DER RABE UND DER BAYESIANIST

MARK SIEBEL

SUMMARY. *The Raven and the Bayesian*. As an essential benefit of their probabilistic account of confirmation, Bayesians state that it provides a twofold solution to the ravens paradox. It is supposed to show that (i) the paradox's conclusion is tenable because a white shoe only negligibly confirms the hypothesis that all ravens are black, and (ii) the paradox's first premise is false anyway because a black raven can speak against the hypothesis. I argue that both proposals are not only unable to solve the paradox, but also point to severe difficulties with Bayesianism. The former does not make the conclusion acceptable, and it entails the bizarre consequence that a great amount of non-black non-ravens substantially confirms the ravens hypothesis. The latter does not go far enough because there is a variant of the first premise which follows from Bayesianism and implies a weaker, but nevertheless untenable, variant of the conclusion.

Key words: Bayesianismus, Rabenparadox, Wahrscheinlichkeit

Wann ist eine Theorie im Lichte experimenteller Ergebnisse plausibel? Unter welchen Umständen stützen die Daten die Theorie, und wann sprechen sie gegen sie? Bayesianisten versuchen diese Fragen zu beantworten, indem sie die Wahrscheinlichkeitstheorie heranziehen. Sie soll einem die Mittel an die Hand geben, die nötig sind, um die Plausibilität einer Theorie und ihre Bestätigung oder Entkräftung durch die Daten abzuschätzen. Wie man dabei vorzugehen hat, ist das Thema des ersten Abschnitts.

Als einen wesentlichen Pluspunkt ihres Ansatzes verbuchen Bayesianisten, dass sich mit ihm Hempels Raben-Paradox lösen lasse. Wie in Abschnitt 2 vorgestellt, läuft dieses Paradox auf die unschöne Konklusion hinaus, dass z.B. ein weißer Schuh die Hypothese stützt, alle Raben seien schwarz. Abschnitt 3 ist dem ersten bayesianistischen Lösungsversuch gewidmet. Mit den Mitteln der Wahrscheinlichkeitstheorie wird hier darauf verwiesen, dass die Konklusion des Paradoxes durchaus annehmbar sei, weil die Stützung der Hypothese durch einen weißen Schuh nur gering ist. Warum das nicht nur keine Lösung ist, sondern auch in ein Problem für den Bayesianismus führt, wird in Abschnitt 4 dargelegt. Abschnitt 5 präsentiert dann den zweiten Versuch, nach dem eine der Prämissen des

Journal for General Philosophy of Science **35:** 313–329, 2004.

Raben-Paradoxes falsch ist: Die Beobachtung eines schwarzen Rabens könne unter bestimmten Bedingungen auch gegen die Hypothese sprechen, dass alle Raben schwarz sind. In Abschnitt 6 werde ich zu zeigen versuchen, dass das ebenfalls keine befriedigende Antwort auf Hempels Herausforderung ist.

1. BAYESIANISMUS

Eine der Grundideen des Bayesianismus ist, dass die Plausibilität einer Hypothese sich mit ihrer Wahrscheinlichkeit identifizieren lässt (vgl. Sober 1994, 227). Wenn wir z.B. wissen wollen, wie plausibel eine Hypothese H im Lichte bestimmter Daten D und weiterer Hintergrundinformationen X ist, dann müssen wir uns die bedingte Wahrscheinlichkeit von H, gegeben D und X, ausrechnen. Diese Nachher-Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus Bayes' Theorem:

$$P(H \mid D \,\&\, X) = \frac{P(H \mid X) \cdot P(D \mid H \,\&\, X)}{P(D \mid X)}$$

Liegt sie nahe bei 1, dann ist die Theorie als äußerst plausibel zu betrachten; je mehr sich $P(H \mid D \,\&\, X)$ 0 nähert, umso unglaubhafter ist H; und wenn diese Wahrscheinlichkeit in etwa 0,5 beträgt, dann geben die Daten nicht genug her, um die Hypothese anzunehmen oder zu verwerfen (vgl. Jaynes 1996, 404).

Die Ausgangs-Wahrscheinlichkeit $P(H \mid X)$ wird analog zur Nachher-Wahrscheinlichkeit mit der Plausibilität identifiziert, die die Hypothese im Lichte des Hintergrundes allein hat. $P(D \mid X)$, die Erwartbarkeit der Daten, steht für das Ausmaß, in dem die Daten auf der Basis der Hintergrundinformationen zu erwarten sind. Und die so genannte Likelihood $P(D \mid H \,\&\, X)$ gibt den Grad wieder, zu dem die Daten zu erwarten sind, wenn die Hypothese einbezogen wird.

Liegt die Nachher-Wahrscheinlichkeit der Hypothese hinreichend hoch, spricht man auch davon, dass die Hypothese durch die Daten in einem *absoluten* Sinn gestützt wird. Diese Konzeption muss von der *inkrementellen* Stützung unterschieden werden: der *Erhöhung* der Plausibilität einer Hypothese durch die Daten. Stützung in diesem Sinne fixiert der Bayesianist im so genannten Relevanzkriterium (vgl. Howson & Urbach 1993, 117):

Die Daten stützen die Hypothese gdw. $P(H \mid D \,\&\, X) > P(H \mid X)$.
Die Daten sprechen gegen die Hypothese gdw. $P(H \mid D \,\&\, X) < P(H \mid X)$.

Das Relevanzkriterium macht keine Aussage darüber, wie stark gewisse Daten für oder gegen eine Hypothese sprechen, sondern nur darüber, wann sie überhaupt als Belege für oder gegen sie gelten können. Als quantitative

Maße für die Stützungskraft sind u.a. die Differenz der Nachher- zur Vorher-Wahrscheinlichkeit sowie ihr Verhältnis vorgeschlagen worden. Sie werden hier nicht diskutiert.[1]

Die Verbindung von Bayes' Theorem und dem Relevanzkriterium kann einige Pluspunkte für sich verbuchen. So ergibt sich aus ihr etwa, dass Theorien gestärkt werden, wenn sich deduktive Konsequenzen aus ihnen nachweisen lassen (vgl. Earman 1992, 64; Howson & Urbach 1993, 119f.), und dass sie umso mehr gestützt werden, je überraschender die von ihnen prognostizierten Experimentergebnisse sind (vgl. Salmon 1998, 564f.). Weniger bekannt dürfte sein, dass der Bayesianismus auch im Falle von Experimenten, die irrelevant für eine Theorie sind, weil sie gar keine Prognose der Ergebnisse erlaubt, die richtige Antwort gibt. Dass eine Theorie keine Aussagen über die Daten macht, ist so zu übersetzen, dass sie die Wahrscheinlichkeit der Daten weder herauf- noch herabsetzt: Die Likelihood P(D | H & X) ist identisch mit der Erwartbarkeit P(D | X). Dann aber muss nach Bayes' Formel auch die Nachher-Wahrscheinlichkeit der Hypothese identisch mit ihrer Vorher-Wahrscheinlichkeit sein, was aufgrund des Relevanzkriteriums heißt, dass sie durch die Daten weder bestätigt noch entkräftet wird.

