Barry Smith : Kognitionsforskningens topologiske grundlag

S E M I K O L O N ;

Skovvangsvej 203
Dk-8200 Aarhus N
www.semikolon.au.dk
Tlf. 86105149
e-mail. bok_chan@imv.au.dk

Fakta:

Type: Artikel
Titel: Kognitionsforskningens topologiske grundlag
Forfatter: Barry Smith
E-mail: phismith@buffalo.edu
Publiceret: Semikolon årg. 3 nr. 7, 2003, p. 91-105

Formål:

Titel: Semikolon - tidsskrift for studierne af Idéhistorie, Semiotik og Filosofi.
Tidsskriftet Semikolon blev i 2000 grundlagt af studerende ved de tre institutter - alle ved Århus Universitet. Formålet er, indenfor emnerne idéhistorie, semiotik og filosofi, at udbrede kendskabet til og skabe kritiske tværvidenskabelig dialog mellem juniorforskere i hele Danmark, dvs. primært studerende ved de Højere Læreranstalter i Danmark. Det i form at artikler, oversættelser, interviews, boganmeldelser og ikke mindst specialesynopser.

Kontakt

Semikolon modtager gerne alle former for relevante videnskabelige artikler, boganmeldelser, interviews, oversættelse og særligt er vi interesseret i din specialesynops.

Barry Smith

Kognitionsforskningens topologiske grundlag

[Artiklen er oversat efter en af forfatteren revideret udgave af "Topological Foundations of Cognitive Science", publiceret i C. Eschenbach, C. Habel & B. Smith (red.): Topological Foundations of Cognitive Science (Hamburg: Graduiertenkolleg Kognitionswissenschaft, 1994).

Jeg vil begynde med at introducere topo-logiens centrale begreber på en uformel og intuitiv facon. Vi kan her vælge mellem to velkendte alternativer. De viser sig at være ækvivalente fra et matematisk synspunkt, men at pege mod forskellige anvendelsesformer og applikationsmuligheder set fra kognitionsforskningens perspektiv.

1. Begrebet transformation

En første introduktion til topologiens grundbegreber starter med begrebet *transformation*. Vi noterer os det velkendte forhold, at det er muligt at transformere et rumligt legeme (såsom et stykke gummi) på en række forskellige måder uden at skære det itu eller rive i det. Vi kan vende vrangen ud på det, strække det eller presse det sammen, bevæge det og bøje det, vride det eller på anden måde forandre det. Under sådanne transformationer er der visse bestemte egenskaber ved legemet, som generelt forbliver invariante – form, størrelse, bevægelse, orientering f.eks. – og som de pågældende transformationer er neutrale overfor. Vi kan også definere denne type transformationer som transformationer, der ikke indvirker på muligheden af at forbinde to punkter på en overflade eller i legemets indre ved hjælp af en kontinuerlig linje. Lad os foreløbig bruge termen "topologisk-rumlige egenskaber" om de spatielle egenskaber, der forbliver invariante i forbindelse med sådanne transformationer (groft sagt: transformationer, som ikke afficerer integriteten af det legeme – eller hvilken anden form for rumstruktur – vi nu har med at gøre). Topologisk-rumlige egenskaber er generelt ikke invariante overfor mere radikale transformationer, såsom sønderrivning eller overskæring, eller overfor transformationer som invol-verer sammenføjningen af forskellige dele eller boringen af et hul i et legeme, eller udstykningen af et legeme i adskilte, konstituerende dele.

Det er et topologisk-rumligt forhold at være et forbundet legeme, ligesom visse egenskaber knyttet til besiddelsen af huller (eller mere specifikt: egenskaber knyttet til besiddelsen af tunneller og indre hulheder) også er det. At være en *ansamling* af legemer, og det at være en *ikke-løsrevet* del af et legeme, er ligeledes en topologisk-rumlig egenskab. Det er en topologisk-rumlig egenskab ved et spil kort, at det består af dette eller hint antal *særskilte* kort, og det er en topologisk-rumlig egenskab ved min arm, at den er *forbundet* med min krop.

Begrebet om topologiske egenskaber kan naturligvis generaliseres, så det gælder andre forhold end rent rumlige tilfælde. Klassen af fænomener, som er struktureret af topologisk-rumlige egenskaber, er indlysende nok større end den klasse af fænomener, som den euklidiske geometri (med dens særlige euklidiske metrik) gælder for. Således har mentale billeder af rumligt udstrakte legemer også topologisk-rumlige egenskaber. Vi støder også på topologiske egenskaber i det tidslige område: vi taler da om de egenskaber ved temporale strukturer, som er invariante under transformationen af (eksempelvis) en proces' udbredelse (at sænke eller sætte farten op) og transport af tidslig art. Tidsintervaller, melodier, simple og komplekse begivenheder, handlinger og processer kan alle siges at besidde topologiske egenskaber i denne temporale forstand. En hoppende bolds bevægelser kan topologisk set siges at være isomorf med en anden, hurtigere eller langsommere, bevægelse, f.eks. en ørreds bevægelser i en sø eller et barn, der hopper på en kængurustylte.

2. Begrebet grænse

En anden introduktion til topologiens grundlæggende begreber udspringer af den intuitive idé om en *grænse*. Tænk på en solid og ensartet metalkugle. Vi kan mentalt skelne mellem to dele af denne kugle, der ikke overlapper hinanden (som med andre ord ikke har nogen del til fælles): på den ene side er der dens *grænse*, dens *ydre overflade*; på den anden side er der dens *indre*, forskellen mellem kuglen og dens ydre overflade (dvs. det resultat, vi ville opnå, hvis – *per impossibile* – sidstnævnte kunne trækkes fra førstnævnte). Tilsvarende kan vi temporalt set forestille os et interval som sammensat af dets initiale og finale punkter samt det *indre*, der ville blive resultatet, hvis disse punkter fjernedes fra intervallet som helhed.

Lad os nu definere *komplementet* til en størrelse *x* som den størrelse, der vil blive tilbage som resultat, hvis vi forestiller os *x* trukket fra universet som helhed. Grænsen for en størrelse *x* er ifølge den klassiske matematiske topologi også grænsen for *x*'s komplement. Vi kan imidlertid forestille os en topologisk variant, som anerkender *asymmetriske* grænser af den type, vi f.eks. kan støde på i figur-baggrund strukturer, sådan som de optræder i den visuelle perception. Som Edgar Rubin (1921)[1] var den første til at påpege, opleves en figurs grænse som en del af figuren selv og ikke samtidig som grænse til den baggrund, der opleves bag figuren. Noget lignende gælder også tidslige størrelser: et kapløbs begyndelse og slutning udgør eksempelvis ikke de respektive grænser for en given komplementær størrelse (enhver tid før kapløbet eller al den tid, der følger efter et løb), på samme måde som de udgør grænserne for kapløbet selv.

