ARTYKUŁY

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XIII / 1991, s. 5–18*

Eugene P. WIGNER

NIEPOJĘTA SKUTECZNOŚĆ MATEMATYKI W NAUKACH PRZYRODNICZYCH

> „Matematyka, widziana poprawnie, nie tylko posiada prawdę, ale również najwyższe piękno — piękno zimne i surowe, podobne do piękna rzeźby, bez odniesienia do jakiegokolwiek elementu naszej słabej natury, bez wspaniałej pompy malarstwa lub muzyki, lecz piękno wzniośle czyste i zdolne do tak srogiej doskonałości, jaką może wykazać tylko największa sztuka. Prawdziwy duch zachwytu, egzaltacja, poczucie bycia kimś więcej niż Człowiekiem, co jest kamieniem probierczym najwyższej doskonałości, znajduje się w matematyce z taką samą pewnością, jak w poezji."
>
> Bertrand Russell, *Study of Mathematics*

Istnieje opowiadanie o dwóch ludziach, którzy przyjaźnili się ze sobą w czasie wyższych studiów, a którzy spotkawszy się, opowiadają sobie o swojej pracy. Jeden z nich zajął się statystyką i badał trendy społeczne. Pokazał on dawnemu koledze jeden ze swych artykułów. Artykuł rozpoczynał się, jak zwykle, uwagami na temat rozkładu Gaussa i autor wyjaśnił swemu rozmówcy znaczenie poszczególnych symboli dla sytuacji aktualnego społeczeństwa, dla przeciętnego społeczeństwa i tak dalej. Jego kolega okazał pewne niedowierzanie i nie był zupełnie pewny, czy przyjaciel nie żartuje sobie z niego. „Skąd ta twoja wiedza?" brzmiało jego pytanie. „I czym jest ten tu symbol?". „Oh", odpowiedział statystyk, „to jest π". „Co to jest?" „Stosunek obwodu koła do jego średnicy". „No, teraz już twoje dowcipy zaszły za daleko", rzekł na to kolega, „z całą pewnością społeczeństwo nie ma nic wspólnego z obwodem koła".

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

Oczywiście, jesteśmy skłonni uśmiechnąć się nad prostotą podejścia rozmówcy statystyka. Niemniej, kiedy usłyszałem to opowiadanie, musiałem przyznać się do dziwnego uczucia, ponieważ reakcja kolegi wykazywała zwykły zdrowy rozsądek. Byłem jeszcze bardziej skonfudowany, gdy niewiele dni później ktoś przyszedł do mnie i dał wyraz swojemu zadziwieniu faktem[1], że dokonujemy raczej wąskiej selekcji, gdy wybieramy dane, za pomocą których testujemy nasze teorie. „Skąd wiemy, gdy tworzymy teorię, która skupia swoją uwagę na zjawiskach lekceważonych przez nas i lekceważy pewne ze zjawisk przyciągających naszą uwagę, że nie możemy zbudować innej teorii, która miałaby niewiele wspólnego z obecną, ale która wyjaśniałaby tyle samo zjawisk co ona?" Należy przyznać, że nie mamy żadnego dowodu, iż taka teoria nie istnieje.

Oba powyższe opowiadania ilustrują dwa główne stwierdzenia, które będą przedmiotem obecnych rozważań. Pierwszym stwierdzeniem jest, że pojęcia matematyczne pojawiają się w zupełnie nieoczekiwanych związkach. Co więcej, pozwalają one często na dokładny opis zjawisk występujących w tych powiązaniach. Po drugie, właśnie z tego powodu oraz dlatego, że nie rozumiemy przyczyn ich użyteczności, nie możemy wiedzieć, czy teoria formułowana w terminach pojęć matematycznych, jest jedyną odpowiednią. Jesteśmy w sytuacji podobnej do sytuacji człowieka, który posiadając pęk kluczy i mając otworzyć po kolei kilkoro drzwi, zawsze chwyta za właściwy klucz za pierwszym lub drugim razem. Mógłby on stać się sceptykiem, gdyby zaczął rozważać jedyność odpowiedniości pomiędzy kluczami i drzwiami.

Większość z tego, co będzie powiedziane na te dwa tematy, nie będzie nowe; prawdopodobnie w takiej lub innej postaci jest to znane naukowcom. Moim głównym celem jest naświetlić te problemy z kilku stron. Pierwszym wnioskiem jest to, że przedziwna skuteczność matematyki w naukach przyrodniczych jest czymś graniczącym z tajemnicą i że nie ma dla niej żadnego racjonalnego wyjaśnienia. Drugim jest właśnie owa niesamowita użyteczność pojęć matematycznych, która prowokuje pytanie o jedność naszych teorii fizycznych. By rozwinąć pierwszy punkt, dotyczący ogromnie ważnej roli, jaką matematyka odgrywa w fizyce, będzie pożytecznym powiedzieć kilka słów na tematy: „czym jest matematyka?" oraz „czym jest fizyka?", następnie, w jaki sposób matematyka wkracza w teorie fizyczne i wreszcie,

[1] Cytowana uwaga została uczyniona przez F. Wernera, gdy był on studentem w Princeton.

dlaczego sukces matematyki w jej roli w fizyce okazuje się tak trudny do wyjaśnienia. O wiele mniej zostanie powiedziane na drugi temat: jedność teorii fizycznych. Właściwa odpowiedź na to pytanie wymagałaby rozwinięcia pracy eksperymentalnej i teoretycznej, co nie jest obecnie możliwe.

CZYM JEST MATEMATYKA?