2. DAS RABEN-PARADOX

Als ein weiterer Vorteil wird von Bayesianisten angeführt, dass die wahrscheinlichkeitstheoretische Herangehensweise eine Lösung des berüchtigten Raben-Paradoxes ermöglicht. Dieses Paradox, das nach seinem Vater auch Hempel-Paradoxie genannt wird, beginnt mit ein paar auf den ersten Blick sehr einleuchtenden Prämissen, aus denen dann eine Konklusion hergeleitet wird, die untragbar erscheint (vgl. Hempel 1965, 14f.). Die Prämissen sind:

(1) Eine Hypothese der Form „Alle F sind G" wird durch jede Beobachtung eines F, das G ist, gestützt.
(2) Hypothesen, die logisch äquivalent sind, werden durch dieselben Beobachtungen gestützt.
(3) Hypothesen der Form „Alle F sind G" sind im Sinne der Prädikatenlogik zu verstehen und deshalb logisch äquivalent zu „Alle Nicht-G sind Nicht-F".[2]

Nehmen wir nun die Hypothese, dass alle Raben schwarz sind. Laut (3) ist sie äquivalent zu „Alle nicht-schwarzen Dinge sind Nicht-Raben". (2) sagt uns, dass deshalb jede Beobachtung, die „Alle nicht-schwarzen Dinge sind Nicht-Raben" stützt, auch für „Alle Raben sind schwarz" spricht. Gemäß (1) gilt das für alle Dinge, die nicht schwarz und keine Raben sind. Und daraus ergibt sich die unerwünschte Konklusion:

(K) Die Beobachtung eines weißen Schuhs (einer blauen Espressomaschine, einer roten Jacke, ...) stützt die Hypothese, dass alle Raben schwarz sind.

Wie Nelson Goodman (1983, 70f.) so schön bemerkt hat: Damit eröffneten sich wunderbare Möglichkeiten für eine Ornithologie, die einen nicht in den Regen hinaustreibt, sondern im eigenen Heim betrieben werden kann.

Bevor ich zu den bayesianistischen Lösungsversuchen komme, muss noch auf einen Punkt hingewiesen werden, der leicht übersehen werden kann: Die Konklusion der Hempel-Paradoxie erscheint nur in ihrer vollen Allgemeinheit inakzeptabel. Mit dem entsprechenden Hintergrund kann ein weißer Schuh durchaus für die Hypothese sprechen, dass alle Raben schwarz sind. Um ein zwar weit hergeholtes, aber besonders deutliches Beispiel zu nehmen: Es könnte eine merkwürdige Verbindung zwischen der Farbe von Schuhen und der Farbe von Raben geben, so dass alle Raben schwarz sind, falls es einen weißen Schuh gibt. Wenn wir von dieser Verbindung wüssten, dann könnten wir aus dem Fund eines weißen Schuhs den – sogar deduktiv gültigen – Schluss ziehen, dass alle Raben schwarz sind. Der Schuh würde dann eindeutig für diese Hypothese sprechen.

In der Konklusion des Paradoxes heißt es aber nicht, dass es *unter bestimmten Bedingungen* zu einer Stützung kommen kann. Sie sagt vielmehr, dass ein weißer Schuh die Raben-Hypothese *in jedem Fall* stützt. Und das ist es dann auch, was so unplausibel aussieht. Die abgemilderte Variante ist unproblematisch.

3. DER ERSTE BAYESIANISTISCHE LÖSUNGSVORSCHLAG

Bayesianisten haben zwei Wege vorgeschlagen, auf denen man aus dieser Paradoxie herauskommen könnte. Ganz allgemein lässt sich ein Paradox auflösen, indem man zeigt, dass (a) die Ableitung der Konklusion fehlerhaft ist, dass (b) eine der Prämissen trotz ihrer anfänglichen Plausibilität falsch ist oder dass (c) die Konklusion nur auf den ersten Blick ein Problem darstellt. Während der zweite bayesianistische Vorschlag sich auf Gleis (b) bewegt, läuft der erste auf (c) hinaus. Ich werde hier die Variante von Colin Howson und Peter Urbach (1993, 127f.) vorstellen.[3]

Die Frage ist, wie die Hypothese, dass alle Raben schwarz sind, im Lichte eines Objekts dasteht, das nicht schwarz und kein Rabe ist. Kürzen wir dieses Datum durch „$\neg S \;\&\; \neg R$“ ab. Laut Bayes' Theorem und der Produktregel errechnet sich die entsprechende Wahrscheinlichkeit wie folgt (um eine bessere Übersichtlichkeit zu gewährleisten, lasse ich das

Hintergrundwissen aus den Formeln heraus):

$$
\begin{aligned}
P(H \mid \neg S \& \neg R) &= P(H) \cdot \frac{P(\neg S \& \neg R \mid H)}{P(\neg S \& \neg R)} \\
&= P(H) \cdot \frac{P(\neg S \mid H) \cdot P(\neg R \mid, H \& \neg S)}{P(\neg S) \cdot P(\neg R \mid \neg S)}
\end{aligned}
$$

Die Hypothese H behauptet, dass alle Raben schwarz sind. Aus der dritten Prämisse des Raben-Paradoxes ergibt sich, dass das äquivalent ist mit der Aussage, alles, was nicht schwarz ist, sei kein Rabe. Aus H und ¬S folgt somit ¬R. Da eine bedingte Wahrscheinlichkeit P(A | B) mit 1 anzusetzen ist, wenn A aus B folgt,[4] dürfen wir schließen, dass P(¬R| H & ¬ S) 1 ist.

Die Hypothese, dass alle Raben schwarz sind, sagt einem nur, dass ein Objekt schwarz ist, wenn es sich um einen *Raben* handelt. Ihr lässt sich nicht entnehmen, wie die Farbe eines Objekts einzuschätzen ist, von dem man nicht weiß, ob es sich um einen Raben handelt. Anders gesagt: Die Aussage, dass irgendein Ding nicht schwarz ist, ¬S also, ist unabhängig von H. Da P(A | B) identisch mit P(A) ist, falls A unabhängig von B ist, lässt sich P(¬S | H) vereinfachen zu P(¬S).

Auf der Basis dieser Überlegungen ergibt sich für die Nachher-Wahrscheinlichkeit, die hier zur Diskussion steht:

$$
\begin{aligned}
P(H \mid \neg S \,\&\, \neg R) &= P(H) \cdot \frac{P(\neg S) \cdot 1}{P(\neg S) \cdot P(\neg R \mid \neg S)} \\
&= P(H) \cdot \frac{1}{P(\neg R \mid \neg S)}
\end{aligned}
$$

Zu den Hintergrundinformationen gehört, dass es sehr viel mehr Dinge gibt, die nicht schwarz sind, als Raben.[5] Selbst wenn alle Raben eine andere Farbe als Schwarz hätten, wäre der Anteil der Nicht-Raben an den nicht-schwarzen Objekten immer noch immens hoch. Die Wahrscheinlichkeit P(¬R|¬S) liegt also nahe bei 1. Und daraus ergibt sich, dass P(H|¬S & ¬R) zwar ein bisschen größer als P(H) sein wird, dass sich die Nachher-Wahrscheinlichkeit der Hypothese aber nur wenig von ihrer Ausgangs-Wahrscheinlichkeit unterscheidet. Kurz: Ein weißer Schuh stützt die Vermutung, dass alle Raben schwarz sind – aber er stützt sie nur minimal.

