las restricciones metafísicas, como la unicidad de la composición mereológica, la asimetría de la explicación y el hecho de que la constitución requiere el traslape mereológico, tienen poder explicativo. Según él (p. 2), «Las explicaciones metafísicas por restricción pertenecen a una nueva categoría de explicación metafísica y funcionan de arriba hacia abajo en lugar de de abajo hacia arriba». Este último tipo de explicaciones «adquieren su poder al subsumir sus objetivos bajo principios extremadamente generales» (p. 3), justo como en el caso científico.[T48]

Como he dicho antes (§3.1.3), soy escéptico acerca de la existencia de leyes particularmente «metafísicas». De manera coherente con tal escepticismo, me gustaría pensar que las restricciones que menciona Bertrand son, al final del día, resultado también de leyes y restricciones puramente naturales. Sin embargo, esto es otro tema. Aquí, mi propósito ha sido *iluminar a las constricciones subrayando otro de sus papeles teóricos*: el poder ser utilizadas para brindar explicaciones. Si las constricciones «metafísicas» son, en realidad, naturales, parecería que pueden seguir cumpliendo este rol teórico, al ser suficientemente generales o abstractas.

5.4.6. Resumiendo (y comparando con otras teorías)

Terminando mi caracterización de las restricciones:

- Las constricciones son entidades intensionales, representables extensionalmente como subconjuntos (regiones o subespacios) de un espacio de posibilidades.
- Hacen que ciertos estados de cosas sean imposibles (reducen los grados de libertad, las dimensiones de variación posible); pero al hacerlo, también tienen un papel habilitador.
- Las leyes globales son restricciones, pero también lo son las restricciones locales.
- Las restricciones requieren materia para instanciarse: son su estructura modal; constituirían (bajo el modelo algorítmico de §5.4.4) el rango de las circunstancias posibles en que podría existir, y desarrollarse, tal materia.
- Tienen poder explicativo: pueden usarse para explicar un fenómeno como *necesario*, cuan-

do se descartan todas las demás alternativas como *imposibles*: aquellas que no satisfacen las restricciones.

Por supuesto, una restricción no es «tipo-objeto»: no son individuos, ni propiedades o relaciones entre ellos. (Me refiero a ellas como «entidades», pero uso este término de forma neutral al tema, para hablar de todo lo que exista en cualquier categoría.) Pero yo diría que ya *sabíamos* que las categorías sintácticas de la lógica de predicados son demasiado limitadas para ayudarnos a modelar la ontología. Diversos autores han señalado que esta nos «ciega» a posibilidades conceptuales abiertas: por ejemplo, si la ontología consiste en campos (Schneider, 2006; Maudlin, 2007b), hechos (Turner, 2016), o estructuras ónticas (Ladyman & Ross, 2007; Dasgupta, 2009). Podemos definir un papel teórico para las restricciones, y podemos relacionar ese papel teórico con la ciencia. Tanto peor para los criterios de claridad basados exclusivamente en la lógica básica de predicados, una herencia de inicios del siglo XX; me parece que esos criterios simplemente están obsoletos.

(En realidad, propondría hacer la representación lógica de las restricciones mediante los «marcos de restricciones» que exploré en mi tesis de maestría (Romero, 2014b, §3.2). En ellos, tenemos una «función modal» que codifica las restricciones, a su vez determinando: (1) los individuos que pueden coexistir en un mundo posible dado, y (2) las restricciones en la construcción de un nivel fundamental a uno derivado. No incluí las restricciones dinámicas, que también se dan dentro de un mundo (como las de construcción, que de hecho muchas veces también son dinámicas), pero en el orden del tiempo, no en el orden de fundamentalidad, pero se puede hacer a costa de complejidad extra. En el modelo lógico las funciones modales son objetos muy sencillos, aunque son cubren y generalización a formalismos como una función de onda o un Hamiltoniano: funciones que definimos escribiendo la dinámica. Las restricciones de construcción serían funciones que definimos describiendo las condiciones de generación (e.g. las condiciones bajo las cuales unos átomos componen a una molécula).)

Me gustaría comparar mi teoría de las restricciones con algunas teorías recientes de restricciones, tanto en la filosofía de la ciencia como en la metafísica analítica. Como esta tesis ya es demasiado abigarrada, paso esas comparaciones a las notas finales de este artículo; donde la comparo con las teorías de:

- Campbell;[32]
- Bechtel y Winning;[33]
- Lange;[34]
- Roy y Wang.[35]

Habiendo ofrecido caracterizaciones conceptuales y formales de la ontología de las restricciones, y después de subrayar su poder explicativo, ahora voy a exponer dos aplicaciones de ella.

En tanto que es una metafísica naturalizada de la modalidad, ella debería poder usarse para *interpretar* y *unificar* teorías científicas. Ahora voy a mostrar dos casos de esto.

Empezamos con las teorías cuánticas.

5.4.7. Aplicación: la función de onda

Permítanme sugerir que pensemos a la función de onda como una restricción —mejor, como una representación de las restricciones que actúan sobre el sistema cuántico. La función de onda es una restricción que ayuda a determinar las historias permitidas de la ontología cuántica. Así como las restricciones en la dinámica clásica permiten que haya una ontología emergente —al correlacionar los grados de libertad de las partículas más básicas y constituyentes (Hooker, 2013)—, las restricciones en la mecánica cuántica permiten que haya sistemas: sistemas no locales, al correlacionar sus grados de libertad. (Así, la ontología de restricciones nos da un marco conceptual en el que puede haber una futura explicación física de la localidad: si se llega a una explicación de la existencia de estas restricciones.)

Como vimos anteriormente, una restricción es una entidad esencialmente intensional. Su existencia implica que ciertos estados de cosas —aquellos que no lo satisfacen— son imposibles, y por lo tanto, cualquier cosa que satisfaga la restricción es posible. La naturaleza de la actualidad difiere entre las teorías cuánticas. Dado el problema de la medición de SQM, es difícil decir exactamente qué dice la teoría sobre la naturaleza de la actualidad. Pero en BM, la actualidad es el escenario típico que satisface las restricciones. Como comentan Dürr & Teufel (2009, p. 52), con aprobación: «Según Boltzmann, lo que está sucediendo es el escenario típico bajo las restricciones dadas». Por poner otro ejemplo, en GRWf, la realidad actualizada es un escenario en el que todo lo que se determina es la tasa promedio (y el lugar) de eventos que aparecen aleatoriamente. Lo que lo determina son las restricciones y el resto se deja al azar.

Hay que tener en cuenta que (en BM y GRWf) la restricción representada por la función de onda se define en el espacio de configuración $3N$ porque correlaciona las posiciones de la materia primitiva de manera no local, por lo que la *afecta*. Afecta a la materia limitándola: no como lo hacen las causas eficientes, sino estructurando sus posibles historias (recordemos el *rol de Campbell*, §32). Ahora argumentaré a favor de esta interpretación para las dos teorías cuánticas que definí arriba (§5.2), y señalando que puede explicar el caos.

Realismo de restricciones y la mecánica bohmiana

Primero tenemos un argumento para el realismo de constricciones en BM. Una forma de ver el argumento es a partir de la escritura equivalente de la ley bohmiana en términos del potencial cuántico Q definido por la ecuación 5.4. En física clásica, las funciones potenciales son un tipo de restricciones, al restringir los movimientos de los cuerpos. Por analogía, es razonable concluir que en física cuántica, la función del potencial cuántico también es una restricción. Pero incluso dejando de lado los potenciales, el campo Ψ se puede interpretar como un campo de restricciones, limitando las posibles trayectorias para las partículas N en el espacio de configuración.

Realismo de restricciones y la mecánica cuántica estándar

Para SQM, consideremos la regla generalizada de Born (Shankar, 1994, cap. 4). Cuando se mide una observable A, $\Psi(x,t)$ se escribe como una combinación lineal de eigenestados del operador correspondiente a la propiedad en cuestión:

$$\Psi = \sum_i c_i \Psi_i(x,t) \tag{5.5}$$

donde Ψ_i es un eigenestado del operador $\hat{A}$ con eigenvalor A_i; o, si el espectro de $\hat{A}$ es continuo:

$$\Psi = \int |\alpha\rangle \langle\alpha|\Psi\rangle \, d\alpha \tag{5.6}$$

donde, por supuesto, $|\alpha\rangle$ es un eigenvector de $\hat{A}$ con eigenvalor α. En cualquier caso, la (densidad de) probabilidad de que la medición de A arroje el valor A_i es $|c_i|^2$ ($|\langle\alpha|\Psi\rangle|^2$). Esto significa que Ψ representa todos los estados posibles (eigenvectores de $\hat{A}$) junto con su probabilidad de actualización. Recordemos que representamos a las restricciones como conjuntos de aquellos estados que satisfacen la restricción (intensional). Tenemos, entonces, una analogía formal: Ψ representa extensionalmente a las restricciones que limitan al sistema entero, junto con las amplitudes de probabilidad asociadas a cada posibilidad que satisface las constricciones. Esto da otra motivación para pensar en Ψ como una restricción también en SQM.

Realismo de restricciones y el caos cuántico

Finalmente, el realismo de restricciones puede explicar el caos cuántico.

La estructura de las historias posibles, que hace que la estructura dinámica asociada sea caótica, es una estructura meramente posible. Los físicos pueden pensar en ello porque representan esa estructura de manera extensional, extrayendo las consecuencias de una hipótesis de que una estructura dinámica real obedece a tales restricciones. El caos es un fenómeno objetivo porque es la manifestación de restricciones objetivas —de una estructura modal objetiva— instanciada por la estructura dinámica.

5.4.8. Aplicación: la ontología de las ciencias especiales

Las constricciones son lo que hacen posible que haya entidades emergentes (*cf.* Hooker 2013 y Wilson 2010). Por lo tanto, las constricciones son lo que permiten que haya la ontología de las ciencias especiales, y por lo tanto, un pre-requisito para la existencia de estas. Además, las constricciones también estructuran las situaciones causales en los dominios emergentes: como también hemos visto antes (§§4.5.4–4.5.5), encontramos restricciones en básicamente todas las ciencias y hasta en las ingenierías. Su existencia es lo que permite la representación de la estructura modal de los sistemas concretos mediante los diferentes formalismos de espacios de posibilidades, y con ello, también permite diferentes estrategias explicativas: explicaciones por equilibrio, por optimalidad, topológicas, etc.

Lo mencionado en el párrafo anterior es lo que conecta la existencia de restricciones con la posibilidad de las ciencias, sus formalismos, y sus explicaciones. Pero todo esto es posible porque las constricciones estructuran el desarrollo y las características de los sistemas concretos (además de, como ya he mencionado, su existencia). Como hemos visto en este y en el capítulo anterior, los sistemas del mundo están estructurados por restricciones en sus propiedades, restricciones tanto sincrónicas como diacrónicas, y restricciones sobre los sistemas mismos y sobre su interacción con otros sistemas.

Parte de lo que explica que veamos las especies animales que vemos hoy es que hayan habido ciertas restricciones en su ambiente, en su desarrollo, y en su evolución. Parte de lo que explica que veamos el comportamiento de los mercados financieros que vemos hoy es que el consumo y la producción estén sujetos a ciertas restricciones. Parte de lo que explica que haya sistemas descriptibles por la mecánica clásica es que existan ciertas restricciones físicas.

El realismo de las restricciones, por tanto, permite conectar la ontología fundamental con la derivativa, al permitir entender la existencia y las características de esta a partir de restricciones en la primera. El anti-realismo sobre las restricciones no tiene ese poder explicativo, por lo que tenemos otra razón para dejarlo de lado.

5.5. El potencial motivador del RSEM

RSEM puede fundamentar una explicación de los procesos de formación de teorías en física a partir de teorías anteriores, mientras que sus competidores no (o no obviamente). Algunos de estos procesos —por ejemplo, la cuantización de las teorías clásicas en física— son, explícitamente, manipulaciones de espacios de posibilidad (§4.9, arriba), bajo el supuesto de que la teoría cuantizada es una representación aproximada de la realidad: el espacio de posibilidad de la teoría exitosa se toma como una representación aproximada de las restricciones ontológicamente verdaderas.

Por otro lado, en un tema relacionado, Monton (2013, p. 166) comenta que:

> Es parte de la historia de la física que los físicos identifiquen ciertas afirmaciones en una teoría como definitivamente verdaderas, incluso cuando reconocen que la teoría en sí misma es falsa. Se toman algunas teorías falsas para proporcionar ciertas ideas que se trasladarán al desarrollo de cualquier teoría futura. [T49]

Lo que quiero sugerir es que esas afirmaciones son, por lo general, restricciones muy generales.

En cierto sentido, toda relación entre variables que se haya descubierto (o digamos, que pasa las mejores pruebas estadísticas como un efecto real), es una constricción sobre las futuras teorías: ninguna teoría que no dé cuenta de ellas puede considerarse empíricamente adecuada. En este sentido, ciertas afirmaciones acerca del mundo se ven como *hechos*; estas limitan las posibilidades sobre cómo puede *de hecho* ser el mundo. Esto, me parece, le da mayor fuerza al realismo sobre las constricciones.

Para poner un ejemplo más concreto, la mecánica cuántica puede ser una teoría falsa de la naturaleza, pero el teorema de Bell, que nos dice que ninguna teoría local puede reproducir las predicciones de la mecánica cúantica, es una restricción para las teorías posteriores. Esto *significa* que sabemos que ciertas posibilidades están cerradas. A su vez, esto requiere que haya algo objetivo, algo *real*, en aquello que se requiere para que haya posibilidades en absoluto. El realismo de restricciones provee esa objetividad; las teorías rivales, no. Y la explicación es muy sencilla: el teorema de Bell muestra que hay constricciones en la naturaleza.

Para un segundo ejemplo, consideremos la *invarianza de Lorentz*, que dicta la equivalencia física de los marcos inerciales. Se suele pensar que la relatividad especial muestra que la dinámica fundamental *debe* ser invariante de Lorentz, pero esta simetría es mucho más general: suele ser un requisito para las teorías sucesoras que sean invariantes de Lorentz. La idea que está detrás es que esta simetría es una *constricción objetiva*. De nuevo, el realismo de las constricciones fundamenta esta idea. Sus contrincantes, no.

5.6. ¿Problemas para el RSEM?

5.6.1. ¿Formulaciones equivalentes?

Deberíamos ser realistas sobre algunas teorías científicas. Según RSEM, deberíamos ser realistas sobre la estructura modal hipotetizada por esas teorías sobre las cuales deberíamos ser realistas. Ahora voy a presentar un problema para esta idea.

Una teoría científica podría tener diferentes formulaciones. Por supuesto, aquí enfrentaríamos el problema de decir cuándo diferentes formulaciones son formulaciones de la *misma* teoría: necesitamos un criterio de individuación para las teorías. ¿Es cuando son *matemáticamente* equivalentes, para una transformación de «isomorfismo» específica? ¿O es cuando son empíricamente equivalentes? ¿Quizá cuando son *conceptualmente* equivalentes, en un sentido todavía por definir?

Sin embargo, la objeción puede ser más poderosa. Podría decir que, para cada uno de estos tres posibles criterios de individuación que he mencionado, podemos encontrar casos de teorías con formulaciones equivalentes. Para los propósitos de la objeción, no se requiere un criterio de individuación: basta con notar que en cada caso hay tal superávit.

Para nuestros propósitos, el punto relevante acerca de las teorías equivalentes es que una misma teoría científica se formule utilizando dos (o más) espacios de posibilidades diferentes. Si esto sucede, podría decirse que la misma teoría científica atribuye dos (o más) estructuras modales diferentes al mundo. Si queremos ser realistas al respecto, ¿cuál de esas estructuras modales deberíamos tomar como *la* estructura modal de las entidades mundanas? (Por supuesto, este problema no es meramente conjetural. Toda teoría respetable de la física tiene al menos dos o tres formulaciones empíricamente equivalentes, Styer *et al.* *cf.* por ejemplo 2002.)

Frente a tal problema, podríamos distinguir tres posibles respuestas:

ESTRUCTURALISTA Deberíamos abstraernos más lejos, hacia la *estructura compartida* de los espacios de posibilidad; p.ej., centrándonos en cómo la teoría de grupos abstrae simetrías (French, 2014). Esta estructura compartida es la estructura modal real.

MONISTA Hay una estructura modal real, la que se muestra en el espacio de posibilidades *correcto*.

- OPTIMISTA Hay una epistemología manejable para la única estructura modal verdadera. Por ejemplo, en términos de virtudes metateóricas como la simplicidad ontológica (para el caso de la mecánica clásica, *cf.* Curiel, 2014; North, 2009).
- ESCÉPTICA No tenemos una epistemología manejable para la única estructura modal verdadera. Debe haber una, pero o no podemos saber cuál es o la pregunta no tiene valor científico.
- PRAGMÁTICA Cada formulación es apropiada para un contexto (experimental o teórico) distinto; cada sistema tiene su propia estructura modal (una postura parecida se considera en Ruetsche, 2011).

PLURALISTA No hay una estructura modal única. Hay *muchas* estructuras modales para la misma ontología.

No conozco a ningún realista que defienda el pluralismo. Y eso no es sorprendente: parece una exageración ontológica, al introducir más entidades de las que son necesarias para la explicación científica. Por otro lado, aunque la estructura «de alto nivel» que nos brinda la teoría de grupos puede contener información física importante, uno pensaría que también hay características relevantes en el nivel más bajo del espacio de posibilidades.

Estas consideraciones, que reconozco que son muy breves, me llevan hacia considerar seriamente la postura monista. Por ahora no tengo un argumento para la idea de que todo sistema concreto tiene una *única* estructura modal además de este. Todavía peor: no tengo un esquema de argumento o estrategia para seleccionar entre varias posibles estructuras para los sistemas concretos para los que tenemos teorías empírica o hasta matemáticamente equivalentes —como se puede argumentar que es el caso para los sistemas descritos por diferentes teorías mecánicas. Esto merece un trabajo detallado que requeriría de mucho más espacio. Por ahora, solamente puedo apuntar que esos debates ya existen en algunas áreas (como el citado debate entre, por ejemplo, North (2009) y Curiel (2014)), y esto me da algo de confianza en que la cuestión sea legítima, interesante, y hasta (en principio) soluble.

5.6.2. ¿Problemas de expresividad?

Como señalé en §5.3.3, RSEM encarna una metafísica actualista de la modalidad y una filosofía ersatzista de los espacios de posibilidad. Pero se sabe que el actualismo enfrenta problemas con el poder expresivo.

McMichael (1983) argumentó que las afirmaciones de posibilidad anidadas son problemáticas para el actualista. Consideremos una oración como: (A) «Yo podría haber tenido otra hermana». De acuerdo con la semántica actualista básica, esta es verdadera si hay un mundo posible (un punto en un espacio de posibilidad) w, accesible desde el punto que representa nuestro universo (el *mundo actualizado*) que verifica la oración. Un punto en un espacio de posibilidad verifica la oración si hay algún objeto realmente existente en su dominio que se convierte en «*proxy*» para mi otra hermana (tal persona, por construcción, *de hecho* no existe).

Pero ahora consideremos la oración (B): «Podría haber tenido otra hermana que nunca tuvo una bicicleta, pero que podría haber tenido una». Esta es verdadera si hay un mundo posible, v, accesible desde w, que contiene una bicicleta que no está en el dominio de w, y tal que la persona que es mi hermana en w posee una bicicleta en v. (B), entonces, requiere que existan *possibilia*, para poder «seguir» a ese individuo, de un mundo al otro (digamos), de forma que se satisfagan las condiciones de verdad. Sin embargo, si el actualismo es verdadero, entonces no existen los *possibilia*, y la postura no tiene forma de brindar condiciones de verdad correctas para las oraciones modales con operadores anidados.

Pero los problemas de expresividad *ya* han sido resueltos. Se han ensayado varias estrategias.

Una estrategia es aceptar objetos contingentemente no-concretos que son necesariamente existentes (Linsky & Zalta, 1994, 1996; Williamson, 2013); esta ontología es muy abundante y poco atractiva. Otra estrategia es aceptar recursos ideológicos más robustos, como el operador de actualidad de Hazen (1996), los infinitos operadores de Vlach de Correia (2007) o los lenguajes infinitarios (Sider, 2002, pero ver Leuenberger 2006). Otra estrategia es generalizar la noción de alcance para cuantificadores y constantes no lógicas, como en la *lógica amigable a la independencia interpretativa* de Torza (2013).

Mi enfoque preferido es el aparato de los *mundos-a* de Rayo y su *notación del punto* (Rayo, 2013, cap. 6 y apéndices). El dominio de cuantificación de los mundos actualistas contiene pares como ⟨Carlos,'actualizado'⟩, y estos se utilizan para interpretar afirmaciones sobre el objeto realmente existente Carlos. También contiene pares como ⟨Carlos,'no-actualizado'⟩, y estos se utilizan para interpretar afirmaciones sobre los *possibilia* no actualizados. El problema de McMichael se resuelve con una teoría de la *vinculación* [*linking*] —cuando dos mundos-a representan el mismo *possibile*. Rayo elige una teoría de la vinculación mediante la *identidad*: dos mundos-a, w_1 y w_2, podrían representar a mi hermana meramente posible si ambos contienen ⟨Carlos, 'no-actualizado'⟩.

Sin embargo, todo esto depende de que tengamos una lógica modal adecuada para el RSEM. Si vamos a naturalizar a la metafísica modal, debemos mostrar que los espacios de posibilidades dan lugar a la semántica de marcos kripkeanos de una manera adecuada para la teorización semántica. Y podemos hacerlo: en el siguiente capítulo (cap. 6) investigo las perspectivas de la *naturalización de la lógica modal metafísica*.

5.7. Implicaciones sobre los estructuralismos: Modal, óntico, y de las propiedades

5.7.1. Estructuralismo óntico y realismo sobre la estructura modal

El *estructuralismo óntico* o *realismo estructural óntico* (Ladyman, 1998, 2014) es una de las posturas más influyentes en la filosofía de la física reciente, que se ha buscado extender a otras ramas, como la filosofía de la economía (Ross, 2008), de la biología (French, 2014, cap. 12), y a una metafísica naturalista general (Ladyman & Ross, 2007; French, 2014). El postulado básico del realismo estructural es que las teorías no nos hablan acerca de objetos y propiedades de las que está hecho el mundo, sino directamente sobre estructura y relaciones (Ladyman, 1998, p. 422). Este realismo estructural viene en dos versiones: *epistémico* y *óntico*. La primera nos dice que *hay* individuos, pero como nuestras teorías solamente nos hablan de su estructura (sus propiedades y relaciones), estas son, necesariamente, incompletas. La segunda nos dice que *sólo hay estructura* y, por lo tanto, incorpora un postulado ontológico a la filosofía realista de la ciencia.

En esta tesis no me comprometeré con el realismo estructural óntico. (No estoy totalmente convencido de que la ciencia *solamente* represente estructuras, y no estoy totalmente convencido de que solamente *hay* estructuras; aunque estoy bastante convencido de que la ciencia sí logra representar la realidad.) Sí me comprometeré (ver este y el siguiente capítulo) con una tesis realista: que la ciencia *busca*, y *logra*, representar *estructuras modales*.

Para los estructuralistas ónticos como Ladyman (Ladyman & Ross, 2007, *passim.*) y French (French, 2014, caps. 8–10), las estructuras que representan las ciencias son estructuras *modalizadas*: algún tipo de «redes de relaciones» que tienen vinculaciones modales entre sí, donde estas «redes» son *relaciones sin* relata (Ladyman & Ross, 2007, p. 79):

> Dado que algunas teorías han logrado un éxito predictivo novedoso, nuestra metafísica general debe explicar cómo puede ocurrir el éxito predictivo novedoso, y la explicación que favorecemos es que el mundo tiene una estructura modal que describen nuestras mejores teorías científicas. [T50]

Además de intentar justificar una metafísica sin *relata* —a partir de diversos argumentos, como el de la subdeterminación de la identidad en la física moderna, el argumento de las predicciones novedosas o el de la preservación de estructura en el cambio de teorías o el de la unificación de las ciencias, etc.— dos preguntas son, obviamente, acuciantes para esta postura (suponiendo que damos por sentado al realismo): (i) ¿Qué es una *estructura óntica*?, y (ii) ¿Cómo sabemos qué estructura representa una teoría científica, y que se preserva en los cambios teóricos? Se han propuesto muy variadas respuestas a ambas preguntas, pero a veces se utilizan modelos para responder a ambas: en términos de la teoría de la información (Ladyman & Ross, 2007, cap. 4), de la teoría de modelos, de la teoría de gráficas, de la teoría de categorías, de lógicas no estándar (Dasgupta, 2009), y de la teoría de grupos. En particular, quizá el acercamiento más tradicional a la noción de *estructura* —tanto en el nivel teórico como óntico— es precisamente este último, y va al menos hasta Weyl y Cassirer (French, 2014, caps. 1 y 4); hoy en día se aplican versiones muy sofisticadas para entender la estructura en común de, por ejemplo, la mecánica clásica y la cuántica (Manero, 2019).

Los estructuralistas ónticos y yo —que, como he dicho, en el próximo capítulo propondré un modelo ontológico del objetivismo modal que estoy defendiendo aquí— tenemos un objetivo en común: definir la noción de *estructura modalizada*. Los estructuralistas ónticos creen que solamente hay estructuras, que son algún tipo de «redes de relaciones» que tienen vinculaciones modales entre sí. Por mi parte, me importa comprender cómo la ciencia representa la *estructura modal* de los sistemas concretos: las relaciones entre los posibles estados de estos sistemas.

Podría adoptar alguna de sus teorías (y en el capítulo siguiente hablaré más sobre esto), pero creo que el énfasis en la mecánica cuántica y la relativista ha ayudado a limitar bastante las miras de los estructuralistas ónticos, y espero que todo lo que he mostrado con mis seis argumentos de indispensabilidad sea prueba suficiente de ello: *la estructura científicamente importante de un espacio de posibilidades va mucho más allá de las simetrías que podemos entender mediante la teoría de grupos.*

Los estados atractores, o en los que hay algún equilibrio, o las constricciones bajo las cuales existe el sistema, o los puntos óptimos de alguna función objetivo, o las propiedades computacionales del sistema, o las formas de una distribución de probabilidad sobre el espacio, o las relaciones de emergencia y co-dependencia entre diversos sistemas, o la estructura topológica del espacio, todo esto y más, son parte crucial de la estructura del espacio de posibilidades. Y si los estructuralistas ónticos desean comprender cómo las relaciones sin *relata* y las «redes» de estas, tienen vínculos modales entre sí, me parece que van a tener que comprender, también, qué es la *estructura modal* —la estructura de esos vínculos entre relaciones— que las diferentes ciencias representan. Espero que este capítulo sea el inicio de una contribución a ello.

5.7.2. Estructuralismo de las propiedades y realismo sobre la estructura modal

Los estructuralistas nomológicos son llamados así porque creen que la esencia de las propiedades y relaciones (concretas) está dada exhaustivamente por las relaciones nomológicas que mantienen entre sí: las propiedades no tienen más esencia que esa. A su vez, estas relaciones nomológicas son lo que describen las leyes científicas. Entonces, las leyes describen los límites de la posibilidad física porque describen las esencias de las propiedades, que deben tener ciertas relaciones cuantitativas entre sí.

Mi realismo sobre la estructura modal está comprometido con parte del estructuralismo nomológico: implica que las leyes describen la esencia de las propiedades. Pero rechazo la afirmación de exhaustividad: creo que son las *restricciones* las que definen la esencia de las propiedades y las relaciones, y las leyes son sólo una subespecie de las restricciones. Hay restricciones más locales, y creo que también definen los límites de posibilidad para el ámbito ontológico en cuestión. Veamos esto con un ejemplo elemental.

Un estructuralista nomológico creerá que la velocidad clásica tiene una naturaleza, y que su naturaleza está dada por las leyes de la mecánica clásica. Suponiendo que estas sean las leyes newtonianas (en oposición a, digamos, las de Lagrange), la naturaleza de la velocidad clásica debe ser la derivada temporal de la posición, sujeta a la ley de la inercia, y tal que su derivada temporal sea igual a un factor determinado por la masa del sistema y las fuerzas que actúan sobre este. Los estructuralistas nomológicos dirán que esto agota la definición real de velocidad clásica.

