ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LIX, numer 2 – 2011

MAREK SZYDŁOWSKI
PAWEŁ TAMBOR

KONCEPCJA WSZECHŚWIATA OSCYLACYJNEGO W KOSMOLOGII – KRYTYCZNY PUNKT WIDZENIA

WSTĘP

Z punktu widzenia historii nauki koncepcja Wszechświata oscylującego przeżywała swoje różne fazy i różne inspiracje. Tematem osobnego studium mogłoby być poszukiwanie źródeł takiego, a nie innego myślenia o Wszechświecie, sięgając nawet do kosmologii opartych na starożytnych mitologiach. Na przykład K. Rudnicki [RUDNICKI 2002], dokonując przeglądu tzw. zasad kosmologicznych, swoje rozważania rozpoczyna od próby rekonstrukcji prahinduskiej zasady kosmologicznej. Formułując zasadniczy pogląd, że „Wszechświat jest nieskończony w czasie i przestrzeni i nieskończenie różnorodny”, autor zwraca uwagę na pewne znamiona myślenia o cyklicznym charakterze natury dynamiki Wszechświata opartej na „wdechu i wydechu Brahmy […]; kolejne fazy „wdechu” i „wydechu” powtarzają się od nieskończoności do nieskończoności i dotyczą tego samego bytu” [RUDNICKI 2002, s. 21-22].

Niewątpliwie idea Wszechświata oscylacyjnego (periodycznego, cyklicznego) interesowała także filozofów i teologów także z tego powodu, że dotyczyła kwestii stworzenia – jego braku – (aspekt fundamentalny z teologicznego punktu widzenia) lub istnienia absolutnego początku (filozoficzny punkt widzenia). Istotna w tym kontekście praca Kragha pokazuje, że następuje swoisty renesans zainteresowań koncepcjami świata oscylacyjnego, ale

Dr hab. MAREK SZYDŁOWSKI, prof. UJ – Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej, Uniwersytet Jagielloński; Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych; adres do korespondencji: 33-122 Wierzchosławice 613; e-mail: marek.szydlowski@uj.edu.pl

Ks. dr PAWEŁ TAMBOR – Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych; adres do korespondencji: ul. Smuglewicza 34, 25-460 Kielce; e-mail: xpt76@poczta.fm

już nie na gruncie filozoficzno-teologicznym, a ściśle naukowym [Kragh 2009][1]. Autor dokonuje także pewnych rekonstrukcji konceptualnych pojęcia cykliczności w ramach argumentów naukowych.

Takim kontekstem jest z pewnością zastosowanie drugiej zasady termodynamiki (znanej potocznie jako zasada wzrostu entropii) do Wszechświata jako całości. Brana pod uwagę jednokierunkowość procesu w skali globalnej prowadziła niektórych dziewiętnastowiecznych uczonych (R. Clausius) do negatywnej odpowiedzi na pytanie o możliwość naukowego uzasadnienia cykliczności Wszechświata [KRAGH 2009, s. 589]. Kragh przypomina też postać niemieckiego astrofizyka, Karla F. Zöllnera, który, kilka dziesięcioleci przed Ogólną Teorią Względności, wysunął hipotezę, że Wszechświat nie jest przestrzennie płaski, ale przestrzeń ma dodatnią krzywiznę. Takie założenie dopuszczało hipotezę zamkniętej przestrzeni z dodatnią krzywizną, która wykazuje zmienność jej wielkości o charakterze cyklicznym [KRAGH 2009, s. 590].

Pewien zasadniczy zwrot ku myśleniu o możliwości periodycznych własności dynamiki Wszechświata w skali globalnej w ramach metodologii ściśle astrofizycznej dokonał się około 1917 r. wraz z zastosowaniem Ogólnej Teorii Względności do Wszechświata jako całości. W 1922 r. Alexander Friedman pokazał, że dla przestrzeni zamkniętej ze stałą kosmologiczną $\Lambda \leq 0$ czynnik skali $a(t)$ jest funkcją okresową w czasie kosmologicznym. Friedman naturalnie traktował tę okresowość nie w sensie następowania po sobie kolejnych cykli, ale opisywał w kategoriach pojedynczego cyklu (od *big bang* do *big crunch*) [FRIEDMANN 1922]. Kragh notuje ciekawy wpływ, jaki na Einsteina wywarła w tym kontekście filozofia Spinozy. Zgodnie z przekonaniem żyjącego w XVII wieku filozofia niderlandzkiego Bóg nie stworzyłby świata pustego i ograniczonego w czasie, co mogło prowadzić Einsteina do wniosku, że ekspansja Wszechświata zachodziłaby w następujących po sobie kolejnych cyklach przy $\Lambda = 0$ [KRAGH 2009, s. 592][2]. Do zarysowania historycznych początków badania cyklicznych modeli Wszechświata warto wymienić jeszcze prace Richarda Ch. Tolmana. Punktem

[1] Znamienny w debacie teologiczno-filozoficzno-przyrodniczej jest cytat z Eddingtona, który przytacza Kragh, wskazując na pozanaukowe kryteria ewaluacji teorii dotyczących Wszechświata w bardzo szerokim kontekście światopoglądowym: „Z moralnego punktu widzenia koncepcja cyklicznego Wszechświata, stale ulegającego fazie zapadania (*running down*) i odradzania się (*rejuvenating*), wydaje się być całkowicie myśleniem wstecz” [EDDINGTON 1935, s. 59; cyt. za KRAGH 2009, s. 599, tł. autorów].

[2] Dla zobrazowanie całej dyskusji wokół znaczenia stałej kosmologicznej w początkach aplikacji OTW zob. [SZYDŁOWSKI, TAMBOR 2008].

wyjścia jego analiz było relatywistyczne uogólnienie praw termodynamiki [TOLMAN 1934]. Najważniejsze wnioski Tolmana dotyczyły możliwości cyklicznej dynamiki Wszechświata bez wzrostu entropii oraz następowania po sobie kolejnych cykli we Wszechświecie zamkniętym z $\Lambda \leq 0$. Okazało się, że opisywanej przez Tolmana dynamice ewolucji cykle różniły się między sobą: zwiększała się maksymalna wartość osiąganego czynnika skali oraz entropia. Do tej pory jest to traktowane jako podstawowa trudność kosmologii oscylacyjnej ponieważ dla dzisiejszego obserwatora entropia powinna być nieskończona.

CYKLE GRANICZNE W MODELOWANIU ZJAWISK PRZYRODNICZYCH

Przestrzeń fazowa jest wygodną formą wizualizacji ewolucji układu. Elementami (punktami) tej przestrzeni są stany układu w dowolnej chwili czasu. W przypadku, gdy mamy do czynienia z układem mechanicznym, podanie zespołu wielkości określających położenia i pędy w jednoznaczny sposób definiuje jego stan. W przypadku układów chemicznych stan układu jest określony poprzez stężenie substancji, które biorą udział w reakcji chemicznej. Gdy mamy do czynienia z układem ekologicznym, stan ekosystemu jest określony poprzez zagęszczenia gatunków, itd. W konkretnych problemach decydujemy się na taki a nie inny wybór zmiennych stanu układu. Ważne jest, aby zapewniona była jednoznaczna odpowiedniość pomiędzy stanem i zmienną. W przypadku modelu kosmologicznego dla Wszechświata, który podlega ewolucji, zmienną stanu układu, przy założeniu symetrii przestrzennej (jednorodności i izotropii), może być czynnik skali a (rozmiar Wszechświata zamkniętego) oraz jego czasowa pochodna, ale można jako zestaw tych zmiennych użyć funkcji Hubble'a: $H = \frac{d(\ln a)}{dt}$ oraz gęstość energii ρ.

Zakładamy, że istnieje dobrze określona zmienna stanu układu, która go w jednoznaczny sposób określa. O ile w naukach przyrodniczych udaje się znaleźć taką zmienną, to w układach społecznych czy też ekonomicznych jest to zadanie zdecydowanie trudniejsze. Wyobraźmy sobie, że interesującym nas układem jest nauka i jej rozwój, to musimy zdefiniować stan nauki poprzez pewien zestaw wielkości, jak w opisie naukometrycznym, wyrażonych przez liczby. Czy zestaw tych wielkości charakteryzuje jednoznacznie stan nauki w danej chwili? [SZYDŁOWSKI, KRAWIEC 1999].

