

EXISTENČNÍ KVANTIFIKÁTOR A PROBLÉM PREDIKACE EXISTENCE U B. BOLZANA

Marta VLASÁKOVÁ

THE EXISTENTIAL QUANTIFIER AND THE PROBLEM OF THE PREDICATION OF EXISTENCE IN BOLZANO

Instead of the existential quantifier Bernard Bolzano uses his notion of *Gegenständlichkeit einer Vorstellung an sich* (objectivity of a representation in itself). This approach makes it possible for him to solve the traditional problem of the predication of existence (i.e. whether it is possible to consider existence as a standard property of individuals) in accordance with an approach common today, namely to take existence to be primarily a property („occupation“) of a corresponding representation in itself, and not a characteristic of individuals. However, Bolzano considers a property of *real* existence to be attributable also to particular individuals, which is essentially different from the usual practice.

Přestože Bernard Bolzano běžně zachází s individuovou proměnnou, existenční kvantifikátor v současné podobě neužívá, protože ho modeluje pomocí svého termínu předmětnosti představy. Způsobem tohoto modelování a problémem spjatým s predikací existence se nyní budeme zabývat.

Začneme určitým terminologickým objasněním. Bolzano používá termín *věta o sobě* (nebo též *objektivní věta*) zhruba v tom smyslu, ve kterém je dnes používán výraz *propozice*: označuje tak jakýsi objektivní obsah sdělení (tak věty *Prší* a *Es regnet* vyjadřují tutéž propozici či větu o sobě). Protože je však termín *propozice* dnes spojován s různými možnými definicemi (např. může být *propozice* chápána jako zobrazení z množiny možných světů a časů do množiny pravdivostních hodnot), přidržíme se raději Bolzanova termínu „věta o sobě“, případně, v souladu s Bolzanem, budeme mluvit jednoduše o „větě“ všude tam, kde nemohou vzniknout pochybnosti. Výrazem *představa o sobě* (případně *objektivní představa*) označuje Bolzano jednotlivé části věty o sobě, dnes bychom tedy mohli považovat představy o sobě za jakési objektivní významy výrazů – Bolzano ovšem předpokládá i takové představy o sobě (např. odpovídající jednotlivým vjemům), ke kterým vůbec nemusí existovat příslušný jazykový výraz. I v tomto případě se tedy budeme držet Bolzanovy terminologie, a to navzdory faktu, že i sám Bolzano považoval termín „představa o sobě“ za nepřilíš příhodný – lepší je

ale bohužel nenapadl. Termín „pojem“ (objektivně chápaný), který by se nabízel, vyčleňuje Bolzano pro užší skupinu představ o sobě. Opět budeme v souladu s Bolzanem užívat pro zjednodušení prostě termín „představa“ namísto „představa o sobě“, pokud nehrozí nějaká pochybnost.

Představa o sobě je obvykle představou *něčeho, něco* představuje: toto něco nazývá Bolzano *předmětem* příslušné představy. Tak předmětů představ *prvočíslo* je nekonečně mnoho a těmito předměty jsou jednotlivá prvočísla. Představa *sudé prvočíslo* má naproti tomu jen jediný předmět, totiž číslo dvě. A představa *největší prvočíslo* nemá žádný předmět, není tu nic, čeho by byla představou. Tento typ představy nazývá Bolzano „bezpředmětná“ (gegenstandlos) představa.