Ktoś kiedyś powiedział, że filozofia polega na niewłaściwym używaniu terminologii, która została stworzona tylko w tym celu[2]. W tym samym stylu powiedziałbym, że matematyka jest nauką o zręcznych operacjach na pojęciach i regułach wymyślonych wyłącznie w tym celu. Główny akcent w tej wypowiedzi pada na wymyślanie pojęć. Matematyka szybko opuściłaby dziedzinę interesujących twierdzeń, jeśli byłyby one formułowane w terminach pojęć, które już występują w aksjomatach. Co więcej, podczas gdy jest niekwestionowalną prawdą, że pojęcia matematyki elementarnej a zwłaszcza elementarnej geometrii zostały sformułowane, by opisać wielkości bezpośrednio podsuwane przez dostępny świat, to samo nie jest jednak prawdą gdy chodzi o bardziej zaawansowane pojęcia, w szczególności te pojęcia, które grają tak ważną rolę w fizyce. W ten sposób reguły operowania na parach liczb są oczywiście tak zaprojektowane, by dawać ten sam rezultat, co operacje na ułamkach, które poznaliśmy wcześniej, bez odniesienia do „par liczb”. Reguły operowania dla ciągów, a więc dla liczb niewymiernych, nadal należą do kategorii reguł, które zostały tak określone, by odtwarzać reguły operowania na wielkościach, które były już nam znane. Większość zaawansowanych pojęć matematycznych, takich jak liczby zespolone, algebry, operatory liniowe, zbiory borelowskie — i ta lista może być przedłużana prawie w nieskończoność — są tak wymyślone, że są one trafnie dobranymi przedmiotami, na których matematycy mogą demonstrować swoją pomysłowość i zmysł formalnego piękna. Rzeczywiście, definicja tych pojęć, wraz ze spostrzeżeniem, że mogą być do nich stosowane interesujące i pomysłowe rozważania, jest pierwszą demonstracją pomysłowości matematyka, który je zdefiniował. Głębokość myśli, która wchodzi w sformułowanie pojęć matematycznych, jest następnie usprawiedliwiana przez zręczność, z jaką te pojęcia są używane. Matematyk w pełni, prawie bezlitośnie, eksploatuje dziedzinę dopuszczającą rozumienie i omija to, co niezrozumiałe. To, że

[2] Powyższe zdanie jest tu cytowane za W. Dubislav, *Die Philosophie der Mathematik in der Gegenwart* (Berlin: Junker and Dünnhaupt Verlag, 1932), s. 1.

jego nierozważność nie prowadzi go w bagno sprzeczności, jest samo w sobie cudem: na pewno, jest trudno uwierzyć, że nasza potęga myśli została doprowadzona przez darwinowski proces naturalnej selekcji, do doskonałości, którą zdaje się posiadać. Nie jest to jednak naszym obecnym przedmiotem. Zasadniczym wnioskiem, który zostanie przypomniany później, jest, że matematyk mógłby sformułować jedynie garść interesujących twierdzeń bez definiowania pojęć innych niż te, które są zawarte w aksjomatach, oraz że te nowe pojęcia są określone z zamiarem dopuszczenia pomysłowych operacji logicznych, które odwołują się do naszego zmysłu estetycznego zarówno jako operacje, jak również w ich rezultatach, posiadających wielką ogólność i prostotę[3].

Liczby zespolone dostarczają uderzającego przykładu na to, co zostało powiedziane powyżej. W naszym doświadczeniu nie istnieje nic, co sugerowałoby wprowadzenie tych wielkości. Rzeczywiście, jeśli matematyk zostanie poproszony o uzasadnienie swojego zainteresowania liczbami zespolonymi, wskaże on, z pewnym oburzeniem, na wiele pięknych twierdzeń w teorii równań, na szeregi potęgowe i na funkcje analityczne w ogólności, które zawdzięczają swoje powstanie wprowadzeniu liczb zespolonych. Matematyk nie ma zamiaru porzucać swojego zainteresowania tymi najpiękniejszymi dokonaniami swojego geniuszu[4].

CZYM JEST FIZYKA?

Fizyk jest zainteresowany odkrywaniem praw przyrody nieożywionej. By zrozumieć to stwierdzenie, trzeba przeanalizować pojęcie „prawa przyrody".

Świat wokół nas posiada trudną do wyjaśnienia złożoność i najbardziej oczywistym faktem w nim jest to, że nie możemy przepowiadać przyszłości. Chociaż żart przypisuje optymiście pogląd, że przyszłość jest niepewna, optymista ma rację w tym wypadku: przyszłość jest nieprzewidywalna. Jest to, jak zauważył Schrödinger, cud, że przy całej kłopotliwej złożo-

[3]M. Polanyi w swej książce *Personal Knowledge* (Chicago: University of Chicago Press, 1958) mówi: „Wszystkie te trudności są niczym więcej, jak tylko konsekwencją odmowy dostrzeżenia, że matematyka nie może być określona bez uznania jej najbardziej oczywistej cechy: mianowicie, że jest ona interesująca" (s. 188).

[4]Czytelnik może być zainteresowany, w tym kontekście, raczej gniewnymi uwagami Hilberta o intuicjonizmie, który „usiłuje rozbić i zeszpecić matematykę", „Abh. Math. Sem.", Univ. Hamburg, 157 (1923), lub *Gesammelte Werke* (Berlin: Springer, 1935), s. 188.

ności świata, w zdarzeniach mogą być odkryte pewne regularności. Jedną z takich regularności, odkrytą przez Galileusza, jest fakt, że dwa kamienie, upuszczone w tym samym momencie z tej samej wysokości, spadną na ziemię w tym samym czasie. Prawa przyrody dotyczą takich regularności. Regularność Galileusza jest prototypem dużej klasy regularności. Jest ona zdumiewająca z trzech powodów.