Begreberne 'grænse' og 'komplement' kan på en naturlig måde overføres til et begrebsligt plan. Tænk f.eks. på en række udgaver af samme begreb arrangeret i en quasi-rumlig facon, således som det bl.a. er tilfældet i forbindelse med den velkendte beskrivelse af farve- og tone-rum. Lad os forestille os, at hvert af disse begreber er forbundet med en udstrakt region, hvori de forskellige udgaver af hvert begreb er indeholdt, og lad os endvidere forestille os, at det forholder sig sådan, at prototyperne – de mest typiske udgaver – er lokaliseret i den pågældende regions midtpunkt, og at de mindre typiske udgaver er lokaliseret på afstand af dette centrum, alt efter hvor ikke-typiske de er. Perifære tilfælde – 'grænsetilfælde' – kan nu defineres som de tilfælde, der er så atypiske, at selv den mindste yderligere afvigelse fra normen ville indebære, at de ikke længere er udgaver af det pågældende begreb. Begrebet *lighed* kan på denne måde forstås som et topologisk begreb (Mostowski 1983). I farvernes verden kan udsagnet *a* ligner *b* f.eks. siges at betyde, at farverne *a* og *b* ligger så tæt på hinanden i farverummet, at de ikke kan skelnes fra hinanden med det blotte øje. En ligheds-relation er normalt symmetrisk og refleksiv, men den er ikke transitiv og derfor ikke udtryk for en simpel overensstemmelse. Dette indebærer, at ligheds-relationen ikke inddeler et rum af tilfælde i velordnede, adskilte og udtømmende ækvivalens-klasser, men snarere i overlappende *lighedscirkler*. Denne mangel på diskrethed og udtømmenhed, som følger af ækvivalensrelationerne, er karakteristisk for de topologiske strukturer. I nogle tilfælde er der en kontinuerlig overgang fra et begreb til et nabobegreb i begrebs-rummet, sådan som det eksemplevis er tilfældet i overgangen fra *rød* til *gul* (der er resultatet af en kontinuerlig variation af farvernes lød). I andre tilfælde er lighedscirklerne adskilt af 'kløfter'. Det er f.eks. tilfældet i overgangen mellem *hund* og *kat* eller mellem *cyclooctatrene* og *cyclobutadiene*.

3. Begrebet lukning

De to fremgangsmåder, som vi her har skitseret i korte træk, kan forenes i et og samme system ved hjælp af begrebet *lukning*. Vi kan forstå dette begreb som en operation, der når den appliceres på en størrelse resulterer i en helhed, som omfatter såvel x som dets grænser. Vi vil som udgangspunkt for vor definition af lukningsbegrebet gøre brug af begreber hentet fra mereologien (Simons 1987, Varzi 1994). Det vil fremgå af det følgende, hvorfor vi afstår fra gøre brug af de mængdeteoretiske instrumenter, som almindeligvis anvendes i standardbehandlinger af topologiens grundlag.

Vi vil bruge notationen "$x \leq y$" til at udtrykke, at "x er en ægte eller uægte del af y", og "x ☐ y" til at udtrykke den mereologiske sum af to objekter x og y. Vore variablers udstrækning er *regioner* af den ene eller den anden art, inklusive grænser og punktformede regioner. En *luknings*-funktion (c)[2] defineres således, at den opfylder de følgende aksiomer:

(AC1) $x \leq \mathrm{c}(x)$

(udstrakthed)

(hvert objekt er en del af sin lukning)

(AC2) $\mathrm{c}(\mathrm{c}(x)) \leq \mathrm{c}(x)$

(idempotens)

(lukningens lukning tilføjer ikke noget til lukningen af et objekt)

(AC3) $\mathrm{c}(x \cup y) = \mathrm{c}(x) \cup \mathrm{c}(y)$

(forøgning)

(lukningen af to objekters sum er lig summen af deres lukninger)

Disse aksiomer blev første gang fremsat på uformel vis af den bulgarske topolog Friedrich Riesz i 1906 og uafhængigt heraf af polakken Kazimierz

Kuratowski i 1922. Aksiomerne definerer en velkendt strukturtype, nemlig den såkaldte *lukningsalgebra*, der er det algebraiske modsvar til den simpleste form for topologisk rum. Kuratowskis liste indeholder desuden det følgende aksiom, hvor "0" betegner et nul-element (den tomme mængde formuleret mængdeteoretisk):

(AC0) $c(0) = 0$

(nul)

Da vi imidlertid her er interesseret i en mereologisk udgave af topologien, og da der ikke er noget mereologisk modstykke til den tomme mængde, er dette ekstra aksiom uden betydning.

Det er muligt at fremsætte forskellige modifikationer og svækkelser af de ovennævnte aksiomer, der bibeholder muligheden af at definere sidestykker til topologiens standardbegreber såsom 'grænse', 'indre' osv.[3] Vi kan således se bort fra forøgningsaksiomet, der – som Hammer skriver – mest af alt "kan kaldes et *sterilitets*-aksiom...det forudsætter, at to mængder ikke kan frembringe noget grænsepunkt i fællesskab, som den ene af dem ikke selv er i stand til at frembringe" (Hammer 1962a: 65). Hvis vi anvender vort lukningsbegreb på et eller andet begreb i sig selv, skal et givent objekts lukning defineres som den mindste lighedscirkel, der inkluderer det pågældende objekt. At forøgningen dermed falder til jorden kan ses, hvis man betragter et forhold, hvor *x* er et eksempel på farven rød og *y* et eksempel på farven grøn. Lukningen af *x* er da den lighedscirkel, der inkluderer alle eksempler på farven rød; lukningen af *y* er den lighedscirkel, som inkluderer alle eksempler på farven grøn. Summen af disse to lukninger er da klart mindre end lukningen af $x \cup y$, der er lighedscirklen, som inkluderer alle tilfælde af farve i al almindelighed.

4. Begrebet forbundethed

Lad "x'" stå for det mereologiske komple-ment til *x* og "$\cap$" for det, mereologien kalder mereologisk intersektion. På basis af lukningsbegrebet kan vi nu definere det topologiske standardbegreb '(symmetrisk) *grænse*', $b(x)$, på følgende måde:

(DB) $b(x) := c(x) \cap c(x')$

(grænse)

Bemærk, at det er en triviel konsekvens af denne definition, at en given størrelses grænse i ethvert tilfælde også vil udgøre grænsen for denne størrelses komplement.

Det er endog muligt ved brug af topologiske standardbegreber at definere en asymmetrisk 'rand', som intersektionen mellem et objekt og lukningen af dets komplement:

(DB*) $\quad b^*(x) = x \cap c(x')$

(rand)

Hvor Kuratowskis aksiomer tog udgangs-punkt i den topologiske primitiv *lukning*, har Zarycki (1927) ydermere vist, at et sæt aksiomer analoge til Kuratowskis kan formuleres udelukkende på grundlag af det primitive begreb *rand*, og at det samme gælder begreberne indre og grænse.

