Complessità e Riduzionismo

a cura di

Vincenzo Fano
Enrico Giannetto
Giulia Giannini
Pierluigi Graziani

Isonomia *Epistemologica*

Isonomia – Epistemologica

Volume 2

COMPLESSITÀ E RIDUZIONISMO

Volume 1
Il Realismo Scientifico di Evandro Agazzi
Mario Alai, ed.

Volume 2
Complessità e Riduzionismo
Vincenzo Fano, Enrico Giannetto, Giulia Giannini, Pierluigi Graziani, eds.

ISONOMIA - Epistemologica Series Editor
Gino Tarozzi gino.tarozzi@uniurb.it

COMPLESSITÀ E RIDUZIONISMO

a cura di

Vincenzo Fano
Enrico Giannetto
Giulia Giannini
Pierluigi Graziani

ISSN 2037-4348

Scientific Director: Gino Tarozzi
Managing Director: Pierluigi Graziani
Department of Foundation of Sciences
P.za della Repubblica, 13 – 61029 Urbino (PU)

http://isonomia.uniurb.it/

Design by massimosangoi@gmail.com

Sommario

Riflettendo su complessità e riduzionismo

Vincenzo Fano
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
vincenzo.fano@uniurb.it

Enrico Giannetto
Università degli Studi di Bergamo
egiannet@unibg.it

Giulia Giannini
Centre Alexandre Koyré, Paris
giulia.giannini@gmail.com

Pierluigi Graziani
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
pierluigi.graziani@uniurb.it

Il volume raccoglie gli atti della XIII Scuola Estiva di Filosofia della Fisica, tenutasi a Cesena dal 13 al 18 settembre 2010. A partire dal 1998, il Centro Interuniversitario di ricerca in Filosofia e Fondamenti della Fisica (Urbino, Bologna, Salento e Insubria) organizza annualmente una scuola estiva in collaborazione con la Società Italiana di Logica e Filosofia delle Scienze (SILFS) e il Comune di Cesena. La scuola, diventata ormai punto di riferimento annuale per studenti, insegnanti e studiosi di varie discipline, affronta ogni anno un tema differente invitando i maggiori esperti italiani sull'argomento. Dedicata a "Complessità e Riduzionismo", l'edizione del 2010 si è avvalsa anche della collaborazione della Scuola di Dottorato in Antropologia ed Epistemologia della Complessità dell'Università degli

"Riflettendo su complessità e riduzionismo", in *Complessità e riduzionismo*, pp. 1-5
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

Studi di Bergamo che, dal 2002, promuove in Italia e nel mondo la formazione e il perfezionamento di ricercatori esperti nella complessità storica, filosofica e antropologica delle scienze naturali e umane.
Come mostrano i contributi qui raccolti, durante i lavori della scuola, complessità e riduzionismo sono stati affrontati dai relatori a partire da prospettive diverse e sotto differenti punti di vista.

Gian-Italo Bischi, dopo aver brevemente delineato la storia della progressiva matematizzazione dell'economia, si è concentrato soprattutto sull'utilizzo di modelli dinamici non lineari. Sviluppati inizialmente in ambito fisico e basati su equazioni di evoluzione, tali modelli deterministici vengono utilizzati per prevedere – ed eventualmente controllare – l'evoluzione temporale di sistemi reali. Secondo Bischi, la scoperta che modelli dinamici non lineari (tipici dei sistemi sociali che presentano continue interazioni e meccanismi di feed-back) possono esibire comportamenti di caos deterministico, caratterizzato dalla proprietà di amplificare in modo difficilmente prevedibile perturbazioni arbitrariamente piccole, ha suscitato un certo imbarazzo e nel contempo creato nuove possibilità. Imbarazzo perché la presenza di caos deterministico rende insostenibile l'ipotesi dell'agente economico razionale, ovvero capace di prevedere correttamente; ma apre anche nuove possibilità, poiché tale scoperta mostra che quei sistemi economici e sociali caratterizzati da fluttuazioni in apparenza casuali potrebbero in realtà essere governati da leggi del moto deterministiche (anche se non lineari).

Se Bischi ha affrontato il tema della complessità in ambito economico, Salvo D'Agostino ha invece introdotto e approfondito il problema dei successi e dei fallimenti dell'assiomatizzazione in campo fisico. Uno degli aspetti più dibattuti della complessità sul versante scientifico e filosofico è infatti quello della supposta rinuncia a una generalizzazione dei procedimenti assiomatico-deduttivi come metodo generale della ricerca scientifica. A partire dalla considerazione che la fisica pre-relativistica è spesso stata considerata fondata prevalentemente sul trionfo di tale metodo, D'Agostino ha evidenziato la presenza di una posizione antagonista presente già in Newton e ripresa successivamente da Ampère e Maxwell. Alternativa al metodo assiomatico-deduttivo, tale prospettiva si fonda sul ricorso alla cosiddetta deduzione dai fenomeni. Una variazione sul tema, è stata individuata da D'Agostino anche nel contributo di Einstein in cui alla celebrazione del metodo assiomatico-deduttivo si contrappone una lode dell'osservazione dei fenomeni e della riflessione sugli esperimenti: è proprio ponendo il problema di una scelta o conciliazione fra le due che

Einstein avrebbe, secondo D'Agostino, il merito di aver aperto la via al pensiero scientifico moderno.

Sempre in ambito fisico, Arcangelo Rossi ha tracciato, da un punto di vista storico, il passaggio dai modelli riduzionistici che hanno caratterizzato lo studio delle realtà fisica nella scienza classica all'emergere della questione della complessità nella scienza contemporanea. In particolare, a partire dall'affermazione di Ernst Cassirer secondo cui la piena transizione da un'accezione sostantiva ed esplicativa dei modelli a una formale e funzionale sarebbe rintracciabile già alle origini della scienza moderna, Rossi ha mostrato come la visione della natura che emerge dalla scienza classica illuminista fosse comunque realista e riduzionista. Benché alcuni aspetti e alcune visioni non propriamente qualificabili come riduzioniste e meccaniciste siano già presenti all'interno della scienza classica, la tematica della complessità comincia a svilupparsi in fisica solo alla fine dell'Ottocento.

Sergio Chibarro, Lamberto Rondoni e Angelo Vulpiani hanno affrontato il ruolo del caos e l'emergenza di proprietà collettive all'interno della meccanica statistica. In particolare, hanno mostrato l'esistenza di due posizioni nettamente diverse: da una parte il punto di vista "tradizionale", risalente a Boltzmann e parzialmente formalizzato da Khinchin, secondo cui la meccanica statistica sarebbe caratterizzata in primo luogo dall'enorme numero di gradi di libertà; dall'altro la scuola "moderna" cresciuta intorno a Prigogine e ai suoi collaboratori, che considera il caos come l'ingrediente fondamentale. Anche attraverso alcune simulazioni numeriche, gli autori hanno mostrato come anche all'interno della meccanica statistica si faccia avanti il problema della complessità e del riduzionismo. Sebbene i risultati di Khinchin non siano in grado di rispondere in modo definitivo a tutti i problemi sollevati dalla relazione fra termodinamica e meccanica statistica, il numero estremamente grande di gradi di libertà che tale approccio prende in considerazione permette *l'emergere*, nei sistemi macroscopici, di proprietà del tutto assenti in sistemi piccoli.