Interesujemy się procesami ewolucyjnymi w szerokiej klasie układów deterministycznych pochodzenia nie tylko fizycznego czy biologicznego, ale generalnie w szeroko pojętej nauce. Rozumienie determinizmu jest standardowe: układ nazywa się deterministycznym, jeżeli jego przebieg zarówno w przeszłości jak i przyszłości jest jednoznacznie określony przez stan tego procesu w chwili obecnej [ARNOLD 1975].

W świetle definicji determinizmu nie jest tak, że każdy układ mechaniki klasycznej jest deterministyczny (chociaż często możemy się spotkać ze stwierdzeniem, że mechanika klasyczna jest deterministyczna w opozycji do mechaniki kwantowej). Arnold [tamże, s. 11] przywołuje przykład prostego procesu rozchodzenia się ciepła, które jest procesem częściowo zdeterminowanym: przyszłość jest określona przez stan obecny, przeszłość natomiast nie.

Będziemy dalej zakładać, że interesujący nas proces deterministyczny jest skończenie wymiarowy, tzn. że liczba niezależnych parametrów, potrzebna do opisania jego stanu, jest skończona (inaczej: przestrzeń fazowa układu jest skończenie-wymiarowa).

Ruch cieczy opisany równaniami hydrodynamiki, procesy drgań strun, rozchodzenie się fal akustycznych, stanowią przykłady procesów deterministycznych, które są skończenie wymiarowe.

Wreszcie będziemy się interesować procesami, które są różniczkowalne. Oznacza to, że funkcje, które opisują zmianę stanu układu, są funkcjami różniczkowalnymi z dobrze określoną szybkością tych zmian. Matematycznie oznacza to, że przestrzeń fazowa, która jest przestrzenią wszystkich możliwych stanów układu w dowolnej chwili czasu, ma strukturę rozmaitości różniczkowalnej.

Zbierając wszystkie dotychczasowe założenia, interesujemy się procesem ewolucji Wszechświata przestrzennie jednorodnego i izotropowego, który jest procesem deterministycznym, różniczkowalnym i skończenie wymiarowym. Ewolucja Wszechświata podlega Einsteinowskim równaniom pola ze źródłem materii w postaci cieczy doskonałej oraz pola skalarnego.

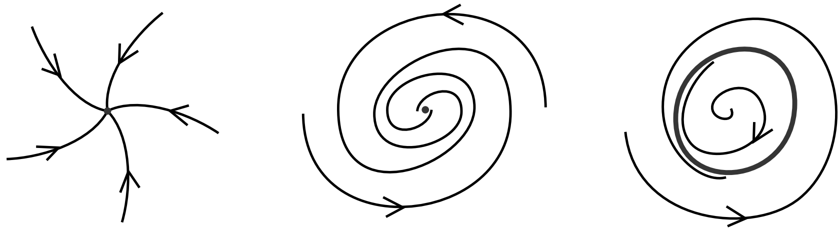
W konsekwencji naszych założeń ewolucja interesującego nas procesu daje się opisać za pomocą równań różniczkowych zwyczajnych o postaci:

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

gdzie x jest wektorem określającym stan układu, a $f(x)$ różniczkowalną funkcją stanu układu. Z twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań, rozwiązania powyższego równania będą istnieć; po drugie, będą jednoznacznie wyznaczone poprzez warunki początkowe x_0.Taki układ nazywamy dalej układem dynamicznym. Jego rozwiązania są funkcją dwóch zmiennych: czasu t oraz warunków początkowych x_0: $x(t, x_0)$. Jeśli ustalić warunek początkowy x_0, to rozwiązanie jest funkcją czasu t. W przestrzeni fazowej jest ono reprezentowane przez odwzorowanie, które przyporządkowuje w dowolnej chwili t stanowi początkowemu x_0 pewien nowy stan $x(t)$. W czasie t stan procesu będzie się zmieniał, i punkt o współrzędnej x wytyczy w przestrzeni fazowej pewną krzywą fazową $t \to x(t)$, zwaną krzywą fazową. Takie odwzorowanie nazywa się strumieniem. Można powiedzieć, że modelem procesu deterministycznego jest właśnie strumień fazowy. W przestrzeni fazowej rozwiązania układu są reprezentowane przez zbiór krzywych fazowych dla wszystkich możliwych warunków początkowych.

Pośród rozwiązań układu istnieją tzw. rozwiązania osobliwe, które odpowiadają zerowaniu się prawych stron układu, tj. dla każdego x, $f(x)=0$. Rozwiązania osobliwe w dwuwymiarowej przestrzeni fazowej są reprezentowane przez zbiory punktowe zwane punktami krytycznymi albo punktami osobliwymi układu albo krzywe zamknięte. Punkty krytyczne w przestrzeni fazowej reprezentują stany asymptotyczne układu, które są rozwiązaniami stacjonarnymi (mającymi symetrię translacyjną czasu). Nazywa się je zbiorami granicznymi, ponieważ trajektorie osiągają je tylko w przypadku granicznym. Chociaż punkty krytyczne mogą, jak dla siodła, leżeć na przecięciu krzywych fazowych, nie oznacza to, że trajektorie się będą przecinać, bo jest to wykluczone przez warunek jednoznaczności rozwiązań (rozwiązania są w jednoznaczny sposób są wytyczone przez warunki początkowe).

W przypadku układów dwuwymiarowych możliwe punkty krytyczne to: węzły (stabilny lub niestabilny), siodła, centra oraz tzw. cykle graniczne. Na rys. 1 przedstawiliśmy trzy przyciągające trajektorie w dwóch wymiarach: węzły, ogniska (równoważne z punktu widzenia struktury przestrzeni fazowej) oraz interesujący nas cykl graniczny, reprezentujący zamkniętą orbitę fazową, na której ruch układu jest okresowy. Zestawione na rys. 1 sytuacje są reprezentacją wszystkich możliwych stabilnych zachowań jakie mogą wystąpić w układach dwuwymiarowych.



Rys. 1. Różne typy stabilnych atraktorów oraz rozwiązań w ich otoczeniu jakie mogą pojawić się na płaszczenie fazowej: stabilny węzeł oraz równoważne mu ognisko oraz cykl graniczny. Dla wszystkich tych trajektorii, startując z dowolnych warunków początkowych, lądujemy w punkcie krytycznym, który jest dla trajektorii ich globalnym atraktorem (zbiorem przyciągającym). Na płaszczyźnie możemy sklasyfikować wszystkie punkty krytyczne oraz charakterystyczne wokół nich rozwiązania. Wówczas rys. 1 należałoby uzupełnić o jeszcze dwa dodatkowe punkty: punkt siodłowy (strukturalnie stabilny) oraz tzw. centrum (punkt krytyczny strukturalnie niestabilny; tzn. taki, że dowolnie małe zaburzenie układu go unicestwi, prowadząc do ogniska).

CYKLE GRANICZNE W MODELOWANIU ZJAWISK PRZYRODNICZYCH

Przyjrzyjmy się bliżej cyklowi granicznemu. Po pierwsze, zauważmy, że jest on zbiorem przyciągającym (atraktorem) dla wszystkich trajektorii fazowych ze swojego otoczenia. Oznacza to, że startując z dowolnych warunków początkowych, koniec końców trajektoria będzie się nawijać na orbitę zamkniętą cyklu, na której ruch odbywa się w sposób okresowy ze stałą częstością i amplitudą.

Dobrym przykładem układu fizycznego, w którym realizowany jest ten typ zachowania, jest zegar ścienny, który właśnie uruchamiamy, czy też nakręcany sprężyną zegarek na rękę. Oba te układy mają tą własność, że niezależnie od warunków początkowych (np. odchylenia wahadła zegara ściennego czy też naprężenia sprężyny) układ natychmiast wpada w reżim drgający-drgań o stałej częstości.