Bolzano precizuje pojem logické proměnné. Proměnná byla v logice užívána již od Aristotela, ovšem současná logika její užití technicky zpřesňuje a používá proměnnou vlastně na dvou úrovních: na úrovni metajazyka je proměnná používána i tam, kde se ve skutečnosti jedná o neurčenou konstantu – tak ve výrazu $P(a)$ se předpokládá, že P i a budou mít nějakou konkrétní hodnotu (realizaci) a zachází se tedy s tímto výrazem jako s výrokem, s něčím „nasyčeným“, co má konkrétní pravdivostní hodnotu. Oproti tomu klasické individuové proměnné (případně predikátové proměnné pro logiky vyšších řádů) mají trochu odlišnou úlohu. Výrazy obsahující tyto proměnné jsou nenasycené (ve fregovské terminologii), proměnná zde hraje roli jakési „díry“, do které se teprve musí dosazovat jednotlivé hodnoty. Tak $P(x)$ je nenasycený výraz, který není nahlížen jako výrok, nýbrž jako výroková forma, vyžadující dosazování konkrétních hodnot za x . Proměnnou x lze potom na rozdíl od neurčených konstant kvantifikovat. Konstanta je konkrétní označení toho kterého individua (příp. vlastnosti či relace či věty), které ovšem nemusí být pro každé individuum k dispozici. Naopak proměnná x probíhá všechny možnosti. Bolzano modeluje proměnnou tak, že nějakou představou (o sobě) ve větě prohlásí za proměnnou představu, kterou bude postupně nahrazovat všemi možnými přípustnými (věta musí zůstat předmětná) představami o sobě. Tak ve větě „Člověk Gaius je smrtelný“ lze třeba představu „Gaius“ chápat jako proměnnou a nahrazovat ji představami jednotlivých lidí. Řeknu-li tedy „Člověk G je smrtelný“, má tu „ G “ funkci neurčené konstanty, stále se tedy jedná o větu. Prohlásím-li ovšem zároveň „ G “ za proměnnou představu v Bolzanově smyslu, získám tím vlastně jakýsi předpis určující celou množinu vět o sobě, které se shodují v jisté formě, totiž ve formě, kterou bychom dnes zapsali jako $\text{Člověk}(x) \Rightarrow \text{Smrtelný}(x)$ (Bolzano je ovšem velmi zdrženlivý v tom ohledu, aby takto získanou výro-

kovou formu považoval za nějakou samostatnou entitu, větu o sobě¹). Tím, že za G dosazují představy o sobě, nepožadují existenci příslušných jazykových označení a vyčerpávám tudíž všechny možnosti dosazení. Bolzano má tedy ve své koncepci plně k dispozici i kvantifikovatelnou proměnnou.

Formulace současné logiky obsahující existenciální kvantifikátor ovšem Bolzano nemodeluje pomocí proměnné, ale pomocí výše zmíněného pojmu předmětnosti představy. Bolzano od pravdivých vět obecně požaduje, aby byly předmětné, tedy aby jejich subjektivá představa měla nějaký předmět, byl představou něčeho, nikoli ničeho. Zde je potřeba poznamenat, že Bolzano rozlišuje jakési dva mody existence. Zatímco reálně existující věci mají časoprostorovou existenci, představy a pravdy o sobě tímto typem existence samy o sobě nedisponují. Přesto nějakým způsobem „jsou“ (ve smyslu německého „es gibt“), a to nezávisle na myslících subjektech. Dalo by se tedy říci, že jim přísluší nějaká „logická“ či ideální forma existence (i když Bolzano to takto nikde výslovně nenazývá). Představa je pak podle Bolzana předmětná nejen tehdy, má-li nějaké reálně existující předměty, ale i má-li jen logicky existující předměty. Takže dejme tomu představa „všechny matematické pravdy“ je bezesporu předmětná, i když její předměty nejsou nic reálně existujícího, neboť jsou to pravdy o sobě. Naproti tomu představa „kulatý čtyřúhelník“ je bezpředmětná, není nic, co by jí bylo označeno. Zda je jako předmět představy požadováno něco existující reálně či pouze něco logicky jsoucího ve smyslu existence představ a vět o sobě se obvykle pozná z charakteru představy samé – zda poukazuje na něco reálně jsoucího či nikoli.² Libovolná věta může být podle Bolzana pravdivá jen tehdy, je-li předmětná³. Řekneme-li tedy, abychom užili zlidovělého příkladu, že „Francouzský král je holohlavý“, bude podle Bolzana tato věta pravdivá jen v případě, že a) představa francouzského krále je předmětná (jinými slovy francouzský král existuje) a b) tento francouzský král je holohlavý.⁴

¹ Viz Bolzano: WL, § 12, s. 49.

² „Ist nun die Vorstellung von der Art, daß sie kraft ihrer Bestandtheile schon auf etwas Wirkliches deutet, wie dieses bei der Vorstellung Schnee ist: so muß sie nur einen wirklichen oder sie kann sonst gar keinen Gegenstand haben. In diesem besonderen Falle werden wir also bloß daraus, daß ein Satz wahr ist, in welchem diese Vorstellung die Stelle der Subjectvorstellung versieht, berechtigt seyn, zu schließen, daß sie nicht nur einen Gegenstand überhaupt, sondern (weil dieß hier einerlei ist) einen existierenden Gegenstand habe.“ (Bolzano: WL, § 225, s. 404)

³ Srovnej např. Bolzano: WL, § 196, s. 328.