Giorgio Turchetti ha introdotto il problema del passaggio dai modelli fisici ai sistemi complessi mostrando come i limiti che il disegno riduzionista incontra già per i sistemi fisici diventino decisamente più forti nel caso dei sistemi complessi. La grande differenza tra un sistema fisico e un sistema complesso risiederebbe infatti, secondo Turchetti, nel fatto che il primo, fissate le condizioni esterne, ha sempre le medesime proprietà, mentre il secondo cambia con il fluire del tempo, perché la sua organizzazione interna muta non solo al cambiare di fattori ambientali ma anche con il succedersi delle generazioni. È in tale prospettiva che egli giunge a definire complessi non tanto i sistemi caratterizzati da proprietà emergenti e da interazioni non lineari tra i loro componenti (definibili come sistemi dinamici), ma piuttosto i sistemi viventi o quelli di vita artificiale che ne condividono le proprietà essenziali.

Il problema di complessità e riduzionismo in campo biologico è stato poi affrontato in maniera diretta da Luciano Boi e da Roberto Serra. Il primo ha mostrato come lo studio del comportamento dinamico delle strutture cellulari non possa essere descritto con sufficiente accuratezza né dalla convenzionale dinamica dell'equilibrio né da modelli statici e richieda quindi nuovi strumenti. In particolare, egli ha affrontato la necessità – per una comprensione del comportamento dei sistemi (dinamici) complessi – di un'adeguata conoscenza delle caratteristiche cinetiche e topologiche delle loro componenti. A differenza dello studio dei meccanismi molecolari, l'analisi del comportamento dinamico delle strutture cellulari non necessita tanto di una profonda e dettagliata conoscenza del comportamento di ogni singola molecola, ma piuttosto delle regole che governano il comportamento globale e collettivo dei sistemi.

In consonanza con il contributo di Boi, Serra ha spiegato come la scienza dei sistemi complessi abbia mostrato l'esistenza di "leggi" in gran parte indipendenti dalle specifiche caratteristiche delle entità microscopiche che tuttavia ne descrivono il comportamento e l'interazione. Se la ricerca di proprietà generali ha ormai assunto una grande rilevanza in ambito fisico, nelle scienze biologiche si trova ancora nei suoi primi stadi di vita. Attraverso una serie di esempi, Serra ha mostrato come tale approccio, da considerarsi non in opposizione alla biologia molecolare classica ma a essa complementare, sembra però portare anche in ambito biologico a importanti e promettenti risultati. Emblematico in questo senso è per Serra il lavoro di Kauffman che rivela come un sistema dinamico di geni che interagiscono fra loro mostri delle proprietà di auto-organizzazione che spiegano alcuni aspetti della vita, fra cui l'esistenza di un numero limitato di tipi cellulari in ogni organismo multicellulare.

Pierluigi Graziani ha affrontato invece il problema della complessità computazionale in riferimento alla decidibilità della geometria elementare di Tarski. A partire soprattutto dai lavori di Fisher, Rabin e Meyers e in confronto con il lavoro di Tarski, Graziani ha analizzato come il problema della decisione si trasformi nella determinazione di quanto tempo e spazio di memoria impieghi un algoritmo di decisione per una teoria a determinare se un enunciato della teoria ne sia o meno un teorema. In teoria della complessità computazionale, infatti, si assume che siano computazionalmente intrattabili quei compiti che richiedono risorse di tempo e spazio di memoria (le cosiddette risorse computazionali) che crescono esponenzialmente con la lunghezza dell'input; e che siano computazionalmente trattabili quelli che richiedono risorse che crescono al più in modo polinomiale con la lunghezza dell'input. In tale prospettiva, la complessità computazionale non concerne dunque quante risorse richiede lo svolgere un determinato compito, bensì quanto aumentano le risorse richieste al crescere delle dimensioni dei dati.

Claudio Calosi e Vincenzo Fano hanno mostrato come il problema della complessità e del riduzionismo riguardi anche il rapporto fra psicologia e fisica. In particolare, hanno proposto qui un nuovo esperimento mentale che hanno chiamato Shem-Shaun – dal nome dei due gemelli protagonisti del *Finnegan's Wake* di Joyce – e che solleva un problema per il Fisicalismo minimale in filosofia della mente. Il fisicalismo minimale viene infatti caratterizzato come quella tesi secondo cui le proprietà mentali sopravvengono nomologicamente sulla proprietà fisiche, una forma di riduzionismo per cui, stabilite le proprietà fisiche del mondo, quelle mentali sarebbero necessariamente determinate. Gli autori sostengono che, o il Fisicalismo minimale è incapace di dare un resoconto adeguato dell'esperimento Shem-Shaun o ne deve dare un resoconto che è in forte tensione con la nostra attuale immagine scientifica del mondo.

Nel loro insieme, i lavori presentati testimoniano da un lato la vivacità degli studi epistemologici sulla complessità e dall'altro l'importanza del concetto di complessità per la filosofia della scienza e, in particolare, della fisica.

Dai modelli fisici ai sistemi complessi

Giorgio Turchetti
Università degli Studi di Bologna
turchetti@bo.infn.it

1. Introduzione

L'osservazione della natura con l'intento di capire l'origine della varietà di forme e fenomeni in cui si manifesta ha origini remote. All'inizio il rapporto con i fenomeni naturali era dominato da sentimenti quali paura e stupore che conducevano a supporre l'esistenza di entità sfuggenti alla percezione diretta che permeavano gli elementi animandoli. Ecco dunque che la magia rappresenta l'elemento dominante della filosofia naturale primitiva caratterizzata da una unicità degli eventi e dalla impossibilità di capirli e dominarli in quanto frutto della volontà di essenze a noi estranee e non governabili. Con il nascere della civiltà ed il suo progredire il tempo dedicato ai lavori necessari per il sostentamento e la sopravvivenza diminuì e nella ripartizione dei compiti alcuni individui potevano dedicare parte del loro tempo alla osservazione della natura ed alla sua interpretazione in termini non trascendenti. Nella natura, intesa come tutto ciò che ci circonda composto da esseri viventi e da materia inorganica nelle sua varie aggregazioni sulla terra e nel cosmo, ciò che attirò l'attenzione fin dall'inizio furono furono i fenomeni regolari e periodici come i moti della luna, dei pianeti e delle stelle. Nel contempo dopo una spinta iniziale dettata da esigenze pratiche come contare gli oggetti o misurare i campi, la matematica si era sviluppata autonomamente e si rivelò idonea a descrivere in termini quantitativi i moti dei corpi celesti. La terra era al centro dell'universo mentre il moto degli altri corpi celesti risultava da una composizione di moti circolari uniformi. Questa visione geocentrica e

"Dai modelli fisici ai sistemi complessi", in *Complessità e riduzionismo*, pp. 99-115
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

pitagorica (armonia delle sfere) dell'universo ha prevalso fino agli albori della scienza moderna, anche se una descrizione eliocentrica, basata su validi argomenti, era stata proposta. Per quanto riguarda la struttura della materia i presocratici avevano già proposto i quattro elementi mentre gli atomisti avevano ricondotto tutto ad entità elementari primigenie, il cui aggregarsi e disgregarsi da luogo a tutti gli stati e le molteplici forme della materia. Queste intuizioni si ritrovano nella fisica moderna che contempla quattro stati di aggregazione, che hanno come unico sostrato comune gli atomi. La fisica moderna nasce con Galileo e Newton, la cui dinamica si sviluppa a partire dalle leggi di Keplero che descrivono il moto dei pianeti nel sistema eliocentrico, per potersi poi applicare ad un qualunque sistema materiale. Pertanto nei due secoli successivi si ritenne che un modello meccanico potesse essere sviluppato per un qualunque sistema fisico e quindi per l'universo intero la cui evoluzione doveva essere matematicamente prevedibile.

