ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom LX, numer 1 – 2012

EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI

SŁABA ASERCJA

W pracy nawiązuje się do konstrukcji logicznej, z dwoma typami negacji zewnętrzną (~) i wewnętrzną (¬), w której proponuje się zastąpienie dychotomicznego prawa wyłączonego środka (o schemacie: $\alpha \vee {\sim}\alpha$) trychotomią ($\alpha \vee \neg\alpha \vee \pm\alpha$). Mając na uwadze przedmiot należący do danego uniwersum i dany zbiór predykatów, niektóre z nich mu przysługują, inne zaś nie. Mogą być też takie predykaty, o których nie można sensownie orzec, że mu przysługują – i to jest tym trzecim przypadkiem (nieokreśloność), który konstrukcja ta pozwala wyróżnić. Jest to nieklasyczna teoria predykacji. W klasycznej teorii predykacji (której standardową realizacją jest klasyczny rachunek predykatów) mamy tylko jeden funktor negacji (negacji zewnętrznej).

Proponowane jest tu przeniesienie tych dystynkcji do rachunku zdaniowego i zbudowanie konstrukcji z funktorem słabej asercji (+) jako funktorem pierwotnym. Funktor ten wraz z funktorem negacji zewnętrznej pozwala na dodatkową interpretację zdań podpadających pod powyższy trzeci przypadek (pośredniość), w sytuacjach gdy zachodzi potrzeba wyrażenia zdań odnoszących się do stanów pośrednich pomiędzy stanem pozytywnym i jego negatywnym odpowiednikiem.

1. PRELIMINARIA

Negacja wewnętrzna i negacja zewnętrzna. Funktor negacji zdaniowej (~), występujący w klasycznym rachunku predykatów, jest tu nazywany *negacją zewnętrzną*.

Dr hab. EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI, prof. UR – Zakład Filozofii Przyrody, Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie; adres do korespondencji: al. 29 Listopada 46, 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl

Aksjomat wprowadzający funktor *negacji wewnętrznej* ($\neg$) ma postać[1]:

$$P(x) \rightarrow {\sim}\neg P(x)$$

Definicyjnie jest tu wprowadzany funktor *nieokreśloności*[2]:

D? $\quad ?P(x) \leftrightarrow {\sim}P(x) \wedge {\sim}\neg P(x)$

Do tez będących bezpośrednimi konsekwencjami tego aksjomatu i D? należą:

$${\sim}(P(x) \wedge \neg P(x))$$
$$\neg P(x) \rightarrow {\sim}P(x)$$
$$P(x) \vee \neg P(x) \vee ?P(x)$$

Rozróżnienie między tymi dwoma typami negacji pozwala na zanegowanie (negacja zewnętrzna) zdań: *Księżyc jest szczery* oraz *Księżyc nie jest szczery* (*nie* – jest tu negacją wewnętrzną), co sprowadza się do uznania za prawdziwe zdania: *Nieprawda-że, Księżyc jest szczery i nieprawda-że Księżyc nie jest szczery*[3].

2. FUNKTOR NEGACJI WEWNĘTRZNEJ JAKO FUNKTOR PIERWOTNY

System 1. Oznaczmy przez **SN** system, nadbudowany nad **KRZ**, z aksjomatem specyficznym[4]:

A$\neg$ $\quad p \rightarrow {\sim}\neg p$

---

[1] Rozróżnienie między tymi dwoma funktorami negacji zaproponował Aleksander A. Zinoviev. Zob. A.A. Z i n o v i e v, *Nichttraditionelle Quantorentheorie*, [w:] H. W e s s e l (red.), *Quantoren-Modalitäten-Paradoxien, Beiträge zur Logik*, Berlin 1972, s. 179-205. Ideę tę rozwija wraz z nim Horst Wessel w *Logische Sprachregeln* (Berlin 1975, s. 239 nn.) i *Logik* (Berlin 1984). W ostatniej z prac można znaleźć równoważne sformułowanie tego aksjomatu (s. 186). Zmienna x występująca w tej formule może być zastąpiona sekwencją zmiennych.

[2] Definicje zapisujemy w konwencji Leśniewskiego – jako równoważności.

[3] Por. W e s s e l, *Logik*, s. 178.

[4] W odróżnieniu od kontekstu tego funktora w aksjomacie systemu wcześniejszego, funktor ten jest tu przeniesiony na grunt rachunku zdaniowego. Takie przeniesienie zostało zaproponowane w: E. W o j c i e c h o w s k i, *External and Internal Negation in Modal Logic*, „Conceptus” 30 (1997), Nr. 76, s. 57-66.