Dieses Ergebnis halten Bayesianisten für durchaus annehmbar. So schreibt Paul Horwich (1998, 608f.), dass wir nur deswegen geneigt seien, *gar keine* Stützung zu attestieren, weil wir sie mit einer *geringfügigen* Stützung verwechseln. Der Bayesianismus öffnet uns gewissermaßen die Augen, indem er uns darauf hinweist, dass unsere spontane Reaktion auf einer allzu groben Vereinfachung beruht. Horwich (1998, 607) spricht deshalb auch von „wittgensteinschem“ oder „therapeutischem Bayesianismus“.

4. IST DER ERSTE VORSCHLAG AKZEPTABEL?

Die Frage ist nur, ob die Therapie anschlägt. Das Raben-Paradox wäre durch diesen Lösungsversuch nur dann als unproblematisch erwiesen, wenn seine Konklusion mit der Differenzierung, zu der man so kommt, nicht mehr dem gesunden Menschenverstand widerspräche. Doch dem ist nicht so.

Was bei der fraglichen Hypothese zur Debatte steht, ist die Farbe von Raben. Nehmen wir (wie am Ende von Abschnitt 2) einmal an, wir wüssten, dass es eine gewisse Korrelation zwischen der Farbe von Schuhen und der von Raben gibt, so dass alle Raben schwarz sind, falls es weiße Schuhe gibt. Dann könnte uns ein weißer Schuh tatsächlich Informationen über die Farbe von Raben verschaffen. In der Herleitung, auf der der erste bayesianistische Lösungsvorschlag basiert, spielt so ein Hintergrundwissen aber gar keine Rolle. Dort gehört zum Hintergrund zwar, dass es sehr viel mehr Dinge gibt, die nicht schwarz sind, als Raben. Von einer engen Verbindung zwischen der Farbe von Schuhen und der von Raben ist dagegen nicht die Rede.

Das aber zeigt, dass der Bayesianist viel zu schnell von einer Stützung sprechen muss. Wenn kein weiteres Hintergrundwissen hinzukommt, liefert einem die Farbe von Schuhen, Küchengeräten und Kleidungsstücken keinerlei Informationen über die Farbe von Raben. Es ist deshalb auch nicht zu sehen, warum man unter solchen Umständen eine (wenn auch geringfügige) Stützung konstatieren sollte.[6]

Und selbst wenn wir dem Bayesianisten hier entgegenkommen, hat der zur Diskussion stehende Lösungsversuch abwegige Konsequenzen. Gestehen wir einmal zu, dass eine minimale Stützung der Raben-Hypothese durch *einen* nicht-schwarzen Nicht-Raben mit der Intuition verträglich sei. Dann steht immer noch die Frage im Raum, was passiert, wenn wir eine *Unmenge* von nicht-schwarzen Nicht-Raben finden. Übertragen wir die Argumentation des ersten Lösungsvorschlags auf diesen Fall, so kommt dabei heraus, dass die Wahrscheinlichkeit der Raben-Hypothese immens angehoben wird.

Wir gehen nun von einer großen Anzahl n von Daten des Typs „nicht schwarz und kein Rabe“ aus: $\neg S_1$ & $\neg R_1$, $\neg S_2$ & $\neg R_2, \ldots, \neg S_n$ & $\neg R_n$. Diese Daten dürfen als unabhängig voneinander betrachtet werden, da es – wie im ersten Lösungsvorschlag angenommen wird – eine Unmenge von Objekten dieser Art gibt. Selbst wenn wir schon 5000 nicht-schwarze Nicht-Raben gesammelt haben, ändert sich die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der nächste Untersuchungsgegenstand ebenfalls ein nicht-schwarzer Nicht-Rabe ist, so minimal, dass der Unterschied vernachlässigt werden kann. Es gilt:

$$P(\neg S_i \,\&\, \neg R_i \mid \neg S_1 \& \neg R_2 \& \ldots \& \neg S_{i-1} \,\&\, \neg R_{i-1}) = P(\neg S_i \& \neg R_i)$$

Und dasselbe dürfen wir annehmen, wenn sich H zu den Bedingungen dazugesellt.

Die Wahrscheinlichkeit, um die es geht, ist $P(H \mid \neg S_1 \,\&\, \neg R_1 \,\&\, \ldots \&\, \neg S_n \,\&\, \neg R_n)$. Sie ist nach Bayes' Theorem identisch mit:

$$P(H) \cdot \frac{P(\neg S_1 \,\&\, \neg R_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \neg S_n \,\&\, \neg R_n \mid H)}{P(\neg S_1 \,\&\, \neg R_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \neg S_n \,\&\, \neg R_n)}$$

Die Produktregel gibt uns für den Nenner des Bruchs:

$$\begin{aligned}
&P(\neg S_1 \,\&\, \neg R_1) \cdot P(\neg S_2 \,\&\, \neg R_2 \,\&\, \ldots \,\&\, \neg S_n \,\&\\
&\neg R_n \mid \neg S_1 \,\&\, \neg R_1)\\
= {} &P(\neg S_1 \,\&\, \neg R_1) \cdot P(\neg S_2 \,\&\, \neg R_2 \mid \neg S_1 \,\&\, \neg R_1)\\
&\cdot P(\neg S_3 \&\neg R_3 \& \ldots \& \neg S_n \& \neg R_n \mid \neg S_1 \& \neg R_1 \& \neg S_2 \& \neg R_2)\\
= {} &P(\neg S_1 \,\&\, \neg R_1) \cdot P(\neg S_2 \,\&\, \neg R_2 \mid \neg S_1 \,\&\, \neg R_1)\\
&\cdot P(\neg S_3 \,\&\, \neg R_3 \mid \neg S_1 \,\&\, \neg R_1 \,\&\, \neg S_2 \,\&\, \neg R_2)\\
&\cdot P(\neg S_4 \,\&\, \neg R_4 \,\&\, \ldots \,\&\, \neg S_n \,\&\, \neg R_n \mid \neg S_1 \,\&\, \neg R_1 \,\&\, \ldots \,\&\\
&\neg S_3 \,\&\, \neg R_3) \text{ usw.}
\end{aligned}$$

Da die Daten $\neg S_i \,\&\, \neg R_i$ unabhängig voneinander sind, vereinfacht sich das Ergebnis zu:

$$\begin{aligned}
&P(\neg S_1 \,\&\, \neg R_1) \cdot \ldots \cdot P(\neg S_n \,\&\, \neg R_n)\\
= {} &P(\neg S_1) \cdot P(\neg R_1 \mid \neg S_1) \cdot \ldots \cdot P(\neg S_n) \cdot P(\neg R_n \mid \neg S_n)
\end{aligned}$$

Dasselbe gilt für den Zähler des Bruchs, nur dass dort zu den Bedingungen die Hypothese H dazugehört.