Per i fenomeni termici tuttavia vennero formulate leggi ad hoc come quelle della termodinamica che mostrano come i processi macroscopici siano irreversibili in contrasto con le leggi della meccanica. Si deve a Boltzmann[1] il tentativo di ricondurre la termodinamica alla meccanica per un gran numero di particelle dei cui moti disordinati viene data una lettura di carattere statistico. L'aumento della entropia e la irreversibilità seguono dalla ipotesi di caos molecolare ossia che i moti siano così disordinati che si perde rapidamente memoria dello stato iniziale. L'idea di introdurre una misura di probabilità nel contesto della meccanica sembra antitetica con la natura stessa della teoria rivolta fino ad allora allo studio di sistemi con moti regolari, reversibili e prevedibili individualmente su tempi lunghi. Tuttavia l'analisi probabilistica diventa essenziale per lo studio di sistemi caratterizzati da forti instabilità, e da orbite irregolari per i quali la previsione richiede una conoscenza della condizioni iniziali con precisioni fisicamente non raggiungibili.

Combinando la evoluzione deterministica della meccanica di Newton o di Hamilton con la descrizione statistica attraverso una opportuna misura invariante di probabilità nello spazio delle fasi, nasce la teoria dei sistemi dinamici[2] che consente di descrivere non solo i sistemi ordinati o i sistemi caotici ma anche tutti quelli che vedono coesistere in diverse proporzioni ordine e caos e che presentano una straordinaria varietà di strutture geometriche e proprietà statistiche, tanto da fornire almeno se non proprio

[1] Boltzmann (1999).
[2] Arnold (2004).

un quadro teorico per lo meno metafore utili per la descrizione dei sistemi complessi. Anche se non c'è unanime consenso ci sembra appropriato definire complessi non tanto sistemi caratterizzati da interazioni non lineari tra i suoi componenti e da proprietà emergenti, che rientrano a pieno titolo nel quadro dei sistemi dinamici, ma piuttosto i sistemi viventi o quelli di vita artificiale che ne condividono le proprietà essenziali[3].

Tra queste possiamo certamente annoverare la capacità di gestire la informazione e di replicarsi, consentendo tramite un meccanismo di mutazione e selezione di dare origine a strutture di crescente ricchezza strutturale e dotate di capacità cognitive sempre più elaborate. Una teoria dei sistemi complessi non esiste ancora, anche se la teoria degli automi sviluppata da Von Neumann[4] e la teoria della evoluzione di Darwin[5] ne possono fornire alcuni pilastri importanti. Recentemente la teoria delle reti è stata utilizzata con successo per descrivere le proprietà statistiche delle connessioni tra gli elementi costitutivi (nodi) di un sistema complesso[6]. Le connessioni che non sono né completamente casuali né completamente gerarchiche, consentono una sufficiente robustezza rispetto a malfunzionamenti o danneggiamenti dei nodi unita a un adeguato livello di organizzazione per consentirne un funzionamento efficiente. Nei sistemi fisici il modello base è un insieme di atomi o molecole interagenti, che danno luogo a strutture diverse quali un gas, un liquido o un cristallo, come risultato di proprietà emergenti. Nello stesso modo per i sistemi complessi possiamo proporre un sistema automi interagenti come modello base. Le molteplici forme che il sistema assume anche in questo caso vanno considerate come proprietà emergenti del medesimo sostrato al mutare delle condizioni esterne e frutto delle i replicazioni, ciascuna delle quali introduce piccole ma significative varianti. Questa è la grande differenza tra un sistema fisico ed un sistema complesso: il primo fissate le condizioni esterne ha sempre le medesime proprietà, il secondo invece cambia con il fluire del tempo perché la sua organizzazione interna muta non solo al cambiare di fattori ambientali ma anche con il succedersi delle generazioni. C'è dunque un flusso di informazione che cresce con il tempo e che consente agli automi costituenti ed alla intera struttura di acquisire nuove capacità. Questo aumento di ordine e ricchezza strutturale avviene naturalmente a spese dell'ambiente circostante, in modo che globalmente i la sua entropia cresce in accordo con la seconda legge della termodinamica. In assenza di una

[3] Cfr. Turchetti (2003), Turchetti (2007), Giorgini, Turchetti (2007), Parisi (2000).
[4] Von Neumann (1963, 316).
[5] Darwin (1859).
[6] Barabasi (2002).

teoria formalizzata paragonabile a quella dei sistemi dinamici, per i sistemi complessi si possono fare osservazioni e misure, sia puntuali sui costituenti elementari e sulle loro connessioni, sia globali sull'intero sistema, oppure costruire modelli suscettibili di essere validati attraverso la simulazione. Se di un sistema si riesce infatti a fornire una descrizione sufficientemente dettagliata, è poi possibile osservare come questo si comporti traducendo le regole in algoritmi e costruendo quindi una versione virtuale, anche se semplificata del sistema stesso. Il passaggio più difficile è il confronto tra il sistema simulato ed il sistema vero, che passa necessariamente attraverso la valutazione di una numero limitato di parametri che ne caratterizzino e proprietà. La codifica del progetto è una proprietà cruciale dei sistemi complessi perché questa si realizza con un dispendio di massa ed energia incomparabilmente più piccolo rispetto a quello necessario per realizzare l'intera struttura; nello stesso tempo apportare piccole modifiche ad un progetto è rapido ed economico. In questo processo che comporta la continua introduzione di varianti si aprono molteplici strade e con lo scorrere del tempo si realizza una storia in modo unico e irripetibile.

Anche il susseguirsi di eventi fisici caratterizzati da processi irreversibili e dalla presenza di molteplici biforcazioni da origine ad una storia che non si può percorrere a ritroso, né riprodurre qualora fossimo in grado ripartire dalle stesse condizioni iniziali. Tuttavia esiste una differenza profonda tra la storia di un sistema fisico come il globo terrestre e la storia della vita. La prima registra i molteplici cambiamenti che ha subito la superficie del nostro pianeta ove montagne e mari nascono e scompaiono senza un chiaro disegno soggiacente. La storia della vita è caratterizzata da una progressiva crescita della ricchezza strutturale e funzionale e accompagnata da una crescita della complessità progettuale. La rappresentazione di questa storia prende la forma di un albero con le sue ramificazioni che mostra la continua diversificazione delle strutture e la loro evoluzione verso forme sempre più avanzate. La direzione in cui scorre il tempo è ben definita: le strutture affinano le capacità sensoriali mentre cresce la potenza degli organi che elaborano la informazione. Un sistema complesso è anche caratterizzato da un molteplicità di scale, tanto più alta quanto più si sale sulla scala evolutiva. La ragione è che il procedere verso strutture sempre più elaborate avviene utilizzando altre strutture come mattoni per cui l'immagine che si può fornire è quella di una rete di automi a più strati: partendo dal basso una rete con le sue proprietà emergenti diventa il nodo di una rete di secondo livello, cioè un automa di secondo livello che interagisce con altri automi dello stesso tipo e così via. Nei sistemi inorganici, dove non esiste un progetto, si distinguono di norma solo due livelli, quello dei costituenti elementari e quello su scala macroscopica. I sistemi fisici sono riconducibili a poche leggi universali, che governano i costituenti elementari della materia, ma il passaggio dalla descrizione dalla piccola alla grande scala è impervio e consentito soltanto dalla simulazione numerica, quando ci allontaniamo dalle situazioni più semplici caratterizzate da un equilibrio statistico. I limiti che il disegno riduzionista incontra già per i sistemi fisici diventano decisamente più forti nel caso dei sistemi complessi.