Definicyjnie wprowadzimy funktory *słabej asercji* (+), *słabej negacji* (−) i *nieokreśloności/przejściowości* (±)[5]:

DA $+p \leftrightarrow {\sim}\neg p$
DN $-p \leftrightarrow {\sim}p \vee \neg p$
DU $\pm p \leftrightarrow {\sim}p \wedge {\sim}\neg p$

Formuły elementarne z funktorami negacji zewnętrznej i wewnętrznej mogą być czytane odpowiednio:

$\sim p$ – *nieprawda-że p*
$\neg p$ – *nie p*

Formuły pochodne $+p$, $-p$ i $\pm p$, z uwagi na definicje DA, DN i DU, będą czytane następująco:

$+p$ – *nieprawda-że nie p*
$-p$ – *nieprawda-że p*[6]
$\pm p$ – *nieprawda-że p i nieprawda-że nie p* (*nieprawda-że p i-zarazem nie p*)

3. INTUICJE SEMANTYCZNE

Wyobraźmy sobie trzy stany rzeczy:

(s_1) *deszcz pada* (w sposób ciągły),
(s_2) *deszcz nie pada* (negacja stanu s_1),
(s_3) *padają pojedyncze krople deszczu* (stan pośredni między s_1 i s_2).

Na gruncie języka naturalnego stany te możemy oddać odpowiednio poprzez zdania: *Deszcz pada*, *Deszcz nie pada* oraz *Deszcz pada i nie pada*.

Dwa pierwsze z tych zdań mogą być interpretowane dwojako:

(1) Interpretacja mocna: *Deszcz pada* i towarzysząca mu mocna asercja (zdanie to byłoby reprezentowane przez zmienną *p*) i *Deszcz nie pada* (towarzyszy mu

---

[5] Zmieniamy tu symbol tego funktora. Oznaczenie to jest bardziej intuicyjne, z uwagi na te konteksty w których pojawiają się funktory słabej asercji i słabej negacji.

[6] Przez kontrapozycję A¬ otrzymujemy tezę $\neg p \rightarrow {\sim}p$ a stąd, uwzględniając DN mamy: $-p \leftrightarrow {\sim}p$. Niżej te tezy zostaną oznaczone odpowiednio przez: T2 i T9.

mocna negacja: $\neg p$). Zdanie trzecie *Deszcz pada i nie pada* byłoby tu fałszywe ($p \wedge \neg p$).

(2) Interpretacja słaba: *Deszcz pada* i towarzysząca mu słaba asercja (zdanie to obejmowałoby również stan s_3: $+p$) i *Deszcz nie pada* (słaba negacja, zdanie to odnosiłoby się również do stanu s_3: $-p$). Zdanie *Deszcz pada i nie pada* podpadałoby tu pod schemat $+p \wedge -p$.

Dzięki funktorom słabej asercji (+) i słabej negacji (−) takie (nieokreślone) zdania typu trzeciego można analizować.

Z kolei, wyobraźmy sobie kogoś (*a*) przechodzącego z pokoju *A* do pokoju *B*, między którymi są drzwi. Stosowne sytuacje z jakimi mamy tu do czynienia wyglądają następująco:

(s_4) *a znajduje się w pokoju A*,
(s_5) *a znajduje się w pokoju B* (negacja stanu s_4),
(s_6) *a znajduje się w drzwiach* (stan pośredni między s_4 i s_5).

Język naturalny dopuszcza i tu opis sytuacji szóstej przez zdanie: *a znajduje się w pokoju A i a nie znajduje się w pokoju A*. Zdanie to jest prawdziwe w sytuacji pośredniej jedynie przy słabej interpretacji asercji towarzyszącej pierwszemu członowi, jak i słabej interpretacji negacji drugiego członu tej koniunkcji.

Termin *prawda* wchodzący w skład fraz typu funktorowego *prawda-że* (*jest-prawdą-że*) może być również interpretowany dwojako:

(1) interpretacja mocna: *prawda-że p* $\leftrightarrow$ *p*[7]

(2) interpretacja słaba: *prawda-że p* $\leftrightarrow$ *nieprawda-że nie p*

Wyrażenie elementarne $+p$ może być zatem czytane również jako „*prawda-że p*”, zgodnie ze słabą interpretacją terminu *prawda*.

Interpretacja mocna terminu *prawda* z powyższej frazy funktorowej (*jest-prawdą-że*) występuje rzadko *explicite* w konstrukcjach logicznych. Jeśli się pojawia, to też za pośrednictwem funktora asercji. Ten sposób wyrażania się jest jednak obecny *implicite* w logice. Manifestuje się on najczęściej w czytaniu formuł logicznych. Na przykład formuła implikacyjna: $p \rightarrow q$, oprócz standardowego sposobu czytania („*jeżeli p, to q*”), bywa czytana również: „*jeżeli prawdą-jest-że p, to prawdą-jest-że q*”.