Pero yo creo que falta *más*: tanto «arriba» como «debajo» de las leyes, por así decirlo. «Arriba», necesitamos los principios de simetría que obedecerán las leyes de la mecánica clásica. Los estructuralistas nomológicos se sentirán cómodos agregando estos a las definiciones reales de propiedades físicas. Pero a «debajo», necesitamos las restricciones locales que definen los límites de posibilidad de la velocidad en una situación particular.

Supongamos que una partícula clásica es un péndulo simple, restringido a moverse dentro de un cierto ángulo ángulo máximo θ desde un eje vertical. Esta restricción implica que la velocidad de la partícula también está limitada —está limitada a «vivir» en el plano x, y, por ejemplo, y no puede simplemente «volar» fuera de θ. Entonces, lo que significa *ser* la velocidad clásica *en ese tipo de situación* es estar sujeto a esta restricción particular.

Lo que está sucediendo es que a tenemos nuestra vieja distinción determinable/determinado aquí. La *velocidad* es un determinable; muchos filósofos se inclinan a pensar que sus determinables son propiedades como «estar a 5 km/h en dirección norte». Pero esto ignora la práctica científica: la velocidad es determinable, y la *velocidad angular* es su determinado. A su vez, la naturaleza de la velocidad angular viene dada por las restricciones que limitan sus posibilidades — mejor aún, eso *define* la extensión de lo posible para ella. Puede haber más determinados; puede que no haya. En cualquier caso, son las restricciones que actúan sobre una propiedad las que definen la propiedad; y estas restricciones no necesitan ser leyes: pueden ser mucho más locales.

Así, el realismo sobre la estructura modal viene a detallar y corregir al estructuralismo nomológico, alinéandolo con la práctica científica.

Notas

1. En el sentido explicado antes, de forma que una ciencia sin un entramado ideológico i es *inviable* si: no existe una teoría sustituta *que funcione* y que no utilice i, y no se ha diseñado ningún *proyecto serio* o «*toy model*» o «*proof-of-concept*» que sugiera que una teoría sustituta que funcione podría desarrollarse en el futuro cercano.

2. Algunos creen que la estructura dinámica es *ontológicamente anterior* a las propiedades, al *definirlas*; algunos otros creen que las propiedades son anteriores a la estructura, *constituyéndola*. Entre estas opiniones no necesito decidir aquí.

3. Porter usa «genuino».

4. Junto con la interpretación de muchos mundos (que afirma no agregar nada a SQM pero utiliza una derivación de teoría de la decisión de la probabilidad cuántica), y BM, las teorías de colapso objetivo generalmente se toman como completando el conjunto de las teorías cuánticas realistamente interpretables. No conozco ninguna investigación actual sobre el caos en el contexto de estas. Sin embargo, no se necesita ningún argumento para la modalidad objetiva para ellos (al menos para GRW y GRWf), ya que están formulados explícitamente en términos de probabilidad objetiva (Placek, 2014).

5. Porter (*Cf.* 2001, p. 22):

> In quantizing a chaotic system, one obtains a configuration that though not chaotic in a rigorous sense nevertheless behaves in a intrinsically different manner than an integrable system that has been similarly quantized. Nevertheless, the quantum dynamics of such systems are still affected in a fundamental manner by the fact that their classical counterparts are chaotic.

6. Le agradezco a Cory Juhl y a Alessandro Torza el haberme presentado ideas como estas como posibles objeciones en el taller *UT-UNAM Workshop*, en la Universidad de Texas en Austin, en Noviembre de 2019.

7. El empirismo ya ha sido criticado por no otorgar el peso ontológico adecuado a la modalidad; ver Ladyman 2000, Monton & van Fraassen 2003; ver Ladyman 2004 para discusión. Sin embargo, el argumento de Ladyman gira en torno al hecho de que la *observabilidad* es una propiedad modal. Estoy de acuerdo, pero esa no es mi premisa aquí.

8. DeLanda atribuye la idea principal a Gilles Deleuze (a lo largo de su *œuvre*) y a Giere (1999); pero no he podido encontrar ninguna referencia al caos en el trabajo de Giere (sin mencionar mi falta de fluidez en el deleuziano), de ahí el nombre de esta subsección.

9. En relación con esto, recordemos los argumentos de inviabilidad del capítulo anterior. Ver Belot 2000 para más información sobre la relación entre el caos y la teoría fundamental.

10. Los objetos matemáticos parecen ser una excepción a esta regla; pero es precisamente este hecho el que crea el famoso problema epistémico de conocimiento matemático de Benacerraf (1973).

11. Esta concepción de los objetos materiales parece retrotraerse al menos hasta a Newton, y ha sido recientemente propuesta por Albert (2013, p. 54): «what it is to be a table or a chair [...] is to occupy a certain location in the causal map of the world» y por Myrvold (2017, pp. 104–105): «To be a body is to have a certain sort of place in a network of dynamical relations». Este punto de vista es más o menos cercano al estructuralismo óntico de French (2014, caps. 7–10), sobre el cual aquí permaneceré agnóstico.

12. Por supuesto, estos efectos están sub-determinados: el mismo comportamiento puede ser producido por una ley diferente. Sin embargo, así como puede ser producido por una u otra ley, también puede ser producido por una u otra ontología material: por cuerpos o campos, o lo que sea. Así como el avance de la ciencia reduce parte de esta incertidumbre —llevando a una ontología de campos en lugar de una de átomos, por ejemplo—, así también reduce la incertidumbre sobre cuáles *son* las leyes.

13. Ellos creen que el espacio 3D «ordinario» —o nuestra ilusión de este— emerge cuando hay ciertas condiciones dinámicas especiales (Albert 1996, pp. 280–283; Albert 2013, pp. 54–57).

14. Ver, por ejemplo, Belot 2012 y los ensayos en Albert & Ney 2013.

15. Permítanme ocuparme de una posible preocupación. En las teorías de los mejores sistemas (BSA), las leyes *son* afirmaciones sobre los acontecimientos actualizados (aquellas que mejor equilibran una serie de cualidades: típicamente, fortaleza, información y ajuste). Dado lo que dije, podría pensarse que yo estoy rechazando las BSA. Pero no es así. (Tampoco simpatizo con ellas.) Incluso si la ley dinámica cuántica es un teorema de algún mejor sistema, no será *acerca* del campo real muy específico que se instancia en nuestro (según el WFRista) mundo $3N$-dimensional. Se tratará de todas esas posibles funciones de onda que satisfacen la ley. *Tiene que*. Porque ni

la ecuación de Schrödinger (ni, para el caso, la de GRW) ni la ecuación guía son afirmaciones sobre nuestro muy específico campo actualizado. Son afirmaciones sobre todos los campos posibles que satisfacen esas ecuaciones. Y la BSA no debería estar en el negocio de dictar cuáles *son* las leyes científicas: ese es el trabajo de la física.

16. ¿Por qué no en otras ramas del multiverso *de Wallace* (2012)? Porque *ese* se propone como un realismo sobre la función de onda — precisamente lo que se pensaba que WFR nos proporcionaba.

17. Sobre lo cual, ver, por ejemplo, Bunge 1977, pp. 123–140; Lange 2017; Saatsi 2018.

18. Ver Suppe 1974, p. 226. Esta clasificación es sólo aproximada: algunos afirman que al menos algunas leyes de coexistencia son reducibles a las leyes de sucesión (Maudlin, 2007a, p. 13).

19. La distinción fue popularizada por Kripke (1980); ver también Fine 2002; Glazier 2019; Williamson 2016a, para caracterizaciones de la misma.

20. Su proyecto busca ofrecer:

> a new philosophical concept to ground the reality of the non-actual determinants of identity, the concept of the structure of a possibility space. This structure is easier to determine for tendencies than for capacities, since for the former it can be defined by the mathematics of critical points, like boiling or freezing points. For capacities we need a way of thinking about spaces with a changing number of dimensions given that what an entity can affect depends on a possibly unlimited number of other entities that can be differently affected by it. (DeLanda, 2002, pp. viii–ix)

21. «any regularities or propensities exhibited by the trajectories should indeed be ascribed to the topological accidents or singularities of the field of directions» (DeLanda, 2002, p. 27).

22.

> it may seem plausible to think of point attractors, for example, as just one more point of state space, but this singular point is not an available possibility for the system since it is never occupied by a trajectory, only approached by it asymptotically. [. . .] Strictly speaking, as I said above, attractors are never actualized.
>
> Thus, it seems, a more complete analysis of state space does seem to demand a form of physical modality that goes beyond mere possibility.

23. Como vimos con la definición de *atractor* en el capítulo pasado, todo sistema cuyo estado inicial esté dentro del atractor, permanecerá dentro de ese conjunto para todo tiempo futuro, cuando es guiado por la dinámica. Por supuesto, para sistemas que tienen un estado inicial fuera del atractor y de su cuenca de atracción, la dinámica no asegura que terminen dentro de esos conjuntos. Pero eso es distinto a decir que los atractores *nunca* se actualizan.

24. Otro argumento es que el concepto de necesidad en los sistemas dinámicos se basa (DeLanda, 2002, pp. 28–29) en el concepto de *trayectorias determinadas por una condición inicial y las leyes*, pero que estas son menos importantes que los atractores. Un cuarto argumento es que en el concepto de atractor hay una mezcla de los conceptos de *determinismo* y *azar*, pues cuál sea el estado de un sistema, y cuántos atractores haya en su espacio de posibilidades, es algo contingente, pero una vez que cae en la cuenca de un atractor, su desarrollo es necesario, pues suponemos una dinámica determinista (lo segundo debido a que puede haber bifurcaciones; para lo primero, recomiendo leer Sklar 1990). Finalmente, otro argumento se basa en la metafísica de la diferencia de Deleuze, que no explico aquí.

25. ¿Cuál es el vínculo entre virtualidad y actualidad? DeLanda da algunas metáforas sobre la actualización de lo virtual en el tiempo y en el espacio, como esta: «the individuals populating the actual world would be like the discontinuous spatial or metric structures which condense out of a nonmetric, virtual continuum» (DeLanda, 2002, p. 55); también considera una analogía deleuziana entre problemas y sus soluciones, en el nivel epistemológico, y lo virtual y lo actualizado, en el ontológico (*ibid.*, p. 164):

> Explanatory problems would be the counterpart of virtual multiplicities since, as he says, «the virtual possesses the reality of a task to be performed or a problem to be solved». Individual solutions, on the other hand, would be the counterpart of actual individual beings: «An organism is nothing if not the solution to a problem, as are each of its differenciated organs, such as the eye which solves a light problem.»

El problema es que, fuera de estas analogías y metáforas, la conexión entre virtualidad y actualidad sigue siendo oscura. Cuando no se explica mediante una complicada red de conceptos todavía más oscuros que no se corresponden con una estructura matemática o algún fenómeno científico (como «operador cuasi-causal» o «pre-actualización»), parece simplemente que lo virtual se conecta con lo actualizado al actualizarse. Pero entonces no parece haber una diferencia sustantiva con la teoría estándar: sólo lo actualizado puede causar lo actualizado.

26. Alguien, quizá alguien que haga filosofía del lenguaje, podría proponerme una crítica quisquillosa: podría preguntarme cómo dar el análisis semántico de «Tal cosa es imposible» si «tal cosa», según mi actualismo, no refiere a nada que exista. «Si no refiere a nada que exista», me diría mi oponente, «entonces la oración completa carece de un valor semántico, y tu teoría tiene problemas de expresividad». Creo que este problema puede resolverse satisfactoriamente, ver abajo: §5.6.2.

27. *Cf.* Smith (1998):

> [W]e can say that a dynamical theory is approximately true just if the modeling geometric structure approximates (in suitable respects) to the structure to be modeled: a basic case is where trajectories in the model closely track trajectories encoding physically real behaviors (or, at least, track them for long enough)

28. Pero ver Maudlin *et al.* 2020 para un análisis de esto.

29. En un trabajo posterior, argumentaré que esta dualidad está muy restringida, pues las restricciones, de hecho, son más generales que las potencialidades.

30. *Cf.* DeLanda (2010, p. 142):

> A space in which all the points are equally probable is a space without any structure, and it represents a physical system in which states change in a completely random way [. . .] if the possible states of phase space are all equiprobable, then no regularity may be discerned in the dynamics of a system, so that it is the structure of the possibility space that is philosophically important.

Además, como dicen Winning y Bechtel: «A completely unconstrained system will have no behaviors; it would simply be disorganized motion of particles» (2018).

31. Esta es una bonita metáfora: las restricciones son el gen de la potencialidad.

32. En su camino hacia un realismo científico selectivo, Campbell (1994) se deshace de los dispositivos puramente representacionales (p. 29):

> the Hilbert space plays a critical, perhaps indispensable, role in [quantum mechanics]. Yet the theory also

> holds that there are no such spaces, at least not in the robust, real sense in which there is the space-time in which the quarks and electrons play out their drama.

Campbell considera un criterio de compromiso óntico: «Be selectively realist about the essential causal components in established explanatory theories» (p. 43). Con este, es suficientemente claro que los espacios de Hilbert no son entidades que puedan causar nada, lo que justificaría sus afirmaciones anteriores. El problema es que este marco sería inútil para un realista sobre el espacio-tiempo, pues «Points and shapes may not make anything happen that otherwise would not» (p. 36). Sin embargo, «in a continuous space they do not prevent the realization of any possibilities». Y por ello, se ve llevado a la pregunta: «is pre-determining a range of possibilities, in this case the range of possible sizes and shapes, a causal function or not?» (p. 36). Y argumenta que (pp. 36–37):

> What it seems we need here is rather a three-fold division into *producing*, *sustaining*, and *constraining* factors in causal situations. [...] Constraining factors are those which [...] set limits to the possible outcomes of a given trigger. They set the scene, they direct the course of events, they ensure the outcome, but not by triggering any causal chain.

De acuerdo con Campbell, los «producing factors» son las causas eficientes, y los «sustaining factors» son los que contribuyen a la estabilidad. Ahora bien, lo que Campbell llama «constraining factors» son lo que yo estoy llamando *restricciones* o *constricciones*. Ellas juegan el *rol de Campbell*: ellos «ponen límites a los resultados posibles de un desencadenante dado» y «dirigen el curso de los eventos», pero «no debido a que desencadenen una cadena causal». (Así, concuerdo con Campbell en que «hard-line naturalists had better not commit themselves to the reality of phase spaces» (p. 28), *si es que* esto significa que los espacios fase *son* entidades naturales —materiales, físicas. No lo son: son objetos matemáticos. Pero descartar los espacios de fase como «meras heurísticas» es contrario a RSEM. De acuerdo con RSEM, los formalismos de espacios de estado son una representación de la estructura modal objetiva del mundo, justo como las variables primitivas son una representación del contenido material objetivo del mundo.) Campbell no dice mucho más sobre cómo concibe la naturaleza de estos factores de restricción.

33. El realismo de las restricciones se ha aplicado recientemente como una metafísica subyacente a la explicación mecanicista por parte de Bechtel y Winning (Bechtel 2018; Winning 2019; Bechtel & Winning 2018). Quisiera citar las características que le atribuyen a las restricciones, pues me parece que iluminan la ontología, al menos para su aplicación en las ciencias especiales.

Bechtel (2018, p. 575) caracteriza a las constricciones como aquéllo que «canaliza» la energía libre para producir trabajo (basándose en el trabajo previo de Hooker (2013)). La idea básica es que un mecanismo lleva a cabo trabajo (en el sentido físico), y para hacerlo necesita «tanto una fuente de energía libre como formas de dirigirla». Estas últimas son las constricciones, que «reducen los grados de libertad en los que las partículas individuales pueden moverse, ya sea eliminando el movimiento a lo largo de uno o más grados de libertad o mediante el acoplamiento de valores que se pueden tomar en dos o más grados de libertad». Al reducir los grados de libertad —o, puesto más ampliamente, al eliminar posibilidades— las restricciones dirigen el flujo de energía libre para el trabajo que los mecanismos llevan a cabo:

> Mechanisms perform work, and this requires both a source of free energy and ways to direct it so as to carry out work. [...] theorists have characterized what directs the flow of free energy as constraints. [...] Constraints [...] reduce the degrees of freedom in which individual particles can move, either by eliminating motion along one or more degrees of freedom or by coupling values that can be taken on two or more degrees of freedom. In contexts in which there is a source of free energy, such constraints can serve to channel the flow of free energy.
>
> [...] In general, components of biological mechanisms (as well as human-built machines) serve to constrain

> the flow of available free energy so that work is performed. [...] Stated in the more traditional vocabulary introduced by the mechanists in philosophy of science, the organization of components into mechanisms constrains free energy so as to perform the work required to generate particular phenomena.

Como comentan Bechtel & Winning (2018, p. 293), las constricciones no están determinadas por las leyes solamente. Ellos dicen que «constraints must be identified empirically and constitute additions to the representation of the force laws»:

> the force laws alone do not determine the constraints. Rather, constraints must be identified empirically and constitute additions to the representation of the force laws [...] constraints are boundary conditions that allow deriving the laws of the reduced science from those of the reducing science. [...] the reliance on boundary conditions, which must be determined empirically, renders the science concerned with macro-scale objects semi-autonomous. As a result of incorporating constraints, scientists can develop generalized accounts for the interactions of macro-scale objects that ignore the degrees of freedom that are foreclosed when the constituents are incorporated into the macro-scale objects.

Esto quiere decir que Bechtel y Winning están tomando una noción de *constricción* más restringida que la mía: para ellos, las constricciones son restricciones en las posibilidades de los sistemas *que son adicionales a las leyes*. Yo acepto la existencia de este tipo de constricciones —que reducen los grados de libertad y que «son condiciones de borde»—, pero también estoy incluyendo a las leyes como casos de las constricciones. Me parece que la diferencia en su dominio de aplicación no basta para hacer una diferencia en la *clase* ontológica (pero sí, obviamente, en su *especie*).

Bechtel y Winning (*ibid.*) comentan que:

> What constraints do is restrict trajectories from reaching some parts of the state space. [...] But constraints also bias a constrained object towards reaching points and trajectories in the state space that would otherwise have been practically impossible or vanishingly unlikely.

Esta caracterización de las constricciones —basada en lo que *hacen*, en cómo las *identificamos*— es la que me parece fundamental (la que, por decirlo así, da la esencia de las constricciones). Y esta también la satisfacen las leyes.

Esto no quiere decir, de nuevo, que solamente las leyes sean constricciones. Como argumentan los mismos Winning y Bechtel, la ontología de constricciones (en su sentido restringido, que no incluye a las leyes) es un complemento necesario para la ontología mecanicista de las ciencias especiales. En este aspecto, la metafísica de las restricciones Winning y Bechtel las toma como (Bechtel & Winning, 2018, *passim.*):

- *Estructuras causales reales* que son *locales* e intrínsecas a los sistemas mecánicos: la *organización causal* de un sistema consiste exactamente en su organización espacio-temporal combinada con las restricciones operativas;
- *Limitaciones sistemáticas intrínsecas* — reducen los grados de libertad del sistema (ya sea eliminando el movimiento a lo largo de uno o más grados de libertad o acoplando valores que pueden tomarse en dos o más grados de libertad); restringen algunas regiones del espacio de estados;
- *Ontológicamente primitivas* — en lugar de estar fundamentadas en las leyes;
- *Patrones modales* o regularidades;
- Las *hacedores de verdad* para ecuaciones dinámicas y afirmaciones causales modales; determinan lo que el sistema puede y no puede hacer;
- Tales que *las leyes son un caso especial* de ellas — son restricciones físicas que se aplican universalmente;
- *Requieren algún tipo de material para ejemplificarse*, pero su ejemplificación no depende de cómo el mate-

rial subyacente está ontológicamente «esculpido» para formar objetos;

- Forman una *categoría ontológica inter-perspectival*: una categoría ontológica que es independiente de cualquier perspectiva sobre dónde están los límites entre las entidades; esta selecciona la gama completa de patrones causales reales en el mundo que son los candidatos para poblar tales esquemas que «recortan» o «esculpen» el mundo (son inter-perspectivas, mientras que las potencialidades son aplicables a las formas orientadas a objetos de dividir el mundo);
- Lo que hace posible adoptar, de manera útil, una perspectiva de poderes causales: los *poderes causales emergen* cuando las restricciones permiten que los objetos tengan comportamientos novedosos y emergentes;
- *Habilitantes*: dan forma y definen los tipos de comportamientos que tendrá un sistema, y también sesgan a un objeto restringido para que alcance ciertos puntos y trayectorias en el espacio de estados;
- Aquellas que *dirigen* (canalizan, filtran, dan forma) el flujo de energía libre para permitir que los mecanismos lleven a cabo el trabajo;
- Pueden ser operados por un mecanismo de control en otro mecanismo; y
- Hacen posible la aparición de macro-sistemas: determinando que los objetos macroscópicos se comporten de una manera específica al correlacionar los grados de libertad de las partículas que los componen y restringir así sus posibles trayectorias; permiten derivar las leyes de la ciencia reducida de las leyes de la ciencia reductora; hacen que la ciencia de los macroobjetos sea semiautónoma.

Las últimas cinco características son particulares de los casos en los que se centran las ciencias especiales; pero las demás son características de todas las constricciones.

34. Marc Lange (2017) piensa que existen distintos grados de necesidad natural además de la necesidad *nomológica* (es decir, la que poseen las proposiciones implicadas por las leyes de la naturaleza). Estos diferentes grados de necesidad natural son lo que permite que haya explicaciones *no causales* de fenómenos naturales, de lo cual hablaremos inmediatamente después (§5.4.5). Y aquello que posee estos grados de necesidad natural diferentes de la necesidad nomológica, son las constricciones.

A diferencia de Bechtel y Winning, quienes toman a las constricciones como limitaciones más «locales» que las leyes naturales, Lange considera a las constricciones como explicativamente anteriores a, y más «modalmente exaltadas» (es decir, con un grado de necesidad mayor) que, las leyes naturales.

Lange comienza diferenciando dos tipos de explicaciones de fenómenos naturales: explicaciones causales y explicaciones no causales (Lange, 2017, cap. 1). Las primeras (p. 18):

> derivan su poder explicativo en virtud de proporcionar información relevante acerca de las causas del explanandum o, más ampliamente, sobre la red de relaciones causales del mundo. [...] Toda causa mencionada por una explicación causal explica en virtud de ser causa y por ello proporciona información sobre la red de relaciones causales —y como incluso las no-causas pueden proveer tal información, también pueden aparecer en explicaciones causales.

En cambio, «cuando las causas aparecen en las explicaciones no causales, la fuente de su poder explicativo no es su estatus como causas» (*ibid.*) Lange cita varios casos de explicaciones no-causales; en ellos, se puede abstraer un tipo importante: la explicación *distintivamente matemática*. (Por ejemplo, la explicación de por qué una madre que quiera dividir equitativamente sus veintitrés fresas entre sus tres hijos, inevitablemente va a fallar, se basa en el hecho puramente matemático de que 3 no es un divisor de 23.) Un tipo importante de explicación matemática es la explicación *topológica*: a partir de las características topológicas de un espacio de posibilidades (cf. §4.7.6, arriba).

Pero las explicaciones distintivamente matemáticas no son el único tipo de explicaciones no causales. Lange expone varios casos de explicaciones por principios de conservación (como el principio de conservación de energía), mostrando que la ciencia reconoce una distinción entre dos maneras de concebirlos: como *meras coincidencias* y como *constricciones*. Si un principio de conservación sobre alguna magnitud dada (digamos, la energía) es una mera coincidencia, aunque sea nomológicamente necesario, no puede explicar por qué las leyes particulares preservan tal magnitud. Y esto se debería a que el principio de conservación afirmaría que tales leyes *simplemente resulta* que conservan tal magnitud. En cambio, si los principios de conservación son constricciones, valen en un rango de circunstancias posibles más amplio que si solamente son coincidencias: incluso en circunstancias nómicamente imposibles (i.e., en las que las leyes fueran distintas), valdrían tales principios. Por ello, si un principio de conservación es una constricción, entonces, como es más general que las leyes particulares, puede explicar por qué tales leyes conservan la magnitud en cuestión.

Para Lange, tanto las explicaciones distintivamente matemáticas como las que se basan en principios de conservación (en casos en los que no se los concibe como meras coincidencias), son casos de *explicaciones mediante constricciones*. Algunas de estas pueden explicar hechos que no tienen ninguna explicación causal: hechos que ocurren necesariamente, *debido a las constricciones*, y que por lo tanto son más necesarios que los hechos causalmente necesarios. (Lange no piensa que toda explicación no causal sea una explicación por restricciones. Él considera los casos de las explicaciones «realmente estadísticas» y «mediante análisis dimensional» como casos de esto (caps. 5 y 6).) Además de ciertos principios puramente matemáticos y de los principios de conservación, Lange muestra que otros principios (como las simetrías, la segunda ley de Newton, el principio de D'Alambert del trabajo virtual, o la ley de que todas las interacciones operan mediante campos de fuerza) se han tomado, en la historia de la física, como constricciones.

Como vemos, las constricciones en las que Lange se enfoca principalmente, por decirlo de alguna forma, existen en un nivel *supra-nómico* y *supra-causal*: son principios que cubren un rango más amplio de situaciones posibles que las leyes naturales y que la estructura causal del mundo. Esto contrasta, de manera interesante, con la teoría de Bechtel y Winning que revisamos en la sección anterior, de acuerdo a la cual las constricciones son *sub-nómicas*: aunque ellos (como vimos) en algunos lugares aceptan a las leyes como caso especial de las constricciones, se enfocan en aquellas constricciones que son *adicionales* a las leyes (como las condiciones de borde). Me parece claro que ambas ideas son compatibles: las constricciones existen tanto en el nivel sub-nómico (en constricciones particulares y contingentes) como el nivel nómico y supra-nómico (como los principios de conservación y otros, y las simetrías).

Lange caracteriza a las constricciones mediante una teoría *contrafáctica*. Por ejemplo, el principio de conservación de la energía es una mera coincidencia siempre y cuando sea verdad que: si hubiera habido otro tipo de fuerza además de las que existen, las leyes que la describen (o gobiernan), podrían no satisfacer el principio (y también podrían sí hacerlo). Así, el principio es una constricción siempre y cuando, si hubiera habido otro tipo de fuerza, esta también satisfaría el principio. La definición oficial es algo enredada y técnica (*cf.* pp. 75–84), pero considero que este ejemplo es suficientemente claro: la idea básica es que las constricciones son *estables*, que son verdaderas en un rango más amplio de circunstancias posibles (i.e., natural pero no nomológicamente) que las leyes (así como las leyes son verdaderas en un rango más amplio de posibilidades que las verdades que no son tipo ley).

Entonces, la teoría de Lange de las constricciones es que estas (así como las leyes) son *verdades* que tienen un tipo distinguido de *necesidad* (así como las leyes), pero que son verdaderas incluso en situaciones nómicamente imposibles: son verdaderas para cada posible tipo de verdad nómicamente necesaria. Esto lo lleva a aceptar una jerarquía de «esferas» de necesidad: arriba de las leyes, están las constricciones sobre estas, y arribas de estas, lo que las restringe, etc. (*cf.* la figura 5.1). Estas constricciones, dice Lange, son «explicativamente anteriores a los objetivos de la explicación en virtud de ser entendidos como *constituyendo la situación en cuestión*. Son los parámetros fijos de los casos con los que tratan las preguntas [que piden una explicación]» (p. 33; mi énfasis). Hablaremos un poco más sobre la relación entre constricciones y explicación abajo.

