Une leçon au Collège Belgique

Des fractales à la marche… il n'y a qu'un pas !

Fabien Buisseret [(1)] — Frédéric Dierick [(1)]
Jean-François Stoffel [(2)]
[(1)] Laboratoire Forme et Fonctionnement Humain (FFH)
Pôle de recherche en Sciences de la motricité du CERISIC
Campus de Montignies-sur-Sambre
Haute école Louvain-en-Hainaut
[(2)] Catégorie paramédicale — Section de kinésithérapie
Campus de Montignies-sur-Sambre
Haute école Louvain-en-Hainaut
buisseretf@helha.be

Résumé. – Où trois enseignants-chercheurs devisent au sujet de la marche bipède chez l'humain et où la dynamique à long terme de ce phénomène est interprétée en termes de complexité et prévisibilité, deux concepts quantifiables grâce aux fractales et aux outils mathématiques permettant de les étudier.

Abstract. – Where three teacher-researchers discuss bipedal walking in humans and where the long-term dynamics of this phenomenon are interpreted in terms of complexity and predictability, two concepts that can be quantified using fractals and the mathematical tools to study them.

Mots-clés. – Marche — Fractales — Prévisibilité — Long terme — Autocorrélation

1. Contexte

Ce 17 avril 2018 au palais Provincial de Namur, Fabien Buisseret, notre célèbre professeur de physique, a eu l'honneur de présenter, sous l'égide de l'académicien Émile Biémont, une partie importante de ses recherches récentes lors d'une leçon de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique. Le contenu annoncé était le suivant :

> « Chez l'Homme adulte, la marche bipède est un mécanisme si parfaitement maîtrisé que son extraordinaire complexité pourrait passer inaperçue. Remarquons tout d'abord que, d'un point de vue strictement mécanique, la dynamique de la marche s'apparente à celle d'un pendule inversé, soit un système que, dès l'enfance, nous avons appris à stabiliser dans le cadre d'un mouvement quasi-périodique. C'est pourquoi, derrière l'activité "marcher" sont impliqués les systèmes nerveux central et périphérique ainsi que le système locomoteur. Au-delà d'un intérêt intrinsèque, l'étude de la marche ouvre des portes vers des domaines tels que la robotique : il est en effet difficile de concevoir des robots humanoïdes sans avoir identifié les conditions nécessaires d'une marche bipède stable. La thématique centrale de cet exposé est le comportement à long terme de la locomotion humaine. Il est aujourd'hui avéré que la variabilité des paramètres de la marche – la durée d'un pas par exemple – n'est nullement aléatoire mais découle plutôt d'une dynamique chaotique. Puisque les fractales elles-mêmes émergent de systèmes chaotiques, nous montrerons comment l'utilisation d'indices mathématiques quantifiant les propriétés fractales d'une courbe permet de caractériser de manière inédite la marche humaine, voire même d'identifier différents types de marches pathologiques ! »

Désireux d'en connaître un petit peu plus sur le sujet, nous avons rencontré le conférencier et Frédéric Dierick, qui forment un duo collaborant notamment dans l'étude de la marche au moyen de techniques d'analyse fractale, pour leur soumettre quelques questions.

Figure n°1.
Une leçon au palais Provincial de Namur.
Source : cliché personnel.

2. L'entretien

JFS. — *Tout d'abord : une fractale, c'est quoi ?*

FB. — Il existe plusieurs façons d'aborder ce concept, introduit et popularisé par le mathématicien Benoît Mandelbrot (1924-2010). Disons qu'une fractale est un objet possédant une invariance d'échelle : si on l'agrandit encore et encore, on retrouvera le même motif indéfiniment. L'arbre fractal de la figure 2a est un bel exemple : un agrandissement arbitraire d'une partie donnée de son « houppier » laissera toujours apparaître le même motif que celui qui, d'emblée, nous est proposé. En fait, il est possible de générer une fractale en répétant à l'infini une opération simple sur une figure géométrique. Par exemple, prenez un cube, divisez-le en 9 et enlevez-lui les cubes situés au centre de chaque face. Répétez la même opération à l'infini sur les plus petits cubes. Vous obtiendrez une fractale dénommée « éponge de Menger » (figure 2b).