Ponieważ punkty krytyczne układu reprezentują jego stany asymptotyczne dla dużych czasów, układ będzie w bliskim otoczeniu tego stanu, co oznacza, że niejako posiada on własność „zapominania” o swoich warunkach początkowych. W pracy [SZYDŁOWSKI, GOLBIAK 2007] zinterpretowano w tym języku zasadę indyferentyzmu McMullina, kontrastując ją z zasadą szczególnego dostrojenia – szczególny zbiór warunków początkowych prowadzi do szczególnej finalnej konfiguracji układu. Gdy za ten szczególny zbiór warunków początkowych wybierzemy te, które faworyzują życie w jego obecnej formie, to dostaniemy zasadę antropiczną [TUREK 2006]. W kosmologii, gdzie uwzględnia się założenia o charakterze filozoficznym, w praktyce wybór między zasadą szczególnego dostrojenia a zasadą indyferentyzmu – generyczny (można temu pojęciu nadać ścisły sens), zbiór warunków początkowych realizuje obecny stan Wszechświata, jest wyborem o charakterze filozoficznym. Rozważmy w przestrzeni fazowej pewien element powierzchni (w ogólności element objętości). W zależności od tego, jak ten element (nazwijmy go – kropli fazowej) zmienia się pod wpływem strumienia (ewolucji układu), wszystkie układy dynamiczne można podzielić na zachowawcze (strumień zachowuje objętość), dyssypatywne (np. układy z tarciem), dla których zmniejsza się ta objętość wraz z ewolucją układu. Istnieją również układy, które same z siebie regulują pobór bądź stratę energii w trakcie jego ewolucji, tak że w pewnych obszarach przestrzeni energia jest pobierana z układu, a w innych odprowadzana. Są to tzw. układy samowzbudne (w pracy interesujemy się układami autonomicznymi, których prawe strony nie zależą *explicite* od czasu). Układ samowzbudny jest układem, który w czasie drgań reguluje dopływ energii z zewnątrz; powoduje albo narastanie, albo kompensowanie strat i podtrzymanie drgań okresowych.

Rozważmy najprostszy przypadek układów zachowawczych. Tego typu układami są układy typu Newtonowskiego

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{dV}{dx}$$

gdzie $V(x)$ jest funkcją potencjału. Zwykle x oznacza zmienną pozycyjną, $V(x)$ jest energią potencjalną. Układy tego typu rządzą ruchem układów mechanicznych. Łatwo sprawdzić, że układy te zachowują całkę energii $T+V=E$, gdzie T jest energią kinetyczną równą $\frac{1}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$. Wyobraźmy sobie ruch układu w dołku potencjału oraz kulkę toczącą się w tym dołku. Jeśli ustalimy energię całkowitą E, to – ponieważ energia kinetyczna jest zawsze dodatnia – ruch układu odbywać się będzie w ograniczonym obszarze, podzbiorze przestrzeni konfiguracyjnej x. Kulka w dołku nie może się podnieść powyżej poziomu energii E. W konsekwencji ruch kulki pozostanie ograniczony przez punkty zwrotne, w których prędkość jest zerowa. Ten typ ruchu układu odpowiada oscylacjom, które w przestrzeni fazowej są reprezentowane przez punkt krytyczny zwany *centrum*, otaczany przez izolowane orbity zamknięte. Można pokazać, że w układach typu zachowawczego mogą pojawić się jako punkty krytyczne tylko punkty typu siodłowego oraz centra.

Nigdy nie pojawią się cykle graniczne, których występowanie jest charakterystyczne dla układów samowzbudnych.

Po tym krótkim wstępie do zagadnień modelowania procesów deterministycznych podajmy pewne typowe sposoby realizacji zachowań typu cyklu granicznego.

W układzie samowzbudnym w równaniu drgań czas nie występuje *explicite*; źródło energii nie zależy od czasu, a dopływ energii jest regulowany przez sam układ drgający (dlatego też takie układy nazywamy samowzbudnymi). W układzie tym można wyróżnić następujące elementy:

– regulator liniowy;
– układ drgający nieliniowy;
– liniowe źródło energii.

Dzięki istnieniu sprzężenia zwrotnego układ sam steruje przepływem energii, co zapewnia odpowiedni bilans energii. Układ steruje tak, że – mimo ich strat w układzie – mogą powstawać niezanikające drgania okresowe.

Jak już wcześniej wspominaliśmy, trajektorie mogą dążyć do trwałych (stabilnych) punktów krytycznych, które osiągają po nieskończonym czasie; wtedy nazywamy je atraktorami punktowymi; mogą z tych punktów, osiąganych dla t dążącego do nieskończoności, uciekać do nieskończoności, ale mogą również realizować trwałe oscylacje i wtedy atraktorem w przestrzeni fazowej jest zamknięta orbita okresowa. Ten typ zachowania może wystąpić już w układach autonomicznych, ale układy te muszą być nieliniowe. Cykle graniczne są zbiorem przyciągającym dla trajektorii z ich otoczenia, stąd muszą otaczać punkt osobliwy. Ich kształty w przestrzeni fazowej bywają różne od eliptycznego dla oscylacji harmonicznych do prostokątnych czy trójkątnych dla oscylacji samowzbudnych zrelaksowanych. Cykle graniczne mogą być stabilne (gdy trajektorie z ich wnętrza i zewnętrz nawijają się na cykl) albo niestabilne (gdy się odwijają od cyklu).

Metody detekcji cykli granicznych na ogół nie są proste. Jeśli trajektoria jest zamknięta i nie opuszcza pewnego zamkniętego obszaru płaszczyzny, to wówczas istnieją dwie możliwości: 1) trajektoria biegnie do punktu stabilnego, 2) trajektoria dąży do orbity periodycznej. Zgodnie z twierdzeniem Poincarégo-Bendixona, jeśli trajektoria jest ograniczona i nie dąży do punktu osobliwego, to albo jest zamkniętą orbitą periodyczną, albo do niej dąży. Jeśli wewnątrz obszaru ograniczonego istnieje niestabilny węzeł albo ognisko oraz krzywe fazowe do niego wpływają z zewnątrz, ale nie wypływają, to ten obszar zawiera cykl graniczny. Pomocne są również kryteria negatywne o nieistnieniu orbit w obszarze zamkniętym jak kryterium Bendixona czy Dulaca. Natomiast najbardziej efektywnym sposobem detekcji cykli granicznych jest metoda bifurkacji Hopfa. Metodę tą stosujemy, gdy prawe strony układu zależą od parametru. Wtedy metoda pozwala na znalezienie takiej wartości parametru, która prowadzi do cyklu granicznego.

Jedne z najciekawszych układów typu globalnego oscylatora dostarcza biologia, medycyna i fizjologia oraz chemia czy ekologia [CZERNAWSKI (i in.) 1979; ORLIK 1996]. Dokonajmy teraz bardzo krótkiego przeglądu układów modelowanych przez globalny oscylator typu cyklu granicznego. Naturalnie nie chodzi nam tutaj o dokonanie kompletnego przeglądu tych procesów, ale tylko pokazanie, że mamy do czynienia z szerokim zakresem procesów, w których zjawiska cykliczne mają charakter cyklu granicznego.

Model cyklu granicznego pojawia się w kontekście pierwotnego cyklu życiowego, gdzie, w procesie tworzenia się kompleksu białkowo-nukleotydowego, istotną rolę odgrywa mechanizm jego podwajania. Model reakcji podwajania można sformułować w postaci dwuwymiarowego układu nieliniowego na płaszczyźnie (X, Y), gdzie X jest stężeniem swobodnych nukleotydów, Y jest liczbą (stężeniem) nukleotydów dołączonych do potomnych helis wewnątrz rozważanego obszaru. W przypadku pojawiających się stabilnych (trwałych) oscylacji reprodukcja jest cykliczna i składa się z faz syntezy polinukleotydów Y, fazy gromadzenia nukleotydów X, które następują bezpośrednio po sobie [CZERNAWSKI (i in.) 1979, s. 62-66]. Taki cykl jest *de facto* najprostszym modelem cyklu życiowego. Czyli jeśli sobie wyobrazimy bihelisę składającą się z odcinków o długości będącej wielokrotnością okresu oscylacji, to proces przebiega praktycznie identycznie.

O prezentowanych modelach można by stwierdzić, że, jakkolwiek należą do kategorii *toy models*, w których cały stopień złożoności problemu zostaje zredukowany zaledwie do kilku zmiennych, oddają one istotę mechanizmu, co oznacza, że znaleźliśmy istotne zmienne modelu. Zasada prostoty nie jest zarezerwowana wyłącznie dla fizyki, ale jest *explicite* stosowana w badaniach biologicznych [CZERNAWSKI (i in.) 1979, s. 40-41]. Zmniejszanie liczby niezależnych parametrów nie musi oznaczać redukcję, ale wyłapanie tych najbardziej istotnych. W kinetyce procesów biologicznych zasada prostoty ma jasne sformułowanie i sprowadza się do tego, że modele procesów biologicznych powinny składać się z możliwie małej liczby równań, wystarczającej jednak do opisu podstawowej funkcji danego procesu. Ciekawe, że większość modeli daje się rzeczywiście sprowadzić do małej liczby – dwóch, trzech równań, czyli układy niskowymiarowe oddają złożoność świata procesów biologicznych.