Pierwszym powodem zdumienia jest to, że regularność ta zachodziła nie tylko w Pizie, w czasach Galileusza, ale ma miejsce wszędzie na Ziemi, zawsze zachodziła i zawsze będzie zachodziła. Ta własność regularności jest znaną własnością niezmienniczości i, jak miałem okazję wskazać jakiś czas temu, bez zasad niezmienniczości podobnych do implikowanych w poprzednich uogólnieniach obserwacji Galileusza, fizyka byłaby niemożliwa. Drugą zdumiewającą cechą jest to, że dyskutowana przez nas regularność jest niezależna od wielu warunków, które mogłyby na nią oddziaływać. Jest ona ważna niezależnie od tego, czy pada deszcz, czy nie, czy eksperyment jest wykonywany w pokoju, czy z Krzywej Wieży, niezależnie od tego, czy osoba puszczająca kamienie jest mężczyzną czy kobietą. Jest ona ważna nawet wtedy, gdy dwa kamienie są puszczane równocześnie i z tej samej wysokości, ale przez dwie różne osoby. Istnieje, oczywiście, wiele innych warunków, które są bez znaczenia z punktu widzenia ważności regularności Galileusza. To nieposiadanie znaczenia przez tak wiele okoliczności, które mogłyby odgrywać rolę w obserwowanym zjawisku, nazywa się również niezmienniczością. Jednak ta niezmienniczość ma inny charakter od wcześniej omawianej, ponieważ nie może być sformułowana jako zasada ogólna. Badanie warunków, które wywierają, i które nie wywierają wpływu na zjawisko, jest częścią wstępnego eksperymentalnego badania dziedziny. Zręczność i pomysłowość eksperymentatora ukazują mu zjawiska, które zależą od stosunkowo wąskiego zbioru dość łatwych do zauważenia i odtworzenia warunków[5]. W obecnym przypadku, ograniczenie przez Galileusza obserwacji do ciał ciężkich było najważniejszym krokiem w badaniu. I znów, jest prawdą, że gdyby nie było zjawisk, które byłyby zależne jedynie od małego zbioru warunków, fizyka byłaby niemożliwa.

[5] W związku z tym zob. esej M. Deutscha, Daedalus, 87, 86 (1958). A. Shimony zwrócił mi uwagę na podobny fragment w: C. S. Peirce'a *Essays in the Philosophy of Science* (New York: The Liberal Arts Press, 1957), s. 237.

Powyższe dwa fakty choć bardzo znaczące z punktu widzenia filozofa, nie są jedynymi, które zdumiewały Galileusza najbardziej, ani nie wyrażają specyficznego prawa przyrody. Prawo przyrody jest zawarte w stwierdzeniu, że ilość czasu, który zabiera ciężkiemu obiektowi spadnięcie z danej wysokości, jest niezależna od wielkości, materiału i kształtu ciała, które spada. W układzie drugiego „prawa" Newtona składa się to na stwierdzenie, że siła grawitacyjna, która działa na spadające ciało, jest proporcjonalna do jego masy, ale niezależna od wielkości, materiału i kształtu ciała, które spada.

Powyższa dyskusja miała nam przypomnieć, iż, po pierwsze, w ogóle nie jest naturalne, że „prawa natury", istnieją, a znacznie mniej, że człowiek jest zdolny je odkryć[6]. Autor miał okazję, jakiś czas temu, zwrócić uwagę na istnienie następstwa warstw „praw przyrody", z których każda warstwa zawiera bardziej ogólne i więcej obejmujące prawa niż poprzednia i jej odkrycie umożliwia głębszą penetrację w strukturę wszechświata, niż warstwy rozpoznane wcześniej. Jednak stwierdzeniem najbardziej znaczącym w obecnym kontekście jest to, że wszystkie te prawa przyrody zawierają, nawet w swych najbardziej odległych konsekwencjach, jedynie małą część naszej wiedzy o świecie nieożywionym. Wszystkie prawa przyrody są stwierdzeniami warunkowymi, które dopuszczają przewidywanie pewnych przyszłych zdarzeń na bazie naszej wiedzy o teraźniejszości, przy pominięciu pewnych aspektów obecnego stanu świata — w praktyce przygniatającej większości wyznaczników obecnego stanu świata — które są bez znaczenia z punktu widzenia predykcji. To nieposiadanie znaczenia jest rozumiane w sensie drugiego punktu w dyskusji twierdzenia Galileusza[7].

Co do obecnego stanu świata, to znaczy istnienia Ziemi, na której żyjemy i na której były wykonywane eksperymenty Galileusza, istnienia Słońca i całego naszego otoczenia, prawa przyrody pozostają całkowicie milczące. Jest to zgodne z tym, że po pierwsze, prawa przyrody mogą być stosowane do przepowiadania zdarzeń przyszłych tylko wtedy, gdy znane są wszystkie znaczące wyznaczniki obecnego stanu świata. Jest to również zgodne z tym, że konstruowanie maszyn, których funkcjonowanie może być przewidywane, stanowi najbardziej spektakularne osiągnięcie fizyka. W przypadku tych

[6] E. Schrödinger w swoim *What Is Life?* (Cambridge: Cambridge University Press, 1945), s. 31, mówi, iż ten drugi cud może być niedostępny ludzkiemu zrozumieniu.