2. Il mondo fisico ed i sistemi dinamici

Ogni sistema materiale percepibile dai nostri sensi, amplificati dagli strumenti di cui disponiamo è oggetto di studio della Fisica, scienza che ricerca leggi semplici ed universali, per descrivere in linguaggio matematico i risultati di esperimenti riproducibili. La nostra capacità di osservazione e misura è andata continuamente aumentando da Galileo in poi ed oggi siamo in grado osservare gli atomi o le galassie al limite dell’universo. Le grandi macchine acceleratrici, che sono una sorta di supermicroscopi, consentono di osservare il comportamento dei costituenti elementari della materia e una convinzione diffusa è che se si arriva a conoscere le strutture ultime non ulteriormente frazionabili come potrebbero essere le stringhe, il percorso della fisica ha raggiunto il suo termine se nel contempo tutte le interazioni conosciute vengono unificate dando origine alla teoria finale. Questa visione esasperatamente riduzionista, che sottende la ricerca della teoria finale, suppone che noti i principi primi sia solo un esercizio matematico derivare le proprietà di un qualunque sistema fisico. In modo non dissimile Laplace pensava che fosse possibile prevedere l’evoluzione dell’universo a patto di conoscerne le condizioni iniziali, usando le leggi della meccanica che rappresentavano al suo tempo la teoria ultima della fisica. L’intero universo era visto come un gigantesco meccanismo ad orologeria, il cui moto poteva essere seguito nel tempo senza limite alcuno, così come accade per un pendolo od un pianeta che su muove su di una ellissi kepleriana. Oggi sappiamo che la prevedibilità di un generico sistema meccanico è inficiata dalla presenza di moti instabili, per cui l’accuratezza richiesta sulle condizioni iniziali oltrepassa rapidamente quella raggiungibile tramite una qualsiasi misura. La formulazione iniziale della meccanica aveva consentito di riprodurre le leggi di Keplero, che descrivono moti periodici nei quali un errore iniziale si traduce in una crescita lineare della differenza di fase. La quasi coincidenza del sole con il sistema del centro di massa rispetto ad un qualsiasi pianeta e il modesto effetto delle interazioni dei pianeti tra loro avevano ricondotto il problema a quello di un moto in un campo centrale, che Newton aveva risolto partendo dalla sua legge di gravitazione universale. Una stella con un pianeta descrive di fatto anch'esso una piccola ellissi rispetto al centro di massa, rivelabile tramite misure spettroscopiche e costituisce un valido metodo per scoprire pianti extrasolari. La meccanica newtoniana si prestava a descrivere non solo il moto dei corpi celesti ma anche di oggetti sulla terra come un pendolo o una palla di cannone. Le soluzioni dei problemi studiati venivano ricondotte al calcolo di opportuni integrali da cui l'appellativo di integrabili. Come per il moto di un pianeta attorno al sole soluzioni risultavano combinazioni di moti periodici e piccole variazioni delle condizioni iniziali comportavano crescite lineari degli errori in fase. I moti disordinati come quelli delle molecole di un gas erano stati trascurati fino al momento in cui Boltzmann aveva scoperto che potevano essere analizzati attraverso una lettura di tipo statistico. Nel frattempo il problema dei tre corpi era rimasto irrisolto e la ragione fu scoperta da Poincaré[7], il quale dimostrò la esistenza di orbite, che analizzate tramite una opportuna sezione, mostravano un groviglio inestricabile (intreccio omoclino), vedi figura 1, i cui punti di intersezione erano in corrispondenza con una successione di numeri casuali. Queste orbite sono associate alla presenza di punti di equilibrio instabili e causano una divergenza esponenziale nel tempo quando si parte da due condizioni iniziali vicine. Le condizioni per la genesi del caos sono la divergenza rapida delle orbite ed uno spazio delle fasi di volume finito, perché in questo caso le orbite che si allontanano sono costrette a ripiegarsi formando un groviglio ove il moto appare decisamente casuale. I moti caotici sono apparsi in un contesto, quello della meccanica celeste, in cui l'ordine aveva regnato sovrano. È stato poi provato che un sistema meccanico generico (scelto a caso) presenta equilibri instabili e moti caotici che lo rendono non integrabile. Di qui la necessità di introdurre una analisi di tipo statistico in quanto l'analisi della singola orbita, di cui si suppongano note le condizioni iniziali con infinita precisione, non presenta alcun interesse in quanto una infima perturbazione iniziale conduce molto presto a risultati completamente diversi.

Questa fusione del determinismo della meccanica di Newton o di Hamilton con la teoria della probabilità, nata per interpretare i giochi di azzardo ed applicata alle scienze attuariali, condusse alla formulazione della teoria dei sistemi dinamici, teoria che trascende i limiti della meccanica per

[7] Poincaré (1892-1899).

abbracciare i modelli matematici formulati in qualunque scienza dove sia definibile uno spazio degli stati, una evoluzione deterministica nel tempo ed una misura di probabilità invariante rispetto a questa evoluzione. Oggi spesso si parla, di teoria del caos[8], riferendosi appunto allo schema interpretativo di fenomeni in cui piccole variazioni conducono a differenze vistose. In tale contesto si cita l'effetto farfalla che è assolutamente paradossale perché un battito d'ali che comporta un minimo dispendio di energia non può scatenare un uragano la cui energia può superare quella di una deflagrazione nucleare. La teoria dei sistemi dinamici consente di analizzare processi in cui lo stato presente è correlato allo stato futuro solo per un intervallo di tempo molto breve, vale a dire in cui la memoria dello stato si perde molto rapidamente. Pur tuttavia fissate le regole del gioco tutta la storia è codificata nella condizione iniziale, mentre in un processo puramente aleatorio come il lancio di una moneta ogni evento è assolutamente imprevedibile. Il problema pratico si sposta quindi sulla quantità di informazione di cui possiamo disporre. La teoria matematica si fonda sulla ipotesi del continuo per lo spazio degli stati che vengono rappresentati tramite numeri reali, ciascuno dei quali richiede una quantità di informazione infinita Il paradosso del caos deterministico risiede proprio nell'apparato matematico su cui si fonda e sulla ipotesi implicita che la informazione disponibile è sempre infinita. Un sistema dinamico è dunque caratterizzato da uno spazio degli stati $\mathcal{E}$, un flusso S_t, ed una misura invariante di probabilità μ. flusso che è soluzione della equazione differenziale

$$d\mathbf{x}(t) / dt = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}(t)) \qquad \mathbf{x}(t)= S_t(\mathbf{x}) \qquad \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}$$

gode della proprietà di gruppo $S_{t'}(S_t)=S_{t+t'}$ mentre la proprietà di invarianza della misura si scrive $\mu(S_t(A))= \mu(A)$ per un qualsiasi insieme A dello spazio delle fasi. Si considerano anche sistemi a tempo discreto nei quali l'orbita è una successione discreta di punti $\mathbf{x}_0=\mathbf{x}$, $\mathbf{x}_1=M(\mathbf{x})$, ..., $\mathbf{x}_{n+1}=M(\mathbf{x}_n)$ ed M è una mappa che corrisponde ad esempio alla evoluzione su di un periodo se il sistema dato ha una dipendenza periodica dal tempo, oppure alla evoluzione approssimata su un intervallo di tempo Δt che approssima la evoluzione esatta di un sistema continuo $M(\mathbf{x})= \mathbf{x}+\Delta t\, \mathbf{\Phi}(\mathbf{x})$. L'orbita di una mappa si calcola esattamente perché comporta solo la valutazione di una applicazione definita sullo spazio delle fasi ed anche nel caso del calcolo numerico l'unico errore introdotto è solo quello di arrotondamento. Per i