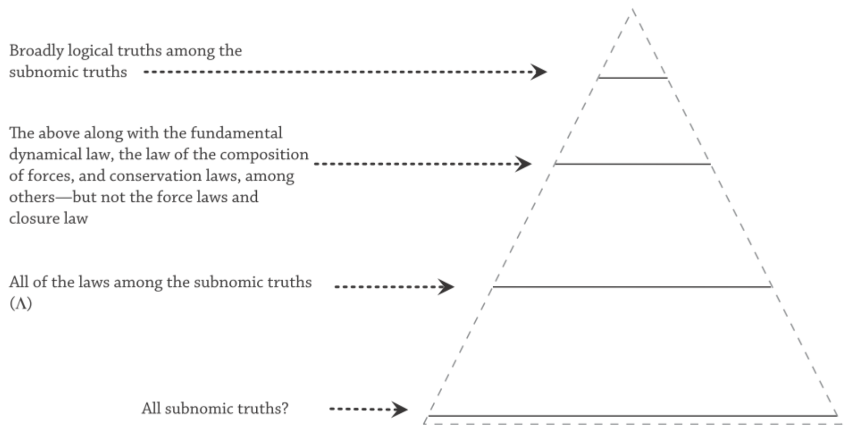

Figura 5.1: *Algunos de los «niveles» en la jerarquía de tipos de necesidad de Lange (tomada de la página 81).*

Antes, quisiera notar que yo tomo a la teoría de Lange como una teoría de las *verdades acerca* de las constricciones, no de las constricciones *mismas*. Bajo mi teoría, las constricciones no son verdades: son entidades reales, concretas, que forman una clase *sui generis* en la que se incluyen aquello que hace verdad a las leyes y a los principios que resulten (si alguno) ser más necesarios que estas. Sin embargo, me parece que las conexiones que Lange traza entre *su* noción de constricción, la explicación no causal en las ciencias, y los diferentes grados de necesidad, son conexiones legítimas, basadas en el análisis de la ciencia, y que puedo importar en mi teoría. De nuevo, hago esto al re-leer su teoría como una teoría de las *verdades acerca* de las constricciones.

35. Roy (1993) y Wang (2013) proponen teorías sobre la modalidad que son *primitivistas* —no buscan reducir la modalidad a fenómenos «no modales»— y basadas en «constraints» (Roy) y «relaciones de incompatibilidad» (Wang). A final de cuentas, en ambos casos tenemos constricciones sobre la compatibilidad o incompatibilidad de las propiedades y relaciones. En ambas teorías, los mundos posibles son ontológicamente irrelevantes, y su utilidad se reduce a ser representaciones de esas constricciones entre propiedades.

6

La lógica modal naturalizada

6.1. Introducción

La pregunta que me interesa en este capítulo es la pregunta de qué sistema de lógica modal es el apropiado —el *único* apropiado— para describir a la *estructura lógica* de la *modalidad objetiva más amplia*: la que voy a llamar «modalidad ontológica». Una pregunta como esta ha sido una parte esencial de la investigación tradicional de la modalidad, al menos desde que Kripke y otros revivieron la disciplina en el siglo pasado.[1] Aquí quiero mostrar que el naturalismo puede mantenerla —y contribuir a responderla.

Digo «una pregunta *como* esta» porque he abandonado la concepción tradicional de la modalidad metafísica (§2.1.4), así que antes de avanzar, discutiré las implicaciones de ese abandono.

Recordemos que la concepción clásica de la modalidad agrupa a las modalidades en «intermedias» y «extremas», es decir, en conjuntos de mundos posibles que se anidan en tipos de posibilidad —donde la más amplia sería la posibilidad lógica. En esta concepción, la «modalidad metafísica» se encontraba en una esfera entre la modalidad lógica y la modalidad nomológica (excepto por los proyectos necesitarianos). Ya he rechazado (cap. 2) que haya tal cosa como una modalidad «metafísica», entendida en alguna de las varias maneras en la que los filósofos han propuesto entenderla. Pero ello todavía es consistente con una hipótesis de *anidamiento*, que voy a definir en términos de mi metafísica de constricciones (cap. 5), y usando «mundo posible» para referirme a los puntos de un espacio de posibilidades, de forma que me refiero a representaciones matemáticas.

ANIDAMIENTO Los diferentes tipos de modalidad objetiva están *anidados*:

1. Existe una clasificación objetiva y no arbitraria de diferentes tipos de constricciones;
2. La clase de mundos posibles en los que valen todas las constricciones puramente lógicas es la clase más amplia de mundos posibles (la clase de los «*mundos puramente lógicamente posibles*»), *i.e.*, ningún mundo es posible si en él no se cumple una restricción puramente lógica;
3. No hay una clase no arbitraria de mundos que esté entre la clase de los mundos puramente lógicamente posibles y los mundos en los que valen todas las constricciones puramente físicas.

La primera tesis de ANIDAMIENTO solamente nos dice que la clasificación entre los distintos tipos de modalidad no es arbitraria —nos da, podríamos decir, *junturas en la naturaleza* (*cf.* §4.3.5). La segunda tesis solamente importa a nuestro contexto dos suposiciones clásicas: (i) nada es *objetiva u ontológicamente* posible si es lógicamente *imposible*, pero (ii) algo puede ser lógicamente posible sin que sea posible en otro sentido objetivo pero más restringido. Y finalmente, la última tesis nos dice que los mundos posibles, según ANIDAMIENTO, se organizan más o menos como en la figura 2.1 del capítulo 2, pero sin los mundos de la «modalidad metafísica», para los cuales no he encontrado un fundamento naturalista.

Muy bien. He dicho que acepto ANIDAMIENTO, como una herencia de la metafísica modal tradicional, solamente que rechazando la existencia de una clase de mundos que gozan de un tipo «metafísico» de posibilidad.[2] Esto es coherente con suponer que existe una modalidad objetiva más amplia «dentro de» la modalidad puramente lógica. Esa modalidad no es la metafísica, sino alguna de las que los metafísicos clásicos llaman «modalidad nomológica» o «física» o «natural»; solamente que ellos la identifican con la necesidad de las *leyes* de la naturaleza. Una vez que aceptamos constricciones distintas a las leyes, ¿con qué podríamos identificarla quienes hacemos metafísica naturalista de la modalidad?

Bueno, hay al menos tres opciones: hacerlo aún con la necesidad de las leyes, afirmando que estas tienen un lugar privilegiado dentro del grupo de las constricciones en la naturaleza, o hacerlo con la necesidad de las leyes *y* otro tipo de constricciones, o hacerlo con la necesidad de constricciones que *no* son las leyes. Como me parece que la ciencia justifica el lugar privilegiado de las leyes sobre las constricciones particulares —pues estas tienen que ser consistentes con las leyes, y a veces solamente son condiciones especiales *en* las leyes, pero no viceversa—, seguiré a la tradición, al tomar a las leyes como las que definen el grado más alto de la necesidad natural. Por supuesto, he defendido antes que *todas* las constricciones son, *per se*, entidades que hacen que ciertas circunstancias sean posibles y otras no; lo que estoy suponiendo aquí es que algunas constricciones estructuran ciertos tipos *específicos* de circunstancias y otras estructuran tipos más *generales* de circunstancias: estas últimas son las leyes.

Habiendo identificado el «foco principal» de la necesidad natural en las leyes naturales, sigue preguntarnos *cuáles* leyes. Y la respuesta más tradicional es la que también voy a adoptar aquí: las leyes de la física más fundamental (de esto hablaré más abajo: §6.2.1). Con esto, incorporamos en el marco teórico naturalista algunas suposiciones básicas de la metafísica modal tradicional.

Con estas suposiciones, en este capítulo me ocuparé de la pregunta sobre cuál es el sistema de lógica modal apropiado para describir a la *estructura lógica* de la modalidad objetiva más amplia: la *modalidad ontológica*. Esta, entonces, será la modalidad de la teoría física fundamental, bajo la suposición del ordenamiento de las ciencias (§6.2.1). Y el sistema apropiado será aquel cuyos teoremas sean todas y solamente las verdades lógicas sobre la modalidad ontológica: toda verdad lógica sobre la posibilidad y la necesidad ontológicas será lógicamente verdadera en este sistema, pero ninguna otra (excepto las verdades de la lógica elemental).[3] Llamo a ese sistema «*la lógica modal ontológica*».

Entonces, mi pregunta aquí es: *¿Qué sistema de lógica modal es el mejor candidato para ser la lógica modal ontológica?* Y propongo responder esta pregunta mediante un método naturalista: propongo *naturalizar a la lógica modal ontológica*: descubrir cuál es la lógica de la modalidad ontológica al reflexionar *no* sobre las intuiciones semánticas de los filósofos, sino sobre la ciencia como se lleva a cabo hoy. Específicamente, pretendo revisar las teorías científicas fundamentales —más específicamente, sus espacios de posibilidad, y luego tratar de abstraer de ellas una lógica modal que refleje los principios básicos que estructuran dichos espacios. Dado este punto de partida naturalista, inferiré que, *si es que* estas teorías son buenas candidatas para reflejar la estructura fundamental del mundo, entonces la lógica modal que presuponen es una buena candidata para reflejar la estructura lógica de la modalidad ontológica.

Esto no necesariamente significa que este trabajo no sea interesante para los metafísicos no naturalistas: quizás los resultados sean tan objetables como para resultar en un caso contra la lógica modal ontológica naturalizada (bajo la suposición de que tal naturalización ha de llevarse a cabo, al menos en líneas generales, como la propuesta aquí), y la lógica de la modalidad metafísica, si existe, no ha de encontrarse mediante la reflexión sobre la ciencia. O, tal vez, la propuesta resultante llegue a plantear desafíos no triviales a propuestas ya existentes, naturalistas o no, sobre cuál es la lógica modal metafísica. (De hecho, como detallaré a continuación, creo que la propuesta resultante *plantea* desafíos no triviales a importantes opiniones sobre la lógica modal metafísica.)[4]

Para empezar, voy a comentar algunas cuestiones filosóficas preliminares al estudio de caso que haré en este capítulo. No creo *resolverlas* todas: creo que estas cuestiones surgen, o al menos apuntan a, muy difíciles problemas en la filosofía de la lógica, la filosofía de la ciencia, y la filosofía de la física, y no pretendería intentar tener un juicio definitivo en el espacio de este capítulo (ni de la tesis entera). Pero sí espero mostrar que, al menos, los caminos tomados aquí están *justificados* en el presente estado de investigación: que son caminos que *razonablemente* podríamos tomar, dado lo que sabemos y algunos supuestos también razonables.

6.2. ¿Por qué usar a la ciencia para entender a la lógica modal metafísica?

6.2.1. El argumento naturalista, otra vez

Partiendo de un punto de vista naturalista, antes he argumentado que debemos desechar el concepto de *modalidad metafísica*, y sustituirlo por el de *modalidad objetiva más amplia*. También que este último concepto es útil solamente en cuanto nos permite entender un tipo de fenómenos que muchas teorías científicas maduras —fundamentales y no, empíricas y no— estudian: los fenómenos modales. De ambas tesis, infiero que es solamente mediante el análisis de la ciencia que podemos entender las características modales del universo: hasta dónde llega lo posible, y qué resulta necesario. Así, la metafísica modal re-emerge como una rama de la filosofía de la ciencia, cuya misión es mostrar cómo estas teorías están *unificadas* —cómo hablan de *lo mismo*, o cómo utilizan métodos *en común* para hablar de lo que sea que hablen— y en brindar *claridad conceptual* mediante el análisis y la síntesis conceptual: al esculpir los conceptos para diferenciarlos unos de otros, pero también entretejerlos para relacionarlos unos con otros. Y como la lógica que sistematice las inferencias válidas sobre la modalidad objetiva más amplia es una lógica que sólo podemos definir con referencia a esa modalidad objetiva más amplia, se sigue inmediatamente que es solamente mediante el análisis de la ciencia —de sus aspectos modales, específicamente—, que podemos definir a la lógica modal metafísica.

6.2.2. El ordenamiento de las ciencias

Voy a suponer que la modalidad objetiva más amplia —la *modalidad ontológica*— es la modalidad de la teoría física fundamental. Además de lo ya argumentado arriba, esto se basa en la siguiente tesis empírica:

ORDENAMIENTO DE LAS CIENCIAS Las ciencias forman un orden parcial, donde el primer elemento es la física fundamental y el orden está dado por la prioridad ontológica.

Considero que esta tesis es empírica, y no definicional, porque no es una verdad puramente conceptual el que la ciencia dedicada a la investigación de los aspectos más generales del universo sea la física: podría surgir otra nueva ciencia. Pero por ahora, no es el caso.

El *orden de prioridad ontológica* al que me refiero induce un orden metodológico, al que se refieren Ladyman & Ross (2007) con su *principio de la prioridad de la física*, *PPC* (*cf.* §1.2.1, arriba). Pero muchos pensamos que el orden metodológico *surge* del orden ontológico; la pregunta es en qué consiste ese orden. Ladyman & Ross (2007, p. 288) dan esta sugerencia:

> [...] es inconsistente con el naturalismo suponer que algún hecho no lógico o no matemático es, en última instancia, necesario.
>
> La necesidad del adjetivo «en última instancia» marca el reconocimiento del hecho de que de hecho podemos dar sentido a la necesidad *relativa* [...] Los físicos están progresando actualmente trabajando en teorías que son fundamentales, en el sentido que hemos definido. Si hay hechos estructurales sobre todo el universo, y estos hechos restringen todos los hechos sobre todas las regiones particulares del universo, la conjetura institucionalizada por el PPC, entonces la única necesidad en la naturaleza la proporcionan estas restricciones. Las limitaciones, es decir, las estructuras en sí mismas, son patrones reales.
>
> Creemos que el hecho de que la información sobre los patrones reales identificados por la física fundamental esté disponible en todos los puntos de medición del universo hace que la física fundamental sea claramente distintiva entre las ciencias; así, la física fundamental [...] descubre patrones reales que son de un orden más alto de necesidad relativa que los descubiertos por las ciencias especiales. *Desde el punto de vista de quienes se dedican a una actividad científica especial, la física fundamental da la estructura modal del mundo*. T51

Por supuesto, otros teóricos utilizan diversos conceptos, como el de *composición mereológica* (Bunge, 1979, §6.6) o el de *emergencia*, o el de *fundamentación* (*cf.* §3.1.3, arriba). Para mis propósitos, basta con dos suposiciones: (i) ORDENAMIENTO DE LAS CIENCIAS, con la idea del orden parcial enraizado en la física (*cf.* Bunge 1979, p. 250), y (ii) la tesis, expuesta arriba por Ladyman y Ross, de que esto implica que la física da la *estructura modal fundamental* del mundo.

6.3. ¿Por qué usar a la lógica modal para entender a la ciencia?

Antes de responder a esta pregunta, comienzo con la *via negativa*, especificando cuatro cosas que este proyecto no es.

6.3.1. No es lógica cuántica

Algunos filósofos importantes piensan que buena parte de la revolucionaria transición de la mecánica de Newton a la mecánica cuántica es, fundamentalmente, una transición lógica (Demopoulos, 1976; Putnam, 1968). Esto refleja las especulaciones de algunos físicos y filósofos —yendo hasta el artículo fundacional de Birkhoff & von Neumann (1936)— de que la mecánica cuántica muestra que ciertas tautologías de la lógica clásica son, de hecho, falsas. En particular, la ley de distribución:

$$[\mathsf{p} \mathbin{\&} (\mathsf{q} \vee \mathsf{r})] \Longleftrightarrow [(\mathsf{p} \mathbin{\&} \mathsf{q}) \vee (\mathsf{p} \mathbin{\&} \mathsf{r})] \tag{6.1}$$

Pero estas ideas dependen, a su vez, de ideas controvertidas en los fundamentos de la mecánica cuántica, usualmente relacionadas —de manera justificada o no— con la así llamada «interpretación de Copenhague». Aquí yo no supongo, ni necesito, ningún compromiso con estas ideas. En particular, no doy por sentado que la mecánica cuántica refute a la lógica clásica (creo que esta es una cuestión que todavía no está decidida).

Sí que busco una lógica que refleje las inferencias válidas que (dada una interpretación de la mecánica cuántica) traten con la estructura del espacio de posibilidades. Algunos proyectos en el área de la lógica cuántica se parecen a esto (Wilce, 2017, §1.4), pero para muchas teorías —cuánticas y no—, no existe ninguna necesidad —para este proyecto— de suponer que los fundamentos lógicos sean otra cosa que clásicos, como veremos en los ejemplos de abajo.

6.3.2. No tiene fines didácticos

Algunos utilizan a la formalización lógica con fines que podemos llamar «didácticos». Por ejemplo, Andréka *et al.* (2012) buscan «formular axiomas simples, lógicamente transparentes e intuitivamente convincentes» para la teoría de la relatividad especial en la lógica clásica de primer orden, de forma que «todas las predicciones sorprendentes o inusuales de una teoría física deben poder demostrarse como teoremas». Uno de sus objetivos es «hacer accesible la teoría de la relatividad a una amplia audiencia».

Aquí no es un buen lugar para analizar y evaluar con detalle el proyecto de Andréka *et al.* (2012) o proyectos parecidos; solamente lo expongo para diferenciar a la lógica modal ontológica de este tipo de ideas.

6.3.3. No es un proyecto fundacionalista

No estoy intentando «fundamentar la física en la lógica», si esto significa deducirla a partir de axiomas supuestamente lógicos. La física tiene toda la lógica que necesita al implementar a las matemáticas y con ello, el razonamiento deductivo estándar. Los postulados básicos de la física no pueden ser leyes lógicas; ni tienen por qué ser obvios o demostrables a partir de leyes lógicas sin todas las suposiciones que motivaron empíricamente la construcción de la teoría. El fundamento de la física no es sólo la lógica; por ello, no hay razón para esperar que un sistema lógico nos permita demostrar toda la teoría, o justificarla completamente de alguna otra forma, o reducir sus postulados ontológicos a construcciones lógicas.

6.3.4. No es un proyecto en la física

Con esto solamente quiero decir que no busco una herramienta calculacional nueva, o una nueva presentación de la teoría que nos permita conectarla con otra teoría física, o deducir nuevos resultados, o viejos resultados de una nueva forma que sea iluminadora.

Pero si no es ni lógica cuántica, ni tiene fines didácticos, ni es una fundamentación lógica, ni es un proyecto de la física, ¿qué *sí* es?

6.3.5. Es una contribución a la metafísica naturalizada

Ahora nos podemos preguntar de qué serviría la lógica en este proyecto, si lo que tenemos, como hemos visto, son diferentes aparatos matemáticos que se interpretan de forma modal: ¿para qué necesitamos lógica, si ya tenemos las matemáticas que definen a los distintos espacios modales? ¿Qué utilidad tiene la lógica modal para la filosofía de la ciencia, en su capítulo sobre la ontología de la modalidad en las ciencias?

Mi respuesta es muy sencilla: *su función es abstraer y sistematizar cuáles argumentos que involucran esos conceptos de posibilidad y necesidad son lógicamente válidos.* Y esto involucra una teoría que responda a preguntas sobre la *posibilidad relativa* involucrada en esas teorías — preguntas como: «¿si un estado es posible, un estado que fuera posible relativo al primero, también lo sería?» Responder estas preguntas contribuye a comprender la estructura de la teoría, al comprender la estructura de su espacio de posibilidades mediante, a su vez, la comprensión de los razonamientos válidos sobre la posibilidad. Esa es la función de la lógica modal en este proyecto. Nada más; pero tampoco nada menos.

6.4. Presupuestos metafísicos y metodológicos

6.4.1. Tipos de posibilidad en las ciencias: El caso de las teorías dinámicas

Que las teorías dinámicas de la física tratan con diferentes grados de posibilidad es algo reconocido en la filosofía de la ciencia reciente (Curiel, 2018; Lange, 2017; Rickles, 2016a; Saatsi, 2018), y algunos científicos también la han hecho explícita (*e.g.* Dribus, 2017, p. 36).

Como mencioné en un capítulo pasado (§4.7.2), la cinemática de una teoría dinámica da la definición de los grados de libertad de los sistemas que modela, junto con los principios básicos adicionales que se requieran para completar algo: la descripción de los estados que reconoce la teoría. Se suele reconocer que la cinemática es *lógicamente anterior* a la dinámica, y por ello, que es *más necesaria*, en el sentido preciso de que la misma cinemática es compatible con distintas dinámicas, pero una misma dinámica no es compatible con distintas cinemáticas (pues en ese caso tendríamos una dinámica distinta). Esta distinción es suficientemente aceptada por la comunidad científica y de la filosofía de la ciencia (ver Spekkens, 2015, como un caso aislado de discusión), y tiene importantes papeles teóricos y meta-teóricos, por lo que aquí la voy a aceptar.

La pregunta que debe responder la metafísica modal naturalizada —que, como la he definido, es un proyecto *realista*— es *cuál* de ellas debe ser el objetivo central de la disciplina. Y yo creo que las dos. Tanto la cinemática como la dinámica juegan papeles importantes en la caracterización de la estructura modal de los sistemas que estudia la teoría. Ahora voy a hacer una breve caracterización de ambas.

Posibilidad cinemática

Como entiendo a la *posibilidad cinemática*, es la que se fundamenta en la estructura fundamental del espacio de posibilidades: la que se explica solamente apelando a:

- los grados de libertad del sistema: su definición básica y naturaleza intrínseca, y
- las relaciones esenciales (definitorias) entre estos grados de libertad, con independencia de su evolución temporal.

(Esta definición es consistente con las de Ruetsche (2011, p. 8) y Curiel (2014, p. 282), entre las otras que he mencionado.[5])

Una objeción inmediata que se podría hacer a mi forma de entender la *posibilidad cinemática* es que ya desde la mecánica clásica encontramos contraejemplos: las ecuaciones cinemáticas *sí* pueden usarse para describir una evolución temporal. El ejemplo que dí antes (§6.4.1) es la ecuación del movimiento rectilíneo uniforme:

$$\mathbf{x}_f = \mathbf{v}t + \mathbf{x}_0$$

¡Por supuesto que esta ecuación cinemática describe la evolución temporal del sistema!

Mi respuesta es doble. *Primero*: esta ecuación, así como las demás ecuaciones cinemáticas, se sigue de las definiciones de las magnitudes que constituyen los grados de libertad. Es decir: la cinemática *puede* describir los cambios en las propiedades del sistema a través del tiempo, debido a que la esencia de los grados de libertad y de sus relaciones entre sí, con independencia de su evolución temporal, puede tener implicaciones para esta evolución temporal. *Segundo*: estas ecuaciones no describen la evolución *instantánea* del estado del sistema, que es lo que quiero decir —lo que *se* quiere decir— con «evolución temporal».[6]

En resumen: la cinemática es independiente y lógicamente anterior a la dinámica, y está dada por las constricciones que definen a los grados de libertad y sus relaciones esenciales (con independencia del tiempo). Llamo a la pluralidad de tales constricciones, la *estructura cinemática* de un tipo de sistema físico, y digo que la *posibilidad cinemática* es aquélla que se define por tal estructura: un estado o una historia son cinemáticamente posibles sii que el sistema estén en ese estado, o tenga esa historia, es compatible con que el sistema tenga la estructura cinemática que tiene.

Posibilidad dinámica

Por otro lado, entiendo a la *posibilidad dinámica* como la que se fundamenta en las relaciones esenciales entre los grados de libertad que *no* son independientes de su evolución temporal. (*cf.* Ruetsche (2011, p. 8): «…the theory's dynamics, that is, its account of the time development of states and observables.») La dinámica está dada por las constricciones que definen la evolución temporal de los grados de libertad del sistema.

Estas constricciones definen lo que en §5.2.1 llamé *estructuras dinámicas*: la pluralidad de relaciones que las propiedades físicas de un sistema y su cambio en el tiempo tienen entre sí, que son lo que describen las ecuaciones dinámicas. Como pasa con todo tipo de posibilidad y con todo tipo de constricción, las constricciones dinámicas definen lo que significa ser *dinámicamente posible*.

¿La modalidad metafísica de regreso?

Quizá alguien quiera argumentar que lo que aquí llamo «posibilidad cinemática» es lo que más se corresponde con la «posibilidad metafísica» que intenté desechar en el capítulo 2: si tomamos un espacio de magnitudes fundamentales, su posibilidad cinemática sería lo que mejor se correspondería con la posibilidad metafísica en ese espacio. Bajo esta sugerencia, la posibilidad dinámica implica restringir el espacio fundamental con restricciones «naturales» o «puramente nomológicas», entendiendo esto *como opuestas a metafísicas*.

Ciertamente, hay precedentes de ello, o de algo muy parecido. Por ejemplo, Ismael & van Fraassen (2003, p. 372) hablan de un «espacio metafísico de posibilidades» en las teorías de la física:

> Una teoría tiene dos ingredientes principales: una *ontología teórica* que especifica su *espacio de posibilidad (metafísico) inicial*, y un conjunto de *leyes* que selecciona de allí las *posibilidades físicas*. [T52]

Mientras que Rickles (2008, p. 7) sugiere:

> este subconjunto [los mundos físicamente posibles] comprende sólo aquellos mundos que satisfacen las leyes de la teoría. [...] Los mundos físicamente posibles pueden verse útilmente como «incrustados» en la clase más amplia de mundos metafísicamente posibles. Podemos ver este último simplemente como los mundos que se pueden «construir» a partir de las materias matemáticas en bruto del modelo sin tener en cuenta su viabilidad física. [T53]

Y piensa que «Esto corresponde, aproximadamente, a la distinción entre 'cinemática' y 'dinámica'» (*ibid.*, nota 15). Rickles (2016a, §2.2) repite esta distinción.

Pero creo que este tipo de sugerencias están equivocadas. Voy a dar tres razones.

Primera: creo que se comete un error *al menos* terminológico al hablar de un «espacio metafísico de posibilidades» en las teorías físicas. Pues, si se refieren a la posibilidad *metafísica* que rechacé en el capítulo 2, entonces no pueden referirse a las posibilidades *cinemáticas*. Veamos: Ismael y van Fraassen dicen que el espacio metafísico es «el conjunto de mundos obtenidos [...] por medio de cualquier arreglo de los bloques de construcción básicos de la teoría» (p. 373), donde estos bloques básicos son «entidades, cantidades y relaciones que juntas determinan los parámetros de representación de la teoría» Ponen como ejemplo al atomismo de los siglos XVI y XVII (p. 373):

> El mundo se concibe como formado por átomos, cuyo número es la primera cantidad básica; cada átomo se caracteriza por medio de la lista fija de cualidades primarias. [...] Lo que David Lewis y otros han llamado un principio de recombinación se sostiene claramente en este contexto. [*Nota al pie:* Hay preguntas, aquí, sobre la posibilidad metafísica de mundos que contienen cantidades o entidades de tipos que no se instancian en ninguna parte de nuestro mundo (ver Lewis, 1983), pero que no juegan ningún papel en contextos físicos.] Porque si tomamos cualquier parte de la clase de átomos de un mundo, la combinamos con algunos de los de otro mundo, manteniendo en cada caso sus cuali-

dades primarias, entonces el resultado es un tercer mundo (metafísicamente) posible. [T54]

Pero precisamente las definiciones cinemáticas *impiden* la verdad del Principio de Recombinación: si yo tomo un átomo de un mundo w en una posición $\mathbf{x} = \mathbf{r}$ y otro átomo de un mundo v en una posición $\mathbf{x} = \mathbf{r}$, por supuesto, aunque deje sus propiedades primarias fijas, *no* puedo tener un tercer mundo posible donde ambos átomos estén en $\mathbf{x} = \mathbf{r}$. Esto sin hablar de lo que ellos mismos mencionan en la nota al pie: las propiedades «*alien*» que tanto preocuparon a Lewis. Pero sin el Principio de Recombinación y sin la posibilidad de propiedades «*alien*», esto difícilmente se parece a la posibilidad metafísica en el sentido humeano, que es el que usa Lewis.

Por supuesto, podrían estarse refiriendo a la idea de la posibilidad metafísica como aquélla que es accesible mediante la concebibilidad. Ismael y van Fraassen piensan que «todas las posibilidades concebibles en este contexto teórico se pueden concebir enteramente en términos de parámetros que se encuentran entre los elementos del catálogo o se derivan de ellos» (p. 373), Rickles (p. 7) cita a Wheeler: «la cinemática describe movimientos concebibles sin preguntar si están permitidos o prohibidos. La dinámica analiza la diferencia entre un historial físicamente razonable y uno no permitido». Pero creo que esto también sería incorrecto: las posibilidades cinemáticas no están dadas por ningún ejercicio de concebibilidad, sino (como propuse arriba) por las definiciones de los grados de libertad del espacio de posibilidades (con independencia de su evolución temporal), y aquéllo que es *matemáticamente consistente* con esas definiciones (sin agregar estructuras matemáticas extra, obviamente). Por supuesto, quizá ellos quieran decir «matemáticamente consistente» cuando hablan de «posibilidad concebible», pero entonces simplemente es una mala elección de terminología y esto, de nuevo, no es la posibilidad metafísica en el sentido clásico, del que hablé en el capítulo 2.