[7] Formuła *prawda-że p* $\leftrightarrow$ *p* jest podobna do słynnego schematu Alfreda Tarskiego (*Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*). Zasadnicza różnica polega na tym, że u Tarskiego *prawda* jest terminem metajęzykowym. Tu natomiast, to funktorowe użycie tego terminu należy do języka systemu.

4. FUNKTOR SŁABEJ ASERCJI JAKO FUNKTOR PIERWOTNY

Biorąc pod uwagę aksjomat A¬ i definicję DA, widać, że można zbudować inferencyjnie równoważną aksjomatykę dla systemu wcześniejszego (**SN**=**KRZ** [A¬]), z funktorem asercji jako funktorem pierwotnym. Wyrażenie elementarne $+p$ czytamy: „*nieprawda-że nie p*”. Przyjmiemy aksjomat:

A1 $p \rightarrow +p$

Funktory *negacji wewnętrznej* (¬), *słabej negacji* (−) i *nieokreśloności* (±) są tu definiowane następująco:

D¬ $\neg p \leftrightarrow \sim +p$
D− $-p \leftrightarrow \sim p \vee \neg p$
D± $\pm p \leftrightarrow \sim p \wedge +p$

System ten jest nadbudowany nad klasycznym rachunkiem zdań (**KRZ**). Jest jego rozszerzeniem i oznaczymy go przez **SA** (**SA**=**KRZ**[A+]). Do jego reguł pierwotnych należy reguła podstawiania oraz reguła odrywania (MP). Obydwie reguły są zrelatywizowane do tak rozszerzonego języka klasycznego rachunku zdań.

Regułą wtórną tego systemu jest *reguła* (*wprowadzania funktora słabej*) *asercji* (RA):

RA $\alpha \,/\, +\alpha$ [A1]

Wybrane tezy tego systemu. Do tez będących bezpośrednimi konsekwencjami A1 i powyższych definicji należą:

T1 $p \rightarrow \sim\neg p$ [A1,D ¬]
T2 $\neg p \rightarrow \sim p$ [T1]
T3 $p \vee \neg p \vee \pm p$ [D±,D¬]
T4 $+p \leftrightarrow \sim\neg p$ [D¬]

Do tez tego systemu należą również[8]:

[8] Dowody będą budowane metodą założeniową. Pojawiające się w nich wyrażenia „z”, „zd”, „zdn” i „sprz.” są odpowiednio skrótami wyrażeń: „założenie”, „założenie dodatkowe”, „założenie dowodu nie wprost” i „sprzeczność”. Z kolei Hp(...) i T znaczą odpowiednio: *założenie*(*liczba przesłanek*) oraz *teza* (= dowodzony następnik implikacji).

T5	$\sim(p \wedge \neg p)$		
	Dem.		
	(1)	$p \wedge \neg p$	[zdn]
	(2)	p	[1]
	(3)	$\neg p$	[1]
	(4)	$\sim p$	[3,T2×MP]
		sprz.	[2,4]

T6a	$+p \rightarrow p \vee \pm p$		
	Dem.		
		Hp(1) →	
	(2)	$\sim(p \vee \pm p)$	[zdn]
	(3)	$\sim p \wedge \pm p$	[2]
	(4)	$\sim p \wedge (p \vee \sim +p)$	[3,D±]
	(5)	$\sim +p$	[4]
		sprz.	[1,5]

T6b $p \vee \pm p \rightarrow +p$ [A1,D±]

T6 $+p \leftrightarrow p \vee \pm p$ [T6a,T6b]

Zgodnie z nią: *nieprawda-że nie p* jest równoważne z *p lub nieprawda-że p i-zarazem nie p.*

T7a	$-p \rightarrow \sim p \vee \pm p$		
	Dem.		
		Hp(1) →	
	(2)	$\sim(\sim p \vee \pm p)$	[zdn]
	(3)	$p \wedge \sim \pm p$	[2]
	(4)	$p \wedge (p \vee \neg p)$	[3,D±,D¬]
	(5)	p	[4,T1]
	(6)	$\sim p$	[1,D−,T2]
		sprz.	[5,6]

T7b	$\sim p \vee \pm p \rightarrow -p$		
	Dem.		
		Hp(1) →	
	(2)	$\sim -p$	[zdn]

(3) $p \wedge {\sim}\neg p$ [2,D−]
(4) p [3]
(5) ${\sim}p$ [1,D±]
sprz. [4,5]

T7 $-p \leftrightarrow {\sim}p \vee \pm p$ [T7a,T7b]

Tu, podobnie jak w przypadku poprzednim (T6), *nieprawda-że p* znaczy tyle, co *nieprawda-że p lub nieprawda-że p i-zarazem nie p.*

T8 $\pm p \leftrightarrow +p \wedge -p$ [T6,T7,D±]