[8] Ruelle (2003).

sistemi a tempo continuo $\mathbf{\Phi}(\mathbf{x})$ è un campo vettoriale, di cui le traiettorie sono le linee di forza essendo in ogni punto tangenti ad esso. Una funzione che risulti invariante lungo una qualsiasi traiettoria $H(\mathbf{x}(t))=H(\mathbf{x})$ definisce una famiglia di superfici $H(\mathbf{x})=c$ ed una raiettoria che ha origine su un punto di una di queste superfici vi appartiene interamente. Se lo spazio delle fasi ha dimensione due l'integrale primo energia per forze è posizionali individua la traiettoria. Detto $\mathbf{x}=(x,v)$ il vettore nello spazio delle fasi , $\mathbf{\Phi}=(v, F(x)/m)$ e $V(x)$ il potenziale tale che $V'(x)=-F(x)$, le equazioni del moto e l'integrale primo sono

$$dx/dt= v \quad dv/dt= F(x)/m \qquad\qquad H = mv^2/2 + V(x)$$

Nel caso dell'oscillatore armonico $F=-m\omega^2 x$ le orbite sono ellissi, che con una semplice trasformazione di scala diventano cerchi su cui il moto è uniforme. In questi sistemi il flusso conserva le aree e la misura invariante $\mu(A)$ è definita come l'area di A divisa per l'area di tutto lo spazio delle fasi che potremmo scegliere come $H \leq E$. Tutte le orbite chiuse si trasformano in circonferenze, su cui il moto è uniforme, tramite una trasformazione che conserva le aree. Le coordinate naturali son l'angolo ϕ e l'azione $J=R^2/2$ dove R è il raggio della circonferenza. Questa descrizione si estende ai sistemi integrabili con n>1 gradi di libertà, che si presentano come rotazioni uniformi su n circonferenze. Se n=2 l'orbita nello spazio degli angoli (quadrato di lato 2π con i lati opposti identificati detto toro) data da $\phi_1=\omega_1 t+\phi_1(0)$ e $\phi_2=\omega_2 t+\phi_2(0)$ risulta chiusa se il rapporto ω_1/ω_2 tra le frequenze è un numero razionale, altrimenti l'orbita non si chiude ma copre densamente tutto lo spazio. Per n>2 la situazione è simile anche se la casistica è più ricca. Quando uno di questi sistemi viene perturbato ,come accade quando accendiamo la interazione tra i pianeti che si muovono su orbite kepleriane, le orbite cambiano e le proprietà aritmetiche delle frequenze giocano un ruolo cruciale in questo cambiamento. Nel caso n=2 ad esempio se le frequenze sono uguali o in rapporto razionale allora in un piano di fase l'orbita diventa simile a quella di un pendolo.

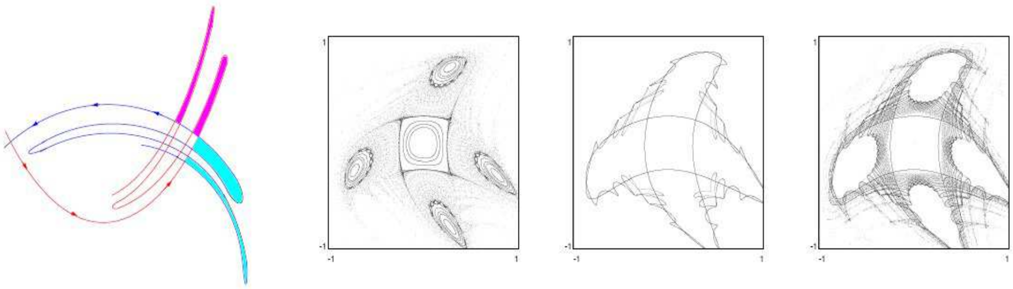

Figura 1. Intreccio omoclino nella mappa di Hénon.

Tuttavia le orbite che si dipartono dai punto di equilibrio instabile non si incontrano come accade nel pendolo ma si intersecano e danno luogo quindi ad infinite intersezioni successive generando quello che Poincaré chiama intreccio omoclino. In questa regione il moto è caotico in quanto la divergenza delle orbite vicine è esponenziale e le intersezioni si possono mettere in corrispondenza con una successione binaria casuale come quella che caratterizza i lanci di una moneta. La figura 1 mostra il meccanismo dell'intreccio omoclino

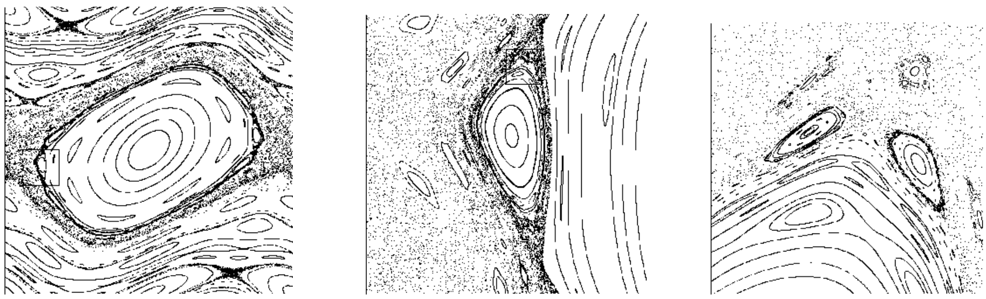

Figura 2. Isole e invarianza di scala nella standard map.

Il quadro che emerge è quello di una compresenza di orbite regolari e di orbite caotiche che si alternano creando strutture geometriche complesse in cui però si riscontra una invarianza approssimata per trasformazioni di scala come accade nei cosiddetti frattali[9]. Se si ingrandisce un particolare, come mostra la figura 2, si ritrovano strutture simili a quelle che si hanno nello spazio delle fasi iniziale e questo resta vero se l'operazione viene ripetuta un numero di volte arbitrario.

[9] Mandelbrot (1982).