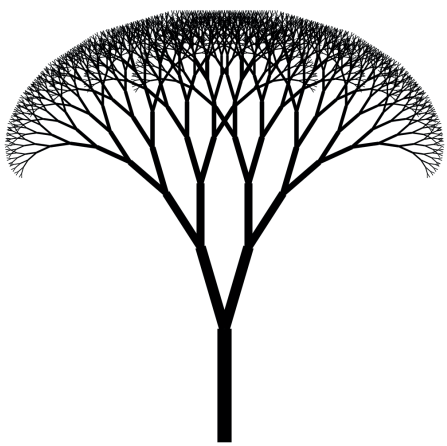

Figure n°2a.
Un « arbre fractal », soit une figure générée par application récursive d'une opération simple, à savoir diviser en deux partie un segment vertical donné.
Source : Wikipédia Commons (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Menger-Schwamm-einfarbig.jpg?uselang=fr).

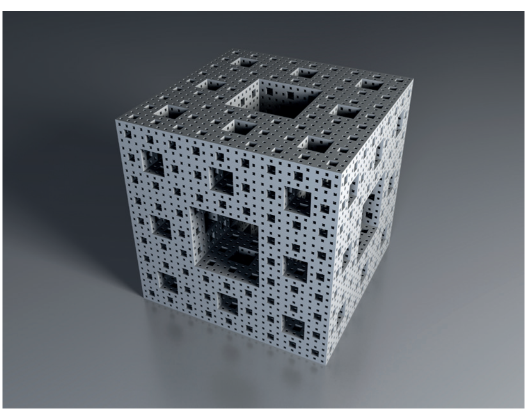

Figure n°2b.
Une éponge de Menger.
Source : Wikipédia Commons (https://fr.m.wikipedia.org/wiki/Fichier:Fractal_canopy.svg)

FD. — L'observation révèle que bon nombre de structures naturelles se développent d'une manière récursive similaire : non seulement les branches d'un arbre, mais tout aussi bien l'arbre bronchique chez l'humain ou encore les spires d'un coquillage, … (Mandelbrot, 1982).

FB. — À ce stade, je voudrais signaler que les fractales sont des objets à la fois très complexes et très prévisibles. Complexes, car les motifs qu'elles dessinent sont tout sauf des lignes droites ! Regardons à nouveau la figure 2 : l'enveloppe extérieure de l'arbre fractal n'est pas un arc de cercle continu, mais bien une courbe d'apparence très « rugueuse ». La surface de l'éponge de Menger n'est nullement lisse car percée d'une infinité de trous. Prévisibles cependant, car la source de cette complexité n'est autre qu'une opération bien définie qui est appliquée, de manière méthodique, un nombre infini de fois.

JFS. — *Cette réponse ne me laisse pas encore entrevoir le lien avec la marche…*

FD. — Patience ! C'est parce que le lien ne porte pas sur les fractales elles-mêmes, mais plutôt sur les outils mathématiques mis en place pour les analyser. Imaginons une fractale pouvant être représentée sur cette feuille : elle consistera donc en une série de points (x_i, y_i) définissant le graphique de l'objet. Si, sur base de ces points, on peut définir formellement des indices quantifiant, par exemple, la complexité et la prévisibilité que nous venons d'évoquer, alors ces indices pourront être calculés pour toute série de points similaires.

FB. — En particulier, le comportement d'une série temporelle, à savoir une suite de mesures d'une grandeur X dans le temps, soient les points (t_i, X_i), pourra être analysé également. De là à imaginer une série temporelle issue de la marche humaine, il n'y a, comme l'indiquait le titre de la conférence, qu'un pas.