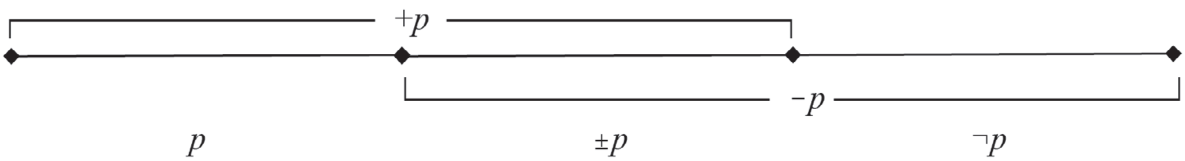
Teza ta uzasadnia sposób czytania $\pm p$.

T9a ${\sim}p \rightarrow -p$ [D−,**KRZ**]

T9b $-p \rightarrow {\sim}p$ [D−,D±]

T9 $-p \leftrightarrow {\sim}p$ [T9a,T9b]

Zgodnie z T9 określenia *słaba negacja* i *negacja zewnętrzna* są synonimiczne. Synonimami są również terminy *mocna negacja* i *negacja wewnętrzna*. Związki między tymi funktorami, wyrażone przez powyższe tezy, przedstawia poniższy diagram:



T10 $\neg\neg p \rightarrow +p$ [T2,T4]

T11a $+p \vee {\sim}p$
Dem.
(1) ${\sim}(+p \vee {\sim}p)$ [zdn]
(2) ${\sim}{+p} \wedge p$ [1]
(3) $p \wedge \neg p$ [2,D¬]
(4) ${\sim}(p \wedge \neg p)$ [T5]
sprz. [3,4]

T11b $+p\vee\neg p$ [**KRZ**,D¬]

T11 $+p\vee -p$ [T9,T11a]

T12 $\sim(+p\wedge\neg p)$ [T4,**KRZ**]

Dla funktorów słabej asercji i słabej negacji mamy więc odpowiednik prawa wyłączonego środka (T11) i słabszy odpowiednik prawa niesprzeczności (T12).

T13 $\sim+p \rightarrow +\sim p$
Dem.
Hp(1) →
(2) $\neg p$ [1,D¬]
(3) $\sim p$ [2,T2×MP]
(4) T [3×RA]

Odwrotna implikacja nie jest tezą tego systemu[9].
Regułą wtórną jest tu więc reguła *kontrapozycji* (*słabej*) *asercji* (KA):

KA $\sim+\alpha \,/\, +\sim\alpha$ [T13]

5. ROZSZERZENIA PEWNYCH SYSTEMÓW NADBUDOWANYCH NAD **KRZ**

Rachunek nazw. Możemy rozszerzyć rachunki nazwowe ufundowane na **KRZ**. Do takich konstrukcji należą ontologia elementarna (**OE**), jak też jej fragment – bezkwantyfikatorowy rachunek nazw (**BRN**)[10].

[9] W pracy *Funktor słabej asercji*, [w:] *Argumentacja i racjonalna zmiana przekonań*, (seria Dialogikon), Kraków 2010, s. 85-94, proponowałem pewne rozszerzenie tego systemu, w którym była przyjmowana odwrotna implikacja tej tezy ($+\sim p \rightarrow \sim+p$) jako aksjomat. Tak rozszerzony system miał, co prawda, interesujące własności, ale aksjomat ten odegrał rolę „konia trojańskiego”. Zneutralizował mianowicie idee wyjściowe tej konstrukcji – grę między dwoma funktorami negacji zewnętrznej (~) i wewnętrznej (¬). Do jego konsekwencji należała teza: $\sim p \rightarrow \neg p$. Teza ta z kolei, z uwagi na T2 i T4, dawała: $\neg p \leftrightarrow \sim p, +p \leftrightarrow \sim\sim p$ a trychotomia $p\vee\neg p\vee\pm p$ przechodziła w klasyczną dychotomię $p\vee\sim p$, bo człon $\pm p$ był systematycznie fałszywy. Tak „rozszerzony” rachunek stał się na powrót klasycznym rachunkiem zdań.