Begrebet indre defineres som følger. Vi lader for det første "*x* - *y*" betegne det resultat, som opstår ved at trække de dele af *x* fra *x,* som overlapper med *y*. Vi sætter herefter:

(DI) $\quad i(x) := x - b(x)$

(indre)

Vi kan definere et *lukket objekt* som et objekt, *der er identisk med sin lukning*. Et *åbent objekt* er på tilsvarende vis et objekt, som er identisk med sit indre. Komplementet til et lukket objekt er dermed åbent, komplementet til et åbent objekt lukket. Nogle objekter vil være delvis åbne og delvis lukkede. (Tænk eksempelvis på det halv-åbne interval (0,1), der består af alle reelle tal *x*, som er større end 0 og mindre eller lig med 1.) Disse begreber kan bruges til at kæde de to ovennævnte udgaver af topologien sammen: topologiske *transformationer* er transformationer, som afbilder åbne objekter på åbne objekter.

Et lukket objekt er intuitivt set en uafhængig konstituent – et objekt, der eksisterer i sig selv, uden at andre objekter behøver at fungere som dets vært. Men et lukket objekt behøver ikke at være *forbundet* således forstået, at vi kan gå fra et hvilket som helst punkt i objektet til et hvilket som helst andet og stadig forblive inden for rammerne af objektet selv. Begrebet *forbundethed* er ligeledes et topologisk begreb, som vi kan definere som følger:

(DCn) $\mathrm{Cn}(x) := \forall yz(x = y \cup z \rightarrow \exists w(w \leq (\mathrm{c}(y) \cap \mathrm{c}(z))))$

(forbundethed)

(et forbundet objekt er således indrettet, at enhver opsplitning af objektet i to dele resulterer i dele, hvis lukninger overlapper hinanden)

Nedenstående præsenterer en alternativ opfattelse af begrebet forbundethed, der i bestemte henseender kan vise sig at være frugtbar:

(DCn*) $\mathrm{Cn}^*(x) := \forall yz(x = y \cup z \rightarrow$
$(\exists w(w \leq x \wedge w \leq \mathrm{c}(y)) \vee \exists w(w \leq \mathrm{c}(x) \wedge w \leq y)))$

(forbundethed)*

(et forbundet objekt er således indrettet, at enhver form for opsplitning af et objekt i to dele *x* og *y* vil medføre, at *x* overlapper lukningen af *y,* eller at *y* overlapper lukningen af *x*)

Ingen af disse begreber er dog helt tilfredsstillende. En nærmere undersøgelse vil således vise, at en helhed, der udgøres af to nabosfærer, som midlertidigt er i kontakt med hinanden, vil indfri begge de her definerede betingelser for forbundethed. Det er derfor nyttigt i visse tilfælde at arbejde med et begreb om *stærk forbundethed*, der udelukker sådanne forekomster. Dette begreb kan defineres på følgende måde:

(DSCn) $\mathrm{Scn}(x) := \mathrm{Cn}^*(\mathrm{i}(x))$
(et objekt er stærkt forbundet, hvis dets indre er forbundet*)

5. Mereotopologi vs. Mængdelære

Bevæggrundene for at insistere på et mereologisk snarere end et mængdeteoretisk grundlag for topologiens aksiomer og definitioner i den foreliggende sammenhæng kan udtrykkes som følger. Lad os forestille os, at vi ønsker en teori for grænse-kontinuumets struktur, således som denne giver sig til kende i de menneskelige hverdagserfaringer. Den mængdeteoretiske standardbeskrivelse af kontinuumet, oprindeligt fremsat af Cantor og Dedekind og videreført i alle lærebøger om mængdelæren, vil vise sig utilstrækkelig for en gennemførelse af dette formål – af følgende grunde:

1. Anvendelsen af mængdelæren til analyse af et bestemt emne forudsætter, at det er muligt at udpege et grundlæggende niveau af *Urelementer* på en sådan måde, at alle højere ordens strukturer lader sig simulere ved hjælp af mængder af gradvis højere typer. Hvis vi imidlertid har at gøre med mesoskopiske størrelser[4] og deres mesoskopiske bestanddele (hvor sidstnævnte er resultatet af mere eller mindre arbitrære ægte eller forestillede inddelinger langs forskellige akser), således som det er tilfældet i forbindelse med udforskningen af den erfarerede verdens ontologi, vil ingen *Urelemente* kunne tjene som udgangspunkt.[5] Denne idé udgør i øvrigt kernen af den gestaltteoretiske kritik af den psykologiske atomisme, der på mange måder minder om den her fremstillede kritik af mængdelærens atomisme.

2. Det erfarede kontinuum er i alle tilfælde et konkret, foranderligt fænomen, et fænomen der eksisterer i tid, en helhed som kan erhverve og miste dele. Mængder er i modsætning hertil abstrakte størrelser; størrelser, der er helt igennem defineret ved en specifikation af deres bestanddele.

3. I fraværet af punkter eller elementer understøtter det erfarede kontinuum ikke den form for kardinaltals-konstruktioner, som en Dedekindsk metode gør nødvendig.[6] Det erfarede kontinuum er ikke isomorft med nogen struktur af reelle tal; ja, standardmatematiske modsætninger, såsom modsætningen mellem en kompakt og en kontinuert række, lader sig overhovedet ikke anvende her.[7]

4. Selv hvis det var muligt at isolere punkter eller elementer i det erfarede kontinuum, ville den mængdeteoretiske konstruktion stadig blive fremsat ud fra en stærkt tvivlsom tese om, at en udstrakt helhed på en eller anden måde kan konstrueres ved hjælp af ikke-udstrakte byggesten (Brentano 1988, Asenjo 1993, Smith 1987). Det erfarede kontinuum er derimod ikke organiseret på en sådan måde, at det er opbygget af partikler eller atomer, men snarere således, at en helhed, inklusive tidens medium, går forud for de dele, som denne helhed måtte rumme, og som kan skelnes fra hinanden på forskellige niveauer inden for kontinuumet.

Mængdelæren er indlysende en overmåde stærk matematisk teori, og intet af det ovenstående udelukker muligheden for at rekonstruere de af topologiens teorier, som er af betydning i kognitionsteoretisk øjemed, på et mængdeteoretisk grundlag. Standard repræsentationsteoremer indebærer i virkeligheden, at vi for enhver præcist defineret topologisk teori formuleret i ikke-mængdeteoretiske termer vil kunne finde et tilsvarende mængdeteoretisk modstykke. Alligevel indebærer de begrænsninger, vi anførte ovenfor, at den mængdeteoretiske analyseramme, som ville blive resultatet, i bedste fald kun kunne tilvejebringe en *model* af det erfarede kontinuum og tilsvarende strukturer, ikke en teori for disse strukturer i sig selv (for de sidstnævnte er i sidste ende ikke mængder, jf. den kategoriale distinktion omtalt under punkt 2 ovenfor).