Segunda razón: los espacios de estado no están diseñados *a priori*; es importante destacar que no se construyen de forma aislada de los supuestos dinámicos. Las cantidades fundamentales no se eligen al azar: se seleccionan debido al papel que desempeñan en los patrones que describe la teoría. Como ya he dicho antes, la cinemática es lógicamente anterior a la dinámica, porque la primera define a los grados de libertad (incluyendo al espacio o espaciotiempo donde «viven») y la segunda define cómo evolucionan. Pero lo que estoy diciendo ahora es que en el desarrollo de las teorías, se suelen elegir ciertos grados de libertad *porque* se ve que estos serán útiles para la descripción de la dinámica.

Esto significa que *no* podemos simplemente dar por sentado, como si fuera obvio, que las propiedades fundamentales involucradas en la cinemática *no* tienen relaciones dinámicas entre ellas *que les son esenciales*: la mera anterioridad lógica no lo implica, y la influencia de las consideraciones dinámicas en la cinemática del que hablé en el párrafo anterior debería prevenirnos. Es decir: en este punto, es crucial retomar la vieja pregunta sobre el estructuralismo de las propiedades, del que hablé en §5.7.2. Si las magnitudes están definidas por su papel en las leyes —o, como propuse, mejor aún: por las constricciones que actúan sobre ellas—, la libre recombinación de ellas será un mero juego conceptual (*i.e.*, mi postura es decididamente anti-humeana). Por lo contrario, si las leyes dependen asimétricamente de las magnitudes, la recombinación de estas podría dar posibilidades reales pero no físicamente posibles. En el capítulo 3 he argumentado que este tipo de metafísicas sufren de una inestabilidad metodológica en el momento en que buscan separarse del naturalismo.

Finalmente, la *tercera razón:* consideremos que la posibilidad cinemática podría entenderse en el modelo de *posibles condiciones iniciales*. Es decir: los estados que una teoría reconoce como posibilidades cinemáticas son estados que podrían ser las condiciones iniciales de cualquier sistema caracterizado por ese espacio de posibilidades. Sin embargo, debemos tener cuidado de notar que eso no necesariamente significa *posibles condiciones iniciales para el universo*. La mayoría de los puntos en, por ejemplo, el espacio de estados de la teoría de Bohm *no* representan posibles condiciones iniciales de nuestro universo, al menos en el sentido de que no satisfacen las restricciones establecidas por (digamos) el modelo estándar de la cosmología (Sklar (1990) ha mostrado la relevancia metafísica de las constricciones sobre las condiciones iniciales). Esto significa que lo que una teoría considera como posibilidades cinemáticas *no siempre serán posibilidades reales del universo*; de hecho, ninguna lo será, al menos hasta que tengamos una teoría fundamental (*cf.* §6.4.3, abajo), si aceptamos ANIDAMIENTO (§6.1, arriba). Una vez más, uno podría argumentar que esas restricciones son «naturales» *en lugar de metafísicas*. Pero, ¿qué justificaría tomar esos estados como *metafísicamente* posibles? Que sean concebibles e incluso matemáticamente expresables implica que las teorías falsas tienen el derecho de decir cuáles son las posibilidades reales para el universo. Ya en el capítulo 3 presenté mis motivos para dudar de esto.

Se necesita decir mucho más sobre estos complejos debates, por supuesto. Pero, por el momento, tengamos en cuenta la mezcla altamente no trivial de los tipos de posibilidades dinámicas y cinemáticas; para evitar la tentación de creer que los dos tipos de posibilidad que menciono corresponden a aspectos *independientes* de la estructura modal representada por las lógicas derivadas de teorías dinámicas. No: *más bien*, se mantienen separados para facilitar el análisis lógico.

6.4.2. ¿Historias o estados?

La aplicación de la lógica modal en la metafísica modal suele suponer que existe un conjunto de mundos posibles que representan (o son) las posibilidades de un universo. Pero hay una ambigüedad en esta idea: estas posibilidades ¿son estados instantáneos del universo? ¿O son una historia completa —una secuencia que incluye todos los estados pasados y futuros, digamos—

de este?

Por ejemplo, Lewis toma a los mundos posibles como historias (1986b, pp. 8, 12, 32, 209, 232), mientras que Carnap los tomaba como estados (1947, p. 9), y Kripke no se define entre una u otra concepción: «Los 'mundos posibles' son 'maneras totales como podría haber sido el mundo', o estados o historias del mundo *entero*» (1980, p. 18; 2005a: p. 23). En los usos de espacios de posibilidad, como vimos en el capítulo 4, también encontramos distintos tipos de posibilidades: algunas son estados, otras son historias (y hay otros tipos; como actos de decisión o posibles distribuciones de probabilidad).

Por supuesto, las concepciones de estados e historias no son opuestas: podríamos tener *ambas*. Podemos tener estados como entidades primitivas y definir a las historias como ciertas secuencias de estos; podríamos tener historias como entidades primitivas y definir a los estados como clases de equivalencia de estas bajo la relación *tener el mismo estado a t*. (Esto, hay que remarcar, es al nivel de la *construcción lógica*. Al nivel de la interpretación, se puede argumentar, como lo hace Thébault (2016, §4.1), que sí hay oposición.)

Entonces, lo importante no es qué entidades aceptar —pues postulando unas, las otras «son gratis»—, sino en cuáles *basar* nuestro estudio lógico. Un historia es un desarrollo completo del sistema. Un estado es la secuencia de todas las propiedades que tiene el sistema en un instante dado. ¿Cómo definiríamos una relación de *posibilidad relativa* entre cada uno de ellos?

Recordemos (definición 1) que la estructura básica de la semántica modal es un marco: un par $\langle W, R\rangle$, con W el conjunto no vacío de mundos posibles, y R la *relación de accesibilidad* o de *posibilidad relativa* entre ellos. La validez de ciertas fórmulas en el lenguaje de la lógica de primer o segundo orden se corresponde con qué propiedades lógicas tiene la relación R en todos y solamente los marcos que hacen verdadera a esa fórmula (como dice el teorema de definibilidad: teorema 1). Pero aceptar estados como las entidades de nuestro conjunto W regularmente va a implicar aceptar una relación R distinta que si aceptáramos historias como nuestros mundos posibles. Veremos esto abajo.

Estados

Entre los estados, que un estado s_2 sea posible relativamente a otro estado s_1 podría significar esto:

Estando en el estado s_1, el sistema podría evolucionar al estado s_2. (HISTÓRICA)

Es importante notar que en la idea HISTÓRICA hay un sentido de *temporalidad*: el estado s_1 es *anterior* al estado s_2 (esto podría cuestionarse cuando tenemos reversibilidad temporal, pero trataré con esto abajo).

Otra posible idea sería esta:

Si el sistema está en s_1, también podría haber estado en s_2. (ATEMPORAL)

Con la idea ATEMPORAL no hay ningún tipo de temporalidad necesariamente involucrada.

Para contrastar ambas ideas, consideremos estos dos enunciados:

1. Yo podría titularme antes de fin de este año.
2. Yo podría estar comiendo en Tokio en una hora.

El primer enunciado refleja el tipo de posibilidad en HISTÓRICA: estando en el estado en el que estoy, es posible desarrollarme de tal manera que me titule antes de fin de año. Por supuesto, esto también es consonante con la idea ATEMPORAL: si estoy como estoy ahora, también podría estar titulado ahora. El segundo enunciado refleja el tipo de posibilidad en ATEMPORAL: dado el estado en el que estoy ahora, también podría estar en Tokio en una hora —pero no porque pudiera *llegar a ser, evolucionar* de tal forma que estuviera en Tokio: me queda muy lejos como para que pudiera llegar en una hora. Dado el estado en el que estoy ahora, también podría estar en Tokio en una hora, porque lo que soy ahora no impide que *más bien* estuviera en Tokio en una hora.[7]

Como la idea ATEMPORAL cubre más opciones que la primera, esta segunda idea es más amplia. Esto puede ser ventajoso, si buscamos generalidad; pero también puede ser menos ventajoso, si buscamos exactitud.

(Por ahora, no puedo pensar en alguna otra noción de posibilidad relativa entre estados que pudiera ser de utilidad aquí.)

Historias

Cuando hablamos de *historias* parece que ya no tiene sentido hablar de una *transición* entre ellas: más bien, cada historia es una secuencia de transiciones. Así que una idea análoga a la idea HISTÓRICA no parece tener sentido aquí (por supuesto, podemos hablar de «si un sistema está en tal estado dentro de una historia, entonces podría evolucionar a tal estado de tal historia»; pero eso sería regresar a hablar de *estados*).

En cambio, parece que sí tiene sentido hablar de una posibilidad relativa y *a-temporal* entre historias, como en:

Si el sistema tuvo la historia h_1, también pudo haber tenido la historia h_2. (ATEMPORAL-H)

Usamos esta noción tanto en el habla cotidiana (como cuando decimos de alguien que pudo haber vivido una vida muy distinta a la que tuvo), como en la ciencia (como cuando un teórico del caos habla de las distintas trayectorias posibles de un tipo de sistema).

Entonces, a diferencia de los estados, en las historias ya está *implícito* el aspecto temporal. Un estado es un estado instantáneo, sí; pero siempre podemos verlo como un estado a-temporal que aparejamos con un instante específico (si nuestra teoría tiene momentos *repetibles*, esto es natural). Pero una historia no es una historia «en un momento»: una historia supone una línea temporal (que puede ser reversible si la teoría posee esa simetría).

Historias, estados, tiempo, y los dos tipos de posibilidad

Esto va a implicar que, para modelar con estados bajo la idea HISTÓRICA, necesitaremos una lógica con dos tipos de modalidades: una que incluya no solamente relaciones de posibilidad relativa, sino también relaciones temporales. En cambio, para modelar con estados bajo la idea ATEMPORAL no requerimos del tiempo. De igual forma, para las historias bajo la idea ATEMPORAL-H, podemos dejar el aspecto temporal implícito, y utilizar una lógica con un sólo tipo de modalidad: las relaciones de posibilidad relativa.

¿Cómo clasificar a los dos tipos de posibilidad en este esquema?

Exploremos una primera propuesta: la posibilidad cinemática se entiende bien bajo la idea ATEMPORAL. Recordemos que esta es la que se determina mediante la estructura básica del espacio de posibilidades, y que no involucra por sí misma (sino, a lo más, por consecuencia) a la evolución temporal de los sistemas. Puesto de otra forma: las constricciones cinemáticas no hablan sobre la evolución temporal, pero pueden tener consecuencias sobre ella. Por esto, es natural suponer que la posibilidad cinemática no es una posibilidad esencialmente *dinámica*. Repitiendo la cita de Curiel (2014, p. 282, mi énfasis): «A kinematical constraint in a theory imposes fixed relations that must hold among the possible values of some set of a system's physical quantities *at all times*»: es decir, con independencia del tiempo.

Esto se ve reforzado si pensamos a los estados cinemáticamente posibles de una teoría dinámica como los estados que la teoría define como *posibles condiciones iniciales*. Es decir: en principio, todo estado cinemáticamente posible puede ser un estado inicial del sistema; o, si el tiempo es infinito, el estado inicial de un estudio del sistema, el «t_0».

¿Podemos utilizar la concepción de las historias como entidades básicas para modelar este aspecto de la cinemática como la modalidad de los estados que son posibles condiciones iniciales? Sí, pero tendríamos que introducir una relación de equivalencia que abstrayera estos estados a partir de un conjunto de historias.

Por supuesto, también habrá *historias* cinemáticamente posibles: aquellas secuencias de estados en las que valen las definiciones de los grados de libertad. (Estas historias pueden ser, o no, dinámicamente posibles.) Esto indica que la posibilidad cinemática *también* se puede analizar desde la idea HISTÓRICA.

También podemos usar la idea ATEMPORAL-H: Si el sistema tuvo la historia h_1, también pudo haber tenido la historia h_2, si nos referimos sólo a historias cinemáticamente posibles. Solamente que entonces esta relación se trivializa: dado el conjunto de historias cinemáticamente posibles, el sistema pudo (donde este «pudo» es cinemático) haber vivido *cualquiera* de ellas. El condicional sería verdadero trivialmente.

Con la posibilidad dinámica, es más claro que, hablando de estados, *solamente* tiene sentido analizarla con la HISTÓRICA: entendemos a la posibilidad dinámica como la que se determina por las constricciones puramente dinámicas, las que determinan la evolución temporal del estado del sistema. Por supuesto, hablando de historias, también podemos usar la idea ATEMPORAL-H. Aquí, la relación «Si el sistema tuvo la historia h_1, también pudo haber tenido la historia h_2» se basaría en la misma dinámica: sería una relación de equivalencia, que individúe las historias gobernadas por la misma dinámica. Si, en cambio, ahora vamos por las historias, es claro que esta concepción es más «gruesa»: no tenemos estados para hablar de condiciones iniciales, así que debemos de suponer «por fuerza bruta» que toda historia dinámicamente posible es cinemáticamente posible, y que la relación de accesibilidad, que se modelará bajo ATEMPORAL-H, refleja *posibilidad cinemática relativa*. No tenemos una forma de expresar *explícitamente* la posibilidad dinámica, más que al postular que, al llamar a una historia «dinámicamente posible», estamos diciendo que los estados que la componen —o, en esta imagen, que se *abstraen de ella*— tienen solamente transiciones dinámica y cinemáticamente válidas entre ellos.

Así, en conclusión:

- Para cinemática:
  - *Estados* con una relación *atemporal* de posibilidad relativa: representan posibles condiciones iniciales.
  - *Historias*, ya sea compuestas por secuencias de estados o como entidades primitivas: representan posibles evoluciones solamente bajo la cinemática.
- Para dinámica:
  - *Estados* con una relación *temporal* de sucesión: representan la transición de un estado a otro por la dinámica.
  - *Historias*, ya sea compuestas o primitivas: representan posibles evoluciones completas, guiadas por la dinámica.

La relación temporal de sucesión dinámica entre estados *no* se reduce a la sucesión temporal, sino que tiene un componente modal. Esto se ve con las teorías indeterministas. En ellas, un estado puede tener varios estados dinámicamente accesibles, en un futuro ramificado, como se suele modelar en la tradición de la semántica de tiempo ramificado de Belnap, Müller, Placek y otros (p. ej. Müller & Placek, 2018). Así, por ejemplo, en una versión de la teoría de muchos mundos (Wallace, 2012), una historia sería una ramificación de estados. Esta interpretación no es universalmente aceptada (*cf.* por ejemplo Wilson, 2020, cap. 2), y el mismo Everett (1957) la rechazaba, pero la exploraremos abajo.

Las relaciones de accesibilidad

¿Qué relaciones de accesibilidad va a implicar esto?

Si nos quedamos con los estados como entidades básicas, es claro que vamos a tener *tres* relaciones:

- la de la posibilidad cinemática atemporal, la de las posibles condicionales iniciales, que representará a los grados de libertad,
- la de la posibilidad cinemática de ciertas historias, y
- la de la posibilidad dinámica de ciertas historias.

Si usamos historias como entidades básicas, como he dicho antes, el primer aspecto va a requerir de la introducción de relaciones de equivalencia. Pero me voy a enfocar en los estados.

Para repetirlo: toda historia dinámicamente posible será cinemáticamente posible, pero la conversa no siempre vale. Y todo estado que pertenezca a una historia dinámicamente posible será cinemáticamente posible. Podemos resumir esto en dos fórmulas, pero vamos a introducir ciertas abreviaciones. Estas son generales, *conceptuales*; en cada teoría particular, veremos como se realizan, como se definen. Llamamos:

- «$\mathfrak{S}_C$» al espacio de *estados* cinemáticamente posibles de una teoría (que será el espacio de posibilidad más amplio),
- «$\mathfrak{H}_C$» al espacio de *historias* cinemáticamente posibles de una teoría,
- «$\mathfrak{H}_D$» al espacio de historias *dinámicamente* posibles de una teoría.

Así, tenemos:

$$\mathfrak{H}_D \subsetneq \mathfrak{H}_C \tag{6.2}$$

$$\forall s \text{ estado}, \forall h \text{ historia} : s \in h \in \mathfrak{H}_D \Rightarrow s \in \mathfrak{S}_C \tag{6.3}$$

Los postulados 6.2 y 6.3 serán esenciales para las lógicas derivadas que investigaremos abajo. Ellos dan parte de la base para definir las relaciones de accesibilidad de los operadores modales; la parte restante será particular a la dinámica de cada teoría.

6.4.3. Teorías no fundamentales

Voy a enfocarme en teorías cuánticas no fundamentales. Estas no son fundamentales porque no pueden utilizarse para la unificación de las fuerzas fundamentales de la naturaleza. Pero las utilizaré para realizar un *estudio de caso* de la metodología del proyecto naturalista, pues su estructura es suficientemente sencilla como para permitir desenredar las cuestiones filosóficas. En una fase posterior del programa naturalista, podríamos realizar el estudio para teorías más avanzadas.

6.4.4. Recapitulando: Puntos de decisión y ánimo experimental

En resumen, hasta ahora he argumentado que los siguientes supuestos son razonables:

- Usaremos a la lógica como un estudio de las propiedades más abstractas que una teoría científica le atribuye a la posibilidad;
- La lógica va a representar la estructura modal de una teoría dinámica enfocándose en la posibilidad *dinámica* y la posibilidad *cinemática*;
- Los elementos del conjunto de mundos del marco son *estados*, y las relaciones *cinemáticas* entre estos son las que determinan la estructura del espacio de posibilidades, mientras que las relaciones *dinámicas* entre ellos son *transiciones legales*;
- Podemos usar teorías no fundamentales como modelo para un estudio de caso que, en principio, podría extenderse a teorías fundamentales.

Todos estos supuestos surgen como respuesta a dilemas que no podemos dejar sin resolver antes de comenzar el estudio lógico. *La naturalización de la lógica modal no está esencialmente comprometida con estos supuestos particulares: solamente requiere que se resuelvan de un modo u otro*, si es que el proyecto ha de comenzar, pero diferentes supuestos podrían responder a diferentes motivaciones —dentro del mismo proyecto de naturalización— y, por tanto, podrían conducir a diferentes implementaciones de la idea.

Por ello, lo que resta de este capítulo es un estudio de casos hecho con ánimos experimentales, exploratorios: comenzamos a mapear el terreno desde supuestos razonables hacia territorio bien conocido (lógicamente hablando), y si vemos que a donde llegamos no es muy atractivo, podríamos intentar mover los supuestos como los parámetros de una máquina.

6.5. Mecánica Bohmiana

En la interpretación que supondré aquí,[8] BM es una teoría sobre la dinámica de las partículas puntuales en nuestro espacio físico 3D; no incluye una descripción de las interacciones gravitacionales, aunque se han propuesto versiones relativistas (Dürr *et al.*, 2014; Tumulka, 2007, 2018). También se han investigado teorías cosmológicas basadas en BM (Pinto-Neto & Fabris, 2013). Esto significa que se la toma como una posibilidad teórica que se puede extender para modelar la estructura fundamental del mundo físico.

6.5.1. La estructura de BM

De acuerdo con la interpretación de PO del formalismo de BM (§5.2.6), la *ontología primitiva* de BM está representada por sus *variables primitivas*, y las variables primitivas de BM son variables para la configuración de N partículas puntuales (es decir, una secuencia de sus posiciones), y su *ontología no primitiva* consiste en una onda guía; entonces, un estado es un par de una configuración y una onda. Las partículas siguen trayectorias determinadas por la onda guía. Estos dos elementos evolucionan bajo las dos leyes fundamentales de la teoría. Según el RSEM (§5.3), el formalismo de BM representa dos aspectos objetivos de la realidad: su ontología primitiva —las partículas y sus posiciones que evolucionan en el espacio 3D clásico—, y la estructura modal de las partículas, que consiste en (a) las restricciones que codifica la función de onda y (b) las leyes con las que evolucionan tales restricciones.

Primero echemos un vistazo al formalismo básico de BM,[9] con el que definiremos los espacios de posibilidad y, dentro de estos, las leyes de la teoría.

La estructura cinemática

Primero tenemos al *espacio de configuración*, el espacio de todas las configuraciones instantáneas posibles de las N partículas. El segundo es el *espacio de funciones de onda*, el espacio de todas las posibles funciones de onda. Con estos, se define el espacio de estados. (Voy a describir la teoría de las partículas sin espín; este introduce complicaciones innecesarias para la tarea en cuestión.)

El espacio de configuraciones para N partículas se representa por $\mathbb{R}^{3N}$, el espacio de todas las N-secuencias de posiciones tridimensionales.[10] Usamos $\mathbf{q}_i$ como variables para la posición de la i-ésima partícula, y $(\mathbf{q}, t) = (\mathbf{q}_1, \ldots, \mathbf{q}_N, t) \in \mathbb{R}^{3N} \times \mathbb{R}$ como variables para la configuración del sistema de N partículas a t.

La función Ψ pertenece al espacio de Hilbert:

$$\mathbb{H} = L^2(\mathbb{R}^{3N}, \mathbb{C}) \tag{6.4}$$

de funcionales que toman una configuración (a un tiempo) y le asignan un número complejo (su *amplitud de probabilidad*).[11]

Los espacios de Hilbert son espacios vectoriales completos y normados. La *norma* de un vector Φ se define *via* el producto interior:

$$||\Psi|| = \sqrt{\langle\Psi|\Psi\rangle},$$

y usamos un producto interior dado por:

$$\langle\Phi|\Psi\rangle = \int \bar{\Phi}(\mathbf{q})\Psi(\mathbf{q})d^{3N}\mathbf{q},$$

donde $\int$ es la integral de Lebesgue sobre el espacio de configuración y $\bar{}$ es conjugación compleja. *Completitud* significa que cada secuencia de vectores de Cauchy en el espacio converge a un vector en el espacio, donde la distancia y la convergencia están dadas por la norma. Que sea de *cuadrado-integrable* significa que la norma de cada vector es finita:

$$\sqrt{\int |\Psi(\mathbf{q})|^2 d^{3N}\mathbf{q}} < \infty$$

Hablando estrictamente, no consideramos funciones sino *clases de equivalencia* de ellas: identificamos dos funciones $\Psi \sim \Psi'$ si difieren sólo sobre un conjunto de medida cero, y trabajamos con un representante *normalizado* de la clase: uno que tenga una norma 1. Dichas clases de equivalencia se conocen como *rayos* y el espacio de rayos se conoce como el espacio de Hilbert proyectivo.

Nuevamente, dada una configuración a un momento, Ψ regresa un número complejo:

$$\Psi : \mathbb{R}^{3N} \times \mathbb{R} \to \mathbb{C}$$

Este número complejo $\Psi(\mathbf{q}, t)$ es la *amplitud de probabilidad*, y su módulo al cuadrado $|\Psi(\mathbf{q}, t)|^2$ da la probabilidad de que el sistema esté en $\mathbf{q}$ a t. (Ψ, por supuesto, también puede verse como un *campo de valor complejo y dependiente del tiempo sobre el espacio de configuración*; esa es la presentación en la que los WFRistas cuelgan el significado ontológico, *cf.* §5.2.7).

La estructura dinámica

La dinámica de BM viene dada por dos ecuaciones, una para las trayectorias y la otra para la función de onda.

La función de onda está gobernada por la *ecuación de Schrödinger*:

$$i\hbar\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right) = -\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\hbar^2}{2m_k}\nabla_k^2(\Psi)\right) + V\Psi, \tag{6.5}$$

que relaciona la derivada temporal de la amplitud de probabilidad asociada con una configuración ($\frac{\partial\Psi}{\partial t}$), multiplicada por i y la constante de proporcionalidad de Planck $\hbar$ (el *quantum* de acción), con la suma de:

- la energía potencial del sistema: $V(\mathbf{q}, t) \in \mathbb{R}$, y

- la suma de la energía cinética de cada partícula k: $\frac{\hbar^2}{2m_k}\nabla_k^2$, donde:
  - m_k es la masa, y
  - ∇_k^2 es el Laplaciano con respecto a la posición de la partícula k-ésima, que en coordenadas cartesianas es:

$$\nabla_k^2(\Psi) = \nabla_k \cdot \nabla_k(\Psi) = \frac{\partial^2(\Psi)}{\partial x_k^2} + \frac{\partial^2(\Psi)}{\partial y_k^2} + \frac{\partial^2(\Psi)}{\partial z_k^2},$$

Cada *trayectoria k* (el cambio instantáneo en la configuración k-ésima) está gobernada por una *ecuación guía*:

$$\frac{d\mathbf{q}_k(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m_k} \operatorname{Im} \frac{\nabla_k \Psi}{\Psi} \mathbf{q}(t), \tag{6.6}$$

donde ∇_k es el gradiente con respecto a las coordenadas espaciales de la partícula k, Im es la parte imaginaria, y $\mathbf{q}$ es la configuración del sistema completo de partículas.

Si identificamos el lado derecho de (6.6) con un vector en una configuración,

$$\frac{\hbar}{m_k} \operatorname{Im} \frac{\nabla_k \Psi}{\Psi}(\mathbf{q}(t)) = v_k^{\Psi}(\mathbf{q}(t)),$$

luego, a través de la ecuación guía para todo el sistema de N partículas:

$$\frac{d(\mathbf{q}, t)}{dt} = \hbar m^{-1} \operatorname{Im} \frac{\nabla \Psi}{\Psi}(\mathbf{q}, t), \tag{6.7}$$

(donde m es la *matriz de masas*, que contiene las masas de las partículas), vemos que la función de onda define un campo vectorial $\mathbf{v}^{\Psi}$ en el espacio de configuración:

$$\frac{d(\mathbf{q}, t)}{dt} = \hbar m^{-1} \operatorname{Im} \frac{\nabla \Psi}{\Psi}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{v}^{\Psi}(\mathbf{q}, t) \tag{6.8}$$

Es decir, $\mathbf{v}^{\Psi}$ le asigna la velocidad instantánea del sistema, dada por Ψ, a cada configuración a un momento.

La ecuación de Schrödinger 6.5 y la ecuación guía 6.7, definidas en el espacio de Hilbert en el espacio de configuración 6.4, definen a BM, así que identificaré a BM con su conjunción.

La interpretación de BM y dos características importantes

La teoría de Bohm generalmente se toma como una «interpretación» o como una «alternativa» al formalismo estándar de QM. Sin embargo, podría decirse que *desde el punto de vista de BM*, el formalismo estándar es un fragmento *fenomenológico* de una dinámica más completa: la función de onda evoluciona de acuerdo con la ecuación Schrödinger hasta que se mida, y las estadísticas están dadas por la regla de Born, pero la imagen ontológica es tan incompleta que no permite comprender el verdadero estado de cosas en el nivel de descripción apropiado. Una vez que se agrega la parte faltante de la imagen —la configuración y su dinámica— lo que está sucediendo a nivel microfísico es comprensible sin apelar a la problemática noción de *medición*. Las estadísticas del enfoque estándar son recuperables a partir de la *tipicidad* de cierto tipo de condición inicial: aquella en la que las partículas se distribuyen de acuerdo con $|\Psi|^2$ (esta es la *hipótesis del equilibrio cuántico*), y al mostrar que esta distribución es *equivariante* (preservada por la evolución de la función de onda). Entonces, la regla de Born es una *consecuencia* de la teoría por razonamiento «boltzmanniano»; no —como en el enfoque estándar— un *postulado*, y las probabilidades son epistémicas. El estado nunca colapsa: no se necesita dualismo en la teoría: la evolución siempre es lineal (bajo las ecuaciones guía y de Schrödinger), y los estados superpuestos no crean ningún problema —no hay gato vivo y muerto, ni universos ramificados— pues la ontología se completa con las partículas y sus posiciones. Sin embargo, estas se comportan de una manera no local: como se puede ver en la ecuación guía (6.6), la posición de una partícula depende de la posición de todas las demás.

Debemos notar inmediatamente dos características de BM:

- La teoría es *determinista*: Dada una condición inicial $(\mathbf{q}, t_0, \Psi)$, las ecuaciones 6.5 y 6.7 fijan la función de onda y la configuración para todo t.
- La teoría es explícitamente *no-local*: la evolución de cada partícula depende, de acuerdo con la ecuación guía (6.6), de la configuración de todas las N partículas.

Dejemos de lado la no localidad por el momento y centrémonos en el determinismo, pues este va a ser importante para la estructura modal que BM le atribuye a los sistemas cuánticos.