[7] Autor uważa, że nie jest konieczne przypominanie, iż twierdzenie Galileusza, w formie podanej w tekście, nie wyczerpuje zawartości obserwacji Galileusza dotyczących praw swobodnego spadku ciał.

maszyn fizyk stwarza sytuację, w której wszystkie znaczące współrzędne są znane, tak że zachowanie maszyny może być przepowiedziane. Radary i reaktory atomowe mogą być przykładami takich maszyn.

Zasadniczym celem dotychczasowej dyskusji było wykazanie, że wszystkie prawa przyrody są stwierdzeniami warunkowymi i że obejmują tylko bardzo małą część naszej wiedzy o świecie. Tak więc, klasyczna mechanika, która jest najlepszym znanym prototypem teorii fizycznej, podaje drugie pochodne współrzędnych przestrzennych wszystkich ciał na podstawie znajomości pozycji tych ciał. Nie daje ona żadnych informacji o istnieniu, obecnym położeniu lub o prędkościach tych ciał. Należy wspomnieć, dla ścisłości, iż około trzydzieści lat temu odkryliśmy, że nawet zdania warunkowe nie mogą być całkowicie precyzyjne: że stwierdzenia warunkowe są prawami probabilistycznymi, które pozwalają nam jedynie czynić rozumne zakłady co do przyszłych własności świata nieożywionego, oparte na wiedzy o stanie obecnym. Nie pozwalają nam one na wypowiadanie stwierdzeń kategorycznych, ani nawet stwierdzeń kategorycznych uwarunkowanych obecnym stanem świata. Probabilistyczny charakter „praw przyrody" manifestuje się również w przypadku maszyn i może być weryfikowany, przynajmniej w wypadku reaktorów atomowych, jeśli pracują one w obszarze wielkich mocy. Jednakże dodatkowe ograniczenie zasięgu praw przyrody wynikające z ich probabilistycznego charakteru nie będzie odgrywało żadnej roli w dalszym ciągu dyskusji.

ROLA MATEMATYKI W TEORIACH FIZYCZNYCH

Odświeżywszy poglądy na istotę matematyki i fizyki, znajdujemy się w lepszym położeniu, by przyjrzeć się roli matematyki w teoriach fizycznych.

Oczywiście, w codziennej fizyce stosujemy matematykę w tym celu, by nadawać wartości wielkościom występującym w prawach przyrody, by stosować stwierdzenia warunkowe do szczególnych okoliczności, które rzeczywiście występują, lub które nas interesują. By było to możliwe, prawa przyrody muszą być wcześniej sformułowane w języku matematyki, by być obiektem dla użytku matematyki stosowanej. Stwierdzenie, że prawa przyrody są zapisane w języku matematyki, zostało właściwie uczynione trzysta lat temu[8]; obecnie jest ono prawdziwsze niż kiedykolwiek dotąd. By wskazać na zna-

[8] Przypisuje się to Galileuszowi.

czenie, jakie pojęcia matematyczne posiadają w formułowaniu praw fizyki, przypomnijmy, dla przykładu, aksjomaty mechaniki kwantowej w postaci, w jakiej zostały sformułowane przez wielkiego fizyka Diraca. W mechanice kwantowej istnieją dwa podstawowe pojęcia: stany i obserwable. Stany są wektorami w przestrzeni Hilberta, obserwable zaś operatorami na tych wektorach. Możliwe wartości obserwacji są wartościami charakterystycznymi operatorów — zatrzymajmy się w tym miejscu, byśmy nie zaangażowali się w wyliczanie pojęć matematycznych rozwijanych w teorii operatorów liniowych.

Jest, oczywiście, prawdą, że fizyka wybiera pewne pojęcia matematyczne dla formułowania praw przyrody i z pewnością tylko ułamek wszystkich pojęć matematycznych jest wykorzystywany w fizyce. Jest również prawdą, że pojęcia, które zostały wybrane, nie zostały wyselekcjonowane arbitralnie z wykazu pojęć matematycznych, ale były rozwijane, w wielu, jeśli nie w większości przypadków, niezależnie przez fizyków i rozpoznawane jako posiadające znaczenie, zanim uczynili to matematycy. Nie jest jednak prawdą to, co często stwierdzano, że działo się tak dlatego, iż matematyka używa najprostszych z możliwych pojęć, i że są one ograniczone do występowania w formalizmie. Jak widzieliśmy powyżej, pojęcia matematyki nie zostały wybrane dla ich pojęciowej prostoty — nawet ciągi par liczb są dalekie od bycia najprostszymi pojęciami lecz dla ich podatności na pomysłowe manipulacje i przekonywające, błyskotliwe argumenty. Nie zapominajmy, że przestrzeń Hilberta w mechanice kwantowej jest zespoloną przestrzenią Hilberta z hermitowskim iloczynem skalarnym. Dla umysłu niezaangażowanego, z pewnością, liczby zespolone są dalekie od naturalnych i nie mogą zostać zasugerowane przez obserwacje fizyczne. Co więcej, użycie liczb zespolonych nie jest w tym przypadku rachunkowym trikiem matematyki stosowanej, ale jest prawie konieczne w formułowaniu praw mechaniki kwantowej. Ostatecznie, zaczyna się okazywać, że nie tylko liczby zespolone, ale również tak zwane funkcje analityczne powinny odgrywać kluczową rolę w formułowaniu teorii kwantowej. Mam tu na myśli gwałtownie rozwijającą się teorię relacji rozpraszających.