Ab hier geht es weiter wie im ursprünglichen Lösungsvorschlag. Die $\neg S_i$ sind unabhängig von H, so dass $P(\neg S_i \mid H) = P(\neg S_i)$. Und aus $\neg S_i \,\&\, H$ folgt $\neg R_i$, so dass $P(\neg R_i \mid \neg S_i \,\&\, H) = 1$. Wir erhalten somit ganz analog zu dem Fall *eines* nicht-schwarzen Nicht-Rabens als Nachher-Wahrscheinlichkeit für die Raben-Hypothese im Falle von *n* Objekten dieser Art:

$$P(H) \cdot \frac{1}{P(\neg R_1 \mid \neg S_1) \cdot \ldots \cdot P(\neg R_n \mid \neg S_n)}$$

Unser Hintergrund enthält die Information, dass es unter den nicht-schwarzen Dingen sehr viel mehr Nicht-Raben als Raben gibt. Die ausschlaggebenden Wahrscheinlichkeiten $P(\neg R_i \mid \neg S_i)$ liegen also wiederum nahe bei 1. Wenn man aber viele Zahlen knapp unter 1 miteinander multipliziert, nähert man sich immer mehr 0. Setzen wir für die

$P(\neg R_i \mid \neg S_i)$ beispielsweise 0,999 an und multiplizieren das 100-mal miteinander, kommt 0,905 heraus; potenziert man 0,999 mit 1000, landet man nur noch bei 0,368; und eine Potenzierung mit 5000 ergibt schließlich 0,007. Die Nachher-Wahrscheinlichkeit von H wäre entsprechend 140-mal so hoch wie die Ausgangs-Wahrscheinlichkeit. Kurz: Der Fund *eines* nicht-schwarzen Nicht-Rabens wäre zwar nahezu irrelevant, weil er die Wahrscheinlichkeit der Raben-Hypothese nur um den Faktor 1,001 heraufsetzt. *5000* nicht-schwarze Nicht-Raben dagegen würden sie im Vergleich dazu keinesfalls nur geringfügig bestätigen.

Diese Konsequenz ist nicht tragbar, weil sie Goodmans Heim-Ornithologie einen Platz zuweist, der ihr nicht gebührt. Mit der Untersuchung einer kleinen Anzahl von Kleidungsstücken und Haushaltsgegenständen mag man dann zwar längst nicht so weit kommen wie mit einer Untersuchung von Vögeln. Aber es müsste zugestanden werden, dass so ein Projekt einen wesentlichen Beitrag zur Unterstützung ornithologischer Hypothesen leisten kann, wenn es auf eine große Anzahl von Haushalten ausgedehnt wird.

Ein entsprechender Antrag bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft würde mit Sicherheit abgelehnt werden. Und wer liegt dann falsch? Die Gutachter – die aus bayesianistischer Sicht nicht durchschaut haben, wie man Hypothesen prüft? Oder der Bayesianist – der von der Gutachterwarte aus reichlich merkwürdige Ansichten zu diesem Thema hat?

Diese „Lösung“ des Paradoxes ist also nicht nur keine Lösung, weil sie die Konklusion nicht annehmbar macht, sie muss letztlich auch als ein Argument *gegen* den Bayesianismus betrachtet werden. Wenn bayesianistische Prinzipien nach sich ziehen, dass der Fund vieler nicht-schwarzer Nicht-Raben die Hypothese, alle Raben seien schwarz, substantiell stärkt, dann stimmt etwas mit dem Bayesianismus nicht. Was von Bayesianisten als ein Vorteil ihres Ansatzes betrachtet wird – die angebliche Auflösung des Raben-Paradoxes –, verkehrt sich so zu einem ernsten Problem für ihre Herangehensweise.

5. DER ZWEITE BAYESIANISTISCHE LÖSUNGSVORSCHLAG

Jaynes (1996, 521) schlägt dann auch einen anderen Weg ein, indem er eine Idee von I. J. Good (1967) wahrscheinlichkeitstheoretisch ausarbeitet. Er will zeigen, dass die erste Prämisse der Hempel-Paradoxie nicht korrekt ist, weil ein schwarzer Rabe die Annahme, dass alle Raben schwarz sind, nicht unbedingt stützen muss, sondern sie unter bestimmten Bedingungen auch ins Wanken bringen kann.[7]

Es ist kein Wunder, dass Jaynes sich gerade auf Prämisse (1) stürzt. Gegen die anderen Prämissen lässt sich auf bayesianistische Weise nämlich gar nichts ausrichten. Prämisse (2) sagt, dass logisch äquivalente Hypothesen durch dieselben Daten gestützt werden. Dagegen kann der Bayesianist aber schon deswegen nicht argumentieren, weil es sich um eine direkte Konsequenz seines Ansatz handelt. Wahrscheinlichkeitstheoretisch sind logisch äquivalente Aussage gleich zu behandeln: Ist A äquivalent zu B, dann ist P(A) identisch mit P(B), $P(A \mid C)$ mit $P(B \mid C)$, usw. Das aber heißt, dass sowohl die Vorher- wie auch die Nachher-Wahrscheinlichkeiten von zwei Hypothesen zu identifizieren sind, wenn diese Hypothesen äquivalent sind. Wenn also $P(H_1|D)$ größer als $P(H_1)$ ist, dann ist auch $P(H_2|D)$ größer als $P(H_2)$. Da das für den Bayesianisten nach sich zieht, dass die Daten die Hypothesen stützen, werden im Rahmen seines Ansatzes äquivalente Hypothesen durch dieselben Daten bekräftigt.[8]

Prämisse (3) läuft darauf hinaus, dass Allaussagen prädikatenlogisch zu verstehen sind. Das kann ein Bayesianist zwar anzweifeln, aber es ist nicht zu erkennen, wie dieser Zweifel mit *bayesianistischen* Mitteln begründet werden sollte. So wurde z.B. eingewandt, dass „$(\forall x)(Fx \rightarrow Gx)$“ schon dann wahr ist, wenn es keine F gibt, während „Alle F sind G“ unter diesen Umständen auch falsch sein kann (vgl. Stove 1966). Was aber auch immer von dieser Argumentation zu halten ist, mit Bayesianismus hat sie jedenfalls nichts zu tun. Sie bietet vielleicht ein Lösung des Raben-Paradoxes, aber diese Lösung wäre nicht bayesianistisch und könnte deswegen auch nicht als Pluspunkt für den Bayesianismus verbucht werden.[9] Will der Bayesianist gegen das Paradox angehen, indem er *mit seinem Apparat* einen der Ausgangspunkte als falsch erweist, so bleibt ihm nur Prämisse (1).