Inne przykłady zastosowania modeli cyklu granicznego to neurony biologiczne, cykle metaboliczne (np. cykl glikozy), zegar biologiczny i timing snu, rytmy okołodobowe (*circadian rhytms*), oddychanie – oscylator fizjologiczny, oscylacje w populacjach mikroorganizmów, komórek i bardzo wiele innych.

Ciekawe są aplikacje w neurofizjologii i medycynie, o których zaledwie wspomnijmy. Znane są z jednej strony pewne choroby o przebiegu cyklicznym, jak febra czy malaria, i z drugiej strony konstruowane są modele reakcji immunologicznej, w ramach których daje się wyjaśnić przebiegi periodyczne tych chorób. Najbardziej spektakularnymi aplikacjami w dziedzinie medycyny modelu cyklu granicznego dostarcza neurodynamika czy kardiologia.

Pierwszymi, którzy zaproponowali układ dynamiczny typu relaksacyjnego van der Pola [AWRAJCEWICZ 1996] do opisu dynamiki bijącego serca byli van der Pol oraz van der Merk (1928). Bijące serce, z fizjologicznego punktu widzenia, to nic innego, jak dipol elektryczny, którego położenie osi oraz moment dipolowy zmieniają się w sposób okresowy. W konsekwencji następują zmiany potencjału elektrycznego, które propagują się aż do powierzchni ciała, gdzie mogą być zarejestrowane w postaci zapisu EKG. Zeeman, opierając się na teorii katastrof René Thoma, zaproponował nowy model dynamiki serca oparty również na dynamice układu van der Pola. Ostatnio Żebrowski [GRUDZIŃSKI, ŻEBROWSKI 2003] zaproponował nowy model, uogólniając równania van der Pola (człon harmoniczny został zastąpiony członem Duffinga).

Biologiczne neurony są w istocie pewnymi urządzeniami elektrochemicznymi, w których przekaz sygnału manifestowany jest przez falę przemian błony komórkowej. Zakłada się, że rolą neuronu jest sumowanie sygnałów dostarczonych z dendrytów. Gdy tylko sygnał sumaryczny przekroczy pewną wartość progową, neuron zostaje wzbudzony i przekazuje ten sygnał dalej. Równania Hodgkinga-Huxley'a (H-H), odkryte w 1952 r., opisują mechanizmy leżące u podstaw inicjacji i generacji sygnałów czynnościowych w neuronach.

W 1963 r. autorzy modelu dostali za ten wynik nagrodę Nobla w dziedzinie fizjologii i medycyny. Niestety równania te są bardzo skomplikowane i wielu uczonych pracowało nad ich uproszczeniem, powiedzmy, w duchu wspomnianej biologicznej prostoty. Udało się to w 1961 r. amerykańskiemu biofizykowi Richardowi FitzHugh, który przedstawił uproszczony model H-H oparty na dynamice układu van der Pola.

Cykle graniczne są również typowe dla układów badanych przez ekologię matematyczną. Klasycznym już przykładem jest układ drapieżca–ofiara, znajdujący się w obecności kryjówek, w przypadku braku kryjówek dla ofiar, układ jest opisany przez model Volterry, który w przestrzeni fazowej jest reprezentowany przez centrum. Jako rozwiązania modelu bez kryjówek uzyskujemy zachowania oscylacyjne, niegasnące o amplitudzie zależnej od warunków początkowych. Taki typ rozwiązania uznaje się za nierealistyczny [CZERNAWSKI (i in.) 1979, s.159]. Modyfikacja modelu przez wprowadzenie kryjówek sprawia, że staje się on bardziej realistyczny i wtedy otrzymamy cykl graniczny jako finalne zachowanie układu.

Analogiczny model oddziałujących populacji możemy uzyskać dla układu złożonego z dwóch wzajemnie antagonistycznych gatunków mikroorganizmów znajdujących się w warunkach przepływowych. Korzysta się z założenia motywowanego prawem Monoda, zgodnie z którym tempo rozmnażania się drapieżnika jest proporcjonalne do stężenia ofiar, dopóki to stężenie (zagęszczenie) jest dostatecznie małe. Dla dużych wartości zagęszczenia tempo rozmnażania drapieżnika jest niezależne od stężenia ofiar. Zamiast o drapieżcach i ofiarach w ekosystemie (wilki i zające) możemy myśleć o bakteriach i atakujących je wirusach czy bakteriofagach. Jeśli uwzględnimy, że istnieje ograniczenie wzrostu populacji ofiar nawet w przypadku braku drapieżców, to jako wynik dostajemy cykl graniczny.

Niezwykle spektakularnego przykładu oscylacji typu cyklu granicznego dostarcza chemia. Dynamikę reakcji chemicznej, w której zmieniają stężenia reagentów, powiedzmy X, Y, A, zachodzących w pewnym stałym tempie, łatwo jest opisać za pomocą układu dynamicznego. Na przykład: jeśli rozważymy hipotetyczny układ reakcji chemicznych, powiedzmy $A+X$ przechodzi w $2X$ w tempie k_1; $X+Y$ przechodzi w $2Y$ z szybkością k_2 i wreszcie Y przechodzi w B z szybkością k_3, to, zakładając stałe w czasie stężenia A i B, dostaniemy układ dynamiczny typu Lotki-Volterra. Trochę bardziej złożony układ reakcji, zwanej od nazwisk autorów reakcją Żabotyńskiego-Biełousowa, prowadzi do oscylacji typu cyklu granicznego, które można obserwować w laboratorium jako zmianę periodyczną kolorów [ORLIK 1996]. Podobnego przykładu dostarcza system reakcji zaproponowany przez I. Prigogine'a, którą nazywamy brusselatorem (jak widać Bruksela nie musi się nam koniecznie kojarzyć z UE).

W zakończeniu tego ograniczonego przeglądu wspomnijmy o tzw. cyklu koniunkturalnym w gospodarce. Kaldor pokazał, że w gospodarce kapitalistycznej okresy jej recesji i wzrostu należą do jej urody i mogą mieć miejsce bez udziału czynników zewnętrznych. Źródłem tych oscylacji jest nieliniowa zależność funkcji inwestycji od dochodu *Y*. W przestrzeni fazowej *Y*, *dY*/*dt* dostajemy cykl graniczny [JAKIMOWICZ 2003]. Analogiczne cykle można dostać bez założenia nieliniowości funkcji inwestycji, wprowadzając parametr opóźnienia Kaleckiego [KRAWIEC, SZYDŁOWSKI 1999].

WŁASNOŚĆ „HOMEOSTAZY" MODELI DYNAMICZNYCH W JĘZYKU STRUKTURALNEJ STABILNOŚCI UKŁADÓW DYNAMICZNYCH

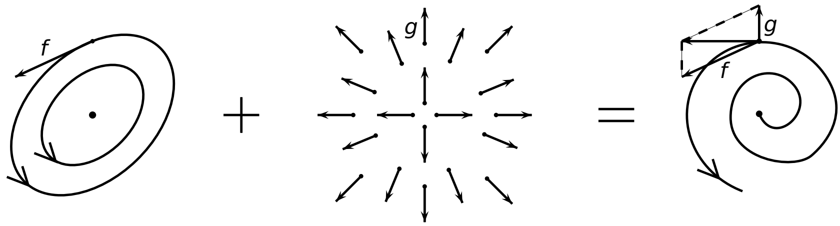
Przez homeostazę zwykliśmy rozumieć utrzymywanie równowagi wewnętrznej organizmu – jego integralności strukturalnej i funkcjonalnej. Oznacza to, że reprezentacją stanu „zdrowia" w przestrzeni fazowej będzie stabilne położenie równowagi. Jeśli poszukujemy stabilnych punktowych atraktorów na płaszczyźnie, to możliwe sytuacje zostały już wcześniej zestawione na rys. 1. Jeśli natomiast atraktorem jest jednowymiarowy obiekt, to będzie nim cykl graniczny, dla którego atraktorem jest zamknięta orbita okresowa. Najbardziej strukturalnie stabilny typ dynamiki oznacza dużą adaptywność układu.