Trudno jest uniknąć wrażenia, że stajemy tu wobec cudu, zupełnie porównywalnego w swej uderzającej naturze z cudem polegającym na tym, że ludzki umysł może wiązać razem tysiące argumentów bez wpadania w sprzeczności, lub z dwoma cudami: istnieniem praw przyrody i zdolnością umysłu ludzkiego do przepowiadania ich. Obserwacja, która spośród znanych mi zbliża się najbardziej do wyjaśnienia pojawiania się pojęć matematycznych w fizyce, zawarta jest w stwierdzeniu Einsteina, że jedynymi teoriami fizycznymi, które chcemy akceptować są piękne teorie fizyczne. Pojęciom matematyki przysługuje zaś jakość piękna. Jednak obserwacja Einsteina może najlepiej wyjaśnić własności teorii, w które chcemy wierzyć i nie ma odniesienia do wewnętrznej ścisłości teorii. Przejdźmy więc do drugiego pytania.

CZY SUKCES TEORII FIZYCZNYCH JEST NAPRAWDĘ ZASKAKUJĄCY?

Możliwym wyjaśnieniem stosowania przez fizyka matematyki w formułowaniu praw przyrody jest to, że jest on w pewnym sensie osobą nieodpowiedzialną. Gdy znajduje on związek pomiędzy dwiema wielkościami, który przypomina zależność dobrze znaną z matematyki, stwierdza on natychmiast identyczność obu związków, po prostu dlatego, że nie zna żadnych innych podobnych zależności. Nie jest intencją obecnej dyskusji odparcie zarzutu nieodpowiedzialności przedstawionego podejścia. Być może jest ono takie. Ważne jest jednak podkreślenie, że matematyczne sformułowanie często niewykończonych doświadczeń fizyka prowadzi w niesamowicie wielu przypadkach do zdumiewająco dokładnego opisu szerokiej klasy zjawisk. Pokazuje to, że język matematyczny zasługuje na większe uznanie, niż tylko stwierdzenie, że jest to tylko język, w którym możemy mówić; wskazuje to, że jest on, w bardzo realnym sensie, poprawnym językiem. Rozważmy kilka przykładów.

Pierwszym przykładem jest często cytowany przykład ruchów planet. Prawa spadania ciał zostały dość dobrze ustalone jako rezultat eksperymentów przeprowadzonych zasadniczo w Italii. Eksperymenty te nie mogły być bardzo dokładne w tym sensie, w jakim pojmujemy dokładność dzisiaj, częściowo ze względu na wpływ oporu powietrza, częściowo zaś ze względu na ówczesną niemożność mierzenia krótkich odcinków czasu. Niemniej, nie jest zdumiewające, że w rezultacie swoich studiów, włoscy przyrodnicy osiągnęli znajomość sposobów, w jakie przedmioty poruszają się w atmosferze. Newton wprowadził prawo swobodnego spadku w relacje z ruchem Księżyca, zauważywszy, że parabola drogi rzuconego kamienia na Ziemi oraz krąg drogi Księżyca na niebie, są szczególnymi przypadkami tego samego przedmiotu matematycznego: elipsy, i zaproponował powszechne prawo grawitacji na bazie pojedynczej, i w owym czasie bardzo przybliżonej, liczbowej koincydencji. Filozoficznie rzecz biorąc, prawo grawitacji w postaci zaproponowanej przez Newtona, było odrażające dla ludzi jego czasów i dla niego samego. Empirycznie zaś, było ono oparte na bardzo ograniczonych obserwacjach. Język matematyczny, w którym zostało ono sformułowane, zawierał pojęcie drugiej pochodnej i ci z nas, którzy próbowali narysować okrąg styczny do krzywej wiedzą, że druga pochodna nie jest pojęciem natychmiastowym. Prawo grawitacji, które Newton niechętnie ustalił, i które mógł zweryfikować z dokładnością około 4% okazało się być prawdziwe z błędem mniejszym niż 1/10000 procenta i stało się blisko związane z ideą dokładności absolutnej, do której zaledwie zbliża się dzisiejsza fizyka[9]. Z pewnością, przykład prawa Newtona, cytowany ciągle na nowo, musi być wspomniany w pierwszej kolejności, jako monumentalny przykład prawa, sformułowanego w terminach, które okazują się proste dla matematyka. Podsumujmy naszą tezę w tym przykładzie: po pierwsze, prawo, zwłaszcza, że występuje w nim druga pochodna, jest proste tylko dla matematyka, a nie dla zdrowego rozsądku lub dla studenta pierwszego roku, nie obdarzonego matematycznym umysłem; po drugie, jest to prawo warunkowe o bardzo ograniczonym zasięgu. Nie mówi ono nic o Ziemi, w którą uderzają kamienie Galileusza, lub też o kołowej orbicie Księżyca, czy też o planetach Układu Słonecznego. Wyjaśnienie tych warunków początkowych jest pozostawione geologowi lub astronomowi.