6.5.2. El espacio de posibilidades de BM

Podemos encontrar dos espacios de posibilidades en BM: el espacio de estados y el espacio de sus historias.

El espacio de estados

Podemos definir *el espacio de estados de* BM así:

$$\mathfrak{S}_{\mathrm{BM}} = (\mathbb{R}^{3N} \times \mathbb{H})^{\mathbb{R}} \tag{6.9}$$

con estados

$$s(t) = (\mathbf{q}(t), \Psi(t)),$$

que son una configuración de las partículas a un momento t, junto con la distribución de amplitudes de probabilidad que Ψ da en todo el espacio de configuración a t.

El espacio de historias cinemáticamente posibles

Ahora nos gustaría definir a las historias cinemáticamente posibles. Como hemos visto, la idea es que estas incluyan a las historias dinámicas, pero no necesariamente a estas solamente. Así como en mecánica clásica se suele introducir a la distinción cinemática/dinámica al definir a la dinámica como el estudio de las causas del movimiento, que a su vez se identifica con *las fuerzas*, así aquí podríamos pensar que la dinámica cuántica se enfoca en las causas del movimiento cuántico, que en el caso de BM se identificará con *la función de onda*: ¡por algo a esta teoría se le conoce como «la teoría de la onda piloto»!

Teniendo esa definición de la dinámica en BM, las historias cinemáticas serían aquellos desarrollos en el tiempo que *no* involucran a la función de onda.

El espacio de historias dinámicamente posibles

Dada una condición inicial $(\mathbf{q}(t_0), \Psi(t_0))$, la dinámica de la teoría determina la evolución del sistema como una *historia* de la forma $(\mathbf{q}(t), \Psi(t))_{t\in\mathbb{R}}$: secuencias de un estado para cada momento. A su vez, estas secuencias se pueden definir como curvas integrales a lo largo del campo vectorial $\mathbf{v}^\Psi$ de «velocidades cuánticas» determinadas por la función de onda mediante la ecuación 6.8. Podemos pensar en el tiempo como la línea real, $\mathbb{R}$, y pensar en cada instante t, como si trajera pegada una configuración $\mathbf{q}$ que, a su vez, viene junto con su amplitud de probabilidad, c. La ecuación 6.8 luego le asigna un vector de velocidad a $\mathbf{q}$ a t. Es decir, cada posible historia se representa por una función h que a cada momento nos da una configuración:

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^{3N}, \tag{6.10}$$

tal que:

$$h(0) = \mathbf{q}(0), \tag{6.11a}$$

$$\frac{d\,h(t)}{d\,t} = \mathbf{v}^\Psi(h(t)), \tag{6.11b}$$

para todo momento $t \in \mathbb{R}$. Podemos definir así a la versión integral:

$$h(t) = \mathbf{q}(0) + \int_0^t \mathbf{v}^\Psi(h(s))\,d\,s \tag{6.12}$$

Es decir, una historia es una trayectoria en el espacio de configuraciones que satisface la ecuación guía (6.7), dada por una función de onda que satisface la ecuación de Schrödinger (6.5).

Ya podemos definir *el espacio de historias dinámicas de* BM (que no debe confundirse con el espacio de Hilbert de las funciones de onda, $\mathbb{H}$):

$$\mathfrak{H}_{\mathsf{BM}} = \{h : h \text{ es una historia en el sentido de las ecs. 6.10-6.12}\} \tag{6.13}$$

La relación entre el espacio de estados y el espacio de historias de BM

Arriba vimos que la mecánica bohmiana es una teoría determinista: dada una condición inicial $(\mathbf{q}(t_0), \Psi(t_0))$, las ecuaciones 6.5 y 6.7 fijan la función de onda y la configuración para todo t. Esto significa que el espacio de historias es el conjunto de las secuencias infinitas de estados, tales que, para todos los estados s_1, s_2 e historias h (donde la flecha indica la evolución con la dinámica BM):

- si $s_1, s_2 \in h$, entonces: o bien $s_1 \xrightarrow{\mathsf{BM}} s_2$ o $s_2 \xrightarrow{\mathsf{BM}} s_1$.
- si $s_1, s_2 \in h$, entonces: o bien $s_1 \leq s_2$ o bien $s_2 \leq s_1$, donde «≤» es el orden temporal.

Es decir, cada historia de $\mathfrak{H}_{\mathsf{BM}}$ es un orden lineal de estados de $\mathfrak{S}_{\mathsf{BM}}$. El orden lineal está dado por el orden temporal y la transición por las ecuaciones de BM. Además, dado que estamos usando $\mathbb{R}$ como nuestra estructura de indización para representar al tiempo, se deduce trivialmente que el orden temporal $\leq$ también es *Dedekind-completo* sobre cada historia (lo cual será relevante abajo).

Simetrías de BM

Es importante notar que BM es una teoría invariante de Galileo. (De hecho, los bohmianos infieren a BM como la teoría invariante de Galileo *más simple* que incorpora las predicciones cuánticas con una ontología de partículas: Dürr & Teufel 2009, §8.1.) Esto significa que:

$$\forall h \in \mathfrak{H} : \; g(h) \in \mathfrak{H}, \tag{6.14}$$

donde g es una *transformación galileana*, definida como un elemento del grupo galileano, $\mathscr{G}$. Este se define como el grupo que, usando la composición como la operación, es generado por los siguientes tipos de transformaciones:

- *Traslación espacial y temporal*: $(\mathbf{q}, t) \mapsto (\mathbf{q} + \mathbf{u}, t + a)$;
- *Rotación espacial*: $(\mathbf{q}, t) \mapsto (R\mathbf{q} + \mathbf{u}, t)$, con $R : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación ortogonal;
- *Reversión temporal*: $(\mathbf{q}, t) \mapsto (\mathbf{q}, -t)$;
- *Boost galileano (movimiento uniforme)*: $(\mathbf{q}, t) \mapsto (\mathbf{q} + \mathbf{u}t, t)$.

Pregunta: ¿es $h = g(h)$? Si es así, ambas historias describen el mismo mundo posible: las simetrías son redundancias ontológicas. Si no es así, describen diferentes mundos posibles: las simetrías preservan la posibilidad, pero no la identidad.

Como es usual entender a las simetrías galileanas como una forma de abstraer la estructura del espaciotiempo de trasfondo en BM, parecería que la respuesta que demos a esta pregunta va a depender de la metafísica del espaciotiempo que aceptemos: ya sea relacionista o sustantivalista. Pero, por supuesto, el sustantivalismo puede sobrevivir en las teorías pre-relativistas sin el espacio absoluto, mediante el espaciotiempo neo-newtoniano (Maudlin, 2012). Entonces, el espaciotiempo en BM puede ser una sustancia y ello es compatible con la invarianza de Galileo. Así, tentativamente, al menos, identificamos $h = g(h)$.

6.6. Una lógica modal para las modalidades en BM

Partimos de la hipótesis principal:

HIPÓTESIS PRINCIPAL El espacio de posibilidades de una teoría fundamental es un candidato para ser el conjunto de mundos posibles de la lógica modal ontológica.

Semánticamente, las lógicas modales se suelen entender mediante los marcos de Kripke. Un *marco de Kripke* $\mathfrak{F}$ es un par $\langle W, R\rangle$, con $W \neq \emptyset$ y $R \subseteq W^2$. En un marco, W modela el conjunto de estados posibles y R una relación de transición entre ellos, que inicialmente se introdujo para modelar la relación de posibilidad relativa, la contraparte semántica de los operadores modales. Los marcos de Kripke se pueden generalizar para las *lógicas multimodales*: $\mathfrak{F} = \langle W, \{R_i : i \in I\}\rangle$, donde cada R_i es una relación en W, y corresponde a diferentes operadores modales en el nivel sintáctico.

En el presente contexto, la hipótesis principal se traduce en:

$$W := \mathfrak{S}_{\mathrm{BM}} \tag{6.15}$$

Quedan por definir las relaciones de accesibilidad.

Como argumenté arriba (§6.4.1), es razonable pensar que una teoría física va a postular dos tipos fundamentales de posibilidad objetiva: lo que llamé *posibilidad cinemática* y *posibilidad dinámica*. Y argumenté que, a su vez, la primera se puede entender de dos formas: como posibles condiciones iniciales, y como posibles desarrollos. Así que vamos a introducir *tres* relaciones de accesibilidad:

1. Para la accesibilidad dinámica;
2. para las posibles condiciones iniciales;

3. para la accesibilidad cinemática.

6.6.1. Las sub-lógicas de la posibilidad cinemática

Comenzamos con la posibilidad cinemática de las posibles condiciones iniciales. En este caso, la relación de accesibilidad se reduce a la pertenencia al espacio de estados: suponemos que la estructura del espacio de estados está dada previamente, y que la relación de posibilidad relativa entre las posibles condiciones iniciales es simplemente que cada una de ellas podría haberse dado con respecto a cada una de las demás, precisamente bajo la idea ATEMPORAL.

Definición 6 (Posibilidad cinemática a-temporal)**.** *La posibilidad cinemática a-temporal es simplemente la relación trivial en el espacio de los estados:*

$$K_A \; := \; \mathfrak{S} \times \mathfrak{S} \tag{6.16}$$

Ahora bien, Sklar (1990) ha mostrado que hay ciertas constricciones (que no son leyes de la naturaleza) que restringen el rango de las posibles condiciones iniciales. Sklar no menciona ningún ejemplo de la mecánica bohmiana, pero la *hipótesis del equilibro cuántico* (que no explicaré aquí) se interpreta como un postulado sobre las condiciones iniciales del universo bohmiano (Dürr *et al.*, 1992b). Una idea para responder a esto sería restringir el espacio de estados a aquéllos en los que se cumplen las restricciones sobre las condiciones iniciales. Sin embargo, en el caso bohmiano, la restricción selecciona condiciones iniciales *típicas*. Pero este es un concepto estadístico, y uno muy general que no tiene una definición exacta única: decir de un conjunto de condiciones iniciales que ellas son típicas es decir que el conjunto tiene una medida *muy grande*, relativo al espacio completo (Dürr & Teufel, 2009, §4.1). Pero no hay una «medida universal»: cada teoría y modelo tiene su espacio de estados y una medida que define sobre este y que se interpreta probabilísticamente. Tampoco hay una noción universal de «muy grande». Así, el concepto de tipicalidad es muy general, y conlleva cierta vaguedad (al ser gradual y permitir, *prima facie* al menos, la existencia de casos límite). Así, como es un concepto probabilístico «de segundo orden» —no habla sobre *una* medida de probabilidad, sino que generaliza—, es *imposible* de formalizar en el lenguaje de la lógica modal clásica.

Se podría pensar que, como no se puede formalizar con exactitud a todas las constricciones sobre las condiciones iniciales que impone BM, esta lógica está perdiendo mucho. No me parece obvio. Pero sí estoy dispuesto a reconocer que la lógica modal no va a recuperar *todo*: es un lenguaje simple, que permite codificar las propiedades de las gráficas dirigidas. Si se generaliza (como en las lógicas temporales métricas), permite expresar algunas propiedades cuantitativas («será verdad tras n momentos futuros», etc.); definitivamente no puede expresarlas todas. Necesitamos un balance entre simplicidad —que nos permita subrayar la estructura modal— y poder —que nos permita calcular con ella. Para lo segundo, la mejor apuesta es el formalismo mismo de la teoría; no hay vuelta de hoja.

Muy bien. Ahora pasamos a la posibilidad cinemática entre estados que da lugar a *historias cinemáticas*.

Definición 7 (Posibilidad cinemática de historias)**.**

$$K_H(s_1, s_2) := [(s_1 \rightrightarrows s_2) \wedge (s_1 \leq s_2)], \tag{6.17}$$

donde «$\leq$» denota el orden temporal, dado por el espacio de estados, que importamos al marco; e introduzco el símbolo «$\rightrightarrows$» para abreviar: «en la transición de s_1 a s_2 se respetan todas las constricciones cinemáticas». Esta relación tiene ciertas propiedades lógicas:

- *es un orden total (reflexiva, transitiva, antisimétrica, total), y*
- *es completa de Dedekind (contiene los supremos de todos los subconjuntos no vacíos acotados).*

La completitud refleja la completitud del orden temporal que subyace a la modalidad cinemática histórica.

Claramente, estamos dando por sentado que todo estado en una historia cinemática es un elemento del espacio de estados bajo las constricciones cinemáticas.

6.6.2. La sublógica de la posibilidad dinámica

Ahora podemos ver la relación de accesibilidad dinámica. Como argumenté antes, esta es una relación de *transición* entre estados, que no es meramente el orden temporal, como veremos en otros casos.

Definición 8 (Posibilidad dinámica)**.**

$$D(s_1, s_2) := s_1 \xrightarrow{BM} s_2 \tag{6.18}$$

donde «$s_1 \xrightarrow{BM} s_2$» significa que, empezando desde s_1, la dinámica de la teoría (6.5–6.7) produce una historia en la cual s_1 está en el pasado de s_2 (i.e., $s_1 < s_2$).

Notemos que: *como resulta que la dinámica de la teoría BM es determinista*, toda historia construida mediante transiciones de posibilidad dinámica va a ser un orden lineal, que se *corresponde* con el orden temporal. Como el orden temporal (dentro del espacio $\mathfrak{S}_{\mathrm{BM}}$) está dado por $\mathbb{R}$ y su estructura natural, resulta que cada historia dinámica va a ser un orden lineal completo de Dedekind. Pero *no* son los mismos: el orden temporal simplemente toma los estados bajo su aspecto temporal; pero la posibilidad dinámica está determinada por las ecuaciones dinámicas de la teoría.

Así, en BM, como en las demás teorías deterministas, *la posibilidad dinámica es la posibilidad diodoreana*, donde la posibilidad diodoreana (Prior, 1957) se entiende, simplemente, así:

$$\lozenge \mathsf{p} := \mathsf{p} \vee \mathsf{Fp} \tag{6.19}$$

Si entendemos al operador de posibilidad como el operador de posibilidad dinámica, y al operador de futuro como determinado por la estructura de la forma obvia (ver abajo), entonces esto vale, como decía, para la modalidad dinámica: bajo la posibilidad diodoreana, una proposición es posible cuando o bien es verdad, o bien será verdad en algún momento en el futuro.

En general, D va a crear órdenes lineales con los estados de $\mathfrak{S}_{\mathsf{BM}}$: esto representa su aspecto temporal. Pero no vamos a tener un único orden lineal, sino, más bien, para cada posible condición inicial, un orden lineal que incluye a esa condición inicial.

6.6.3. La sublógica temporal

Como he mencionado, tanto la posibilidad cinemática histórica como la posibilidad dinámica incluyen aspectos temporales: las historias *son* desarrollos en el tiempo. Esto va a inducir una sublógica temporal dentro de la lógica derivada.

Dado que representamos al tiempo con $\mathbb{R}$, el orden natural $\leq$ es, entonces, la relación de accesibilidad para *sublógica temporal* de nuestra lógica derivada. $\leq$ también es un orden lineal completo de Dedekind; de hecho, este aspecto es el que se hereda a las dos modalidades históricas.

6.6.4. Marcos de Kripke-Bohm

Como las ideas semánticas aquí están basadas en las ideas de Kripke, pero aquí las defino mediante las ecuaciones de la teoría bohmiana, voy a llamarle a las estructuras básicas «marcos de Kripke-Bohm». Estos van a tener la siguiente forma.

Definición 9 (Marcos de Kripke-Bohm)**.**

$$\mathfrak{F}_{BM} := \langle \mathfrak{S}_{BM}; \leq, K_A, K_H, D \rangle \tag{6.20}$$

Quitaré los subíndices cuando sea obvio a qué estructura nos estamos refiriendo.

6.6.5. El lenguaje de la lógica

El lenguaje de la lógica para los marcos Kripke-Bohm es un lenguaje de la lógica clásica de orden 0, extendido con tres modalidades aléticas unarias y dos temporales binarias.

Definición 10 (Alfabeto de la lógica para los marcos Kripke-Bohm)**.**

$$\mathfrak{L}_{BM} = \langle At, \neg, \vee, \underset{A}{\Diamond}, \underset{H}{\Diamond}, \underset{D}{\Diamond}, \mathit{Since}, \mathit{Until}, (,) \rangle \tag{6.21}$$

con:

- $At = \{\mathsf{p}_i\}_{i \in \mathbb{N}}$: *los átomos proposicionales;*
- $\neg, \vee$*; la negación y disyunción clásicas,*
- $\underset{A}{\Diamond}$: *la posibilidad cinemática a-temporal (condiciones iniciales),*
- $\underset{H}{\Diamond}$: *la posibilidad cinemática histórica,*
- $\underset{D}{\Diamond}$: *la posibilidad dinámica histórica,*
- $\mathit{Since}, \mathit{Until}$: *los operadores temporales.*

Las reglas de formación de fórmulas son las obvias, definidas con una forma de Backus-Naur.

Definición 11 (Lenguaje de la lógica para los marcos Kripke-Bohm)**.**

$$\alpha, \beta := \mid \mathsf{p}_i \mid \neg\alpha \mid \alpha \vee \beta \mid \underset{A}{\Diamond}\alpha \mid \underset{H}{\Diamond}\alpha \mid \underset{D}{\Diamond}\alpha \mid \alpha \mathit{Since} \beta \mid \alpha \mathit{Until} \beta \mid \tag{6.22}$$

Los operadores temporales «Until» («hasta que») y «Since» («desde que») son muy útiles y nos permiten definir los operadores monádicos estándar, como veremos abajo. Como se puede ver, estoy usando notación de infijo para los modales binarios.

Podemos definir los operadores booleanos de condicional y equivalencia material, así como la conjunción, de la forma usual. De igual forma, podemos definir los duales «caja» de los tres modales aléticos, así como los operadores temporales estándar (para «$\top$» y «$\bot$» una tautología y una contradicción, respectivamente):

- $\underset{i}{\Box}\alpha := \neg\underset{i}{\Diamond}\neg\alpha \quad$ para $i \in \{A, H, D\}$
- $\mathsf{F}\alpha := \top \mathsf{Until} \alpha$
- $\mathsf{P}\alpha := \top \mathsf{Since} \alpha$
- $\mathsf{G}\alpha := \neg\mathsf{F}\neg\alpha$
- $\mathsf{H}\alpha := \neg\mathsf{P}\neg\alpha$

6.6.6. Cláusulas de verdad

Definición 12 (Modelo para los marcos Kripke-Bohm)**.** *Un modelo basado en un marco Kripke-Bohm es:*

$$\mathfrak{M}_{BM} := \langle \mathfrak{F}_{BM}, I \rangle$$

donde la interpretación $I : At \to \wp(\mathfrak{S})$.

Ahora, dejando los subíndices, podemos definir las cláusulas obvias:

Definición 13 (Verdad en un modelo Kripke-Bohm)**.** *Para* $s_i, s_j \in \mathfrak{S} \in \mathfrak{M}$*:*

$$\mathfrak{M}, s_i \vDash \mathsf{p} \Longleftrightarrow s_i \in I(\mathsf{p}) \subseteq \mathfrak{S}. \tag{6.23}$$

$$\mathfrak{M}, s_i \vDash \neg\alpha \Longleftrightarrow \textit{ no sucede que } \mathfrak{M}, s_i \vDash \neg\alpha \tag{6.24}$$

$$\mathfrak{M}, s_i \vDash \alpha \vee \beta \Longleftrightarrow \textit{ o bien } \mathfrak{M}, s_i \vDash \alpha \textit{ o bien } \mathfrak{M}, s_i \vDash \beta, \textit{ o ambas} \tag{6.25}$$

$$\mathfrak{M}, s_i \vDash \underset{A}{\Diamond}\alpha \Longleftrightarrow \exists s_j K_A(s_i, s_j) \tag{6.26}$$

$$\mathfrak{M}, s_i \vDash \underset{H}{\Diamond}\alpha \Longleftrightarrow \exists s_j K_H(s_i, s_j) \tag{6.27}$$

$$\mathfrak{M}, s_i \vDash \underset{D}{\Diamond}\alpha \Longleftrightarrow \exists s_j D(s_i, s_j) \tag{6.28}$$

$$\mathfrak{M}, s_i \vDash \alpha Since \beta \Longleftrightarrow \exists s_j < s_i : \mathfrak{M}, s_j \vDash \beta \; y \; \forall s_k : s_j < s_k < s_i, \mathfrak{M}, s_k \vDash \alpha \tag{6.29}$$

$$\mathfrak{M}, s_i \vDash \alpha Until \beta \Longleftrightarrow \exists s_j > s_i : \mathfrak{M}, s_j \vDash \beta \; y \; \forall s_k : s_j < s_k < s_i, \mathfrak{M}, s_k \vDash \alpha \tag{6.30}$$

$$\tag{6.31}$$

6.6.7. Axiomas de la lógica derivada para $\mathfrak{F}_{\mathsf{BM}}$

Hasta ahora, hemos visto que:

- La modalidad cinemática a-temporal K_A es la relación trivial;
- Las modalidades cinemática histórica K_H, dinámica D y temporal $\leq$ son órdenes completos de Dedekind.

Resulta que las lógicas para estos dos tipos de modalidades son bien conocidas. Para la relación trivial, tenemos la *modalidad universal* (Goranko & Passy, 1992). Para el tiempo lineal sobre los reales, tenemos la axiomatización de Reynolds (1992). Hemos visto que las dos modalidades históricas, cinemática y dinámica, son modalidades diodoreanas.

La cuestión menos trivial, ahora, es unir estas sublógicas de forma que «armonicen» y nos den la descripción pretendida. Hasta donde puedo proponer, los siguientes axiomas son razonables.

Definición 14 (Axiomas de interacción)**.** *Dando por sentado una regla de sustitución, todos los siguientes son axiomas de la lógica de Kripke-Bohm.*

SUBSUNCIÓN $H-A$ $\quad \underset{H}{\Diamond}\mathsf{p} \supset \underset{A}{\Diamond}\mathsf{p}$

SUBSUNCIÓN $D-H$ $\quad \underset{D}{\Diamond}\mathsf{p} \supset \underset{H}{\Diamond}\mathsf{p}$

CINEMÁTICA H-TIEMPO $\quad \underset{H}{\Diamond}\mathsf{p} \supset F\mathsf{p}$

TIEMPO-CINEMÁTICA A $\quad (G\mathsf{p} \vee H\mathsf{p}) \supset \underset{A}{\Diamond}\mathsf{p}$

Teoremas semánticos La siguiente tarea sería demostrar que nuestros marcos de Kripke-Bohm se corresponden con los axiomas de la lógica derivada, idealmente, mediante teoremas de completud y corrección. Desafortunadamente, no tengo una propuesta en este respecto, que merece de un estudio mucho más detallado y con más tiempo y espacio que los que tengo disponibles en este trabajo. Tendré que pensar sobre este asunto mucho más tiempo como para llegar a una propuesta definitiva.

6.7. Extendiendo el proyecto a otras teorías dinámicas

Como mostré arriba, *en las teorías deterministas la posibilidad dinámica es la posibilidad diodoreana*, entendida según la definición 6.19. Pero no todas las teorías dinámicas son teorías deterministas (entendiendo por ello: teorías tales que, para cada posible estado a un momento t, existe una única historia futura a partir de ese momento). En teorías no deterministas, se hace evidente el componente modal de la posibilidad dinámica.

6.7.1. ¿GRW?

Entre las teorías cuánticas realistas que no son deterministas, encontramos las teorías del colapso objetivo. Entre ellas (y considerando las que tienen una ontología primitiva), encontramos las teorías GRW (Ghirardi *et al.*, 1986; Allori *et al.*, 2008). Como con las teorías bohmianas, estas son posibilidades teóricas que podrían ser útiles para una teoría fundamental (Okon & Sudarsky, 2014a). En ellas, los sistemas cuánticos se desarrollan en un proceso múltiplemente aleatorio: evolucionan de acuerdo con la ecuación de Schrödinger (6.5) hasta que una de las partículas componentes se selecciona aleatoriamente, en un momento y lugar aleatorios, para someterse a un colapso. Cada una de las N «partículas» en un sistema tiene una probabilidad por unidad de tiempo $\frac{p}{t}$, distribuida uniformemente, de tener su estado colapsado. Los tiempos y lugares de colapso no están determinados por el estado anterior del sistema, sino que se distribuyen de acuerdo con dos nuevas constantes de la naturaleza: λ y σ. Los tiempos de colapso se distribuyen con una tasa constante $N\lambda$, donde $\lambda = \frac{p}{t}$ se establece empíricamente para promediar un colapso cada 10^{16}s. Formalmente, un colapso es una curva de campana centrada en un punto dentro de un radio $\approx \sigma = 10^{-7}$m.

Aquí no me voy a enfocar en las teorías GRW, pues ya existe un tratamiento lógico-modal la teoría GRWf: Placek (2014). No conozco un tratamiento lógico de otras teorías de colapso objetivo; pero el espacio restante es limitado, así que me enfocaré en las teorías de muchos mundos.

6.7.2. Marcos derivados para muchos mundos

La interpretación del estado relativo de Everett (1957), así como la de muchos mundos de Wallace (2012) y otros, hace de la mecánica cuántica estándar una teoría indeterminista en este sentido: el estado del sistema a t puede tener distintos estados futuros. Estos estados futuros son, según el mismo Everett, estados *actualizados* (Everett, 1957, 459, nota):

> Todo el tema de la transición de «posible» a «real» se aborda en la teoría de una manera muy simple: no existe tal transición, ni es necesaria tal transición para que la teoría esté de acuerdo con nuestra experiencia. Desde el punto de vista de la teoría, todos los elementos de una superposición (todas las «ramas») están «actualizados», ninguno es más «real» que el resto. Es innecesario suponer que todos menos uno están de alguna manera destruidos, ya que todos los elementos separados de una superposición obedecen individualmente la ecuación de onda con total indiferencia a la presencia o ausencia («actualización» o no) de cualquier otro elemento.[T55]

Es decir: en la interpretación de Everett, un mismo estado tiene muchas «ramas». Consideremos el estado actualizado de un sistema cuántico, Ψ. Desde el punto de vista del realismo naturalista que he expuesto y defendido desde el capítulo 4, los demás vectores del espacio de estados representan estados *meramente posibles* del sistema (al satisfacer las constricciones relevantes). Pero el mismo vector Ψ va a ser equivalente a una suma vectorial (dada una base, que todavía tenemos que especificar). Cada uno de los términos representa una rama.

Bueno, esto es en *una* interpretación de la idea de Everett, que Wilson (2013) llama *Colectivismo*. Bajo la idea colectivista, cada vector de estado es un mundo posible. Falta comprender cómo se interpretan las ramas. Parece que podría ser así: cada vector en el espacio de Hilbert representa un mundo posible; cada término en la expresión de ese vector como una combinación lineal (dada una base) sería un futuro posible desde el punto de vista del instante en el que se ramifican, pero desde el punto de vista de cada mundo (vector), todos esos futuros están igual de actualizados. En esta interpretación, por decirlo así, un estado cuántico es «modalmente» uno, pero «temporalmente» varios.

Es interesante preguntarse cómo podríamos «modelar» estas ideas de forma más rigurosa, metafísicamente hablando. Una propuesta reciente es la aplicación del fragmentalismo de Fine (Simon, 2018), aunque no es obvio que esta propuesta funcione (Iaquinto & Calosi, 2020).

Otra posible manera de comprender las ideas everettianas es mediante lo que Wilson (2013) llama *Individualismo*. En este caso, cada vector corresponde con un multiverso, y cada una de las ramas o, mejor dicho en este caso, universos paralelos (representados por las expresiones en la combinación lineal) corresponde con un mundo posible.

(Todas las ideas consideradas hasta aquí hacen uso de la decoherencia para resolver el problema de la base. Es dudoso que la decoherencia sirva para ello (Okon & Sudarsky, 2016). De igual forma, Wilson sugiere utilizar el formalismo de las *historias consistentes*. Okon & Sudarsky (2014b) han señalado diversos problemas con este formalismo para los fundamentos de la teoría cuántica. Por mor de la discusión, voy a tener que ignorar esos problemas aquí.)