W tym kontekście rodzi się pytanie, czy intuicję homestazy można przenieść na przypadek modeli procesów deterministycznych w nauce. Dla tych układów ewolucja układu jest wizualizowana w przestrzeni wszystkich możliwych stanów układu – przestrzeni fazowej. Cała globalna dynamika zostaje odwzorowana w przestrzeń fazową, która posiada pewną strukturę określoną przez układ krzywych fazowych i punktów krytycznych. W przypadku dwulub trójwymiarowym możemy skonstruować portret fazowy tej dynamiki, wyznaczając wszystkie możliwe ścieżki ewolucyjne układu dopuszczalne dla wszystkich możliwych warunków początkowych. Zwykle na portrecie fazowym zaznaczamy nie *continuum* trajektorii, ale tylko pewne jej podobszary, w których przebieg trajektorii jest charakterystyczny (mają podobny przebieg).

Pozostaje dalej zdefiniować, co rozumiemy przez równoważne struktury przestrzeni fazowej układu. Ponieważ interesują nas jakościowe, a nie ilościowe własności układu, naturalnym jest postulowanie równoważności struktur przestrzeni fazowej poprzez równoważność topologiczną. Tę z kolei definiujemy za pomocą homeomorfizmu – odwzorowania obustronnie ciągłego (homeomorfizm możemy sobie wyobrażać jako taką deformację krzywej fazowej, która polega na rozciąganiu bądź ściskaniu, byle nie rozrywać albo sklejać – trajektoria jest z gumy). Powiemy, że dwa układy dynamiczne są równoważne, jeśli istnieje homeomorfizm przeprowadzający trajektorie jednego układu w drugi. Dodatkowo żądamy, aby homeomorfizm zachowywał kierunek ewolucji układu. Mając już zdefiniowaną równoważność struktur, można badać, w jakim stopniu te struktury są trwałe albo nieczułe ze względu na wpływ małych zaburzeń układu.

Wygodnie będzie od tej pory myśleć o układzie dynamicznym reprezentowanym przez krzywe fazowe, ale o polu wektorów do niej stycznych. Oba spojrzenia są równoważne, ponieważ dla danego pola wektorowego zawsze istnieje krzywa, do której kierunki tych wektorów są styczne, i odwrotnie; ponieważ proces jest różniczkowy, w każdym punkcie krzywej fazowej dobrze jest określone pojęcie stycznej.

Na przykład: jeśli rozważamy centrum jak na rys. 2 i perturbację tego układu przez zaburzenie centralne, to możemy zapytać, czy ten punkt krytyczny zmieni swój charakter pod wpływem tego zaburzenia.



Rys. 2. Rozważmy punkt krytyczny typu centrum reprezentowany przez układ współśrodkowych elips. W każdym punkcie tej elipsy ‘opisującą’ oscylacyjny ruch wokół centrum jest określona prędkość poruszania się punktów po krzywej. Wektor prędkości jest styczny do tej krzywej. Jego składowe są zbudowane z prawych stron autonomicznego układu dynamicznego. Zamiast o trajektoriach możemy myśleć o polu wektorowym wektorów stycznych do niej w każdym punkcie. Następnie układ zaburzamy, wprowadzając centralną perturbację – centralne pole wektorowe (siła centralna). Interesujemy się rezultatem działania tej perturbacji na wyjściowy układ. Obserwujemy, że centralne zaburzenie układu prowadzi nowego pola wektorowego, do którego styczne mają kształt spiral jak to ma miejsce dla ogniska pokazanego na rys. 1. Ponieważ nie istnieje taka ciągła obustronnie deformacja elipsy, która przeprowadziłaby ją w spiralę, wnioskujemy, że układ zaburzony nie jest równoważny wyjściowemu.

Zbiorowi wszystkich nie równoważnych układów dynamicznych zdefiniowanych na pewnym podzbiorze E przestrzeni fazowej M można nadać strukturę przestrzeni Banacha (unormowanej i zupełnej) za pomocą normy superior określamy odległość między układami (a stąd pojęcie ich bliskości może być zdefiniowane w terminach metryki określonej przez normę $\|f(x)\text{-}g(x)\|$, gdzie f i g są polami wektorowymi.

Nasza intuicja dla zdefiniowania własności homeostazy układu dynamicznego jest taka, że f jest strukturalnie stabilnym wektorem, jeśli dla każdego wektora g bliskiego polu f, pola wektorowe f i g są topologicznie równoważne.

Układ zatem nazywamy strukturalnie stabilnym i jest jego własnością wewnętrzną (nie jest to własność perturbacji!), jeśli istnieje takie $\varepsilon > 0$, że dla każdej perturbacji g bliskiej f pola wektorowe f i g są równoważne na pewnym otwartym podzbiorze E przestrzeni fazowej M. Taka definicja strukturalnej stabilności sprawia, że własność ta jest atrybutem samego układu – jego inwariantną własnością. Jest to ważne, jeśli uświadomimy sobie trywialny fakt, że każdy układ jest niestabilny, jeśli tylko jego zaburzenie jest dostatecznie duże.

Pojęcie strukturalnej stabilności zostało wprowadzone przez Andronowa i Pontriagina w 1937 r. [Andronow (i in.) 1959]. Z matematycznego punktu widzenia możemy dowodzić twierdzeń o strukturalnej stabilności (niestabilności) punktowych zbiorów granicznych i cykli granicznych. Okazuje się, że jedyne strukturalnie stabilne punkty krytyczne na płaszczyźnie to węzły, siodła oraz cykle graniczne. Natomiast centra są punktami strukturalnie niestabilnymi, co oznacza, że dowolnie mała perturbacja układu spowoduje dramatyczną zmianę struktury przestrzeni fazowej.

Strukturalna niestabilność punktu krytycznego typu centrum jest kluczowa dla naszej krytyki znanych rozwiązań oscylacyjnych w kosmologii.

Andronow i Pontriagin układy strukturalnie stabilne/niestabilne określają mianem nieczułe/czułe, celem podkreślenia ich wrażliwości ze względu na małe zmiany ich parametrów [CZERNAWSKI (i in.) 1979, s. 30] (dokładnie tutaj chodzi o zmiany prawych stron układu autonomicznego). Pozostaje jednak kluczowy problem interpretacji tej własności. To właśnie od interpretacji tego pojęcia będzie zależeć, czy tę własność należy traktować jako wymóg formalny, który powinny spełniać modele opisywanych przez nas zjawisk. O ile z matematycznego punktu widzenia wymóg strukturalnej stabilności wydaje się być umotywowany, o tyle jego fizyczna, biologiczna interpretacja wymagają komentarza. Wahadło bez tarcia jest układem strukturalnie niestabilnym, natomiast wahadło z tarciem (opis bardziej realistyczny) jest już układem strukturalnie stabilnym. Czyli mniejsza idealizacja modelu przesuwa nas w obszar modeli strukturalnie stabilnych.

Pogląd reprezentatywny dla matematycznego punktu widzenia został wypowiedziany w oryginalnej książce Abrahama i Shawa [ABRAHAM, SHAW 1992, s. 149].

> […] Zawsze próbujemy wyrazić cechy typowego zbioru układów dynamicznych. Przypadki wyjątkowe są bardziej skomplikowane i w zasadzie zaburzają dyskusję. Wierzymy także, że nie rzadko znajdują one obszary zastosowań, ponieważ nie są typowe. Takie przekonanie podzielają wszyscy zajmujący się układami dynamicznymi […][3]

Innymi słowy, dynamiści preferują zasadę indeferentyzmu McMullina *implicite*, czyniąc tym samym założenie, że w rzeczywistości są realizowane przypadki generyczne [SZYDŁOWSKI, GOLBIAK 2006]. Realistyczne modele zjawisk powinny posiadać własność nieczułości na małe zmiany, ponieważ z definicji nasz model jest opisem przybliżonym. Model nie posiada atrybutu prawdziwości, natomiast możemy mówić o modelu lepiej bądź gorzej opisującym rzeczywistość.

Wyobraźmy sobie, że nasze poznanie rzeczywistości polega na dopasowywaniu puzzli, tyle że puzzle kartonowe zastąpiliśmy metalowymi. Dopasowywanie tych puzzli do układanki może okazać się zabiegiem zupełnie karkołomnym, zważywszy na fakt braku luzu na dopasowanie puzzli.