⁴ V Bolzanově pojetí je tedy jak věta „Současný francouzský král je holohlavý“, tak věta „Současný francouzský král není holohlavý“ nepravdivá.

Máme-li tudíž nějaký výrok vyjadřující existenci, např. „Existuje alespoň jedna pravda o sobě“, míníme tím podle Bolzana vlastně tvrzení „Představa pravdy o sobě je předmětná“. Jinými slovy, jedná se ve skutečnosti o výrok vyjadřující vlastnost příslušné představy, totiž její předmětnost, případně bezpředmětnost. Požadujeme tedy, abychom našli něco, co pod danou subjektivou představou spadá, aniž by toto něco muselo být reálně existující. Obecně tedy věty typu „Jisté A je B“ či „Některá A jsou B“, které se dnes formálně přepisují pomocí existenčního kvantifikátoru, chápe Bolzano jako věty vyjadřující předmětnost příslušné představy, tedy „Představa nějakého A, které je B, má předmětnost“.⁵

Stejnou úlohu má ovšem i existenční kvantifikátor v současné logice: ani on primárně nepřičítá (reálnou) existenci nějakému subjektu, nýbrž pouze tvrdí, že v univerzu lze nalézt individuum mající tu a tu vlastnost.

Při vymezení toho kterého univerza máme ovšem značnou volnost, rozhodně se nepožaduje nějaká reálná existence prvků univerza. Je myslitelné i postulování univerza obsahujícího zcela fiktivní individua, třeba postavy určitého románu. Onen mírný posun, totiž že se namísto „to a to existuje“ řekne „existuje něco, co je takové a takové“, což se modeluje jako „v univerzu lze nalézt něco, co je takové a takové“, spolu s možností v podstatě libovolného postulování univerza způsobují, že existenční kvantifikátor ve skutečnosti primárně nic nevypovídá o existenci (v nejširším slova smyslu) předmětu, nýbrž jen o skladbě zvoleného univerza. Tak věta „existuje sudé prvočíslo“ není v současné logice chápána jako výpověď o nějakém jednotlivém čísle přičítající mu existenci, nýbrž jako výpověď o tom, zda v rámci námi vybraného univerza (v tomto případě univerza přirozených čísel) nalezneme číslo určitých vlastností. Podobně i věta „Jednorožci existují“ není chápána jako výpověď o jednotlivých jednorožcích, ale jako výpověď o tom, zda v rámci univerza nalezneme individuum splňující vlastnost být jednorožcem (v Bolzanově pojetí se jedná o výpověď o předmětnosti příslušné představy „jednorožec“). Tíse se přitom předpokládá, že zde tvrdíme *reálnou* existenci jednorožců, tedy že univerzum omezíme na reálně existující předměty (v Bolzanově pojetí si již sama představa jednorožce vyžaduje reálně jsoucí předmět). Zabezpečení reálnosti existence se tedy musí dít *zvenčí*, totiž způsobem vymezení příslušného univerza. Bylo by tudíž omylem se domnívat, že pomocí existenčního kvantifikátoru nějak zachycujeme vlastnost (reálné) existence. Typ existence je předem dán výběrem univerza.

⁵ Srovnej Bolzano: WL, § 137, s. 53.

Bylo by možné vyhnout se tomuto vnějšímu zajištění reálné existence a považovat ji za vlastnosti jako jsou jiné, které by v univerzu odpovídala určitá podmnožina, takže by se výpověď⁶ o existenci třeba jednorožců formulovala jako $\exists x(\text{Jednorožec}(x) \wedge \text{Reálněexistuje}(x))$?

Co by však potom mělo být v oné části univerza obsahující reálně neexistující individua? Všechna *možná* individua? Pak by jakýkoli výrok $\exists xP(x)$ znamenal vlastně „nějaké P je možné“ a byl by triviálně pravdivý pro téměř všechny predikáty P (nebyl by pravdivý pouze pro predikáty obsahující logický spor, třeba „kulatý čtverec“). Takže by pak triviálně platilo $\exists x\text{Prvočíslo}(x)$ i $\exists x\text{Jednorožec}(x)$.⁶ Nezdá se, že takto chceme existenční kvantifikátor používat. Nebo by univerzum smělo obsahovat jen reálně jsoucí individua a logicky jsoucí individua (takto v podstatě chápe univerzum Bolzano, který ještě neuvažuje možnost postulování různých univerz). Jenomže nadále se zdá, že reálná existence je vyžadována už charakterem pojmu (vlastnosti) samotným: uvažovat možnost, že by třeba latimerie podivná existovala ve smyslu existenčního kvantifikátoru a zároveň neexistovala reálně, se nám přičí, jinými slovy vlastně nepřipouštíme jako možné

$$\exists x(\text{Latimerie}(x) \wedge \neg \text{Reálněexistuje}(x)),$$

takže platí

$$\exists x(\text{Latimerie}(x) \wedge \text{Reálněexistuje}(x)) \text{ iff } \exists x\text{Latimerie}(x).$$