Vi foreslår derfor, at mereotopologien kan tilbyde en række langt mere interessante arbejdshypoteser, og at den vil gøre det på en langt mere direkte og ligefrem måde, end det ville være tilfældet, hvis vi indskrænkede os til at arbejde med mængdeteoretiske instrumenter.

6. Kognitionsforskningens grundlag

På den ene side er der altså topologi som en gren inden for matematikken. Topologi i denne matematiske forstand er blevet brugt af kognitionsforskere til at arbejde med matematiske aspekter af konneksionistiske netværk og i andre forbindelser.[8] På den anden side er der mereotopologien, som er en undersøgelse af begreber såsom *region«*, *sammenhæng«*, *grænse*, *overflade*, *punkt*, *naboskab*, *nærhed* osv., der nok er inspireret af matematiske standardudgaver, men som indebærer forskellige former for afvigelser fra den klassiske matematiske topologi for at imødekomme de fornød-enheder, som de sagforhold, vi støder på inden for kognitionsforskningens forskellige domæner, stiller. Som mereotopologien er fremstillet her, er den dog ikke blot en løs samling af analogier; den er tværtimod en samling af afvigelser fra topologiens standardudgave, som kan defineres helt præcist.

7. Husserls mereotopologi

Ideen om at bruge topologien som kognitionsforskningens grundlag er ikke uden fortilfælde. De vigtigeste tidlige bidrag til denne idé findes i den såkaldte Brentano-tradition; en tradition, der går fra den østrigske filosof Franz Brentano via Carl Stumpf frem til Gestaltpsykologiens Berlinskole.[9] Vi vil her beskæftige os med to af disse bidrag: Edmund Husserl og Kurt Lewin. Husserls *Logische Untersuchungen* (1900/01) indeholder en formel teori for dele, helheder og afhængighed, der hos Husserl tjener som ramme for en analyse af bevidsthed og sprog af netop den type, der er forudsat i ideen om et topologisk grundlag for kognitionsforskningen (jf. Smith (red.) 1982). Titlen på Husserls tredje *Logiske Undersøgelse* er 'Læren om Helheder og Dele' [Zur Lehre von den Ganzen und Teilen] og er inddelt i to hovedafsnit: 'Forskellen mellem selvstændige og afhængige genstande' [Der Unterschied der selbständigen und unselbständigen Gegenstände] og 'Udkast til en teori om helheder og deles rene former' [Gedanken zur einer Theorie der reinen Formen von Ganzen und Teilen].[10] I modsætning til andre bedre kendte teorier om helheder og dele, såsom Lesniewskis teori eller teorier før ham fremsat af Bolzano, beskæftiger Husserls teori sig ikke kun med det, vi kunne kalde de vertikale forhold mellem dele og de helheder, der omfatter dem på stadig højereliggende niveauer (efterhånden som vi bevæger os op mod helheder af endnu større omfang). Husserls teori beskæftiger sig snarere med de horisontale relationer, der eksisterer mellem forskellige dele i en given helhed; relationer, som tilfører de pågældende helheder enhed og integritet. Sagt på en enkel måde: visse dele af en helhed eksisterer blot ved siden af hinanden og kan ødelægges eller fjernes fra helheden uden at være til skade for den tilbageblivende rest. En helhed, hvis dele uden undtagelse udviser 'ved-siden-af-hinanden' relationer, kaldes en bunke eller et aggregat – eller mere teknisk: en rent summativ helhed (en såkaldt *Und-Verbindung,*[11] jf. også §8 nedenfor). I mange helheder – og man kunne sige: i *alle* helheder, der manifesterer nogen som helst form for enhed – vil bestemte dele imidlertid indgå i – med Husserls ord – nødvendige afhængighedsrelationer med hinanden (relationer, der af og til, men ikke altid, er nødvendige *interdependens*-relationer). Denne form for dele, f.eks. de individuelle tilfælde af farvestyrke, mætning og klarhed, som indgår i ethvert farve-kompleks, kan nødvendigvis kun eksistere i en relation med deres komplementære dele i en helhed af den givne type. Der findes en enorm mangfoldighed af sådanne sideafhængige relationer, der giver anledning til en tilsvarende enorm mængde af forskellige helhedstyper, som mere traditionelle udgaver af den 'ekstensionelle mereologi' (jf. Simons 1987, kapitel 1) er ude af stand til at skelne imellem.

Relationen mellem del og helhed på den ene side og afhængighed på den anden fremgår af det forhold, at enhver helhed kan betragtes som afhængig af sine konstituerende dele. Denne tese er muligvis blot ensbetydende med den trivielle påstand, at enhver genstand er således beskaffet, at den ikke kan eksistere medmindre alle de genstande, der på et givet tidspunkt udgør dens dele, også eksisterer på samme tidspunkt. Men den kan også bestå i den ikke-trivielle tese, at visse særlige genstande er således beskaffet, at de indeholder særlige 'integrerede genstande', som nødvendigvis må eksistere på ethvert tidspunkt, hvor den pågældende genstand eksisterer: tabet af dem (f.eks. tabet af hjernen eller hjertet hos et pattedyr) er tilstrækkelig til at medføre helhedens ødelæggelse. Eller den kan (endelig) omtransformeres til en mereologisk essentialisme, dvs. dén metafysiske tese, at *ethvert* rumtidsligt objekt i en ikke-triviel forstand er afhængig af *alle* sine dele, således at et skib vil ophøre med at eksistere (blive forvandlet til en anden ting), så snart den første splint træ fjernes fra det.[12] Det er en ikke uvæsentlig fordel ved Husserls teori, at den tillader en præcis formulering af disse og en række andre dertil relaterede teser inden for en og samme tankebygning; en tankebygning, som ovenikøbet er funderet i ideer om dele, helheder og afhængighed, der er i overensstemmelse med vore gængse intuitioner. Såvel Stanislaw Lesniewski, grundlæggeren af mereologien, som lingvisten Roman Jakobson gjorde brug af Husserls tanker om dele, helheder og kategorier fra de *Logiske Undersøgelser* inden for forskellige områder af sprogvidenskaben, henholdvis i forbindelse med den tidlige udvikling af en kategoriel grammatik og udviklingen af den såkaldte fonologi (Ajdukiewicz 1935, Holenstein 1975). Jakobsons beskrivelse af de såkaldte distinktive træk er således, som han også selv indrømmede det, en anvendelse af Husserls idé om afhængige momenter fra den tredje *Undersøgelse*.[13]

Den topologiske baggrund for Husserls arbejde kan mærkes allerede i hans teori om afhængighed.[14] Den træder først og fremmest i forgrunden i hans behandling af begrebet *fænomenologisk sammensmeltning*[15] (Casati 1991, Petitot 1994): dvs. den relation, som består mellem to nabodele i et udstrakt hele, der ikke er adskilt af nogen kvalitativ diskontinuitet. Nabofelterne på et skakbrædt smelter ikke sammen på denne måde; men hvis vi forestiller os et farvebånd, der undergår en gradvis overgang fra rød gennem orange til gul, vil de enkelte regioner i dette bånd smelte sammen med deres umiddelbart tilstødende regioner. Efter at have beskrevet forskellen mellem et uselvstændigt og et selvstændigt indhold (i det visuelle domæne eksempelvis forskellen mellem et farve- eller lysstyrkeindhold på den ene side og på den anden side et indhold svarende til billedet af et projektil i bevægelse), gør Husserl opmærksom på, at der blandt de intuitive data gives yderligere en distinktion "mellem anskueligt *afsondrede* indhold, der *udhæver* eller 'udstiller' sig fra de tilstødende indhold, og de indhold, der er *smeltet sammen* med og uden overgang *flyder over* i de tilstødende indhold." (3. *Undersøgelse*, §8, p. 243).