JFS. — *Avant de le franchir, une question technique : si je suis en train de parler de ce sujet avec vous, c'est, j'imagine, parce que les mathématiciens ont pu définir de tels indices ?*

FB. — Oui. La dimension fractale, par exemple, a été initialement introduite pour clarifier la nature géométrique de ces objets. Sachant qu'une courbe et une surface continues sont respectivement de dimensions 1 et 2, il s'avère par exemple qu'une fractale pouvant se représenter dans un plan est de dimension intermédiaire entre 1 et 2. Plus sa représentation graphique est visuellement complexe, plus ce chiffre s'approche de 2. Un autre indice, appelé « exposant de Hurst », quantifie le caractère prédictif de l'objet étudié, à savoir : les fluctuations observées dans la représentation graphique de l'objet sont-elles aléatoires ou bien sont-elles la conséquence d'une tendance globale sous-jacente ? On parlera de dynamique chaotique pour décrire une telle évolution. J'invite d'ailleurs le lecteur intéressé à consulter l'ouvrage de Kantz & Schreiber (2004) pour une description plus rigoureuse de ces concepts.

JFS. — *Dans le cas de la marche humaine, quelle est la série temporelle permettant l'application de tels outils d'analyse ?*

FD. — Bien que la marche bipède soit pratiquée par l'Homme depuis des millénaires, ses mécanismes fondamentaux sont toujours activement étudiés. En ce qui nous concerne, il convient de remarquer que la marche est un mécanisme quasi-périodique. Le marcheur tend en effet à reproduire une séquence de marche à l'identique (on parlera de cycle de marche pour désigner la durée de deux pas successifs). Toutefois, une variabilité est bien présente dans le temps du fait de facteurs extérieurs (environnement changeant) ou propres à l'individu (fatigue, proprioception, variabilité au niveau neurologique, ...). Pour vous en convaincre, observez la figure 3 : on constate que les durées des cycles successifs fluctuent au cours du temps autour d'une moyenne donnée. Grâce aux outils mentionnés auparavant, c'est-à-dire la dimension fractale et l'exposant de Hurst, il est possible d'obtenir une description synthétique de la structure temporelle de ces courbes.

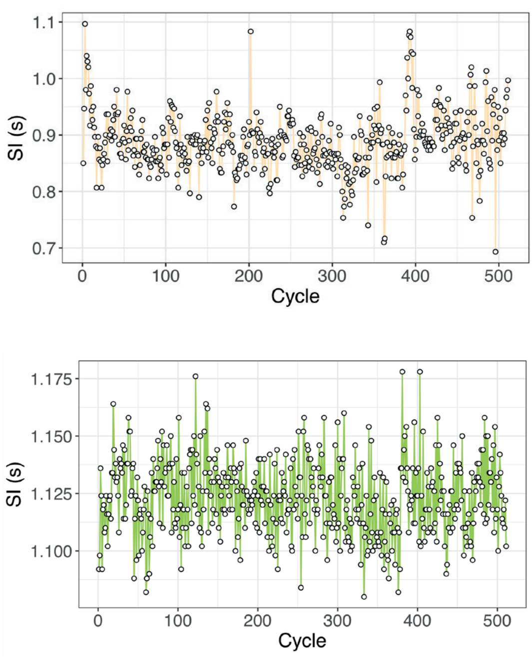

Figure n°3.
Tracés typiques des durées successives du cycle de marche chez un enfant sain (en haut) et chez un adulte sain (en bas).
Source : Vandevoorde (2018).