Gdy modelem zjawiska jest układ dynamiczny, brak szczególnego dostrojenia modelu wydaje się zupełnie naturalny z fizycznego punktu widzenia. Model (np. model kosmologiczny) porównujemy z danymi obserwacyjnymi, a te są określone z pewnym błędem wynikającym chociażby z pomiaru tych wielkości, stąd nasz model powinien mieć własność wpasowania się w te niedoskonałe dane obserwacyjne. W kosmologii elementem modelu są również same warunki początkowe, których nie znamy. Pewnym sposobem rozwiązania tej trudności wynikającej z samej swoistości kosmologii jest postulat, że w rzeczywistości realizowane są sytuacje stabilne, generyczne natomiast zasada szczególnego dostrojenia, np. do życia w jego obserwowalnej formie, jest bardziej interesująca z filozoficznego punktu widzenia [ELLIS 2006].

[3] Przekład M.Sz. i P.T.

W KIERUNKU KONSTRUKCJI STRUKTURALNIE STABILNEGO MODELU OSCYLUJĄCEGO WSZECHŚWIATA

Rozważmy możliwe ewolucje dopuszczalne przez jednorodną i izotropową kosmologię z członem kosmologicznym oraz stałą krzywizną. W klasie dopuszczalnych ewolucji rozróżnia się modele monotoniczne (nazywa się też je *inflectional* – modele z punktem przegięcia na wykresie zależności czynnika skali od czasu $a(t)$), modele z odbiciem (klasycznym *bouncem*), modele asymptotyczne dwóch typów, modele oscylacyjne dwóch typów dla ujemnej stałej kosmologicznej oraz dodatniej krzywizny i dodatniej stałej kosmologicznej Λ [4].

Gdy rozważamy modele kosmologiczne zamknięte, to – naszym zdaniem – tam nie ma oscylacji w ścisłym sensie, ponieważ rozwiązanie jest takie, że wchodzi do osobliwości. Fakt nazywania tych modeli oscylacyjnych nie powinien nas zwieść, chociaż jest to powszechna praktyka.

Spróbujmy się temu przyjrzeć bardziej szczegółowo. Ponieważ wchodzimy wówczas w osobliwość pionowo, to teoretycznie można skleić takie rozwiązanie na czynnik skali, tak że przechodzimy pionowo przez ujemny czynnik skali (lustrzane odbicie), a tam jest taka sama oscylacja i potem znowu mamy zero czynnika skali w osobliwości, i tak dalej. Ponieważ znak czynnika skali nie ma znaczenia w metryce Robertsona-Walkera, gdzie jest zwyczajnie a^2, a znak wychodzi w równaniu ciągłości, ale osobno dla każdej oscylacji można go ustalić.

Podkreślmy, że istnieje tutaj kompletna swoboda, czy weźmiemy jeden cykl, czy też powiedzmy pięć, czy też nieskończenie wiele, bo twierdzenie o jednoznaczności rozwiązania nie działa w tej osobliwości, więc możemy sklejać różne rozwiązania, jak się nam podoba, byle funkcja i pochodna były ciągłe. To jest kolejny przykład lokalności równań Einsteina.

W tym kontekście należy podkreślić, że to, co matematycznie dopuszczalne przez równania, nie musi opisywać realnego świata. Fakt dopuszczalności przez równania rozwiązań tego typu nie musi wcale oznaczać, że ten scenariusz będzie fizycznie realizowany. Trudno sobie wyobrazić Wszechświat, który przeszedł fazę wielkiego zgniotu, i rodzi się pytanie: dlaczego mamy ją fizycznie utożsamić z fazą Big Bangu? Przecież fizycznie to są absolutnie różne stany.

---

[4] Zob. hasło *Model Kosmologiczny*, napisane przez M. Szydłowskiego, w internetowej *Encyklopedii Filozofii Przyrody*, red. Z. Roskal, http://www.kul.pl/files/57/encyklopedia/szydlowski_model_kosmologiczny.pdf

Prawdziwy model oscylacyjny dostajemy, gdy będziemy rozważać modele o ujemnej stałej kosmologicznej. Rozważmy teraz sytuację bardziej ogólną. Rozważmy dowolny model kosmologiczny spełniający zasadę kosmologiczną wypełniony materią wieloskładnikową i dla każdego składnika znamy postać równania stanu $p_i = w_i \rho_i$ (w_i=*const*). Definiujemy gęstość efektywną ρ_{eff} jako gęstość sumaryczną i wtedy łatwo pokazać że dynamika modelu sprowadza się do ruchu cząstki o jednostkowej masie w dołku potencjału $V(a)$, gdzie a jest czynnikiem skali oraz $V(a) = -\frac{\rho_{eff} a^2}{6}$ [SZYDŁOWSKI 2007]. Układ ten zachowuje energię E_k zależną od stałej krzywizny k, $E = \left(\frac{da}{dt}\right)^2 + V(a)$. Stąd całka energii determinuje jednoznacznie strukturę przestrzeni fazowej. Poziomice stałej energii wytyczają trajektorie w przestrzeni fazowej (a, da/dt); t jest czasem kosmologicznym. Biorąc dowolną różniczkowalną zależność $V(a)$ (albo $\rho_{eff}(a)$), można bez trudu zrekonstruować globalny portret fazowy modelu. Możliwe są następujące sytuacje generyczne: punkt krytyczny jest siodłowy, co odpowiada maksimum na wykresie funkcji potencjału. Punkt krytyczny jest typu centrum i odpowiada to minimum funkcji potencjału. Wymóg strukturalnej stabilności oznacza zatem, że na portrecie fazowym pojawią się wyłącznie siodła. Gdy rozważamy model z dodatnią Λ, to właśnie mamy do czynienia z taką sytuacją. Ponieważ siodło jest strukturalnie stabilne, model standardowy z krzywizną jest strukturalnie stabilny. Ten model zawiera rozwiązania nazywane jedynie oscylacyjnymi. Natomiast w przypadku, gdy potencjał posiada minimum, mamy do czynienia z ruchem oscylacyjnym z punktami powrotu w $a=0$ oraz a: $V(a)=0$. Jest to ruch oscylacyjny, ale centrum jest punktem krytycznym strukturalnie niestabilnym. Oznacza to, że, gdy wystąpi na portrecie fazowym, wtedy układ będzie strukturalnie niestabilny automatycznie.

Z punktu widzenia kosmologii współczesnej modele oscylującego Wszechświata pojawiają się na scenie dopuszczalnych rozwiązań w dwóch epizodach. Pierwszy, jako analityczne rozwiązania równań Einsteina dla jednorodnego i zamkniętego Wszechświata, które zostały analitycznie „uciąglone" w osobliwości Big Bangu. Na przykład: zależność czynnika skali od czasu konforemnego η powiązanego z kosmologicznym relacją: $\frac{dt}{a(t)} = d(\eta)$, dla modelu zamkniętego wypełnionego materią radiacyjną (promieniowaniem) ma postać:

$$a(\eta) = A\sin(\eta),\ t = A(1-\cos(\eta)).$$

Na płaszczyźnie (t, $a(t)$) ta zależność jest opisywana przez nieskończony ciąg półokręgów posklejanych w osobliwości.

W przypadku świata zamkniętego zdominowanego przez materię rozwiązania mają postać:

$$A(\eta) = A(1-\cos(\eta)),\ t = (\eta - \sin\eta).$$

Na płaszczyźnie (t, $a(t)$) ta zależność jest opisywana przez cykloidę – krzywą zakreśloną przez punkt na obwodzie walca toczącego się bez poślizgu po powierzchni. Dostajemy jako rozwiązanie periodyczną ewolucję (ewolucję z nieskończoną liczbą identycznych faz ekspansji i kontrakcji). Wszechświat ten jest nieskończenie stary i w przybliżeniu przypomina nam model stanu stacjonarnego ze względu na translacyjną niezmienniczość względem czasu. Tak amplituda, jak i okres oscylacji są stałymi wyznaczonymi przez warunki początkowe. R.C. Tolman zauważył, aplikując termodynamikę do modelu takiego, że entropia powinna rosnąć w kolejnych cyklach, co oznacza niemożność utrzymania ewolucji w postaci „*never ending story*”, ponieważ do dzisiejszej epoki entropia powinna być nieskończona, biorąc pod uwagę nieskończoną liczbę przeżywanych cykli w przeszłej ewolucji Wszechświata [TOLMAN 1934].

Ostatnio Steinhardt i Turok [2002] argumentują, że we Wszechświecie branowym istnieje naturalny mechanizm oscylacji. W ich scenariuszu rozwiązanie cykliczne, jak twierdzą autorzy, jest atraktorem (chociaż tego *explicite* nie pokazują). Autorzy utrzymują, że ich model rozwiązuje trudności modelu standardowego, jak problem płaskości, jednorodności oraz widma fluktuacji gęstości[5].