Han peger på, at uafhængige indhold som er, hvad de er, uanset hvad der måtte foregå i deres omgivelser, ikke behøver at besidde sondringens helt anderledes artede selvstændighed. Delene af en anskuelig flade, hvis hvidhed er regelmæssig eller kontinuerligt afskygget, er selvstændige, men ikke afsondrede. (3. *Undersøgelse*, § 8, p. 244).

Denne type indhold kalder Husserl 'sammensmeltet'; det udgør en 'udifferentieret helhed' i den forstand, at det ene moment går 'støt' [*stetig*] over i det andet. (§9).

At Husserl i det mindste ubevidst var klar over det topologiske aspekt ved sine ideer, om end han ikke nødvendigvis betegnede det som sådant, er ikke overraskende i betragtning af, at han var elev af matematikeren Weierstrass i Berlin, og at det var Cantor – Husserls ven og kollega i Halle i den periode, hvor de *Logiske Undersøgelser* blev skrevet – som først definerede de grundlæggende topologiske begreber 'åben', 'lukket', 'tæt', 'perfekt mængde', 'grænsen for en mængde', 'akkumuleringspunkt' osv. Husserl gjorde bevidst brug af Cantors topologiske ideer, ikke mindst i sin generelle teori om (ekstensive og intensive) størrelsesforhold, der udgør et af de indledende forstudier til den tredje *Logiske Undersøgelse*.[16]

Det er i det hele taget værd at fremhæve, at Cantors og andres udvikling af topologien indgik i et mere vidtfavnende projekt, hvor matematikere og filosoffer i det 19. århundrede forsøgte at fremstille en almen teori for rummet – dvs. at finde frem til bæredygtige generaliseringer af begreber såsom 'ekstension', 'dimension', 'adskildthed', 'omegn', 'afstand', 'nærhed', 'kontinuitet' og 'grænse'. Husserl bidrog til dette projekt sammen med Stumpf og andre af Brentanos studerende, heriblandt Meinong.[17] Sigende nok er Riesz' artikel fra 1906 – 'Rumbegrebets oprindelse', hvori han som den første formulerede det for topologiens så centrale lukningsaksiom – i virkeligheden et bidrag til den formale fænomenologi. Et studie af *rumpræsentationernes* struktur, hvori man forsøger at specificere, hvilke yderligere topologiske egenskaber et matematisk kontinuum må besidde, hvis det skal kunne kendetegne vor rumerfarings oplevelse af kontinuitet og ordningsegenskaber på en tilfredsstillende vis.

8. Lewins topologiske psykologi

Af alle forløbere for den moderne anvendelse af topologi inden for kognitionsvidenskaberne er den tyske Gestaltpsykolog Kurt Lewin og hans arbejde med 'topologisk psykologi og vektor-psykologi' den mest berømte. For den indeværende artikels formål vil det være tilstrækkeligt at beskrive nogle få af de måder, hvorpå Lewin gør brug af topologiske begreber i sin bog *Principles of Topological Psychology* fra 1936.

Lewin tager udgangspunkt i modsætningen mellem *ting* (intuitivt: en lukket forbundet enhed) og *region* (intuitivt: et rum, inden for hvilket ting frit kan bevæge sig rundt). Som Lewin påpeger, kan det, som er en ting fra ét psykologisk synspunkt, være en region fra et andet. "En hytte et sted i bjergene har præg af at være en ting, når man nærmer sig den fra en vis afstand. Så snart man går ind i den, antager den karakter af en region, man kan bevæge sig rundt i." (1936: 116.) *Grænsezonen z* mellem to adskilte, men nærtliggende regioner *m* og *n,* defineres nu som den region, der udover *m* og *n* må krydses med henblik på at gå fra den ene til den anden. Hele *m* + *n* + *z* er på denne måde *forbundet* i topologisk henseende (1936: 121).

Begrebet *barriere* definerer han som en grænsezone, der frembyder en modstand mod tings passage mellem to forskellige regioner. En sådan modstand kan være asymmetrisk; den kan således være stærkere i den ene retning end i den anden. Barrierer påvirker graden af kommunikation mellem to regioner, eller med andre ord: den *grad af påvirkning*, som en regions *tilstand* kan udøve på en anden regions tilstand. Begrebet om påvirkningsgrad behøver derfor heller ikke at være symmetrisk: det forhold, at *a* indgår i en bestemt grad af kommunikation med *b,* indebærer ikke, at *b* indgår i et lige så nært kommunikationsforhold med *a*.

To regioner *a* og *b* siges at være dele af en *dynamisk forbundet region*, hvis en tilstandsforandring i *a* medfører en tilstandsforandring af *b*. Begrebet om *dynamisk forbundethed* er ligeledes – jf. ovenstående – et spørgsmål om graduering. Rent faktisk kan vi skelne mellem et hierarki af graduerede indbyrdes forhold mellem regioner, og på dette punkt vækker Lewin mindelser om den klassiske diskussion i den gestaltteoretiske litteratur om forskellen på 'stærke' og 'svage' gestalter (1936, pp. 173f). En stærk gestalt kan defineres som et kompleks med en høj grad af dynamisk forbundethed mellem sine dele. Eksempler kan være: en organisme, et elektromagnetisk felt. En svag gestalt, det kunne være en skak-klub eller en gruppe tilskuere, har en mindre, men ikke helt ikke-eksisterende dynamisk forbundethed mellem sine dele, mens en rent summativ helhed (en *Und-Verbindung*, som sagt, i gestaltisk terminologi) er således beskaffen, at den udviser en ikke-eksisterende grad af dynamisk forbundethed. Interessant nok – i lyset af vor diskussion ovenfor af de to forskellige typer motivation, som ligger til grund for den topologiske teori – kan Gestaltteoriens centrale begreber defineres ikke alene på grundlag af begrebet om dynamisk forbundethed, men også på grundlag af strukturbevarende transformationer (jf. Simons 1988).