JFS. — *Je me permets une digression. Puisque le cours d'une action bancaire dans le temps, par exemple, est aussi une série temporelle, une conférence intitulée « Des fractale à la bourse… il n'y a qu'un pas » aurait tout aussi bien pu voir le jour. Idem, je suppose, pour la température moyenne du globe, etc.*

FB. — Bien entendu, si ce n'est que le monde de l'économie m'est complètement étranger. Mandelbrot (2009) lui-même y a consacré un ouvrage. Notez que H. E. Hurst (1951), l'inventeur de l'exposant du même nom, n'était pas préoccupé par les mathématiques pures : il voulait disposer d'un indicateur prédictif des niveaux de crue du Nil ! Des études d'urbanisme exploitant ces méthodes existent également (Frankhauser, 2005). Je pense toutefois qu'il convient de rester prudent : plus le domaine étudié s'éloigne d'une « vraie » fractale, moins les résultats obtenus par de telles méthodes seront pertinents. Dans le cas de la marche néanmoins, on peut penser, d'une part, que la mémoire à long terme autorisée par le cerveau rend pertinente une quantification de la prévisibilité de ce phénomène et, d'autre part, que la possibilité d'ajustements fins de la marche qu'offre le système proprioceptif peut être associée à une certaine forme de complexité.

JFS. — *En résumé, l'égalité « marche = fractale » signifie essentiellement que les deux domaines possèdent un point commun au niveau de leur traitement mathématique.*

FB. — Oui, mais même un peu plus : les deux phénomènes possèdent une forte organisation interne, que ce soit spatiale dans le cas des fractales ou temporelle dans le cas de la marche.

FD. — J. Hausdorff (1997) a découvert que la structure des fluctuations de la marche à long terme (sur plus de 10 minutes typiquement) n'était pas aléatoire chez l'adulte sain. Pour ce faire, il a calculé l'exposant de Hurst de la série temporelle contenant la durée des cycles de marche successifs et obtenu une valeur excluant une dynamique aléatoire. Les fluctuations observées ne sont donc pas nécessairement un signe d'« imperfection » : elle signalent une planification par le sujet de la marche sur le long terme.

FB. — On parlera également d'autocorrélation : la durée d'un cycle donné dépend fortement des cycles de marche antérieurs, au contraire d'une marche aléatoire donc. Nous avons entrepris récemment de revisiter ce problème en y ajoutant la notion de complexité au travers de la dimension fractale (Dierick, Nivard, White, & Buisseret, 2017). Il apparaît que l'individu sain réalise un maximum de complexité, qui peut être interprété comme une adaptabilité optimale du sujet à son environnement. Par ailleurs, ce principe de complexité maximale a déjà été constaté dans le domaine de la cardiologie : la fréquence cardiaque de l'individu sain possède une dimension fractale bien supérieure à ce qui s'observe, par exemple, chez un patient souffrant d'insuffisance cardiaque congestive (Goldberger *et al.*, 2002). On peut le constater : les techniques d'analyse fractale offrent un cadre théorique tout à fait stimulant pour tenter de (re)définir l'individu sain.

FD. — ... stimulant pour des gens comme toi !

FB. — Je ne suis pas le seul coupable dans cette histoire : une riche littérature s'est développée à la suite des travaux pionniers de Hausdorff. La revue de Moon, Sung, Hernandez, & Sosnoff (2016) en témoigne !

JFS. — *Cette échelle de complexité/prévisibilité pourrait-elle, par exemple, distinguer les marches saines et pathologiques ?*

FD. — L'origine du phénomène d'autocorrélation dans la marche, se manifestant au travers des notions de complexité et prévisibilité, est encore sujette à discussion. L'autocorrélation est-elle une conséquence du mécanisme pendulaire de la marche ou bien trouve-t-elle son origine dans l'apport des systèmes nerveux central et périphérique ? Il est en tout cas avéré que les pathologies neurodégénératives, telles que la chorée de Huntington, la sclérose latérale amyotrophique ou la maladie de Parkinson, rendent la marche plus aléatoire et diminuent sa complexité (voyez la figure 4 par exemple).