Braum i Frampton [FRAMPTON 2007] natomiast utrzymują obecnie, że problem entropii znajduje swoje rozwiązanie na gruncie oscylującego modelu. Model oscylującego Wszechświata współcześnie w kosmologii jest atrakcyjny w pętlowej kosmologii kwantowej oraz dla scenariusza ekpyrotycznego dla Wszechświata branowego otrzymanego z teorii superstrun[6]. Interesujące jest, że modele pętlowej kosmologii, będące swoistym fenomenologicznym testem dla fundamentalnej teorii kwantowej grawitacji, oferują modele oscylujące bez osobliwości początkowej. W tych modelach osobliwość początkowa została zastąpiona fazą odbicia (*bounce*) – wysoko-energetyczną fazą opisującą Wszechświat w epoce Plancka. Faza *bounce* może

[5] Dla przeglądu idei cyklicznego Wszechświata zob. pracę [LEHNERS 2008].

[6] Dla dyskusji problemu, dlaczego model oscylującego Wszechświata jest ciągle atrakcyjny w kosmologii, zob. obszerny przegląd [FRAMPTON 2007].

być niesymetryczna, jeśli istnieje niezerowy wkład od potencjału pola skalarnego.

ZAKOŃCZENIE

Podsumowując nasze rozważania, możemy sformułować następujące wnioski:

1. Dla ogólnej klasy modeli kosmologicznych, wypełnionych materią wieloskładnikową na portrecie fazowym, nie jest dopuszczalne rozwiązanie cykliczne typu cyklu granicznego.
2. Jedyne dopuszczalne rozwiązania pojawiają się, gdy potencjał fikcyjnej cząstki naśladującej ewolucję Wszechświata posiada minimum. W tym przypadku w przestrzeni fazowej mamy centrum.
3. Ponieważ centrum jest strukturalnie niestabilne, ilekroć pojawi się ono na portrecie fazowym, odpowiedni układ będzie strukturalnie niestabilny.

Nasz wniosek generalny jest więc następujący: dla dwuwymiarowej przestrzeni fazowej, przy poczynionych założeniach, jest niemożliwa kosmologia oscylacyjna, która jest strukturalnie stabilna, w której ewolucja Wszechświata byłaby globalnym oscylatorem (reprezentowana przez cykl graniczny). Natomiast dopuszczalna jest strukturalna stabilność modelu standardowego LCDM z ewolucją typu monotonicznego.

Zmierzając w kierunku poszukiwania takiego modelu, musimy wyjść poza istniejące propozycje, które oferują modele uznane już za mało realistyczne nawet w ekologii, ponieważ ich parametry, takie jak amplituda oscylacji czy też ich okres, zależą od warunków początkowych.

Jedynym zadowalającym rozwiązaniem dla kosmologii oscylacyjnej, która unika problemu wyboru szczególnych warunków początkowych dla dalszej ewolucji, wydaje się być ewolucja reprezentowana przez cykl graniczny. Wówczas będzie w niej realizowana zasada indyferentyzmu – niezależności względem wyboru szczególnych warunków początkowych.

W tym celu realizacji proponowanego programu modelu Wszechświata, będącego globalnym atraktorem, należy zwiększyć wymiar przestrzeni fazowej (na płaszczyźnie fazowej brak jest miejsca dla proponowanego modelu oscylującego Wszechświata). Kosmologia z polem skalarnym jest interesującym obszarem do dalszego poszukiwania modeli ewolucji kosmologicznej analogicznych do globalnych oscylatorów spotykanych w biologii, chemii i innych dziedzinach nauk przyrodniczych [HRYCYNA (i in.) 2011 – praca w przygotowaniu)

Wnioski o naturze przedmiotowej należy uzupełnić o kilka uwag metodologicznych i ogólnie filozoficznych. Kragh nazywa jej argumentami pozanaukowymi (*extrascientific*) [KRAGH 2009, s. 598]. Z pewnością konkurujące ze sobą modele ewolucji Wszechświata zakładają lub sugerują pewien obraz świata, który implikuje wnioski o naturze filozoficznej (szczególnie dotyczące kwestii ontologicznych czy epistemologicznych). Świetnym przykładem pewnego sprzężenia zwrotnego między filozofią nauki a fizyką, w interesującym nas w pracy obszarze, są kontrowersje wokół teorii stanu stacjonarnego w historycznym kontekście formowania się Ogólnej Teorii Względności [hasło *Cosmology*: Methodological Debates In the 1930s and 1940s, 2002, *Stanford Encyclopedia for Philosophy*; SZYDŁOWSKI, TAMBOR 2008].

Nasz program konstrukcji modelu oscylującego Wszechświata jest próbą rozwiązania problemu warunków początkowych poprzez nawiązanie do koncepcji nieliniowych samooscylacji [PECHENKIN 2002][7]. Kwestią otwartą jest, czy ten program jest realizowalny w ramach kosmologii relatywistycznej. Rozstrzygnięcie tego faktu wymaga szczegółowych badań przedmiotowych, które autorzy pracy podejmują. Z metodologicznego punktu widzenia w ocenie dwóch konkurujących hipotez bierzemy pod uwagę przede wszystkim kryteria testowalności, falsyfikowalności (ewentualnie weryfikowalności), siły wyjaśniającej i predyktywnej, ale także rozważa się spójność z dotychczasową wiedzą, prostotę (szczególnie rozumianą w świetle zawartości

[7] Idea samooscylacji (*self-oscillations*) pojawiła się na gruncie teorii nieliniowych oscylacji. Sowiecka szkoła L.I. Mandelstama rozwijała wersję tej teorii do postaci tego, co dzisiaj nazywamy dynamiką nieliniową. Teoria nieliniowych oscylacji była budowana właśnie wokół koncepcji samooscylacji, która została rozwinięta przez studenta Mandelstama – A.A. Andronowa. Pechenkin dokonuje interesujących analiz rozwoju koncepcji samooscylacji i szerzej nieliniowej dynamiki w kontekście zmiany paradygmatu. Odnosi się do koncepcji Kuhna oraz Quine'a. Zauważa on, że koncepcja samooscylacji zdeterminowała paradygmat teorii nieliniowych oscylacji, jak i jej ideologię, tj. zbiór pewnych charakterystycznych idei, które wspólnie z odpowiednimi przykładami z różnych dziedzin i zauważonymi analogiami pozwoliły na ekspansję teorii na całkowicie nowe obszary. Te przykłady z kolei ujawniły nowe problemy już samej teorii. Ciekawe, że koncepcja samooscylacji została sformułowana przez Andronowa w kontekście, można powiedzieć, technicznego problemu wyjaśnienia pewnych zagadnień z dziedziny inżynierii radiowej (*tube generator*). Podobna sytuacja miała miejsce w kontekście odkrycia abstrakcyjnej dziedziny matematyki, jaką jest topologia. Dziedzina ta została odkryta w kontekście badań zbieżności szeregów Fouriera. To czego dokonał Andronow w dziedzinie teorii nieliniowych oscylacji to potraktowanie jej jako fragmentu czegoś ogólniejszego, a mianowicie jakościowej teorii równań różniczkowych.

informacyjnej rozumianej ilościowo, takich jak Akaike Information Criterion – w skrócie: AIC), zasięg efektywności (liczbę parametrów efektywnych).

Ciekawym pomysłem wydaje się porównanie dwóch modeli: monotonicznego oraz oscylującego, z punktu widzenia bayesowskich kryteriów selekcji modeli w oparciu o dane obserwacyjne czy też z punktu widzenia kryterium prostoty wyrażonego w terminach AIC i jego uogólnieniach [SZYDŁOWSKI, TAMBOR 2010].

Autorzy niniejszej pracy prowadzą badania w tym kierunku. Badania te pokazują, że w świetle dopuszczalnych danych obserwacyjnych to właśnie model monotoniczny z punktem przegięcia jest faworyzowany przez dane obserwacyjne. Obserwacje satelity WMAP, połączone z obserwacjami odległych gwiazd supernowych typu SNIa, odrzucają modele z ujemną stałą kosmologiczną (dla tego przypadku dopuszczalne są rozwiązania oscylacyjne w ścisłym sensie), ponieważ nie wyjaśniają one przyśpieszonej ekspansji Wszechświata w obecnej epoce. Model, faworyzowany przez obserwacje, jest modelem z materią ciemną i barionową, dodatnią stałą kosmologiczną (ciemną energią) oraz małą dodatnią krzywizną.