Zu beachten ist außerdem, dass auch für (1) gilt: Nicht jedes Argument gegen diese Prämisse ist ein bayesianistisches. So führen Howson und Urbach (1993, 129) ein Gegenbeispiel an, das von Roger Rosenkrantz' *Inference, Method and Decision* (1977, 35) inspiriert ist. Drei Männer – A, B und C – kommen auf eine Party und legen ihre Hüte in der Garderobe ab. Nach einer langen Feier nehmen sie sich den Hut, den sie für den ihrigen halten, und machen sich auf den Heimweg. Unsere Hypothese ist, dass jeder von ihnen einen Hut aufhat, der nicht ihm gehört. Nach (1) müsste sie sowohl dadurch bestätigt werden, dass A den Hut von B aufhat, wie auch dadurch, dass B den Hut von A aufhat. Wenn aber A den Hut von B hat, dann spricht die Tatsache, dass B den Hut von A hat, *dagegen*, dass sie alle einen falschen Hut genommen haben, weil es nach sich zieht, dass C den richtigen Hut erwischt hat.

Dieses Beispiel mag ein stichhaltiges Argument gegen Prämisse (1) bieten. Aber es hat genauso wie der obige Einwand gegen (3) nichts mit Bayesianismus zu tun, weil es nicht von wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen abhängig ist. Der Bayesianist kann sich also nicht auf es stützen, wenn er zeigen will, dass sein Ansatz eine Lösung der Hempel-Paradoxie ermöglicht.

Im Übrigen haben die Instanzen der Hypothese in diesem Beispiel eine Eigenart, die wir nicht bei den Instanzen der Raben-Hypothese finden. Aus „A hat den Hut von B“ und „B hat den Hut von A“ folgt (zusammen mit dem Hintergrund), dass C und sein Hut eine Gegeninstanz bilden. Jede noch so große Menge an Instanzen von „Alle Raben sind schwarz“ ist dagegen verträglich damit, dass alle weiteren Raben ebenfalls schwarz sind. Die Prämisse (1) kann auf solche Fälle eingeschränkt werden, so dass sie sich nicht mehr mit dem Hut-Beispiel ausschalten lässt. Dann impliziert sie aber immer noch im Verbund mit (2) und (3) die unerwünschte Konklusion (K).

Kommen wir nun zu Jaynes’ Lösungsvorschlag, der im Gegensatz zu dem eben genannten ganz eindeutig bayesianistisch ist. Jaynes geht von folgender Situation aus: Zu unseren Hintergrundinformationen gehört, dass es eine Million Vögel gibt. Wir wissen außerdem, dass genau eine der folgenden Annahmen wahr ist: 100 der Vögel sind Raben, und sie sind allesamt schwarz; oder aber es gibt insgesamt 100.000 Raben, von denen 10.000 schwarz sind, während die restlichen eine andere Farbe haben. H_1 sei die Hypothese, dass alle Raben schwarz sind, und H_2 die Hypothese, dass – gemäß des zweiten Disjunkts – nur ein Zehntel der Raben diese Farbe haben. Wir picken uns nun einen Vogel heraus und sehen, dass es sich um einen schwarzen Raben handelt. Spricht dieses Datum für oder gegen H_1?

Bayesianistisch betrachtet wird hier nach der Nachher-Wahrscheinlichkeit von H_1 gefragt. Dabei lässt sich ausnutzen, dass die beiden Hypothesen sich nicht nur gegenseitig ausschließen, sondern auch, wie ein Blick auf den Hintergrund zeigt, die Möglichkeiten ausschöpfen. In so einem Fall kann folgende Variante von Bayes’ Theorem genutzt werden:

$$P(H_1 \mid R\&S) = \frac{P(H_1) \cdot P(R\&S \mid H_1)}{P(H_1) \cdot P(R\&S \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(R\&S \mid H_2)}$$

Die Hypothesen wollen wir als anfänglich gleich plausibel bewerten, weil nichts mehr für die eine als für die andere spricht: $P(H_1) = P(H_2) = 0{,}5$. Die dann noch benötigten Likelihoods ermittelt Jaynes auf der Basis der relativen Häufigkeiten, die sich aus dem Hintergrund ergeben. Er setzt hier eine Variante von David Lewis’ „Principal Principle“ ein: Wenn die relative Häufigkeit eines Ereignisses bekannt ist, dann ist seine Wahrscheinlichkeit mit ihr zu identifizieren.[10] Auf diese Weise lässt Jaynes ein Stück des frequentistischen Ansatzes einfließen (was einer der Gründe dafür ist, dass er als *objektiver* Bayesianist bezeichnet wird).

Nehmen wir an, H_1 sei wahr: Alle Raben sind schwarz. In diesem Fall wäre die erste der Möglichkeiten realisiert, die im Hintergrund genannt werden. Unter den eine Million Vögeln gibt es dann 100 Raben, von denen alle schwarz sind. Anders gesagt: Der Anteil der schwarzen Raben an den Vögeln – die relative Häufigkeit eines schwarzen Raben innerhalb der Klasse der Vögel – wäre 100/1.000.000. $P(R \;\&\; S \mid H_1)$ ist entsprechend 0,0001. Wenn dagegen H_2 richtig ist, dann gibt es 10.000 schwarze Raben. $P(R \;\&\; S \mid H_2)$ ist somit (10.000/1.000.000 =) 0,01.

Setzen wir diese Zahlen in die obige Formel ein, bekommen wir für $P(H_1 \mid R \;\&\; S)$ in etwa 0,01 heraus. Durch die Beobachtung des schwarzen Rabens ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle Raben schwarz sind, also von 0,5 auf 0,01 herabgesunken. Nach dem Relevanzkriterium bedeutet das, dass der schwarze Rabe gegen diese Annahme spricht. Allgemeiner: Die Beobachtung eines F, das G ist, bestätigt nicht unbedingt die Vermutung, dass alle F G sind. Es kommt ganz darauf an, welche Alternativen zu dieser Annahme und welche Hintergrundinformationen im Spiel sind. Wir müssen die Konklusion des Raben-Paradoxes nicht schlucken, weil es auf der falschen Prämisse (1) aufbaut.

6. IST DER ZWEITE VORSCHLAG AKZEPTABEL?

Ein essentieller Schritt in Jaynes' Argumentation besteht in der Bestimmung der Likelihoods $P(R \;\&\; S|H_1)$ und $P(R \;\&\; S|H_2)$ über die relativen Häufigkeiten, die der Hintergrund bereitstellt. Es ist kein Zufall, dass man von *relativen* Häufigkeiten spricht. Fragen des Typs „Wie groß ist der Anteil an schwarzen Raben?" lassen sich nicht beantworten, wenn nicht deutlich wird, in welcher Klasse man sich bewegt. Geht es um den Anteil an schwarzen Raben innerhalb der Tiere, der Vögel, der Raben, . . . ? Kurz: Es muss eine *Referenzklasse* angegeben werden. Je nachdem, welche Referenzklasse man wählt, können sich aber ganz unterschiedliche Antworten ergeben. Während z.B. der Anteil der schwarzen Raben an den *Raben* relativ hoch sein mag, ist die relative Häufigkeit von schwarzen Raben innerhalb der *Vögel* viel niedriger.