[10] Takie wzbogacenie rachunku nazwowego zaproponowałem w artykule *Negacja nazwowa a nieokreśloność i nieostrość nazw* („Roczniki Filozoficzne” 58 (2010), nr 1, s. 281-290). Zmieniam

Wśród reguł inferencyjnych tych rachunków mamy[11]:

R1 $x\varepsilon y / x\varepsilon x$
R2 $x\varepsilon y \wedge y\varepsilon z / x\varepsilon z$
R3 $x\varepsilon y \wedge y\varepsilon z / y\varepsilon x$

oraz definicję klasycznego funktora negacji nazwowej:

DN$^{\sim}$ $x\varepsilon y^{\sim} \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge {\sim}x\varepsilon y$

Fundując te rachunki na **SA**, możemy zaproponować *funktor słabej asercji nazwowej*:

DN^{+} $x\varepsilon y^{+} \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge +x\varepsilon y$

oraz nowe funktory negacji nazwowej:

DN$^{\neg}$ $x\varepsilon y^{\neg} \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge \neg x\varepsilon y$
DN^{-} $x\varepsilon y^{-} \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge - x\varepsilon y$
DN$^{\pm}$ $x\varepsilon y^{\pm} \leftrightarrow x\varepsilon x \wedge \pm x\varepsilon y$

Do ich bezpośrednich konsekwencji należą:

$x\varepsilon y \rightarrow x\varepsilon y^{+}$ [R1,A1,DN^{+}]
$x\varepsilon x \leftrightarrow x\varepsilon y \vee x\varepsilon y^{\sim}$
$x\varepsilon x \leftrightarrow x\varepsilon y \vee x\varepsilon y^{\neg} \vee x\varepsilon y^{\pm}$

Klasyczny rachunek predykatów. Podobnie możemy wzbogacić klasyczny rachunek predykatów[12]:

DP$^{\sim}$ $P^{\sim}(x) \leftrightarrow {\sim}P(x)$

---

tu oznaczenia funktorów negacji, aby podkreślić grę pomiędzy nimi a funktorami zdaniotwórczymi, użytymi przy ich definiowaniu.

[11] Tam też można znaleźć więcej szczegółów na temat tych konstrukcji i argumentację na rzecz takiego rozszerzenia rachunku nazwowego.

[12] Zapisy tych definicji, jak i przykładowych tez są prostsze z uwagi na pominięcie członu/warunku $x\varepsilon x$ (dokładnie jego odpowiednikiem byłby tu $x = x$). Warunek ten jest spełniany przez wszystkie predykaty **KRP**, co wiąże się z egzystencjalnym obciążeniem kwantyfikatorów tej konstrukcji.

DP^{+} $P^{+}(x) \leftrightarrow +P(x)$
DP$^{\neg}$ $P^{\neg}(x) \leftrightarrow \neg P(x)$
DP^{-} $P^{-}(x) \leftrightarrow -P(x)$
DP$^{\pm}$ $P^{\pm}(x) \leftrightarrow \pm P(x)$

Odpowiednikami powyższych tez rachunku nazwowego będą tu:

$P(x) \rightarrow P^{+}(x)$
$P(x) \vee P^{\sim}(x)$
$P(x) \vee P^{\neg}(x) \vee P^{\pm}(x)$

6. ROZSZERZENIA SYSTEMU SŁABEJ ASERCJI

System SAE. Wzbogacimy aksjomatykę systemu słabej asercji (**SA**) o trzy nowe aksjomaty:

A2 $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (+p \leftrightarrow +q)$
A3 $+(p \wedge q) \leftrightarrow +p \wedge +q$
A4 $+(p \vee q) \leftrightarrow +p \vee +q$

Tak rozszerzony system (**SAE**) posiada te same reguły i definicje co system poprzedni i jest również nadbudowany nad klasycznym rachunkiem zdań.

Ponieważ system ma wspólny z poprzednim aksjomat (A1), reguły i definicje, to prostą konstatacją tego faktu jest twierdzenie:

Twierdzenie 1. *System* **SA** *zawiera się inferencyjnie w systemie* **SAE**

SAE jest istotnym rozszerzeniem systemu **SA**, bo jego aksjomaty specyficzne (A2, A3, A4) nie są tezami systemu **SA**.

Tezą tak wzbogaconego systemu jest:

T14 $(p \rightarrow q) \rightarrow (+p \rightarrow +q)$
Dem.
Hp(2) →
(3) $(q \rightarrow p) \vee \sim(q \rightarrow q)$ [KRZ]
(3a) $q \rightarrow p$ [zd1]
(3b) $p \leftrightarrow q$ [1,3a]

(3c) $+p \leftrightarrow +q$ [3b,A2×MP]
(3d) T [2,3c]
(4a) $\sim(q \rightarrow p)$ [zd2]
(4b) $q \wedge \sim p$ [4a]
(4c) q [4b]
(4d) T [4c,A1]
(4) T [3,3a → 3d,4a → 4d]

Regułami wtórnymi tego systemu są reguły *ekstensjonalności dla funktora asercji* (EA) i *monotoniczności* (RM):

EA $\alpha \leftrightarrow \beta \,/\, +\alpha \leftrightarrow +\beta$ [**KRZ**,T14]
RM $\alpha \rightarrow \beta \,/\, +\alpha \rightarrow +\beta$ [T14]