Osobną kwestią są problemy natury filozoficznej – na przykład pytania o możliwy status ontologiczny modeli oscylacyjnych. Wspomniani przez nas Steinhardt, Turok, Baum i Frampton należą do mniejszości, która argumentuje w tej kwestii za realizmem.

Słabość danych obserwacyjnych oraz brak predykcji przyszłości niestety otwiera pole różnego typu spekulacjom, które obnażają nieczęsto założenia autorów koncepcji o charakterze światopoglądowym.

Niezależnie od tego w kosmologii bada się, na ile model oscylującego Wszechświata wyjaśnia trudności standardowego modelu kosmologicznego. Podawane są nawet argumenty za wyjaśnianiem zagadki akcelerującego Wszechświata. Modele oscylującego Wszechświata są obecnie atrakcyjne w kosmologii branowej, gdzie osobliwość kosmologiczna jest tylko przenikaniem się dwóch poruszających się naprzeciw siebie bran, czy też kosmologii pętlowej, zastępującej osobliwość fazą odbicia.

Można także powiedzieć, w języku filozofii nauki, że dyskusję, czy model naszego Wszechświata, który jest modelem typu oscylacyjnego, cechuje pewien klimat odpowiadający tzw. okresowi normalnemu w sensie Kuhna (ma ona charakter bardziej techniczny niż fundamentalny). Wydaje się też, że mniejsze znaczenie (w sensie wpływu na wyniki badań) mają kwestie natury filozoficznej. W tej dyskusji istotną rolę odgrywają obserwacje astronomiczne. Nowe misje satelitarne, jak misja satelity Plancka, dedykowanego do obserwacji promieniowania reliktowego – głównego źródła informacji, przyczynią się do realizacji programu badawczego kosmologii jako fizyki i astrofizyki Wszechświata podlegającego ścisłej kontroli przez dane obserwacyjne. Ich jakość i liczba rosną w niezwykłym tempie, przyczyniając się do wyselekcjonowania modelu naszego Wszechświata – głównego obiektu naszych zainteresowań[8].

REFERENCJE

ABRAHAM R.H., SHAW Chr.D. [1992], *Dynamics – the geometry of behavior*, Adison-Wesley.

ANDRONOW A.A., WITT A. A., CHAIKIN S.E. [АНДРОНОВ А.А., ВИТТ А.А., ХАЙКИН С.Э.] [1972], *Теориа колебаний*, Физматгиз.

ARNOLD W.I. [1975], *Równania różniczkowe zwyczajne*, PWN Warszawa.

AWRAJCEWICZ J. (1996), *Drgania deterministyczne układów deterministycznych*, Warszawa: WN-T.

BRAUN L., FRAMPTON P.H. [2007], *Turnaroud in Cyclic Cosmology*, „Phys. Rev. Letters" 98, 071301.

CZERNAWSKI D.S., ROMANOWSKI J.M., STIEPANOWA N.W. [1979], *Modelowanie matematyczne w biofizyce*, Warszawa: PWN.

ELLIS G.F.R. [2006], *Issues in the Philosophy of cosmology*, e-print: arXiv:astro-ph/ 0602280.

FRAMPTON P.L. [2007], *Did Time Begin? Will Time End?*, e-print: arXive/0704.1132.

FRIEDMANN A. [1922], *Über die Krümmung des Raumes*, „Zeitschrift für Physik" 10, s. 377-386.

GRUDZIŃSKI K., ŻEBROWSKI J.J. [2003], *Modelowanie zmienności rytmu serca za pomocą modeli zwartych*, Warszawa: Politechnika Warszawska.

JAKIMOWICZ A. [2003], *Od Keynesa do teorii chaosu*, Warszawa: WN PWN.

KRAGH H. [2009], *Continual Fascination: The Oscillating Universe in Modern Cosmology*, „Science in Context" 22 (4), s. 587-612.

KRAWIEC A., SZYDŁOWSKI M. [1999], *The Kaldor-Kalecki business cycle model*, „Annals of Operational Research" 89, s. 89-100.

LEHNERS J-L. [2008], *Ekpyrotic and Cyclic Cosmology*, e-print: astro-ph/0806.1245.

NARLIKAR J.V., BURBIDGE G., VISHWAKARMA R.G. [2007], *Cosmology and Cosmogony in a Cyclic Universe*, „Journal of Astrophysics & Astronomy" 28, s. 67-99.

ORLIK M. [1996], *Reakcje oscylacyjne porządek i chaos*, Warszawa: WNT.

PECHENKIN A. [2002], *The concept of self-oscillation and the rise of synergetics ideas in the theory of nonlinear oscillations*, „Studies in History and Philosophy of Modern Physics" 33, s. 269-295.

RUDNICKI K. [2002], *Zasady kosmologiczne*, Bydgoszcz: Wyższa Szkoła Ochrony Środowiska.

STEINHARDT P.J., TUROK N. [2002], *Cyclic Model of the Universe*, „Science" 296, s. 1436-1439.

SZYDŁOWSKI M., KRAWIEC A. [1999], *Układy dynamiczne w modelowaniu rozwoju nauki*, [w:] A. JONKISZ (red), *Postaci Prawdy*, 3, (Prace naukowe U.Ś nr 1802), Katowice, s. 97-114.

[8] Pragniemy podziękować naszym kolegom: A. Krawcowi, O. Hrycynie i J. Mielczarkowi oraz T. Stachowiakowi, którzy wspierali nas w pisaniu tej pracy i dyskutowali z nami różne problemy.

SZYDŁOWSKI M., KRAWIEC A. [2004], *A note on Kaleckian lags in Solow model*, „Review of Political Economy” 16, s. 501-506.

SZYDŁOWSKI M. [2007], *Cosmological zoo-accelerating models with dark energy*, „Journal of Cosmology and Astroparticle Physics” 09, 007.

SZYDŁOWSKI M., GOLBIAK J. [2006], *Filozoficzny wybór pomiędzy zasadą indyferentyzmu a zasadą szczególnego dostrojenia*, „Roczniki Filozoficzne” 54, nr 2, s. 231-253.

SZYDŁOWSKI M., TAMBOR P. [2008], *Albert Einstein i stała kosmologiczna*, „Kwartalnik Historii Nauki i Techniki PAN” nr 3/4.

SZYDŁOWSKI M., TAMBOR P. [2010], *Prostota modelu kosmologicznego a złożoność Wszechświata*, „Roczniki Filozoficzne” 58, nr 2, s. 153-180.

TOLMAN R.C. [1934], *Relativity, thermodynamics and Cosmology*, Oxford: Claremont Press.

TUREK J. [2006], *Wyjaśnianie antropiczne w kosmologii*, „Roczniki Filozoficzne” 54, nr 2, s. 267-298.

OSCILLATING MODELS OF THE UNIVERSE IN COSMOLOGY

S u m m a r y

We criticize oscillating models of the Universe from the point of view of their structural instability. Moreover we show that parameters of a cycle depend on initial conditions in standard models of an oscillatory type in cosmology. Therefore these oscillating models do not solve the problem of initial condition. We argue that the special type of oscillating cosmology represented by a limit cycle in the phase space is a natural candidate for solving the problem of initial conditions. The programme of formulating oscillatory cosmology as a global structurally stable oscillator is formulated. The short review of models in science, where a limit cycle type of behavior appears, is given. It is also proposed to compare the oscillating models with the concordance cosmological model by using the Akaike criterion of simplicity. Advantages and disadvantages of oscillating cosmology are discussed in the framework of the philosophy and methodology of cosmology.

Summarised by Marek Szydłowski and Paweł Tambor

Słowa kluczowe: stabilność strukturalna, oscylujący Wszechświat, cykl graniczny, metodologia kosmologii, filozofia kosmologii

Key words: structural stability, oscillating universe, limit cycle, methodology and philosophy of cosmology

Information about Authors:

Prof. Dr. MAREK SZYDŁOWSKI – Faculty of Physics, Jagiellonian University; Copernicus Center for Interdisciplinary Studies; address for correspondence: PL 33-122 Wierzchosławice 613; e-mail: marek.szydlowski@uj.edu.pl

Rev. PAWEŁ TAMBOR, Ph.D. – Copernicus Center for Interdisciplinary Studies; address for correspondence: ul. Smuglewicza 34, PL 25-460 Kielce; e-mail: xpt@ poczta.fm