Si consideramos la interpretación de muchos mundos bajo la idea colectivista, cada vector del espacio de funciones de onda (o un representativo de la clase de vectores equivalentes) va a representar un solo mundo. En ese caso, es natural representar su semántica mediante las semánticas de tiempo ramificante, como las que proponen Müller (2012); Müller & Placek (2018). El operador de posibilidad dinámica y el orden temporal van a ser órdenes *parciales* (a diferencia de los órdenes totales de las teorías deterministas), y aquéllos estados que son incomparables con respecto a ellos, son los que existen en distintas ramas.

Esta semántica, por supuesto, lleva en direcciones particulares a la lógica modal ontológica. No la definiré aquí, pues tengo poco espacio y ese trabajo ya está hecho.

Por otro lado, Wilson (2012) propone rechazar la semántica de tiempo ramificante debido a que provoca problemas con el tratamiento de la incertidumbre. En su lugar, propone utilizar una metafísica de *mundos divergentes* en el sentido de Lewis (1986b): mundos (considerados como historias, no como estados) cuyos segmentos iniciales son cualitativamente idénticos, pero numéricamente distintos. Eso significa que rechaza la semántica que proponen Müller (2012); Müller & Placek (2018).

Entonces la semántica de muchos mundos, bajo la metafísica de mundos divergentes *à* la Lewis-Wilson, se verá así: cada mundo es una historia, pero entre los mundos existe una relación de equivalencia: *ser indiscernibles hasta* t; un tratamiento parecido a la semántica «$T \times W$» que considera Thomason (2002, §4, def. 6). Esta relación de equivalencia tiene implicaciones modales, por lo que es claro que va a ser una relación de accesibilidad también: es la relación de ser «alternativas históricas hasta t, que por ello difieren solamente en lo que está en el futuro de t» (Thomason, 2002, p. 216).[T56] Esto justifica la siguiente definición.

Definición 15 (Marcos divergentes de Kripke-Everett)**.**

$$\mathfrak{F}_{\mathit{Ev\text{-}Div}} := \langle \mathfrak{S}_{\mathit{Ev\text{-}Div}}; K_A, K_H, \leq, \approx \rangle \tag{6.32}$$

donde:

- $\mathfrak{S}_{\mathit{Ev\text{-}Div}}$ *es el espacio de estados de la teoría everettiana; en particular, cada componente de un vector en el espacio de Hilbert expresado como combinación lineal (en la base supuestamente seleccionada por la decoherencia) es un estado;*
- K_A *es la relación de posibilidad cinemática a-histórica (posibles condiciones iniciales) y la modelamos como la relación trivial en* $\mathfrak{S}$*;*

- K_H *es la relación de posibilidad cinemática histórica (posibles historias cinemáticas) y la modelamos como una relación total;*
- $\leq$ *es el orden temporal, que es un orden total en cada historia* $\in \mathfrak{H}$ *(el espacio de historias construidas como secuencias de estados en* $\mathfrak{S}$*);*
- $\approx$ *es la relación de posibilidad dinámica en* $T \times \mathfrak{H} \times \mathfrak{H}$*, que satisface:*
  - *Es una relación de equivalencia;*
  - *Implica «equivalencia en el pasado»: si* $h_1 \approx_t h_2$ *y* $t' < t$*, entonces* $h_1 \approx_{t'} h_2$.

Ya sea en el contexto de la teoría de mundos divergentes, o en el contexto de la teoría de tiempo ramificante, podemos preguntarnos cuál es la naturaleza de la actualización: ¿Es absoluta o indexical? Viendo la cita de Everett que puse arriba, queda muy poco claro qué quería decir con esa idea de que todos elementos de una superposición estén igualmente actualizados. Pero, siguiendo a Lewis (1986b), algunos everettianos (Wilson, 2020) han tomado el camino de la teoría indexical de la actualidad.

Si consideramos una teoría absolutista de la actualización y la idea colectivista, hay un vector del espacio de Hilbert que representa al mundo actualizado —y, de nuevo, todas sus ramas son igual de actualizadas. Los mundos posibles serían los demás vectores. Obviamente, bajo una idea indexicalista, el colectivismo considera que cada vector es actual sólo de forma indexical.

Si ahora, más bien, consideramos una teoría absolutista de la actualización y la idea individualista, habría una única rama de un único vector que representaría al mundo actualizado. Esto nos lleva al «actualismo everettiano» de Conroy (2018). Por supuesto, esto no sucede si nos pasamos a un marco teórico indexicalista, donde cada rama está actualizada «de acuerdo consigo».

En este capítulo no he considerado extensiones de la lógica mediante un operador de actualización (que requieren, para su semántica, extender el marco al seleccionar uno de los elementos del espacio de posibilidades como el actualizado), pero es claro que hacerlo tendría consecuencias lógicas potencialmente interesantes. Sin embargo, como con otros tantos hilos que nos llevan más lejos, desafortunadamente, tendré que dejarlo aquí (por ahora).

Antes de cerrar, voy a notar un par de consecuencias importantes para un reciente proyecto lógico-metafísico en el que también se han mencionado los espacios de posibilidades de las teorías dinámicas.

6.8. Contra la «ciencia modal» de Williamson

Williamson (2016a) propone usar a los espacios de estado como conjuntos de mundos posibles. Aunque esta idea no es original de Williamson (la lógica cuántica está basada en la idea de entender al espacio de posibilidades cuánticas como una estructura lógica, y ya Dalla Chiara (1977) investigó la lógica modal que surgía al añadir operadores modales a tal lógica), para mis propósitos, sí es interesante el énfasis que hace Williamson (enfrentándose al anti-objetivismo de Sider (2016)) en los compromisos modales de los espacios de posibilidad en la física y las aplicaciones de la teoría de sistemas dinámicos.

Pero Williamson está motivado por su proyecto lógico-metafísico (Williamson, 2013), de acuerdo al cual: (1) la lógica modal ontológica es S5, y esto implica (2) la tesis del *necesitismo* (*cf.* §2.3.7, arriba). Así, hablando sobre el espacio de posibilidad de un sistema dinámico, dice (Williamson, 2016a, p. 702):

> Aunque el sistema no atraviesa todos los estados en el espacio de fase en una historia dada, todos son tratados como posibles estados del sistema de manera absoluta, no en relación con el punto de vista de un estado u otro. Un espacio de estado no tiene un análogo apropiado de la relación de accesibilidad entre mundos en un modelo de lógica modal, por el cual solo los mundos en un subconjunto restringido son tratados como posibles desde el punto de vista de un mundo dado. [...] Se sigue que la lógica modal proposicional de los espacios de fase es S5, en la cual la posibilidad y la necesidad no son en sí mismas cuestiones contingentes.[T57]

Como con su defensa del necesitismo mediante la «lógica modal filosófica», creo que Williamson simplemente está equivocado sobre esto.

Es fácil ver por qué lo creo: porque ha ignorado los diferentes sentidos de posibilidad que (en este caso) los físicos tienen en mente al construir e interpretar sus teorías; hablé de ellos arriba (§6.4.1). Una vez que somos más cuidadosos con estos conceptos, vemos la falsedad de la afirmación de Williamson de que «Un espacio de estado no tiene un análogo apropiado de la relación de accesibilidad entre mundos en un modelo de lógica modal.» Sí los hay; de hecho, hay varios: §6.6. No hay razón para pensar que la lógica resultante deba ser S5; de hecho, hay razones para pensar que vamos a tener lógicas complejas (como lógicas producto), que no sean representables como una lógica S5.

De forma relacionada, en su respuesta a Sider, Williamson (2016a) reconoce el carácter esencialmente temporal de la modalidad en los sistemas dinámicos. (De hecho, sólo algunas modalidades son esencialmente temporales; he notado antes que la modalidad de las *posibles condiciones iniciales* no lo es; pero Williamson no hace estas diferencias.) Pero lo que no reconoce es que esto complica su argumento en 2013, de forma que ya no se puede inferir que la lógica modal metafísica deba ser S5 de segundo orden —por la sencilla razón de que le falta convencernos de que la lógica modal metafísica *no* es la lógica modal de una teoría física fundamental, como en este capítulo yo he hipotetizado que sí lo es, y como es natural preguntarse en el propio marco teórico que él explora en su 2016a.

Hay mucho más que explorar aquí y más detalles que tomar en cuenta; aunque creo que esto da las premisas esenciales para objeciones cruciales que muestran otro aspecto profundamente dudoso de la metodología de Williamson (además de los que ya señalé en §2.3.7). Me encantaría profundizar en ellos; desafortunadamente, simplemente no hay espacio para ello, por lo que tendré que esperar a escribir un artículo más detallado sobre el asunto.

6.9. Comentarios finales

Apenas hemos rascado en la superficie. Voy a cerrar este capítulo insistiendo en las limitaciones que, reconozco, tiene.

Una muy clara es la falta de un estudio sistemático de los sistemas lógicos, estableciendo relaciones básicas entre el aspecto axiomático y el aspecto semántico. Sería muy importante dar el segundo paso en este proyecto al aclarar estas relaciones.

De igual forma, sería interesante comprender los aspectos lógicos y metafísicos de las diferentes teorías de la actualización, particularmente para el caso de la teoría everettiana.

Por otro lado, existen tratamientos lógicos de muchas otras teorías de la física, por supuesto; así que sería interesante comprender qué tipo de resultados lógicos se podrían obtener: por ejemplo, qué resulta de tomar la lógica temporal que se diseña para las teorías relativistas como la sub-lógica temporal de una lógica modal que incluya un operador de posibilidad dinámica para una teoría física relativista.

Todos estos proyectos podrían ser interesantes tanto desde el punto de vista filosófico, como desde el punto lógico. Desafortunadamente, como se dice en inglés, «*one can only do so much*», y por ahora hemos llegado hasta el final.

Notas

1. Ver, por ejemplo, Linsky & Zalta 1994; Menzel 1991; Plantinga 1979; Salmon 1989; Williamson 2013.

2. Por supuesto, las cuestiones sobre la modalidad lógica son muy difíciles, y algunos piensan que esta es mucho más «permisiva» de lo que tradicionalmente se piensa (Estrada-González, 2012; Mortensen, 1989). También es de notar que la suposición más general en la metafísica modal parece ser que las constricciones puramente lógicas se reducen a las leyes de la lógica clásica de primer orden, pero esto también es discutible: podría ser una lógica de alto nivel (Williamson, 2013) o una lógica no clásica. Desafortunadamente, en esta tesis no cuento con el espacio suficiente para profundizar en estas cuestiones.

3. Por lo tanto, lo que busco se asemeja a lo que busca Williamson (2013, §§3.3, 3.6.), cuando busca la lógica de las verdades «metafísicamente universales», pero sin la suposición de que esta lógica debe ignorar toda teoría no lógi-

ca.

4. Como hemos visto en secciones anteriores, el empirismo constructivo de van Fraassen se opone, característicamente, a las entidades no observables, pero también a la modalidad en la naturaleza. Sin embargo, los científicos usan formalismos de espacios de estados y modelos probabilísticos. Esto crea un problema para el empirista, el problema de «hacer justicia a la aparición de la modalidad en la ciencia» (1980, p. 198). van Fraassen propuso que la solución

> consiste principalmente en el diagnóstico correcto del problema, que es que la modalidad aparece en la ciencia solo en tanto el lenguaje que se usa naturalmente, una vez que se ha aceptado una teoría, es lenguaje modal. Esto reubica el problema en la filosofía del lenguaje, ya que se convierte en el problema de explicar el uso y la estructura del lenguaje modal. [...] Y el problema de hacer justicia a la modalidad se habrá resuelto a satisfacción del empirista si podemos explicar el uso y la estructura de ese lenguaje sin concluir que cualquiera que lo use esté comprometido con algún tipo de creencias metafísicas como que los mundos posibles alternativos son reales (p. 198).

Tal explicación tendría dos sub-proyectos: uno en semántica, el otro en pragmática. En semántica, la sugerencia de van Fraassen es esta (p. 199):

> En relación con el desarrollo de la lógica modal y sus proliferantes ramas, y de la lingüística teórica reciente, hemos visto el desarrollo de una semántica formal muy rica. [...] Estas, en general, se denominan *estructuras modelo de mundos posibles*. Por otro lado, en filosofía de la ciencia se ha prestado mucha atención a la caracterización de la estructura de los modelos tal como aparecen en la literatura científica. El primer problema central es juntar estos dos esfuerzos, porque a primera vista, las estructuras modelo que se encuentran en la semántica, y los modelos de teorías científicas (incluso como se encuentran en los fundamentos de la física) son totalmente diferentes. Lo que deberíamos intentar hacer aquí es caracterizar (fragmentos de) el lenguaje científico mediante los conceptos de semántica formal pero de tal manera que las estructuras modelo se deriven de manera obvia de los modelos de teorías científicas. Hay una gran cantidad de trabajo que contribuye a esto, principalmente en relación con los fundamentos de la mecánica clásica y cuántica.

Y también pensó que resolver este problema

> significaría que la familia de estructuras modelo de un lenguaje (es decir, la familia de las estructuras que son modelos de teorías formuladas en ese lenguaje) se derivan de la familia de modelos que proporciona (o constituye) una teoría científica. Esto nos daría automáticamente una idea de cómo los cambios en las teorías aceptadas precipitan cambios en la estructura del lenguaje utilizado (p. 200).

Mi proyecto aquí no es el de Van Fraassen, pero se contrasta fructíferamente con el suyo. Como realista, creo que el mejor punto de partida para explicar la semántica de (ciertas parcelas) del lenguaje científico es el aspecto de la realidad que los científicos que usan ese lenguaje pretenden representar. Quiero unir los esfuerzos del lógico modal y (como estudio de caso) de los físicos al servicio del realismo científico, no del empirismo. Utilizaré aquí la tesis del Realismo Sobre la Estructura Modal al servicio de la naturalización de la metafísica modal.

5. Así, Ruetsche separa en dos elementos a la cinemática de una teoría:

> The first element is a specification of the theory's state space. ... The second element is a specification of the set of physical magnitudes or observables the theory recognizes. ... Together, these two elements constitute a kinematics for the theory.

La explicación de Erik Curiel (2014, p. 282) también es bastante clara:

> A kinematical constraint in a theory imposes fixed relations that must hold among the possible values of some set of a system's physical quantities at all times, no matter the interaction the system actually enters into with its environment, in order for one to be able to apply the theory to appropriately model a physical system. . . . If the kinematical constraints demanded by a theory do not hold for a family of phenomena, that theory cannot treat it.

6. Por supuesto, esto se vuelve más complejo en las teorías relativistas; pero no significa que no podamos trazar la distinción en ellas. Por ejemplo, Janssen (2009, p. 28) propone, para la relatividad especial:

   > A phenomenon is kinematical in the broad sense if it is *independent of the specifics of the dynamics*. It is kinematical in the narrow sense if it *is an example of standard spatio-temporal behavior*. As the terminology suggests, if a phenomenon is kinematical in the narrow sense, it is *a fortiori* kinematical in the broad sense.

7. Como me hizo ver en un excelente comentario Alessandro Torza, podemos entender de dos formas a la posibilidad atemporal: una restringida y una irrestricta. Modelando a los estados como pares de un mundo y un momento, la posibilidad irrestricta sería el conjunto de todos los pares mundo-momento; la restringida, sería una relación que varía la dimensión modal, pero mantiene fija la coordenada temporal. Aquí me refiero a la segunda idea.

8. Esta es la interpretación de Dürr & Teufel (2009), conocida como «*Bohmian Mechanics*», que llamaré BM. Las ecuaciones que definen a esta teoría también pueden interpretarse bajo otros puntos de vista, como la interpretación original de Bohm o la interpretación de Valentini (Manero, 2018).

9. Para más detalles, ver Allori *et al.* (2008); Dürr & Teufel (2009).

10. Para tratar con partículas indiscernibles, el espacio de configuración se reduce, oficialmente, al conjunto de todos los conjuntos con N 3-secuencias: $\{q \subset \mathbb{R}^3 : card(q) = N\}$. Esto no será relevante para el estudio de la estructura lógico-modal que haremos abajo; sin embargo, es relevante para discusiones sobre la individuación.

11. Otra forma de pensar a $\mathbb{H}$ es como un espacio de ciertas secuencias (contablemente) infinitas de números complejos, ℓ^2: aquellas para las que sumar el cuadrado del valor absoluto da un número finito.

7

Conclusiones

Ha sido un camino largo y enrevesado, pero por fin hemos terminado... o, al menos, hemos llegado a *algún* punto, y espero que a uno interesante.

He intentado lograr dos objetivos principales:

1. Convencer de que el proyecto de naturalizar a la metafísica modal es (i) filosóficamente *interesante* y (ii) *viable*, en el sentido de no enfrentarse a ninguna imposibilidad en principio; y
2. Llevar acabo los primeros pasos de una implementación de la idea general de naturalizar la disciplina.

La labor para el primer objetivo se llevó a cabo en:

- La introducción, donde expuse qué quiero decir con «naturalizar» a la disciplina, y por qué creo que dos proyectos importantes (el de Lewis y el de Williamson) que algunos han dicho que son proyectos de naturalización, no han logrado naturalizar la disciplina;
- El segundo capítulo, donde argumenté que el concepto central de la disciplina tradicional: el concepto de *modalidad metafísica*, debe ser desechado;
- El tercer capítulo, donde argumenté que los impedimentos *de principio*, en los que inmediatamente uno podría pensar, en realidad no son impedimentos para mi proyecto;
- El cuarto capítulo, donde mostré que la ciencia está «repleta de modalidad»: muchas teorías científicas de diversos campos se definen con espacios de posibilidad, que la ciencia misma interpreta de forma modal; además, muchos conceptos centrales para varias disciplinas, así como clasificaciones y tipos de explicaciones, requieren de esos espacios para poder formularse; así, una teoría sobre la modalidad es útil para comprender qué representan esos espacios de posibilidad;
- El quinto capítulo, donde propuse una metafísica de la modalidad que, espero, muestre que el proyecto naturalista es interesante, así como viable, al ofrecer una «demostración mediante ejemplo»;
- El sexto capítulo, donde argumenté que el proyecto naturalista también puede darle sentido a la investigación lógica de la modalidad, y unificarla con la filosofía de la ciencia.

La labor para el segundo objetivo se llevó a cabo en:

- El cuarto capítulo; pues, al argumentar que los espacios de posibilidad son cruciales para la ciencia contemporánea, motivé la utilidad fundamental de buscar una teoría sobre la modalidad, así como la viabilidad de hacerlo, suponiendo que los usos científicos de esos espacios no son incoherentes;
- El quinto capítulo, donde desarrollé el *realismo sobre la estructura modal*, y una variante propia, el *realismo sobre las constricciones*, como una teoría sobre la modalidad que es (a) coherente con diversas filosofías realistas de la ciencia, (b) basado en el concepto de *constricción*, ampliamente usado en las ciencias, (c) capaz de servir como interpretación conceptual de diversos formalismos que incluyen a los espacios de posibilidad, de forma que podamos comprender la modalidad en la ciencia sin recurrir a metafísicas negacionistas, o que postulen universos alternativos, (d) poseedor de un potencial *motivador* y (e) relacionado con otras ontologías estructuralistas de la ciencia.
- El sexto capítulo, donde argumenté que el proyecto naturalista motiva nuevas buscar en la interpretación de la física para encontrar estructuras lógicas que sea interesante representar mediante las viejas y bien conocidas estructuras de la lógica modal (y la lógica modal-temporal).

Por supuesto, no espero haber convencido a nadie que ya guarde entre sus certezas filosóficas la idea de que la modalidad es un tema de poca relevancia científica, o innecesario para las teorías de las ciencias y las ingenierías contemporáneas, o un dominio exclusivo de la filosofía *a priori*, o una mera proyección de nuestros conceptos, nuestro lenguaje o nuestra imaginación. Los argumentos filosóficos pocas veces mueven certezas. Pero, como mínimo, espero haber mostrado que, en ausencia de un programa filosófico sistemático y detallado —uno que, hasta donde yo sé, y después de investigar sobre el tema durante varios años, no existe—, esos dogmatismos simplemente no están justificados racionalmente.

Referencias

Adams, Robert Merrihew. 1974. Theories of Actuality. *Noûs*, **8**, 211–31.

Akerlof, George. 1970. The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism. *Quarterly Journal of Economics*, **84**(3), 488–500.

Albert, David. 1996. Elementary Quantum Metaphysics. *Pages 277–284 of:* Cushing, J. T., Fine, A., & Goldstein, S. (eds), *Bohmian Mechanics and Quantum Theory: An Appraisal*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Albert, David. 2013. Wave Function Realism. *In:* Albert & Ney (2013).

Albert, David. 2019. *How to Teach Quantum Mechanics*. Manuscrito. URL: `http://philsci-archive.pitt.edu/15584/`.

Albert, David, & Ney, Alyssa (eds). 2013. *The Wavefunction: Essays in the Metaphysics of Quantum Mechanics*. Oxford: Oxford University Press.

Allori, Valia. 2013. Primitive Ontology and the Structure of Fundamental Physical Theories. *In:* Albert & Ney (2013).

Allori, Valia. 2015. Primitive Ontology in a Nutshell. *International Journal of Quantum Foundations*, **1**, 107–122.

Allori, Valia, Goldstein, Sheldon, Tumulka, Roderich, & Zanghì, Nino. 2008. On the Common Structure of Bohmian Mechanics and the Ghirardi-Rimini-Weber Theory. *British Journal for the Philosophy of Science*, **59**(3), 353–389.

Allori, Valia, Goldstein, Sheldon, Tumulka, Roderich, & Zanghì, Nino. 2014. Predictions and Primitive Ontology in Quantum Foundations. *British Journal for the Philosophy Science*, **65**, 323–352.

Amundson, Ron. 1994. Two Concepts of Constraint: Adaptationism and the Challenge From Developmental Biology. *Philosophy of Science*, **61**(4), 556–578.

Andréka, Hajnal, Madarász, Judit X., Németi, István, & Székely, Gergely. 2012. A Logic Road From Special Relativity to General Relativity. *Synthese*, **186**(3), 633–649.

Antonovics, Janis, & van Tienderen, Peter H. 1991. Ontoecogenophylo Constraints? The Chaos in Constraint Terminology. *Trends in Ecology and Evolution*, **6**(5), 166–168.

Apostol, Tom. 1969. *Calculus, Vol. II: Multi-Variable Calculus and Linear Algebra, With Applications to Differential Equations and Probability*. Wiley.

Armstrong, David. 1983. *What Is A Law Of Nature?* Cambridge: Cambridge University Press.

Barker, Stephen. 2013. The Emperor's New Metaphysics of Powers. *Mind*, **122**(487), 605–653.

Barton, Nicholas, Briggs, Derek, Eisen, Jonathan, Goldstein, David, & Patel, Nipam. 2007. *Evolution*. Cold Spring Harbor Laboratory Press.

Bastarrachea-Magnani, M. A., del Carpio, B. López, Chávez-Carlos, J., Lerma-Hernández, S., & Hirsch, J. G. 2016. Delocalization and Quantum Chaos in Atom-Field Systems. *Physics Review E*, **93**(2), 1–10.

Batterman, Robert. 1991. Chaos, Quantization, and the Correspondence Principle. *Synthese*, **89**(2), 189–227.

Bechtel, William. 2018. The Importance of Constraints and Control in Biological Mechanisms: Insights from Cancer Research. *Philosophy of Science*, **85**(4), 573–593.

Bechtel, William, & Winning, Jason. 2018. Rethinking Causality in Biological and Neural Mechanisms: Constraints and Control. *Minds and Machines*, **28**(2), 287–310.

Becker, Niels. 2014. *Modeling to Inform Infectious Disease Control*. Chapman & Hall/CRC Biostatistics.

Belot, Gordon. 2000. Chaos and Fundamentalism. *Philosophy of Science*, **67**, 454–465.

Belot, Gordon. 2012. Quantum States for Primitive Ontologists: A Case Study. *European Journal for Philosophy of Science*, **2**(1), 67–83.

Belot, Gordon, & Earman, John. 1997. Chaos Out of Order: Quantum Mechanics, the Correspondence Principle and Chaos. *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics*, **28**(2), 147–182.

Benacerraf, Paul. 1965. What Numbers Could Not Be. *Philosophical Review*, **74**, 47–73.

Benacerraf, Paul. 1973. Mathematical Truth. *The Journal of Philosophy*, **70**(19), 661–679.

Bennett, Karen. 2015. 'Perfectly Understood, Unproblematic, and Certain': Lewis on Mereology. *In: A Companion to David Lewis*. Wiley.

Berenstain, Nora. 2017. The Applicability of Mathematics to Physical Modality. *Synthese*, **194**(9), 3361–3377.

Berenstain, Nora, & Ladyman, James. 2012. Ontic Structural Realism and Modality. *In:* Landry, Elaine, & Rickles, Dean (eds), *Structural Realism: Structure, Object, and Causality*. Springer.

Berry, Michael. 1989. Quantum Chaology, not Quantum Chaos. *Physica Scripta*, **40**, 335–336.

Berry, Michael. 2003. Quantum Chaology. *Pages 104–105 of:* Al-Khalili, Jim (ed), *Quantum: A Guide For The Perplexed*. Weidenfeld & Nicolson.

Berto, Francesco. 2015. A Modality Called 'Negation'. *Mind*, **124**(495), 761–793.

Berto, Francesco, & Restall, Greg. 2019. Negation on the Australian Plan. *Journal of Philosophical Logic*, **48**(6), 1119–1144.

Bertrand, Michael. 2019. Metaphysical Explanation by Constraint. *Erkenntnis*, **84**(6), 1325–1340.

Bird, Alexander. 2007. *Nature's Metaphysics: Laws and Properties*. Oxford: Oxford University Press.

Birkhoff, Garrett, & von Neumann, John. 1936. The Logic of Quantum Mechanics. *Annals of Mathematics*, **37**, 823–843.

Blackburn, Simon. 1993. Morals and Modals. *In:* Blackburn, Simon (ed), *Essays in Quasi-Realism*. Oxford University Press.

Brown, Theodore, LeMay, Eugene, Bursten, Bruce, Murphy, Catherine, Woodward, Patrick, & Stoltzfus, Matthew. 2015. *Chemistry: The Central Science (13th. ed.)*. Pearson.

Bueno, Otávio, & Shalkowski, Scott. 2013. Logical Constants: A Modalist Approach. *Noûs*, **47**(1), 1–24.

Bunge, Mario. 1967. *Foundations of Physics*. Springer.

Bunge, Mario. 1977. *Treatise of Basic Philosophy, 3: Ontology I: The Furniture of the World*. Springer.

Bunge, Mario. 1979. *Treatise of Basic Philosophy, 4: Ontology II: A World of Systems*. Springer.

Cameron, Ross. 2008. Truthmakers and Modality. *Synthese*, **164**(2), 261–280.

Cameron, Ross. 2012. Why Lewis's Analysis of Modality Succeeds in its Reductive Ambitions. *Philosopher's Imprint*, **12**(8), 2–21.

Campbell, Keith. 1994. Selective Realism in the Philosophy of Physics. *The Monist*, **77**(1), 27–46.

Carnap, Rudolf. 1947. *Meaning and Necessity*. University of Chicago Press.

Chalmers, David J. 2002. Does Conceivability Entail Possibility? *Pages 145–200 of:* Gendler, Tamar, & Hawthorne, John (eds), *Conceivability and Possibility*. Oxford: Oxford University Press.

Chandler, Hugh. 1976. Plantinga and the Contingently Possible. *Analysis*, **36**(2), 106–109.

Churchland, Paul. 1986a. Phase-Space Representation and Coordinate Transformation: A General Paradigm for Neural Computation. *Behavioral and Brain Sciences*, **9**(1), 93–94.

Churchland, Paul. 1986b. Some Reductive Strategies in Cognitive Neurobiology. *Mind*, **95**, 279–309.

Clarke-Doane, Justin. 2019. Metaphysical and Absolute Possibility. *Synthese*. En prensa. URL: https://doi.org/10.1007/s11229-019-02093-0.

Colchero, M.A., Salgado, J.C., Unar-Munguía, M., Hernández-Ávila, M., & Rivera-Dommarco, J.A. 2015. Price Elasticity of the Demand for Sugar Sweetened Beverages and Soft Drinks in Mexico. *Economics & Human Biology*, **19**, 129 – 137.

Colyvan, Mark. 2010. There is No Easy Road to Nominalism. *Mind*, **119**(474), 285–306.