System von Wrighta. Jeden z systemów logiki prawdy Georga H. von Wrighta (**SW**) ma następujące aksjomaty specyficzne[13]:

B1 $\sim+p \rightarrow +\sim p$
B2 $+p \leftrightarrow +\sim\sim p$
B3 $+(p \wedge q) \leftrightarrow +p \wedge +q$
B4 $+\sim(p \wedge q) \leftrightarrow +\sim p \vee +\sim q$
B5 $p \rightarrow +p$

System ten jest nadbudowany nad **KRZ** (**SW**=**KRZ**[B1, B2, B3, B4, B5]).
W tej konstrukcji, przy czytaniu zdania elementarnego $+p$: „*prawda-że p*" – jak to czyni Wright – mamy do czynienia ze słabą interpretacją terminu *prawda* we frazie funktorowej *prawda-że*. Aksjomatyka ta pozwala na uchwycenie związków logicznych między frazami tego typu, w szczególności uwzględnia lewostronne i prawostronne pojawianie się funktora negacji (słabej, klasycznej) wobec funktora słabej asercji.

Udowodnimy twierdzenie:

Twierdzenie 2. *System* **SW** *zawiera się inferencyjnie w systemie* **SAE**

[13] Zob. G.H. von Wright, *Truth and Logic*, [w:] tenże, *Truth, Knowledge and Modality*, Oxford: Oxford University Press 1984; tenże, *Truth, Negation and Contradiction*, „Synthese" 66 (1986), s. 3-14. W tej sprawie zob. również: R. Poczobut, *Spór o zasadę niesprzeczności*, Lublin: TNKUL 2000, s.144-150. Zmieniamy tu symbolikę: zamiast 'T' (*truth*) wstawiamy '+' – w zgodzie z dopuszczalnym u nas sposobem czytania funktora słabej asercji.

Pierwszy (B1), trzeci (B3) i ostatni z aksjomatów (B5) są odpowiednio tezą (T12) i aksjomatami (A3, A1) systemu **SA**. Pokażemy, że pozostałe aksjomaty systemu pierwszego (B2,B4) są tezami systemu drugiego:

T15 $+p \leftrightarrow +{\sim}{\sim}p$ (=B2) [**KRZ**,EA]

T16a $+{\sim}(p \wedge q) \rightarrow +{\sim}p \vee +{\sim}q$
Dem.
Hp(1) →
(2) $+({\sim}p \vee {\sim}q)$ [1,**KRZ**,EA]
(3) T [2,A4]

T16b $+{\sim}p \vee +{\sim}q \rightarrow +{\sim}(p \wedge q)$
Dem.
Hp(1) →
(2) $+({\sim}p \vee {\sim}q)$ [1,A4]
(3) T [2,**KRZ**,EA]

T16 $+{\sim}(p \wedge q) \leftrightarrow +{\sim}p \vee +{\sim}q$ (=B4) [T16a,T16b]

Kończy to dowód tego twierdzenia.

System SAM. Biorąc pod uwagę tezę T14, możemy zbudować aksjomatykę tego systemu w oparciu o aksjomat monotoniczności. Przyjmiemy następującą aksjomatykę:

C1 $p \rightarrow +p$
C2 $(p \rightarrow q) \rightarrow (+p \rightarrow +q)$
C3 $+p \wedge +q \rightarrow +(p \wedge q)$
C4 $+(p \vee q) \rightarrow +p \vee +q$

Udowodnimy kolejne twierdzenie:

Twierdzenie 3. *System* **SAE** *jest inferencyjnie równoważny z systemem* **SAM**.

Biorąc pod uwagę to, że C1, C2, C3 i C4 są aksjomatem (A1), tezą (T14) oraz tezami wynikającymi natychmiast z aksjomatów A3 i A4, w dowodzie tego twierdzenia wystarczy pokazać, że A2, A3 i A4 są tezami systemu **SAM**. Ma to istotnie miejsce:

CT1 $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (+p \leftrightarrow +q)$ (=A2) [C2,**KRZ**]

CT2 $+(p \wedge q) \rightarrow +p \wedge +q$

Dem.

Hp(1) →

(2) $(p \wedge q \rightarrow p)$ [**KRZ**]

(3) $+(p \wedge q) \rightarrow +p$ [2,C2]

(4) $p \wedge q \rightarrow q$ [**KRZ**]

(5) $+(p \wedge q) \rightarrow +q$ [4,C2]

(6) T [1,3×MP,1,5×MP]

CT3 $+(p \wedge q) \leftrightarrow +p \wedge +q$ (=A3) [CT2,C3]

CT4 $+p \vee +q \rightarrow +(p \vee q)$

Dem.