Drugi przykład pochodzi ze zwykłej, elementarnej mechaniki kwantowej. Powstał on, gdy Max Born zauważył, że pewne reguły obliczeń, podane przez Heisenberga, są formalnie identyczne z regułami obliczeń dla macierzy, ustalonymi znacznie wcześniej przez matematyków. Born, Jordan i Heisenberg zaproponowali więc zastąpić zmienne położenia i momenty w równaniach mechaniki klasycznej przez macierze. Zastosowali oni reguły mechaniki macierzowej do kilku mocno wyidealizowanych problemów i rezultaty okazały się dość zadowalające. Nie istniał jednak w tym czasie żaden racjonalny argument, że ich macierzowa mechanika okazałaby się poprawna w bardziej zbliżonych do rzeczywistości warunkach. Rzeczywiście, stwierdzili oni: „jeśli mechanika taka, jak zaproponowana tutaj byłaby poprawna w swych istotnych cechach”. Pierwsze zastosowanie ich mechaniki do rzeczywistego problemu, problemu atomu wodoru, zostało uczynione kilka mie-

[9]Zobacz, na przykład, R. H. Dicke, „Am. Sci.”, 25 (1959).

sięcy później, przez Pauliego. Zastosowanie to dawało rezultaty zgodne z doświadczeniem. Było to zadowalające, jednak wciąż niezrozumiałe, ponieważ reguły rachunku podane przez Heisenberga zostały wyabstrahowane z problemów, które zawierały starą teorię atomu wodoru. Cud pojawił się dopiero w momencie, gdy mechanika macierzowa, lub matematycznie równoważna teoria, została zastosowana do problemów, dla których reguły rachunkowe Heisenberga były bezsensowne. Reguły te zakładały, że klasyczne równania ruchu posiadają rozwiązania z pewnymi cechami okresowości; zaś równania ruchu dwóch elektronów atomu helu, lub większej liczby elektronów jakiegoś cięższego atomu po prostu nie posiadają tych własności, a więc reguły Heisenberga nie mogą być stosowane w tych przypadkach. Niemniej jednak, obliczenie najwyższego poziomu energetycznego dla helu, przeprowadzone kilka miesięcy temu przez Kinoshita w Cornell i przez Bazleya w Biurze Wzorców zgadza się z danymi doświadczalnymi w granicach dokładności obserwacji, która wynosi jedną dziesięciomilionową. Z pewnością w tym przypadku „wydobyliśmy” z równań coś, czego w nie nie włożyliśmy. To samo jest prawdą, jeśli chodzi o jakościową charakterystykę „widm złożonych”, to znaczy widm cięższych atomów. Wspominam rozmowę z Jordanem, który powiedział mi, gdy odkryto jakościowe cechy widm, że niezgodność reguł otrzymanych z mechaniki kwantowej i reguł ustalonych na drodze doświadczeń dostarczałaby ostatniej okazji do dokonania zmiany w systemie mechaniki macierzowej. Innymi słowy, Jordan czuł, że bylibyśmy, przynajmniej czasowo, bezradni, gdyby nieoczekiwana niezgodność wystąpiła w teorii atomu helu. Była ona w tym czasie rozwijana przez Kellnera i Hilleraasa. Formalizm matematyczny był zbyt jasny i niezmienny, tak więc, gdyby cud helu, o którym wspomniałem powyżej, nie pojawił się, powstałby prawdziwy kryzys. Z pewnością, fizyka pokonałaby ten kryzys w taki, czy inny sposób. Z drugiej strony jest prawdą, że fizyka, taka, jaką ją znamy obecnie, nie byłaby możliwa bez ciągłego pojawiania się cudów, podobnych do tego z atomem helu, który jest cudem najbardziej uderzającym z tych, które wystąpiły w trakcie rozwoju elementarnej mechaniki kwantowej, ale przecież bynajmniej nie jedynym. Faktycznie, ilość analogicznych cudów jest ograniczona, z naszego punktu widzenia, tylko przez nasze pragnienie znajdowania ich. Mechanika kwantowa ma wiele niemal równie uderzających sukcesów, które dają nam mocne przekonanie, że jest ona, jak mówimy, prawdziwa.

Ostatni przykład pochodzi z elektrodynamiki kwantowej, z teorii przesunięcia Lamba. Podczas gdy teoria grawitacji Newtona ma jeszcze oczywiste związki z doświadczeniem, eksperyment wchodzi w sformułowanie mechaniki macierzowej jedynie w wyrafinowanej i wysublimowanej formie przepisów Heisenberga. Teoria kwantowa przesunięcia Lamba, w postaci takiej, jak rozważał ją Bethe i ustalił Schwinger, jest teorią czysto matematyczną i jedyny bezpośredni wpływ doświadczenia polegał na wskazaniu na istnienie mierzalnego efektu. Zgodność z rachunkiem jest zaledwie jedną częścią na tysiąc.

Powyższe trzy przykłady, które można by mnożyć prawie w nieskończoność, powinny zilustrować stosowność i dokładność matematycznego sformułowania praw przyrody w terminach pojęć wybranych ze względu na ich podatność na manipulacje, „praw przyrody" posiadających prawie fantastyczną ścisłość, ale dokładnie ograniczony zasięg. Proponuję traktować wniosek, które te trzy przykłady ilustrują, jako empiryczne prawo epistemologii. Wraz z prawami niezmienniczości teorii fizycznych, jest to niezbywalna podstawa tych teorii. Bez praw niezmienniczości teorie fizyczne mogłyby nie mieć oparcia w faktach; gdyby empiryczne prawo epistemologii nie było prawdziwe, mogłoby zabraknąć nam zachęty i pewności, koniecznych dla prowadzenia badań. Dr R. G. Sachs, z którym dyskutowałem na temat tego prawa, nazwał je artykułem wiary fizyka–teoretyka i z pewnością jest ono nim. Jednak to, co nazwał on naszym artykułem wiary, może być dobrze podtrzymane przez faktyczne przykłady — wiele dodatkowych przykładów, obok tych trzech, które zostały przedstawione.