Colyvan, Mark. 2019. Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, spring 2019 edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Conroy, Christina. 2018. Everettian Actualism. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **63**, 24–33.

Correia, Fabrice. 2007. Modality, Quantification, and Many Vlach-Operators. *Journal of Philosophical Logic*, **36**(4), 473–488.

Cuevas, Gabriel, & Cortés, Fernando. 2003. *Introducción a la Química Computacional*. Fondo de Cultura Económica.

Curiel, Erik. 2014. Classical Mechanics Is Lagrangian; It Is Not Hamiltonian. *British Journal for the Philosophy of Science*, **65**(2), 269–321.

Curiel, Erik. 2018. *Kinematics, Dynamics, and the Structure of Physical Theory*. Manuscrito. URL: http://strangebeautiful.com/papers/curiel-kins-dyns-struc-theory.pdf [accedido en mayo de 2020].

Cushing, James. 2000. Bohmian Insights into Quantum Chaos. *Philosophy of Science*, **67**(Suppl.), S430–S445.

Dalla Chiara, Maria Luisa. 1977. Quantum Logic and Physical Modalities. *Journal of Philosophical Logic*, **6**(1), 391–404.

Dasgupta, Shamik. 2009. Individuals: An Essay in Revisionary Metaphysics. *Philosophical Studies*, **145**(1), 35–67.

DeLanda, Manuel. 2002. *Intensive Science and Virtual Philosophy*. Continuum.

DeLanda, Manuel. 2010. Deleuze in Phase Space. *In: Deleuze: History and Science*. Atropos Press.

DeLanda, Manuel. 2011. *Philosophy and Simulation: The Emergence of Synthetic Reason*. Continuum.

Demopoulos, William. 1976. The Possibility Structure of Physical Systems. *In: Foundations of Probability Theory, Statistical Inference, and Statistical Theories of Science*. Springer.

Dewar, Neil. 2019. La Bohume. *Synthese*. `https://doi.org/10.1007/s11229-018-1800-1`.

Diekmann, Odo, Heesterbeek, Hans, & Britton, Tom. 2013. *Mathematical Tools for Understanding Infectious Disease Dynamics*. Princeton University Press.

Divers, John. 2018. W(h)ither Metaphysical Necessity? *Aristotelian Society Supplementary Volume*, **92**(1), 1–25.

Dribus, Benjamin. 2017. *Discrete Causal Theory: Emergent Spacetime and the Causal Metric Hypothesis*. Springer.

Dürr, Detlef, & Teufel, Stefan. 2009. *Bohmian Mechanics: The Physics and Mathematics of Quantum Theory*. Springer.

Dürr, Detlef, Goldstein, Sheldon, & Zanghí, Nino. 1992a. Quantum Chaos, Classical Randomness and Bohmian Mechanics. *Journal of Statistical Physics*, **68**(1), 259–270.

Dürr, Detlef, Goldstein, Sheldon, & Zanghí, Nino. 1992b. Quantum Equilibrium and the Origin of Absolute Uncertainty. *Journal of Statistical Physics*, **67**, 843–907.

Dürr, Detlef, Goldstein, Sheldon, Norsen, Trevor, Struyve, Ward, & Zanghì, Nino. 2014. Can Bohmian Mechanics be Made Relativistic? *Proceedings of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, **470**(2162), 1–11.

Edelstein-Keshet, Leah. 2005. *Mathematical Models in Biology*. SIAM.

Efthymiopoulos, Christos, & Contopoulos, G. 2006. Chaos in Bohmian Quantum Mechanics. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **39**(8), 1819–1852.

Ellis, Brian. 2001. *Scientific Essentialism*. Cambridge University Press.

Enríquez, Arturo, Muñoz, Miguel, Román, Narciso, & Victoria, Carles. 1998. Mathematical Foundations of Geometric Quantization. *Extracta Mathematicae*, **13**(2), 135–238.

Esfeld, M. 2014. Quantum Humeanism, or: Physicalism Without Properties. *Philosophical Quarterly*, **64**(256), 453–470.

Estrada-González, Luis. 2012. Models of Possibilism and Trivialism. *Logic and Logical Philosophy*, **21**(2), 175–205.

Evans, Lawrence Craig. *An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory [Lecture Notes]*. 0.2 edn. `https://math.berkeley.edu/~evans/control.course.pdf`.

Everett, Hugh. 1957. 'Relative State' Formulation of Quantum Mechanics. *Reviews of Modern Physics*, **29**(Jul), 454–462.

Field, Hartry. 2016. *Science Without Numbers*. 2nd edn. Oxford: Oxford University Press.

Filomeno, Aldo. 2019. Stable Regularities Without Governing Laws? *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **66**, 186–197.

Fine, Kit. 1994. Essence and Modality. *Philosophical Perspectives*, **8**, 1–16.

Fine, Kit. 1995. The Logic of Essence. *Journal of Philosophical Logic*, **24**, 241–73.

Fine, Kit. 2000. Semantics for the Logic of Essence. *Journal of Philosophical Logic*, **29**(6), 543–584.

Fine, Kit. 2002. The Varieties of Necessity. *Pages 253–282 of: Conceivability and Possibility*. Oxford University Press.

Fletcher, Samuel. 2019. Counterfactual Reasoning Within Physical Theories. *Synthese*.

Forbes, Graeme. 1984. Two Solutions to Chisholm's Paradox. *Philosophical Studies*, **46**(2), 171–187.

Forbes, Graeme. 1985. *The Metaphysics of Modality*. Oxford: Oxford University Press.

Frege, Gottlob. 2016. Sobre Sentido y Referencia. *Pages 249–275 of:* Valdés, Margarita (ed), *Escritos sobre Lógica, Semántica y Filosofía de las Matemáticas*. UNAM. Traducción de Ulises Moulines.

French, Steven. 2014. *The Structure of the World: Metaphysics and Representation*. Oxford University Press.

Frigg, Roman. 2004. In What Sense is the Kolmogorov-Sinai Entropy a Measure for Chaotic Behavior? *British Journal for the Philosophy of Science*, **55**, 411–434.

Frigg, Roman, Berkovitz, Joseph, & Kronz, Fred. 2020. The Ergodic Hierarchy. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, fall 2020 edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Friston, Karl, & Kiebel, Stefan. 2009. Predictive Coding Under the Free-Energy Principle. *Philosophical transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological sciences.*, **364**(1521), 1211–1221.

García de la Sienra, Adolfo. 2019. *A Structuralist Theory of Economics*. Routledge.

García Ramírez, Eduardo. 2015. El Realismo Modal como Metafísica Naturalista. *Pages 5–96 of:* García Ramírez, Eduardo (ed), *Sobre La Pluralidad de Mundos*. Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM.

Ghédira, Khaled. 2013. *Constraint Satisfaction Problems*. Wiley.

Ghirardi, GianCarlo, Rimini, Alberto, & Weber, Tullio. 1986. Unified Dynamics for Microscopic and Macroscopic Systems. *Physical Review D*, **34**(D), 470–491.

Giere, Ronald. 1999. Constructive Realism. *In: Science Without Laws*. University of Chicago Press.

Gilbert, Scott, & Barresi, Michael. 2016. *Developmental Biology*. 11th edn. Sinauer Associates.

Glazier, Martin. 2016. Laws and the Completeness of the Fundamental. *Pages 11–37 of:* Jago, Mark (ed), *Reality Making*. Oxford University Press.

Glazier, Martin. 2019. The Difference Between Epistemic and Metaphysical Necessity. *Synthese*. En prensa. URL: https://doi.org/10.1007/s11229-017-1626-2.

Goldstein, Herbert, Poole, Charles P., & Safko, John. 2011. *Classical Mechanics*. 3rd. edn. Pearson.

Gomez, Ignacio, Losada, Marcelo, & Lombardi, Olimpia. 2017. About the Concept of Quantum Chaos. *Entropy*, **19**, 205.

Gómez Torrente, Mario. 2000. *Forma y Modalidad. Una Introducción Al Concepto de Consecuencia Lógica.* Eudeba.

Goranko, Valentin, & Passy, Solomon. 1992. Using the Universal Modality: Gains and Questions. *Journal of Logic and Computation*, **2**(1), 5–30.

Gould, Stephen Jay, & Lewontin, Richard. 1979. The Spandrels of San Marco and the Panglossian Paradigm: A Critique of the Adaptationist Programme. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, **205**(1161), 581–598.

Grebogi, Celso, Ott, Edward, Pelikan, Steven, & Yorke, James. 1984. Strange Attractors That Are Not Chaotic. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **13**(1), 261–268.

Gregory, Dominic. 2001. B is Innocent. *Analysis*, **61**(3), 225–9.

Gutzwiller, Martin. 1990. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics.* Springer.

Haake, Fritz, Gnutzmann, Sven, & Ku, Marek. 2018. *Quantum Signatures of Chaos.* Fourth edn. Springer.

Hájek, Alan. 1996. "Mises Redux"— Redux: Fifteen Arguments Against Finite Frequentism. *Erkenntnis*, **45**(2-3), 209–27.

Hale, Bob. 1996. Absolute Necessities. *Philosophical Perspectives*, **10**, 9–117.

Hale, Bob. 2013. *Necessary Beings: An Essay on Ontology, Modality, and the Relations Between Them.* Oxford University Press.

Hall, Ned. 2016. David Lewis's Metaphysics. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, winter 2016 edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Hamkins, Joel, & Linnebo, Øystein. 2019. The Modal Logic of Set-Theoretic Potentialism. *Review of Symbolic Logic.*

Hamkins, Joel, & Löwe, Benedikt. 2008. The Modal Logic of Forcing. *Transactions of the American Mathematical Society*, **360**(4), 1793–1817.

Hazen, Allen. 1996. Actualism Again. *Philosophical Studies*, **84**, 155–81.

Hooker, Cliff. 2013. On the Import of Constraints in Complex Dynamical Systems. *Foundations of Science*, **18**(4), 757–780.

Hui, Cang. 2006. Carrying Capacity, Population Equilibrium, and Environment's Maximal Load. *Ecological Modelling*, **192**(1-2), 317 – 320.

Huneman, Philippe. 2010. Topological Explanations and Robustness in Biological Sciences. *Synthese*, **177**, 213–245.

Hymers, Michael. 1991. Something Less Than Paradise: The Magic of Modal Realism. *Australasian Journal of Philosophy*, **69**(3), 251–263.

Iaquinto, Samuele, & Calosi, Claudio. 2020. Is the World a Heap of Quantum Fragments? *Philosophical Studies*. En prensa. URL: https://doi.org/10.1007/s11098-020-01520-0.

Ismael, Jenann, & van Fraassen, Bas C. 2003. Symmetry as a Guide to Superfluous Theoretical Structure. *Pages 371–92 of:* Brading, Katherine, & Castellani, Elena (eds), *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections*. Cambridge University Press.

Ismael, Jenann T. 2009. Probability in Deterministic Physics. *Journal of Philosophy*, **106**(2), 89–108.

Janssen, Michel. 2009. Drawing the Line Between Kinematics and Dynamics in Special Relativity. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **40**(1), 26–52.

Jenny, Matthias. 2018. Counterpossibles in Science: The Case of Relative Computability. *Noûs*, **52**(3), 530–560.

Johnson, Norman. 2008. Sewall Wright and the Development of Shifting Balance Theory. *Nature Education*, **52**(1), 52.

Keviczky, László, Bars, Ruth, Hethéssy, Jenó, & Bányász, Csilla. 2019. *Control Engineering*. Springer.

King, Jeffrey. 2016. Williamson on the Contingently Concrete and Non-Concrete. *Analysis*, **76**(2), 190–201.

Kment, Boris. 2014. *Modality and Explanatory Reasoning*. Oxford University Press.

Koslow, Arnold. 1992. *A Structuralist Theory of Logic*. Cambridge University Press.

Kripke, Saul. 1980. *Naming and Necessity*. Harvard University Press.

Kripke, Saul. 2005a. *El Nombrar y la Necesidad*. UNAM.

Kripke, Saul. 2005b. Identidad y Necesidad. *In:* Villanueva, Valdés (ed), *La Búsqueda del Significado: Lecturas de Filosofía del Lenguaje*. Tecnos.

Krugman, Paul. 1998. Rashomon in Connecticut: What really happened to Long-Term Capital Management? *Slate*.

Kuhlmann, Meinard. 2020. Quantum Field Theory. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, fall 2020 edition edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Kuvshinov, V. I., & Kuzmi, A. V. 2002. Towards Chaos Criterion in Quantum Field Theory. *Physics Letters A*, **296**, 82–86.

Ladyman, James. 1998. What is Structural Realism? *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, **29**(3), 409–424.

Ladyman, James. 2000. What's Really Wrong with Constructive Empiricism? Van Fraassen and the Metaphysics of Modality. *British Journal for the Philosophy of Science*, **51**(4), 837–856.

Ladyman, James. 2004. Constructive Empiricism and Modal Metaphysics. *The British Journal for the Philosophy of Science*, **55**(4), 755–765.

Ladyman, James. 2014. Structural Realism. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.

Ladyman, James, & Ross, Don. 2007. *Every Thing Must Go: Metaphysics Naturalized*. Oxford University Press. Con David Spurrett and John Collier.

Lange, Marc. 2017. *Because Without Cause: Non-Causal Explanations in Science and Mathematics*. Oxford University Press USA.

Laudan, Larry. 1981. A Confutation of Convergent Realism. *Philosophy of Science*, **48**(1), 19–49.

Laumond, J.P., Sekhavat, S., & Lamiraux, F. 1998. Guidelines in Nonholonomic Motion Planning for Mobile Robots. *In: Robot Motion Planning and Control. Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 229*. Springer.

LaValle, Steven. 2006. *Planning Algorithms*. Cambridge University Press.

Leslie, Sarah-Jane. 2013. Essence and Natural Kinds: When Science Meets Preschooler Intuition. *Oxford Studies in Epistemology*, **4**, 108–66.

Lewis, David. 1970. Anselm and Actuality. *Noûs*, **4**(2), 175–188.

Lewis, David. 1971. Counterparts of Persons and Their Bodies. *Journal of Philosophy*, **68**(7), 203–211.

Lewis, David. 1986a. Counterpart Theory and Quantified Modal Logic. *Journal of Philosophy*, **65**(5), 113–126.

Lewis, David. 1986b. *On the Plurality of Worlds.* Oxford: Blackwell.

Lewis, David. 1991. *Parts of Classes.* Oxford University Press.

Lewis, David. 1994. Humean Supervenience Debugged. *Mind*, **103**, 473–90.

Leyton-Brown, Kevin, & Shoham, Yoav. 2008. *Essentials of Game Theory.* Morgan & Claypool.

Linsky, Bernard, & Zalta, Edward N. 1994. In Defense of the Simplest Quantified Modal Logic. *Philosophical Perspectives*, **8**(Logic and Language), 431–458.

Linsky, Bernard, & Zalta, Edward N. 1996. In Defense of the Contingently Nonconcrete. *Philosophical Studies*, **84**, 283–94.

Lloyd, Elizabeth. 1995. *The Structure and Confirmation of Evolutionary Theory.* Princeton University Press.

Loewer, Barry. 1996. Humean Supervenience. *Philosophical Topics*, **24**(1), 101–127.

Lyon, Aidan, & Colyvan, Mark. 2008. The Explanatory Power of Phase Spaces. *Philosophia Mathematica*, **16**(2), 227–243.

Mackie, Penelope. 2006. *How Things Might Have Been.* Oxford University Press.

Manero, Jorge. 2018. *La Huella de la Estructura que Subyace a las Teorías Físicas.* Tesis Doctoral, UNAM.

Manero, Jorge. 2019. Imprints of the Underlying Structure of Physical Theories. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **68**, 71–89.

Mankiw, Gregory. 2016. *Macroeconomics.* Worth Publishers.

Martínez, Sergio. 1990. La Objetividad del Azar en un Mundo Determinista. *Crítica*, **22**(65), 3–21.

Martínez Negrete, Marco Antonio. 2012. *Termodinámica.* Facultad de Ciencias, UNAM.

Mas-Collel, Andreu, & Green, Jerry R. 1995. *Microeconomic Theory.* Oxford University Press.

Matzkin, Alexandre, & Nurock, Vanessa. 2008. Classical and Bohmian Trajectories in Semiclassical Systems: Mismatch in Dynamics, Mismatch in Reality? *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **39**, 17–40.

Maudlin, Tim. 2007a. *The Metaphysics Within Physics.* Oxford University Press.

Maudlin, Tim. 2007b. Suggestions from Physics for Deep Metaphysics. *In:* Maudlin (2007a).

Maudlin, Tim. 2012. *Philosophy of Physics: Space and Time.* Oxford University Press.

Maudlin, Tim. 2018. *Philosophy of Physics: Quantum Theory.* Princeton University Press.

Maudlin, Tim, Okon, Elias, & Sudarsky, Daniel. 2020. On the Status of Conservation Laws in Physics: Implications for Semiclassical Gravity. *Studies in the History Philosophy Modern Physics.*

McGee, Vann. 2006. There Are Many Things. *Pages 93–122 of:* Byrne, Thomson & (ed), *Content and Modality.* Oxford University Press.

McMichael, Alan. 1983. A Problem For Actualism About Possible Worlds. *Philosophical Review*, **92**, 49–66.

Melia, Joseph. 2000. Weaseling Away the Indispensability Argument. *Mind*, **109**, 455–79.

Menzel, Christopher. 1991. The True Modal Logic. *Journal of Philosophical Logic*, **20**(4), 331–374.

Menzel, Christopher. 2018. Actualism. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, summer 2018 edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Mills, Susan, & Beatty, John. 1979. The Propensity Interpretation of Fitness. *Philosophy of Science*, **46**(2), 263–286.

Mitteroecker, Philipp, & Huttegger, Simon. 2009. The Concept of Morphospaces in Evolutionary and Developmental Biology: Mathematics and Metaphors. *Biological Theory*, **4**(1), 54–67.

Monton, Bradley. 2013. Against 3N-Dimensional Space. *In:* Albert & Ney (2013).

Monton, Bradley, & van Fraassen, Bas C. 2003. Constructive Empiricism and Modal Nominalism. *The British Journal for the Philosophy of Science*, **54**(3), 405–422.

Mortensen, Chris. 1989. Anything is Possible. *Erkenntnis*, **30**, 319–37.

Müller, Thomas. 2012. Branching in the Landscape of Possibilities. *Synthese*, **188**(1), 41–65.

Müller, Thomas, & Placek, Tomasz. 2018. Defining Determinism. *British Journal for the Philosophy of Science*, **69**, 215–252.

Murray, J.D. 2002. *Mathematical Biology, I. An Introduction.* 2nd. edn. Springer.

Myrvold, Wayne. 2017. Ontology for Collapse Theories. *In:* Gao, Shan (ed), *Collapse of the Wave Function.* Cambridge University Press.

Myung, Jae. 2003. Tutorial on Maximum Likelihood Estimation. *Journal of Mathematical Psychology*, **47**(1), 90–100.

Nelson, Michael. 2019. The *De re*/*De dicto* Distinction. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, spring 2019 edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Ney, Alyssa. 2019. *Locality and Wave Function Realism*. URL: https://philpapers.org/rec/NEYLAW.

Nolan, Daniel. 1996. Recombination Unbound. *Philosophical Studies*, **84**(2-3), 239–262.

Nolan, Daniel. 2011. The Extent of Metaphysical Necessity. *Philosophical Perspectives*, **25**, 313–39.

Nolte, David. 2010. The Tangled Tale of Phase Space. *Physics Today*, **63**(4), 33–38.

North, Jill. 2009. The 'Structure' of Physics: A Case Study. *Journal of Philosophy*, **106**, 57–88.

North, Jill. 2013. The Structure of a Quantum World. *In:* Albert & Ney (2013).

Okon, Elias, & Sudarsky, Daniel. 2014a. Benefits of Objective Collapse Models for Cosmology and Quantum Gravity. *Foundations of Physics*, **44**, 114–143.

Okon, Elias, & Sudarsky, Daniel. 2014b. On the Consistency of the Consistent Histories Approach to Quantum Mechanics. *Foundations of Physics*, **44**(1), 19–33.

Okon, Elias, & Sudarsky, Daniel. 2016. Less Decoherence and More Coherence in Quantum Gravity, Inflationary Cosmology and Elsewhere. *Foundations of Physics*, **46**(7), 852–879.

Orr, H. Allen. 2009. Fitness and its Role in Evolutionary Genetics. *Nature Reviews Genetics*, **10**(8), 531–539.

Pellionisz, Andras, & Llinás, Rodolfo. 1985. Tensor Network Theory of the Metaorganization of Functional Geometries in the Central Nervous System. *Neuroscience*, **16**(2), 245–273.

Pence, Charles, & Ramsey, Grant. 2013. A New Foundation for the Propensity Interpretation of Fitness. *British Journal for the Philosophy of Science*, **64**(4), 851–881.

Penrose, Roger. 2004. *The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe*. Vintage Books.

Peres, Asher. 1984. Stability of Quantum Motion in Chaotic and Regular Systems. *Physical Review A*, **30**(4), 1610–1615.

Pesin, Ya. B. 1997. Characteristic Lyapunov Exponents and Smooth Ergodic Theory. *Russian Mathematical Surveys*, **32**(4), 55–114.

Pinto-Neto, N, & Fabris, J C. 2013. Quantum Cosmology From the de Broglie–Bohm Perspective. *Classical and Quantum Gravity*, **30**(14), 143001.

Placek, Thomasz. 2014. Causal Probabilities in GRW Quantum Mechanics. *Pages 561–576 of:* Gavalotti, Maria, *et al.* (eds), *New Directions in the Philosophy of Science*. Springer.

Plantinga, Alvin. 1974. *The Nature of Necessity*. Oxford: Oxford University Press.

Plantinga, Alvin. 1979. De Essentia. *Grazer Philosophische Studien*, **7**(1), 101–121.

Porter, Mason. 2001. *An Introduction to Quantum Chaos*. arXiv: https://arxiv.org/abs/nlin/0107039.

Potochnik, Angela. 2007. Optimality Modeling and Explanatory Generality. *Philosophy of Science*, **74**, 680–691.

Priest, Graham. 2019. Metaphysical Necessity: A Skeptical Perspective. *Synthese*. En prensa. URL: https://doi.org/10.1007/s11229-018-1885-6.

Prior, Arthur. 1957. *Time and Modality*. Oxford University Press.

Psillos, Stathis. 1999. *Scientific Realism: How Science Tracks Truth*. Routledge.

Purcell, Edward, & Morin, David. 2013. *Electricity and Magnetism*. 3rd. edn. Cambridge University Press.

Putnam, Hilary. 1968. Is Logic Empirical? *Boston Studies in the Philosophy of Science*, **5**.

Putnam, Hilary. 1975a. What is Mathematical Truth? *Pages 60–78 of: Mathematics, Matter and Method*. Cambridge University Press.

Putnam, Hillary. 1975b. The Meaning of 'Meaning'. *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, **7**, 131–193.

Quine, W. v. O. 1951. Two Dogmas of Empiricism. *Philosophical Review*, **60**, 20–43.

Quine, W. v. O. 1953. On What There Is. *Pages 1–19 of:* Press, HarvardUniversity (ed), *From a Logical Point of View*.

Quine, W. v. O. 1968. Propositional Objects. *Crítica*, **2**(5), 3–29.

Raup, David, & Michelson, Arnold. 1965. Theoretical Morphology of the Coiled Shell. *Science*, **147**(3663), 1294–1295.

Rayo, Agustín. 2013. *The Construction of Logical Space*. Oxford: Oxford University Press.

Reif, F. 1965. *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*. McGraw-Hill.

Reynolds, Mark. 1992. An Axiomatization for Until and Since Over the Reals Without the IRR Rule. *Studia Logica*, **51**(2), 165–193.

Rice, Collin. 2012. Optimality Explanations: A Plea for an Alternative Approach. *Biology and Philosophy*, **27**(5), 685–703.

Rickles, Dean. 2008. *Symmetry, Structure, and Spacetime*. Elsevier.

Rickles, Dean. 2016a. *The Philosophy of Physics*. Polity.

Rickles, Dean. 2016b. Spaces. *Pages 882–908 of:* Humphreys, Paul (ed), *The Oxford Handbook of Philosophy of Science*. Oxford University Press.

Robertson, Teresa. 1998. Possibilities and the Arguments for Origin Essentialism. *Mind*, **107**(428), 729–750.

Robertson, Teresa, & Forbes, Graeme. 2006. Does the New Route Reach its Destination? *Mind*, **115**(458), 367–374.

Roffé, Ariel Jonathan, & Ginnobili, Santiago. 2020. Optimality Models and the Propensity Interpretation of Fitness. *Acta Biotheoretica*, **68**(3), 367–385.

Rohrbaugh, Guy, & deRosset, Louis. 2004. A New Route to the Necessity of Origin. *Mind*, **113**(452), 705–725.

Romero, Carlos. 2014a. Identidad, Posibilidad y Esencia: Una Paradoja. *Pages 55–91 of:* Valdivia, Lourdes (ed), *La Identidad: su Semántica y su Metafísica*. UNAM.

Romero, Carlos. 2014b. *Necesidad, Esencia y Representación: Metafísica y Epistemología de las Esencias y la Necesidad*. Tesis de Maestría, UNAM.

Romero, Carlos. 2016. De la Naturaleza Como Ontología: Por un Materialismo Nómada. *Reflexiones Marginales*, **5**(30). URL: `http://reflexionesmarginales.com/3.0/de-la-naturaleza-como-ontologia-por-un-materialismo-nomada/`.

Romero, Carlos. 2019. Modality is Not Explainable By Essence. *Philosophical Quarterly*, **69**(274), 121–141.

Romero, Carlos. 2020. *Lógica Básica: Una Introducción al Arte del Razonamiento*. En progreso.

Romero, Gustavo E. 2018. *Scientific Philosophy*. Springer.

Ross, Don. 2008. Ontic Structural Realism and Economics. *Philosophy of Science*, **75**, 731–741.

Rothschild, Michael, & Stiglitz, Joseph. 1976. Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information. *Quarterly Journal of Economics*, **90**(4), 629–649.

Rovelli, Carlo. 2004. *Quantum Gravity*. Cambridge University Press.

Rowbottom, Darrell. 2011. The Instrumentalist's New Clothes. *Philosophy of Science*, **78**(5), 1200–1211.

Roy, Tony. 1993. Worlds and Modality. *Philosophical Review*, **102**, 335–62.

Ruetsche, Laura. 2011. *Interpreting Quantum Theories: The Art of the Possible*. Oxford University Press.

Russell, Gillian. 2008. *Truth in Virtue of Meaning*. Oxford University Press.

Saatsi, Juha. 2018. On Explanations From the Geometry of Motion. *British Journal for the Philosophy of Science*, **69**(1), 253–273.

Salmon, Nathan. 1989. The Logic of What Might Have Been. *Philosophical Review*, **98**(1), 3–34.

Salmon, Nathan. 1993. This Side of Paradox. *Philosophical Topics*, **21**(2), 187–197.

Salmon, Nathan. 2005a. An Empire of Thin Air. *Pages 122–128 of: Mathematics, Metaphysics and Meaning*. Oxford University Press.

Salmon, Nathan. 2005b. *Mathematics, Metaphysics and Meaning*. Oxford University Press.

Schaffer, Jonathan. 2017. Laws for Metaphysical Explanation. *Philosophical Issues*, **27**(1), 302–321.

Schneider, Christina. 2006. Towards a Field Ontology. *Dialectica*, **60**(1), 5–27.

Shankar, R. 1994. *Principles of Quantum Mechanics*. 2nd. edn. Springer.

Sherratt, Anna. 2010. The Reality of Modality. *In:* Hale, Bob, & Hoffmann, Aviv (eds), *Modality: Metaphysics, Logic, and Epistemology*. Oxford University Press.

Sider, Theodore. 2002. The Ersatz Pluriverse. *Journal of Philosophy*, **99**, 279–315.

Sider, Theodore. 2003. Reductive Theories of Modality. *Pages 180–208 of:* Loux, Michael J., & Zimmerman, Dean W. (eds), *The Oxford Handbook of Metaphysics*. Oxford University Press.

Sider, Theodore. 2011. *Writing the Book of the World*. Oxford University Press.

Sider, Theodore. 2016. On Williamson and Simplicity in Modal Logic. *Canadian Journal of Philosophy*, **46**(4), 683–698.