2.2 Indicatori dinamici

Quello che matematicamente possiamo descrivere in modo esauriente sono i sistemi regolari o integrabili ed i sistemi completamente caotici. Per i sistemi intermedi ciò non accade ma è possibile trovare degli indicatori locali o globali che specifichino in modo quantitativo la natura di una singola orbita o dell'intero spazio delle fasi. La divergenza di due orbite vicine specifica il carattere locale della dinamica che risulta regolare nel caso di crescita lineare, caotica nel caso di crescita esponenziale. Al tipo di divergenza è legato il tempo di predicibilità

Moto regolare $\|\delta\mathbf{x}(t)\| \sim \varepsilon(1+t)$ $t_{pred} \sim 1/\varepsilon$

Moto caotico $\|\delta\mathbf{x}(t)\| \sim \varepsilon \exp(\lambda t)$ $t_{pred} \sim \lambda^{-1}$ $\log(1/\varepsilon)$

In un sistema caotico il tempo di predicibilità aumenta così lentamente con $1/\varepsilon$ da renderlo totalmente imprevedibile. Una proprietà globale che caratterizza i sistemi caotici è il mescolamento ossia il fatto che i punti di un qualsiasi insieme vengono sparpagliati uniformemente su tutto lo spazio delle fasi. In termini matematici per un sistema a tempo discreto $\mu(M^{-n}(A)\cap B)$ tende a $\mu(A)\,\mu(B)$ con rapidità esponenziale quando $n\to\infty$. Una formulazione equivalente di questa proprietà è espressa dalla perdita rapida di memoria delle condizioni iniziali. Se con $\langle f(\mathbf{x})\rangle = \int f(\mathbf{x})d\mu(\mathbf{x})$ indichiamo la media di una funzione definita sullo spazio delle fasi allora $\langle f(\mathbf{x}_n)g(\mathbf{x})\rangle$ tende a $\langle f(\mathbf{x})\rangle\langle g(\mathbf{x})\rangle$ con rapidità esponenziale quando $n\to\infty$. Se pensiamo a $f(\mathbf{x}_n)$ e $g(\mathbf{x})$ come variabili aleatorie questo significa che al crescere di n esse diventano indipendenti come conseguenza del fatto che lo diventano $\mathbf{x}_n$ ed $\mathbf{x}$. In generale la rapidità con cui decadono le correlazioni definite da $C(n)= \langle f(\mathbf{x}_n)g(\mathbf{x})\rangle - \langle f(\mathbf{x})\rangle\langle g(\mathbf{x})\rangle$ misura il grado di caoticità. Per i sistemi regolari in cui la frequenza varia il decadimento delle correlazioni segue una legge di potenza $C(n) \sim 1/n$.

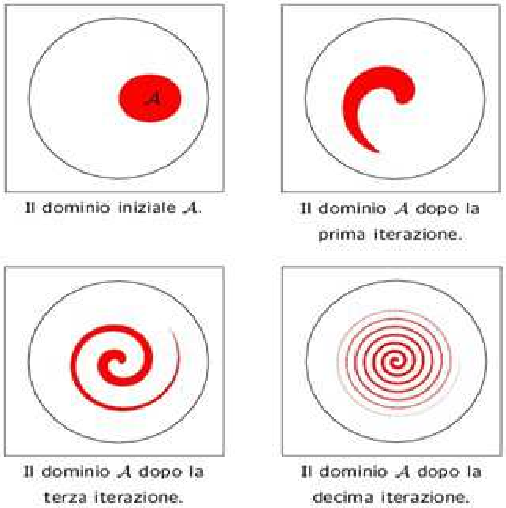

Figura 3. Mescolamento locale e filamentazione.

Questo discende dal mescolamento locale, fenomeno noto come filamentazione per i fluidi, vedi figura 3, che si verifica facilmente nel caso di una mappa prototipo $x_{n+1}= x_n+y_n \bmod 1$, $y_{n+1}=y_n$. Quindi per un sistema regolare la divergenza delle orbite $\| \delta \mathbf{x}_n\|$ è lineare in n mentre le correlazioni decadono come 1/n, per un sistema caotico la divergenza va come $e^{\lambda n}$ mentre le correlazioni decadono come $e^{-\lambda n}$. Un altro indicatore è dato dallo spettro dei tempi di ricorrenza in un insieme A. Sia $\tau_A(\mathbf{x})$ il tempo di ricorrenza, definito come il minimo valore di n per cui $\mathbf{x}_n$ torna in A cui appartiene $\mathbf{x}_0=\mathbf{x}$, e sia $<\tau_A>$ il tempo medio che vale $1/\mu(A)$ se il sistema è ergodico ossia se l'orbita è densa sullo spazio delle fasi. I tempi di ritorno valutati per tutti i punti di A hanno una distribuzione $F_A(t)= \mu(A_{>t})/ \mu(A)$ dove $A_{>t}$ è l'insieme di tutti i punti per cui $\tau_A(\mathbf{x})/ <\tau_A>$ è maggiore di t. Lo spettro che otteniamo nel limite $\mu(A) \to 0$ è dato genericamente da $F(t)= e^{-t}$ se il sistema è caotico (mescolante) mentre per un sistema regolate otteniamo $F(t)= c/t^2$. Per sistemi con componenti regolari e caotiche si dimostra che nelle regioni di confine lo spettro è una combinazione $w_1 e^{-t} + w_2/t^2$ dove i coefficienti dipendono dal peso relativo delle due regioni nel dominio A[10]. Questo risultato è significativo perché mostra che possibile analizzare sistemi di transizione ove orbite regolari e caotiche coesistono determinandone il peso relativo. Per questi sistemi spesso l'unica indagine

[10] Hu, Rampioni, Rossi, Turchetti, Vaienti (2004).

possibile è di tipo numerico e si pone il problema della affidabilità dei suoi risultati. Una risposta in tal senso viene da un altro indicatore la *fidelity* che è una correlazione tra un'orbita ed un'orbita perturbata ossia $F(n)= \langle f(M^n(\mathbf{x})) g(M^n_\varepsilon(\mathbf{x})\rangle - \langle f(\mathbf{x})\rangle\langle g(\mathbf{x})\rangle$. La perturbazione è di norma di tipo stocastico $M_\varepsilon(\mathbf{x}) = M(\mathbf{x}) + \varepsilon\xi$ e la media è fatta sia sullo spazio delle fasi sia sul processo stocastico. Si è provato che nel caso di un sistema regolare la fidelity va a zero con una legge esponenziale in n mentre nel caso di un sistema caotico (mescolante) il decadimento è superesponenziale[11]. Questi risultati analitici, confermati da simulazioni numeriche, sono stati confrontati con quelli ottenuti quando alla perturbazione stocastica si sostituisce la perturbazione dovuta all'arrotondamento numerico, inerente ad ogni calcolo effettuato con stringhe binarie di lunghezza fissata. La differenza sostanziale è che mentre il rumore è incorrelato l'errore di arrotondamento è correlato: per i sistemi regolari si osserva quindi un decadimento molto più lento, a potenza anziché esponenziale[12], mentre per sistemi caotici resta praticamente invariato il decadimento superesponenziale. Questo significa che nei calcoli numerici rispetto ad una perturbazione stocastica di pari ampiezza l'errore di arrotondamento ha un effetto molto più debole per un sistema regolare mentre i due sono equivalenti per un sistema caotico. Si noti che in questo caso si confrontano orbita esatta ed orbita perturbata con lo stesso punto iniziale per cui il risultato conferma che le simulazioni numeriche sono affidabili, per l'analisi anche quantitativa di un sistema dinamico, qualunque sia la sua natura. Si potrebbe anche concludere che essendo la precisione di qualsiasi misura di una grandezza fisica finita ed essendo finita la lunghezza di successioni di simboli fisicamente gestibili, i modelli sviluppati su una calcolatore sono addirittura più vicini alla realtà fisica di quanto non siano i modelli matematici basati sui numeri reali, che presuppongono che la quantità di informazione gestibile sia infinita.