Hp(1) →

(2) $p \rightarrow (p \vee q)$ [**KRZ**]

(3) $+p \rightarrow +(p \vee q)$ [2,C2]

(4) $q \rightarrow (p \vee q)$ [**KRZ**]

(5) $+q \rightarrow +(p \vee q)$ [4,C2]

(6) $+p \vee +q \rightarrow +(p \vee q)$ [3,5]

(7) T [1,6×MP]

CT5 $+(p \vee q) \leftrightarrow +p \vee +q$ (=A4) [C4,CT4]

Dowód tego twierdzenia został zatem zakończony.

System SAD. System ten jest wzbogaceniem systemu **SA** o aksjomat dystrybucji dla funktora asercji. Jego aksjomatyka ma postać:

D1 $p \rightarrow +p$

D2 $+(p \rightarrow q) \rightarrow (+p \rightarrow +q)$

D3 $+p \wedge +q \rightarrow +(p \wedge q)$

Udowodnimy twierdzenie:

Twierdzenie 4. *System* **SAM** *zawiera się inferencyjnie w* **SAD**.

Aksjomaty C1 i C3 są odpowiednio identyczne z D1 i D3. W dowodzie tego twierdzenia wystarczy pokazać, że pozostałe aksjomaty systemu pierwszego (C2, C4) są tezami drugiego z nich:

T17 $(p \rightarrow q) \rightarrow (+p \rightarrow +q)$ (=C2) [D1,D2]

Z uwagi na T17 i **KRZ** regułą wtórną tego sytemu jest EA.

T18 $+(p \vee q) \rightarrow +p \vee +q$ (=C4)

Dem.

Hp(1) →

(2)	$+(\sim p \rightarrow q)$	[1,**KRZ**,EA]
(3)	$+\sim p \rightarrow +q$	[2,D2]
(4)	$\sim + \sim p \vee +q$	[3]
(5)	$+ \sim \sim p \vee +q$	[4,KA]
(6)	T	[5,**KRZ**,EA]

Kończy to dowód tego twierdzenia.

Kolejne dwa wzmocnienia systemu **SA**: **SAE** (**SAM** jest z nim inferencyjnie równoważny, tj. jest jego innym sformułowaniem) i **SAD** są interesujące z syntaktycznego punktu widzenia. Trudno tu uchwycić zmiany znaczenia funktora słabej asercji, a co za tym idzie – zmiany sposobów czytania fraz z tymi funktorami przy przechodzeniu z jednego systemu do drugiego[14].

7. NIESPRZECZNOŚĆ OSTATNIEGO Z SYSTEMÓW I NIEZALEŻNOŚĆ AKSJOMATÓW

Niesprzeczność ostatniego z systemów z aksjomatami D1,D2 i D3 ustalimy za pomocą interpretacji I^0, natomiast ich niezależność odpowiednio przez interpretacje I^1,I^2 i I^3 w czterowartościowym rachunku zdaniowym. Odpowiedniki funktorów dwuargumentowych występujących w tej aksjomatyce, w danej interpretacji, oznaczymy w notacji Łukasiewicza. Matryca funktora słabej asercji dla

[14] Podobnie jak nie da się uchwycić zmian znaczenia fraz modalnych przy przechodzeniu np. z systemu T do S4 i S5. O tym, który z systemów jakiegoś ciągu systemów kolejno inferencyjnie zawierających się w sobie okaże się lepszy, tj. lepiej wyrażający jakieś intuicje, zadecydują jego zastosowania – jego użycie jako narzędzia.

poszczególnych interpretacji będzie podawana w formie skróconej [*abcd*], zgodnie ze schematem:

p	$+p$
1	a
2	b
3	c
4	d

Dla większej czytelności, zestawimy wszystkie interpretacje w poniższej tabeli:

Opis		Interpretacja		
		+	→	∧
I^0	Niesprzeczność	[1133]	C	K
I^1	Niezależność D1	[1122]	C	K
I^2	Niezależność D2	[1131]	C	K
I^3	Niezależność D3	[4321]	D	K

Przykładowo dla wykazania niesprzeczności aksjomatu D1, funktory słabej asercji, implikacji i koniunkcji zinterpretowano odpowiednio przez: funktor o matrycy [1122], C i K.
Matryce dla funktorów implikacji (C), koniunkcji (K) i dyzjunkcji (D) są postaci:

C	1 2 3 4
1	1 2 3 4
2	1 1 3 3
3	1 2 1 2
4	1 1 1 1

K	1 2 3 4
1	1 2 3 4
2	2 2 4 4
3	3 4 3 4
4	4 4 4 4

D	1 2 3 4
1	4 3 2 1
2	3 4 1 2
3	2 1 4 3
4	1 2 3 4

8. UWAGI KOŃCOWE

Funktor asercji wprowadził Gottlob Frege (*Begriffsschrift*). W późniejszych konstrukcjach logicznych[15] funktor ten (*as*) jest w zasadzie eliminowany, z uwagi na zachodzącą w nich równoważność:

[15] Na przykład w prototetyce Leśniewskiego, będącej uogólnieniem klasycznego rachunku zdań.