Vi har med vilje introduceret grundbegreberne i Lewins topologiske psykologi i brede vendinger og har således afholdt os fra at udpege særlige psyko-logiske anvendelsesformer. Begreberne er, som Lewin også selv i nogle tilfælde anerkender, *formelle* i den forstand, at de kan bruges inden for en stor mængde materielt forskellige områder. Den udbredte tendens i Lewins skrifter er imidlertid at springe for ureflekteret over i psykologiske applikationer, hvorved hans brug af de omtalte begreber – begreberne "barriere", 'vej', '(psykologisk) bevægelse', 'dynamisk interdependens (som den fundamentale determinant for en persons topologi)', 'spænding', 'modstand', 'inhibition' osv. – ofte forekommer at forblive rent metaforiske. Nogle kognitionsteoretikere vil muligvis være tilfredse hermed. Lewins kritikere gjorde imidlertid med rette opmærksom på visse afgørende mangler ved hans brug af matematisk notation i sine skrifter. Som det korrekt blev påvist, lader Lewin sjældent den matematiske teori om begreber såsom forbundethed, grænse, adskilthed osv. spille en reel rolle i forbindelse med sine undersøgelser. Denne kritik blev fremsat i en indflydelsesrig artikel af London (1994), en artikel som bidrog stærkt til at bremse videreudviklingen af en topologisk psykologi (eller en kognitiv videnskab på topologisk grundlag), sådan som Lewin havde forestillet sig den. Lon-dons kritik er dog i nogle henseender overdrevet, hvilket demonstreres af det forhold, at visse dele af Lewins generalisering af standardtopologien sidenhen har vist sig at være yderst frugtbare. Blandt disse dele finder vi bl.a. følgende punkter:

1. Anerkendelsen af at det er muligt at konstruere topologien på en ikke-atomistisk, mereologisk basis, der virker i kraft af såvel *helheder (regioner)* som dele – hvor Lewin, en stærk fortaler for de fysiske videnskabers analytiske metode, hævder, at den videnskabelige målsætning kræver, at "enhver form for oplevelse udstykkes i og behandles i små bidder" (p. 279);

2. En systematisk brug af begrebet om asymmetriske grænser, et begreb som viser sig at være af grundlæggende betydning inden for mange områder;

3. Brugen af topologiske ideer og metoder også i forbindelse med lukkede domæner af objekter. London argumenterer for (p. 288f), at topologien kun giver mening i ikke-lukkede domæner; som Latecki (1992) og andre har vist, er det imidlertid muligt at konstruere finitte systemer på en rigorøs facon, inden for hvilke begreber, der svarer til de til topologiske begreber, kan defineres.

Nye landvindinger har vist, at det faktisk er muligt at gå videre end til en rent metaforisk brug af topologiens begreber inden for kognitionsforskningen, og at disse begrebers formalontologiske egenskaber kan udnyttes på en virkelig frugtbar måde i forskellige teoretiske kontekster (jf. Back 1992, p. 52). Mange af Lewins tanker minder således om de 'kraftdynamik' principper, som Talmy (2003) meget detaljeret har udarbejdet i lingvistikken, og Talmy har også – i lighed med Petitot og andre – påvist topologiens vigtighed for en forståelse af en række af andre sproglige strukturer.[18] Som Talmy bemærker, illustreres den begrebslige eller konceptuelle strukturering, som sproget fuldfører, bedst af præpositionerne. En præposition såsom 'i' er neutral med hensyn til størrelse (*i et fingerbøl*, *i en vulkan*), neutral med hensyn til form (*i en brønd*, *i en grøft*), luknings-neutral (*i en skål*, *i en bold*); den er på den anden side ikke neutral med hensyn til diskontinuitet (*i en glasklokke*, *i et fuglebur*). Også udforskningen af verbers aspekt og af forskellen mellem tællelige og utællelige substantiver er med stort udbytte blevet fortolket i topologiske vendinger.[19]

Topologiske strukturer spiller også en central rolle i studiet af den såkaldte naive fysik,[20] ikke mindst i kraft af den omstændighed, at selv de mest velbegrundede af common-sense erfaringers afvigelser fra de korrekte fysiske teorier efterlader de underliggende fysiske fænomeners topologi og vektorielle orientering invariant:[21] Vores common-sense ser således ud til at have et godt, veridiktivt tag på de fysiske fænomeners topologi og generelle orientering, selv når den uretmæssigt modificerer de pågældende former og metriske forhold.

Når vi her vover den risiko at tage munden for fuld og tale om 'kognitionsforskningens topologiske grundlag', så er det for at forfægte det synspunkt, at den topologiske tilgang ikke bare er en ophobning af indsigter og metoder hentet fra diverse felter, men en samlende ramme for en række forskellige former for forskning, der dækker kognitionsforskningens forskellige områder. Den udgør et fælles sprog, som kan bruges til at formulere hypoteser hentet fra en mangfoldighed af tilsyneladende væsensforskellige felter. Det første vidnesbyrd om dette synspunkts rigtighed fremgår ikke bare af rækkevidden af de ovennævnte citerede undersøgelser, men også af den grad, hvormed de overlapper og gensidigt understøtter hinanden.

En af årsagerne til at inventaret af topologiske begreber kunne tænkes at udgøre en enhedslig ramme for kognitionsforskningen, ligger i det faktum, at grænsen – som det ofte er blevet påpeget (se f.eks. Gibson 1986) – udgør et salient midtpunkt ikke alene i den rumlige, men også i den tidslige verden (begivenheders begyndelse og slutning, de grænser som udgøres af kvalitative ændringer i bl.a. talehandlingers forløb; jf. Petitot 1989). Topologiske egenskaber er endvidere lettere anvendelige end de (f.eks. geometriske) egenskaber, hvormed metriske begreber er associeret. Metriske størrelser har klart nok vist sig særdeles nyttige i naturvidenskabeligt øjemed. Men i betragtning af den udbredte tilstedeværelse af kvalitative elementer i enhver kognitiv dimension, såvel som den udbredte tilstedeværelse af størrelser såsom kontinuitet, integritet, grænse, prototypikalitet osv., tør man formode, at topologien ikke bare alment er i stand til at favne over en bred vifte af kognitionsteoretiske emner, men at den også vil kunne tilbyde redskaberne til at yde disse emner retfærdighed uden at pålægge dem fremmede væsensegenskaber.

Oversat af Martin Skov

Noter

[1] Edgar Rubin (1886-1951), dansk psykolog, der bidrog til det Gestaltpsykologiske forskningsprogram med sine studier i bl.a. figur-baggrund relationer og visuel perception, jf. disputatsen *Synsoplevede Figurer* (Rubin 1915). O.a.

[2] [c) for eng. *closure,* 'lukning'. O.a.

[3] Se de citerede værker af Ore, Hammer, Nöbeling, Netzer i litteraturlisten.