JEDNOŚĆ TEORII FIZYCZNYCH

Empiryczny charakter powyższej obserwacji wydaje mi się być samooczywisty. Z pewnością nie jest ona „koniecznością myśli" i nie powinna być, ponieważ stosuje się tylko do niewielkiej części nieożywionego świata. Jest absurdem wierzyć, że istnienie matematycznie prostych wyrażeń dla drugiej pochodnej położenia jest samooczywiste, skoro nie istnieją żadne podobne wyrażenia dla samego położenia lub dla prędkości. Jest więc zadziwiające, jak łatwo został nam dany cudowny dar zawarty w empirycznym prawie epistemologii. Zdolność ludzkiego umysłu do stworzenia ciągu 1000 wniosków i nadal pozostawania „w prawdzie", co było wspomniane powyżej, jest podobnym darem.

Każde prawo empiryczne posiada niepokojącą cechę polegającą na tym, że nikt nie zna jego ograniczeń. Widzieliśmy, że istnieją pewne regularności w zdarzeniach zachodzących w świecie wokół nas, które mogą być sformułowane w terminach pojęć matematycznych z niesamowitą dokładnością. Z drugiej strony istnieją aspekty świata, które — gdy je rozważamy — nie pozwalają nam wierzyć w istnienie jakichkolwiek regularności, Nazywamy je warunkami początkowymi. Pytaniem, które się pojawia, jest, czy różne regularności, to znaczy rozmaite prawa przyrody, które zostaną odkryte, połączą się w jedną spójną całość, lub przynajmniej będą się zbliżały asymptotycznie do takiej unifikacji. Alternatywnie, istnieje możliwość, że zawsze będą pewne prawa przyrody, które nie będą miały nic wspólnego z żadnym z pozostałych. Obecnie tak właśnie jest, na przykład dla praw dziedziczenia i praw fizyki. Jest nawet możliwe, że niektóre z praw przyrody będą w swoich implikacjach w konflikcie z każdym innym, lecz okażą się dość przekonywające w swej własnej dziedzinie, tak że nie będziemy chcieli odrzucić żadnego z nich. Możemy poddać się takiemu stanowi rzeczy lub nasze zainteresowanie w wyjaśnianiu konfliktów pomiędzy różnymi teoriami może wygasnąć. Możemy stracić zainteresowanie „ostateczną prawdą”, to jest obrazem, który jest spójnym połączeniem w jedna całość małych obrazów stworzonych przez rozmaite aspekty przyrody.

Może być pożytecznym zilustrowanie tej alternatywy za pomocą przykładu. Mamy obecnie w fizyce dwie mocne, bardzo interesujące teorie: teorię zjawisk kwantowych i teorię względności. Obydwie te teorie mają swoje korzenie w rozłącznych grupach zjawisk. Teoria względności stosuje się do ciał makroskopowych, takich jak gwiazdy. Zdarzenie koincydencji, w skrajnej formie polegające na zderzeniu, jest pierwotnym zdarzeniem w teorii względności i określa punkt w czasoprzestrzeni, lub przynajmniej określałoby punkt, gdyby zderzające się cząstki były nieskończenie małe. Teoria kwantowa ma swoje korzenie w świecie mikroskopijnym i, z jej punktu widzenia, zdarzenie koincydencji lub zderzenia, nawet jeśli ma miejsce pomiędzy dwiema cząstkami nie posiadającymi rozciągłości przestrzennej, nie jest pierwotne i w ogóle nie jest ostro wyróżnione w czasoprzestrzeni. Obydwie te teorie operują różnymi pojęciami matematycznymi — odpowiednio: czterowymiarową przestrzenią Riemanna i nieskończenie wymiarową przestrzenią Hilberta. Jak dotąd obydwie te teorie nie mogą być zunifikowane, to znaczy nie istnieje żadne matematyczne sformułowanie, dla którego te teorie byłyby przybliżeniami. Wszyscy fizycy wierzą, że zjednoczenie tych dwóch teorii jest zasadniczo możliwe i że znajdziemy je. Niemniej jednak można sobie wyobrazić, że niemożliwym jest znalezienie jakiejkolwiek unifikacji tych dwóch teorii. Ten przykład ilustruje dwie możliwości, jedności i konfliktu, wspomniane powyżej, z których obydwie są wyobrażalne.

By otrzymać wskazówkę co do tego, której z alternatyw należy ostatecznie oczekiwać, możemy udawać, że jesteśmy nieco większymi ignorantami, niż jesteśmy w rzeczywistości i umieścić się na niższym poziomie wiedzy niż ta, którą obecnie posiadamy. Jeśli możemy znaleźć połączenie naszych teorii na tym niższym poziomie inteligencji, możemy z nadzieją oczekiwać, że również na rzeczywistym poziomie naszej inteligencji znajdziemy połączenie naszych teorii. Z drugiej strony, jeśli doszlibyśmy do wzajemnie sprzecznych teorii na jakimś niższym poziomie wiedzy, możliwość trwałości konfliktu teorii nie może być z góry wykluczona również dla nas samych. Poziom wiedzy i pomysłowości jest zmienną ciągłą i jest nieprawdopodobne, by względnie mała zmiana tych ciągłych zmiennych przekształcała osiągalny obraz świata z niespójnego w spójny[10].