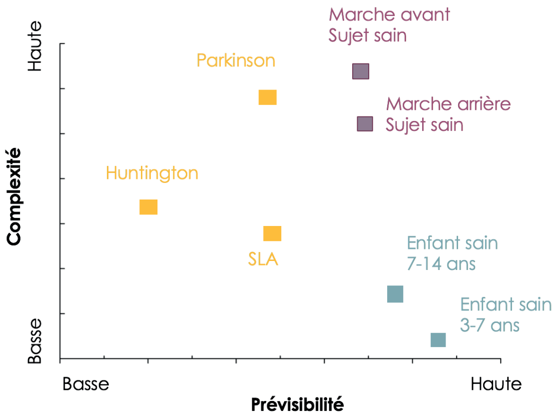

Figure n°4.
Représentation schématique des valeurs moyennes obtenues par Vandevoorde (2018) et Dierick, Nivard, White, & Buisseret (2017).
L'indice de complexité correspond à la dimension fractale, tandis que l'indice de prévisibilité est l'exposant de Hurst. SLA indique un groupe de patients atteints de sclérose latérale amyotrophique.

FB. — Par ailleurs, le mécanisme d'apprentissage de la marche est associé à une augmentation de sa complexité : la marche des enfants est significativement moins complexe que celle des adultes, reflétant sans doute une moindre maîtrise de ce mécanisme. Il est donc raisonnable de penser que ce type d'étude pourra aboutir à une nouvelle caractérisation de l'individu sain et donc, par la négative, à une identification des individus pathologiques. Une corrélation entre le degré d'atteinte et l'altération de la prévisibilité a même été observée dans le cas de la maladie de Parkinson (Warlop, 2016). Toutefois, il est encore trop tôt pour appliquer ces outils à des fins de diagnostic, principalement car le nombre d'individus étudiés est encore insuffisant pour établir des normes.

JFS. — *Affaire à suivre donc ?*

FB & FD. — Les projets dans ce domaine ne manquent pas. L'impact des phénomènes cognitifs sur la dynamique de la marche est, par exemple, un sujet très prometteur (Dierick, Buisseret, Renson, & Luta), mais chut, nous n'en dirons pas plus !

Pour aller plus loin

La bande son de la leçon de Fabien Buisseret au Collège Belgique est disponible à l'adresse suivante : https://lacademie.tv/conferences/des-fractales-a-la-marche-il-n-y-a-qu-un-pas

Bibliographie

Dierick, F., Buisseret, F., Renson, M., & Luta, A.M. (en préparation). Complexity and predictability of gait in digital natives during cognitive-locomotor interactions are task-dependent.

Dierick, F., Nivard, A.-L., White, O., & Buisseret F. (2017). Fractal analyses reveal independent complexity and predictability of gait. *PLoS ONE* 12 (11):e0188711.

Frankhauser, P. (2005). La morphologie des tissus urbains et périurbains à travers une lecture fractale. *Revue géographique de l'Est*, 45, 145.

Goldberger, A.L., *et al.* (2002). Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 99 Suppl. 1, 2466-2472.

Hausdorff, J., *et al* (1997). Altered fractal dynamics of gait: reduced stride-interval correlations with aging and Huntington's disease. *Journal of Applied Physiology*, 82(1), 262-269.

Hurst, H.E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of American Society of Civil Engineers*, 116: 770.

Kantz (H.), & Schreiber, T. (2004). *Nonlinear Time Series Analysis*. Cambridge: University Press.

Mandelbrot, B. (1982). *The fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and Company.

Mandelbrot, B. (2009). *Fractales, hasard et finance*. Champs Flammarion.

Moon, Y., Sung, J., Hernandez, M., & Sosnoff, J.J. (2016). Gait variability in people with neurological disorders: A systematic review and meta-analysis. *Human Movement Science*, 47, 197-208.

Vandevoorde, C. (2018). *Complexité et prévisibilité de la dynamique du cycle de marche : effets du vieillissement et des pathologies neurodégénératives* (mémoire présenté en vue de l'obtention du titre de master en kinésithérapie sous la direction de F. Buisseret et de F. Dierick). Montignies-sur-Sambre : Haute école Louvain-en-Hainaut.

Warlop T. (2016). Temporal organization of stride duration variability as a marker of gait instability in Parkinson's disease. *Journal of Rehabilitation Medicine*, 48, 865.