3. Sistemi complessi ed informazione

Nell'introdurre i sistemi complessi abbiamo sottolineato il ruolo che l'informazione assume in quel contesto ed è quindi opportuno ricordare che una esiste teoria statistica della informazione e quali sono i suoi fondamenti. La teoria indica quale sia la codifica ottimale di un testo senza affrontare il problema della sua struttura grammaticale né tanto meno del suo significato.

[11] Zanlungo, Turchetti, Vaienti, Zanlungo (2009).
[12] Turchetti, Vaienti, Zanlungo (2010).

Le motivazioni che portarono Shannon[13] ad affrontare il problema della codifica dei dati e della loro trasmissione venivano non solo dalla ingegneria ma anche dalla neurobiologia e dalle scienze del linguaggio. L'informazione, sia essa quella di un testo letterario o di un genoma, si codifica tramite una successione di simboli, appartenenti ad un alfabeto finito. La frequenza con cui un simbolo compare in una successione di lunghezza n diventa la sua probabilità quando n tende all'infinito. Considerando ad esempio una successione binaria dove 0 e 1 hanno probabilità p_0 e p_1 il numero di volte che essi compaiono in una successione di lunghezza n diventano $n_0=p_0n$ e $n_1=p_1n$ per n grande ed il numero di successioni distinte è $N(n)= n!/(n_0! \ n_1!)$. Come in meccanica statistica si introduce una entropia $S(n)= \log N(n)$ mentre la entropia di Shannon H è definita dal limite di $S(n)/n$ per $n\to\infty$. Si trova che $H= - p_0 \log p_0 – p_1 \log p_1$ dove $p_0 + p_1=1$ ed il massimo, che si raggiunge per $p_0 = p_1=1/2$, vale log 2. Si definisce compressibilità $C= H/H_{max}$ e esiste una codifica ottimale in cui la successione di lunghezza n è sostituita da una successione di lunghezza nC.

Nelle teorie fisiche sia a livello classico sia a livello quantistico la informazione non entra mai in modo diretto perché si assume valida l'ipotesi del continuo e quindi implicitamente che sia accessibile una informazione infinita. Tuttavia i sistemi fisici possono gestire solo quantità finite di informazione. Il numero di operazioni eseguite per unità di tempo è proporzionale alla energia mentre il numero di bit registrabili è proporzionale al volume nello spazio delle fasi. Rinunciare al continuo significa rinunciare ai gruppi di continui di simmetria e quindi ai sistemi integrabili.

Matematicamente si può simulare l'effetto della precisione finita mantenendo i numeri reali ed introducendo perturbazioni stocastiche la cui ampiezza è pari all'errore con cui il numero è noto.

Nei sistemi complessi la informazione gioca un ruolo attivo perché interviene nella codifica del progetto da cui scaturisce un essere vivente. La materia vivente ed i suoi costituenti obbediscono naturalmente alle leggi della fisica, ma al tempo stesso le trascendono. Innanzi tutto non è possibile isolare un essere vivente dall'ambiente esterno, con cui esiste uno scambio continuo di energia,materia ed informazione. Per questa ragione la crescita di entropia si verifica soltanto se lo isoliamo dall'ambiente, ma isolarlo significa togliergli la vita. I processi che avvengono negli esseri viventi sono prossimi ad un equilibrio statistico, ma sono le piccole variazioni a

[13] Shannon (1948).

consentirne l'espletamento di molteplici funzioni. È dunque l'ambiente con la sua variabilità con le sue microfluttuazioni di natura aleatoria che determina la strada che vien presa ad ogni bivio e lungo la quale si costruisce la storia di ciascun individuo. Nello stesso tempo si osserva un elevato livello di organizzazione e sinergia nel modo di operare di sistemi come quello nervoso o immunitario che riscono a fornire risposte efficaci e coerenti agli stimoli esterni. È stato detto che la vita si sviluppa al margine del caos[14] per evidenziare che lo sviluppo di azioni coordinate, la armonica cooperazione tra le componenti di un sistema sono condizione necessaria (ma non sufficiente) per la vita. Solo in presenza di piccoli disturbi e di variazioni impreviste delle condizioni ambientali possono avvenire quei cambiamenti impercettibili che ne garantiscono il mantenimento ed il progredire, su scale di tempo più lunghe, verso forme sempre più evolute. Le basi teoriche per lo studio di questi sistemi sono state poste da Von Neumann con la sua teoria degli automi, intesi come unità dotate di una componente fisica, che obbedisce alle leggi della dinamica fisica, e di una componente cognitiva, capace di elaborare la informazione, memorizzarla e di costruire strategie. Lo stesso autore ha poi dimostrato l'esistenza di automi capaci di riprodursi, purché esista una direttiva ed una scorta di componenti[15] e che essi possono essere robusti anche se i loro componenti sono suscettibili di malfunzionamenti[16]. In questi teoremi si ribadisce il ruolo del progetto nella replicazione, prefigurando la codifica nel genoma, e il ruolo della ridondanza nel garantire il buon funzionamento anche in presenza di guasti localizzati. Il passo successive consiste nel capire come un insieme di automi possano operare insieme costituendo a loro volta una unità organizzata. Non è necessario che vi sia una direttiva esterna, perché il semplice fatto di essere insieme interagendo e comunicando può sviluppare nuove proprietà emergenti nell'insieme di automi. L'altro pilastro teorico per i sistemi complessi è costituito dalla teoria delle evoluzione di Darwin: la possibilità di cambiamento e selezione consente lo sviluppo di forme sempre più elaborate. Un aspetto molto studiato recentemente riguarda il tipo di connessioni che si stabiliscono tra i vari componenti. In molteplici sistemi complessi la distribuzione del numero di connessioni segue una legge di potenza: questo significa che non c'è una scala caratteristica e che vi sono pochi nodi molto connessi e molti nodi poco connessi. Se l numero di connessioni è sostituito da un indicatore di rango ecco che si allarga il

[14] Kauffman (1993).
[15] Von Neumann (1963, *General and logical theory of automata*, 316).
[16] Von Neumann (1963, *Probabilistic logic from unreliable components*, 329).

numero di sistemi che presentano leggi di potenza[17]. Un precursore è stato Pareto per i sistemi sociali ed in particolare per la distribuzione del reddito in una popolazione. Come nei sistemi dinamici il caos o la casualità conducono a leggi esponenziali mentre la presenza di ordine e gerarchia pur in presenza di relazioni aleatorie portano a leggi di potenza. L'analisi delle reti per i sistemi complessi suggerisce l'esistenza di forme di organizzazione gerarchica presenti anche in un contesto in cui molte relazioni sono di tipo puramente casuale.