Rozważany z tego punktu widzenia fakt, że pewne teorie, o których wiemy, że są fałszywe, dają tak dokładne rezultaty, jest czynnikiem przeciwnym. Gdybyśmy mieli mniej wiedzy, grupa zjawisk, które wyjaśniają te „fałszywe” teorie, okazałaby się dla nas dość szeroka, by „dowieść” tych teorii. Jednak te teorie są uważane przez nas za fałszywe właśnie z tego powodu, że są one niezgodne z większą liczbą ujmowanych obrazów oraz, jeśli tylko odkryto dostatecznie wiele takich fałszywych teorii, muszą się one okazać sprzeczne nawzajem ze sobą. Podobnie, jest możliwe, że teorie, które uważamy za „udowodnione” przez pewną ilość zgodności liczbowych, które okazują się być wystarczająco rozległe dla nas, są fałszywe, ponieważ są w konflikcie z możliwą teorią obejmującą więcej, która jest poza naszymi możliwościami odkrycia. Gdyby to było prawdą, powinniśmy oczekiwać konfliktów pomiędzy naszymi teoriami, gdy tylko ich ilość wzrasta powyżej pewnego punktu i gdy ujmują one dostatecznie szeroką grupę zja-

[10]Ten ustęp został napisany po wielkim wahaniu. Autor jest przekonany, że w dyskusjach epistemologicznych jest pożytecznym odrzucanie idealizacji polegającej na przyjęciu, iż poziom ludzkiej inteligencji ma pojedynczą pozycję na skali absolutnej. W niektórych przypadkach może być pożytecznym rozważanie osiągnięć, które są możliwe na poziomie inteligencji innego rodzaju. Jednak autor dostrzega również, że ciąg myślowy przedstawiony w tekście jest ujęty skrótowo i niezbyt krytycznie, by być niezawodnym.

wisk. W przeciwieństwie do wspomnianego powyżej artykułu wiary fizyka, to właśnie jest nocną zmorą teoretyka.

Rozważmy kilka przykładów „fałszywych" teorii, które dają alarmująco dokładne opisy grup zjawisk. Przy odrobinie dobrej woli, można odsunąć pewną oczywistość, której te przykłady dostarczają. Sukces wczesnych i pionierskich idei Bohra dotyczących atomu był zawsze raczej wąski i to samo odnosi się do epicykli Ptolemeusza. Nasz obecny punkt widzenia daje dokładny opis wszystkich zjawisk, które te bardziej prymitywne teorie mogą opisać. Nie jest to jednak prawdą jeśli chodzi o tak zwaną teorię swobodnego elektronu, która daje cudownie dokładny obraz wielu, jeśli nie większości, własności metali, półprzewodników i izolatorów. W szczególności wyjaśnia ona fakt, zawsze niewłaściwie rozumiany na bazie „rzeczywistej teorii", że izolatory wykazują specyficzną oporność elektryczną, która może być 10 razy większa niż oporność metali. Rzeczywiście, nie istnieje żaden eksperymentalny argument pokazujący, że oporność nie jest nieskończona w warunkach, w których teoria elektronu swobodnego kazałaby nam oczekiwać oporności nieskończonej. Niemniej jesteśmy przekonani, że teoria ta jest grubym przybliżeniem, które powinno być zastąpione w opisie zjawisk dotyczących ciał stałych przez bardziej dokładny obraz.

Rozważana z naszego rzeczywistego punktu widzenia, sytuacja prezentowana przez teorię wolnego elektronu jest irytująca, ale jest nieprawdopodobnym przepowiadać jakiekolwiek niespójności, które są nieprzezwyciężalne dla nas. Teoria ta podnosi wątpliwości co do tego, jak daleko powinniśmy ufać zgodności numerycznej pomiędzy teorią i eksperymentem, jako dowodowi na rzecz poprawności teorii. Przywykliśmy do takiego wątpienia.

Trudniejsza i bardziej niepokojąca sytuacja powstałaby, gdybyśmy mogli pewnego dnia ustalić teorię zjawisk świadomości, lub też biologii, która byłaby tak spójna i przekonywająca jak nasze obecne teorie świata nieożywionego. Prawa dziedziczenia Mendla i idąca za nimi praca na genach może tworzyć początki takiej teorii na terenie biologii. Co więcej, jest całkiem możliwe, że może być znaleziony abstrakcyjny argument pokazujący, że istnieje konflikt pomiędzy taką teorią i akceptowanymi podstawami fizyki. Argument ten mógłby być tak abstrakcyjnej natury, że mogłoby nie być możliwym rozwiązanie konfliktu na korzyść jednej z teorii za pomocą eksperymentu. Taka sytuacja nadwyrężałaby mocno naszą wiarę w nasze teorie i w rzeczywistość pojęć, które tworzymy. Mogłaby dać głębokie poczucie frustracji w naszym poszukiwaniu tego, co nazywamy „ostateczną prawdą". Racją, dla której taka sytuacja jest do pomyślenia jest to, że ostatecznie nie wiemy, dlaczego nasze teorie działają tak dobrze. Stąd ich dokładność może nie dowodzić ich prawdziwości i spójności. Rzeczywiście, jest to przekonaniem autora, że istnieje coś raczej podobnego do sytuacji opisanej powyżej, jeśli konfrontuje się prawa dziedziczenia i prawa fizyki.

Pragnę zakończyć nieco bardziej miłym spostrzeżeniem. Stosowność języka matematyki do formułowania praw fizyki jest cudownym darem, którego ani nie rozumiemy, ani nań nie zasługujemy. Powinniśmy być za niego wdzięczni i mieć nadzieję, że pozostanie on w mocy w przyszłych badaniach, oraz że rozszerzy się on, lepiej lub gorzej, dla naszej przyjemności a może też dla naszego zmieszania, na szerokie gałęzie wiedzy.

Eugene Wigner, *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*, w: „Communications in Pure and Applied Mathematics", t. 13, 1 (luty 1960), ss. 1–14.

Z angielskiego przetłumaczył
Jacek Dembek CSsR