[4] Størrelser, som befinder sig mellem (*mesos* er græsk for "mellem" eller "midt i") mikroskopiske og makroskopiske størrelser. Med udtrykket 'mesoskopiske størrelser' sigter Smith til de ontologiske størrelser, som indgår i menneskets livsverden. Denne skelnen er nødvendig, fordi mikroskopiske og makroskopiske størrelser besidder andre ontologiske egenskaber, jf. superpositioneringen af elementarpartikler på kvanteplanet. Se hertil Petitot & Smith 1990, 1996. O.a.

[5] Se Bochman 1990.

[6] Hos Dedekind udtrykker et kardinaltal et mål for en given mængdes mulighed for at tilforordne sine elementer til elementerne i en anden mængde. Mængder med samme kardinaltal har således en entydig sammenhæng mellem deres respektive elementer. Smiths pointe kan derfor udtrykkes således, at genstande i den erfarede verden ikke kan beskrives som mængder af elementer, eftersom der ikke består en sådan entydig sammenhæng mellem en mængde af urelementer på den ene side og den mesoskopiske verdens genstande; genstande af denne type har ikke 'kardinaltal', for nu at sige det lidt flot. O.a.

[8] Jf. Petitot 2003a og 2003b. O.a.

[9] Barry Smith har indgående beskrevet denne tradition i en lang række artikler og bøger, heriblandt oversigtsværket *Austrian Philosophy* (Open Court, 1994). O.a.

[10] Man kan bemærke, at det som hos Husserl kaldes "rene former" svarer til formaliseringen af teorien om dele og helheder, dvs. Barry Smiths mereologiske teoremer i §§ 3 og 4 ovenfor. Den formelle ontologi behøver dog ikke nødvendigvis at blive udtrykt symbolsk, selv om det ofte er en fordel, og Husserls egen skitse til en formalontologi i den 3. logiske undersøgelse (LU, § 14 *et passim*) betjener sig da heller ikke i noget synderligt omfang af en symbolsk notation. En symbolsk formalontologi vil ofte efter Frege og Wittgenstein blive kaldt en *Begriffsschrift*. Et forsøg på at fuldføre Husserls formalontologi og beskrive den i en sådan *Begriffsschrift* er Peter Simons: "The Formalization of Husserl's Theory of Wholes and Parts", in Smith (red.) 1982. O.a.

[11] Om dette (og andre Genstaltteoretiske) begreber, og diskussionen af komplekse Gestalter som den udspillede sig mellem på den ene side Meinong og Benussi og på den anden Koffka og Wertheimer, se Barry Smith: "Gestalt Theory: An Essay in Philosophy", in Smith (red.) 1988, især §§ 3, 5 og 7. O.a.

[12] En tese, som bl.a. Smiths læremester Roderick Chisholm har forsvaret. O.a.

[13] Ud over Holenstein 1975 gennemgår Holenstein Jakobsons husserlianisme i det læseværdige interview Holenstein 2003. O.a.

[14] Se Fine 1995.

[15] Jf. 3. *Logiske Undersøgelse*, §§ 8-9. O.a.

[16] Se Husserl 1983, pp. 83f, 95, 413 osv., og sammenlign §§22 og 70 i de *Logiske Undersøgelser*s Prolegomena.

[17] Se Husserl 1983, pp. 275-300, 402-410; Stumpf 1873, Meinong 1903, særligt §2.

[18] Se f.eks. Jackendoff 1991, Lakoff 1989, Petitot 1992a, 1992b, Wildgen 1982.

[19] Se hertil f.eks. Mourelatos 1981, Galton 1984, Hoeksema 1985, Desclès 1989, Brandt 1989.

[20] Forskningsprogrammet 'naive physics' udgør i dag primært et forsøg på at udvikle computerrmodeller, som formår at repræsentere den mesoskopiske verdens kvalitative fysik – dvs. generelt hvordan genstande, begivenheder og processer, materialer, tilstande, grænser, medier osv. opfører sig common-sense agtigt. Men tanken har, som Smith ofte gør opmærksom på, rødder i såvel Aristoteles' ontologi som i Brentano-skolen. For en præsention af denne sammenhæng, se Smith & Casati 1994. O.a.

[21] Bozzi 1958, 1959, McCloskey 1983, Smith & Casati 1994.

Litteratur

Ajdukiewicz, K. (1935): Die syntaktische Konnexität. *Studia Philosophica* 1: 1-27. Engelsk oversættelse i S. McCall (red.): *Polish Logic, 1920-39*. Oxford: Clarendon Press (1967).

Asenjo, F. G. (1993): Continua without Sets. *Logic and Logical Philosophy* 1: 95-128.

Back, K. W. (1992): This Business of Topology. *Journal of Social Issues* 48: 51-66.

Bochman, A. (1990): Mereology as a Theory of Part-Whole. *Logique et Analyse* 129-130: 75-101.

Bozzi, P. (1958): Analisi fenomenologica del moto pendolare armonico. *Rivista di Psicologia* 52: 281-302.

Bozzi, P. (1959): Le condizioni del movimento 'naturale' lungo i piani inclinati. *Rivista di Psicologia* 53: 337-352.

Brandt, P. Aa. (1989): Agonistique et analyse dynamique catastophiste du modal et de l'aspectuel: Quelques remarques sur la linguistique cognitive de L. Talmy. *Semiotica* 77: 151-162.

Brentano, F. (1988): *Philosophical Investigations on Space, Time and the Continuum*. (Oversat af B. Smith.) London/New York/Sydney: Croom Helm.

Casati, R. (1991): Fusion. In H. Burkhardt & B. Smith (red.): *Handbook of Metaphysics and Ontology*. Munich/Hamden/Vienna: Philosophia.

Casati, R. and Varzi, A. (1994): *Holes and Other Superficialities*. Cambridge, Mass. & London: MIT Press.

Desclès, J.-P. (1989): State, Event, Process, and Topology. *General Linguistics* 29: 159-200.

Fine, K. (1995): Part-Whole. In B. Smith & D.W. Smith (red.): *The Cambridge Companion to Husserl*. Cambridge: Cambridge University Press.

Galton, A. (1984): *The Logic of Aspect. An Axiomatic Approach*. Oxford: Clarendon Press.

Gibson, J. J. (1986): *The Ecological Approach to Visual Perception*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Hammer, P. C. (1960): Kuratowski's Closure Theorem. *Nieuw Archief voor Wiskunde* 8: 74-80.

Hammer, P. C. (1962a): Extended Topology: Set-Valued Set-Functions. *Nieuw Archief voor Wiskunde* 10: 55-77.

Hammer, P. C. (1962b): Extended Topology: Additive and Sub-Additive Subfunctions. *Rendiconto del rcolo Matematico di Palermo* Ser. 2, 11: 262-70.

Hammer, P. C. (1967): Language, Approximation, and Extended Topologies. In I. Rauch & C. T. Scott (red.): *Approaches in Linguistic Methodology*. Madison: University of Wisconsin Press.

Hammer, P. C. (1969): Continuity. In P. C. Hammer (red.): *Advances in Mathematical Systems Theory*. University Park and London: The Pennsylvania State University Press.