Jaynes nimmt als Referenzklasse die Menge der Vögel und erhält so Likelihoods, aus denen sich ergibt, dass ein schwarzer Rabe gegen die Vermutung spricht, alle Raben seien schwarz. Anders ausgedrückt: In Jaynes' Szenario ist es so, dass man diese Hypothese testet, indem man sich einen beliebigen Vogel vornimmt und untersucht, ob es sich um einen schwarzen Raben handelt. Außerdem geht diese Hypothese mit der Annahme einher, dass es unter den eine Million Vögeln nur 100 Raben gibt, während ihr Konkurrent mit der Vermutung verknüpft ist, dass es 100.000 Raben gibt. Beides zusammen führt dann dazu, dass es zu einer Entkräftung kommt. Denn wenn die Annahme, dass alle Raben schwarz sind, zutreffend wäre, dann wäre der Anteil der Raben an den Vögeln äußerst klein. Es wäre somit ziemlich erstaunlich, dass man, wenn man sich einen Vogel herauspickt, ausgerechnet auf einen Raben stößt.

Dieses Szenario ist etwas eigentümlich, weil keinerlei Grund dafür angegeben wird, dass bei der Überprüfung unserer Hypothese andere Vögel als Raben heranzuziehen sind. Die Frage ist doch, ob alle *Raben* schwarz sind. Wenn man keine weiteren Informationen besitzt, liegt es deshalb erst einmal nahe, als Untersuchungsbereich nicht die Vögel insgesamt, sondern nur die Raben zu nehmen. Jaynes' Erweiterung ergibt nur dann einen Sinn, wenn es Anhaltspunkte dafür gibt, dass einem die Merkmale anderer Vögel etwas über die Farbe von Raben verraten. Würde zu unserem Hintergrundwissen etwa dazugehören, dass Krähen aufgrund eines ähnlichen genetischen Aufbaus mit ziemlicher Sicherheit dieselbe Farbe wie Raben aufweisen, dann hätten wir einen guten Grund, auch sie in die Untersuchung einzubeziehen. Aber bei Jaynes ist nirgendwo die Rede davon, dass der Hintergrund eine Annahme dieser Art enthält.

Die zweite Komponente seines Beispiels ist nicht weniger speziell. Jaynes konzipiert es so, dass die beiden Hypothesen aufs Engste mit unterschiedlichen Annahmen über die Anzahl der Raben verflochten sind: Ist die eine wahr, gibt es nur 100 Raben; ist die andere wahr, ganze 100.000. Für so eine Differenzierung haben wir aber zumeist gar keine Veranlassung, wenn wir mit der Frage konfrontiert sind, ob alle F G sind oder nur ein gewisser Prozentsatz. Wir gehen vielmehr davon aus, dass die Anzahl der F dieselbe ist, ob nun die eine oder die andere Hypothese zutrifft.

Beide Einwände bringen Jaynes nicht allzu sehr in Bedrängnis. Schließlich weist sein Beispiel, auch wenn es eigentümlich ist, immerhin keine Inkonsistenzen auf. Da die Prämisse (1) der Paradoxie Allgemeingültigkeit für sich beansprucht, sollte sie auch auf den Fall zutreffen, den Jaynes beschreibt. Und da ein schwarzer Rabe in diesem Fall der Annahme zuwiderläuft, dass alle Raben schwarz sind, ist genau das gezeigt, was gezeigt werden sollte: (1) ist falsch.

Ist damit aber wirklich viel gewonnen? Fällt (1), dann wird zwar auch das ursprüngliche Argument für die Konklusion (K) obsolet: Die Tatsache, dass aus (1), (2) und (3) (K) folgt, ist unproblematisch, da (1) verworfen werden kann. Eine kleine Überlegung macht aber deutlich, dass das Paradox aus der Asche, die Jaynes hinterlassen hat, in nur wenig abgemilderter Form wieder aufsteigt. Weniger bildlich gesprochen: Der Bayesianist ist auf eine eingeschränkte Variante von (1) festgelegt, aus der im Verbund mit den weiteren Prämissen des Paradoxes eine zwar schwächere, aber immer noch inakzeptable Spielart von (K) folgt.

Gehen wir einmal von einem etwas realistischeren Szenario aus: Wir haben zu der Hypothese H, dass alle Raben schwarz sind, keinen spezifischen Konkurrenten, also keine Alternative der Art „10% der Raben sind schwarz". Wir wissen nur, dass entweder alle oder eben nicht alle Raben schwarz sind. Diese Alternativen sind außerdem nicht mit verschiedenen Annahmen über die Zahl der Raben verbunden. Wir kennen diese Zahl nicht und haben keinerlei Grund zu der Vermutung, dass es für sie einen Unterschied macht, ob H oder ¬Hwahr ist: $P(R|H) = P(R|\neg H)$. P(H) sei wie bei Jaynes 0,5, so dass $P(\neg H) = P(H)$. Da H besagt, dass alle Raben schwarz sind, ist P(S|H & R) 1. Die Nachher-Wahrscheinlichkeit von H errechnet sich dann wie folgt:

$$
\begin{aligned}
P(H|R\&S) &= \frac{P(H) \cdot P(R\&S|H)}{P(H) \cdot P(R\&S|H) + P(\neg H) \cdot P(R\&S|\neg H)} \\
&= \frac{P(H) \cdot P(R|H) \cdot P(S|H\&R)}{P(H) \cdot P(R|H) \cdot P(S|H\&R) + P(\neg H) \cdot P(R|\neg H) \cdot P(S|\neg H\&R)} \\
&= \frac{P(H) \cdot P(R|H) \cdot P(S|H\&R)}{P(H) \cdot P(R|H) \cdot [P(S|H\&R) + P(S|\neg H\&R)]} \\
&= \frac{1}{1 + P(S|\neg H\&R)}
\end{aligned}
$$

¬H behauptet, dass einige Raben nicht schwarz sind. Der Anteil der schwarzen Dinge an den Raben ist laut dieser Hypothese demnach kleiner als 100%, woraus sich ergibt: $P(S|\neg H \,\&\, R) < 1$. Das aber impliziert, dass die Nachher-Wahrscheinlichkeit von H größer als 0,5 ist – und damit größer als die Vorher-Wahrscheinlichkeit. Denn der obige Bruch würde nur dann 0,5 ergeben, wenn P(S|¬H & R) nicht kleiner, sondern gleich 1 wäre.

Der Bayesianist wird also eine Stützung der Raben-Hypothese konstatieren. Allgemeiner gilt, dass ein F, das G ist, im bayesianistischen Rahmen für die Hypothese „Alle F sind G“ spricht, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind: (a) Wir sind der Hypothese gegenüber zu Beginn indifferent; d.h. $P(H) = 0{,}5$. (b) Wir haben keinen bestimmten Konkurrenten, sondern nur ¬H. (c) Es gibt keinen Anlass für die Vermutung, dass die Anzahl der F eine andere wäre, wenn H zuträfe; d.h. $P(F|H) = P(F|\neg H)$. Fassen wir dieses Szenario einmal unter dem Stichwort „Standardsituation“ zusammen. Dann zeigt die vorherige Überlegung, dass der Bayesianist nicht um die folgende Variante der Prämisse (1) herumkommt:

(1′) In einer Standardsituation wird eine Hypothese der Form „Alle F sind G“ durch jede Beobachtung eines F, das G ist, gestützt.