Predikovat latimerii vyskytujícímu se již v univerzu navíc ještě reálnou existenci se pak jeví jako nadbytečné. Zdá se tedy nejrozumnější postulovat reálnost příslušné existence prostě přes charakter příslušného univerza.

Podobný přístup volí již Kant⁷, který odmítá považovat reálnou existenci za predikát, protože subjekt určený jakýmkoli vlastnostmi jednoduše může i nemusí existovat – možný a skutečný subjekt se od sebe neliší žádnou vlastností vymezující tento subjekt, nýbrž tím, zda je Bohem uveden (kladěn) jako takový v existenci či není⁸. Správně by se tedy nemělo říkat

⁶ Univerzum je obvykle vybráno omezeně vzhledem k danému kontextu, problém se tím ale nijak nemění: zabýváme-li se dejme tomu existencí určitých osob, mělo by příslušné univerzum obsahovat i všechny *možné* osoby?

⁷ Např. ve své práci *Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes*, srovnej též známější pasáž z *Kritiky čistého rozumu* O nemožnosti ontologického důkazu Boží existence (s. 368 – 373 českého překladu).

⁸ Tak subjekt *existující jednorožec* nemá svoji existenci zaručenu o nic více než pouhý *jednorožec* – srovnej k tomu úvahu R. Smullyana v jeho práci *Jak se jmenuje tato knížka*, s. 180 – 181.

„A existuje“, nýbrž „Mezi existujícími věcmi naleznu něco, co je A“⁹ Což by se v současné terminologii dalo přeformulovat jako: „V univerzu existujících věcí naleznou něco, co je A“, tedy zcela v souladu se současným způsobem užití existenčního kvantifikátoru. Myšlenka je tedy táž: přičítáme-li něčemu existenci, znamená to, že pátráme mezi (reálně) existujícími věcmi, zda některá z nich je tímto něčím, tedy zda spadá pod příslušný pojem či má určený soubor vlastností. Transparentní intenzionální logika mluví v této souvislosti o „obsazení úřadu“¹⁰.

Z uvedeného se zdá, že existence tedy není primárně vlastnost individuí, nýbrž vlastností či pojmů. Bolzano mluví o předmětnosti představ, současná logika o výskytu prvku v univerzu majícím příslušné vlastnosti (tedy vlastně o obsazenosti příslušné vlastnosti), přičemž v obou případech se předpokládá, že daná představa o sobě resp. daná vlastnost už samy určují, má-li mít jejich předmět reálnou existenci či nikoli. Ovšem jak je to s přičítáním existence jednotlivému individuu? Má se totiž za to, že zatímco můžeme pátrat, zda existuje někdo, kdo je anglickou královnou, těžko lze pátrat, zda existuje někdo, kdo je Alžbětou II.: vlastní jméno je totiž obvykle považováno za přímé označení daného individua a máme-li už individuuum jednou k dispozici, nemá smysl se ptát, zda námi označené individuuum skutečně existuje. Ve formální logice slouží k označení individuí individuové konstanty. Ptát se po existenci takových individuí je pak nadbytečné – lze sice zformulovat výrok $\exists x(x = a)$ pro nějakou konstantu a , ve skutečnosti ale uvedený výrok musí být triviálně pravdivý, protože individuové konstanty příslušného jazyka jednoduše musí mít nějakou realizaci v rámci univerza. Pokud bychom tedy v rámci univerza všech žijících osob považovali výraz „Alžběta II.“ za konstantu, byl by výrok $\exists x(x = \text{Alžběta II.})$ triviálně pravdivý.