L'analogia con le legge statistiche trovate per i sistemi dinamici sorge quindi spontanea: le correlazioni o lo spettro dei tempi di ritorno in prossimità dello stato iniziale decadono a potenza quando il sistema ha comportamenti ordinati e persiste anche in presenza di qualche forma di caoticità. Dunque ordine e gerarchia conducono a code persistenti, sintomo di una memoria che non svanisce rapidamente o della presenza di sporadici nodi con cui tanti altri sono in contatto. Lo studio di un sistema complesso può essere affrontato costruendone un modello basato su un sistema di automi interagenti e simulandone il comportamento su di un calcolatore ed analizzandone i risultati dal punto di vista statistico in modo da rivelarne alcune proprietà su grande scala. I contesti in cui i abbiamo sviluppato dei modelli sono quelli della mobilità e del sistema immunitario. Il caso più semplice è quello di veicoli che si muovono su una strada avendo la percezione della posizione di chi precede e rispettando il vincolo di mantenere una distanza di sicurezza per evitare collisioni. Per basse densità il moto è regolare e viene descritto da una equazione delle onde nel limite del continuo ma al crescere della densità nascono delle instabilità che creano arresti e ripartenze, come spesso si sperimenta quando ci si muove in autostrada[18]. Il moto pedonale richiede un modello bidimensionale, che vede, nella sua versione più semplice, gli automi rappresentati come dischetti rigidi dotati di percezione visiva entro un certo angolo visuale. La vista ha conseguenze importanti tra cui quello di far perdere il terzo principio della dinamica perché non si ha reciprocità nelle azioni in quanto l'automa A può vedere l'automa B, mentre B non vede A. Quinti mentre A viene respinto da B per evitare la collisione non esiste una corrisponde azione su B da parte di A. Il problema dei due automi è riconducibile a quadrature e si determinano per via analitica degli equilibri dinamici semplici. Nel caso di molti automi la perdita del principio di azione e reazione causa un effetto di tipo dissipativo ed è necessario introdurre la

[17] Zipf (1949).
[18] Helbing (2001).

memoria degli stati passati ed uno previsione sullo stato futuro per compensarla consentendo al sistema di raggiungere un equilibrio statistico[19]. Se si introducono due popolazioni di automi si ottengono diverse configurazioni di equilibrio a seconda della natura della loro *interazione sociale* che può essere repulsiva o attrattiva. Per il sistema immunitario sono stati formulati molteplici modelli in cui intervengono i linfociti T, gli antigeni, la cellule APC ed in cui si stabiliscono precise regole dettate dalla nostra conoscenza sul sistema a livello dei suoi costituenti elementari. In questo caso interviene una molteplicità di automi con caratteristiche diverse perché molteplici sono gli antigeni e i linfociti T, che dopo aver incontrato l'antigene diventano cellule di memoria. La dinamica su un reticolo in cui queste popolazioni si muovono consente di riprodurre alcuni effetti come la risposta secondaria ad un attacco antigenico che è molto più efficace per la presenza di cellule memoria[20]. Si possono scrivere equazioni di campo medio che governano l'evoluzione del numero di individui in ciascuna popolazione trascurando la loro distribuzione spaziale ed introducendo anche componenti stocastiche per tenere conto delle fluttuazioni interne ed esterne al sistema. Modelli semplici consentono di correlare dati sulle popolazioni cellulari quali i linfociti vergini con dati demografici sulla base di ipotesi quali l'esaurimento di questa popolazione come causa di morte[21]. Pur validi per descrivere situazioni specifiche e per correlare dati osservativi, attraverso i vincoli stringenti di un quadro matematico i modelli non ci forniscono nuovi principi primi. È semmai vero che i modelli vanno costruiti rispettando i principi generali già acquisiti. Per ora dobbiamo limitarci alla teoria degli automi ed alla teoria della evoluzione per sviluppare modelli a partire dalle proprietà note dei costituenti elementari di un sistema complesso osservato ad una data scala. Non so se sarà possibile andare oltre come livello di conoscenza in un prossimo futuro, però se non ci poniamo come obiettivo la ricerca del vero, dell'assoluto ma soltanto di metodologie che possono fornire descrizioni efficaci della realtà, allora sviluppare modelli può essere già soddisfacente. Se quindi abbassiamo il tiro rispetto alla ricerca della teoria finale cui la fisica aspira, diventa possibile affinare la nostra conoscenza sui sistemi complessi utilizzando la matematica come strumento di sintesi e di conoscenza, perché modellizzare e simulare è comunque la base di ogni processo conoscitivo.

[19] Turchetti, Zanlungo (2007).
[20] Zanlungo, Turchetti (2007).
[21] Luciani et al. (2001).

Riferimenti

Arnold V. I., 2004, *Metodi Matematici della Meccanica Classica* Editori Riuniti, Roma.

Barabasi A., 2002, *Statistical mechanics of complex networks*, «Reviews of Modern Physics» **70**, 223.

Boltzmann L., 1999, *Modelli matematici, fisica e filosofia*, Bollati Boringhieri, Torino.

Darwin, C., 1859, *L'origine della specie*, BUR Biblioteca Universale Rizzoli, Milano 2009.

Giorgini G., Turchetti G., 2007, *From Newton-Boltzmann paradigms to complexity: a bridge to bio-systems* in *The Science of Complexity: chimera or reality?* Ed. P. Freguglia, Esculapio, Bologna.

Helbing, D., 2001, *Traffic and related self driven many particle systems*, «Reviews of Modern Physics» 73, 1067-1114.

Hu H., Rampioni A., Rossi L., Turchetti T., Vaienti S., 2004, *Statistics of Poincaré recurrences for area preserving maps with integrable and ergodic components*, «Chaos» **14**, 160-171.

Kauffman, A., 1993, *The Origins of Order: Self-Organization and Selection in Evolution* Oxford University Press, New York, Oxford.

Luciani F. et al., 2001, *A stochastic model for $CD8^+$ T cells dynamics in human immunosenescence : implications for survival and longevity*, «Journal of Theoretical Biology» **213**, 587-597.

Mandelbrot B., 1982, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman & C., New York.

Parisi, D., 2000, *Una nuova mente*, Codice edizioni Hoepli, Torino.

Poincaré H., 1892-1899, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* Gauthier-Villars et fils, Paris.

Ruelle D., 2003, *Caso e caos*, Bollati Boringhieri, Torino.

Shannon, C. E., 1948, *A Mathematical Theory of Communication*, «Bell System Technical Journal», vol. 27, pp. 379-423, 623-656, July, October, 1948.

Turchetti G., 2003, *From Dinamical systems to complex systems* ''Determinism Olism and Complexity'' Conferenza Arcidosso 2-8 settembre 2001, Ed. P. Freguglia et al., Kluwer Academic, New York.

Turchetti G., 2007, *Dynamical modeling of complex systems: a microscopic approach*, BIOCOMPLEXITY Ed. G. Castellani, E. Lamberti, C. Franceschi, V. Fortunati, Bologna University Press,Bologna.

Turchetti, G., Zanlungo, F., 2007, *Dynamics and thermodynamics of a gas of automata*, «Europhysics Letters» **78**, 58003.

Turchetti G., Vaienti S. and Zanlungo F., 2010, *Relaxation to the asymptotic distribution of global errors due to round off*, «Europhysics Letters» **89**, 40006-40010.

Von Neumann, J., 1963, *Collected works*, Vol V, Pergamon Press.

Zanlungo, F., Turchetti, G., 2007, *An automata based microscopic model inspired by the clonal expansion* in *Mathematical Modeling of Biological Systems II*, A. Deutsch et al ed., Birkhhause, Boston, pp. 133-144.

Zanlungo Ph. M., Turchetti G., Vaienti S., Zanlungo F., 2009, *Error distribution in randomly perturbed orbits*, «Chaos» **19**, 4, 043118.

Zipf, G. K., 1949, *Human Behaviour and the Principle of Least-Effort*, Addison-Wesley, Cambridge, Massachusetts.