Mit (2) und (3) folgt daraus aber:

(K′) In einer Standardsituation stützt die Beobachtung eines weißen Schuhs die Hypothese, dass alle Raben schwarz sind.

Diese Konklusion ist zwar ein wenig schwächer als die Konklusion (K) des ursprünglichen Paradoxes, aber sie ist deswegen noch lange nicht akzeptabel. Wer sich an (K) stößt, der wird sich nicht dadurch besänftigen lassen, dass eine Einschränkung auf eine Standardsituation vorgenommen wird. Goodmans Heim-Ornithologie mag ihre Berechtigung haben, wenn wir wüssten, dass es eine Korrelation zwischen der Farbe von Raben und der Farbe bestimmter Objekte in unserer Wohnung gibt. Aber sie wird nicht dadurch annehmbar, dass sie auf Situationen beschränkt wird, in denen die Bedingungen (a)–(c) gelten. Es bleibt auch dann dabei, dass die Farbe von Schuhen einem ohne einen entsprechend erweiterten Hintergrund keine Informationen über die Farbe von Raben vermittelt.

Der zweite Lösungsversuch führt also nicht weit genug. Der Bayesianist kann zwar (mit einem eigentümlichen Beispiel) zeigen, dass das Argument für (K) auf einer falschen Prämisse aufbaut. Wenn er aber keine stichhaltigen Einwände gegen die verbleibenden Prämissen aufbietet, ist er auf die immer noch unschöne Konsequenz (K′) festgelegt. Gegen die zweite Prämisse kann der Bayesianist aber nicht angehen, weil sie aus seinem Ansatz folgt; und gegen die dritte mag es Rezepte geben, aber eben keine bayesianistischen. Was Jaynes als bayesianistische Lösung des Raben-Paradoxes präsentiert, führt so in ein Nachfolgeproblem, für das im Rahmen des Bayesianismus keine Lösung in Sicht ist.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Bayesianisten haben zwei Lösungen für Hempels Paradox vorgeschlagen. Zum einen haben sie versucht, die Konklusion der Paradoxie annehmbar erscheinen zu lassen: Die bayesianistische Betrachtung zeige, dass ein weißer Schuh die Vermutung, alle Raben seien schwarz, nur geringfügig stützt. Zum anderen haben sie ihren Apparat gegen die erste Prämisse des Paradoxes eingesetzt: Ein schwarzer Rabe könne die Hypothese, dass alle Raben schwarz sind, auch in Frage ziehen.

Der erste Vorschlag verfängt nicht, weil er die Konklusion des Paradoxes nur abmildert, ohne sie wirklich akzeptabel zu machen. Außerdem führt er zu der abwegigen Behauptung, dass bei einer großen Anzahl von nicht-schwarzen Nicht-Raben die Bestätigung der Raben-Hypothese alles andere als geringfügig ist. Aus dem zweiten lässt sich vielleicht ein Argument gegen Prämisse (1) konstruieren; aber es bleibt eine Variante von ihr, (1′), die ebenfalls inakzeptable Konsequenzen hat. Daraus schließe ich:

> Der Bayesianismus hat keine befriedigende Antwort auf Hempels Herausforderung gegeben.

Nun muss man vielleicht nicht von jedem wissenschaftstheoretischen Ansatz verlangen, dass er eine Lösung des Raben-Paradoxes bereitstellt. Wenn er ansonsten befriedigende Ergebnisse liefert, mag dies nur ein Sahnehäubchen sein. Die Frage, ob ein Ansatz ein *von ihm unabhängiges* Problem *beseitigt*, muss aber von der Frage unterschieden werden, ob er nicht *selbst* in dieses Problem *hineinführt*. Und da präsentiert sich der

Bayesianismus in einem unvorteilhaften Licht, wie ein Blick auf den ersten Lösungsvorschlag zeigt.

Er bestand ja gerade in einem Argument *für* die Konklusion (K). Unser Hintergrund sagt uns, dass es unter den nicht-schwarzen Dingen sehr viel mehr Nicht-Raben als Raben gibt. Außerdem ist die Aussage, dass irgendein Objekt nicht schwarz ist, unabhängig von der Hypothese, dass alle Raben schwarz sind. Wendet man nun auf dieser Basis Bayes' Theorem, das Relevanzprinzip und die dritte Prämisse des Paradoxes an, so folgt, dass ein weißer Schuh (minimal) für diese Hypothese spricht. Und zwar auch dann, wenn man nicht davon ausgehen kann, dass es eine Korrelation zwischen der Farbe von Schuhen und der Farbe von Raben gibt. Nimmt man hinzu, dass die Daten des fraglichen Typs unabhängig voneinander sind, ist man darüber hinaus darauf festgelegt, dass viele nicht-schwarze Nicht-Raben die Hypothese alles andere als geringfügig stützen. Daraus schließe ich:

> Der Bayesianismus bewegt sich am Rande seiner eigenen Widerlegung, weil er – wenn man nichts gegen die dritte Prämisse in der Hand hat – genau das Problem nach sich zieht, das die Raben-Paradoxie aufwirft.

Eine sehr viel aussichtsreichere Antwort auf das Paradox scheint mir ein Ansatz zu bieten, der größeres Gewicht auf *Erklärungen* legt. Die Ausgangsidee ist: Ob die Daten für eine Hypothese sprechen, hängt auch davon ab, inwieweit die Hypothese sie erklären kann. Es wäre dann zum einen zu untersuchen, ob es nicht bei äquivalenten Aussagen eine Erklärungsasymmetrie geben kann, so dass – gegen Prämisse (2) – äquivalente Hypothesen nicht durch dieselben Daten gestützt werden, weil sie nicht dieselben Daten erklären. Zum anderen wird dadurch Prämisse (1) in Frage gestellt. Ein weißer Schuh ist eine Instanz der Hypothese, dass alle nicht-schwarzen Dinge Nicht-Raben sind. Er müsste laut (1) also – und genau so wurde in der Herleitung von (K) ja auch argumentiert – für sie sprechen. Die Hypothese erklärt aber nicht, warum ein weißes Ding ein *Schuh* ist. Sie erklärt bestenfalls, warum es sich nicht um einen Raben handelt.[11]

ANMERKUNGEN

1 Mehr zu den verschiedenen Maßen und ihren Vor- und Nachteilen findet sich in Fitelson 1999, 2001, und Eells & Fitelson 2002.

2 Vgl. Swinburne 1971, 318. Wie in allen Darstellungen des Raben-Paradoxes, so nehme auch ich mir hier die Freiheit heraus, unhinterfragt mit solchen Prädikaten wie „Nicht-Raben" zu arbeiten.