Bolzano ovšem obecně nepovažuje za nesmyslné přičítat nějakému předmětu *reálnou* existenci (Dasein): požadavek reálné existence předmětů příslušné představy sice může být zahrnut již v představě samé (a pak je výrok o reálné existenci ve skutečnosti výrokem o předmětnosti dané představy), ale také v ní zahrnuta být *nemusí*, což je zvláště zřejmé u jednoduchých

⁹ viz Kant: Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes, s. 72 – 74 (např. „Es ist daher kein völlig richtiger Ausdruck zu sagen: Ein Seeinhorn ist ein existirend Thier, sondern umgekehrt: einem gewissen existirenden Seethiere kommen die Prädicate zu, die ich an einem Einhorn zusammen gedenke.“, s. 73 nebo „Allein sein [Gottes] Dasein muß unmittelbar zu der Art gehören, wie sein Begriff gesetzt wird, denn in den Prädicaten selber wird es nicht gefunden. Und wenn nicht schon das Subject als existirend vorausgesetzt ist, so bleibt es bei jeglichem Prädicate unbestimmt, ob es zu einem existirenden oder blos möglichem Subjecte gehöre.“)

¹⁰ Viz např. Tichý: Existence a Bůh, s. 98.

představ¹¹. Individuová konstanta může pojmenovávat nejen reálně existující předmět (jako „Alžběta II.“), ale i logicky existující předmět (jako „2“). Máme-li tedy jakoukoli konstantu a , je zřejmé, že triviálně platí $\exists x(x = a)$, nemusí však již být zřejmé, že příslušné a existuje *reálně*. V tomto smyslu tedy připouští Bolzano jako smysluplné přičítání nebo upírání reálné existence (či „skutečnosti“, Wirklichkeit) přímo označenému předmětu – přímé označení či pojmenování nějakého předmětu sice znamená, že tento předmět už musí být v nějakém smyslu k dispozici („es gibt“), což zároveň vyplývá z požadavku předmětnosti představy pravdivé věty, neznamená to však, že by nutně musel existovat reálně. Tak je smysluplné říci „ π neexistuje reálně (hat kein Dasein)“. (Bolzano však ve skutečnosti nepovažuje klasické konstanty, např. vlastní jména, za jednoduché představy, základní jednoduchou představou je pro něj představa „toto“.) Vposledku by příslušné věty bylo opět možné formulovat ve tvaru „Představa A , které reálně existuje, je předmětná“, zde se však reálná existence vyskytuje jako vlastnost příslušného předmětu představy. V Bolzanově pojetí má tedy někdy smysl připisovat či odepírat reálnou existenci přímo předmětu příslušné představy, abychom tak rozlišili typ existence, kterým disponuje.

Stručně si nyní Bolzanovo pojetí shrňme: Bolzano modeluje existenční kvantifikátor převodem příslušných tvrzení na výroky o předmětnosti patřičné představy. Podobně jako v současné logice však tvrzení tohoto typu ve skutečnosti jen volně souvisejí s přičítáním reálné existence objektům. Tvrzení o reálné existenci příslušných předmětů pro Bolzana velmi často splývají s tvrzeními o předmětnosti daných představ, ovšem v některých případech, pokud totiž dané představy v sobě nezahrnují požadavek reálnosti svých předmětů, je smysluplné přičítat reálnou existenci přímo předmětu dané představy, abychom tak sdělili, že příslušný předmět neexistuje pouze logicky (ve smyslu německého „es gibt“). Tím se odlišuje od rozšířeného pojetí, podle kterého je nesmyslné přičítat reálnou existenci jakožto vlastnost jednotlivému individuu.

Oddělení logiky FÚ AV ČR
 Jiřská 1
 110 00 Praha
 Marta.Vlasakova@centrum.cz

¹¹ Bolzano: WL, § 142, pozn. 1, s. 64 – 65.

LITERATURA

- BOLZANO, B. (1837): *Wissenschaftslehre. Versuch einer ausführlichen und größtentheils neuen Darstellung der Logik* (= WL). Sulzbach.
- KANT, I. (1763): *Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes*. www.ikp.unibonn.de/cgibin/Kant/lade.pl?1&/volltext/Ka02074.htm
- KANT, I. (2001): *Kritika čistého rozumu*. Praha.
- RACLAVSKÝ, J.: Existence jako vlastnost.
www.phil.muni.cz/raclavsk/texty/existence.html
- SMULLYAN, R. (1986): *Jak se jmenuje tato knížka*. Praha.
- TICHÝ, P. (1996): Existence a Bůh. In: *O čem mluvíme? Vybrané stati k logice a sémantice*. Praha.