$as(p) \leftrightarrow p$

W tej pracy przyjmuje się dwa rodzaje asercji: asercję mocną[16], spełniającą powyższą równoważność (redundantną – z syntaktycznego punktu widzenia), oraz asercję słabą (+).

Według Fregego, znak asercji wyraża *siłę stwierdzania/asercji* (*behauptende Kraft*)[17]. Słabej asercji, przy takim podejściu, odpowiadałaby zatem słabsza siła stwierdzania.

Funktor słabej asercji może być pomocny w analizie języka naturalnego. Prezentowanymi tu konstrukcjami logicznymi można się też posłużyć w analizie pewnych tez filozoficznych, których sformułowania – z uwagi na standardowe narzędzia logiczne – robią wrażenie zdań paradoksalnych, a których treści mimo to są wydobywane poprzez żmudne, nie do końca jasne interpretacje.

BIBLIOGRAFIA

F r e g e G.: Nachgellassene Schriften, hrsg. von H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach, 2. Auflage, Hamburg: Felix Meiner Verlag 1983.

P o c z o b u t R.: Spór o zasadę niesprzeczności, Lublin: TNKUL 2000.

W e s s e l H.: Logik, Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften 1984.

W o j c i e c h o w s k i E.: External and Internal Negation in Modal Logic, „Conceptus" 30 (1997), Nr. 76, s. 57-66.

— Funktor słabej asercji, [w:] W. S u c h o ń, I. T r z c i e n i e c k a - S c h n e i d e r, D. K o w a l s k i (red.), Argumentacja i racjonalna zmiana przekonań, (Dialogikon XV), Kraków: Uniwersytet Jagielloński 2010, s. 85-94.

— Negacja nazwowa a nieokreśloność i nieostrość nazw, „Roczniki Filozoficzne" 58 (2010), nr 1, s. 281-290.

W r i g h t G.H. von: Truth and Logic, [w:] t e n ż e, Truth, Knowledge and Modality, Oxford: Oxford University Press 1984.

— Truth, Negation and Contradiction, „Synthese" 66 (1986), s. 3-14.

Z i n o v i e v (Sinowjew) A.A.: Nichttraditionelle Quantorentheorie, [tł. z rosyjskiego H. Wessel], [w:] H. W e s s e l (red.), Quantoren-Modalitäten-Paradoxien, Beiträge zur Logik, Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften 1972, s. 179-205.

—, W e s s e l H.: Logische Sprachregeln, Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften 1975.

[16] Dla której nie wprowadziliśmy żadnego symbolu – funkcjonuje on u nas *implicite*. Symbol (mocnej) asercji ($\vdash$), w znaczeniu metajęzykowym, w sposób jawny pojawia się w konstrukcjach dowodowych. Funktorem asercji w tym metajęzykowym znaczeniu posługiwał się również Frege (*Grundgesetze der Arithmetik*), a do utrwalenia posługiwania się tym znakiem przyczyniły się znacząco *Principia Mathematica*.

[17] Zob. G. F r e g e, *Nachgellassene Schriften*, hrsg. von H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach, 2. Auflage, Hamburg: Felix Meiner Verlag 1983, s. 271.

WEAK ASSERTION

Summary

The paper contains references to a logical construction with two types of negation: an external (~) and internal (¬) one, where the substitution of the dichotomous law of excluded middle (with the $\alpha\vee{\sim}\alpha$ schema) by the trichotomy ($\alpha\vee\neg\alpha\vee\pm\alpha$) is proposed. With reference to an object belonging to a given universe and a given set of predicates some of them apply to it, whereas others do not. There can also exist such predicates which cannot be sensibly said to apply to it – they are indeterminate to it. What is proposed here is transferring these distinctions to a sentence calculus and devising a construction with a functor of weak assertion (+) as its primitive functor. This functor together with the functor of external negation allow an additional interpretation of the sentences falling into the third category described above (indirectness) whenever there is a need to express sentences referring to indirect states between the positive state and its negative counterpart.

Summarized and translated by Eugeniusz Wojciechowski

Słowa kluczowe: słaba asercja, negacja zewnętrzna, negacja wewnętrzna.

Key words: weak assertion, external negation, internal negation.

Information about Author: Prof. Dr. EUGENIUSZ WOJCIECHOWSKI – Division of Philosophy of Nature at Hugo Kołłątaj Agriculture University of Cracow; address for correspondence: al. 29 Listopada 46, PL 31-425 Kraków; e-mail: rlwojcie@cyf-kr.edu.pl