3 Etwas andere Varianten kommen von Horwich (1998, 608–611) und Earman (1992, 72). Ähnliche Lösungen wurden außerdem von Alexander (1958), Hosiasson-Lindenbaum

(1940), Pears (1950) und Mackie (1963) vorgeschlagen. Vgl. auch Ayer 1972, 71f.; Swinburne 1971, 323f.

[4] Vorausgesetzt wird dabei außerdem, dass B keinen Widerspruch enthält. Sollte B widersprüchlich sein, dann ist P(A|B) in der Standard-Wahrscheinlichkeitstheorie nicht definiert.

[5] Das wirft die Frage auf, wie denn die nicht-schwarzen Objekte zu *zählen* sind. Gehören neben der Jacke des Schornsteinfegers auch ihr rechter Ärmel, der obere Teil des Ärmels, das obere Viertel, ... dazu? Aber selbst wenn man hier sehr restriktiv vorgeht, bleibt immer noch eine ausgesprochen große Anzahl an nicht-schwarzen Dingen.

[6] So ist es dann auch bezeichnend, dass Howson und Urbach (1993, 127) an einer Stelle nur schreiben: „Once it is recognised that confirmation is a matter of degree, the conclusion [of the ravens paradox] is no longer *so* counter-intuitive" (meine Herv.).

[7] Vgl. auch Earman 1992, 70; Howson & Urbach 1993, 128f. Jaynes setzt in seinen Überlegungen ein bestimmtes Maß für die Stützungskraft ein. Der entscheidende Punkt lässt sich aber allein anhand des Relevanzkriteriums deutlich machen. Wichtig ist ja nur, ob Instanzen einer allgemeinen Hypothese gegen sie sprechen können – und nicht, wie stark sie gegen sie sprechen.

[8] Scheffler (1963, 286–295) versucht zu zeigen, dass (2) falsch ist – und argumentiert damit implizit gegen den Bayesianismus.

[9] Nebenbei sei bemerkt, dass der erste bayesianistische Lösungsversuch in Schwierigkeiten gerät, wenn Prämisse (3) des Paradoxes fallen gelassen wird. Ein entscheidender Schritt bestand schließlich darin, dass $P(\neg R|\neg S \& H)$ 1 ist, weil $\neg R$ aus $\neg S \& H$ folgt; und dies wurde mit Hilfe von (3) begründet.

[10] Mehr zu diesem Prinzip in Lewis 1981. Jaynes' Ausführungen an dieser Stelle sind recht knapp, aber es ist nicht schwer zu sehen, dass er, ohne dies explizit anzugeben, wie oben dargestellt vorgegangen ist.

[11] Dieser Artikel ist im Rahmen des DFG-Projekts *Erklärungskohärenz* an der Universität Leipzig entstanden. Ich danke Thomas Bartelborth, Gerd Graßhoff, Raul Kompaß, Daniel Schoch, Uwe Wiedemann und den Zuhörern meines Vortrags im Berner Forschungskolloquium *Projekte zur Wissenschaftstheorie und Wissenschaftsgeschichte* (Dezember 2002) für viele wertvolle Hinweise und Kritik.

REFERENCES

Alexander, H. G.: 1958, ‚The Paradoxes of Confirmation', *The British Journal for the Philosophy of Science* **9**, 227–233.

Ayer, A.: 1972, *Probability and Evidence*, Macmillan, London & Basingstoke.

Earman, J.: 1992, *Bayes or Bust: A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory*, MIT Press, Cambridge/M.

Eells, E. & Fitelson, B.: 2002, ‚Symmetries and Asymmetries in Evidential Support', *Philosophical Studies* **107**, 129–142.

Fitelson, B.: 1999, ‚The Plurality of Bayesian Measures of Confirmation and the Problem of Measure Sensitivity', *Philosophy of Science* **66** (Supplement 3), 362–378.

Fitelson, B.: 2001, *Studies in Bayesian Confirmation Theory*, Dissertation, University of Wisconsin at Madison, online erhältlich auf http://fitelson.org/thesis.pdf.

Good, I. J.: 1967, ‚The White Shoe is a Red Herring', *The British Journal for the Philosophy of Science* **17**, 322.

Goodman, N.: 1983, *Fact, Fiction, and Forecast*, 4. Aufl., Harvard University Press, Cambridge/M.

Hempel, C. G.: 1965, ‚Studies in the Logic of Confirmation‘, in *Aspects of Scientific Explanation and other Essays in the Philosophy of Science*, The Free Press, New York, 3–46; urspr. veröff. in *Mind* **54** (1945), 1–26, 97–121.

Horwich, P.: 1998, ‚Wittgensteinian Bayesianism‘, in M. Curd & J. A. Cover (Hrsg.), *Philosophy of Science: The Central Issues*, Norton, New York & London, 607–624.

Hosiasson-Lindenbaum, J.: 1940, ‚On Confirmation‘, *Journal of Symbolic Logic* **5**, 133–148.

Howson, C. & Urbach, P.: 1993, *Scientific Reasoning: The Bayesian Approach*, 2. Aufl., Open Court, Chicago & Lasalle/Ill.

Jaynes, E. T.: 1996, *Probability Theory: The Logic of Science*, Manuskript, online erhältlich auf http://omega.albany.edu:8008/JaynesBook.html. (Das Buch erscheint 2003 bei Cambridge University Press. Die Seitenzahlen werden dann andere sein.)

Lewis, D.: 1981, ‚A Subjectivist‘s Guide to Objective Chance‘, in R. C. Jeffrey (Hrsg.), *Studies in Inductive Logic and Probability*, University of California Press, Berkeley & Los Angeles, 263–293.

Mackie, J. L.: 1963, ‚The Paradoxes of Confirmation‘, *The British Journal for the Philosophy of Science* **13**, 265–277.

Pears, D.: 1950, ‚Hypotheticals‘, *Analysis* **10**, 49–63.

Rosenkrantz, R.: 1977, *Inference, Method, and Decision. Towards a Bayesian Philosophy of Science*, Reidel, Dordrecht.

Salmon, W. C.: 1998, ‚Rationality and Objectivity in Science or Tom Kuhn meets Tom Bayes‘, in M. Curd & J. A. Cover (Hrsg.), *Philosophy of Science: The Central Issues*, Norton, New York & London, 551–583.

Scheffler, I.: 1963, *The Anatomy of Inquiry*, Knopf, New York.

Sober, E.: 1994, ‚No Model, no Inference: A Bayesian Primer on the Grue Problem‘, in D. Stalker (Hrsg.), *Grue! The New Riddle of Induction*, Open Court, Chicago, 225–240.

Stove, D.: 1966, ‚Hempel’s Paradox‘, *Dialogue* **4**, 444–455.

Swinburne, R.: 1971, ‚The Paradoxes of Confirmation – A Survey‘, *American Philosophical Quarterly* **8**, 318–330.

Institut für Logik und Wissenschaftstheorie
der Universität Leipzig
Beethovenstr. 15
D-04107 Leipzig
(siebel@uni-leipzig.de)