Sider, Theodore. 2020. *The Tools of Metaphysics and the Metaphysics of Science*. Oxford University Press.

Simon, Jonathan. 2018. Fragmenting the Wave Function. *Oxford Studies in Metaphysics*, **11**, 123–148.

Sipser, Michael. 1997. *Introduction to the Theory of Computation*. PWS Publishing Company.

Sklar, Lawrence. 1990. How Free Are Initial Conditions? *PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, **1990**, 551–564.

Sklar, Lawrence. 2013. *Philosophy and the Foundations of Dynamics*. Cambridge University Press.

Smith, John Maynard. 1982. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press.

Smith, Peter. 1998. *Explaining Chaos*. Cambridge University Press.

Soames, Scott. 2011. Kripke on Epistemic and Metaphysical Possibility: Two Routes to the Necessary *A Posteriori*. *Pages 78–99 of:* Berger, Alan (ed), *Saul Kripke*. Cambridge University Press.

Sober, Elliott. 1983. Equilibrium Explanation. *Philosophical Studies*, **43**(2), 201–210.

Solovay, Robert. 1976. Provability Interpretations of Modal Logic. *Israel Journal of Mathematics*, **25**(3-4), 287–304.

Spekkens, Robert. 2015. The Paradigm of Kinematics and Dynamics Must Yield to Causal Structure. *In:* Demopoulos, William (ed), *Questioning the Foundations of Physics: Which of Our Fundamental Assumptions Are Wrong?* Springer.

Spiegel, Murray R. (ed). 1991. *Probabilidad y Estadística*. McGraw-Hill.

Stalnaker, Robert. 2004. Assertion Revisited: On the Interpretation of Two-Dimensional Modal Semantics. *Philosophical Studies*, **118**(1), 299–322.

Starrett, John. 2012. Non-strange Chaotic Attractors Equivalent to their Templates. *Dynamical Systems*, **27**(2), 187–196.

Steffen, Will. 2018. Time to Re-Think the Climate Change Challenge. *ScienceNordic*. URL: https://sciencenordic.com/climate-change-forskerzonen-researcher-zone/time-to-re-think-the-climate-change-challenge/1458036.

Steffen, Will, Rockström, Johan, Richardson, Katherine, Lenton, Timothy, Folke, Carl, Liverman, Diana, Summerhayes, Colin, Barnosky, Anthony, Cornell, Sarah, Crucifix, Michel, Donges, Jonathan, Fetzer, Ingo, Lade, Steven, Scheffer, Marten, Winkelmann, Ricarda, & Schellnhuber, Hans Joachim. 2018. Trajectories of the Earth System in the Anthropocene. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **115**(33), 8252–8259.

Stephanou, Yannis. 2000. Necessary Beings. *Analysis*, **60**, 188–91.

Strogatz, Steven. 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos*. CRC Press.

Styer, Daniel, Balkin, Miranda, Becker, Kathryn, Burns, Matthew, Dudley, Christopher, Forth, Scott, Gaumer, Jeremy, Kramer, Mark, Oertel, David, Park, Leonard, Rinkoski, Marie, Smith, Clait, & Wotherspoon, Timothy. 2002. Nine Formulations of Quantum Mechanics. *American Journal of Physics*, **70**(3), 288–297.

Sullivan, Meghan. 2014. Modal Logic as Methodology. *Philosophy and Phenomenological Research*, **88**(3), 734–743.

Suppe, Frederick. 1974. *The Structure of Scientific Theories*. Urbana, University of Illinois Press.

Sutherland, William. 2005. The Best Solution. *Nature*, **435**, 569.

Szkeres, Peter. 2004. *A Course in Modern Mathematical Physics: Groups, Hilbert Space and Differential Geometry*. Cambridge University Press.

Tan, Peter. 2019. Counterpossible Non-vacuity in Scientific Practice. *Journal of Philosophy*, **116**(1), 32–60.

Taylor, John R. 2005. *Classical Mechanics*. University Science Books.

Thébault, Karim P. Y. 2016. Quantization as a Guide to Ontic Structure. *British Journal for the Philosophy of Science*, **67**(1), 89–114.

Thomason, Richmond. 2002. Combinations of Tense and Modality. *In:* Gabbay, Dov, & Guenthner, Franz (eds), *Handbook of Philosophical Logic, vol. 7*. Springer.

Torza, Alessandro. 2011. Models for Counterparts. *Axiomathes*, **21**(4), 553–579.

Torza, Alessandro. 2013. How to Lewis a Kripke–Hintikka. *Synthese*, **190**(4), 743–779.

Torza, Alessandro. 2015a. Necessarily Maybe: Quantifiers, Modality and Vagueness. *Pages 367–387 of:* Torza, Alessandro (ed), *Quantifiers, Quantifiers, and Quantifiers: Themes in Logic, Metaphysics and Language*. Springer.

Torza, Alessandro. 2015b. Speaking of Essence. *Philosophical Quarterly*, **65**, 754–771.

Torza, Alessandro. 2017. Ideology in a Desert Landscape. *Philosophical Issues*, **27**(1), 383–406.

Trappenberg, Thomas. 2002. *Fundamentals of Computational Neuroscience*. Oxford University Press.

Tumulka, Roderich. 2007. The 'Unromantic Pictures' of Quantum Theory. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, **40**, 3245.

Tumulka, Roderich. 2018. On Bohmian Mechanics, Particle Creation, and Relativistic Space-Time: Happy 100th Birthday, David Bohm! *Entropy*, **20**(6).

Turner, Jason. 2016. *The Facts in Logical Space: A Tractarian Ontology*. Oxford University Press.

Vaidya, Anand. 2017. The Epistemology of Modality. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, winter 2017 edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

van Benthem, Johan. 1984. Correspondence Theory. *Pages 325–409 of:* Gabbay, Dov, & Guenthner, Franz (eds), *Handbook of Philosophical Logic, Vol. 3*. Springer.

van Fraassen, Bas. 1970. On the Extension of Beth's Semantics of Physical Theories. *Philosophy of Science*, **37**(3), 325–339.

van Fraassen, Bas. 1980. *The Scientific Image*. Oxford University Press.

van Fraassen, Bas. 1989. *Laws and Symmetry*. Oxford: Clarendon Press.

Viana, Marcelo, & Oliveira, Krerley. 2016. *Foundations of Ergodic Theory*. Cambridge University Press.

Wallace, David. 2012. *The Emergent Multiverse*. Oxford University Press.

Wang, Jennifer. 2013. From Combinatorialism to Primitivism. *Australasian Journal of Philosophy*, **91**(3), 535–554.

Wang, Jennifer. 2015. Actualist Counterpart Theory. *The Journal of Philosophy*, **112**(8), 417–441.

Wang, Jennifer. 2018. The Epistemological Objection to Modal Primitivism. *Synthese*. En prensa. URL: https://doi.org/10.1007/s11229-017-1626-2.

Weinstein, Steven, & Rickles, Dean. 2019. Quantum Gravity. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, summer 2019 edition edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Werndl, Charlotte. 2009. What are the New Implications of Chaos for Unpredictability? *British Journal for the Philosophy of Science*, **60**, 195–220.

Wiggins, David. 2001. *Sameness and Substance Renewed*. Cambridge University Press.

Wilce, Alexander. 2017. Quantum Logic and Probability Theory. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, spring 2017 edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Williamson, Timothy. 1990. *Identity and Discrimination*. Oxford Basil Blackwell.

Williamson, Timothy. 2013. *Modal Logic as Metaphysics*. Oxford University Press.

Williamson, Timothy. 2016a. Modal Science. *Canadian Journal of Philosophy*, **46**(4-5), 453–492.

Williamson, Timothy. 2016b. Replies to King, deRosset and Kment. *Analysis*, **76**(2), 201–222.

Wilsch, Tobias. 2016. The Deductive-Nomological Account of Metaphysical Explanation. *Australasian Journal of Philosophy*, **94**(1), 1–23.

Wilson, Alastair. 2012. Everettian Quantum Mechanics Without Branching Time. *Synthese*, **188**(1), 67–84.

Wilson, Alastair. 2013. Objective Probability in Everettian Quantum Mechanics. *British Journal for the Philosophy of Science*, **64**(4), 709–737.

Wilson, Alastair. 2020. *The Nature of Contingency: Quantum Physics as Modal Realism*. Oxford University Press.

Wilson, Jessica. 2010. Non-Reductive Physicalism and Degrees of Freedom. *British Journal for Philosophy of Science*, **61**(2), 279–311.

Wilson, Jessica. 2014. No Work for a Theory of Grounding. *Inquiry*, **57**, 535–79.

Wilson, Jessica. 2015. Hume's Dictum and Metaphysical Modality: Lewis's Combinatorialism. *Chap. 10 of:* Loewer, Barry, & Schaffer, Jonathan (eds), *A Companion to David Lewis*. Wiley.

Winning, Jason. 2019. Mechanistic Causation and Constraints. *British Journal for the Philosophy of Science*. En prensa. URL: `https://doi.org/10.1093/bjps/axy042`.

Winning, Jason, & Bechtel, William. 2018. Rethinking Causality in Biological and Neural Mechanisms: Constraints and Control. *Minds and Machines*, **28**(2).

Worrall, John. 1989. Structural Realism: The Best of Both Worlds? *Dialectica*, **43**(1-2), 99–124.

Wright, Crispin. 1988. Realism, Antirealism, Irrealism, QuasiRealism. *Midwest Studies in Philosophy*, **12**(1), 25–49.

Wright, Sewall. 1932. The Roles of Mutation, Inbreeding, Crossbreeding, and Selection in Evolution. *Proceedings of the Sixth International Congress on Genetics*, 355–366.

Yenter, Timothy, & Vailati, Ezio. 2018. Samuel Clarke. *In:* Zalta, Edward N. (ed), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, fall 2018 edn. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Zhang, Weixiong. 1999. *State-Space Search: Algorithms, Complexity, Extensions, and Applications*. Springer.

Citas en el lenguaje original

[T1] (página 5) [. . .] it is in a scientific spirit to build and test theories that codify putatively true generalizations of the sort at issue, to find out which are true. [. . .] Like mathematics, the enterprise is part of science but not specifically of natural science. Although nothing in theory precludes the application of results from any branch of natural science to the present enquiry, we have seen little evidence that they would be of much help in practice. It would hardly be relevant to carry out special experiments or make special measurements. A combination of logico-mathematical reasoning with elementary modal knowledge in particular cases turns out to be far more useful. In some looser ways, the methodology of this book is akin to that of a natural science. Both are abductive. Very general theories are formulated in a formal notation that facilitates complex rigorous deductions of their consequences. The theories are judged partly on their strength, simplicity, and elegance, partly on the fit between their consequences and what is independently known.

[T2] (página 9) Principle of Naturalistic Closure (PNC). Any new metaphysical claim that is to be taken seriously at time t should be motivated by, and only by, the service it would perform, if true, in showing how two or more specific scientific hypotheses, at least one of which is drawn from fundamental physics, jointly explain more than the sum of what is explained by the two hypotheses taken separately. Primacy of Physics Constraint (PPC). Special science hypotheses that conflict with fundamental physics, or such consensus as there is in fundamental physics, should be rejected for that reason alone. Fundamental physical hypotheses are not symmetrically hostage to the conclusions of the special sciences.

[T3] (página 30) [. . .] laws of nature are [. . .] not strictly necessary [. . .]; or at least laws that constrain what can coexist in different positions are not. [. . .] Juxtapose duplicates of the two [events x and y], on the grounds that anything can follow anything; here is a possible world to violate the law that [x leads to y . . .] perhaps with the exception of laws constraining what can coexist at a single position.

[T4] (página 30) It is no surprise that my principle prohibits strictly necessary connections between distinct existences. What I have done is to take a Humean view about laws and causation, and use it instead as a thesis about possibility. Same thesis, different emphasis.

[T5] (página 32) Surely it is conceivable, and hence metaphysically possible, that many of the natural laws that govern our universe should fail to hold.

[T6] (página 33) That electrons have negative charge, for example, strikes one as metaphysically necessary; it is partly definitive of what it is to be an electron that it should have negative charge. But that light has a maximum velocity or that energy is conserved strikes one as being at most naturally necessary. It is hard to see how it could be partly definitive of what it is to be light that it should have a given maximum velocity, or partly definitive of energy that it should be conserved.

[T7] (página 41) whereas possibility *de mundo* applies to ways for the world to be regardless of how they happen to be represented, possibility *de repraesentatione* is sensitive to how ways for the world to be happen to be represented. Logical consistency, for example, is a notion of possibility *de repraesentatione*. For 'Hesperus ≠ Phosphorus' and 'Hesperus ≠ Hesperus' differ in terms of logical consistency, even though satisfaction of their truth-conditions imposes the same (impossible) requirement on the world.

[T8] (página 64) Since modality is unneeded for the most fundamental inquiries, it too is metaphysically nonfundamental, however conceptually fundamental it may be.

[T9] (página 65) In addition to being 'reduction-resistant', physical, logical, and mathematical concepts are essential to theories that have been immensely successful at explaining phenomena. The same cannot be said of modal concepts, in my view.

[T10] (página 65) Although nothing in theory precludes the application of results from any branch of natural science to the present enquiry, we have seen little evidence that they would be of much help in practice. It would hardly be relevant to carry out special experiments or make special measurements. A combination of logico-mathematical reasoning with elementary modal knowledge in particular cases turns out to be far more useful.

[T11] (página 80) To say that a proposition is necessary, according to theHumean, is to say that the proposition is i) true; and ii) of a certain sort. [. . .] What determines the «certain sort» of propositions? Nothing «metaphysically deep». For the Humean, necessity does not carve at the joints. There are many candidate meanings for 'necessary', corresponding to different «certain sorts» our linguistic community might choose. Since none of these candidates carves at the joints, our linguistic community is free to choose whichever of these it likes. Perhaps the choice is arbitrary [. . .] Perhaps the choice reflects something important about the role 'necessary' plays in our conceptual lives, in which case the facts are «subjective» (or «projective»). More likely, the truth is somewhere in between. But at any rate, the conceptual choice is not forced on us by the facts. [ldots] begin with a set of modal axioms and a set of modal rules. Modal axioms are simply certain chosen true sentences; modal rules are certain chosen truth-preserving relations between sets of sentences and sentences. To any chosen modal axioms and rules there corresponds a set of modal theorems: the closure of the set of modal axioms under the rules. Any choice of modal axioms and modal rules, and thus of modal theorems, results in a version of Humeanism: to be necessary is to be a modal theorem thus understood.

[T12] (página 82) A law statement concerns an arbitrary member of a whole set of facts rather than a specific fact; equivalently: it refers to every *possible* fact of a kind. Which possibility will be actualized will in general not be indicated by the law statement ... In brief, a law statement does not say what is the case but what is possible.

[T13] (página 93) Morphological spaces, or *morphospaces*, are mathematical spaces describing and relating the phenotypic configuration of biological organisms and are central tools in nowadays theoretical and mathematical biology. They have been used both in a merely metaphorical sense and in the context of actual mathematical and statistical computations. In a typical morphospace, the morphological configuration of an organism is represented by a single point, and the dimensionality of the space is determined by the number of measured variables (Q-space). The geometric relationship among points in a morphospace should reflect biologically meaningful relationships among the corresponding morphologies. For example, we expect that the distance between points represents morphological similarity: «closer» morphologies are more similar than more «distant» morphologies. Furthermore, a simple geometric structure in morphospace, such as a straight trajectory of several morphologies, should correspond to a simple underlying cause or explanation, like a single developmental process or evolutionary transformation. Two nearly parallel linear trajectories are expected to indicate similar underlying processes, whereas diverging trajectories should be due to different processes.

[T14] (página 94) The problem of evolution as I see it is that of a mechanism by which the species may continually find its way from lower to higher peaks in such a field. In order that this may occur, there must be some trial and error mechanism on a grand scale by which the species may explore the region surrounding the small portion of the field it occupies. To evolve, the species must not be under strict control of natural selection.

[T15] (página 104) *Energy is the potential to change*. Only material things can change. Concepts do not change. Then, *to be material is to have energy, to be able to change*. Materiality is not related to mass. Massless things, such as photons, have energy, are material, and can change.

[T16] (página 106) conserved quantities are [...] not real physical magnitudes or quantities or substances at all. They are merely mathematical shadows of global symmetry properties of the Lagrangian.

[T17] (página 118) economics is any body of theory or application of theory that generalizes over maximizing, optimizing, or meliorating relationships among (i) utility functions, (ii) scarce production inputs, and (iii) reallocations of (ii) with reference to (i).

[T18] (página 118) economics is any body or application of theory that generalizes over the behavior of some specified class of people or their aggregates when they take actions to optimize or improve their well-being with respect to recruitment of scarce assets.

[T19] (página 119) Several problems of AI and/or combinatorial optimization and several industrial applications have been discussed in terms of CSP, such as scheduling, air traffic control, civil engineering, mechanical engineering, cognition, Web applications, network security, protection of personal data or privacy, or even in the context of awareness.

[T20] (página 121) We now see natural selection, rather than any kind of «design,» as being responsible for producing adaptive structures. Nevertheless, many features of organisms can still be understood as being nearly optimal, regardless of how they are produced. That is, we see them as maximizing either reproductive success itself or some component function that is necessary for reproductive success.

[T21] (página 121) Nevertheless [...] in most cases we can sensibly ask what some protein or organ or behavior is *for*. We can then find out how such features fulfill their function on the working assumption that the feature is close to optimal for that function. Our understanding of most of biology comes from the assumption that organs have a function and are optimized for it. When we do this, we are not studying the evolutionary process as such. Rather, we are assuming that evolution is dominated by straightforward natural selection, which maximizes fitness and hence optimizes the function we are studying.

[T22] (página 122) A considerable strength of using optimization is that once we understand why organisms are as they are, then it should be possible to understand how they will respond to new conditions. *Optimization can therefore be used to understand behaviour, and to predict population dynamics, in new environments* [...] There are increasing calls for biology to be predictive. *Optimization is the only approach biology has for making predictions from first principles.*

[T23] (página 122) The term 'constraint' implies limitation, and specifically here it refers to limited access to dynamical states or, equivalently, reducing degrees of freedom by limiting dynamical trajectories to sub-sets of the basic interaction state space.

[T24] (página 122) they can provide access to new states unavailable to the unconstrained system: equivalently, by coordinatedly decreasing degrees of freedom they provide access to dynamical trajectories inaccessible to the unconstrained system.

[T25] (página 124) The number and forms of possible phenotypes are limited by the interactions that are possible among molecules and between modules. These interactions also allow change to occur in certain directions more easily than in others. Collectively, these restraints are called *developmental constraints*, and they fall into three major categories: physical, morphogenetic and phyletic.

[T26] (página 125) the near omnipotence of natural selection in forging organic design and fashioning the best among possible worlds. This programme regards natural selection as so powerful and the constraints upon it so few that direct production of adaptation through its operation becomes the primary cause of nearly all organic form, function, and behavior.

T27 (página 132) Control methods should be used whenever some quantity must be kept at a desired value. [...] To maintain the processes in a desired manner means keeping different physical quantities at constant values or altering them according to given laws.[...] Control means the specific actions to influence a process in order to start it, to appropriately maintain it, and to stop it.

T28 (página 133) To control a machine, some constraints in it must be flexible, capable of being operated on by something external. [...] Control, then, requires a second mechanism to operate on a flexible constraint in the primary mechanism that is directing the flow of free energy. The control mechanism itself requires constraints that direct free energy to perform its work [...]

T29 (página 146) A central concept of game theory is the notion of a player's strategy. A strategy is a complete contingent plan, or decision rule, that specifies how the player will act *in every possible distinguishable circumstance in which she might be called upon to move*.

T30 (página 148) A distinctively mathematical explanation works (I propose) not by describing the world's actual causal structure, but rather by showing how the explanandum arises from the framework that any possible physical system (whether or not it figures in causal relations) must inhabit, where the «possible» systems extend well beyond those that are logically consistent with all of the actual natural laws.

T31 (página 149) Proposals for physical theories generally have two components: the first is a specification of the space of physical states that are possible according to the theory, generally called the *kinematics* of the theory, while the second describes the possibilities for the evolution of the physical state, called the *dynamics*. This distinction is ubiquitous.

T32 (página 151) Just as classical dynamics proposed to explain the motion of bodies by means of the concept of force, individual choice theory proposes to explain the behavior of the agent by means of the concept of preference. The description of the behavior of the agent is the «kinematics» of the theory, while the preference relation constitutes the «dynamics» by means of which the former is explained. The «kinematics» intends to describe all the circumstances in which the agent is bound to make a choice of a certain type, as well as the choices that the agent would make under such circumstances, by means of unspecified but invariant decision rules.

T33 (página 157) Logical compatibility with the data is a very weak constraint, certainly not strong enough to underwrite the theoretical choices that scientists actually make. In practice, theoretical choices between alternatives [...] always involve assessments of likelihood. Objective assessments of likelihood make use of a measure that the theory itself provides. In assigning a likelihood to H_1, one asks how special or contrived the initial conditions have to be by H_1's own lights to generate the regularities present in the phenomena. In assigning a likelihood to H_2, one asks how special or contrived or improbable the initial conditions have to be by H_2's lights to generate the regularities present in the phenomena. If a theory assigns a high probability to one result, but whenever we carry out the experiment we always get the opposite, this disconfirms the theory not, again, because of a logical incompatibility, but because the theory assigns that result a low probability.

T34 (página 158) [Loop Quantum Gravity ...] makes use of the general tools of quantum theory: a Hilbert space of states, operators related to the measurement of physical quantities, and transition amplitudes that determine the probability outcome of measurements of these quantities. Hilbert space of states and operators associated to physical observables *are obtained from classical [general relativity] following a rather standard quantization strategy*.

T35 (página 175) «To be an empiricist is to withhold belief in anything that goes beyond the actual, observable phenomena, and *to recognize no objective modality in nature*»

T36 (página 175) «as far as empirical adequacy is concerned, the theory would be just as good if there existed nothing at all that was either unobservable or not actual».

T37 (página 176) the population of trajectories as a whole displays certain regularities in the possible histories of a system, global regularities that play a role in shaping any one particular actual history. [...] the space of possibilities has structure, and this structure is not displayed by any one single trajectory.

T38 (página 176) The older applications of dynamics focussed primarily on methods for predicting the detailed future behavior of a system given its initial dynamical state. The new applications focus on surveying large classes of systems, each system of which has a different initial condition, as a whole. It is the characteristics of the whole class of systems that are of primary interest.

T39 (página 178) The histories of the primitive ontology [...] provide the metaphysical picture of the world, and they are produced with the aid of (some of the) nonprimitive variables. [...] We could use different internal variables to obtain the same histories for the primitive ontology. If we do so, *we still have fundamentally the very same theory*.

T40 (página 178) They represent matter and they provide the fundamental entities the theory describes. [...] They are the variables that are directly accessible to us, contrarily to non-primitive variables that may represent laws of nature. [...] They constitute the building blocks of everything else, and in virtue of that and of being in three-dimensional space (or space-time) they ground the explanatory scheme with which the theory describes and account for macroscopic physical reality.

T41 (página 179) there could be empirically adequate theories with the same PO but whose evolution is generated by different non-primitive variables [...] if we change the PO and its evolution, we change theory, since we change the way the theory describes matter.

[T42] (página 180) if one considers having a given symmetry a desideratum for a theory, *symmetries could then be used to select* [...] the most desirable PO. [...] the symmetry properties of the theory will presumably change when changing the PO, thus *requiring a theory to have a particular symmetry will put constraints* on the choice of its PO.

[T43] (página 181) the strange and complicated [3]-dimensional appearances can be understood [...] in terms of a simple and literal and mechanical picture [...] of what's going on underneath the surface of those appearances.

[T44] (página 182) we must formulate the dynamics on a high-dimensional space [...] the fundamental space of a world governed by this dynamics is the high-dimensional one.

[T45] (página 182) to say that the laws of the evolutions of wave functions are probabilistic [...], is *not at all* to say that those wave functions are somehow probabilities *themselves*, or that quantum mechanics somehow confronts us with a new and utterly mysterious modality of 'potentia' or 'possibilia' (which is gibberish). On any realistic understanding of quantum theory, wave functions are never anything more or less than perfectly actual [...] *field*-configurations.

[T46] (página 188) [...] what is needed is a way of specifying the *structure of the space of possibilities* that is defined by an entity's tendencies and capacities. A philosopher's ontological commitment should be to the objective existence of this structure and not to the possibilities themselves since the latter exist only when entertained by a mind.

[T47] (página 194) a *constraint* on a dynamical process is a reduction of its underlying degrees of freedom arising from the physical conditions in which the process takes place. A system's effective degrees of freedom are those provided by its inherent variabilities (its dynamical variables) minus those removed through constraints. Constraints are expressed as relationships among system variables.

[T48] (página 198) Metaphysical explanations by constraint belong to a new category of metaphysical explanation and work from the top-down rather than the bottom up [...] get their power by subsuming their targets under extremely general principles

[T49] (página 203) It's part of the history of physics that physicists will identify certain claims in a theory as being definitively true, even when they recognize that the theory itself is false. Some false theories are taken to provide certain insights that will carry over into the development of any future theories.

[T50] (página 207) Since some theories have achieved novel predictive success our overall metaphysics must explain how novel predictive success can occur, and the explanation we favour is that the world has a modal structure which our best scientic theories describe.

[T51] (página 223) ... it is inconsistent with naturalism to suppose that any non-logical or non-mathematical fact is ultimately necessary. The need for the adjective 'ultimately' marks recognition of the fact we can indeed make sense of *relative* necessity [...] Physicists are presently making some progress working on theories that are fundamental, in the sense we have defined. If there are structural facts about the whole universe, and these facts constrain all the facts about all particular regions of the universe—the conjecture institutionalized by the PPC—then the only necessity in nature is furnished by these constraints. The constraints —that is, the structures themselves— are real patterns. ... we think that the fact that information about the real patterns identified by fundamental physics is available from every measurement point in the universe renders fundamental physics sharply distinctive among the sciences; thus ... fundamental physics discovers real patterns that are of a higher order of relative necessity than what is discovered by the special sciences. *From the point of view of those engaged in special science activity, fundamental physics gives the modal structure of the world.*

[T52] (página 228) A theory has two main ingredients: a *theoretical ontology* which specifies its initial *(metaphysical) possibility space*, and a set of *laws* which selects therefrom the *physical possibilities*.

[T53] (página 228) this subset [the physically possible worlds] comprises just those worlds that satisfy the laws of the theory [...] The physically possible worlds can be usefully viewed as 'embedded' in the larger class of metaphysically possible worlds. We can view the latter as simply the worlds that can be 'constructed' from the raw mathematical materials of the model without regard to their physical viability.

[T54] (página 229) The world is conceived of as made up of atoms, whose number is the first basic quantity; each atom is characterized by means of the fixed list of primary qualities. [...] What David Lewis and others have called a Principle of Recombination is clearly held in this context. [*Nota al pie:* There are questions, here, about the metaphysical possibility of worlds that contain quantities or entities of kinds that are nowhere instantiated at our world (see Lewis, 1983), but these play no role in physical contexts.] For if we take any part of the class of atoms of one world, combine it with some of those of another world, keeping in each case their primary qualities, then the result is a third (metaphysically) possible world.

[T55] (página 250) The whole issue of the transition from «possible» to «actual» is taken care of in the theory in a very simple way—there is no such transition, nor is such a transition necessary for the theory to be in accord with our experience. From the viewpoint of the theory all elements of a superposition (all «branches») are «actual,» none any more «real» than the rest. It is unnecessary to suppose that all but one are some how destroyed, since all the separate elements of a superposition individually obey the wave equation with complete indifference to the presence or absence («actuality» or not) of any other elements.

[T56] (página 251) historical alternatives through t, and so differ only in what is future to t.

[T57] (página 253) Even though the system does not traverse all the states in the phase space in any given history, they are all treated as possible states of the system absolutely, not relative to the standpoint of one state or another. A state space has no proper analogue of the accessibility relation between worlds in a model of modal logic, by which only worlds in a restricted subset are treated as possible from the standpoint of a given world. [...] It follows that the propositional modal logic of phase spaces is S5, on which possibility and necessity are not themselves contingent matters.