Hoeksema, J. (1985): *Categorial Morphology*. New York/London: Garland Publishing.

Holenstein, E. (1975) *Roman Jakobson's Approach to Language*. Bloomington and London: Indiana University Press.

Holenstein, E. (2003): Fænomenologisk strukturalisme og kognitiv semiotik. In P. Bundgård, J. Egholm & M. Skov (red.): *Kognitiv semiotik*. (Oversat af M. Skov.) København: P. Haase & Søn.

Husserl, E. (1900/01): *Logische Untersuchungen*. 1. udg, Halle: Niemeyer. 2. udg, 1913/21. Begge fås nu i en komparativ udgave som *Husserliana* XVIII-XIX, The Hague: Nijhoff (1975, 1984).

Husserl, E. (1983): *Studien zur Arithmetik und Geometrie. Texte aus dem Nachlass*, 1886-1901. The Hague: Nijhoff (*Husserliana* XXI).

Jackendoff, R. (1991): Parts and Boundaries. *Cognition* 41: 9-45.

Kuratowski, K. (1922): Sur l'opération A - d'analysis situs. *Fundamenta Mathematica* 3: 182-99.

Lakoff, G. (1989): Some Empirical Results about the Nature of Concepts. *Mind and Language* 4: 103-129.

Latecki, L. (1992): *Digitale und allgemeine Topologie in der bildhaften Wissensrepräsentation*. St. Augustin: infix.

Leeper, R. W. (1943): *Lewin's Topological and Vector Psychology. A Digest and a Critique*. Eugene: University of Oregon Press.

Lewin, K. (1936): *Principles of Topological Psychology*. New York and London: McGraw-Hill.

London, I. D. (1994): Psychologists' Misuse of the Auxiliary Concepts of Physics and Mathematics. *Psychological Review* 51: 266-91.

McCloskey, M. (1983): Intuitive Physics. *Scientific American* 248(4): 122-130.

Meinong, A. von (1903): Bermerkungen über die Farbenkörper und das Mischungsgesetz. *Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane* 33: 1-80. Også i Meinong, *Gesamtausgabe*, vol. I, pp. 497- 576.

Mostowski, M. (1983): Similarities and Topology. *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric* 3: 106-119.

Mourelatos, A. P. D. (1981): Events, Processes and States. In P. J. Tedeschi & A. Zaenen (red.): *Tense and Aspect* (*Syntax and Semantics*, Vol. 14). New York: Academic Press.

Netzer, N. (1977): Konvergenz in verallgemeinerten topologischen Räumen. *Mathematische Nachrichten* 77: 245-62.

Netzer, N. (1978): Verallgemeinerte topologische Strukturen. *Jahrbuch Überblicke Mathematik* 1978: 87-106.

Nöbeling, G. (1954): *Grundlagen der analytischen Topologie*. Berlin: Springer.

Ore, O. (1943): Some Studies on Closure Relations. *Duke Mathematical Journal* 10: 761-85.

Petitot, J. (1989): Morphodynamics and the Categorial Perception of Phonological Units. *Theoretical Linguistics* 15: 25-71.

Petitot, J. (1992a): Natural Dynamical Models for Natural Cognitive Grammar. *International Journal of Communication* 2: 81-104.

Petitot, J. (1992b): *Physique du Sens*. Paris: Editions du CNRS.

Petitot, J. (1994): Phenomenology of Perception, Qualitative Physics and Sheaf Mereology. In R. Casati, B. Smith & G. White (red.): *Philosophy and the Cognitive Sciences*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Petitot, J. (2003a): Form. In P. Bundgård, J. Egholm & M. Skov (red.): *Kognitiv semiotik*. (Oversat af P. Bundgård.) København: P. Haase & Søn.

Petitot, J. (2003b): Den lokalistiske hypotese, morfodynamiske modeller og kognitive teorier: bemærkninger til et notat fra 1975. In P. Bundgård, J. Egholm & M. Skov (red.): *Kognitiv semiotik*. (Oversat af P. Bundgård.) København: P. Haase & Søn.

Petitot, J. & Smith, B. (1990): New Foundations for Qualitative Physics. In J. Tiles, G. McKee & C. Dean (red.): *Evolving Knowledge in Natural Science and Artificial Intelligence*. London: Pitman.

Petitot, J. & Smith, B. (1996): Physics and the Phenomenal World. In R. Poli & P. Simons (red.): *Formal Ontology*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer.

Riesz, F. (1906): Die Genesis des Raumbegriffs. *Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn* 24: 309-53.

Riesz, F. (1909): Stetigkeitsbegriff und abstrakte Mengenlehre. *Atti del IV Cong. Int. dei Mat*. II (Rome): 18-24.

Rubin, E. (1915): *Synsoplevede Figurer*. København: Gyldendal. (Faksimile genoptryk i serien *Psykologiske tekster*, bd. 5, Akademisk Forlag 1967.)

Simons, P. (1987): *Parts. A Study in Ontology*. Oxford: Clarendon Press.

Simons, P. (1988): Gestalt and Functional Dependence. In Smith (red.) 1988.

Smith, B. (1997): Boundaries: An Essay in Mereotopology. In L. H. Hahn (red.): *The Philosophy of Roderick Chisholm (Library of Living Philosophers*). Chicago and LaSalle: Open Court.

Smith, B., red. (1982): *Parts and Moments. Studies in Logic and Formal Ontology*. München: Philosophia.

Smith, B., red. (1988): *Foundations of Gestalt Theory*. München & Wien: Philosophia.

Smith, B. & Casati, R. (1994): Naive physics. *Philosophical Psychology* 7/2: 225-244.

Stumpf, C. (1873): *Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung* Leipzig: Hirzel.

Talmy, L. (1977): Rubber-Sheet Cognition in Language. In W. Beach et al. (red.): *Papers from the 13th Regional Meeting, Chicago Linguistic Society*. University of Chicago.

Talmy, L. (1983): How Language Structures Space. In H. Pick & L. Acredolo (red.): *Spatial Orientation: Theory, Research, and Application*. New York: Plenum Press.

Talmy, L. (2003): Kraftdynamik i sprog og kognition. In P. Bundgård, J. Egholm & M. Skov (red.): *Kognitiv semiotik*. (Oversat af J. Egholm.) København: P. Haase & Søn.

Varzi, A. (1994): On the boundary between mereology and topology. In R. Casati, B. Smith & G. White (red.): *Philosophy and Cognitive Science. Proceedings of the 16th International Wittgenstein Symposium.* Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Wildgen, W. (1982): *Catastrophe Theoretic Semantics. An Elaboration and Application of René Thom's Theory*. Amsterdam: John Benjamins.

Zarycki, M. (1927): Quelques notions fondamentales de l'Analysis Situs aux point du vue de l'Algèbre de la Logique. *Fundamenta Mathematica* 9: 3-15.